

# **Projeto Integrador em Engenharia Mecânica II**

# **Metrologia Dimensional**

<https://youtu.be/Y4gElsE4qXI>

# 1. Introdução



Neste vídeo são apresentadas as principais noções sobre **metrologia dimensional**, no quadro da unidade curricular Projeto Integrador em Engenharia Mecânica II.

Assim, após uma discussão geral sobre metrologia, faz-se uma revisão de algumas definições específicas, tais como, **instrumento de medição, grandeza, medição, medida, resolução, exatidão, precisão, algarismos significativos**, entre outras.

# 1. Introdução

De seguida, é feita uma descrição do **paquímetro universal**, que é, muito provavelmente, o mais simples e popular dos instrumentos de medição.



Paquímetro universal analógico de nónio de vigésimos

# 1. Introdução



Subsequentemente, tecem-se algumas considerações importantes relativas a **incertezas** e **erros** no âmbito da metrologia, em que se incluem demonstrações evidentes destes temas.

Este vídeo termina com a apresentação de um conjunto diverso de **questões de revisão** de conhecimentos, assim como uma breve lista de **bibliografia** recomendada.

## 2. Metrologia Dimensional



De uma forma simples e abrangente pode dizer-se que a **metrologia** é a área do conhecimento relativa às **medições**, ou seja, a metrologia diz respeito à **ciência das medições**.

Em termos práticos, a **metrologia** compreende um conjunto diversificado de aspetos (e.g. processos, incertezas, erros, etc.) tendo como finalidade determinar **um valor de uma grandeza**.

## 2. Metrologia Dimensional



**Grandeza** refere-se ao atributo de um **fenómeno**, de uma **entidade** ou de um **objeto**, que é suscetível de ser determinado quantitativamente.

Em mecânica há três **grandezas principais**, a saber:

- ✓ **Comprimento**, representado por  $l$ , e de unidade [m],
- ✓ **Massa**, representada por  $m$ , e de unidade [kg],
- ✓ **Tempo**, representado por  $t$ , e de unidade [s].

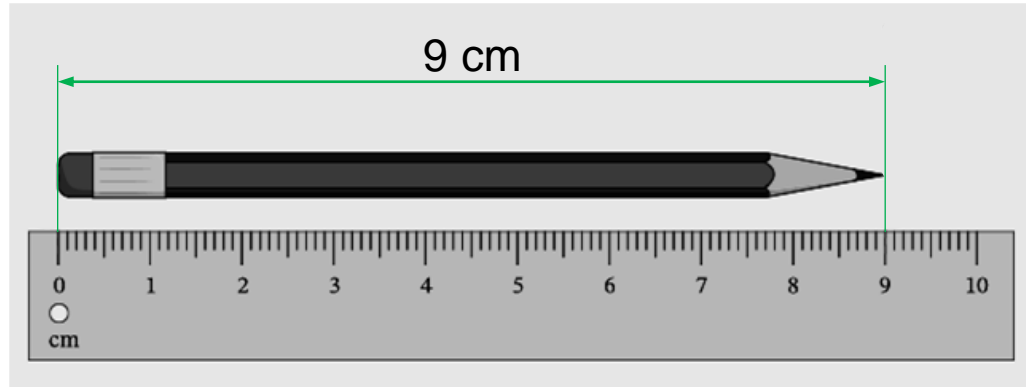
## 2. Metrologia Dimensional



A **metrologia dimensional** diz respeito à medição de comprimentos, ângulos e estados de superfícies.

Um **comprimento** é uma grandeza física que representa a distância entre dois pontos.

Em **mecânica**, a unidade de referência de comprimentos é o **milímetro** [mm].

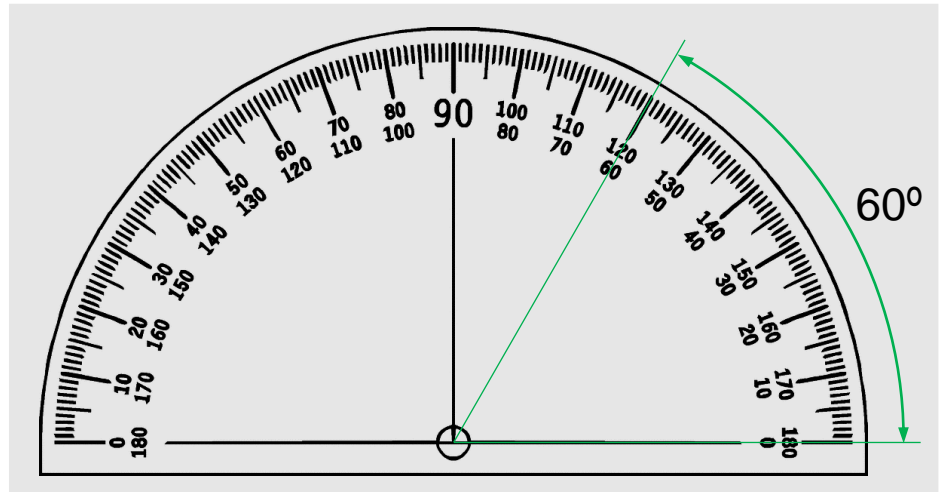


## 2. Metrologia Dimensional



Um **ângulo** refere-se à **porção plana** compreendida entre **duas semirretas** que partilham a **mesma origem**. Ângulos são expressos em radianos [rad] ou em graus [°].

**Radiano** é o ângulo plano compreendido entre dois raios que, na circunferência de um círculo, interseitam um arco de comprimento igual ao raio desse círculo.



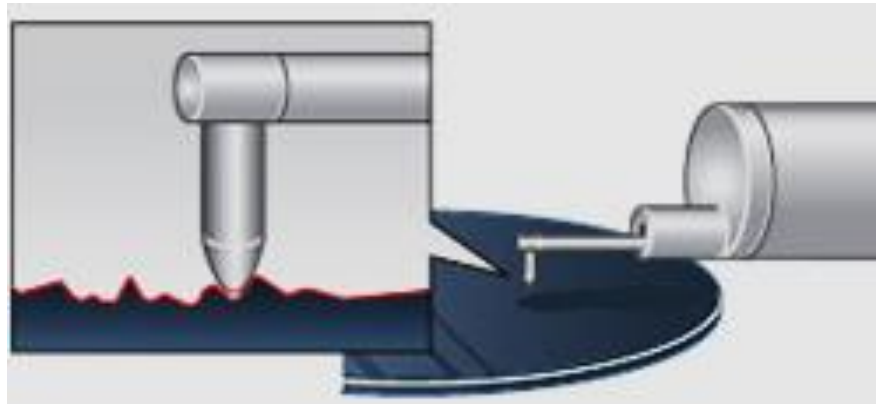


## 2. Metrologia Dimensional



O **estado de superfície** diz respeito ao resultado de desvios, repetitivos ou aleatórios, em relação à superfície geométrica, que formam a topologia tridimensional de uma superfície.

Exemplos de propriedades do estado de superfície incluem **rugosidade**, ondulação, desvios de forma, entre outros.



## 2. Metrologia Dimensional



Deve fazer a distinção entre **medição** e **medida**.

**Medição** diz respeito às **operações** que permitem determinar o valor de uma grandeza, enquanto **medida**, ou mensurada, se refere ao **resultado** da medição, ou seja, medida é o **valor** atribuído à grandeza.

Deve ainda referir-se que **medir é comparar** o valor de uma grandeza com o valor padrão.

# 3. Noções Elementares



O **valor verdadeiro** de uma grandeza é algo que não existe, isto é, não se pode conhecer. O **valor convencional** de uma grandeza é o valor atribuído à grandeza.

Por exemplo, um **veio de diâmetro nominal de 20 mm**, pode ter os seguintes valores verdadeiro e convencional:

- ✓ Valor **verdadeiro**: 20,0529147236 ... mm,
- ✓ Valor **convencional**: 20,05 mm.

# 3. Noções Elementares



O **valor verdadeiro** é tão mais exato, isto é, próximo da realidade, quanto maior for a **capacidade do instrumento** de medição utilizado no **processo** de medição.

É comum usar-se o valor convencional para uma mensurada.

O **valor convencional** pode ser entendido como o valor de uma grandeza que lhe é **atribuído por convenção** (e.g. **valor médio** obtido a partir de um conjunto de medidas).

# 3. Noções Elementares



A **exatidão** diz respeito à **proximidade** entre o **resultado** de cada medição efetuada, de uma mesma grandeza, e o **valor verdadeiro** da grandeza medida.

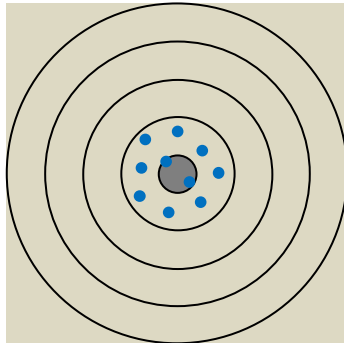
A **exatidão** traduz o grau de concordância com que a medida se **aproxima do valor verdadeiro**.

Considere-se um conjunto de **10 lançamentos de setas** num determinado alvo.

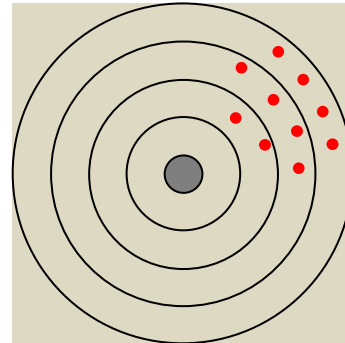
# 3. Noções Elementares

A **exatidão** de um jogo será **tanto melhor** quanto mais próximos os resultados estiverem do **centro do alvo**.

A **exatidão baixa** acontece quando os resultados estão significativamente **distantes do centro do alvo**.



Exatidão alta



Exatidão baixa

# 3. Noções Elementares



Em suma, a **exatidão**, ou **rigor**, de um conjunto de medidas, relativas à mesma grandeza, é tanto maior quanto maior for a **proximidade entre o valor convencional** (e.g. valor médio) e o **valor verdadeiro** da grandeza medida.

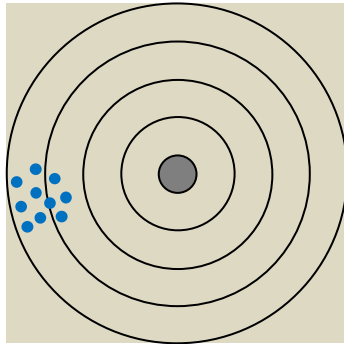
Um outro conceito muito importante em metrologia prende-se com a **precisão** de um conjunto de medidas.

# 3. Noções Elementares

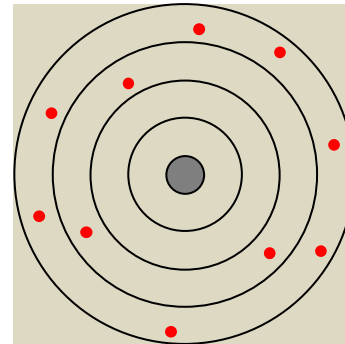


A **precisão** refere-se à **proximidade, entre si**, dos resultados das várias medições efetuadas de uma mesma grandeza.

A **precisão**, ou **fidelidade**, diz respeito à **repetibilidade** e à **reprodutibilidade** de um processo de medição.



Precisão alta



Precisão baixa



# 3. Noções Elementares



A **repetibilidade** diz respeito à concordância entre as sucessivas medidas obtidas nas **mesmas condições**.

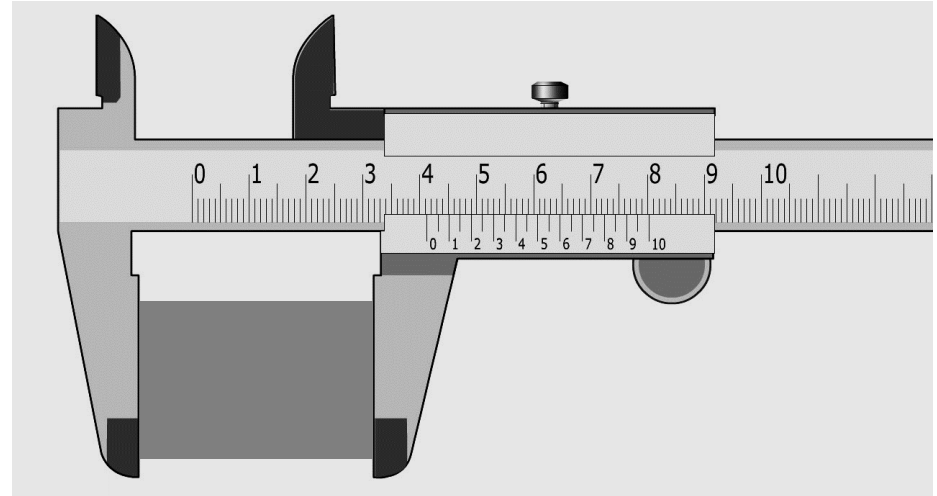
A **reprodutibilidade** refere-se à concordância das medidas obtidas em **condições distintas** (e.g. instrumento de medição, local e ambiente de medição, etc.).

O **erro da medição** é o resultado de uma medição subtraído do valor verdadeiro da grandeza medida.

# 3. Noções Elementares

As **medições diretas** são aquelas em que o valor da grandeza a medir é obtido por **leitura direta do aparelho** de medição.

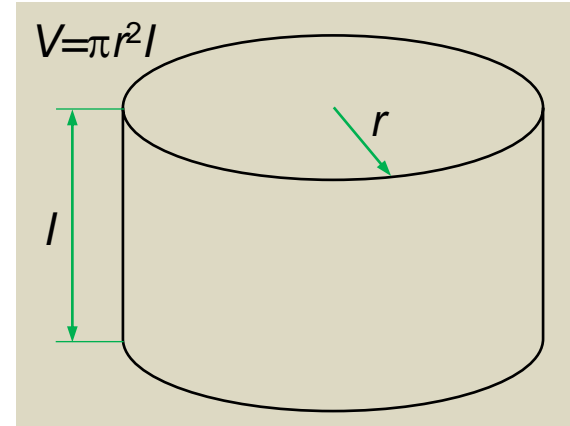
A figura do lado mostra uma **medição direta**, em que o comprimento é obtido diretamente utilizando um paquímetro universal analógico.



# 3. Noções Elementares

Nas **medições indiretas** o valor da grandeza a medir é obtido através da medição direta de **outras grandezas funcionalmente relacionadas** com a grandeza que se pretende medir.

Na figura do lado representa-se a **medição indireta do volume** de um cilindro a partir da medição direta do raio da base e da altura do cilindro.

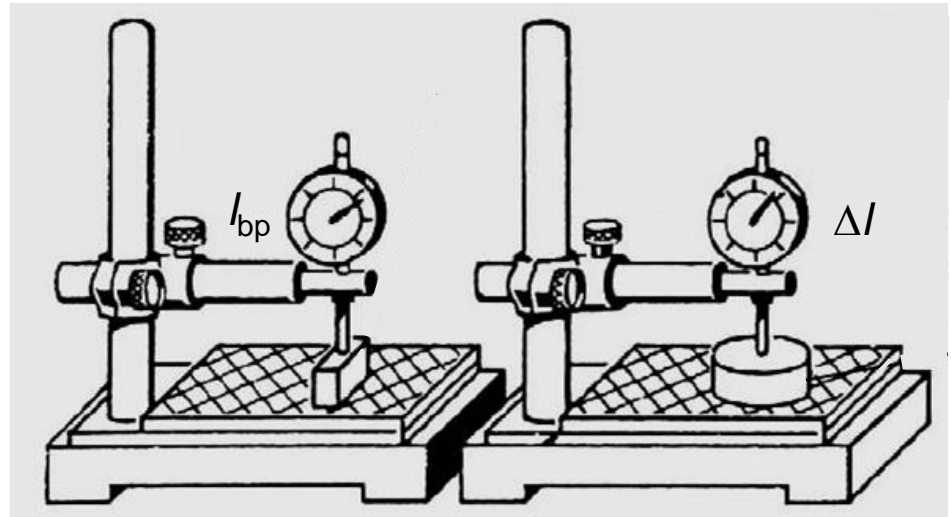


# 3. Noções Elementares

No método de **medição diferencial** a grandeza a medir é comparada com uma grandeza da mesma natureza de valor conhecido, o qual difere pouco do da grandeza a medir.

A figura do lado refere-se à **medição da altura** de um cilindro, usando um comparador e um bloco-padrão, donde resulta

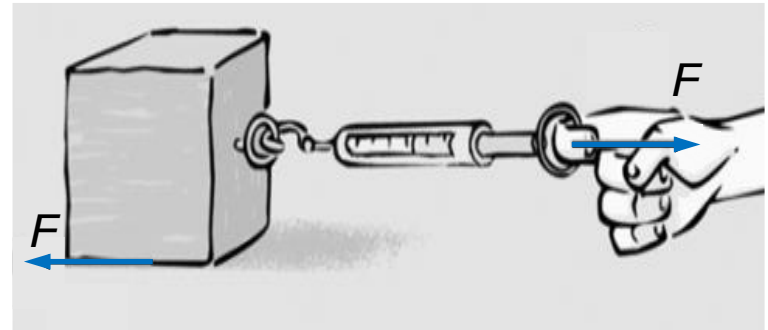
$$l = l_{bp} + \Delta l$$



# 3. Noções Elementares

Na **medição por comparação** recorre-se a uma mesma grandeza de valor conhecido da grandeza a medir, ou a uma **grandeza diferente**, mas **funcionalmente relacionada** com a grandeza a medir e de valor conhecido.

O dinamómetro permite medir **forças através da deformação** elástica de um elemento metálico (lei de Hooke).



# 4. Paquímetro Universal



Um **instrumento de medição** é um dispositivo que permite efetuar a medição de forma individual, ou em associação a outros dispositivos suplementares.

No contexto da engenharia mecânica, o **paquímetro universal** ocupa, evidentemente, um lugar de especial destaque entre os instrumentos, ou aparelhos, de medição, não só devido à sua **simplicidade**, como também à sua **utilidade**.

# 4. Paquímetro Universal



Os paquímetros universais utilizados em mecânica podem ser analógicos ou digitais.



Paquímetro universal analógico



Paquímetro universal digital

# 4. Paquímetro Universal



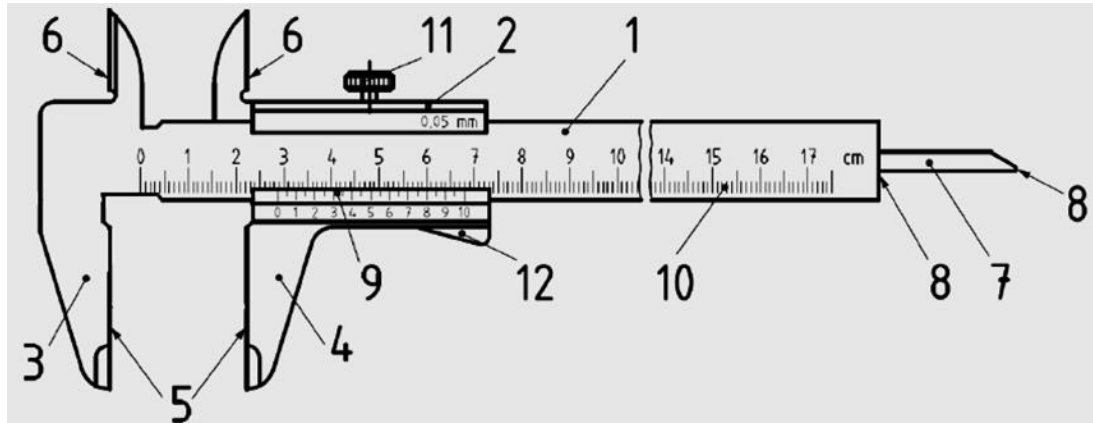
Os **paquímetros analógicos** são compostos por uma **régua graduada**, em geral expressa em mm, na qual desliza uma corrediça, ou cursor, que inclui uma **escala principal** e uma **escala de nóvio**.

A **escala de nóvio** permite **aumentar a resolução** de leitura do paquímetro em 10, 20 ou 50 vezes, conforme se trate de um nóvio de décimos, de vigésimos ou de quinquagésimos, respetivamente.



# 4. Paquímetro Universal

A figura abaixo ilustra um **paquímetro universal analógico**.



1 – Régua

2 – Corrediça ou cursor

3 – Espera de medição fixa

4 – Espera de medição móvel

5 – Faces de medição de exteriores

6 – Faces de medição de interiores

7 – Haste de medição de profundidades

8 – Faces de medição de profundidades

9 – Escala do nónio

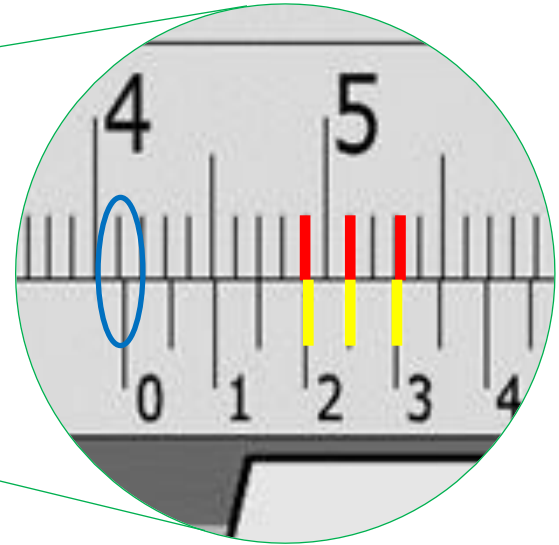
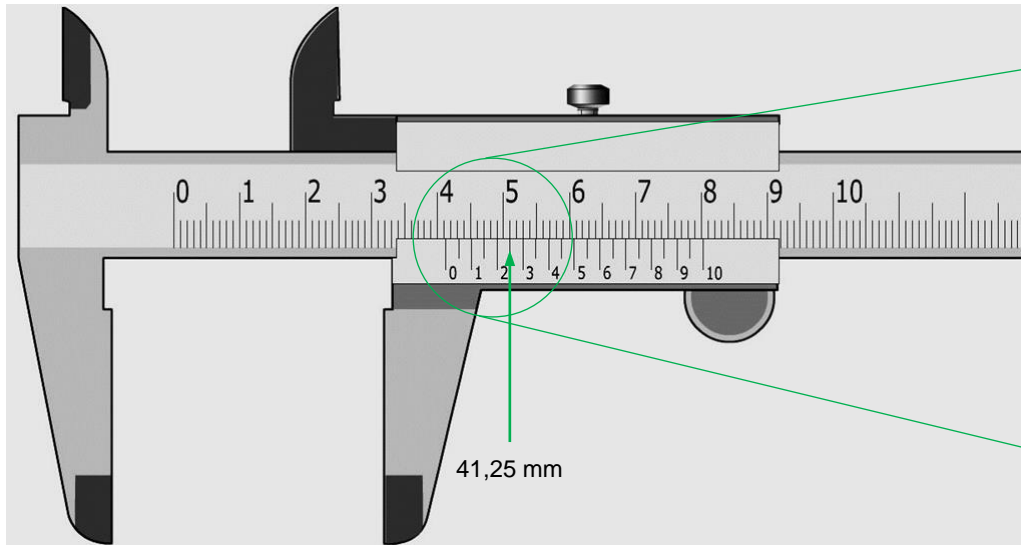
10 – Escala principal

11 – Parafuso bloqueador

12 – Dispositivo bloqueador

# 4. Paquímetro Universal

A **indicação** é a propriedade relativa ao valor fornecido por um aparelho. O **valor** é a expressão de uma grandeza sob a forma de um **número** e de uma **unidade** de medida.



# 4. Paquímetro Universal



**Amplitude** é o valor absoluto da diferença entre os valores extremos de um intervalo nominal de indicações.

O **alcance** refere-se ao valor máximo que um instrumento de medição pode medir.



Paquímetro de amplitude e alcance iguais a 150 mm

# 4. Paquímetro Universal

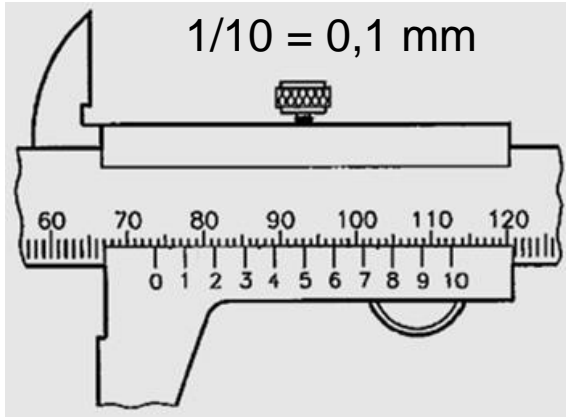


**Sensibilidade** de um instrumento de medição é a menor variação do valor da grandeza a medir, que provoca uma variação na indicação do aparelho.

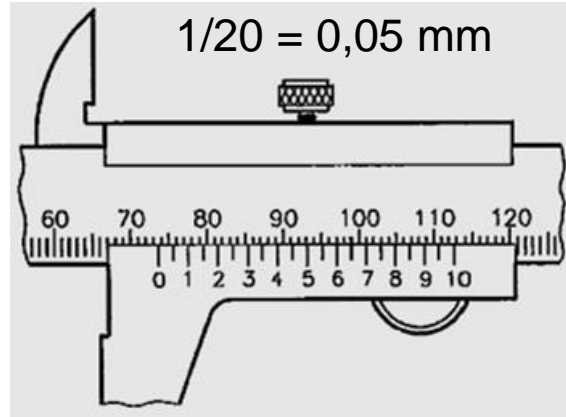
A **resolução** de um aparelho indicador refere-se à expressão quantitativa para fazer notar, significativamente, a diferença entre valores muito próximos da grandeza indicada.

# 4. Paquímetro Universal

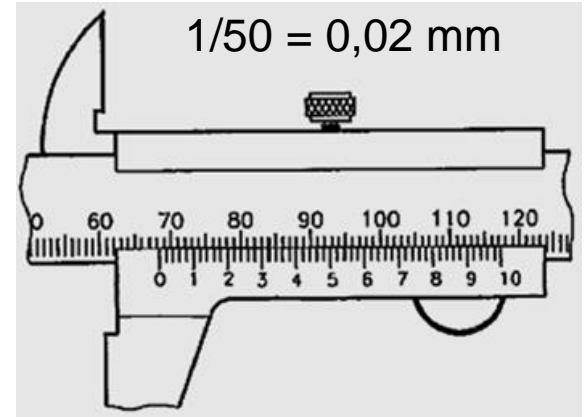
A **resolução** de um aparelho indicador é dada pelo quociente entre a unidade da escala fixa e o número de divisões utilizado no nónio, tal como se exemplifica nas figuras abaixo.



Nónio de décimos



Nónio de vigésimos



Nónio de quinquagésimos

# 4. Paquímetro Universal



A **estabilidade** de um instrumento de medição é a propriedade segundo a qual aquele mantém as suas características metrológicas constantes ao longo do tempo.

O envelhecimento de um instrumento de medição deve ser analisado e controlado através de **calibrações frequentes**, efetuadas em comparação com um instrumento de medição que apresenta uma exatidão superior.

# 5. Incertezas e Erros



Vários são os fatores que concorrem para a **qualidade das medições** e dos quais se destacam:

- ✓ **Operador**,
- ✓ **Instrumento** de medição,
- ✓ **Procedimento** de medição,
- ✓ **Local e condições** ambientais,
- ✓ **Tratamento estatístico** das medidas.

# 5. Incertezas e Erros



O **valor medido**, resultante de um processo de medição, é influenciado pelas limitações associadas aos aspetos supramencionados, bem como pelas **imperfeições** dos objetos a medir.

A **incerteza de uma medida** é uma estimativa que caracteriza o intervalo de valores, no qual se situa o valor verdadeiro da grandeza medida. Assim, pode reafirmar-se que o **valor verdadeiro de uma grandeza não existe**.



# 5. Incertezas e Erros



O **valor mais provável** de uma medição tem sempre uma incerteza associada, donde se pode escrever que

$$x_0 = \bar{x} \pm \Delta x$$

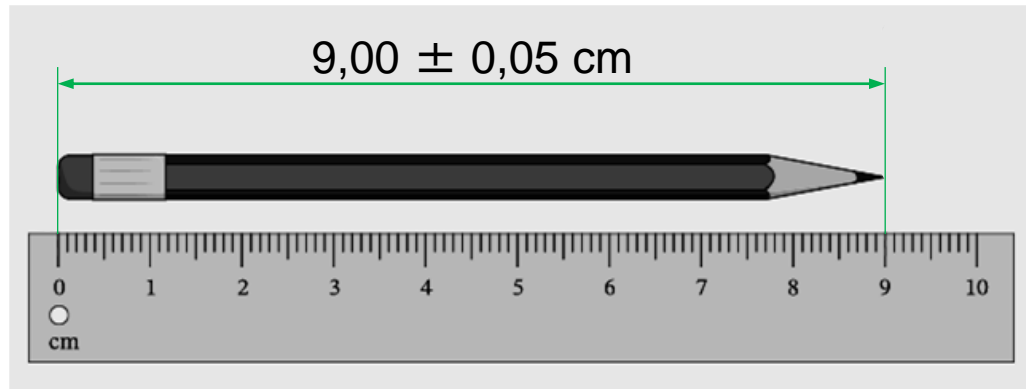
em que  $x_0$  é o valor convencional,  $\bar{x}$  é o valor médio, e  $\Delta x$  é a incerteza.

Em instrumentos de medição analógicos, a **incerteza** é, por convenção, igual a **metade da menor divisão da escala** do aparelho usado no processo de medição.

# 5. Incertezas e Erros

A figura abaixo mostra a **incerteza** associada a uma medida, cujo valor é, de acordo com o que foi referido anteriormente, igual a **metade da menor divisão** da escala utilizada, ou seja,  $0,1 \div 2 = 0,05$  cm.

Nos instrumentos de medição **digitais**, a **incerteza** é igual à sua **resolução**.



# 5. Incertezas e Erros



Os erros inerentes às medições podem ser divididos em dois grandes grupos, designadamente:

- ✓ Erros sistemáticos ou repetitivos,
- ✓ Erros aleatórios ou acidentais.

Os **erros sistemáticos** são aqueles que se mantêm **constantes**, ou variam de forma previsível, durante as medições de uma mesma grandeza.

# 5. Incertezas e Erros



De entre as possíveis causas para a existência de erros **sistemáticos** destacam-se os erros de **calibração**, os erros de **procedimento**, e os erros do **instrumento**.

Deve salientar-se que os erros sistemáticos, que são de **natureza regular**, podem ser minimizados utilizando diferentes procedimentos para efetuar as medições, e aferindo os instrumentos de medição.

# 5. Incertezas e Erros



Deve ainda referir-se que a **repetição das medições não elimina os erros sistemáticos**, uma vez que estes afetam as medidas sempre no mesmo sentido.

Os **erros sistemáticos** são de **difícil identificação** e avaliação, requerendo, em geral, o conhecimento dos instrumentos e dos procedimentos de medição.

# 5. Incertezas e Erros



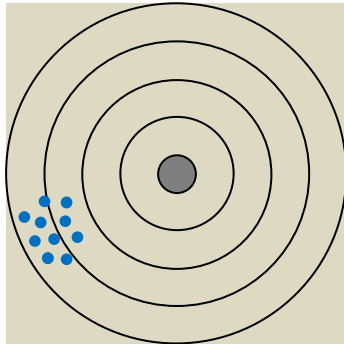
Os **erros sistemáticos** dão origem a uma **distribuição aleatória** à volta de **um valor**, que não é o valor verdadeiro.

Os **erros aleatórios** variam de forma **imprevisível** durante as medições, não apresentando regularidade.

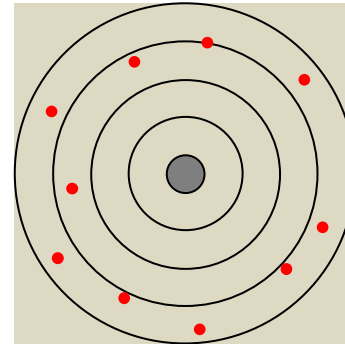
Os **erros aleatórios** dão origem a uma **distribuição aleatória** à volta do valor verdadeiro.

# 5. Incertezas e Erros

As implicações dos **erros sistemáticos** e **aleatórios** estão representadas nas figuras abaixo.



Erros sistemáticos



Erros aleatórios

Os **erros sistemáticos** apesar de estarem próximos uns dos outros, estão distantes do alvo que se pretende.

# 5. Incertezas e Erros



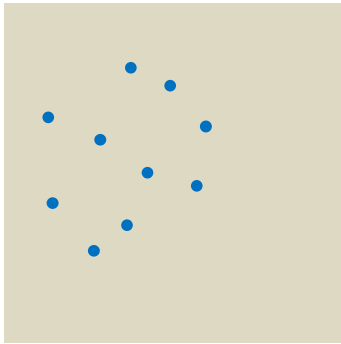
A **deteção de erros sistemáticos** é uma tarefa difícil, uma vez que os resultados, não obstante serem erróneos, apresentam alguma coerência.

No caso da **existência de erros aleatórios**, os resultados obtidos não apresentam uma distribuição lógica, pelo que a sua identificação se torna numa tarefa algo mais acessível, quando comparada com a dos erros sistemáticos.

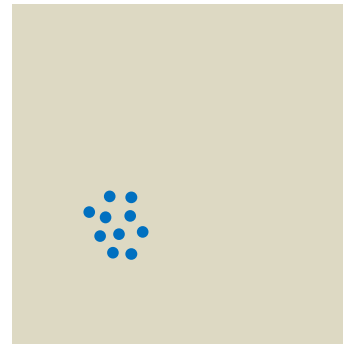


# 5. Incertezas e Erros

Deve salientar-se que, **na realidade**, como não se conhece o valor desejado, é **difícil identificar os erros sistemáticos e aleatórios**, sendo um possível figurino realista aquele que se apresenta nas figuras abaixo.



Erros sistemáticos desconhecidos  
e erros aleatórios grandes



Erros sistemáticos desconhecidos  
e erros aleatórios pequenos

# 5. Incertezas e Erros



Uma maneira de atenuar os **erros aleatórios** passa por considerar a **média** de um elevado número de medidas, ou seja

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

onde  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) representa cada uma das medidas e  $n$  denota o número de medidas.

A **média** é, em geral, usada como **valor convencional**.

# 5. Incertezas e Erros



O **erro absoluto** associado a uma medição pode ser definido como sendo a **diferença** entre o valor **convencional** da medida e o valor **medido**, ou seja

$$\varepsilon_{a_i} = |x_i - x_0| \quad (i = 1, \dots, n)$$

Por seu lado, o **erro relativo** associado a uma medição pode ser estabelecido como sendo o **quociente** entre o **erro absoluto** e o **valor convencional**, isto é

$$\varepsilon_{r_i} = \frac{\varepsilon_{a_i}}{x_0} \quad (i = 1, \dots, n)$$

# 5. Incertezas e Erros



Considere-se o seguinte conjunto de nove medidas, relativo ao diâmetro de um veio obtido com um paquímetro digital, cuja resolução é igual a 0,01 mm.

Medição	Medida [mm]
1	10,03
2	10,06
3	10,14
4	10,07
5	10,05
6	10,11
7	10,12
8	10,07
9	10,08

O valor convencional é obtido da média aritmética das medidas, ou seja

$$\bar{x} = \frac{10,03 + 10,06 + \dots + 10,08}{9}$$

$$\bar{x} = 10,08 \text{ mm.}$$

# 5. Incertezas e Erros



Apresentam-se abaixo os **erros absolutos** e **relativos** associados a cada medição, utilizando as expressões anteriormente referidas.

Medição	Medida [mm]	$\epsilon_a$ [mm]	$\epsilon_r$ [%]
1	10,03	0,05	0,5
2	10,06	0,02	0,2
3	10,14	0,06	0,6
4	10,07	0,01	0,1
5	10,05	0,03	0,3
6	10,11	0,03	0,3
7	10,12	0,04	0,4
8	10,07	0,01	0,1
9	10,08	0,00	0,0

# 5. Incertezas e Erros



A **incerteza absoluta** associada ao conjunto de medições supra-apresentadas é igual ao maior dos erros absolutos das medidas, ou seja, **0,06 mm**.

Deve ainda notar-se que a incerteza tem a **mesma unidade** da grandeza a que está associada.

Para o presente exemplo, o **resultado do processo** de medição do diâmetro do veio pode ser expresso do seguinte modo  **$\phi = 10,08 \pm 0,06$  mm**.

# 5. Incertezas e Erros



Atendendo a que no presente caso de estudo se utilizou um paquímetro universal digital de 0,01 mm de resolução, então a **incerteza associada ao instrumento** é igual a **0,01 mm**.

Assim, a incerteza absoluta do valor mais provável do diâmetro do veio em causa é igual à **maior das incertezas** acima apresentadas (incerteza absoluta das medições e incerteza do instrumento), donde resulta que o diâmetro do veio é expresso da seguinte forma  **$10,08 \pm 0,06$  mm**.

# 5. Incertezas e Erros



A **incerteza** deve ser indicada apenas com **um algarismo significativo**.

A **incerteza relativa** pode ser usada para aferir a **precisão** das medições.

No presente exemplo tem-se que a **incerteza relativa** máxima é igual ao maior dos erros relativos, ou seja, **0,6%**, o que significa que o valor das medições efetuadas se situa no seguinte intervalo **[10,02; 10,14]** mm.



# 5. Incertezas e Erros



A **amplitude total** de um conjunto de medições é uma medida de dispersão, que corresponde à diferença entre os valores **máximo** e **mínimo** obtidos, ou seja

$$A = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$$

em que  $x_{\text{máx}}$  e  $x_{\text{mín}}$  representam, respetivamente, os valores máximo e mínimo obtidos nas medições.

A **amplitude total** para o presente caso pode ser expressa do seguinte modo,  $A = 10,14 - 10,03 = 0,11$  mm.

# 5. Incertezas e Erros



A **variância** é outra medida de dispersão obtida somando os quadrados dos desvios das medidas em relação à média e dividindo o resultado pelo número de medições menos uma

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Quanto **maior for a variância**, maior é o **grau de dispersão** das medidas em relação à média.

No caso em apreço tem-se que  **$s^2 = 0,001$**  mm<sup>2</sup>.

# 5. Incertezas e Erros



O **desvio-padrão** é uma medida de dispersão que traduz o quanto de **variação ou dispersão** existe num conjunto de medidas relativamente ao valor médio

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

No presente caso tem-se que  $s = 0,04$  mm.

O **desvio-padrão** é vantajoso face à variância, uma vez que é expresso na **mesma unidade** das medidas.

# 5. Incertezas e Erros



O **desvio-padrão** é uma medida da variabilidade para o erro aleatório de um valor medido individual, em relação ao **valor convencional**, e não a variabilidade das medidas entre si.

Quanto **maior for o desvio-padrão**, maior é o grau de **afastamento** das medidas em relação à **média**.

O **desvio-padrão** pode ser usado para apresentar a **incerteza** do valor médio de um conjunto de medidas. Assim, para o exemplo em apreço tem-se que  $\phi = 10,08 \pm 0,04$  mm.

# 5. Incertezas e Erros



O uso do **desvio-padrão** pode ajudar a estabelecer o número de **algarismos significativos** a usar.

O **desvio-padrão** deve ser arredondado para **um algarismo significativo**, sendo que a média deve ter um número de casas decimais em correspondência.

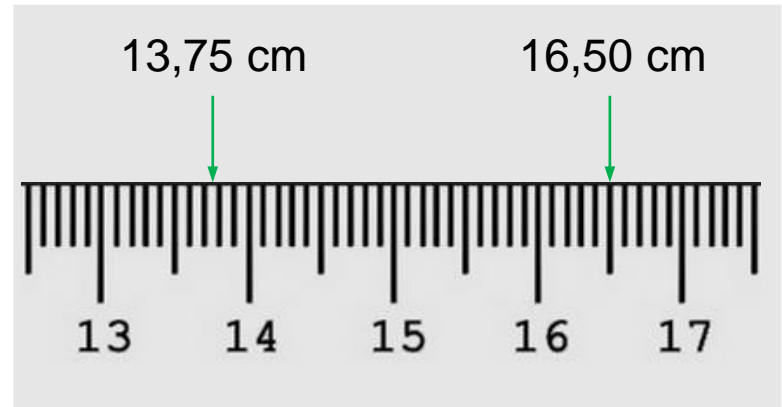
A **média** e o **desvio-padrão** são particularmente úteis quando as medidas são simétricas, isto é, quando apresentam uma **distribuição normal**, ou gaussiana.

# 5. Incertezas e Erros



Uma **medida** deve ser apresentada com um **número de algarismos** que tenha significado para a medida da grandeza. Algarismos significativos são todos os **algarismos exatos** mais um **algarismo estimado**.

Nas medidas do lado existem **quatro algarismos significativos**, em que os três primeiros algarismos são exatos e o último é estimado, ou incerto.



# 5. Incertezas e Erros



**Algarismos significativos** são os algarismos com significado na medição efetuada.

Deve salientar-se que os **zeros à direita da vírgula têm significado** para o valor da grandeza medida, sendo, por isso, algarismos significativos.

O número de algarismos significativos conta-se **da esquerda para a direita**, a partir do primeiro algarismo diferente de zero.

# 5. Incertezas e Erros



A medida **0,0035 cm** tem **dois** algarismos significativos.

Ao passo que a medida **3,500 mm** tem **quatro** algarismos significativos.

Por outras palavras, escrever **3,500 mm** tem significado bem distinto de **3,5 mm**.

Ao valor **3,500 mm** está associada uma **menor incerteza** do que ao valor **3,5 mm**.



# 5. Incertezas e Erros



As **medidas indiretas** não devem apresentar maior precisão do que a que é dada pelos **instrumentos utilizados** para obter as medidas diretas usadas na sua determinação.

Uma **medida indireta**, calculada através de somas e ou subtrações, deve ter o mesmo número de casas decimais da **medida direta** que tiver menor número de casas decimais.

Uma **medida indireta**, obtida de multiplicações e ou divisões, deve ter tantos algarismos significativos como a **medida direta** que tiver menor número de algarismos significativos.

# 6. Questões de Revisão



O que entende por **metrologia dimensional**?

Distinga **exatidão** de **precisão**.

Defina **resolução** de um instrumento de medição.

Qual é a resolução de um paquímetro de **nónio de vigésimos**?

O que entende por **incerteza** de uma medida?

Distinga **erros sistemáticos** de **erros aleatórios**.

# 7. Bibliografia



Sugestões de leitura complementar.



## Paulo Flores

Universidade do Minho

Departamento de Engenharia Mecânica

Campus de Azurém 4804-533 Guimarães – Portugal

Email: pflores@dem.uminho.pt

## Referências Bibliográficas

Flores, P. (2012) *Análise Cinemática e Dinâmica de Mecanismos - Exercícios resolvidos e propostos*. Publindústria, Porto.

Flores, P. (2015) *Concepts and Formulations for Spatial Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Lankarani, H.M. (2016) *Contact Force Models for Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Marques, F. (2017) *Sobre a Dinâmica do Carro – Teoria e Aplicação*. Publindústria, Porto.

Marques, F., Flores, P. (2021) *Da Dinâmica de Sistemas Multicorpo*. Quântica Editora, Porto.

Flores, P., Marques, F., Silva, M.R., Novais, F. (2023) *Projeto Integrador em Engenharia Mecânica*. Quântica Editora, Porto.