



# ÓRGÃOS DE MÁQUINAS II

## Licenciatura em Engenharia Mecânica



Elaborado por Paulo Flores - 2023

Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade do Minho

Campus de Azurém

4804-533 Guimarães

[pflores@dem.uminho.pt](mailto:pflores@dem.uminho.pt)

## **T.11 – ENGRENAGENS DE PARAFUSO SEM-FIM**

- 1. Introdução**
- 2. Geração do Dente**
- 3. Perfis dos Dentes**
- 4. Terminologia Específica**
- 5. Relação de Transmissão**
- 6. Relações Geométricas**
- 7. Parâmetros de Desempenho**

# 1. Introdução

## Generalidades

A figura do lado ilustra uma **engrenagem de parafuso sem-fim com roda helicoidal**. Esta é uma das formas mais utilizadas na prática, que inclui um parafuso cilíndrico e uma roda cilíndrica de dentes helicoidais.

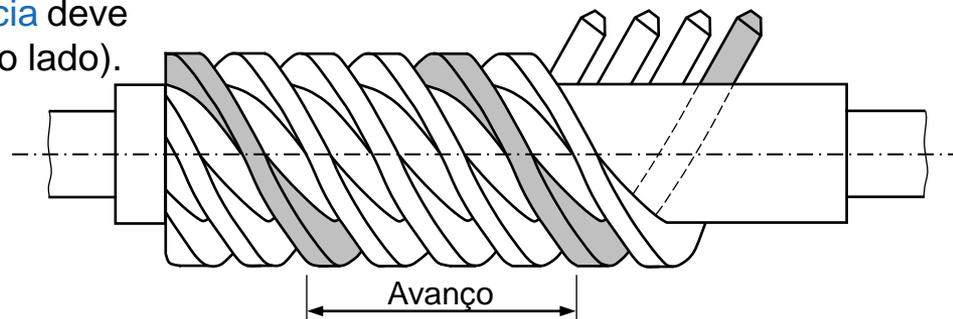
Este tipo de engrenagem é mais **suave**, mais **silencioso** e amortece um maior nível de **vibrações** quando comparado com as restantes classes de engrenagens.

Uma das principais aplicações deste tipo de engrenagem é nos denominados **redutores de velocidade**, em que as relações de transmissão podem atingir valores da ordem dos **100**.



Quando o fator primordial é a **transmissão de potência** deve usar-se parafusos de múltiplas entradas (cf. figura do lado). Em geral, o número de entradas varia entre **1 e 5**, podendo atingir as 10 entradas.

Quando o principal fator é a **redução de velocidade** devem usar-se parafusos de uma única entrada, sobretudo quando se pretende que a transmissão seja **autoblocante**.



Parafuso sem-fim de quatro entradas

# 1. Introdução

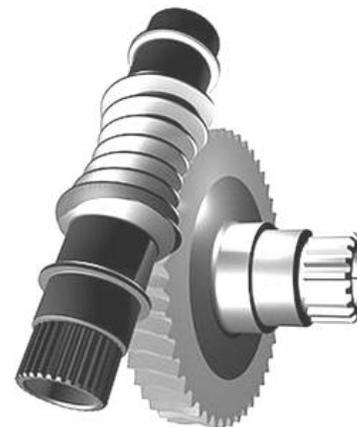
## Envolvimento Simples e Duplo

A **capacidade de transmissão de potência** pode ser aumentada se o parafuso for modificado com o intuito de envolver a roda. Assim, o contacto entre os dentes dá-se segundo uma **superfície** e não uma linha. Por conseguinte, a capacidade de carga aumenta com a modificação do parafuso e/ou da roda.

A modificação do dentado requer um maior rigor na montagem das engrenagens, principalmente quando as potências e velocidades em jogo são elevadas. As figuras abaixo ilustram duas engrenagens de parafuso sem-fim, uma de **envolvimento simples**, e outra de **envolvimento duplo**, ou composto.



(a)



(b)

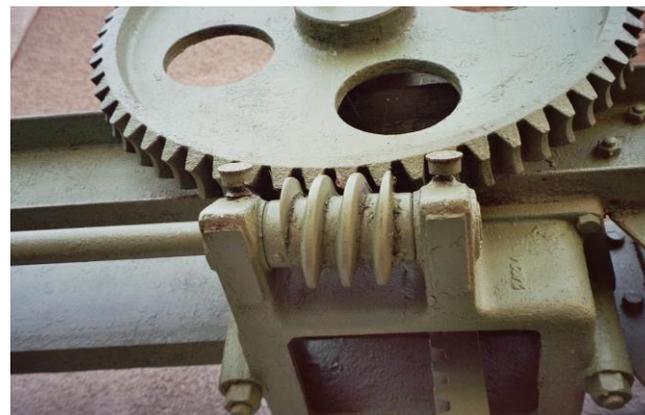
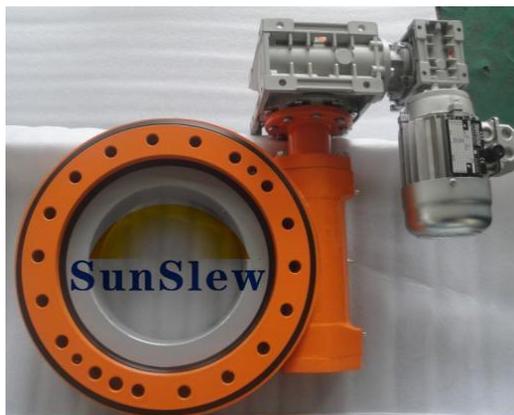
Engrenagens de parafuso sem-fim: (a) Envolvimento simples; (b) Envolvimento duplo

O **parafuso sem-fim** é construído em **aço de liga** com tratamentos térmicos e de superfície. A **roda** é frequentemente feita em **bronze**. Este par de materiais é escolhido em virtude do baixo atrito que proporcionam, sendo o valor do coeficiente de atrito, na presença de lubrificante, cerca de **0,07**.

# 1. Introdução

## Aplicações

As engrenagens de parafuso sem-fim encontram aplicação em **caixas redutoras**, pulverizadores de carvão, mecanismos de painéis solares para seguir o sol, sistemas de abertura de portões, etc.

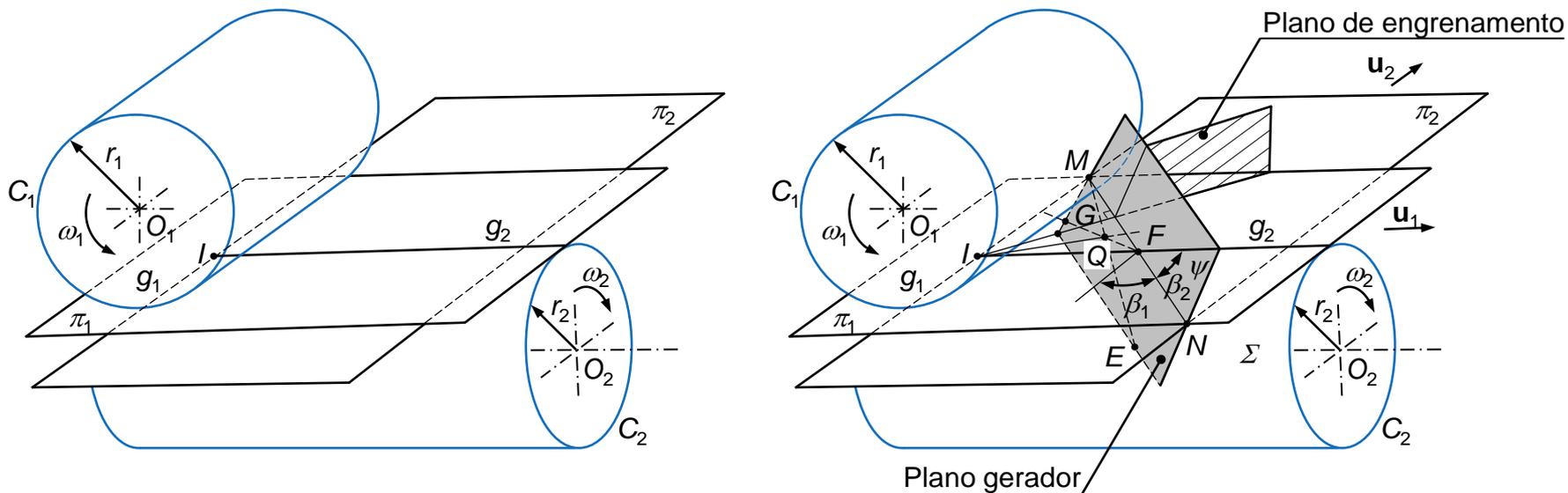


## 2. Geração do Dente

### Geração em Evolvente Helicoidal

Nas figuras abaixo  $C_1$  e  $C_2$  denotam as **superfícies cilíndricas primitivas** de uma engrenagem torsa que se pretende gerar. Os **cilindros primitivos têm raios  $r_1$  e  $r_2$** , também representados nas figuras abaixo. Deve notar-se que os eixos dos cilindros primitivos são segmentos de reta enviesados, facto que decorre da própria definição de engrenagem torsa.

As figuras incluem ainda **dois planos,  $\pi_1$  e  $\pi_2$** , coincidentes e paralelos aos eixos dos cilindros primitivos. Estes planos são **tangentes aos cilindros primitivos** segundo os segmentos de reta  $g_1$  e  $g_2$ , denominados **geratrizes de contacto**. Da análise das figuras pode observar-se que as geratrizes de contacto se interseçam no ponto  $I$ , sendo o ponto de contacto entre os cilindros primitivos.



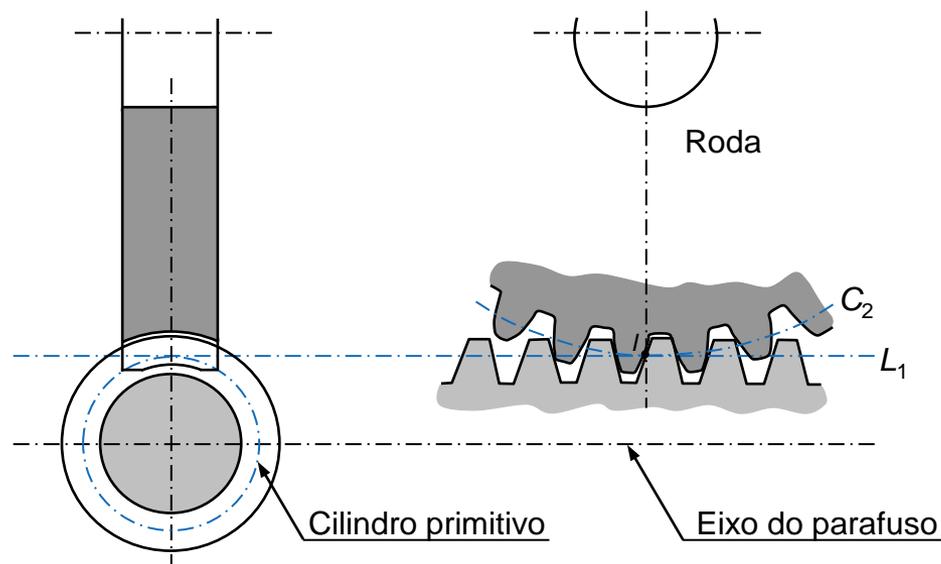
## 3. Perfis dos Dentes

### Análise Simplificada

Para o caso do parafuso é mais adequado falar-se em **filetes do parafuso** do que em dentes. Acresce o facto de que os eixos do parafuso sem-fim e da roda helicoidal serem perpendiculares.

A análise descritiva das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal pode ser simplificada sobremaneira quando **se considera o sem-fim como sendo uma espécie de cremalheira**, tal como se esquematiza na figura abaixo.

Deste modo, quando o parafuso sem-fim roda em torno do próprio eixo, qualquer secção dos filetes do parafuso descreve um **movimento de translação retilínea** paralela ao eixo do parafuso sem-fim, ou seja, a cremalheira.



Secção de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal

## 3. Perfis dos Dentes

### Análise Simplificada

Representando o **passo helicoidal** do parafuso sem-fim por  $p_z$ , então, por definição, uma dada secção desloca-se uma distância  $p_z$  por cada rotação do parafuso sem-fim. Esta amplitude de movimento de translação axial chama-se **avanço**, tal como se evidencia o diapositivo 3.

A roda descreve a mesma amplitude de rotação quando a cremalheira se desloca em movimento de translação ao longo do eixo do parafuso sem-fim, ou seja, é como que o parafuso sem-fim não rodasse.

A figura do diapositivo seguinte diz respeito à secção de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal que resulta quando aquela é intersetada pelo plano médio. Deste modo, obtém-se uma cremalheira cujos perfis dos **filetes são simétricos** entre si, pelo que durante o engrenamento, os perfis da cremalheira funcionam com os respetivos perfis conjugados da secção da roda helicoidal.

Os principais elementos que caracterizam este engrenamento são a circunferência primitiva,  $C_2$ , da roda helicoidal e a reta primitiva,  $L_1$ , da cremalheira. Estes dois elementos são tangentes no ponto primitivo  $I$ .

Os perfis dos filetes dos parafusos sem-fim podem apresentar as seguintes formas geométricas:

- **Filete trapezoidal**,
- Filete gerado por um tronco de cone de revolução,
- Filete helicoidal.

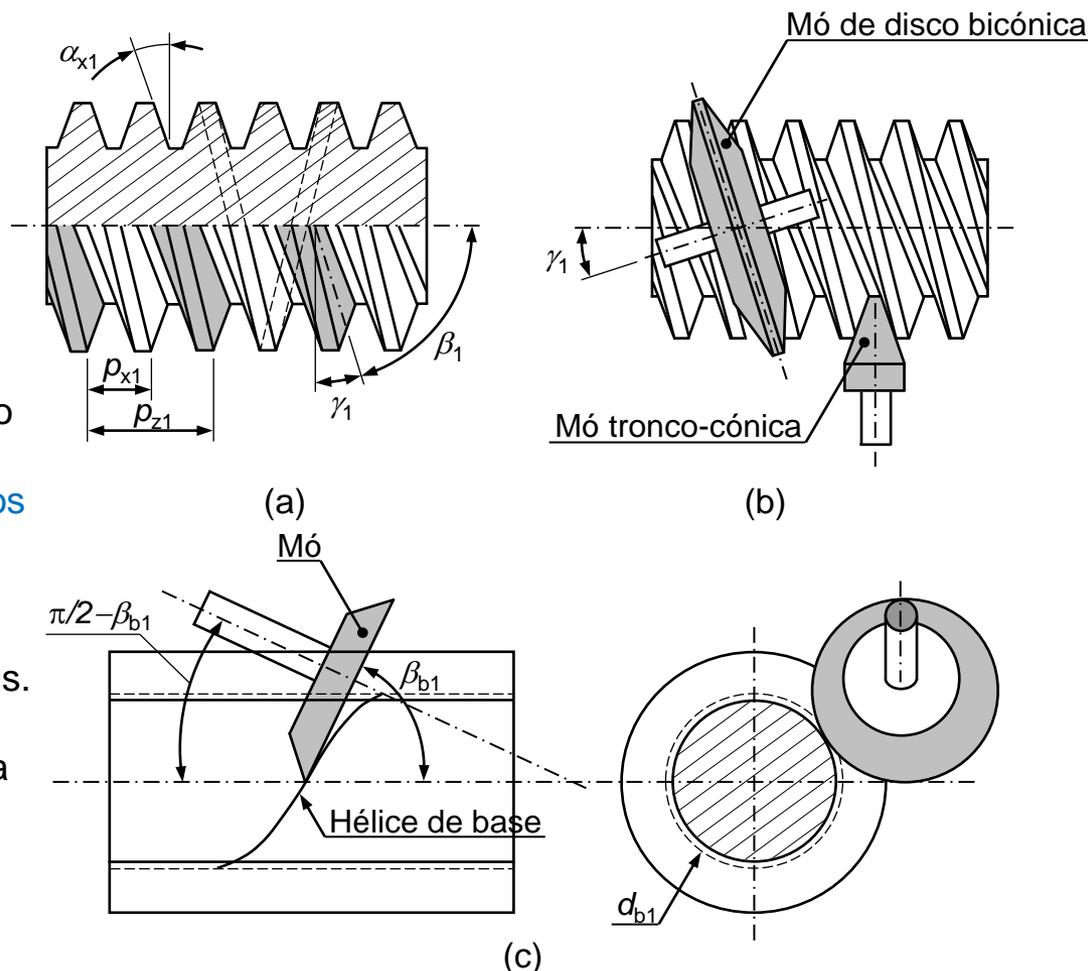
## 3. Perfis dos Dentes

### Análise Simplificada

O **perfil trapezoidal** é dos mais utilizados em transmissões mecânicas de parafuso sem-fim roda helicoidal. Quando as cargas em jogo são baixas podem usar-se filetes com **perfil triangular**, não obstante o seu rendimento ser relativamente baixo devido ao elevado atrito que se desenvolve.

Existem ainda os parafusos sem-fim **tóricos**, em que os filetes são gerados num segmento de toro. Neste tipo de parafuso sem-fim existe um **maior número de filetes engrenados** ao mesmo tempo, pelo que apresenta uma **maior capacidade de carga**. Devido à quase inexistência de folgas, os parafusos sem-fim tóricos possibilitam transmissões mais suaves.

Contudo, este tipo de engrenagem apresenta rendimentos relativamente baixos, uma vez que há uma maior área entre as superfícies de contacto.

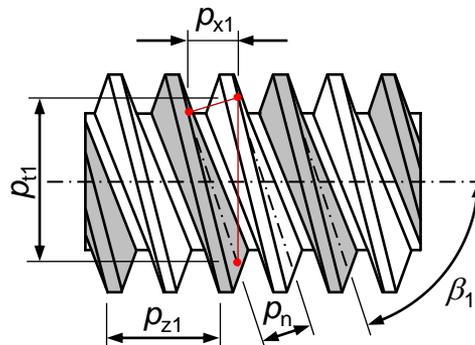


Perfis de filetes de parafuso sem-fim: (a) Perfil trapezoidal; (b) Perfil gerado por tronco de cone de revolução; (c) Perfil helicoidal evolvente

## 4. Terminologia Específica

### Representação de um Parafuso Sem-Fim

A figura abaixo ilustra os **principais elementos geométricos** que caracterizam uma engrenagem sem-fim.



Representação de um parafuso sem-fim

A nomenclatura referente à **roda helicoidal** é em tudo semelhante à das engrenagens cilíndricas de dentes inclinados, pois é utilizado um grande número de termos iguais num e noutro caso.

Há, todavia, um conjunto de parâmetros que merece aqui ser realçado, nomeadamente:

- $p_n$  – **passo real** ou normal, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal,
- $p_{t1}$  – **passo aparente** ou transversal do parafuso sem-fim, que diz respeito ao passo medido no plano frontal perpendicular ao eixo,
- $p_{x1}$  – **passo axial** do parafuso sem-fim, que coincide com o passo aparente da roda helicoidal,
- $p_{z1}$  – **passo helicoidal** do parafuso sem-fim, também denominado de avanço.

## 4. Terminologia Específica

### Nomenclatura Fundamental

- $m_n$  – **módulo normal** ou real, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal,
- $m_{t1}$  – **módulo aparente** ou transverso do parafuso sem-fim,
- $m_{x1}$  – **módulo axial** do parafuso sem-fim, que é igual ao módulo aparente da roda helicoidal,
- $\alpha_n$  – **ângulo de pressão real**, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal,
- $\alpha_{t1}$  – **ângulo de pressão aparente** ou transverso do parafuso sem-fim,
- $\alpha_{x1}$  – **ângulo de pressão axial** do parafuso sem-fim,
- $z_1$  – **número de entradas** do parafuso sem-fim,
- $z_2$  – **número de dentes** da roda helicoidal,
- $\beta_1$  – **ângulo de inclinação primitiva do filete** do parafuso sem-fim em relação ao seu eixo,
- $\gamma_1$  – **ângulo ascendente** ou **ângulo de passo**, que é complementar do ângulo de inclinação primitiva,
- $a$  – distância entre os eixos,
- $\omega_1$  – velocidade angular do parafuso sem-fim,
- $\omega_2$  – velocidade angular da roda helicoidal,
- $i$  – relação de transmissão.

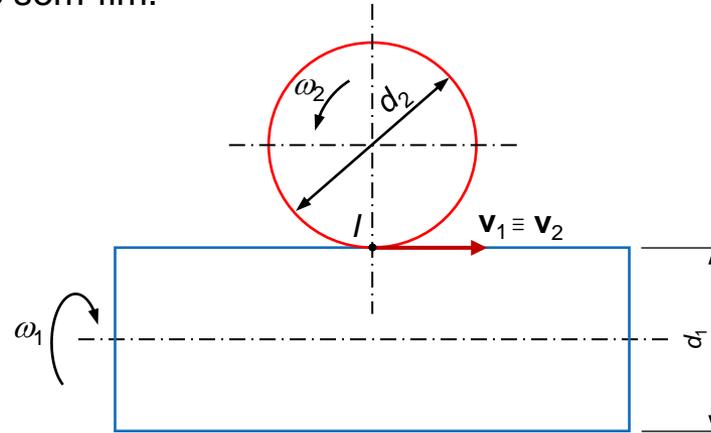
Para um parafuso sem-fim, o **passo axial** pode ser calculado do seguinte modo

$$p_{x1} = \frac{p_{z1}}{z_1}$$

## 5. Relação de Transmissão

### Engrenamento Parafuso Sem-Fim Roda Helicoidal

A **relação de transmissão não é expressa em função dos diâmetros primitivos**, dada a existência de um ângulo de inclinação do parafuso sem-fim.



Representação do engrenamento parafuso sem-fim roda helicoidal

Considere a representação simplificada de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal, tal como ilustra a figura acima.

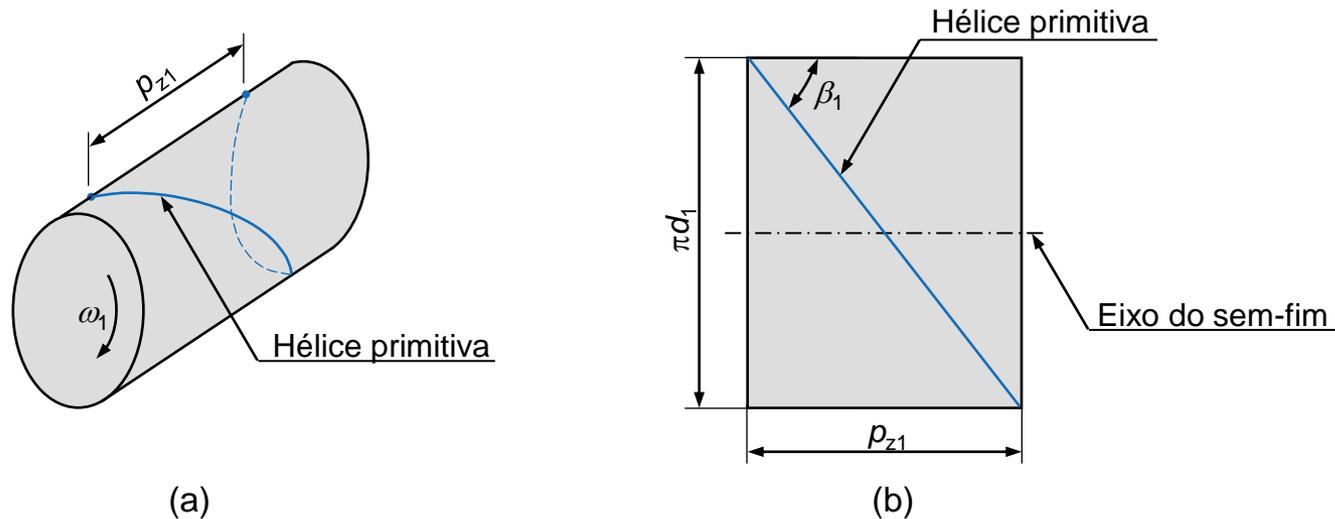
A **velocidade linear do ponto primitivo** é a mesma, quer se considere o ponto primitivo pertencente ao parafuso sem-fim, quer se considere pertencente à roda. Assim, neste caso último tem-se que

$$v_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2}$$

## 5. Relação de Transmissão

### Representação do Passo de Hélice

Para a determinação da **velocidade linear** do ponto primitivo quando este pertence ao parafuso sem-fim considere a representação da figura abaixo.



(a) Representação do passo num parafuso sem-fim; (b) Planificação do passo

Pela **definição de passo**, pode verificar-se que por cada rotação do parafuso sem-fim há um deslocamento axial igual ao passo helicoidal, ou seja

$$1 \text{ rotação} \leftrightarrow p_{z1}$$

Atendendo à definição de velocidade, da expressão anterior resulta que

$$\frac{\omega_1}{2\pi} \text{ rotações/s} \leftrightarrow v_1$$

## 5. Relação de Transmissão

### Velocidade no Ponto Primitivo do Parafuso

Combinando as duas expressões anteriores pode obter-se a seguinte equação

$$v_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} p_{z1}$$

Por outro lado, da observação da figura anterior pode escrever-se que

$$p_{z1} = \frac{\pi d_1}{\operatorname{tg}\beta_1}$$

Finalmente, a [velocidade no ponto primitivo do parafuso](#) é dada por

$$v_1 = \frac{\omega_1 d_1}{2\operatorname{tg}\beta_1}$$

Atendendo à [definição de relação de transmissão](#), combinando as equações das velocidades do ponto primitivo, pode verificar-se que

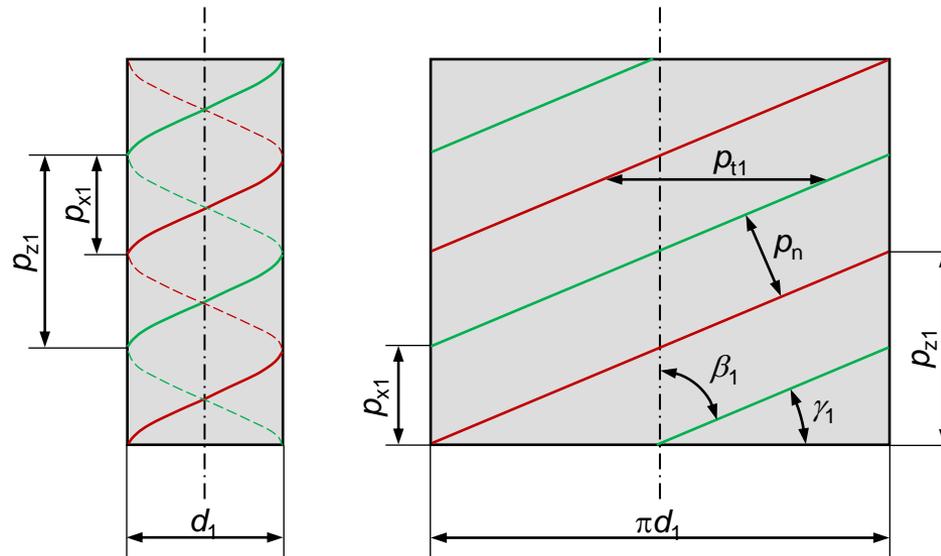
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} \operatorname{tg}\beta_1$$

Observar-se, portanto, que a relação de transmissão é expressa em função dos diâmetros primitivos do parafuso sem-fim e da roda helicoidal, bem como do ângulo de inclinação dos filetes.

## 6. Relações Geométricas

### Passo Normal, Aparente e Axial

Considere a representação da figura abaixo, que diz respeito à **planificação do cilindro primitivo** de um parafuso sem-fim de dupla entrada.



Elementos geométricos de um parafuso sem-fim

Com referência a esta figura podem estabelecer-se as seguintes relações entre o **passo normal** ou real e os **passos aparente** e **axial**

$$p_n = p_{t1} \cos \beta_1$$

$$p_n = p_{x1} \sin \beta_1$$

em que  $\beta_1$  representa o ângulo de inclinação primitiva ou ângulo de hélice primitiva.

## 6. Relações Geométricas

### Módulo Real, Aparente e Axial

Do mesmo modo pode escrever-se que

$$m_n = m_{t1} \cos \beta_1 \qquad m_n = m_{x1} \sin \beta_1$$

sendo  $m_{t1}$  e  $m_{x1}$  os módulos aparente e axial do parafuso sem-fim.

Atendendo à definição de módulo tem-se que

$$m_n = \frac{p_n}{\pi} \qquad m_{t1} = \frac{p_{t1}}{\pi} \qquad m_{x1} = \frac{p_{x1}}{\pi}$$

O engrenamento entre o parafuso sem-fim e a roda efetua-se quando ambos os elementos apresentam o **mesmo ângulo de pressão normal** ou real. Por conseguinte, os módulos e passos reais têm também o mesmo valor no parafuso sem-fim e na roda helicoidal.

Em analogia com o que foi descrito para o parafuso sem-fim são válidas as seguintes relações para a roda

$$m_n = m_{t2} \cos \beta_2 \qquad m_n = m_{x2} \sin \beta_2$$

$$p_n = p_{t2} \cos \beta_2 \qquad p_n = p_{x2} \sin \beta_2$$

em que  $\beta_2$  denota o ângulo de hélice da roda helicoidal.

## 6. Relações Geométricas

### Relação entre Elementos do Parafuso Sem-Fim e da Roda

Da combinação das equações anteriores verifica-se que

$$p_n = p_{t1} \cos \beta_1 = p_{t2} \cos \beta_2$$

$$m_n = m_{t1} \cos \beta_1 = m_{t2} \cos \beta_2$$

Pela definição de módulo sabe-se que

$$d_1 = m_{t1} z_1 \qquad d_2 = m_{t2} z_2$$

Atendendo a que os ângulos de hélice da roda e do parafuso são complementares, pode verificar-se que

$$\begin{aligned}
 m_n &= m_{x1} \sin \beta_1 = m_{t2} \cos \beta_2 & \operatorname{tg} \beta_1 &= \frac{\pi d_1}{p_{z1}} & \operatorname{tg} \beta_{b1} &= \operatorname{tg} \beta_1 \cos \alpha_{t1} \\
 m_{x1} &= m_{t2} & \operatorname{tg} \gamma_1 &= \frac{p_{z1}}{\pi d_1} & \sin \beta_{b1} &= \sin \beta_1 \cos \alpha_n \\
 p_{x1} &= p_{t2} & \operatorname{tg} \beta_{b1} &= \frac{d_{b1}}{d_1} \operatorname{tg} \beta_1 & \cos \beta_{b1} \cos \alpha_{t1} &= \cos \beta_1 \cos \alpha_n \\
 p_{t1} &= p_{t2} \operatorname{tg} \beta_1 & & & \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha_{x1} \sin \beta_1 \\
 m_{t1} &= m_{t2} \operatorname{tg} \beta_1 & d_{b1} &= d_1 \cos \alpha_{t1} = m_{t1} z_1 \cos \alpha_{t1} & \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha_{t1} \cos \beta_1 \\
 & & & & \operatorname{tg} \alpha_{t1} &= \operatorname{tg} \alpha_{x1} \operatorname{tg} \beta_1
 \end{aligned}$$

## 6. Relações Geométricas

### Proporções dos Filetes e Dentes

No presente contexto considera-se apenas o **sistema normal**, em que o ângulo de pressão normal é de  $20^\circ$  e que é adotado pelo fabricante *David Brown and Sons*. Assim tem-se que

$$h_{a1} = m_{x1} \qquad h_{1\min} = 2,2m_n = 2,2m_{x1}\sin\beta_1 \qquad d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}$$

$$h_{f1\min} = m_{x1}(2,2\sin\beta_1 - 1) \qquad h_{1\max} = 2,25m_n = 2,25m_{x1}\sin\beta_1 \qquad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}$$

$$h_{f1\max} = m_{x1}(2,5\sin\beta_1 - 1)$$

Para a roda helicoidal devem adotar-se as seguintes relações

$$h_{a2} = m_{x1}(2\sin\beta_1 - 1) \qquad h_{f2\min} = m_{x1}(1 + 0,2\sin\beta_1) \qquad h_{f2\max} = m_{x1}(1 + 0,25\sin\beta_1)$$

$$h_{2\min} = 2,2m_{x1}\sin\beta_1 \qquad h_{2\max} = 2,25m_{x1}\sin\beta_1$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \qquad d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} \qquad e_{2\min} = 0,2m_{x1} \qquad b_2 = 2m_{x1}\sqrt{z_2 + 1}$$

Para maximizar a capacidade de potência no projeto de engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal deve garantir-se que o **diâmetro primitivo** do parafuso sem-fim esteja dentro do seguinte intervalo

$$\frac{a^{0,875}}{2} \leq d_1 \leq \frac{a^{0,875}}{1,7}$$

## 7. Parâmetros de Desempenho

### Relação de Condução

O estudo da [continuidade de engrenamento](#) em parafusos sem-fim requer uma análise geométrica (e.g. computacional) cuidada das zonas de contacto entre os filetes do parafuso e os flancos dos dentes da roda.

Para o caso particular das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal, a [relação de condução](#) pode obter-se recorrendo à seguinte expressão

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \frac{d_2}{2} \operatorname{sen} \alpha_{x1} + \frac{h_{a1}}{\operatorname{sen} \alpha_{x1}}}{\pi m_{x1} \cos \alpha_{x1}}$$

em que o [ângulo de pressão axial](#) do parafuso sem-fim é dado por

$$\alpha_{x1} = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{sen} \beta_1} \right)$$

[Considere uma engrenagem de parafuso sem-fim](#) de entrada dupla e com uma roda helicoidal de 30 dentes. O parafuso, que é o órgão motor, tem 44 mm de diâmetro primitivo, um módulo axial de 3 mm e um ângulo de pressão real igual a 20°. Assim, determine a relação de condução desta engrenagem.

**Solução:**

$$\varepsilon = 1,81$$

## 7. Parâmetros de Desempenho

### Rendimento: Parafuso Órgão Motor

A força que atua perpendicularmente à superfície dos filetes do parafuso é representada pelo símbolo  $N$ , a qual pode ser dividida em duas componentes, ou seja

$$F_{r1} = N \sin \alpha_n \quad F_1 = N \cos \alpha_n$$

Em virtude do **deslizamento** que ocorre durante o engrenamento entre o parafuso sem-fim e a roda gera-se uma força de atrito, a qual é dada pela **lei de atrito de Coulomb**, isto é,  $\mu N$ .

Da análise da figura do lado verifica-se que as componentes **tangencial** e **axial** das forças que atuam na hélice primitiva podem ser expressas do seguinte modo

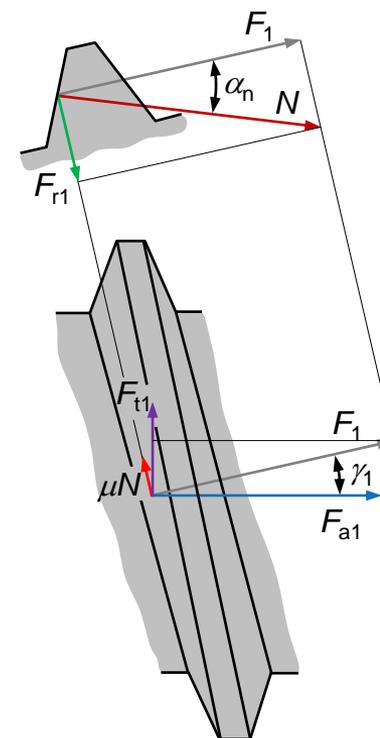
$$F_{t1} = F_1 \sin \gamma_1 + \mu N \cos \gamma_1 \quad F_{a1} = F_1 \cos \gamma_1 - \mu N \sin \gamma_1$$

Combinando as equações supramencionadas resulta que

$$F_{r1} = N \sin \alpha_n$$

$$F_{t1} = N (\cos \alpha_n \sin \gamma_1 + \mu \cos \gamma_1)$$

$$F_{a1} = N (\cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu \sin \gamma_1)$$



Forças no sem-fim

## 7. Parâmetros de Desempenho

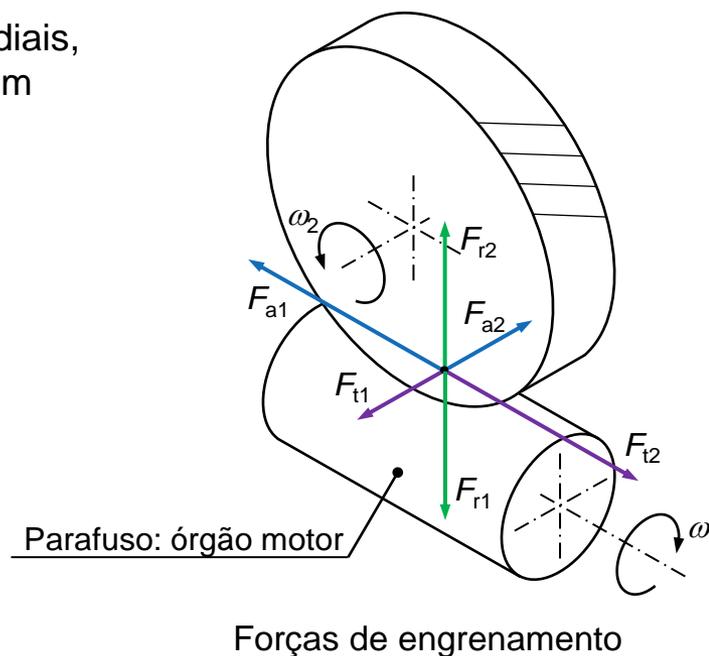
### Rendimento: Parafuso Órgão Motor

Na figura do lado estão representadas as componentes radiais, tangenciais e axiais quando o **parafuso é o órgão motor** com hélice direita e a roda é de hélice direita. Observa-se que

$$F_{r1} = F_{r2} \quad F_{t1} = F_{a2} \quad F_{a1} = F_{t2}$$

Atendendo a que o **rendimento** de uma engrenagem pode ser definido como o **quociente entre a potência útil e a potência disponível** tem-se que

$$\eta_p = \frac{F_{t2} \frac{d_2}{2} \omega_2}{F_{t1} \frac{d_1}{2} \omega_1} = \frac{F_{t2} d_2 \omega_2}{F_{t1} d_1 \omega_1}$$



em que o índice  $p$  diz respeito ao órgão motor na presente análise, ou seja, o **parafuso** sem-fim.

Considerando a **definição de relação de transmissão** para uma engrenagem de parafuso sem-fim dada pela expressão do diapositivo 14 e também as equações acima apresentadas para as diferentes componentes das forças de engrenamento tem-se que

$$\eta_p = \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu \operatorname{sen} \gamma_1}{\cos \alpha_n \operatorname{sen} \gamma_1 + \mu \cos \gamma_1} \cotg \beta_1$$

## 7. Parâmetros de Desempenho

### Rendimento: Parafuso Órgão Motor

Sabendo que os ângulos  $\beta_1$  e  $\gamma_1$  são complementares, então o **rendimento teórico** de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal, em que o órgão motor é o parafuso, pode ser expressa do seguinte modo

$$\eta_p = \frac{\cos \alpha_n - \mu \operatorname{tg} \gamma_1}{\cos \alpha_n + \mu \operatorname{cotg} \gamma_1} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \operatorname{cotg} \beta_1}{\cos \alpha_n + \mu \operatorname{tg} \beta_1}$$

em que  $\alpha_n$  é o ângulo de pressão real ou normal,  $\beta_1$  representa o ângulo de inclinação primitiva do filete do parafuso sem-fim e  $\mu$  é o coeficiente de atrito.

Quando o **ângulo entre os eixos do parafuso sem-fim e da roda é igual a 90°** verifica-se que as componentes radiais da força que atua no engrenamento são iguais no parafuso e na roda.

Observa-se ainda que a componente tangencial da força que atua no elemento motor é igual à componente axial que atua no elemento movido (cf. figura do diapositivo anterior).

Do mesmo modo, constata-se que a componente axial da força que atua no órgão motor é igual à componente tangencial que atua no órgão movido (cf. figura do diapositivo anterior).

## 7. Parâmetros de Desempenho

### Rendimento: Parafuso Órgão Motor

A figura do lado diz respeito às forças que atuam num dente da roda de um parafuso sem-fim quando a roda é o órgão motor.

Efetuada a mesma análise para o caso em que a engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal é **multiplicadora**, isto é, a roda é o órgão motor, pode obter-se a seguinte expressão

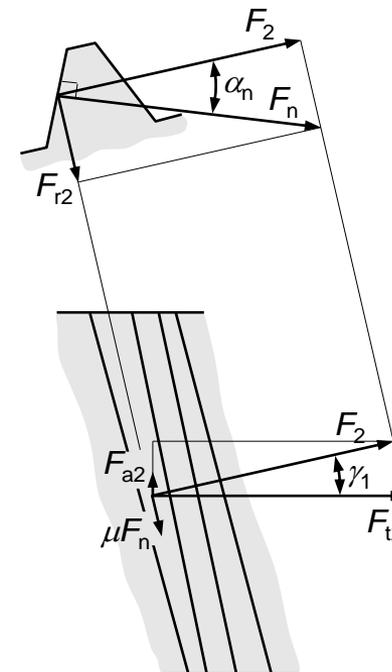
$$\eta_r = \frac{\cos \alpha_n - \mu \operatorname{tg} \beta_1}{\cos \alpha_n + \mu \operatorname{cotg} \beta_1}$$

Deve referir-se que uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal é **autoblocante** quando for nula a componente tangencial que atua na roda, isto é

$$F_{t2} = N(\cos \alpha_n \operatorname{sen} \gamma_1 - \mu \cos \gamma_1) = 0$$

ou seja

$$\mu \geq \cos \alpha_n \operatorname{tg} \gamma_1$$



## 7. Parâmetros de Desempenho

### Reversibilidade e Coeficiente de Atrito

As engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal **nem sempre são reversíveis**. Analisando as equações relativas ao rendimento, e tendo em consideração que os numeradores devem ser sempre positivos, para que haja transmissão de movimento, observa-se que

$$0 \leq \beta_1 \leq \phi \quad (\text{engrenagens irreversíveis})$$

$$\phi < \beta_1 < \frac{\pi}{2} - \phi \quad (\text{engrenagens reversíveis})$$

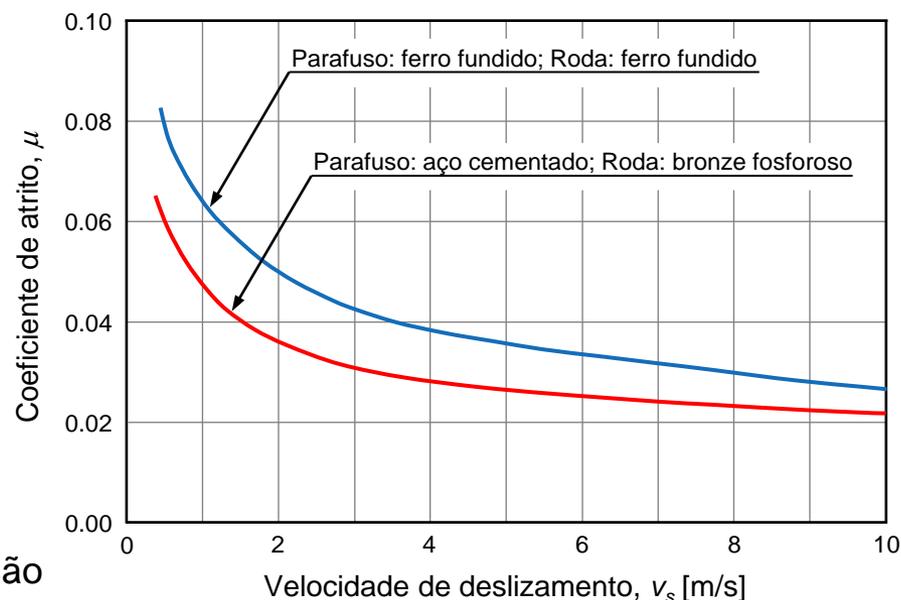
$$\frac{\pi}{2} - \phi \leq \beta_1 < \frac{\pi}{2} \quad (\text{engrenagens irreversíveis})$$

em que  $\phi$  representa o ângulo de atrito, ou seja

$$\mu = \text{tg} \phi$$

A título de exemplo, a figura do lado mostra a variação do **coeficiente de atrito** para engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal lubrificadas.

Os pares de materiais considerados para o parafuso e para a roda são, respetivamente, **aço temperado – bronze fosforoso** e **ferro fundido – ferro fundido**.



Variação do coeficiente de atrito

A **velocidade de escorregamento** é dada pela seguinte expressão

$$v_s = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \sin \beta_1}$$