

Tipologia de tarefas nos manuais escolares de Matemática: um estudo com manuais portugueses de 10.º e 11.º ano

Types of tasks in Mathematics textbooks: A study with Portuguese's textbooks of 10th and 11th grades

Letícia Gabriela Martins,¹ Maria Helena Martinho²

Resumo: A diversidade de tarefas é essencial para a aprendizagem, considerando as diferentes funções que desempenham. Assim, é importante fornecer aos alunos a oportunidade de ter contacto com diferentes tipos de tarefas em Matemática. Neste estudo, fez-se uma análise a todos os manuais portugueses de 10.º e 11.º ano, autorizados pela Direção-Geral de Educação para o ano letivo 2020/2021, da disciplina de Matemática A, para se perceber a diversidade de tarefas que cada um propunha. Estes são dois dos três anos finais da escolaridade obrigatória em Portugal, inseridos no chamado "Ensino Secundário", e os alunos normalmente têm entre 15 e 17 anos de idade. Considerando que as tarefas podem ser divididas em quatro categorias principais, de acordo com a sua estrutura e o seu nível de dificuldade, concluiu-se que cerca de 88% têm uma estrutura fechada e nível de desafio reduzido, aproximadamente 11% têm também estrutura fechada mas grau de desafio elevado, e as restantes têm estrutura aberta e desafio reduzido, com uma percentagem inferior a 1%. Quanto a tarefas de estrutura aberta e desafio elevado, foi apenas encontrada uma.

Fecha de recepción: 8 de septiembre de 2022. **Fecha de aceptación:** 18 de diciembre de 2023.

¹ CIEd – Centro de Investigação em Educação, Instituto de Educação, Universidade do Minho (Gualtar, Braga, Portugal), lgb.martins@hotmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1529-2830>.

² CIEd – Centro de Investigação em Educação, Instituto de Educação, Universidade do Minho (Gualtar, Braga, Portugal), mhm@ie.uminho.pt, <https://orcid.org/0000-0001-5697-1568>.

Palavras-chave: *ensino secundário, manuais escolares, tipologia de tarefas, resolução de problemas, matemática*

Abstract: The diversity of tasks is essential for learning considering the different functions they perform. Thus, it is important to provide students with the opportunity to have contact with different types of tasks in Mathematics. In this study, an analysis was made of all Portuguese manuals of 10th and 11th grade, which are authorized by the General Direction of Education for the academic year 2020/2021, of the subject of Mathematics A, in order to understand the diversity of tasks that manual proposed. These are two of the final three years of compulsory education in Portugal, inserted in the “Secondary Education”, and students are usually between 15 and 17 years old. Considering that tasks can be divided into four main categories, according to its structure and its level of difficulty, it was concluded that about 88% have a closed structure and reduced level of challenge, approximately 11% also have a closed structure but a high level of challenge, and the remaining tasks have an open structure and reduced level of challenge, with a percentage below than 1%. As for open structure and high level of challenge tasks, only one was found.

Keywords: *high school, textbooks, task typology, problem solving, math*

INTRODUÇÃO

No ensino da Matemática, podem ser propostos diferentes tipos de tarefas aos alunos. Estas tarefas podem ser usadas para introduzir novos conceitos matemáticos ou para desenvolver diferentes capacidades dos alunos (NCTM, 2000). De acordo com o NCTM (2000), a escolha de uma boa tarefa pode fazer com que os alunos se sintam mais entusiasmados com a Matemática, e propor uma tarefa que possa ser resolvida com diferentes estratégias torna-a mais acessível e equilibrada para todos os alunos, mesmo que tenham diferentes conhecimentos e experiências prévias. Em 2017, o NCTM reforça que, para termos um ensino eficaz da matemática, é importante que os alunos sejam confrontados com uma diversidade de tarefas, nomeadamente aquelas em que é possível recorrer a diferentes abordagens e estratégias. Não há tarefas boas nem más, mas sim tarefas que podem ser mais ou menos produtivas. As tarefas mais produtivas

são aquelas que promovem a compreensão de conceitos e procedimentos, o uso de diferentes estratégias e o recurso a representações variadas (NCTM, 2017). As tarefas menos produtivas são aquelas baseadas na mecanização e memorização de procedimentos, nas quais os alunos necessitam apenas de “aprender e aplicar algoritmos tradicionais” (NCTM, 2017, p. 11). É importante que os professores identifiquem devidamente o potencial que diferentes tarefas podem alcançar (Sullivan *et al.*, 2013) já que é a escolha das tarefas que permitirá ao professor ajudar a desenvolver as capacidades de raciocínio dos alunos, de comunicação matemática, de pensamento crítico, de argumentação, de resolução de problemas, entre outras (Boavida *et al.*, 2008; Adams y Hamm, 2013; Jablonka, 2020; Murtafiah *et al.*, 2020). Uma seleção apropriada das tarefas implica que se escolham tarefas diversificadas, que permitam aos alunos experiências e resultados igualmente diversos (Berisha y Bytyqi, 2020). Estes autores reforçam ainda que uma seleção de tarefas muito semelhantes permitirá aos alunos experiências e resultados também semelhantes, o que acabará por não ser produtivo para a aprendizagem dos alunos. A diversidade de tarefas pode fazer parte das propostas que o professor faz aos seus alunos para que estes resolvam, sendo esta seleção de tarefas uma das “mais importantes decisões que o professor realiza regularmente na sua atividade de ensino” (Gafanhoto y Canavarro, 2014, p. 116). Não é espectável que os professores criem todas as tarefas que utilizam nas suas aulas. Para este processo de seleção, os professores recorrem frequentemente ao manual escolar (Gafanhoto y Canavarro, 2014; Brehmer *et al.*, 2016; Alim *et al.*, 2021), e, deste modo, este acaba por determinar o tipo de tarefas a que os alunos estão expostos (Álvarez y González, 2017). Assim, é importante perceber se um dos recursos mais disponibilizados aos professores portugueses, o manual escolar, revela a diversidade de tarefas que diferentes autores assumem ser de extrema importância.

Os manuais escolares portugueses têm sempre muitas tarefas propostas, sobre todos os conteúdos que devem ser lecionados em cada ano letivo. O manual escolar pode ser visto de diferentes formas, nomeadamente como um material que pode ser usado para estudar e consultar, e também como uma compilação de tarefas a resolver (González y Sierra, 2004). Assim, o manual escolar é visto não apenas como uma referência para encontrarmos definições, mas também como um livro de tarefas (Kochagina, 2021), sendo estas uma componente importante em muitos manuais escolares (Jäder *et al.*, 2020). De acordo com o estudo de Conejo e Ortega (2013), há um desequilíbrio entre o tipo de tarefas que são propostos aos alunos, nomeadamente no que toca a

exercícios e problemas. Neste estudo, os autores chegaram à conclusão de que o número de exercícios propostos era superior ao número de problemas propostos aos alunos, representando cerca de 64% das tarefas propostas. Também Rodríguez-Nieto *et al.* (2020) realizaram um estudo que chegou a conclusões semelhantes: os manuais escolares analisados apresentavam maioritariamente problemas de simples resolução. Este desequilíbrio que se verifica entre diferentes tipos de tarefas, tanto nas que são propostas aos alunos como nas que se encontram nos manuais, poderá ter alguma relação. Tal como refere Aineamani (2018), se os manuais escolares não têm tarefas que promovam o raciocínio matemático, isso pode reduzir a possibilidade de os alunos terem contacto com atividades que lhes exijam comunicar os seus raciocínios. Isto porque ficam dependentes das dinâmicas da escola e do professor para terem acesso a tarefas diversificadas. Os manuais escolares de Matemática precisam de incluir, portanto, diferentes tipos de tarefas, incluindo questões com resoluções mais diretas e outras que exijam mais explicações (Aineamani, 2018).

Torna-se, portanto, pertinente a análise dos manuais para compreendermos as oportunidades de aprendizagem fornecidas aos alunos (Sayers *et al.*, 2021). Assim, o nosso objetivo com este estudo passa por *Perceber como se distribuem os tipos de tarefas nos manuais escolares*, mais especificamente nos manuais escolares portugueses do 10.º e 11.º anos, da disciplina de Matemática A. Em Portugal, os alunos que tencionem prosseguir estudos de nível superior são aconselhados a frequentar um dos seguintes cursos científico-humanísticos: Ciências e Tecnologias, Ciências Socioeconómicas, Artes Visuais, e Línguas e Humanidades. Estes cursos oferecem diferentes disciplinas de Matemática: os dois cursos de ciências têm Matemática A (disciplina trienal), o curso de artes tem Matemática B (disciplina bienal), e o curso de línguas tem Matemática Aplicada às Ciências Sociais (disciplina bienal).

Para alcançar o objetivo a que nos propusemos, tentamos responder a duas questões de investigação: Que tipo de tarefas encontramos nos manuais escolares portugueses de Matemática A, do 10.º e 11.º anos?; Em que contextos, secções ou tópicos aparecem os tipos de tarefas menos frequentes nos manuais? Para responder a estas questões, é necessário começar por perceber que tipologia de tarefas iremos assumir nesta investigação, perceber melhor o sistema de ensino em Portugal, o que consta nos currículos de Matemática, entender o papel dos manuais no processo de ensino e aprendizagem e, por fim, apresentar o resultado da análise feita aos manuais escolares.

TIPOLOGIA DE TAREFAS

A tipologia de tarefas utilizadas no contexto deste estudo é a apresentada por Ponte (2005), que entende que uma tarefa é o objetivo da atividade que o aluno realiza. Watson *et al.* (2013) acreditam que uma tarefa é tudo aquilo que o professor utiliza para interagir com os alunos, seja questionando-os sobre algo ou fazendo uma demonstração matemática. Uma tarefa pode também ser realizada autonomamente pelos alunos, sem ser pedida pelo professor (Watson *et al.*, 2013), utilizando, por exemplo, o seu manual escolar. Outra autora refere que uma tarefa matemática é um “conjunto de “coisas matemática para fazer” que podem, por exemplo, ser exercícios, problemas de diferentes tipos, dar exemplos de definições, decidir sobre duas possibilidades, levar a cabo uma investigação ou realizar uma demonstração” (Brocardo, 2014, p. 3). A autora acrescenta ainda que as tarefas são instrumentos que ajudam na aprendizagem dos alunos.

Ponte (2005) refere quatro tipos de tarefas principais – exercícios, problemas, investigações e explorações – que variam segundo duas dimensões fundamentais: o grau de desafio/dificuldade matemática e o grau de estrutura. Assim, as tarefas dividem-se segundo o seu nível de desafio “reduzido” ou “elevado”, e segundo a sua estrutura, “fechada” ou “aberta”. Estamos perante uma estrutura “fechada” se o que é dado e pedido estão explícitos no enunciado. Caso exista um grau de indeterminação relativamente às informações dadas ou quanto ao que é pedido, então estamos perante uma estrutura mais “aberta” (Ponte, 2005). As tarefas matemáticas podem ainda ser definidas seguindo outras perspetivas, como o número e tipos de representações que são requisitadas, a comunicação envolvida, ou a diversidade de processos a utilizar (Stein *et al.*, 2000). Seguindo estes autores, Hsu (2013) recorre a uma divisão de tarefas em quatro tipos: memorização, procedimentos sem conexões, procedimentos com conexões e fazer matemática. As tarefas de *memorização* e de *procedimentos sem conexões* são consideradas por Hsu (2013) como sendo tarefas com uma exigência cognitiva baixa, já que resultam apenas de processos de mecanização de procedimentos sem ser necessário uma compreensão dos conceitos envolvidos. Já as tarefas de *procedimentos com conexões* e *fazer matemática* são consideradas pelo autor como tarefas de nível cognitivo mais elevado – isto porque são tarefas que implicam compreensão e seleção de estratégias para as resolver. Estes níveis cognitivos poderão ser comparados com o grau de desafio referido por Ponte (2005), sendo que as tarefas com nível cognitivo baixo serão também aquelas

que têm um grau de desafio reduzido, e aquelas com nível cognitivo alto correspondem ao grau de desafio elevado.

Numa terminologia mais semelhante à de Ponte, Yeo (2017) aborda a seguinte tipologia de tarefas: exercícios, resolução de problemas, formulação de problemas e investigações. Estas tarefas podem ser depois adequadas de diferentes modos, recorrendo à aprendizagem através de uma descoberta guiada ou ao trabalho por projetos, podem também ter uma estrutura mais aberta ou mais fechada e ser bem ou mal estruturada. Toda esta tipologia de tarefas, bem como os modos de aplicação e respetiva estrutura, resulta numa classificação mais generalizada de acordo com a riqueza das tarefas, como podemos ver na figura 1.

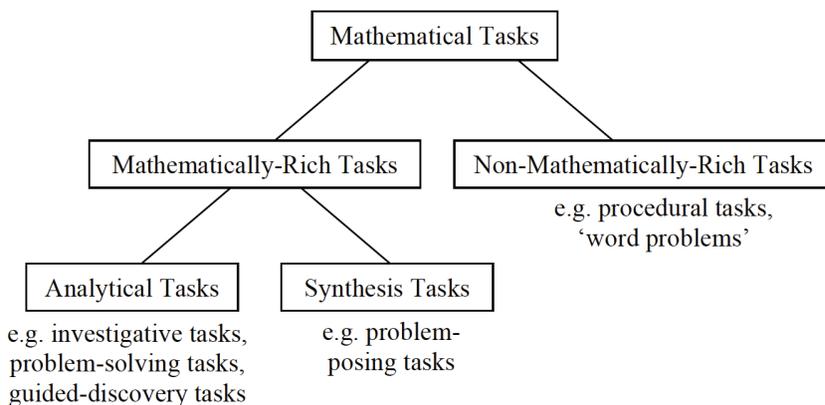


Figura 1. Classificação de tarefas matemáticas segundo Yeo (Fonte: Yeo, 2007)

A terminologia alcançada por Yeo (2007) vai ao encontro de Ponte (2005), apesar de introduzir outras noções, como é o caso da riqueza das tarefas. Na figura 2, é possível vermos um esquema criado por Ponte (2005) no qual se podem ver as dimensões de cada tipo de tarefa por ele apresentado.



Figura 2. Esquema representativo dos diferentes tipos de tarefas. (Ponte, 2005).

Através do esquema presente na figura 2, conseguimos ver que a grande diferença entre exercício e problema está no grau de desafio que é imposto em cada uma dessas tarefas, e o mesmo pode acontecer na distinção entre exploração e investigação. No que toca ao grau de desafio, é notório que as linhas que separam um exercício de um problema, bem como uma exploração de uma investigação, são linhas muito ténues, e é por esse motivo que muitas vezes se categorizam de forma errada as tarefas (Ponte, 2007). Assim, a distinção entre exercício e problema não é algo pacífico e vai sempre depender da pessoa que irá realizar a tarefa, já que o grau de desafio será considerado reduzido ou elevado dependendo da pessoa que irá resolver. Schoenfeld (1985) refere que quando estamos perante um problema, não conseguimos ter acesso imediato a um processo de resolução, e que esta será a grande diferença entre exercício e problema. Assim, para este autor, se a pessoa que resolve a tarefa tem um processo imediato para a resolver, então estará perante um exercício. Deste modo, percebemos que a distinção entre exercício e problema irá depender do conhecimento que o aluno dispõe no momento em que pretende resolver a tarefa. Podemos ter uma tarefa que, se for apresentada a um aluno no início da sua escolaridade, será considerada um problema, mas ao ser apresentada a um aluno de um nível mais avançado já passará a ser considerada um exercício. Um exemplo disto pode ser observado na figura 3.

Na escola da Leonor há 40 rapazes e 32 raparigas.

A professora da Leonor quer formar grupos com todos os rapazes e raparigas da escola. Todos os grupos deverão ter o mesmo número de rapazes e o mesmo número de raparigas.

Qual é o maior número de grupos que a professora da Leonor poderá formar?

Figura 3. Enunciado de uma tarefa que pode ser um exercício ou um problema (retirado de Prova de Aferição de Matemática – Prova 56, 5º ano, 2016).

A tarefa cujo enunciado está presente na figura 3 pode ser vista como um exercício ou como um problema. Será um problema se for proposta a alunos que se defrontem com este tipo de enunciado pela primeira vez e que não tenham conhecimentos sobre o máximo divisor comum entre dois números naturais, por exemplo. Já para os alunos que tenham aprendido esse conteúdo matemático e já tenham praticado com enunciados semelhantes, isto será visto como um simples exercício em que aplicam os procedimentos aprendidos previamente. Yeo (2007) reforça estas diferenças entre um exercício e um problema, concordando que uma mesma tarefa pode ser denominada dessas duas formas. Este autor indica que um problema pode ser visto como um exercício rotineiro depois de alguma prática sobre tarefas semelhantes.

Quanto à distinção entre exploração e investigação, já vimos que está centrada no grau de desafio. Se o aluno conseguir começar a tarefa no momento em que é proposta, sem necessidade de muito tempo para a planear, então estamos perante uma exploração, caso contrário trata-se de uma investigação (Ponte, 2005). De acordo com Yeo (2009), uma investigação passará por quatro fases: especializar, conjecturar, justificar e generalizar. Vejamos o enunciado da figura 4.

A Ana tem um truque com números. Aqui está.

Como achas que isto funciona?

$$\begin{array}{r} 854 \\ - 458 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

A Ana diz que todas as vezes que faz este truque, a resposta dá sempre 1089. Investiga o truque da Ana.

Figura 4. Enunciado de uma tarefa que pode ser uma exploração e uma investigação (adaptado e traduzido de Orton e Forbisher, 1996, p. 39).

Nesta tarefa presente na Figura 4, à semelhança do que aconteceu anteriormente, estamos perante uma ambiguidade: tanto poderá ser considerada uma exploração como uma investigação. Isto porque depende da pessoa que irá resolvê-la e da experiência e conhecimentos prévios adquiridos. Inicialmente, o resolvidor terá de perceber a dinâmica do “truque”, através da exploração do algoritmo apresentado. Esta parte da tarefa é considerada de exploração, já que se pode começar imediatamente a fazer sem grande planeamento. Já a segunda parte da tarefa, em que temos de perceber porque é que o truque da Ana dá sempre 1089, poderá ser vista como uma investigação, caso o aluno não esteja tão familiarizado com os algoritmos de adição e subtração e até com a atribuição de incógnitas e possíveis relações entre as mesmas. Mas, se o aluno em questão já tiver uma maior destreza relacionada com equações e com a matemática mais abstrata, essa segunda parte da tarefa poderá continuar a ser uma exploração.

Assim, diferentes tipos de tarefas podem levar a diferentes abordagens em sala de aula e a diferentes resultados, de acordo com os anos de escolaridade e os alunos que se enfrenta. Como refere Pires (2011), podem ser mais rotineiras, mais exigentes a nível de raciocínio, ou até de natureza mais exploratória, mas todas elas colaboram para que se veja a Matemática como sendo mais dinâmica, adequando-a a diferentes níveis de dificuldade e diferentes graus de exigência cognitiva e comunicativa.

MANUAIS ESCOLARES

Em 1941 foi publicado o primeiro manual escolar português, na altura denominado como livro único (Solé, 2017), e desde então foram sendo lançados diversos manuais específicos para cada ano de escolaridade e para todas as disciplinas pertencentes ao plano de estudos elaborado para cada ano. Viseu e Morgado (2011) afirmam que o manual escolar é o recurso educativo mais utilizado diariamente no sistema educativo português, mesmo numa altura em que existem recursos mais sofisticados e apelativos, como é o caso de alguns softwares informáticos e programas ligados à tecnologia. Esta afirmação é realçada por Solé (2017), que confirma que o manual escolar é o suporte didático mais conhecido e utilizado tanto por professores como por alunos no ensino em Portugal. Já em 2001, Pepin *et al.* referiam que muito do tempo que os alunos passam nas salas de aula é ocupado com a utilização de manuais escolares, sendo que estes acabam por ser uma interpretação do currículo da

disciplina. Assim, cabe ao professor ser um mediador no que toca ao manual escolar, decidindo em que momentos deve ser utilizado, por quem deve ser usado e qual a sequência de conteúdos a seguir.

Os manuais escolares são vistos atualmente como uma forma de proporcionar autonomia aos alunos e devem ser estruturados de forma a estimular o interesse do aluno, fazendo com que ele desenvolva competências como a autonomia, a criatividade e o pensamento crítico, ao mesmo tempo que fornece ao aluno o conhecimento sobre as diferentes disciplinas e lhe permite usufruir de diferentes formas de aprendizagem (Santo, 2006). De acordo com esta autora, o manual deve ser, acima de tudo, um motor para o desenvolvimento de competências e não uma simples fonte de conhecimento, pelo que a elaboração de um manual escolar deve incluir “vários tipos de aprendizagem pela inclusão de atividades diversificadas” (Santo, 2006, p. 108).

Numa visão mais voltada para o uso dos manuais por parte dos professores, Viseu e Morgado (2011) constataam que os manuais são muitas vezes vistos como um guião que os professores seguem para planificar as suas aulas. Isto resulta, muitas vezes, na desconsideração dos documentos oficiais, como o currículo da disciplina. Esta utilização do manual por parte dos professores desvirtua o papel do manual escolar, que passa a ser um instrumento que o professor se limita a seguir, deixando de ser um auxiliar do professor e passando a ter o papel principal na construção das aulas (Viseu y Morgado, 2011). No estudo que estes autores desenvolveram, concluiu-se que, para a maioria dos professores participantes, o manual é visto como uma compilação dos conteúdos a lecionar e exercícios de aplicação a resolver, tanto na sala de aula como fora dela. Estes professores acabam por limitar as planificações das suas aulas ao seguimento das propostas encontradas nos manuais, restringindo a possibilidade de os alunos terem contacto com outras tarefas provenientes de outros documentos e livros que poderiam ajudar a enriquecer a diversidade de atividades propostas e a adequação das mesmas aos diferentes alunos de diferentes turmas e escolas. Esta limitação de recursos utilizados torna o ensino demasiado uniformizado, não deixando espaço para adequar as aulas aos alunos que se tem. Isto foi algo também percecionado no estudo de Pepin *et al.* (2001), no qual se percebeu que os manuais eram utilizados para três atividades principais: ensinar regras e condições, explicar processos lógicos e seguir exemplos, e como fonte de tarefas para praticar. Estes autores acrescentam ainda que nos três países em estudo (França, Inglaterra e Alemanha) o manual servia maioritariamente como fonte de exercícios.

Como os manuais escolares são a maior fonte de prática para os alunos e o recurso didático mais utilizado pelos professores portugueses, e sendo muitas vezes o único motor do desenvolvimento das aulas, intensifica-se a preocupação para que incluam tarefas diversificadas, dando a oportunidade aos alunos para que tenham diferentes experiências de aprendizagem. Vários autores indicam que isto não acontece, seja nos manuais portugueses ou de outros países. Nas investigações realizadas por Pepin *et al.*(2001), baseadas na análise de manuais escolares de França, Inglaterra e Alemanha, encontraram uma diferença entre os manuais franceses e os restantes – os manuais franceses eram os únicos que incluíam uma parte com tarefas que se traduziam em pequenas investigações, apesar de a maioria das restantes tarefas serem exercícios, enquanto nos manuais ingleses e alemães apenas se encontraram exercícios. Zhu e Fan (2006) também desenvolveram um estudo comparativo entre manuais, desta vez da China e dos Estados Unidos da América, obtendo resultados idênticos – a maioria das tarefas encontradas nos manuais de ambos os países eram tarefas consideradas rotineiras e tradicionais, aquelas que neste artigo classificamos como exercícios. Também nos manuais portugueses analisados por Calado e Pestana Neves (2012) acontece um fenómeno semelhante, sendo encontradas tarefas de grau considerado simples, com uma grande vertente de memorização e baixa necessidade de compreensão. Num artigo mais recente, Gracin (2018) afirma que as tarefas presentes nos manuais escolares de muitos países têm um grau de desafio reduzido, indo ao encontro dos estudos feitos pelos autores anteriores. O autor salienta ainda que as investigações que têm sido feitas neste sentido mostram que não há um equilíbrio entre os tipos de tarefas incorporadas nos manuais escolares. Gracin (2018) indica que a maioria das tarefas são de mecanização, com baixo nível de desafio e estrutura fechada, o que coincide com a nossa noção de exercício, enquanto as tarefas de estrutura aberta e que permitem desenvolver o raciocínio e a reflexão não chegam a ser encontradas. Também Polikoff *et al.* (2021), num estudo com manuais de matemática da Califórnia, encontraram um maior destaque para tarefas que evidenciam o recurso a procedimentos pré-definidos, ao contrário do que acontece com tarefas de maior nível cognitivo e que exijam aos alunos demonstrações e justificações. Num estudo mais universal, no qual analisaram manuais escolares de doze países dos cinco continentes, Jäder *et al.* (2020) concluíram que todos esses manuais tinham uma elevada percentagem de tarefas para a qual se apresentava um modelo de resolução para os alunos seguirem. Estes autores sublinham que este modelo estava explicitamente apresentado e era

facilmente identificado, estando presente no início da secção ou imediatamente antes da tarefa a realizar. Sendo os manuais escolares considerados de elevado interesse para a preparação das aulas por parte dos professores (Ruwisch, 2017), o facto de os manuais não apresentarem uma tipologia de tarefas diversificada poderá, segundo Lee e Wong (2019), impedir os alunos de desenvolver devidamente o seu raciocínio, conhecimento e entendimento matemático.

TÉCNICA DE ANÁLISE

Para realizarmos este estudo, foram analisados todos os seis manuais disponíveis pela Direção Geral de Educação para o ensino secundário, no ano letivo 2020/2021, na disciplina de Matemática A, que tivessem oferta de manuais para os três anos do ensino secundário. Ou seja, usamos como critério de inclusão o facto de serem manuais de Matemática A, aceites pela Direção Geral de Educação no ano letivo 2020/2021, adequados ao 10.º e 11.º anos. Já como critério de exclusão, definimos que seriam excluídos os manuais que apenas tivessem oferta para um dos anos do ensino secundário. Para manter o anonimato ético de todos os manuais e respetivas editoras e autores, cada manual será referido como sendo A, B, C, D, E, F, em vez de referir o nome de cada um deles. Assim, os manuais não estarão integrados nas referências bibliográficas e não serão reveladas imagens diretamente retiradas dos mesmos, sendo que também não colocaremos a paginação das tarefas que iremos referir neste artigo, uma vez que poderiam ser formas de identificação dos manuais trabalhados.

Após a seleção, foram analisadas todas as tarefas contidas em cada um desses manuais. Ao analisar estas tarefas, pretendíamos categorizar cada uma delas dentro dos quatro tipos de tarefas referidos por Ponte (2005): exercício, problema, investigação e exploração. Devido à subjetividade já referida entre a classificação de exercício e de problema, tivemos em atenção certos fatores, nomeadamente o ano de escolaridade em que se insere a tarefa e a ordem das tarefas no respetivo manual. Assim, nos casos em que a tarefa poderia ser considerada como exercício ou como problema, em simultâneo, assumimos o seguinte: exercício, caso já existisse uma tarefa semelhante anteriormente nesse manual, ou problema, caso contrário.

Esta investigação segue uma abordagem qualitativa. Este tipo de investigação tem como principais características o facto de o foco de investigação estar na compreensão do que se retira dos dados, o investigador ter uma participação

ativa na recolha e na análise desses mesmos dados e o produto final ser bastante descritivo (Merriam, 2009).

Para realizar a análise dos dados, foi utilizada a técnica de análise de conteúdo. Segundo Stemler (2001), a análise de conteúdo tem sido definida como sendo uma técnica capaz de compactar um texto com muitas palavras, em determinadas categorias, que são baseadas em regras de codificação. Este autor acrescenta ainda que a análise de conteúdo é uma técnica útil para procurar padrões e tendências em determinados documentos, e no caso deste estudo é isso que se pretende: perceber se há alguma tendência no tipo de tarefas presentes nos manuais escolares. Para Esteves (2006), o termo “análise de conteúdo” engloba um conjunto de técnicas que podem ser utilizadas para tratar informação que foi recolhida previamente. Esta informação, normalmente demasiado extensa, através da técnica de análise de conteúdo, sofre uma redução, mediante determinadas regras, de modo a facilitar a compreensão dos dados de uma forma mais focada no objetivo que o investigador se propõe a alcançar (Esteves, 2006).

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Como foi referido anteriormente, foram analisados doze manuais: seis de 10.º ano e seis de 11.º ano. Isto traduziu-se num total de 5816 tarefas destinadas aos alunos de 10.º ano e 5367 destinadas aos alunos de 11.º. Começamos por observar o quadro 1.

Quadro 1. Tipologia de tarefas nos manuais de 10.º ano

Tipologia de Tarefas	Total de tarefas por cada manual de 10.º ano					
	Manual A	Manual B	Manual C	Manual D	Manual E	Manual F
Exercício	1063	1005	642	768	620	1041
Problema	117	133	65	58	123	164
Exploração	1	2	4	1	8	0
Investigação	0	1	0	0	0	0

Por observação do quadro 1, conseguimos perceber claramente que o tipo de tarefa mais frequente é o exercício, já que 5139 das 5816 tarefas foram categorizadas como sendo exercícios, ou seja, mais de 88%. Já o segundo tipo de tarefa mais vezes encontrado nestes manuais, embora numa quantidade muito inferior, foram os problemas, que correspondem a cerca de 11% das tarefas encontradas. Foram também encontradas tarefas de exploração, embora de forma muito residual, já que não chegam a ser nem meio por cento do total. Além disso, um dos manuais não apresentou qualquer tarefa de exploração e, relativamente a tarefas de investigação, apenas um dos manuais propôs uma tarefa deste tipo. Vejamos se o cenário é idêntico nos manuais destinados ao 11.º ano.

Quadro 2. Tipologia de tarefas nos manuais de 11.º ano

Tipologia de Tarefas	Total de tarefas por cada manual de 11.º ano					
	Manual A	Manual B	Manual C	Manual D	Manual E	Manual F
Exercício	826	971	627	856	841	666
Problema	110	133	101	66	82	71
Exploração	8	11	2	1	9	0
Investigação	0	0	0	0	0	0

Tal como verificamos nos manuais de 10.º ano, cerca de 89% das tarefas apresentadas nos manuais de 11.º ano são exercícios, já que 4787 das 5381 tarefas são deste tipo. Quanto aos problemas, voltamos a ver que são o segundo tipo de tarefa mais frequente, e a percentagem de problemas também se mantém: cerca de 11%, tal como aconteceu nos manuais de 10.º ano. Quanto às tarefas de exploração, a percentagem é ligeiramente maior do que nos manuais de 10.º ano, mas ainda assim continua inferior a 1% do total de tarefas analisado. Já nas tarefas de investigação, não foi encontrada nenhuma tarefa que pudesse ser categorizada como tal nos manuais analisados.

Com estes dados, percebemos desde logo que os alunos de 10.º e 11.º ano de Matemática A, em Portugal, estão expostos maioritariamente a exercícios do que a qualquer outro tipo de tarefa, se o único material utilizado em sala de aula e fora dela for o manual escolar. Além disso, é possível perceber que os alunos estarão mais suscetíveis a enfrentar tarefas de estrutura mais “fechada” do que “aberta”, dada a baixa percentagem de tarefas de exploração e investigação que os manuais escolares propõem. Importa ainda realçar que, nos manuais

escolares analisados, encontram-se exercícios que poderiam ser facilmente transformados em problemas, se não fossem constituídos com tantas alíneas ou se não fossem deixadas sugestões de forma tão explícita, como é o caso do seguinte enunciado proposto:

Considera, fixado um referencial ortonormado do espaço, o ponto P de coordenadas $(-1, 0, 3)$ e o plano α de equação $x - 2y + z = 3$.

Determina a distância do ponto P ao plano α .

Sugestão: Nota que a distância de um ponto ao plano é medida sobre a reta perpendicular ao plano que contém o ponto. Por isso, começa por obter uma equação da reta perpendicular ao plano que passa em P .

(Retirado do Manual D, 11.º ano, inserido no tópico “Geometria Analítica”)

No caso deste enunciado, e assumindo que seria a primeira vez que os alunos se confrontariam com uma tarefa deste género, o facto de estar incluída a sugestão faz com que isto seja um exercício. Isto porque o raciocínio que os alunos teriam de fazer e que tornaria esta tarefa num possível problema, estava no facto de precisarem de pensar que a distância entre um ponto e um plano teria de ser feita segundo uma reta perpendicular, algo que já é dito através da sugestão. Assim, a sugestão acaba por guiar o pensamento dos alunos, impedindo que este enunciado possa ser considerado um problema.

Há também enunciados que foram considerados exercícios, mas que, noutras circunstâncias, seriam problemas, como é o caso de enunciados semelhantes entre si num mesmo manual. Vejamos o seguinte enunciado:

Mostra que os pontos $A(5,3)$, $B(3,0)$, $C(-1, -2)$ e $D(1,1)$ são vértices de um paralelogramo.

(Retirado do Manual A, 10.º ano, inserido no tópico “Geometria Analítica”)

Esta tarefa foi considerada um problema, já que os alunos terão de recordar quais são as características de um paralelogramo e, após saberem isso, precisam de perceber como vão provar que essas características são cumpridas por esses pontos apresentados. Além disso, importa salientar que, neste estudo, as tarefas que exigiam provas/demonstrações, foram assumidas como problemas, já que Pólya (1945/2004) assume que as provas podem ser consideradas problemas. Mas atentemos no seguinte enunciado, presente no mesmo manual, 29 páginas depois do enunciado anterior:

Mostra que os pontos $(1, -2)$, $(6, -1)$, $(9,3)$ e $(4,2)$ são os vértices de um paralelogramo.

(Retirado do Manual A, 10.º ano, inserido no tópico “Geometria Analítica”)

Este enunciado, muito idêntico ao anterior, já passou a ser considerado um exercício, e não um problema. Isto porque, assumindo que os alunos resolvem todas as tarefas propostas pelo manual, os alunos já teriam resolvido uma tarefa muito semelhante e, ao resolver agora esta tarefa, já teriam um processo imediato para resolver este exercício.

Vejamos agora em que contextos são incluídas as tarefas nos manuais analisados. Todos os manuais estão organizados em cinco capítulos principais, mediante os conteúdos programáticos: lógica, álgebra, geometria analítica, funções reais de variável real e estatística, no caso dos manuais do 10.º ano; geometria analítica, sucessões, funções reais de variável real, trigonometria e estatística, no caso dos manuais do 11.º ano. Começando pelos manuais de 10.º ano, no capítulo de lógica temos três manuais que apresentam apenas exercícios e problemas (A, D e F). Mas isto não significa que não fosse possível ter outro tipo de tarefas neste tópico, já que nos manuais C e E é possível encontrar três explorações. Relativamente às explorações encontradas, todas elas eram tarefas em que se pedia para o aluno dar exemplos, como se vê na tarefa seguinte:

Considera as variáveis x e y que têm domínio \mathbb{R} . Encontra, se possível, para cada uma das expressões proposicionais seguintes, exemplos de concretizações das variáveis que as transformem em proposições verdadeiras e em proposições falsas.

a) " x é múltiplo de 2 \wedge x é múltiplo de 3."

b) $2x + y = 0 \wedge -x + 2y = 5$

(Retirado do Manual C, 10.º ano, inserido no tópico “Lógica”)

Seria possível ter ainda tarefas de investigação, e um exemplo disso pode ser visto no manual B – sendo esta a única tarefa deste tipo em todos os manuais analisados de 10.º e 11.º anos.

Procura mais informação acerca do Papiro de Rhind. Escolhe alguns dos problemas que fazem parte desse papiro, diferentes do apresentado no texto, e resolve-os.

(Retirado do Manual B, 10.º ano, inserido no tópico “Lógica”)

Esta tarefa pode ser classificada como investigação, uma vez que o aluno não consegue iniciar a tarefa de imediato. Primeiro precisa de ter acesso ao Papiro de Rhind. Depois, deve procurar mais informação acerca dele. Por fim, é necessário escolher alguns problemas (sem saber quantos, daí a estrutura aberta da tarefa) e resolvê-los.

Passando para os capítulos de álgebra, o manual B é o único que não tem apenas tarefas classificadas como exercícios ou problemas, sendo possível encontrar duas tarefas categorizadas como explorações. Quanto aos capítulos de geometria analítica, apenas é possível ver uma tarefa de exploração nos manuais A e E – sendo que a tarefa de exploração presente no manual E pede aos alunos que indiquem exemplos de determinada situação, à semelhança do que vimos anteriormente. Já no manual A, a tarefa de exploração era a seguinte:

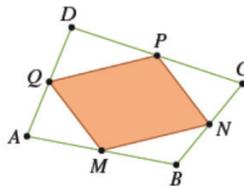
Construa, utilizando um programa de geometria dinâmica, um quadrilátero $[ABCD]$ com vértices arbitrários.

Determine os pontos médios dos lados desse quadrilátero e obtenha o quadrilátero $[MN PQ]$, sendo M, N, P e Q , por esta ordem, os pontos médios de lados consecutivos de $[ABCD]$, como mostra a figura.

Arraste um dos vértices do quadrilátero $[ABCD]$ e observe o comportamento do quadrilátero $[MN PQ]$.

Que propriedade comum observa nos vários quadriláteros $[MN PQ]$ obtidos?

Demonstre que, de facto, $[MN PQ]$ tem a propriedade observada.



(Retirado do Manual A, 10.º ano, inserido no tópico “Geometria Analítica”)

Nos quatro manuais restantes, encontramos apenas tarefas consideradas exercícios e problemas, no tópico de geometria analítica. Já nos capítulos reservados para o tópico de funções reais de variável real, os manuais A, B e F apresentam apenas exercícios e problemas, enquanto C e D acrescentam uma exploração e E conta com quatro explorações – sendo que todas estas explorações se reduzem a tarefas em que pedem exemplos aos alunos. Por fim, nos capítulos de

estatística do 10.º ano, todos os manuais se limitam a propor exercícios e problemas, embora no manual D apareçam apenas 3 problemas, inseridos numa secção muito específica do livro destinada à realização de um teste global.

Relativamente aos manuais de 11.º ano, os capítulos de estatística têm uma tipologia de tarefas ainda mais reduzida do que no caso dos manuais anteriores. Isto porque os manuais E e F têm apenas exercícios neste capítulo, e os manuais D e B apresentam apenas um e dois problemas, respetivamente, sendo as restantes tarefas consideradas exercícios. No tópico de funções reais de variável real encontramos sete tarefas de exploração, espalhadas por quatro manuais: uma nos manuais C e D, duas no manual E e três no manual A – embora todas elas sejam tarefas do tipo “dê exemplos de...”. Os restantes manuais, B e F, apresentam apenas exercícios e problemas, não só neste tópico como também no tópico de trigonometria. Em trigonometria, também os manuais C e D têm apenas tarefas classificadas como exercícios ou problemas, restando apenas os manuais A e E com uma exploração cada um. Finalmente, temos o tópico de sucessões, no qual encontramos o maior número de explorações – apesar de continuarmos a ter manuais apenas com exercícios e problemas, como é o caso dos manuais D e F. As explorações que é possível encontrar nos restantes manuais são também do tipo “dê exemplos de...”, havendo uma no manual C, quatro no manual A, seis no manual E e dez no manual B. No quadro 3 é possível vermos um resumo sobre a tipologia de tarefas encontrada nos manuais, por conteúdo matemático.

Quadro 3. Tipologia de tarefas nos manuais de 10.º e 11.º anos, por conteúdo matemático

			Exercício	Problema	Exploração	Investigação
Manuais de 10.º ano	Lógica	739	137	6	1	
	Álgebra	953	146	2	0	
	Geometria analítica	1 528	159	2	0	
	Funções reais de variável real	1 450	168	6	0	
	Estatística	469	50	0	0	
Manuais de 11.º ano	Geometria analítica	852	94	1	0	
	Sucessões	1 135	190	21	0	
	Funções reais de variável real	1 473	121	7	0	
	Trigonometria	1 125	150	2	0	
	Estatística	202	8	0	0	

Relativamente aos conteúdos lecionados no 10.º ano, percebemos que a prevalência de exercícios por conteúdo alterna entre 83% e 90%, enquanto os problemas rondam entre os 9% e os 16% nos diferentes conteúdos programáticos. As explorações não chegam a ser 1% das tarefas do respetivo conteúdo, sendo que no caso das tarefas que constam no capítulo de estatística, nenhuma delas é deste tipo. Quanto às investigações, apenas se encontra uma, no capítulo de lógica. Nos manuais de 11.º ano, este último tipo de tarefa não existe, e o capítulo de estatística continua sem presença de explorações. Nos restantes capítulos, as explorações chegam a ser superiores a 1%, mas apenas no capítulo de sucessões. Quanto às tarefas identificadas como problemas, nos manuais de 11.º ano estão entre 7% e 15%, valores semelhantes aos conteúdos de 10.º ano. No caso dos exercícios, variam entre os 84% e os 97%, valores mais altos do que no 10.º ano. Focando a atenção nos três conteúdos presentes nos dois anos de escolaridade (geometria analítica, funções reais de variável real e estatística), percebemos que no tópico de geometria analítica a percentagem para cada tipologia de tarefa é semelhante – 90% de exercícios em ambos os anos, entre 9% e 10% de problemas, e 0,1% de explorações –, no domínio das funções

encontramos ligeiras alterações – 89% de exercícios no 10.º ano e 92% no 11.º, mais de 10% de problemas no 10.º e menos de 8% no 11.º, e cerca de 0,4% no caso das explorações nos dois anos –, e quanto à estatística é onde se verifica uma maior diferença – 90% de exercícios no 10.º ano e 96% no 11.º, e cerca de 10% de problemas no 10.º e menos de 4% no 11.º.

Podemos ainda observar a tipologia de tarefas de acordo com as diferentes secções. Os exercícios e os problemas podem ser vistos em várias secções dos manuais: tanto na secção do desenvolvimento do conteúdo, como nas secções destinadas apenas a tarefas, e ainda nas secções de preparação para os testes, como podemos confirmar pelo quadro 4.

Quadro 4. Tipologia de tarefas nos manuais de 10.º e 11.º anos, por secção

		Exercício	Problema	Exploração	Investigação
Manuais de 10.º ano	Desenvolvimento de conteúdo (Região Principal)	95	30	0	0
	Desenvolvimento de conteúdo (Margens)	1 752	201	11	1
	Exclusiva de tarefas	2 550	332	5	0
	Preparação de testes	742	97	0	0
Manuais de 11.º ano	Desenvolvimento de conteúdo (Região Principal)	89	33	2	0
	Desenvolvimento de conteúdo (Margens)	1 634	197	22	0
	Exclusiva de tarefas	2 420	293	7	0
	Preparação de testes	644	40	0	0

Quanto a investigações, a única que foi encontrada nos dozes manuais pode ser vista na secção do desenvolvimento de conteúdo, na margem da página, numa parte mais inicial do capítulo. Também as explorações são, na sua maioria, encontradas nas margens das páginas, ao longo das secções de desenvolvimento, sendo possível encontrar 33 das 47 explorações neste contexto. Ainda no mesmo tipo de secção, mas na região onde se costuma encontrar o conteúdo a lecionar, foi possível identificar duas explorações. As restantes doze podiam ser vistas em secções destinadas apenas a tarefas no final de cada capítulo, e não se encontrou nenhuma tarefa de exploração em secções de preparação de

testes. Estas secções de preparação para os testes parecem ser reservadas para tarefas classificadas como exercícios e problemas, mas é uma secção maioritariamente destinada a exercícios – 88% das tarefas destas secções nos manuais de 10.º ano e 94% no caso dos manuais de 11.º ano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para este estudo, foram colocadas duas questões iniciais: Que tipo de tarefas encontramos nos manuais escolares portugueses de Matemática A, do 10.º e 11.º anos?; Em que contextos, secções ou tópicos aparecem os tipos de tarefas menos frequentes nos manuais? Com o objetivo de responder a estas questões, foram analisados os seis manuais de cada ano de escolaridade, aprovados pela Direção Geral de Educação e que foram utilizados nas escolas portuguesas no ano letivo 2020/2021. Nos manuais analisados de 10.º ano, foram encontrados todos os tipos de tarefas (exercícios, problemas, explorações e investigações), embora em quantidades muito desequilibradas. Já nos manuais de 11.º ano, não foram encontradas tarefas que pudessem ser categorizadas como sendo tarefas de investigação. Tanto nos manuais de 10.º ano como nos manuais de 11.º ano, cerca de 88% das tarefas presentes nesses manuais foram categorizadas como exercícios, o que é uma percentagem elevada e mostra uma enorme tendência nas tarefas propostas aos alunos. De seguida temos os problemas, com uma presença de cerca de 11% em ambos os anos, e finalmente as tarefas de exploração, com uma percentagem inferior a 1%. Esta aparente desvalorização das tarefas de exploração e de investigação é justificada por Ponte (2007), que refere que isto poderá ser resultado das avaliações externas que são feitas em Portugal, no final do 12.º ano. Os alunos são submetidos a exames nacionais, que são principalmente constituídos por exercícios, e que têm tido um peso cada vez maior na avaliação dos alunos ao longo dos anos, contribuindo também para o acesso ao ensino superior. Para Ponte (2007), se o peso da avaliação externa continuar a ser cada vez maior, as tarefas de exploração e investigação vão ter uma importância cada vez menor nas escolas, já que a tendência é para que se resolvam em sala de aula tarefas semelhantes às que se encontram nos exames nacionais. O nosso estudo vai ao encontro desta visão, já que as poucas tarefas de investigação e exploração se encontravam apenas nas secções de desenvolvimento de conteúdo ou nas secções destinadas a tarefas de final de capítulo, mas nunca nas secções destinadas à preparação de testes – sendo que

nestas secções prevaleciam maioritariamente os exercícios. Mas, apesar de a visão de Ponte ser muito específica no contexto português, isto parece ser um fenómeno generalizado mundialmente, como é possível ver nos estudos de Pepin *et al.* (2001), Zhu e Fan (2006), Gracin (2018), Rodríguez-Nieto *et al.* (2019), Jäder *et al.* (2020) e Polikoff *et al.* (2021). Também no estudo de Zhu e Fan (2006) a maioria das tarefas analisadas eram consideradas tarefas de natureza fechada, em que toda a informação necessária para a sua resolução estava no enunciado, sendo tarefas mais destinadas a aplicação de matéria. Relativamente aos conteúdos programáticos, percebemos que o tópico de sucessões tem uma maior tendência a tarefas consideradas como explorações, sendo o único com mais de 1% de tarefas deste tipo. Além disso, o capítulo de estatística nos manuais de 11.º é o que apresenta uma maior percentagem de exercícios, com 96% de tarefas deste tipo, embora nos manuais de 10.º ano este conteúdo tenha uma percentagem de exercícios menor (cerca de 90%). Já as tarefas identificadas como problemas, têm uma maior percentagem nos capítulos de lógica (15,5%) e sucessões (14%).

É importante que todos os recursos didáticos utilizados em sala de aula forneçam aos alunos tarefas ricas e que promovam o desenvolvimento de diferentes capacidades (Gracin, 2018). O manual escolar, em conjunto com o trabalho do professor e com a forma como o professor o utiliza, pode ser um material capaz de incentivar os alunos a comunicar os seus raciocínios, mas também pode ser algo que os iniba de o fazer (Aineamani, 2018). Assim, este autor defende que os manuais devem habilitar os alunos a desenvolver e comunicar os seus raciocínios, propondo mais tarefas de estrutura aberta e grau de desafio mais elevado, e que exijam que o aluno justifique e apresente devidamente os seus raciocínios. Manuais escolares que não apresentem diferentes tipos de tarefas poderão causar um fraco desenvolvimento das capacidades matemáticas dos alunos (Alim *et al.*, 2021). Consideramos que o nosso estudo presente neste artigo poderá servir para fazer uma reflexão sobre o tipo de tarefas proposto nos manuais escolares e se estes têm diversidade suficiente para ajudar os alunos a desenvolverem as suas capacidades na sua plenitude. Este estudo poderá ainda ser alargado a outros anos e ciclos de escolaridade, também para tentar perceber se haverá ciclos em que a tipologia de tarefas seja mais diversificada ou nos quais se encontre outro tipo de (des)equilíbrios.

AGRADECIMENTOS

Esta investigação é financiada pela FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia através de uma bolsa de doutoramento (SFRH/BD/147510/2019). Este trabalho é também financiado pelo CIEd – Centro de Investigação em Educação, Instituto de Educação, Universidade do Minho, projetos UIDB/01661/2020 e UIDP/01661/2020 e UID/CED/1661/2016, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT.

REFERENCIAS

- Adams, D., y Hamm, M. (2013). *Demystify math, science and technology: Creativity, innovation, and problem solving* (2nd ed.). Rowman y Littlefield Education. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75055-2>
- Aineamani, B. (2018). How learners communicate their mathematics reasoning in mathematics discourse. In J. N. Moschkovich, D. Wagner, A. Bose, J. R. Mendes y M. Schütte (Eds.), *Language and communication in mathematics education: International perspectives* (pp. 65-74). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75055-2>
- Alim, J. A., Hermita, N., Alim, M. L., Wijaya, T. T., y Pereira, J. (2021). Developing a math textbook using realistic mathematics education approach to increase elementary students' learning motivation. *Jurnal Prima Edukasia*, 9(2), 193-201. <https://doi.org/10.21831/jpe.v9i2.39393>
- Álvarez, A. B. V., y González, J. R. V. (2017). A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? Un análisis de libros de texto. *Educación Matemática*, 29(3), 51-78. <https://doi.org/10.24844/EM2903.02>
- Berisha, V., y Bytyqi, R. (2020). Types of mathematical tasks used in secondary classroom instruction. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 9(3), 751-758. <https://doi.org/10.11591/ijere.v9i3.20617>
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., y Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Brehmer, D., Ryve, A., y Van Steenbrugge, H. (2016). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(6), 577-593. <https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066427>
- Brocardo, J. (2014). Tarefas matemáticas. In J. Brocardo, A. M. Boavida, C. Delgado, E. Santos, F. Mendes, J. Duarte, M. Baía & M. Figueiredo (Coord.), *Livro de Atas do*

- Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM2014)* (pp. 3-6). Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal.
- Calado, S., y Pestana Neves, I. (2012). Currículo e manuais escolares em contexto de flexibilidade curricular. Estudo de processos de recontextualização. *Revista Portuguesa de Educação*, 25(1), 53-93. <https://doi.org/10.21814/rpe.3016>
- Conejo, L., y Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de educación secundaria obligatoria. *Educación Matemática*, 25(3), 129-158.
- Esteves, M. (2006). Análise de conteúdo. In J. A. Lima, y J. A. Pacheco (Orgs.), *Fazer investigação: Contributos para a elaboração de dissertações e teses* (pp. 105-126). Porto Editora.
- Gafanhoto, A. P., y Canavarro, A. P. (2014). A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 113-132). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- González, M. T., y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de textos de matemáticas. Los puntos críticos em la enseñanza secundaria em España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Gracin, D. G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: A five-dimensional analysis of textbooks exercises and examples. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431849>
- Hsu, W. (2013). Examining the types of mathematical tasks used to explore the mathematics instruction by elementary school teachers. *Creative Education*, 4(6), 396-404. <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2013.46056>
- Jäder, J., Lithner, J., y Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1120-1136. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826>
- Jablanka, E. (2020). Critical thinking in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (2nd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>
- Kochagina, M. N. (2021). Math textbook in teaching a modern schoolchild. In E. Tareva y T. Bokova (Eds.), *ARPHA Proceedings 4* (pp. 485-501). <https://doi.org/10.3897/ap.e4.e0485>
- Lee, C. Y., y Wong, K. (2019). Reasoning-and-proving tasks in Hong Kong senior secondary level public mathematics examination. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 1-8. PME.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: a guide to design and implementation* (2nd Edition). Jossey-Bass.

- Murtafiah, W., Sa'dijah, C., Chandra, T. D., y Susiswo (2020). Exploring the types of problems task by mathematics teacher to develop students' HOTS. *AIP Conference Proceedings*, 2215(1), 060018. <https://doi.org/10.1063/5.0000656>
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- NCTM (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em matemática*. APM.
- Orton, A., y Frobisher, L. (1996). *Insights into teaching mathematics*. Continuum Studies in Mathematics Education.
- Pepin, B., Haggarty, L., y Keynes, M. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *ZDM*, 33(5), 158-175. <https://doi.org/10.1007/BF02656616>
- Pires, M. V. (2011). Tarefas de investigação na sala de aula de matemática: Práticas de uma professora de matemática. *Quadrante*, 20(1), 31-53. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22860>
- Polikoff, M. S., Rabovsky, S. J., Silver, D., y Lazar-Wolfe, R. (2021). The equitable distribution of opportunity to learn in mathematics textbooks. *AERA Open*, 7(1), 1-18. <https://doi.org/10.1177/233285842111065712>
- Pólya, G. (1945/2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education*, 39(5-6), 419-430. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0054-z>
- Rodríguez-Nieto, C. A., Sandoval, C. N., Inostroza, A. N. C., y González, M. S. G. (2019). Estructuras semânticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. *Educación Matemática*, 31(2), 75-104. <http://dx.doi.org/10.24844/EM3102.04>
- Ruwisch, S. (2017). Requests for mathematical reasoning in textbooks for primary-level students. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh y B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 113-120. PME.
- Santo, E. M. (2006). Os manuais escolares, a construção de saberes e a autonomia do aluno. Auscultação a alunos e professores. *Revista Lusófona de Educação*, 8(8), 103-115.
- Sayers, J., Petersson, J., Rosenqvist, E., y Andrews, P. (2021). Opportunities to learn foundational number sense in three Swedish year one textbooks: implications for the importation of overseas-authored materials. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(4), 506-526. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1688406>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press, Inc.

- Solé, M. G. (2017). A história dos manuais escolares do ensino primário em Portugal: Representações sociais e a construção de identidade(s). *Historia y Memoria de La Educación*, 6, 89-127. <https://doi.org/10.5944/hme.6.2017.17128>
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction.: A casebook for professional development*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Stemler, S. (2001). An overview of content analysis. *Practical Assessment, Research and Evaluation*, 7(17). <https://doi.org/10.7275/z6fm-2e34>
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, D., y Roche, A. (2013). Teachers' decisions about mathematics tasks when planning. In V. Steinle, L. Ball, y C. Bordini (Eds.), *Mathematics education: Yesterday, today and tomorrow: Proceedings of the 36th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 626-633). MERGA.
- Viseu, F., y Morgado, J. C. (2011). Manuais escolares e desprofissionalização docente: Um estudo de caso com professores de matemática. *Libro de actas do XI Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagogía* (pp. 991-1002). Universidade da Coruña.
- Watson, A., Ohtani, M., Ainley, J., Frant, J. B., Doorman, M., Kieran, C., Leung, A., Margolinas, C., Sullivan, P., Thompson, D., Yang, Y. (2013). Introduction. In C. Magnolias (Ed.), *Task design in mathematics education, Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 7-14). Oxford.
- Yeo, J. B. W. (2007). Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. *Technical Report ME2007-01, Mathematics and Mathematics Education, National Institute of Education*.
- Yeo, J. B. W. (2009). Mathematical investigation: Task, process and activity. *Technical Report ME2009-01, Mathematics and Mathematics Education, National Institute of Education*.
- Yeo, J. B. W. (2017). Development of a framework to characterize the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 175-191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>
- Zhu, Y., y Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 609-626. <https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>

Autor de correspondencia

MARIA HELENA MARTINHO

Dirección: Instituto de Educação, Universidade do Minho, Campus de Gualtar
Rua da Universidade, Gualtar
4710-057 Braga, Portugal
mhm@ie.uminho.pt