

Dinâmica de Sistemas Multicorpo

Newton e Euler

Newton e Euler



$$f = ma$$



Isaac Newton (1642-1727)

$$\tau = J\alpha$$

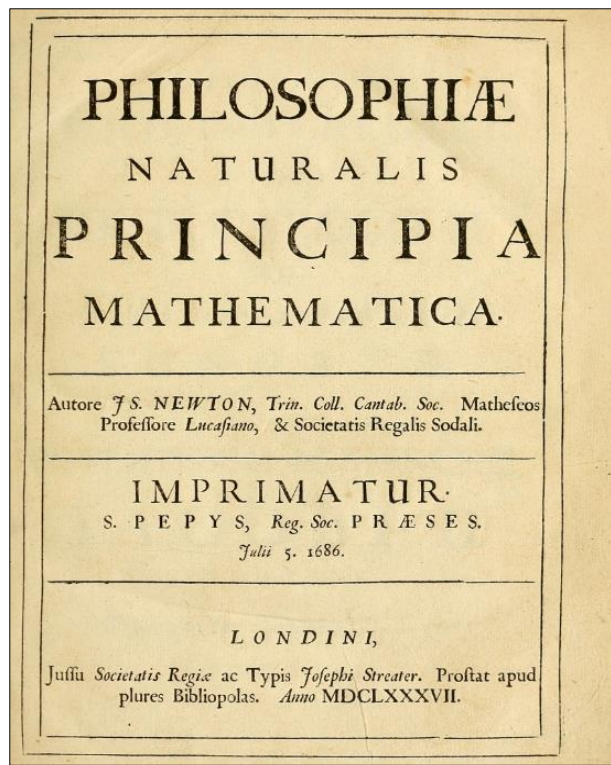


Leonhard Euler (1707-1783)

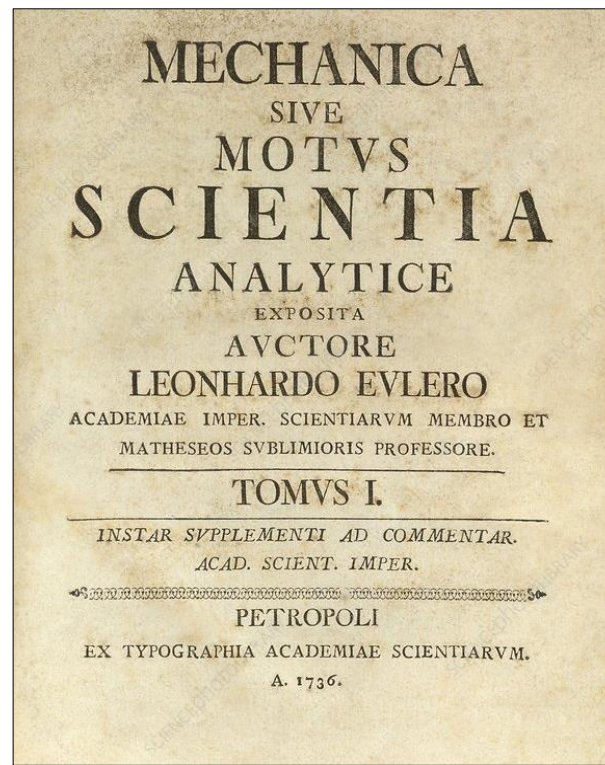
Newton ao analisar as trajetórias dos planetas estudou a **translação** entre pontos. **Euler** ao analisar o movimento dos barcos definiu o corpo rígido e estudou a **rotação**.



Newton e Euler



Principia (1687)



Mechanica (1736)



Newton e Euler



As equações do movimento de Newton-Euler, também chamadas equações do movimento de translação e de rotação, podem ser escritas do seguinte modo

$$f = ma \quad (\text{movimento de translação})$$

$$\tau = J\alpha \quad (\text{movimento de rotação})$$

Esta formulação constitui o âmago das metodologias associadas à **dinâmica de sistemas multicorpo**.



Newton e Euler



Peste bubónica (1665-66)

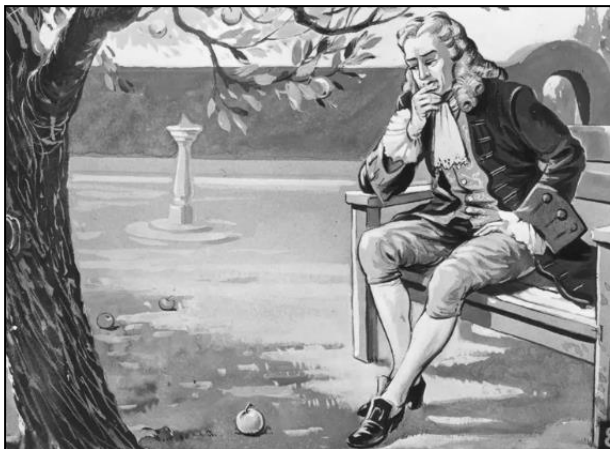


Regressa a Lincolnshire

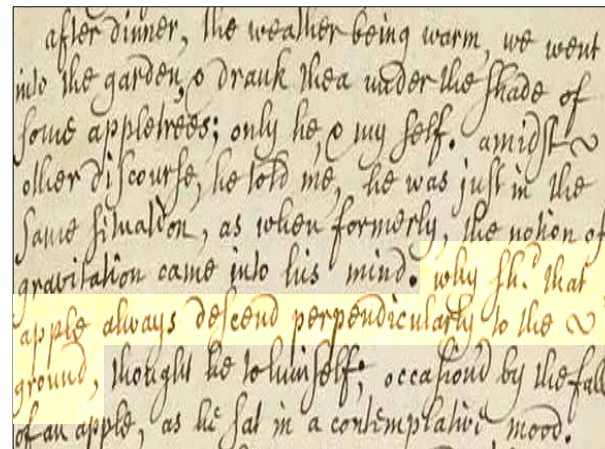
“... *I was in the **prime of my age for invention.***” Em 1666, *Annus Mirabilis*, Newton desenvolveu o **cálculo**, estudou as equações do **movimento** e formulou a lei da **gravitação**.



Newton e Euler



Newton e a queda da maçã

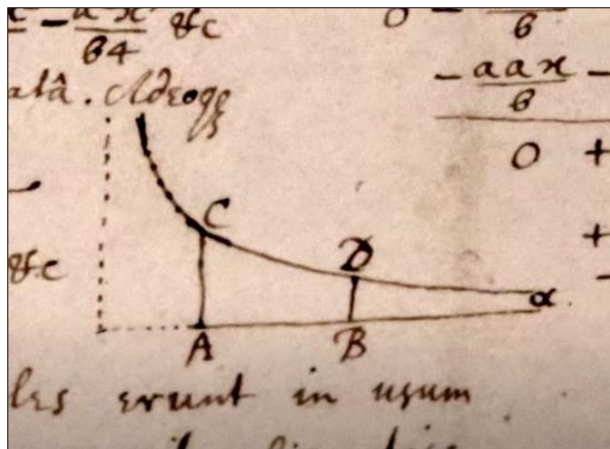


Biografia de Newton (1752)

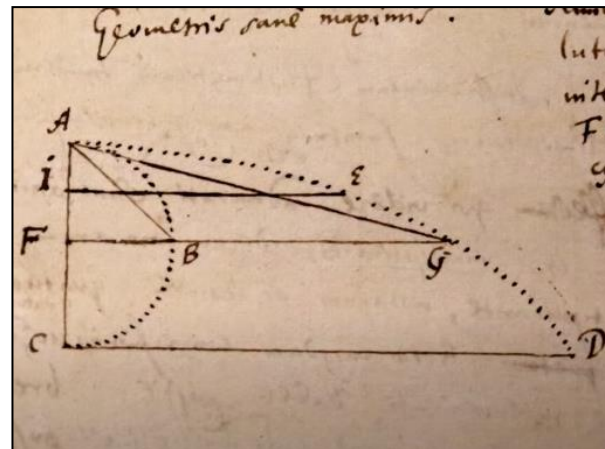
“Why should that apple always descend perpendicularly to the ground.” Newton questionava-se porque é que os corpos caem para o chão e não, por exemplo, obliquamente.



Newton e Euler



Carta de Barrow (1669)



Carta de Leibniz (1673)

Em 1669, **Isaac Barrow** escreve uma carta a Collins e mostra que Newton estava a estudar cálculo. **Leibniz**, em 1673, escreve a Oldenburg referindo seu trabalho sobre cálculo.



Newton e Euler



MENSIS OCTOBRI S. A. MDCLXXXIV. 467
NOVA METHODVS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, qua nec fractas, nec irracionales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus. per G.G.L.

Si axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, v , w , y , z ; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x . Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumpta vocetur dx , & recta quæ sit ad dx , ut v (vel w , vel y , vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur $d v$ (vel $d w$, vel $d y$ vel $d z$) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum w , aut y , aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis 0, & $d \sqrt{a}$ erit æqualis $\frac{1}{2} \frac{da}{\sqrt{a}}$ si sit y æqualis v (sive ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuius ordinatæ

Artigo de Leibniz (1684)

Mark not used by Mr. Newton. And therefore we take the Question to be, not who invented this or that Method, but who was first Inventor of the Method. And we believe that who is reputed Mr. Leibnitz the first Inventor, knew little or nothing of the Correspondence with Mr. Collins and Mr. Oldenburg long before Mr. Newton's having that Method above Fifteen Years before Mr. Leibnitz began to publish it in the Acta Eruditorum of Leipzig. For which Reasons, we reckon Mr. Newton the first Inventor, and are of Opinion, that Mr. Keill in asserting the same, has been no injurious to Mr. Leibnitz. And we submit to the Judgment of the Society, whether the Extract of Letters and Papers now presented you, together with what is extant to the same purpose in Dr. Wallis's third Volume, may not deserve to be made Publick.

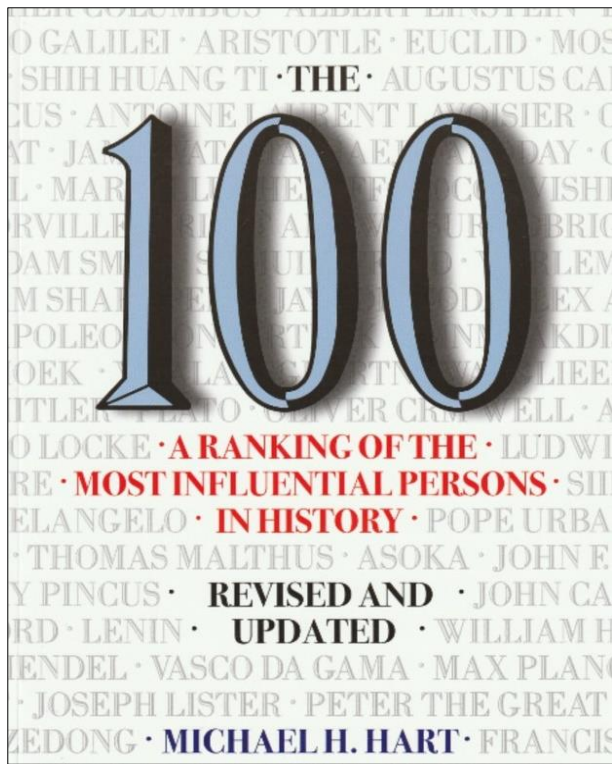
adhibet D. Newtonus. Rem proinde de qua agimus hanc autumamus esse: non esse uter illam Methodum invenit: sed ut

Royal Society (1712)

Leibniz foi quem primeiramente publicou um trabalho sobre cálculo infinitesimal. Porém Newton foi pioneiro no tema, sendo reconhecido como o primeiro inventor do cálculo.



Newton e Euler



Michael Hart (1978)



86ª Posição
Vasco da Gama



9ª Posição
Cristóvão Colombo

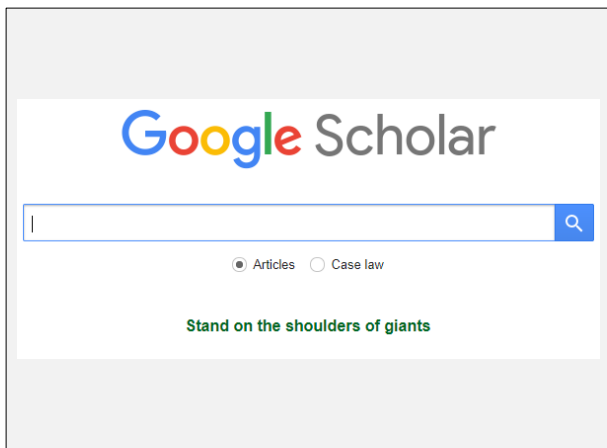


2ª Posição
Isaac Newton

Listagem parcial



Newton e Euler



Google Académico



Moedas de 2 libras

Esta célebre frase é corretamente atribuída a Newton, que na sua forma original reza o seguinte: **se vi mais longe foi porque estava aos ombros de gigantes.**



Newton e Euler



*We are like **dwarfs** set upon the **shoulders** of **Giants**, discerning little of our selves but supposing the learning and ground-work of the Ancients, we see much further than they.*

Godfrey Goodman (1616)

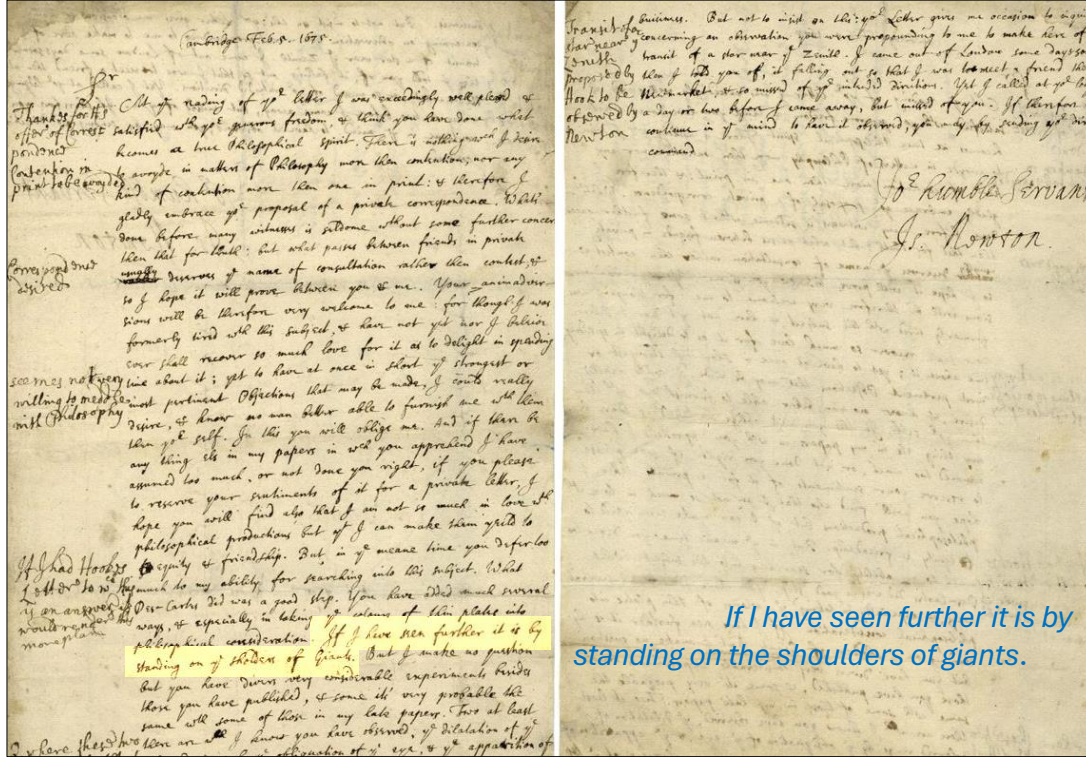
A **dwarf** on a **giant's shoulder** sees further of the two.

George Herbert (1640)

Foi Newton quem imortalizou esta ideia, de uma forma muito elegante, na seguinte redação “*If I have seen further it is by **standing on the shoulders of giants***”.



Newton e Euler



If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.

Carta escrita por Newton a Hooke (1675)



Newton e Euler



1707 – nasce em Basileia

1722 – forma-se Basileia

1727 – vai p/ São Petersburgo

1741 – vai p/ Berlin

1766 – vai p/ São Petersburgo

1783 – morre

Breve biografia

1734 – casa-se com Katharina
têm 13 filhos

1730 – fica cego de um olho

1771 – fica totalmente cego

1775 – publica 1 artigo/semana

228 publicações após a morte

Aspetos relevantes

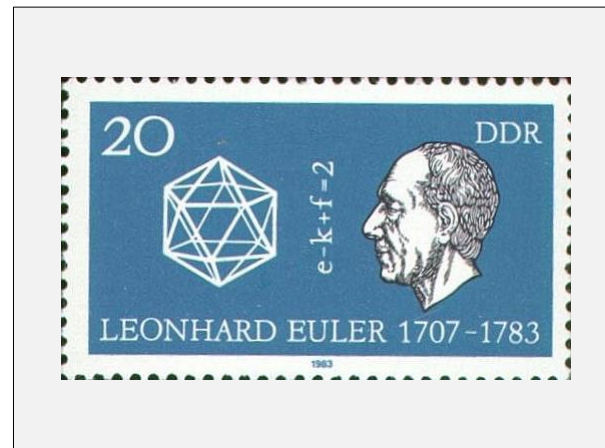
Euler foi uma **personalidade notável** em vários domínios, tendo **inúmeros contributos** em matemática, física, mecânica, entre muitas outras áreas do saber.



Newton e Euler



Selo soviético (1957)



Selo alemão (1983)

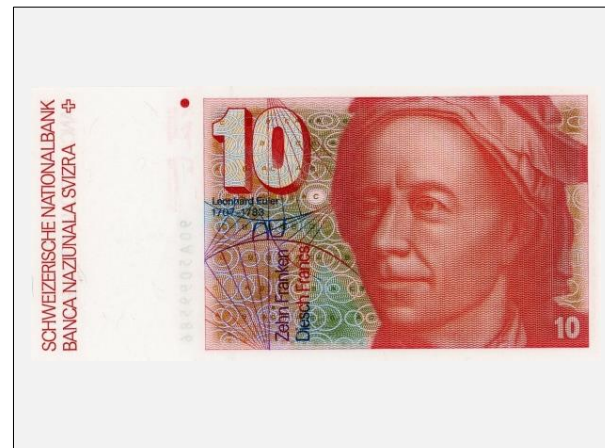
As antigas **União Soviética** (URSS) e **Alemanha de Leste**, homenagearam Euler através de selos, nos **250** anos do nascimento e nos **200** anos da morte, respetivamente.



Newton e Euler



Selo suíço (2007)



Nota suíça (1979)

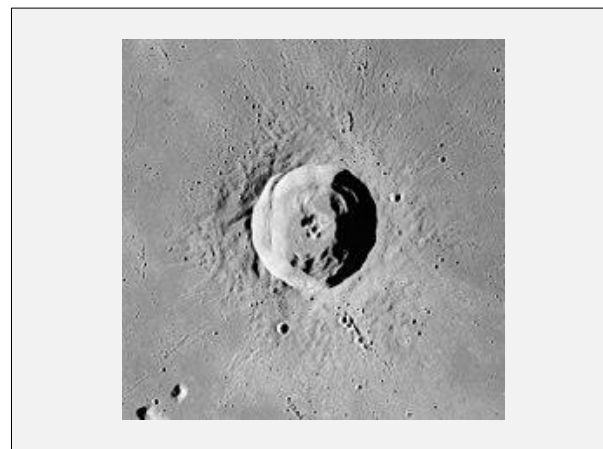
A **confederação helvética** homenageou Euler com um selo comemorativo dos **300** anos do nascimento, e com uma **nota de 10 francos** suíços.



Newton e Euler



Logótipo do Google (2013)



Cratera lunar (1972)

Em 2013, um logótipo usado no *google* foi dedicado a Euler. Há uma *cratera lunar* de impacto dedicada a Euler, a qual foi fotografada durante a missão Apollo 17 de 1972.



Newton e Euler



	Um	1
	Zero	0
Constante de Arquimedes		π
Número de Euler		e
Unidade imaginária		i

Cinco números notáveis

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Identidade de Euler

Em 1988, David Weels publica o trabalho “*Which is the most beautiful?*”, no qual evidencia que a identidade de Euler é considerada a **mais bela equação matemática**.



Newton e Euler



Dois números são amigos quando a **soma dos divisores** de um é igual ao outro, e vice-versa, como por exemplo o par de números **220** e **284**.

Números amigos

Soma dos divisores de 220

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

Soma dos divisores de 284

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

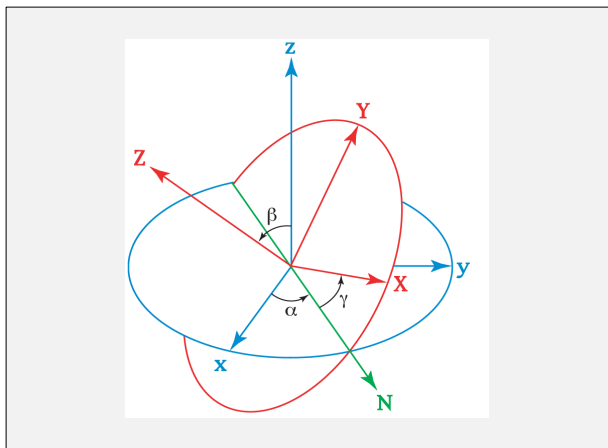
220 e 284

Há números amigos associados a autores, e.g., Pitágoras (220 e 284), Fermat (17296 e 18416) e Descartes (9363584 e 9437056).

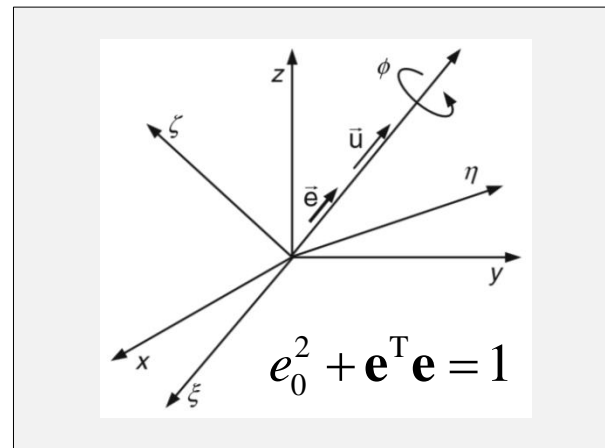
Euler apresentou **58 novos pares** de números amigos.



Newton e Euler



Ângulos de Euler



Parâmetros de Euler

Euler **popularizou o uso de vários símbolos**, como por exemplo, coeficiente de atrito μ , somatório Σ , função f , unidade imaginária i , e logaritmo natural e .



Newton e Euler



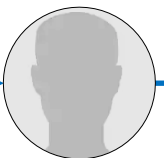
Nicolaus Copernicus

1473-1543



Georg Rheticus

1514-1574



Moritz Steinmetz

1529-1584



Christoph Meurer

1558-1616



Philipp Müller

1585-1659



Erhard Weigel

1625-1699



Gottfried Leibniz

1646-1716



Jacob Bernoulli

1654-1705



Johann Bernoulli

1667-1748



Leonhard Euler

1707-1783



Niccolò Fontana

1500-1557



Ostilio Ricci

1540-1603



Galileo Galilei

1564-1642



Vincenzo Viviani

1622-1703



Isaac Barrow

1630-1677



Isaac Newton

1642-1727



Roger Cotes

1682-1716



Robert Smith

1689-1768



Walter Taylor

1700-1743



Newton e Euler



Leonhard
Euler

1707-1783



Joseph
Lagrange

1736-1813



Joseph
Fourier

1768-1830



Gustav
Dirichlet

1805-1859



Rudolf
Lipschitz

1832-1903



Felix
Klein

1849-1925



Frank
Cole

1861-1926



Eric
Bell

1883-1960



Howard
Robertson

1903-1961



Abraham
Taub

1911-1999



Walter
Taylor

1700-1743



Stephen
Whisson

1710-1783



Thomas
Postlethwaite

1731-1798



Thomas
Jones

1756-1807



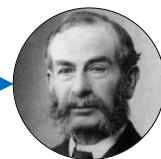
Adam
Sedgwick

1785-1873



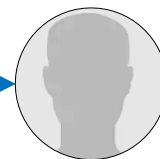
William
Hopkins

1793-1866



Edward
Routh

1831-1907



Robert
Webb

1850-1936



Richard
Southwell

1888-1970



Derman
Christopherson

1915-2000



Newton e Euler



Abraham
Taub

William
Gear

Linda
Petzold

1911-1999

1935-2022

PhD 1978



Derman
Christopherson

Duncan
Dowson

Sousa
Miranda



Pimenta
Claro

Paulo
Flores

Filipe
Marques

Mariana
Silva

1915-2000

1928-2020

PhD 1983

1957-2018

PhD 2005

PhD 2020

PhD 2024





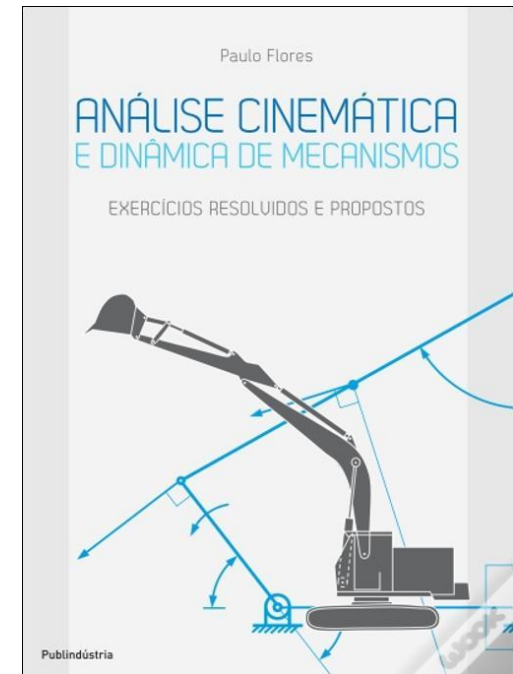
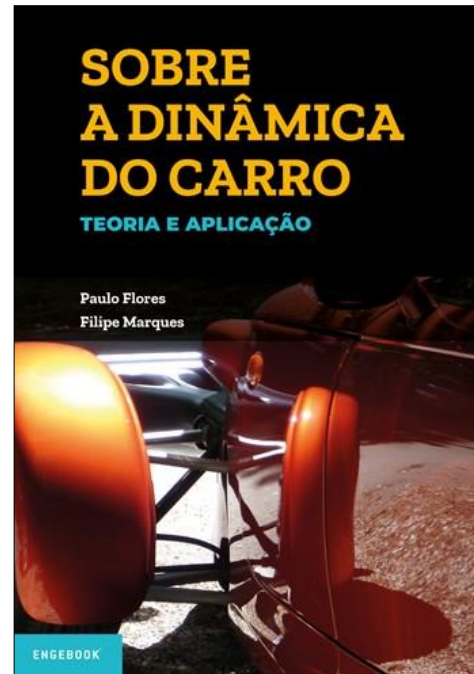
O que vimos neste vídeo?

- ✓ **Revisão** das equações de Newton-Euler,
- ✓ **Narrativa** breve sobre Isaac Newton,
- ✓ **Exposição** resumida sobre Leonhard Euler,
- ✓ **Genealogia** académica de Newton e Euler.





Sugestões de leitura complementar.





Paulo Flores

Universidade do Minho

Departamento de Engenharia Mecânica

Campus de Azurém 4804-533 Guimarães – Portugal

Email: pflores@dem.uminho.pt

Referências Bibliográficas

Flores, P. (2012) *Análise Cinemática e Dinâmica de Mecanismos - Exercícios resolvidos e propostos*. Publindústria, Porto.

Flores, P. (2015) *Concepts and Formulations for Spatial Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Lankarani, H.M. (2016) *Contact Force Models for Multibody Dynamics*. Springer International Publishing.

Flores, P., Marques, F. (2017) *Sobre a Dinâmica do Carro – Teoria e Aplicação*. Publindústria, Porto.

Marques, F., Flores, P. (2021) *Da Dinâmica de Sistemas Multicorpo*. Quântica Editora, Porto.

