

# **Dinâmica de Sistemas Multicorpo**

**Newton e Euler**

# Newton e Euler



$$f = ma$$



Isaac Newton (1642-1727)

$$\tau = J\alpha$$

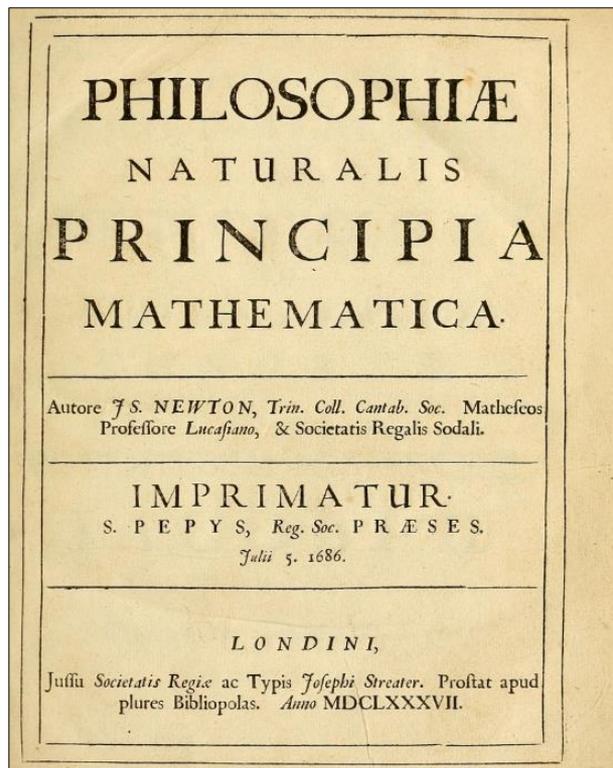


Leonhard Euler (1707-1783)

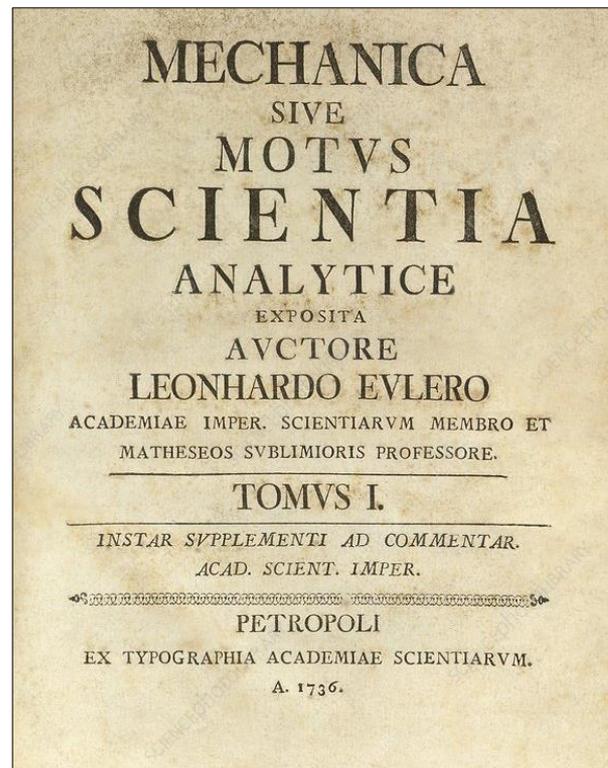
**Newton** ao analisar as trajetórias dos planetas estudou a **translação** entre pontos. **Euler** ao analisar o movimento dos barcos definiu o corpo rígido e estudou a **rotação**.



# Newton e Euler



*Principia* (1687)



*Mechanica* (1736)



# Newton e Euler



As equações do movimento de Newton-Euler, também chamadas equações do movimento de translação e de rotação, podem ser escritas do seguinte modo

$$f = ma \quad (\text{movimento de translação})$$

$$\tau = J\alpha \quad (\text{movimento de rotação})$$

Esta formulação constitui o âmago das metodologias associadas à **dinâmica de sistemas multicorpo**.



# Newton e Euler



Peste bubónica (1665-66)

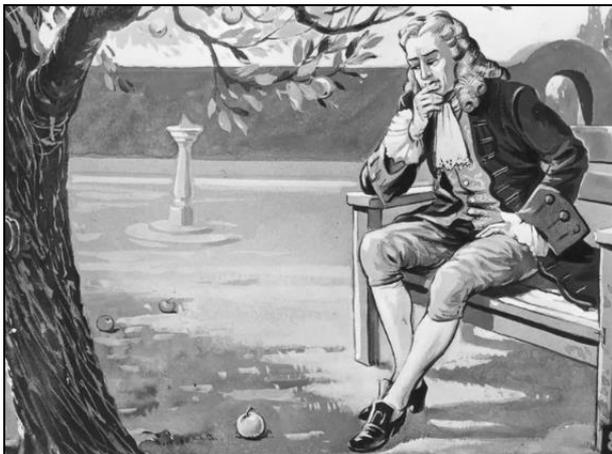


Regressa a Lincolnshire

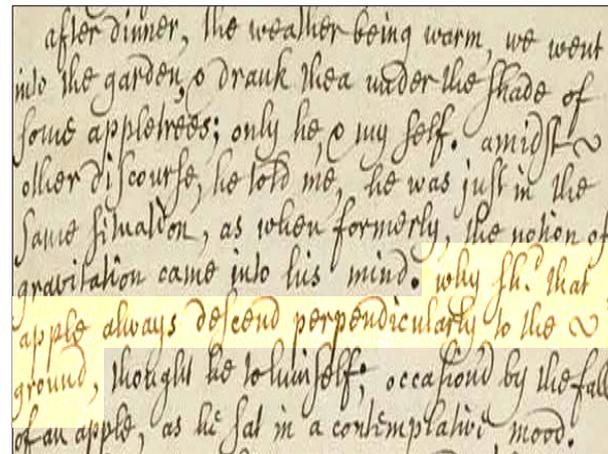
“... *I was in the **prime of my age for invention.***” Em 1666, *Annus Mirabilis*, Newton desenvolveu o **cálculo**, estudou as equações do **movimento** e formulou a lei da **gravitação**.



# Newton e Euler



Newton e a queda da maçã

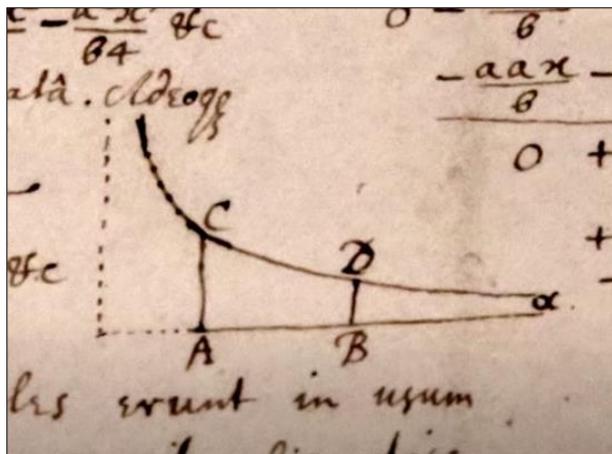


Biografia de Newton (1752)

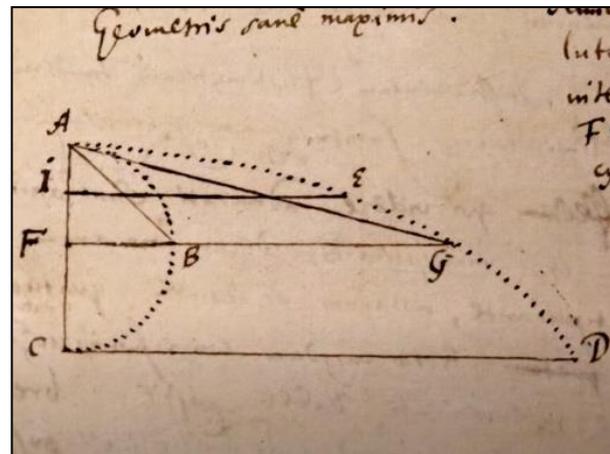
*“Why should that apple always descend perpendicularly to the ground.”* Newton questionava-se porque é que os corpos caem para o chão e não, por exemplo, obliquamente.



# Newton e Euler



Carta de Barrow (1669)



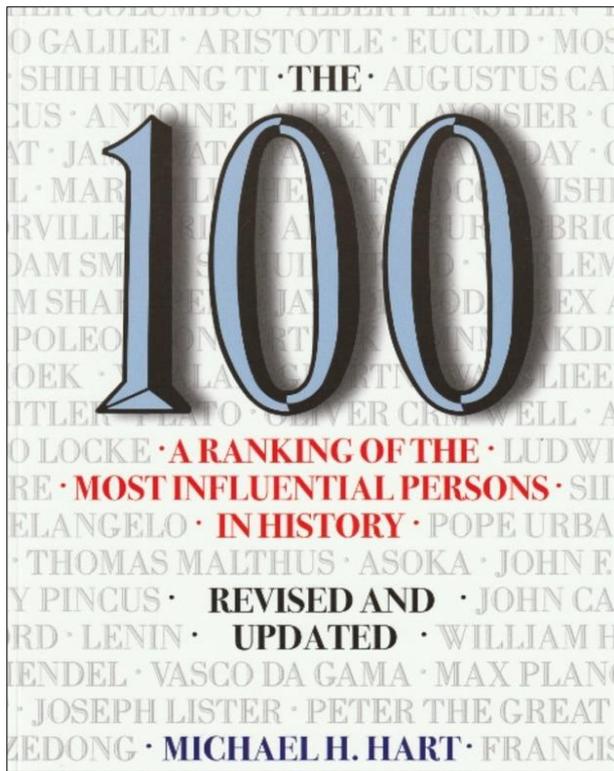
Carta de Leibniz (1673)

Em 1669, **Isaac Barrow** escreve uma carta a Collins e mostra que Newton estava a estudar cálculo. **Leibniz**, em 1673, escreve a Oldenburg referindo seu trabalho sobre cálculo.





# Newton e Euler



Michael Hart (1978)



86ª Posição  
Vasco da Gama



9ª Posição  
Cristóvão Colombo

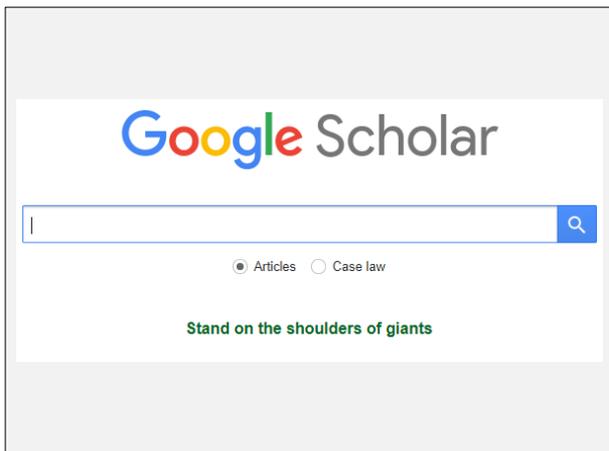


2ª Posição  
Isaac Newton

Listagem parcial



# Newton e Euler



Google Académico



Moedas de 2 libras

Esta célebre frase é corretamente atribuída a Newton, que na sua forma original reza o seguinte: **se vi mais longe foi porque estava aos ombros de gigantes.**



# Newton e Euler



*We are like **dwarfs** set upon the **shoulders** of **Giants**, discerning little of our selves but supposing the learning and ground-work of the Ancients, we see much further than they.*

Godfrey Goodman (1616)

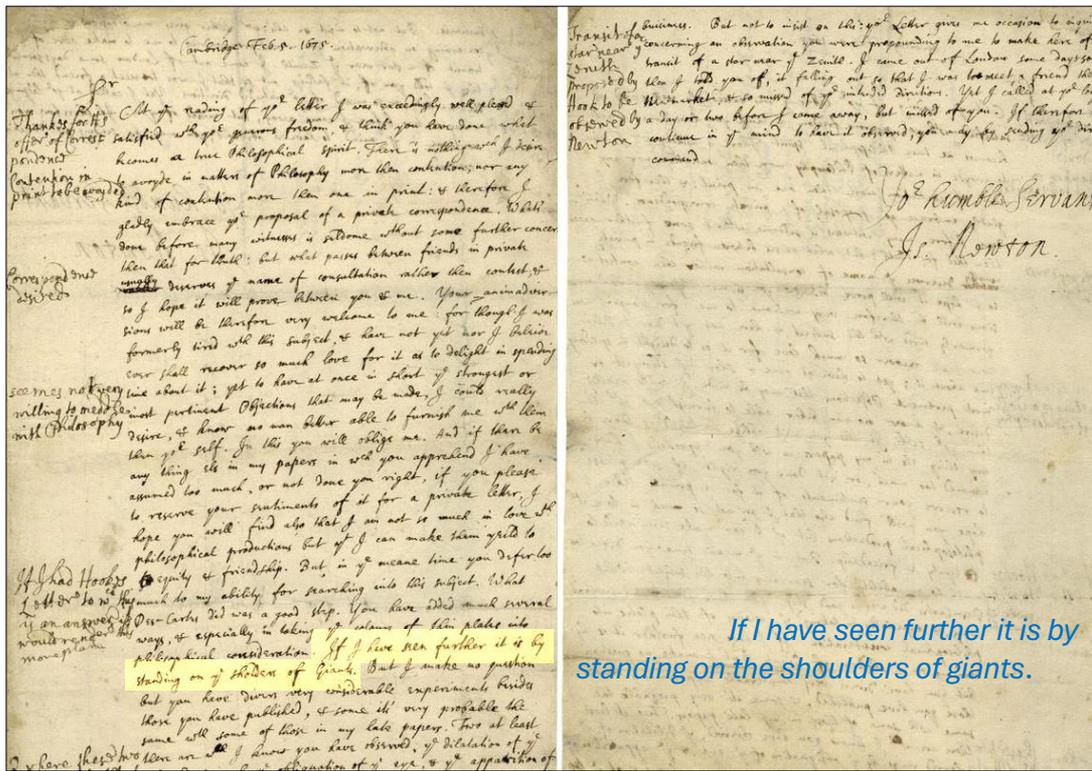
A **dwarf** on a **giant's shoulder** sees further of the two.

George Herbert (1640)

Foi Newton quem imortalizou esta ideia, de uma forma muito elegante, na seguinte redação “*If I have seen further it is by **standing on the shoulders of giants***”.



# Newton e Euler



Carta escrita por Newton a Hooke (1675)



# Newton e Euler



1707 – nasce em Basileia

1722 – forma-se Basileia

1727 – vai p/ São Petersburgo

1741 – vai p/ Berlin

1766 – vai p/ São Petersburgo

1783 – morre

Breve biografia

1734 – casa-se com Katharina  
têm 13 filhos

1730 – fica cego de um olho

1771 – fica totalmente cego

1775 – publica 1 artigo/semana

228 publicações após a morte

Aspetos relevantes

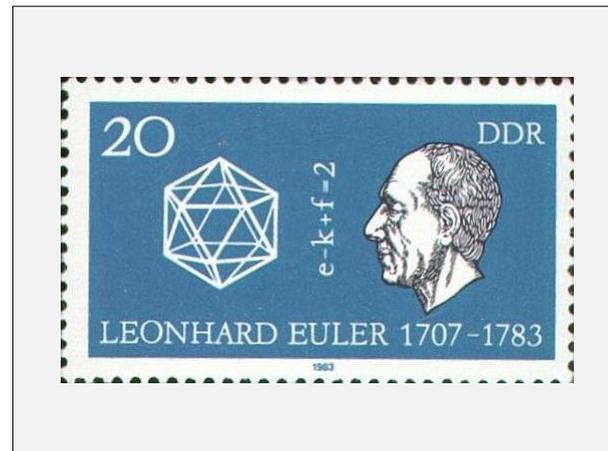
Euler foi uma **personalidade notável** em vários domínios, tendo **inúmeros contributos** em matemática, física, mecânica, entre muitas outras áreas do saber.



# Newton e Euler



Selo soviético (1957)



Selo alemão (1983)

As antigas **União Soviética** (URSS) e **Alemanha de Leste**, homenagearam Euler através de selos, nos **250** anos do nascimento e nos **200** anos da morte, respetivamente.



# Newton e Euler



Selo suíço (2007)



Nota suíça (1979)

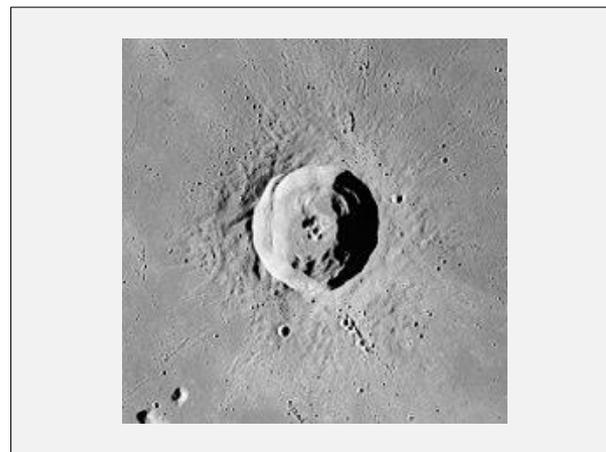
A **confederação helvética** homenageou Euler com um selo comemorativo dos **300** anos do nascimento, e com uma **nota de 10 francos** suíços.



# Newton e Euler



Logótipo do Google (2013)



Cratera lunar (1972)

Em 2013, um logótipo usado no *google* foi dedicado a Euler. Há uma *cratera lunar* de impacto dedicada a Euler, a qual foi fotografada durante a missão Apollo 17 de 1972.



# Newton e Euler



	Um	1
	Zero	0
Constante de Arquimedes		$\pi$
Número de Euler		$e$
Unidade imaginária		$i$

Cinco números notáveis

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Identidade de Euler

Em 1988, David Weels publica o trabalho “*Which is the most beautiful?*”, no qual evidencia que a identidade de Euler é considerada a **mais bela equação matemática**.



# Newton e Euler



Dois números são amigos quando a **soma dos divisores** de um é igual ao outro, e vice-versa, como por exemplo o par de números **220** e **284**.

Números amigos

**Soma dos divisores de 220**

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

**Soma dos divisores de 284**

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

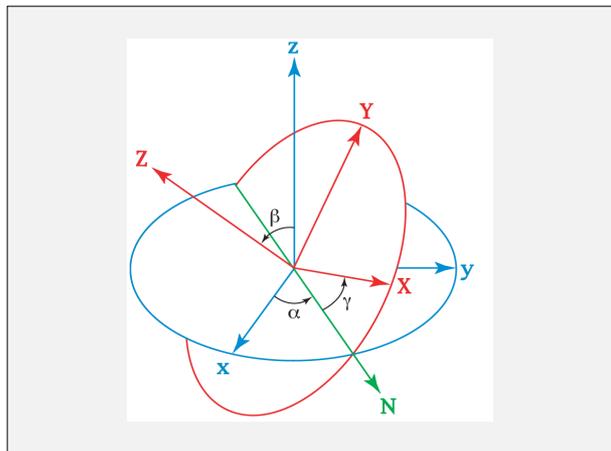
220 e 284

Há números amigos associados a autores, e.g., Pitágoras (220 e 284), Fermat (17296 e 18416) e Descartes (9363584 e 9437056).

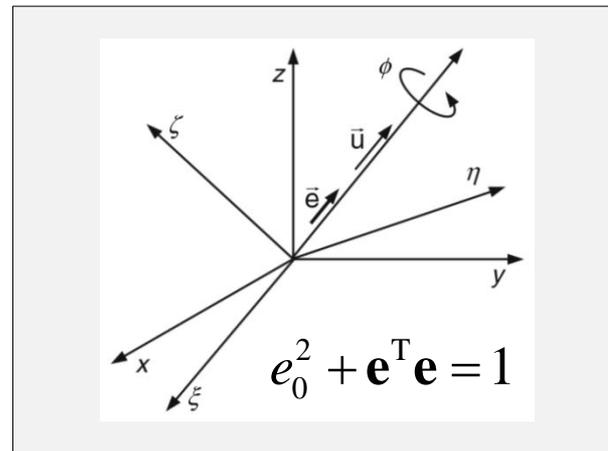
**Euler** apresentou **58 novos pares** de números amigos.



# Newton e Euler



Ângulos de Euler



Parâmetros de Euler

Euler popularizou o uso de vários símbolos, como por exemplo, coeficiente de atrito  $\mu$ , somatório  $\Sigma$ , função  $f$ , unidade imaginária  $i$ , e logaritmo natural  $e$ .



# Newton e Euler



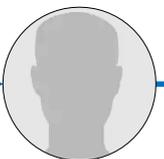
Nicolaus Copernicus

1473-1543



Georg Rheticus

1514-1574



Moritz Steinmetz

1529-1584



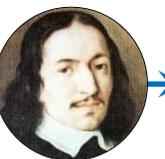
Christoph Meurer

1558-1616



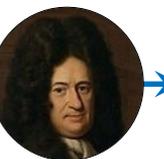
Philipp Müller

1585-1659



Erhard Weigel

1625-1699



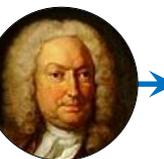
Gottfried Leibniz

1646-1716



Jacob Bernoulli

1654-1705



Johann Bernoulli

1667-1748



Leonhard Euler

1707-1783



Niccolò Fontana

1500-1557



Ostilio Ricci

1540-1603



Galileo Galilei

1564-1642



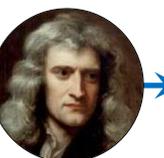
Vincenzo Viviani

1622-1703



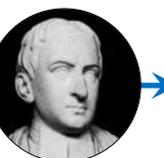
Isaac Barrow

1630-1677



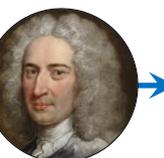
Isaac Newton

1642-1727



Roger Cotes

1682-1716



Robert Smith

1689-1768



Walter Taylor

1700-1743



# Newton e Euler



Leonhard  
Euler

1707-1783



Joseph  
Lagrange

1736-1813



Joseph  
Fourier

1768-1830



Gustav  
Dirichlet

1805-1859



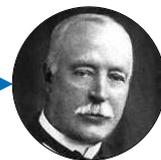
Rudolf  
Lipschitz

1832-1903



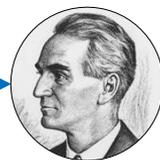
Felix  
Klein

1849-1925



Frank  
Cole

1861-1926



Eric  
Bell

1883-1960



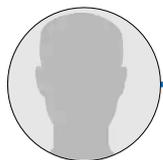
Howard  
Robertson

1903-1961



Abraham  
Taub

1911-1999



Walter  
Taylor

1700-1743



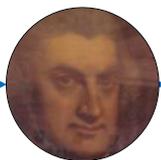
Stephen  
Whisson

1710-1783



Thomas  
Postlethwaite

1731-1798



Thomas  
Jones

1756-1807



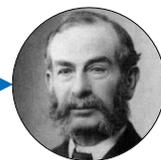
Adam  
Sedgwick

1785-1873



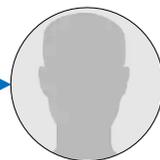
William  
Hopkins

1793-1866



Edward  
Routh

1831-1907



Robert  
Webb

1850-1936



Richard  
Southwell

1888-1970



Derman  
Christopherson

1915-2000



# Newton e Euler



Abraham  
Taub

William  
Gear

Linda  
Petzold

1911-1999

1935-2022

PhD 1978



Derman  
Christopherson

Duncan  
Dowson

Sousa  
Miranda



Pimenta  
Claro



Paulo  
Flores



Filipe  
Marques



Mariana  
Silva

1915-2000

1928-2020

PhD 1983

1957-2018

PhD 2005

PhD 2020

PhD 2024





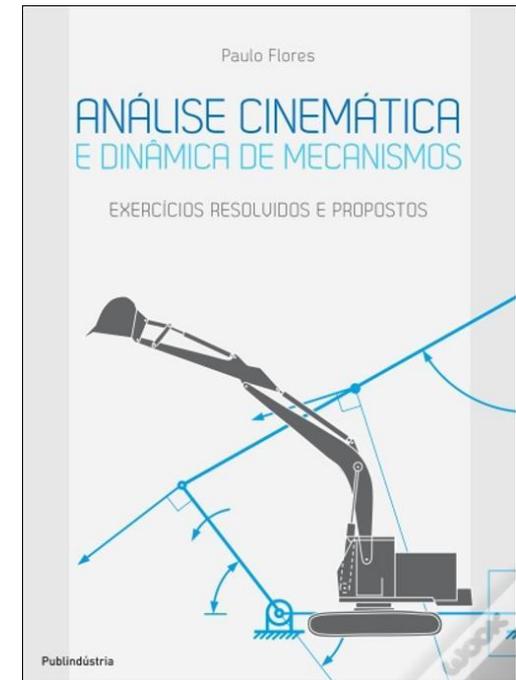
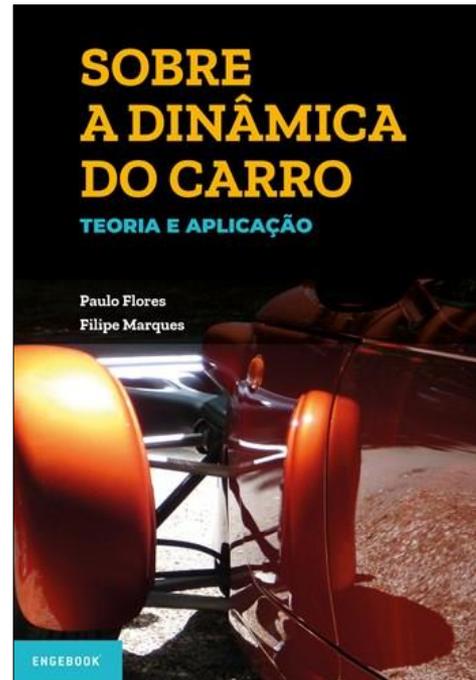
## O que vimos neste vídeo?

- ✓ **Revisão** das equações de Newton-Euler,
- ✓ **Narrativa** breve sobre Isaac Newton,
- ✓ **Exposição** resumida sobre Leonhard Euler,
- ✓ **Genealogia** académica de Newton e Euler.





## Sugestões de leitura complementar.





## Paulo Flores

Universidade do Minho

Departamento de Engenharia Mecânica

Campus de Azurém 4804-533 Guimarães – Portugal

Email: pflores@dem.uminho.pt

## Referências Bibliográficas

Flores, P. (2012) *Análise Cinemática e Dinâmica de Mecanismos - Exercícios resolvidos e propostos*. Publindústria, Porto.

Flores, P. (2015) *Concepts and Formulations for Spatial Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Lankarani, H.M. (2016) *Contact Force Models for Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Marques, F. (2017) *Sobre a Dinâmica do Carro – Teoria e Aplicação*. Publindústria, Porto.

Marques, F., Flores, P. (2021) *Da Dinâmica de Sistemas Multicorpo*. Quântica Editora, Porto.

