



**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Luciana Pereira de Brito

## **Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental**

Luciana Pereira de Brito **Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental**

UMinho|2021

abril de 2021





**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Luciana Pereira de Brito

## **Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental**

Tese de Doutoramento  
Doutoramento em Ciências da Educação  
Especialidade em Psicologia da Educação

Trabalho efetuado sob a orientação do  
**Professor Doutor Leandro da Silva Almeida**  
e do  
**Professor Doutor António José Osório**

abril de 2021

## **DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS**

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho. Licença concedida aos utilizadores deste trabalho.



**Atribuição-NãoComercial CC BY-NC**

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos colegas e alunos que amavelmente se prontificaram a colaborar neste estudo.

Agradeço à minha família e amigos, que me estimularam e apoiaram nesta exigente tarefa.

Agradeço especialmente ao meu marido e às minhas filhas pelo apoio diário e incondicional. Para elas me esforço por servir de exemplo de que tudo está ao nosso alcance e nunca é tarde para começar.

Aos professores Leandro Almeida e António José Osório agradeço pela orientação, com especial agradecimento pela liberdade académica na ação e reflexão que conduziram à minha realização como investigadora.

## **DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE**

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da atual tese. Confirmo que em todo o trabalho conducente à sua elaboração não recorri à prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação dos resultados.

Mais declaro que tomei conhecimento integral do Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

## **RESUMO – Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental**

Os simuladores digitais apresentam um potencial interessante para explicitar as relações entre duas ou mais variáveis de um sistema, facilitando a ativação de processos de aprendizagem, podendo assim, em contexto pedagógico, favorecer a ocorrência de aprendizagens significativas com impacto positivo no desempenho escolar. Para estudar essa problemática realizou-se um estudo quase-experimental com grupo de controlo e pré-teste e pós teste na área curricular da Geometria Espacial (GE) e no 9.º ano de escolaridade, com nove turmas de três escolas públicas do Norte de Portugal. Colocadas como hipóteses de investigação um impacto positivo dessa utilização no desempenho escolar e uma eventual moderação dessa relação por variáveis sociodemográficas e psicológicas, entendeu-se adequado, para aumentar a compreensão acerca do fenómeno, refinar essas análises a habilidades específicas do tema curricular visado e conhecer as opiniões dos alunos sobre a experiência de aprendizagem. Após 13 aulas sobre GE, em que o grupo experimental seguiu uma planificação e utilizou um conjunto de simuladores digitais concebidos para o estudo, os alunos viram as suas aprendizagens novamente avaliadas. A análise de covariância dos resultados desse pós-teste de GE controlando os resultados no pré-teste de GE mostrou uma melhoria significativa no desempenho académico geral na GE dos alunos do grupo experimental, sendo essa melhoria significativa nas habilidades de medição e de associação de planificações a sólidos. Para analisar a moderação de variáveis psicológicas e sociodemográficas na relação entre o uso de simulação digital e o desempenho na GE procurou-se primeiramente compreender as relações entre essas variáveis através de análises de correlações. As análises de moderação permitiram concluir não haver efeito moderador de nenhuma das variáveis sociodemográficas ou psicológicas na relação entre o uso da simulação e o desempenho. A utilização da simulação digital mostrou ser a variável com maior impacto nos ganhos nas habilidades de medição e de associação de planificações a sólidos. Resultados inesperados envolvendo o raciocínio espacial sugerem a realização de novos estudos. As opiniões positivas dos alunos permitiram inferir que a experiência promoveu a ocorrência de aprendizagens significativas. Implicações para a prática apontam para a adoção deste tipo de recurso e uma especial atenção à formação docente.

Palavras-chave: aprendizagem significativa, Geometria Espacial, simulação digital, sucesso académico.

## **ABSTRACT – Meaningful learning with digital simulation: an experimental study**

Digital simulators have an interesting potential to explain the relationships between two or more variables in a system, facilitating the activation of learning processes, therefore being able, in a pedagogical context, to favour the occurrence of meaningful learning with a positive impact on academic performance. To approach this problem, a quasi-experimental study was carried out with a control and pre-test and post-test group in Spatial Geometry (SG) curriculum area and in the 9<sup>th</sup> grade, with nine classes from three public schools in the North of Portugal. Placed as research hypotheses a positive impact of this use on academic performance and a possible moderation of this relationship by sociodemographic and psychological variables, it was considered appropriate, to increase the understanding about the phenomenon, to refine these analyses to specific skills of the curricular theme and to know students' opinions about the learning experience. After 13 classes on SG, in which the experimental group followed a didactical planning and used a set of digital simulators designed for the study, the students had their learning again evaluated. The analysis of covariance of the results of this SG post-test controlling the results in the SG pre-test showed a significant improvement in SG general academic performance of the students in the experimental group, with a significant improvement in the abilities of measurement and association between nets and solids. To analyse the moderation of psychological and sociodemographic variables in the relationship between the use of digital simulation and performance at SG, we first sought to understand the relationships between these variables through correlation analysis. The moderation analyses allowed to conclude that there is no moderating effect of any of the sociodemographic or psychological variables in the relationship between the use of simulation and performance. The use of digital simulation proved to be the variable with the greatest impact on gains in measurement skills and association between nets and solids. Unexpected results involving spatial reasoning suggest further studies. Students' positive opinions made it possible to infer that the experience promoted the occurrence of meaningful learning. Implications for practice point to the adoption of this type of resource and special attention to teacher training.

Keywords: academic success, digital simulation, meaningful learning, Spatial Geometry.



## **LISTA DE ABREVIATURAS**

BPR – Bateria de Provas de Raciocínio

CHC – Cattell-Horn-Carroll

DGE – Direção Geral de Educação

GTM – Grupo de Trabalho de Matemática

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

PR – Pré-teste

PO – Pós-teste

QARE – Questionário de Atribuições de Resultados Escolares

RED – Recurso Educativo Digital

STEM – Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (Science, Technology, Engineering e Mathematics)

TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization)

## ÍNDICE

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS .....	II
AGRADECIMENTOS .....	III
DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE.....	IV
RESUMO – APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM RECURSO À SIMULAÇÃO DIGITAL: UM ESTUDO EXPERIMENTAL.....	V
ABSTRACT - MEANINGFUL LEARNING WITH DIGITAL SIMULATION: AN EXPERIMENTAL STUDY .....	VI
LISTA DE ABREVIATURAS .....	VII
ENQUADRAMENTO DA TESE .....	1
CAPÍTULO 1 - SIMULAÇÃO DIGITAL NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS: ESTUDO NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA .....	18
APRENDIZAGEM E INTELIGÊNCIA .....	19
A AÇÃO DE APRENDER: VARIÁVEIS, PROCESSOS E CAPACIDADES COGNITIVAS RELACIONADAS.....	20
HABILIDADES COGNITIVAS, APRENDIZAGEM E REALIZAÇÃO MATEMÁTICA .....	26
MOTIVAÇÃO ACADÉMICA .....	34
GEOMETRIA ESPACIAL E MEDIDA.....	37
SIMULAÇÃO DIGITAL NA EDUCAÇÃO .....	41
CONCLUSÃO.....	52
CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA DO ESTUDO EMPÍRICO .....	54
PROBLEMA, QUESTÕES E HIPÓTESE DE INVESTIGAÇÃO .....	54
SIMULADORES DIGITAIS E ATIVIDADES PEDAGÓGICAS .....	60
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO GRUPO EXPERIMENTAL.....	70
INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS.....	71
TESTES DE GEOMETRIA ESPACIAL.....	71
VARIÁVEIS PSICOLÓGICAS E DE CONTEXTO.....	77
CALENDARIZAÇÃO E RECOLHA DOS DADOS.....	78
ANÁLISES ESTATÍSTICAS .....	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	82
CAPÍTULO 3 - APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	84

ANÁLISE DESCRITIVA DOS RESULTADOS .....	85
HIPÓTESE 1 - O DESEMPENHO ACADÊMICO EM GEOMETRIA ESPACIAL DOS ALUNOS QUE UTILIZARAM SIMULADORES DIGITAIS NAS AULAS DE GEOMETRIA ESPACIAL É SIGNIFICATIVAMENTE SUPERIOR AO MESMO DESEMPENHO ACADÊMICO POR PARTE DOS ALUNOS QUE NÃO UTILIZARAM SIMULADORES DIGITAIS NAS AULAS DE GEOMETRIA ESPACIAL .....	89
QUESTÃO 1: O EFEITO POSITIVO DO USO DA SIMULAÇÃO DIGITAL SOBRE O DESEMPENHO AVALIADO NO PÓS-TESTE GENERALIZA-SE ÀS DIFERENTES HABILIDADES OU COMPONENTES DA GEOMETRIA ESPACIAL? .....	94
HIPÓTESE 2: DADA A RELAÇÃO POSITIVA ENTRE VARIÁVEIS SOCIODEMOGRÁFICAS, CAPACIDADES COGNITIVAS E MOTIVAÇÃO ACADÊMICA COM OS RESULTADOS DA APRENDIZAGEM, ESTAS VARIÁVEIS PODEM MODERAR O IMPACTO DA EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA NA MELHORIA DOS CONHECIMENTOS DOS ALUNOS DO PRÉ-TESTE PARA O PÓS-TESTE .....	99
QUESTÃO 2: SERÁ QUE, EM TODAS AS HABILIDADES DA GEOMETRIA ESPACIAL, O IMPACTO DO USO PEDAGÓGICO DA SIMULAÇÃO DIGITAL NO DESEMPENHO SUPLANTA O DE VARIÁVEIS SOCIODEMOGRÁFICAS E PSICOLÓGICAS? .....	110
QUESTÃO 3: QUAIS SÃO AS OPINIÕES DOS ALUNOS RELATIVAMENTE À EXPERIÊNCIA DE APRENDIZAGEM COM SIMULAÇÃO DIGITAL? .....	117
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	125
CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES .....	127
PRINCIPAIS RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO .....	127
SUGESTÕES PARA FUTURAS INVESTIGAÇÕES .....	132
IMPLICAÇÕES DO ESTUDO PARA A PRÁTICA .....	136
BIBLIOGRAFIA .....	145
ANEXOS .....	168
PARECER DA COMISSÃO DE ÉTICA .....	169
ATIVIDADES PEDAGÓGICAS ASSOCIADAS AO EXPERIMENTO COM SIMULAÇÃO DIGITAL .....	170
REVER SÓLIDOS .....	170
REVER PRISMAS E PIRÂMIDES .....	172
PLANIFICAÇÕES DE ALGUNS SÓLIDOS .....	174
PRISMA: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE .....	177
CILINDRO: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE .....	178
PIRÂMIDE: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE .....	179
CONE: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE .....	180
ESFERA: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE .....	181

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Imagens de documento curricular (Bivar, Grosso, Oliveira, & Timóteo, 2012) .....	14
Figura 2 - Simulador S0 – Revisão de alguns sólidos .....	63
Figura 3 - Simulador S1 – Classificação de prismas e pirâmides.....	64
Figura 4 - Simulador S2 – Sólidos e suas planificações .....	64
Figura 5 - Simulador S3 – Ilustração do Princípio de Cavalieri .....	65
Figura 6 - Simulador S4 – justificação da fórmula para cálculo do volume de uma pirâmide .....	66
Figura 7 – Simulador S5 – Justificação para o cálculo do volume de qualquer pirâmide a partir da decomposição em pirâmides triangulares.....	66
Figura 8 - Simulador S6 - aproximação de cilindro e cone por prisma e pirâmide e justificação de fórmulas de volume .....	67
Figura 9 - Simulador S7A – Formulário, justificações e cálculos exatos de volume e área da superfície .....	68
Figura 10 - Imagens sequenciais de triângulos retangulares pretos dentro de uma pirâmide, apresentados nas justificações passo-a-passo dos simuladores 7A e 7B .....	68
Figura 11 - Gráfico de dispersão de pontos de PO_total por PR_total, por grupo é .....	91
Figura 12 - Gráficos com médias marginais estimadas de cada grupo em cada categoria de habilidades espaciais, antes e após as aulas de Geometria Espacial de 9.º ano .....	94
Figura 13 - Gráficos de dispersão de pontos de PO_total por PR_total, por género e por escolaridade da mãe .....	104
Figura 14 - Médias Marginais estimadas de PO_total de raparigas e rapazes, por grupo .....	106
Figura 15 - Médias Marginais estimadas de PO_total de raparigas e rapazes, por grupo e para cada nível de escolaridade da mãe.....	106
Figura 16 - Gráficos de dispersão de pontos de PO_total por PR_total, por categorias de atribuição de sucesso à sorte e de raciocínio espacial .....	107
Figura 17 - Médias Marginais estimadas de PO_total d para cada nível de raciocínio espacial.....	109
Figura 18 - Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho_C1 .....	114
Figura 19 - Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho_C2 .....	114
Figura 20 - Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho_C3 .....	114
Figura 21 - Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho_C4 .....	115

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Simplificação de capacidades amplas do estrato II e algumas das suas capacidades do estrato I do Modelo CHC de Habilidades Cognitivas (McGrew, 2009) .....	27
Quadro 2 - Variáveis, instrumentos, participantes envolvidos e momentos de recolha de dados da investigação.....	59
Quadro 3 - Aprendizagens essenciais de 2.º e 3.º Ciclo no domínio da Geometria Espacial .....	61
Quadro 4 - Comparação de itens de pré-teste e pós-teste .....	72
Quadro 5 - Habilidades na Geometria Espacial e itens de pré-teste e pós-teste.....	76
Quadro 6 - Hipóteses e Questão (H&Q) de investigação e análises adotadas .....	80
Quadro 7 - Estatística descritiva das variáveis sociodemográficas e psicológicas dos participantes ...	86
Quadro 8 - Estatística descritiva das variáveis associadas à habilidade geral na Geometria Espacial e habilidades específicas, antes e após o experimento .....	88
Quadro 9 - Testes de Normalidade dos resultados do Pós-teste nos grupos de controlo e experimental .....	90
Quadro 10 - Resultados de contraste (matriz K).....	92
Quadro 11 - Estatística descritiva da variável ganho nas habilidades da Geometria Espacial, nos grupos experimental, controlo e amostra global .....	96
Quadro 12 - Testes t de diferenças de médias entre os grupos experimental e de controlo nas variáveis ganho.....	97
Quadro 13 - Correlações entre as variáveis sociodemográficas, psicológicas e de desempenho académico .....	101
Quadro 14 - Testes de efeitos entre sujeitos no Modelo com variáveis sociodemográficas .....	105
Quadro 15 - Testes de efeitos entre sujeitos no Modelo com variáveis psicológicas .....	108
Quadro 16 - Correlações entre variáveis pessoais, sociodemográficas e psicológicas com desempenho nas diversas habilidades da Geometria Espacial no pré-teste .....	111
Quadro 17 - Coeficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C1 (conceptualização de propriedades matemáticas no espaço - identificar número de vértices, arestas e faces) .....	115
Quadro 18 - Coeficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C2 (Representação de objetos 3D - reconhecer e construir planificações de sólidos) .....	116
Quadro 19 - Coeficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C4 (Medição – calcular a área de superfície e volume de objetos 3D) .....	117
Quadro 20 - Categorias de análise e frequências absolutas .....	119

## ENQUADRAMENTO DA TESE

A justificação desta tese passa pela experiência e interesse profissional da doutoranda quer na tecnologia de simulação digital quer na melhoria da qualidade das aprendizagens, de uma forma geral e em particular na Matemática. A presença já incontornável da tecnologia em todos os níveis de ensino, e sobretudo nos tempos atuais, de ensino forçosamente à distância, eleva a pertinência e relevância de um estudo sobre o uso de tecnologia digital *para* a aprendizagem significativa e *para* a melhoria dos resultados escolares. Tudo isto ganha ainda maior relevância se nos reportamos à aprendizagem e sucesso académico na disciplina de Matemática, conhecidas que são as dificuldades apresentadas na sua aprendizagem por taxas elevadas de alunos ao longo do ensino básico (os nove primeiros anos de escolaridade no nosso país).

A minha formação de base é a Matemática, e leciono esta disciplina no 3.º ciclo do ensino básico há 25 anos. Sou mestre em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática e tenho experiência na orientação de futuros professores em Estágio Pedagógico da Universidade do Minho e na formação contínua de professores de Matemática. Tenho também experiência na lecionação de Matemática no Ensino Secundário (sendo coautora de manual escolar) e no Ensino Superior: de Didática da Matemática da Licenciatura em Educação Básica e de unidades curriculares de Matemática de Cursos Técnicos Superiores Profissionais e de Licenciaturas em Engenharias e Biotecnologia.

Deste meu contacto longitudinal com os currículos e os alunos e professores da Matemática, e das minhas vivências pessoais com crianças, jovens e pais “em trânsito” entre *A Matemática nos*

*Primeiros Anos*<sup>1</sup> e a Matemática A<sup>2</sup> do Ensino Secundário, tenho observado e registado: em muitas salas de aula de Matemática as preocupações com o *sense-making*<sup>3</sup> (processos de significação<sup>4</sup>) tão presentes nos primeiros anos vão, infelizmente, paulatinamente, perdendo o lugar para as preocupações com o treinamento para a prestação de provas escritas com tempo limite. “Não te preocupes em tentar perceber, faz apenas” será uma frase que provavelmente muitos alunos vão ouvindo com mais e mais frequência ao longo da sua escolaridade Matemática, ou mesmo da Física, Química ou Biologia. Até ao momento em que, é possível, muitos desistam de tentar perceber, aguardando então pacientemente pelas *receitas* para resolver rapidamente os diferentes tipos de exercícios e problemas que *poderão sair no teste* ou *exame*. Estas percepções não estarão longe da realidade que, com certeza, fundamentará os apontamentos metodológicos do atual currículo da Matemática do ensino secundário (Direção Geral de Educação [DGE], 2018a):

(...) não é indiferente o modo como se ensina Matemática. Os alunos devem ter oportunidades de descobrir, raciocinar, provar e comunicar Matemática. Para isso é fundamental que os alunos se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes (p. 3).

Ainda que o funcionamento do acesso ao ensino superior possa ser uma condicionante da motivação de alunos e professores, é possível que uma alteração nesse domínio resultasse num reajustamento dos processos para, em pouco tempo, regressar-se ao equilíbrio inicial, que se acomodará, em maior ou menor medida, nas crenças dos professores e nos métodos de estudo já desenvolvidos pelos alunos. É um facto que a certificação das aprendizagens requer avaliação sumativa,

---

<sup>1</sup> Designação de encontro de professores do Pré-escolar e 1.º ciclo e professores de Matemática do 2.º ciclo organizado anualmente pela Associação de Professores de Matemática.

<sup>2</sup> Disciplina de Matemática do curso Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas.

<sup>3</sup> Opta-se nesta tese por utilizar a expressão em inglês pois o uso da expressão traduzida não exprime o sentido da ideia subjacente com a mesma clareza.

<sup>4</sup> Tradução de Ponte, Mata-Pereira, & Henriques (2012).

e a avaliação dos produtos das aprendizagens apresentados por escrito em tempo previamente fixado está fortemente enraizada na cultura docente (Grupo de Trabalho de Matemática [GTM], 2019; Liu, 2011). Assim, e nessa cultura em que *os fins* parecem *justificar os meios*, as crenças de muitos professores parecem mantê-los alienados das boas experiências de aprendizagem cada vez mais explicitadas nos currículos, que valorizam os processos, contribuem para o desenvolvimento de competências de ordem superior e estimulam o gosto pelo conhecimento e pelo aprender. Os próprios alunos parecem ter crenças sobre a sua aprendizagem que contribuem para essa cultura, reportando a sua perceção de que aprendem pouco com metodologias mais ativas quando, de facto e objetivamente, aprendem mais, devendo-se essa falsa perceção ao esforço cognitivo acrescido requerido para o envolvimento em aprendizagens mais ativas (Deslauriers et al., 2019).

Mas essa alienação acerca dos processos de aprendizagem e do enriquecimento das experiências de aprendizagem não se deverá exclusivamente ao condicionamento resultante da avaliação e certificação das aprendizagens. Por um lado, num dos eixos da aprendizagem referido por Ausubel *et al.* (1980), aprender por receção é mais fácil que aprender por descoberta: dá-se mais rapidamente e despende menos energias a professores e alunos, sendo também sabido que a economia e a otimização, quer de tempo, energia ou recursos, tem sido ao longo da História e frequentemente um fator impulsionador de diversos processos evolutivos, biológicos e sociais. E será, possivelmente, com esse mesmo sentido de eficiência que muitos alunos parecem desde cedo desenvolver também nas várias disciplinas uma apetência pela aprendizagem mecânica, utilitária e rápida, em detrimento da aprendizagem do outro extremo desse eixo de aprendizagem, a *significativa*, em que o aluno se esforça por relacionar a nova informação com aquilo que já sabe, para que tudo *faça sentido*. De facto, Ausubel (2000, p. 68) refere o caso particular da Matemática:

“Uma razão pela qual os alunos muitas vezes desenvolvem o modo de aprendizagem mecânica para aprender um assunto potencialmente significativo é porque eles aprenderam de experiências anteriores infelizes que respostas substancialmente corretas mas que não correspondem literalmente ao que o professor ou livro didático afirmam não recebem nenhum crédito de certos professores. Outra razão é que, por



apresentarem um nível geralmente alto de ansiedade ou por terem falhado repetidamente em um determinado assunto (o que pode ser reflexo, por sua vez, de aptidão relativamente baixa ou de um ensino inadequado), eles não têm confiança suficiente em sua capacidade de aprendê-lo de forma significativa; portanto, eles acreditam que não têm alternativa ao pânico além da aprendizagem mecânica. (Esta situação é muito familiar para professores de Matemática por causa da prevalência generalizada de "choque numérico" ou "ansiedade Matemática" em crianças em idade escolar, bem como em alunos universitários). Além disso, os alunos podem desenvolver o modo de aprendizagem mecânica se forem pressionados a exibir loquacidade, ou em esconder, em vez de admitir e gradualmente remediar, as deficiências existentes na compreensão genuína. Nas circunstâncias que acabamos de observar, parece menos difícil e mais importante gerar uma falsa impressão de compreensão fácil, memorizando mecanicamente alguns termos ou frases-chave, do que fazer um esforço genuíno para tentar entender o que significam. Os professores frequentemente ignoram o fato de que os alunos se tornam muito hábeis no uso de termos abstratos com aparente adequação, quando obrigados a fazê-lo, embora sua compreensão dos conceitos ou proposições subjacentes seja virtualmente zero”<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Tradução livre da doutoranda. No original: “One reason why pupils often develop a rote learning set in learning potentially meaningful subject matter is because they learn from prior unfortunate experience that substantively correct answers that do not conform in verbatim fashion to what the teacher or textbook states receive no credit whatsoever from certain teachers. Another reason is that because they have a generally high level of anxiety or because they have repeatedly failed in a given subject (reflective, in turn, of relatively low aptitude or inadequate teaching), they lack sufficient confidence in their ability to learn it meaningfully; hence, they believe that they have no alternative to panic apart from rote learning. (This situation is very familiar to mathematics teachers because of the widespread prevalence of "number shock" or "number anxiety" in schoolchildren as well as university students.) In addition, pupils may develop a rote learning set if they are pressured into exhibiting glibness, or into concealing, rather than admitting, and gradually remedying existing deficiencies in genuine understanding. Under the circumstances just noted, it seems both less difficult and more important to generate

Pensando especificamente nas atividades de sala de aula e na avaliação das aprendizagens, sublinham-se também as conclusões de Peixoto *et al.* (2017, p. 400):

É importante entender se o valor atribuído pelos alunos às tarefas matemáticas significa que querem aprender por prazer e por curiosidade ou assentam em incentivos externos. No primeiro caso, o aluno será capaz de superar o tédio e/ou ansiedade, buscando ajuda quando se deparar com dificuldades e, portanto, sentindo-se menos desesperado. (...) Se a avaliação pudesse ter uma essência mais formativa em vez de sumativa, assumindo seu papel de regulação da aprendizagem, então poderia melhorar a confiança do aluno em suas habilidades matemáticas.<sup>6</sup>

Então o esforço, seja por parte do professor seja por parte do aluno, é um elemento fundamental para o sucesso na aprendizagem significativa. Dos professores, para mudarem as suas práticas e desenharem experiências de aprendizagem mais centradas no aluno (Scremin et al., 2018) e nos seus processos de aprendizagem, que motivem o aluno para aprender de forma significativa, por exemplo com recurso à tecnologia, atendendo a que “as tecnologias colaboram para um avanço na compreensão de conceitos” (Castro-Filho et al., 2017, p. 97). Dos alunos, para assumirem um papel mais ativo e mesmo responsável pela sua aprendizagem. Sendo o esforço uma manifestação comportamental da motivação, como motivar então professores e alunos? Na resposta a esta questão pode entrar a utilização das tecnologias de informação e comunicação, e mais ainda a sua rentabilização para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem em sala de aula.

---

a spurious impression of facile comprehension by rotely memorizing a few key terms or sentences, than to make a genuine effort at trying to understand what they mean. Teachers frequently overlook the fact that pupils become very skillful at using abstract terms with apparent appropriateness, when obliged to do so, although their understanding of the underlying concepts or propositions is virtually zero.”

<sup>6</sup> Tradução livre da doutoranda. No original: “It is important to understand whether the value attributed to mathematical tasks means that students want to learn for pleasure and for curiosity or rely on external incentives. In the first case, students will be able to overcome boredom and/or anxiety, seeking help when they face difficulties and therefore feeling less hopeless. (...) If evaluation could have a more formative essence instead of summative, assuming its role of learning regulation, then it could improve student confidence in their math skills.”

De facto, “os professores são uma força motriz necessária para operar mudanças em contexto escolar, uma vez que são a face mais visível da relação educativa” (Freires et al., 2019, p.770). No entanto, apesar do elevado número de recursos disponíveis e de propostas de utilização com fins educativos, estudos sugerem que muitos professores não aderem ao uso da tecnologia nas suas aulas pelo custo do investimento de tempo requerido na apropriação de conhecimento tecnológico, falta de confiança nos equipamentos e na velocidade de ligação à internet, incompatibilidade de *software* da escola com o de casa (Raja & Nagasubramani, 2018) e, paralelamente, pela perceção de uma fraca garantia de ganho efetivo na aprendizagem e desempenho dos alunos comparando com os métodos de ensino que já terão enraizado (Camilleri & Camilleri, 2017; Mueller et al., 2008; Scherer et al., 2019). Tendo já os professores experientes concebido materiais e desenvolvido práticas de ensino com as quais se sentem confortáveis (Scremin et al., 2018), o custo de adoção da tecnologia parece ainda muito elevado (Baek et al., 2008; Gilakjani, 2012; Dotta et al., 2019), tendo Camilleri e Camilleri (2017) verificado que esses constrangimentos são mais sentidos pelos professores mais velhos.

Essas justificações para a não adoção são concretizações de variáveis do Modelo de Aceitação da Tecnologia proposto por Davis (1985). Nesse modelo, e de acordo com Scherer *et al.* (2019), as variáveis de resposta – a intenção de utilizar tecnologia e o seu uso efetivo – são dependentes de variáveis nucleares (como a perceção de facilidade de uso da tecnologia, a sua real utilidade e as suas atitudes para com a tecnologia) e de variáveis externas (como as condições facilitadoras, a autoeficácia e as normas subjetivas). Assim, um estudo que *explícite* o benefício para a aprendizagem e desempenho académico da utilização pedagógica de certos Recursos Educativos Digitais (RED)s produzirá com certeza conhecimento útil para a prática, abonando diretamente a favor da adoção desse tipo de tecnologia.

Paralelamente, a aprendizagem significativa, assente na compreensão, envolve processos cognitivos, motivacionais e comportamentos dos alunos, sendo que tudo isso pode ser facilitado por metodologias ativas de ensino dos professores e por contextos de aprendizagem facilitadores, por exemplo recorrendo à tecnologia. Para que a aprendizagem significativa ocorra, processos cognitivos de atenção, seleção de informação ou inibição de condutas que possam interferir negativamente são necessários, só que em boa medida a sua implementação exige esforço por parte do aluno, sendo por isso relevantes outras componentes como a da motivação (Ricardo et al., 2012; Schwartz, 2019). Por

outro lado, a aprendizagem significativa aumenta os sentimentos de eficácia e de autorregulação da aprendizagem pelo aluno pois à medida que sente que seus comportamentos de aprendizagem surtem efeito e possibilitam aprendizagens mais eficazes com impacto no desempenho acadêmico (Peixoto et al., 2017), emerge o autorreforço e o envolvimento na aprendizagem, tornando esta mais profunda, compreensiva, ativa e regulada (Schwartz, 2019).

Ainda que o desempenho escolar seja “apenas uma estimativa pontual do grau de aprendizagem do aluno” (Andriola, 2017, p. 77), é um elemento valorizado na sociedade e na cultura escolar e sobre o qual se desenvolvem teorias, por exemplo sobre a motivação acadêmica, autoconceito e crenças de eficácia – por exemplo a atribuição de causas para o sucesso e insucesso nos resultados escolares, na base da Teoria das Atribuições Causais de Weiner (1985). Na verdade, é frequente encontrarem-se estudos experimentais focados na aprendizagem se socorrendo de medidas de desempenho para produzir inferências sobre a qualidade da aprendizagem ocorrida (ver Hillmayr et al., 2020). Também por essa razão tomaremos, na nossa tese, o desempenho escolar como a medida de aprendizagem do aluno, e os seus estilos atribucionais para as suas aprendizagens e desempenho. Sabemos que o desempenho é um estimador fraco das aprendizagens e seus processos, contudo tem a vantagem de fácil recolha e objetividade, sendo uma medida que compara o desempenho dos alunos dentro de uma turma. Por outro lado, aponta-se também que os resultados escolares dos alunos são preditores do sentimento de autoeficácia dos professores (Caprara et al., 2006), contribuindo para reforçar esse comportamento de uso da tecnologia quando este promove, de facto, melhorias nesses mesmos resultados.

Face ao exposto, identificou-se um problema de investigação para a nossa tese: dado um qualquer objetivo curricular envolvendo conceitos, procedimentos ou relações, poderá um simulador digital, explicitando-os visualmente de forma mais rápida e com qualidade e riqueza visuais e estimulando o aluno a envolver-se ativamente na sua aprendizagem, facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa com impacto positivo no desempenho escolar dos alunos? De que forma as características pessoais dos alunos, nomeadamente o género, a escolaridade da mãe, as suas habilidades de raciocínio e a motivação escolar, tão sobejamente estudadas na Psicologia da Educação, interferem na aprendizagem com esse tipo de tecnologia? Crê-se, pois, que não só a ocorrência de aprendizagens significativas, mas também a melhoria do desempenho escolar sejam fatores

motivadores para professores e alunos e impulsionadores da mudança desejada, justificando por si a pertinência para a prática da realização deste estudo.

A simulação digital é uma área que me entusiasma particularmente. É nessa área que tenho vindo a desenvolver-me enquanto professora e formadora na área da Tecnologia Educativa e da Educação Matemática, concebendo e produzindo recursos didáticos com o programa GeoGebra. Sou atualmente membro da equipa de Matemática do 9.º ano do projeto #EstudoemCasa<sup>7</sup>, da DGE em parceria com a Rádio e Televisão Portuguesa, colaborando sobretudo com a criação de simuladores digitais com o GeoGebra. O GeoGebra possui ambientes gráficos 2D e 3D<sup>8</sup>, onde é possível a construção de entidades geométricas livres e outras delas dependentes como polígonos, ângulos, retas ou planos paralelos ou perpendiculares, sólidos, interseções, isometrias e lugares geométricos. O arrastar daqueles objetos livres traz em consequência a alteração desses objetos dependentes, ativando o dinamismo gráfico associado a este tipo de programa. A ativação de referenciais e a inserção de instruções em linguagem algébrica viabiliza ainda o estudo analítico da Geometria e a abertura ao campo das Funções, com dezenas de comandos que permitem aprofundar e ampliar os conhecimentos e as estruturas matemáticas para o Cálculo e a Análise (Hohenwarter & Fuchs, 2005). A folha gráfica pode também ser utilizada como uma simples folha em branco na qual se inserem textos e imagens, se reproduzem animações, se apresentam gráficos estatísticos, pois o GeoGebra tem ainda incorporada uma folha de cálculo e diversas funções associadas à estatística descritiva e inferencial. Todas essas potencialidades permitem a conceção, com o GeoGebra, de REDs de simulação digital de conceitos, procedimentos e relações que não se confinam à Matemática, podendo estar também associados a áreas do conhecimento como a Física (Rubio et al., 2016; Kolář, 2019), a Química (Kostić et al., 2016), a Biologia (Klllogjeri & Klllogjeri, 2017; Silva & Montané, 2018), ou as Artes Visuais (Fenyvesi et al., 2014), entre outras.

Apresentando ou não representações visuais e dinâmicas de uma ou mais entidades, e uma ou mais relações entre duas ou mais variáveis que interferem com essas entidades, um simulador

---

<sup>7</sup> Projeto lançado pelo Ministério da Educação em parceria com a Rádio e Televisão Portuguesa (RTP) e o apoio da Fundação Calouste Gulbenkian no seguimento do fechamento das escolas devido à pandemia de Covid-19. Consiste essencialmente em aulas televisionadas e foi pensado em particular para colmatar as lacunas de alunos não têm facilidade ou possibilidade de aceder à internet. Página oficial: <https://estudoemcasa.dge.mec.pt/>.

<sup>8</sup> 2D refere-se a um plano bidimensional; e 3D refere-se a um espaço tridimensional.

possibilita ao utilizador final a manipulação das variáveis definidas como independentes e a visualização quase imediata das alterações produzidas nas variáveis definidas como dependentes. Os simuladores contêm, pois, representação de informação que se quer comunicada ao utilizador, e com a qual se pode interagir por alteração dos seus atributos, como a cor e a forma. Estamos já familiarizados com este tipo de recurso digital na internet: para conversão de medidas, estados meteorológicos ou simuladores de crédito, entre outros. Um tal simulador pode ser entendido como um recurso didático se concebido como uma representação externa de conceitos e/ou relações, percebendo-se que tal representação providencia uma ponte entre o concreto e o abstrato. Por outro lado, a interatividade permite ainda categorizá-lo como um tipo de material manipulável (Reimer & Moyer, 2005).

A atividade pedagógica de exploração e visualização das representações gráficas geradas é central neste estudo, utilizando-se, num primeiro momento e naturalmente, a palavra *visualização* como o exercício do sentido da vista sobre essas mesmas representações. Depreende-se naturalmente que, da captação ótica dessa imagem visual e processamento básico de suas formas, cores e movimentos, resultam em percepção, organização, entendimento e memorização de qualidade superior, que permitirão, em alguma medida, inferir aspetos mais complexos dessa mesma imagem e, desejavelmente, os seus significados nos contextos de aprendizagem em que se inserem. Assim, o objetivo pedagógico a atingir com essa visualização será o *sense-making*, o despertar de outros significados desse ver, como assistir a algo, percorrer, encontrar, conhecer, reconhecer, reparar, imaginar, inferir, deduzir, prever, provar ou calcular, sendo todos estes processos em grande medida associados ao raciocínio fluído ou pensamento do aluno, assim como a uma aprendizagem significativa e progressiva dos conteúdos curriculares subjacentes. De facto, “a modelagem e simulação de sistemas oferecem aos aprendentes os instrumentos necessários para um novo entendimento dos fenômenos naturais, e mesmo sociais, levando a novas concepções de mundo de extremo valor para a prática educativa” (Soffner, 2018, p. 185).

Na minha experiência, enquanto formadora, tenho procurado explicitar junto dos professores de Matemática as vantagens que tenho vindo a descobrir da utilização da simulação digital no ensino e aprendizagem da Matemática. Ao apresentar aos professores exemplos de recursos acessíveis e de fácil utilização que estimulam o *sense-making* e facilitam o ensino de conceitos e procedimentos, apresento também a Matemática como ferramenta que sustenta os princípios da programação desses mesmos

---

recursos (Rubio et al., 2016). Assim, para além de promover o uso de tecnologias como o GeoGebra no ensino, procuro ainda estimular nos professores o gosto pela Matemática, pelo *ser* matemático e *fazer* Matemática, proporcionando-lhes atividades de exploração, investigação e descoberta que constituem a experiência Matemática verdadeira e preconizada no currículo (Boavida et al., 2008).

Implícita que está nesta demanda a presença da Tecnologia Educativa, esta investigação pressupôs naturalmente a existência de um domínio do saber que fornecesse contexto curricular à experiência a desenvolver para abordar o problema de investigação. Assim, e dada a formação académica e prática profissional da doutoranda, o conteúdo curricular do conjunto de simuladores estudados envolveu os “Volumes e Áreas das Superfícies de Sólidos”, do tema “Geometria e Medida” do programa da disciplina de Matemática do 9.º ano de escolaridade em vigor até o ano letivo de 2019/2020. Outras três razões justificaram a escolha deste tema. Em primeiro lugar, pela riqueza e complexidade visuais, cujos estudos têm já tradição na Psicologia Cognitiva no âmbito da Aptidão Espacial (Almeida et al., 2009), verificando-se que as relações entre habilidades cognitivas e o desempenho em Matemática são estudadas há já muito anos. Floyd *et al.* (2003) apresentaram um resumo de estudos realizados até 2001, verificando que tanto as inteligências fluida (mais estrutural, neurológica e centrada na formação e relação de conceitos) como a cristalizada (capacidade mais relacionada com os conhecimentos, a cultura e a experiência) (Cattell, 1971) se assumem como variáveis preditoras do desempenho em Matemática, em particular em atividades de raciocínio matemático (resolução de problemas da vida real, compreensão de conceitos matemáticos e relações quantitativas).

Em segundo lugar, escolheu-se o tema da Geometria Espacial pelo reconhecimento do potencial dos programas de geometria dinâmica como o GeoGebra para a produção de simulação digital. A investigação académica sobre este programa e o seu uso didático e pedagógico é prolífera, contando-se atualmente cerca de 36 mil ocorrências do termo “GeoGebra” no Google Académico, associadas não só à Matemática (Fenyvesi et al., 2014; Kllogjeri & Kllogjeri, 2017; Kolář, 2019; Kostić et al., 2016). Por último, a conhecida dificuldade dos alunos em construir mentalmente e raciocinar sobre os objetos tridimensionais que lhes são apresentados em apenas duas dimensões, ou seja, numa foto ou desenho (Kösa, 2016a). Sendo esta uma de muitas dificuldades dos nossos alunos na aprendizagem da Matemática escolar, decidimos ser este um tema curricular adequado para a realização de uma

investigação que se pretende focada na aprendizagem e na eventual melhoria do desempenho escolar. De facto, e optando-se pela área curricular da Matemática, este estudo pretende contribuir para a reflexão sobre a questão levantada por Presmeg (2006): “de que forma os aspetos visuais da tecnologia informática alteram a dinâmica da aprendizagem da Matemática?” (p. 225). A resposta a esta questão é igualmente relevante para a Psicologia da Educação, envolta em vários modelos explicativos de aprendizagem dos alunos mas ainda sem grande consenso sobre os mais eficazes e generalizáveis.

A relevância desta investigação pode ser discutida nos domínios educativo, social e científico. O desenvolvimento e disseminação da tecnologia trouxeram a promessa de melhoria da Educação de forma global, desde o aumento da motivação dos alunos para a aprendizagem à conceção de ambientes construtivistas – comunidades – de ensino e aprendizagem sem os constrangimentos das barreiras do espaço e tempo e da limitação quer de recursos quer de meios de comunicação. Assim, e no campo educativo, este estudo é relevante por contribuir para a eliciação do efeito moderador que as habilidades e processos envolvidos na aprendizagem têm na relação entre o uso da tecnologia e o desempenho escolar. Consequentemente, essa eliciação conduzirá ao aproveitamento de todo o potencial que a tecnologia digital pode oferecer aos seus diferentes utilizadores, permitindo a desenvolvedores produzir recursos educativos com mais qualidade pedagógica e aos professores a utilização dos mesmos de forma mais profícua para os fins desejados. Esta relevância transpõe-se para o campo social, imersos que estamos num mundo de recursos digitais de estímulo visual oferecidos quase sem restrições através da internet. De facto, se dantes a escola – suas práticas e seus saberes – se isolava do exterior, hoje pais e educadores consultam na *internet* tudo sobre as escolas de seus filhos, propostas curriculares ministeriais, e diversos *sites* comerciais e não comerciais com recursos de apoio aos estudos e para a melhoria de desempenho escolar. A produção de conhecimento que melhore a compreensão sobre as características de recursos digitais que efetivamente catalisam o desenvolvimento de habilidades cognitivas, promovem aprendizagens e melhoram o desempenho escolar será, decerto, de interesse também social.

A Tecnologia Educativa conquistou já há muito o seu espaço enquanto área do saber científico na Educação (Spector, 2020), havendo já no ensino superior unidades curriculares, estudos avançados e investigação prolifera (Silva & Osório, 2009) focados em programas, *hardware*, currículo, alunos, professores, plataformas e comunidades de aprendizagem (Spector, 2001). Para além de uma miríade



de espaços e recursos educativos digitais à disposição de professores e alunos gratuitamente na internet ou oferecidos por editoras, verifica-se a sua importância pela presença oficial da Tecnologia de Informação e Comunicação no currículo: esta faz-se sentir logo no 1.º ciclo do Ensino Básico com a *Introdução à Programação*, com a disciplina da matriz curricular do 3.º ciclo de *Tecnologias de Informação e Comunicação* e, ainda, em diversos apontamentos metodológicos sobre a importância de certas tecnologias para a aprendizagem em áreas como a Matemática (Assude et al., 2009). A pandemia do COVID-19 veio, no entanto, pôr a descoberto uma relevante fragilidade: *o quê* partilhar é amplamente ofuscado pelo *como* partilhar. Na tentativa de simular o espaço e os protocolos de funcionamento de uma sala de aula e de uma escola, o foco na criação e manutenção de espaços educativos virtuais e de regras de comunicação com alunos e pares parece ter esvaziado a atenção dos intervenientes do essencial, da essência daquilo que se pretende fazer e disponibilizar nesses espaços. Da necessidade de ensinar e aprender forçosamente à distância, que os tempos atuais parecem estabelecer, emerge a necessidade de os agentes educativos encontrarem alternativas ao trabalho presencial que permitam, com elevado grau de sucesso, explicitar as mensagens que se pretendem assimiladas e estimular as competências que se pretendem desenvolvidas. Esta realidade vem tornar ainda mais relevante o tema sobre o qual dissertamos: a utilização de tecnologia digital para simular conceitos e procedimentos, permitindo ao aluno explorar, investigar e regular a sua aprendizagem, ao seu ritmo e desenvolvendo a desejável autonomia consolidando conhecimentos. Paralelamente, e observando a relevância académica deste estudo, ao focarmos a nossa investigação na aprendizagem entendemos atender às observações de Reeves e Oh (2017), quando recomendam vivamente que “todos nós envolvidos na investigação em tecnologia educativa devemos fazer uma pausa periódica para considerar quão pouco da investigação que publicamos normalmente é transferida para outros contextos práticos. A falta de impacto da investigação na prática não está, de forma alguma, limitada à tecnologia educativa<sup>9</sup>(p.336).”

No domínio científico, por outro lado, tem especial interesse o conhecimento sobre a interferência na aprendizagem e no desempenho escolar de certas habilidades cognitivas associadas à visualização

---

<sup>9</sup> Tradução livre da doutoranda. No original: "All of us involved in educational technology research should periodically pause to consider how little of the research we publish typically transfers to other practical contexts. The lack of impact of research on practice is not by any means limited to educational technology

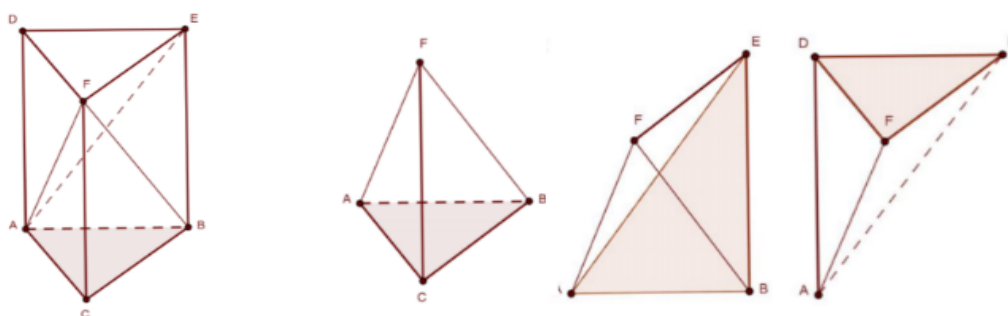
de imagens dinâmicas e interativas produzidas com facilidade em simulação digital. No modelo psicométrico Cattell-Horn-Carroll (CHC) de compreensão da estrutura da inteligência humana (Almeida, Guisande, & Ferreira, 2009), o fator inteligência fluída (*Gf*) – também denominado por raciocínio – refere-se às operações mentais de raciocínio em situações novas, ou seja, cuja resolução não depende de conhecimentos adquiridos. O fator cognitivo *Gf* envolve a capacidades de resolver problemas novos, relacionar ideias, induzir conceitos abstratos e implicações, extrapolar e reorganizar informações e apreender e aplicar relações. Esta inteligência, dita mais estruturante, engloba diferentes processos cognitivos como o raciocínio abstrato verbal, numérico, analógico e espacial (Primi, 2002). Conhecimentos sobre o impacto do género, da escolaridade da mãe e da motivação dos alunos na aprendizagem e desempenho escolar são aqui incorporados. Procura-se assim, por um lado, enriquecer a literatura da Tecnologia Educativa com a inserção de novas variáveis nos estudos sobre simulação digital; por outro, complementar o conhecimento na Psicologia da Educação acerca dessas mesmas variáveis quando a situação de aprendizagem envolve a utilização de simulação digital. Este último aspeto parece-nos de destacar pois cada vez mais se recorre à simulação digital em aprendizagens escolares, sendo importante conhecer a forma como as habilidades cognitivas e as motivações dos alunos convergem para esse processo de aprendizagem.

Para além da investigação no domínio da inteligência, a habilidade de Visualização é também muito estudada na Educação Matemática, dada a sua forte presença no currículo da Matemática do ensino básico. De facto, e segundo o documento oficial “Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico”, é fundamental desenvolver nos alunos do 1.º ciclo de escolaridade a visualização espacial, em particular a habilidade de modificar e antecipar a modificação de objetos. A Figura 1 ilustra ocorrências de objetos de aprendizagem que envolvem a habilidade de visualização espacial. De facto, e apenas observando a necessidade básica do aluno de compreender e interpretar as visões bidimensionais dos objetos tridimensionais aqui encontrados, pode-se compreender a urgência de uma estratégia intencional para desenvolver a aptidão espacial em atividades pedagógicas de Geometria Espacial (Kösa, 2016a; Lin & Chen, 2016), sendo que, de acordo com de Koning et al., (2002), a investigação tem mostrado que existem formas de se desenvolver as habilidades de pensamento dos alunos de maneira significativa e eficaz, por exemplo, enriquecendo atividades escolares e modificando métodos de ensino. Visto que o estudo se realiza com jovens de 14-15 anos, também a motivação, enquanto processo interdependente da aprendizagem, é alvo de análise,

conhecido que é o aumento da sua influência na explicação do desempenho académico (Miranda & Almeida, 2011) e a sua associação ao uso de tecnologias para a aprendizagem (Arbain & Shukor, 2015).

### Figura 1

*Imagens de documento curricular (Bivar, Grosso, Oliveira, & Timóteo, 2012)*



*Nota.* À esquerda a imagem de um prisma triangular reto, que se divide em três pirâmides de mesmo volume como se apresentam nas três imagens mais à esquerda.

No campo da metodologia, e tal como referem Ausubel *et al.* (1980, pp. 15-16), “a maior complexidade e número de variáveis envolvidas na aprendizagem escolar não impede a possibilidade de descoberta de leis precisas: significa simplesmente que tal investigação exige criatividade experimental e utilização sofisticada de técnicas modernas de delineamento de pesquisa”. Por fim, pareceu também ser cientificamente relevante o desenvolvimento de estudos interdisciplinares, que, ainda que enraizados na Psicologia da Educação, produzam conhecimento útil para domínios como a Didática específica e a Tecnologia Educativa, quer ao nível da temática concreta – o conteúdo curricular visado, ou os simuladores digitais –, quer em aspetos epistemológicos e metodológicos.

Assim, e partindo de recursos que a doutoranda já havia produzido para a sua prática letiva, foram concebidos alguns simuladores digitais para apoiar o ensino e a aprendizagem da Geometria Espacial no 9.º ano de escolaridade, testes de avaliação das aprendizagens prévias e posteriores às aulas de Geometria Espacial, e um estudo quase-experimental foi desenvolvido com uma amostra de conveniência. Sendo verdade que à luz da muita literatura existente (e convergente nas suas conclusões)

podemos antecipar melhor desempenho por parte dos alunos que em suas aulas aprenderam com a ajuda da simulação digital, e que também algumas variáveis psicológicas (habilidade cognitiva e motivação) aparecem usualmente assumidas na Psicologia da Educação como positivamente associadas ao rendimento acadêmico dos alunos, no nosso estudo pretendemos inovar e verificar se estas últimas variáveis explicam parte dos ganhos que se espera que os alunos realizem ao aprenderem a geometria nas aulas com suporte de simuladores digitais. A inclusão das variáveis psicológicas e sociodemográficas neste estudo experimental enquanto variáveis independentes, para além do próprio experimento, permitirá avaliar eventuais efeitos diretos e efeitos secundários de interação de tais variáveis, por exemplo se assumem um papel moderador dos ganhos que os alunos do grupo experimental realizam ao aprenderem com o recurso à simulação digital. Também procuraremos analisar o desempenho considerando diferentes dimensões das habilidades da Geometria Espacial, e aceder, ainda que indiretamente, ao contexto onde ocorreram as aprendizagens através dos relatos dos alunos.

A concluir esta introdução e enquadramento da tese descrevem-se os vários capítulos que a compõem:

- O CAPÍTULO 1, intitulado SIMULAÇÃO DIGITAL NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS: ESTUDO NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA, apresenta investigação relevante nos domínios da inteligência e da aprendizagem. Realçam-se diferentes ideias relacionadas com o conceito de aprendizagem, sublinhando-se habilidades cognitivas associadas à aprendizagem no geral e no caso específico da Matemática. Particular importância é dada ao papel da mãe e do seu nível de escolaridade no desenvolvimento cognitivo e no percurso de sucesso escolar da criança, apontando-se também a motivação como elemento de relevo na investigação sobre aprendizagem escolar. Tendo-se escolhido a Geometria Espacial como contexto curricular para a investigação sobre simulação digital, é de seguida apresentado um breve resumo sobre a sua presença no currículo do ensino básico, referindo-se os conteúdos programáticos abordados e a investigação que dá suporte às indicações metodológicas presentes no currículo, que sugerem experiências de aprendizagem com tecnologia e mobilizadoras de habilidades de ordem superior. Por fim, é caracterizada a simulação digital e sintetizada uma revisão sobre estudos envolvendo a simulação digital na Educação e o seu potencial para promover aprendizagens significativas, sublinhando-se a ausência de estudos que relacionem

as variáveis pessoais e psicológicas dos alunos com o impacto da tecnologia na aprendizagem e rendimento.

- O CAPÍTULO 2 apresenta 2 hipóteses e 3 questões de investigação, e a METODOLOGIA adotada para testar e responder às mesmas. A principal hipótese de investigação deste estudo é apresentada, justificando assim a realização do estudo quase-experimental, com pré e pós-teste e grupo de controlo. Para aumentar a compreensão do fenómeno específico da aprendizagem da Geometria Espacial associada ao experimento são levantadas mais uma hipótese de investigação e ainda três questões, que visam escrutinar o impacto do uso de simulação digital na aprendizagem e rendimento quando observadas as habilidades específicas do tema curricular visado, bem como a possível interferência de variáveis sociodemográficas e psicológicas. Para complementar toda a informação quantitativa gerada coloca-se uma última questão, para conhecer opiniões dos alunos acerca da experiência de aprendizagem. Assim, é apresentada nesse capítulo uma síntese das variáveis estudadas e das análises a efetuar para responder/testar as questões/hipótese de investigação. São de seguida descritos os simuladores digitais e a planificação didática associada, fundamentando-se a conceção destes instrumentos no currículo e na literatura. Descreve-se a formação ministrada aos professores do grupo experimental, que utilizaram os simuladores digitais nas suas aulas de Matemática de 9.º ano. Descreve-se o processo de amostragem elencando-se as condicionantes. Descrevem-se os instrumentos de recolha de dados, sendo dado particular realce aos testes de Geometria Espacial concebidos para esta investigação como instrumentos de avaliação do desempenho antes e após o experimento. São por fim descritos os processos e calendarização da recolha de dados antes e após o experimento, destacando as preocupações éticas respeitadas na condução da pesquisa.
- O CAPÍTULO 3, de APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS, exhibe a descrição dos dados recolhidos e as análises estatísticas necessárias para fundamentar as respostas às questões e a testagem das hipóteses de investigação. Antes do experimento foram recolhidos e analisados os dados de todos os alunos participantes, sem o envolvimento da variável grupo. Com eles, e das análises resultantes, os participantes foram caracterizados nas variáveis pessoais, psicológicas, de contexto e de desempenho na Geometria Espacial no pré-teste, servindo as análises a estes dados

para compreender o fenómeno antes do experimento e as relações entre as variáveis. Com o desenvolvimento do experimento no grupo experimental a variável grupo emergiu e passou a fazer parte das análises, permitindo a comparação entre grupos. Com os dados do pós-teste de Matemática foi possível, assim, testar as hipóteses de investigação. As opiniões recolhidas junto dos alunos que experimentaram aprender Geometria Espacial com simuladores digitais permitiram responder à última questão de investigação, exatamente sobre tais opiniões. Procura-se, ao longo do capítulo, discutir a forma e extensão com que os dados permitem testar/responder as hipóteses/questões de investigação, por comparação com a literatura. De alguns resultados obtidos emergem algumas hipóteses explicativas, que são, no capítulo final desta tese, apresentadas como sugestões para futuras investigações.

A tese termina com um apartado de CONCLUSÕES. Aqui descrevem-se os principais resultados dos estudos, as implicações para a prática e sugestões para futuras investigações. Os resultados dos estudos são elencados, assinalando-se a investigação que sustenta resultados semelhantes, realçando-se contradições com a literatura e levantando-se algumas hipóteses explicativas para os mesmos. Estas, juntamente com outras reflexões acerca dos resultados e da própria metodologia adotada, constituem-se, mais adiante no capítulo, em algumas sugestões para futuras investigações. Observados os resultados são levantadas algumas implicações para a prática. Procura-se neste capítulo final da tese realçar o contributo dos resultados obtidos nos estudos realizados para o estado da arte na Didática da Matemática, na Psicologia da Educação e na Tecnologia Educativa.

Por fim, e dada a incontornável relevância académica e social da problemática da utilização de tecnologia para proporcionar aprendizagens significativas, sublinha-se a importância de repensar o modelo de formação de docentes visando a incorporação plena da tecnologia nas suas práticas de ensino. No caso concreto desta tese incidimos na Geometria Espacial, mas antecipa-se a generalização dos dados a outras disciplinas e módulos curriculares. No fundo, é objetivo da nossa tese contribuir para uma melhor compreensão do potencial da tecnologia de simulação digital para a facilitação do ensino do professor e para a promoção da aprendizagem dos alunos, nomeadamente favorecendo aprendizagens significativas e uma melhoria generalizada do desempenho académico.

## **CAPÍTULO 1 - SIMULAÇÃO DIGITAL NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS: ESTUDO NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA**

Neste capítulo é apresentada uma síntese da investigação relevante nos domínios da inteligência e da aprendizagem. Realçam-se diferentes ideias relacionadas com o conceito de aprendizagem, sublinhando-se habilidades cognitivas associadas à aprendizagem no geral e no caso específico da Matemática, área curricular escolhida para este estudo. Particular importância é dada ao género e ao papel da mãe e do seu nível de escolaridade no desenvolvimento cognitivo e no percurso de sucesso escolar da criança, apontando-se também a motivação como elemento de relevo na investigação sobre aprendizagem escolar.

Tendo-se escolhido a Geometria Espacial como contexto curricular para a investigação sobre simulação digital, é de seguida apresentado um breve resumo sobre a sua presença no currículo do ensino básico, referindo-se os conteúdos programáticos abordados e a investigação que dá suporte às indicações metodológicas presentes no currículo, que sugerem experiências de aprendizagem com tecnologia e mobilizadoras de habilidades de ordem superior. Por fim, é caracterizada a simulação digital e sintetizada uma revisão sobre estudos envolvendo a simulação digital na Educação e o seu potencial para promover aprendizagens significativas. Particular atenção é dada ao *software* Geogebra, utilizado na Educação Matemática e cada vez mais noutras áreas para criar contextos de aprendizagem ativa com experimentação; é com os produtos deste *software* que se concebe uma enorme base de dados colaborativa disponível na internet com recursos de simulação digital, tendo sido este o procedimento utilizado neste estudo. A pertinência da realização desta investigação emerge nas considerações finais, constatada a ausência de estudos que considerem variáveis pessoais e psicológicas na análise do impacto do uso de tecnologia na qualidade das aprendizagens e desempenho escolar, bem como a ausência de estudos que aprofundem o conhecimento sobre a aprendizagem às diversas habilidades que compõe a área curricular a investigar.

A aprendizagem escolar é um dos grandes temas da Psicologia da Educação, podendo-se registar diferentes focos de interesse – natureza, processos, condições, resultados e avaliação (Oliveira, 2007; Veiga, 2013). A nossa investigação debruça-se sobre condições facilitadoras da ocorrência de aprendizagens significativas e promotoras de melhoria do desempenho académico, centrando-se especificamente na utilização intencional e metodologicamente estruturada de um certo tipo de RED, que designamos por *simulador digital*.

## **Aprendizagem e inteligência**

Ao longo da vida os indivíduos interagem e atuam numa variedade de contextos e para diversos fins, e tais interações e atuações são enquadradas por e dependem de uma multiplicidade de condições sociais e psicológicas que caracterizam, conduzem e transformam esses mesmos indivíduos (Bronfenbrenner, 1997). Quando se fala de crianças e adolescentes e essas interações e desempenhos ocorrem na escola, os desenvolvimentos sociais, psicológicos e cognitivos entrelaçam-se com os currículos. Depois, a partir de experiências de aprendizagem, é necessário adquirir conhecimentos e desenvolver competências, na esperança de orientar e preparar os alunos para apreciarem e funcionarem frutuosamente no mundo, pensando criticamente e superando desafios (Ásia Society & Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE], 2018; Gomes et al., 2017; OCDE, 2014; United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization [UNESCO], 2016). De facto, desenvolver competências e fomentar o desenvolvimento de capacidades de pensamento tem sido considerado, desde há muito tempo, um dos objetivos educacionais mais importantes na sociedade dos nossos dias (Almeida & Araújo, 2014; Coelho & Cabrita, 2017; Molnár et al., 2013; Ponte et al., 2012), em linha com autores clássicos da Psicologia do Desenvolvimento como Piaget (1964), Vigotsky (1978) e Wallon (Mahoney & Almeida, 2019).

Há muito que sabemos que as capacidades de raciocínio estão ligadas à aprendizagem, e especificamente à aprendizagem da Matemática, e investigadores da área da Educação Matemática e da Psicologia (Cognitiva) partilham o interesse comum de compreensão de como funciona a aprendizagem (Obersteiner et al., 2018). Mesmo a inteligência, considerada um constructo psicológico controverso, desempenha um papel significativo na investigação sobre a explicação do desempenho



acadêmico. Como a Matemática se baseia provavelmente em várias capacidades cognitivas (Looi et al., 2016; Szűcs et al., 2014), a aprendizagem da Matemática pode ser uma das atividades cognitivas mais exigentes na escola. As seções seguintes apresentam uma breve revisão sobre a inteligência na abordagem psicométrica e dos processos e atividades relacionados com a aprendizagem. São apresentadas as ligações tradicionais entre capacidades cognitivas específicas e a aprendizagem da Matemática, articulando com o conceito de raciocínio matemático no seio da comunidade da Educação Matemática.

### *A ação de aprender: Variáveis, processos e capacidades cognitivas relacionadas*

Säljö (1979) entrevistou 90 indivíduos dos 15 aos 73 anos de idade e com 6 a 16/17 anos ininterruptos de escolaridade para encontrar as suas concepções de aprendizagem. De uma perspectiva, abraçada pela maioria dos participantes, foi vista como acumulando conhecimentos ou "unidades discretas de informação" (Säljö, 1979, p. 446): portanto, um muito bom aprendiz foi visto como aquele que acumula uma quantidade significativa de conhecimentos num curto período de tempo. O outro grupo problematizou a aprendizagem, e ao fazê-lo emergiram aspetos diferentes: a aprendizagem parecia depender de contextos e das suas regras implícitas. Um subgrupo concentrou-se no conceito de aprendizagem real como compreensão, que foi descrito como envolvendo perspectivas e interpretações, num processo que visava clarificar o significado geral do que realmente se deve aprender.

Embora a compreensão da aprendizagem como memorização tenha as suas raízes no behaviorismo (Murtonen et al., 2017), onde o reforço e a repetição são utilizados para moldar o comportamento do aprendiz, a noção de aprendizagem como compreensão está ligada ao que David Ausubel postulou na sua teoria da aprendizagem significativa (Ausubel et al., 1980). Na teoria de Ausubel, ancorada no paradigma cognitivo e construtivista, a *aprendizagem significativa* - talvez um dos conceitos mais comuns na literatura de aprendizagem - é definida como um processo através do qual a nova informação se relaciona de forma não arbitrária e substantiva com elementos da estrutura cognitiva do indivíduo. A não-arbitrariedade refere-se à interação da nova informação com um material específico da estrutura cognitiva, enquanto a característica substantiva indica que a nova informação

não é armazenada literalmente, mas sim numa qualidade que permite ao indivíduo enunciá-la pelas suas próprias palavras e aplicá-la a novas situações (Ausubel et al., 1980).

Segundo Ausubel *et al.* (1980), existem duas fases diferentes do processo de aprendizagem, nas quais são visíveis duas dimensões diferentes: na primeira fase, a nova informação torna-se disponível ao aluno num ambiente que fomenta a aprendizagem por receção e/ou descoberta. Posteriormente, será a ação do aluno a ditar o tipo de aprendizagem que pode ocorrer: será mecânica se a sua ação for a tentativa de meramente memorizá-la, arbitrariamente; será, no outro extremo, significativa, se ele tentar reter a nova informação relacionando-a com o que já sabe (Vasconcelos et al., 2003). Tomando como exemplo a aprendizagem da multiplicação de números naturais, o professor poderá desenhar uma experiência de aprendizagem mais centrada no seu discurso, onde os alunos aprendem os conceitos envolvidos por receção. Cada aluno irá, no seu contacto com o material, procurar aprender de uma forma que varia num *continuum* entre o mecânico e o significativo: de forma mecânica, como simplesmente memorizando a tabuada, ou de forma significativa, procurando por exemplo verificar se os padrões identificados noutras tabuadas de multiplicação que já aprendeu se aplicam à construção da nova tabuada, ou mesmo relacionando diferentes tabuadas de multiplicação. Há, pois, uma “crença infundada de que a aprendizagem por receção é sempre mecânica, e de que a aprendizagem significativa é sempre por descoberta” (p.23). Na verdade, e segundo os autores, “a má reputação atribuída geralmente à aprendizagem por receção realizada nas escolas deve-se a uma forma inadequada de se promover a aprendizagem receção” (p.133).

Na aprendizagem por receção, segundo Ausubel *et al.* (1980), o conteúdo é apresentado ao aluno na forma final, não havendo qualquer descoberta por parte do aluno. A aprendizagem por receção coloca o enfoque da ação do professor na organização e sequência da informação a apresentar, tendo em vista otimizar a ativação e reorganizar hierarquicamente o conhecimento na estrutura cognitiva. No outro extremo desse contínuo reside a aprendizagem por descoberta, que pressupõe que o conteúdo deve ser incorporado pelo aluno – por exemplo através da resolução prévia de um problema – “antes que possa ser significativamente incorporado à sua estrutura cognitiva” (Ausubel et al., 1980, p. 20). Observada enquanto processo psicológico, a aprendizagem significativa por descoberta é, para os autores, mais complexa do que a aprendizagem significativa por receção; no entanto, e embora se constitua num fenómeno mais simples, a aprendizagem por receção requer uma maturidade intelectual

para a assimilação da mensagem nas suas formas verbais/simbólicas mais puras, permitindo um funcionamento cognitivo mais simples e, assim, “mais eficiente na aquisição de conhecimento” (Ausubel et al., 1980, p. 22). Independente da abordagem de ensino escolhida pelo professor e que caracteriza a primeira fase do processo de aprendizagem, a aprendizagem significativa ocorrerá, segundo Ausubel *et al.*, (1980) quando e apenas quando o aluno for ativo na interação com o conhecimento, construindo-o por articulação com conhecimentos prévios. Assim, considerando que o papel mais ou menos ativo do aluno condiciona a qualidade da aprendizagem, depreende-se que a ocorrência de aprendizagem significativa dependerá também da motivação do aluno.

Relativamente ao material de aprendizagem significativa este deve, segundo Ausubel *et al.* (1980), relacionar-se de forma não arbitrária às ideias especificamente relevantes, com exemplos, derivados, casos especiais, extensões, modificações, e, mais particularmente, generalizações ou relação com conjunto mais amplo de ideias relevantes. Deve também relacionar-se de forma substantiva, ou seja, um símbolo ou conjunto de símbolos relaciona-se com a estrutura cognitiva sem se alterar o seu significado. Assim, a aprendizagem fica facilitada se o professor e/ou os recursos didáticos disponíveis “anteciparem explicitamente o emaranhado de semelhanças e diferenças entre as novas ideias e as ideias relevantes já presentes na estrutura cognitiva de cada aluno” (Ausubel et al., 1980, p. 97). Segundo Novak e Cañas (2008), existem três condições necessárias para a ocorrência a aprendizagem significativa: o material a ser aprendido deve ser conceitualmente claro e apresentado com linguagem e exemplos relacionáveis com conhecimento prévio do aluno; o aluno deve possuir conhecimento prévio relevante e o aluno deve *escolher* aprender significativamente. A verificação da ocorrência de aprendizagem significativa pode dar-se ao propor ao aluno tarefas de estudo sequencialmente dependentes, pois, na verdade, o que estará a ser avaliado numa tarefa é o que foi apreendido da tarefa anterior. (Ausubel, 2000).

Ausubel *et al.* (1980) identificam também cinco variáveis intrapessoais que interferem na aprendizagem: (a) variáveis da estrutura cognitiva (propriedades conceptuais e organizacionais do conhecimento previamente adquirido que são relevantes para a assimilação de novos conhecimentos); (b) desenvolvimento da prontidão (estágio de desenvolvimento intelectual); (c) aptidão intelectual (inteligência); (d) fatores motivacionais (afetam condições relevantes para a aprendizagem como a vivacidade, atenção, níveis de esforço, persistência e concentração); e (e) fatores de personalidade.

Conceitos paralelos e complementares à aprendizagem mecânica e significativa surgiram também nas décadas de 70 e 80, especificamente em relação às abordagens dos alunos à aprendizagem no ensino superior, classificados como aprendizagem *superficial* e *profunda* (Marton & Säljö, 1976). Na abordagem superficial da aprendizagem, as intenções dos alunos são memorizar fragmentos de informação, e preferem professores que fornecem informação pré-digerida pronta a ser aprendida (Entwistle, 1991). O aluno que se envolve numa abordagem profunda pretende compreender conteúdos, temas e ideias, preferindo ser estimulado e desafiado. Uma visão utilitária da classificação da avaliação como sendo o principal objetivo da aprendizagem encontra-se sobretudo nos alunos com uma abordagem superficial (Entwistle & Ramsden, 1982). Centrando-se nas complexidades dos resultados da aprendizagem, Biggs e Collis (1982) propuseram um modelo paralelo à Taxonomia de Bloom: a Taxonomia SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome), que indica diferentes níveis de compreensão que podem ser alcançados quando se está envolvido na aprendizagem. De acordo com Biggs e Collis (1982), a aprendizagem começa com a compreensão de um ou poucos aspetos da tarefa (nível uni-estrutural), e o resultado da aprendizagem é identificar, nomear ou seguir procedimentos simples; depois o aluno pode apanhar vários aspetos mas ainda não relacionados (nível multiestrutural), e o resultado é comparar, combinar, descrever, listar e executar competências em série. Aprender a integrar esses vários aspetos num todo estabelece o nível relacional, onde o resultado deve ser capaz de explicar, relacionar e analisar. Finalmente, e desejavelmente, a generalização desse mesmo todo para uma aplicação ainda não didática é o nível abstrato alargado, onde o aluno pode também fazer hipóteses e refletir.

Em geral, pode-se assumir que a ocorrência de qualquer aprendizagem depende da utilização bem-sucedida das capacidades mentais para codificar, armazenar e recuperar informação de e para a memória (Almeida, 2002). O conceito de aprendiz *autorregulado*, proposto por Zimmerman (1990), aponta para a participação ativa do aluno no seu próprio processo de aprendizagem através da mobilização das suas capacidades metacognitivas, comportamentais e motivacionais (Ganda & Boruchovitch, 2018). Na primeira das três fases do modelo de Zimmerman, que ocorre antes da aprendizagem, o aluno autorregulado é influenciado pelas suas próprias motivações e planeia a ação a ser tomada, avaliando os aspetos técnicos da atividade como materiais, recursos e tempo. A segunda fase – a implementação desse mesmo plano – envolve variáveis como atenção, concentração e resolução de problemas paralelos que interferem com o processo de aprendizagem. Na terceira e última

fase, o aluno avalia os resultados globais e realiza autoavaliações, reagindo adaptativa ou defensivamente aos sucessos das suas estratégias (Ganda & Boruchovitch, 2018). Neste sentido, a metacognição é também um processo de aprendizagem (Shute, 1992), onde se pensa na sua aprendizagem e limitações (Alzahrani, 2017; Flavell, 1979; Shute, 1992).

Centrando-se no material a aprender e na atividade intelectual subjacente, Shute (1992) propôs que a metacognição visa controlar outros processos de aprendizagem, denominados aprendizagem *associativa*, aprendizagem *processual* e *raciocínio indutivo*. A aprendizagem *associativa* é "a capacidade de recordar e recordar voluntariamente associações específicas entre estímulos" (Kaufman et al., 2009, pp. 374-375), implicando o mecanismo pelo qual o indivíduo liga as representações mentais dos fenómenos observados (Mitchell et al., 2009). Uma vez que está subjacente a processos cognitivos de ordem superior, como a formação de conceitos (Mondragón et al., 2017), a aprendizagem associativa está ligada à inteligência geral (Kaufman et al., 2009). Estudos clássicos de formas simples de aprendizagem associativa podem ser encontrados no trabalho de autores behavioristas clássicos Pavlov, Thorndike e Skinner (Delamater & Lattal, 2014).

A aprendizagem *processual* refere-se à compilação, fundamentada na prática, de procedimentos ou regras em competências eficientes (Knowlton et al., 2017), e está frequentemente associada à aprendizagem mecânica (Fauskanger & Bjuland, 2018). O *raciocínio indutivo*, ao contrário dos outros processos de aprendizagem, constitui em si uma capacidade cognitiva de inferir regras e generalizar a partir de analogias, exemplos ou, "transcendendo a informação" (Shute, 1992, p. 20), a partir de simples observação, influenciando assim o sucesso da aquisição e aplicação do conhecimento (Molnár et al., 2013). Sendo razoável dizer que a intensidade, qualidade e sucesso da ativação destes processos podem constituir fatores que afetam a qualidade de qualquer aprendizagem, diferentes materiais de aprendizagem requerem seguramente diferentes níveis desses mesmos processos: para adquirir vocabulário recorda-se a aprendizagem associativa (Zakeri & Khatibi, 2014) ou para desenvolver o domínio da utilização de um algoritmo recorda-se a aprendizagem processual (Knowlton et al., 2017). A título de exemplo, o raciocínio indutivo é necessário para se chegar a uma fórmula Matemática que modela um fenómeno (Haverty et al., 2000), e a metacognição permite avaliar a adequação de uma estratégia escolhida (Flavell, 1979) e/ou a plausibilidade de uma solução obtida de um problema (Silva et al., 2004).

Paralelamente, a "casa funciona como o contexto extraescolar mais saliente para a aprendizagem dos alunos, ampliando ou diminuindo o efeito da escola na aprendizagem escolar" (Wang et al., 1993, p. 278). De facto, e de acordo com Behrman (1997), existe uma sabedoria convencional de que os efeitos da escolarização das mães na educação das crianças são positivos, omnipresentes e substanciais. Estudos recentes incluem o nível sociocultural e apontam para o seu impacto não só no desempenho académico (Alves et al., 2017) mas também no desempenho cognitivo (Alves et al., 2016; Lemos et al., 2011).

De acordo com LeFevre *et al.* (2009), diversos estudos sugerem fortemente que as experiências das crianças em casa ou na pré-escola formam as bases para a aprendizagem da Matemática escolar. Relativamente ao desenvolvimento de conceitos de Geometria em crianças em idade pré-escolar, Maričić e Stamatović (2018) descobriram que as crianças cujas mães tinham um diploma universitário obtiveram melhores resultados em comparação com as crianças cujas mães frequentaram apenas o ensino primário ou secundário. O estudo de Hyde *et al.* (2006) com crianças do 2.º ciclo aponta para a relação entre a qualidade do apoio prestado pela mãe na realização dos trabalhos de casa de Matemática e o seu nível de conhecimentos e segurança no domínio da Matemática.

A casa, em particular as atitudes da mãe, também ampliam os efeitos da escola quando se observa a relação da mãe com os professores, sendo que também aqui, segundo Lerkkanen *et al.* (2013), a escolaridade da mãe parece produzir resultados diferentes. Segundo estes autores, num estudo envolvendo alunos do 1.º ano de escolaridade, as mães com mais escolaridade confiam mais nos professores que as mães com escolaridade inferior. Lerkkanen *et al.* (2013) apontam algumas explicações possíveis para esses resultados, em particular o facto de as mães com mais escolaridade se envolverem mais na vida escolar dos seus filhos, visitando mais vezes a escola e estabelecendo assim uma relação de maior proximidade e, portanto, confiança com o professor. Também o facto das mães com mais escolaridade terem tido elas próprias experiências mais positivas com os seus professores que as mães com menor escolaridade poderá contribuir para esta relação positiva entre nível de habilitações académicas das mães e seu envolvimento na aprendizagem escolar dos filhos. Por fim, e ainda segundo esses autores, uma provável partilha de crenças e valores entre duas pessoas com uma habilitação académica superior – uma mãe com mais escolaridade e a professora do seu filho – promove seguramente uma relação de maior confiança entre elas.

A literatura sugere que os rapazes são mais sensíveis às mudanças em sua situação socioeconômica familiar, o que também explica uma parte significativa das diferenças de gênero no desempenho acadêmico (Marcenaro–Gutierrez et al., 2018). De facto, o gênero também é uma variável classicamente estudada na Psicologia da Educação associada à motivação, desempenho acadêmico e a habilidades de raciocínio (Almeida et al., 2012; Lemos, 2007; Mata et al., 2012). O estudo de Marcenaro–Gutierrez *et al.* (2018) confirma que, de uma maneira geral, as raparigas têm menos probabilidade de obter notas baixas do que os rapazes, sendo que as expectativas sobre o futuro explicam a maior parte da vantagem para as elas, enquanto eles confiam mais nas suas habilidades iniciais de aprendizagem para avançar na escolaridade e são mais propensos a comportamentos inadequados.

### *Habilidades Cognitivas, Aprendizagem e Realização Matemática*

A Matemática é uma componente importante dos currículos escolares (Inglis & Simpson, 2009): engloba um vasto e diversificado corpo de conhecimentos e competências que não só modelam e apoiam outras ciências, mas também estão eles próprios no núcleo de capacidades cognitivas específicas que, juntamente com outras, definem aquilo a que habitualmente chamamos inteligência. Algumas das primeiras definições de inteligência estabelecem uma estreita ligação com a aprendizagem, descrevendo-a como a capacidade de aprender (Sternberg, 1983). De facto, a inteligência tem sido tradicionalmente associada à aprendizagem em ambas as direções: a inteligência parece facilitar a aprendizagem (Primi et al., 2010), e a aprendizagem parece desenvolver a inteligência (Wang et al., 2017).

A inteligência não é um constructo fácil de definir (Legg & Hutter, 2007; Neisser et al., 1996), mas têm sido feitos esforços ao longo dos anos para facilitar a sua compreensão e avaliação. A abordagem mais utilizada na definição e avaliação da inteligência é a psicométrica (Neisser et al., 1996): de um modo geral, baseia-se em encontrar fortes correlações entre desempenhos em duas ou mais tarefas diferentes para identificar as funções ou habilidades cognitivas que formam a inteligência (Almeida, 1994; Almeida et al., 2009; Embretson & McCollam, 2000; Sternberg, 1983). Quando duas tarefas cognitivas não se correlacionam significa que avaliam funções cognitivas diferentes. Cada uma supostamente solicita diferentes capacidades cognitivas compreendidas dentro da teoria como

manifestações de inteligência, entendida esta como uma variável latente que parece explicar o comportamento, a aprendizagem ou algum outro fenômeno cognitivo num quadro mais amplo (Sternberg, 1983).

O modelo Cattell-Horn-Carroll (CHC) de capacidades cognitivas é, segundo McGrew (2009), o modelo atual mais consensual utilizado na abordagem psicométrica para compreender a estrutura da inteligência humana. Surgiu da integração do modelo de três estratos de Carroll (1993) - resultado de uma extensa análise exploratória de fatores - com o modelo Cattell-Horn de inteligências fluida e cristalizada (McGrew, 2009). É definido pela existência de três estratos: o estrato III, mais geral, constitui o fator geral de inteligência *g*; o estrato II é composto por 10 fatores amplos, que também se decompõem em fatores específicos que se encontram no estrato I (Almeida et al., 2009). Estes fatores específicos ou capacidades são os observáveis e, portanto, geralmente mensuráveis nos testes de inteligência (McGrew, 2009). O Quadro 1 apresenta uma simplificação das capacidades amplas do estrato II e, para cada um deles, algumas das suas capacidades específicas no estrato I.

### Quadro 1

*Simplificação de capacidades amplas do estrato II e algumas das suas capacidades do estrato I do Modelo CHC de Habilidades Cognitivas (McGrew, 2009)*

Estrato III	Estrato II	Estrato I
Inteligência ( <i>g</i> )	Raciocínio fluído ( <i>Gf</i> ) (historicamente conhecido como Inteligência Fluída)	Indução ( <i>I</i> )      Dedução ( <i>RG</i> ) ...
	Compreensão-conhecimento ( <i>Gc</i> ) (historicamente conhecido como Inteligência Cristalizada)	Desenvolvimento da linguagem ( <i>LD</i> ) ...
	Memória a curto prazo ( <i>Gsm</i> ), ou Memória e Aprendizagem	Memória de trabalho ( <i>MW</i> ) ...
	Processamento Visual ( <i>Gv</i> )	Visualização ( <i>VZ</i> )      Imagética ( <i>IM</i> ) ...
	Processamento Auditivo ( <i>Ga</i> )	Codificação fonética ( <i>PC</i> ) ...
	Memória a longo prazo ( <i>Glr</i> )	Memória associativa ( <i>MA</i> ) ...
	Velocidade de Processamento ( <i>Gs</i> ), ou Velocidade cognitiva geral	Velocidade perceptiva ( <i>P</i> ) ...
	Velocidade de Reação e Decisão ( <i>Gt</i> )	Tempo de reação simples ( <i>R1</i> ) ...
	Leitura e escrita ( <i>Grw</i> )	Decodificação da leitura ( <i>RD</i> ) ...
	Conhecimento quantitativo ( <i>Gq</i> )	Conhecimento matemático ( <i>KM</i> ) Realização matemática ( <i>A3</i> )



O conhecimento quantitativo consiste no conhecimento adquirido de símbolos matemáticos, operações, procedimentos e outras competências relacionadas, tais como a utilização da calculadora, e pode ser definido como "a profundidade e amplitude dos conhecimentos declarativos e processuais relacionados com a Matemática" (Flanagan & Harrison, 2018, p. 123), "mas não raciocinar com este conhecimento" (McGrew, 2009, p. 6). De acordo com Flanagan e Harrison (2018), enquanto o *Conhecimento matemático* envolve a capacidade de responder a perguntas como "O que é  $\pi$ ?" ou "O que é o Teorema de Pitágoras?", a *Realização matemática* exige a capacidade de efetuar cálculos, e é geralmente medido com dois tipos diferentes de itens definidos pela presença (ou não) de um contexto ou cenário. Mas por trás da contribuição óbvia do pensamento matemático para o *corpus* de capacidades que integra a inteligência geral, existem outros fatores específicos intimamente ligados à Matemática que incluem as capacidades necessárias para pensar e executar dentro da Matemática, nomeadamente a memória de trabalho (Corso & Dorneles, 2012; Floyd et al., 2003; Fung & Swanson, 2017; Geary, 2011; Looi et al., 2016), o raciocínio hipotético-dedutivo (Cormier et al., 2017; Floyd et al., 2003; Green et al., 2017; Stelzer et al., 2019) e a visualização ou organização espacial de informação (Joly et al., 2011; Lubinski, 2010; Mulligan, 2015).

Ao somar mentalmente uma fatura de compras, é necessário manter os preços disponíveis na memória enquanto os somamos, e para o fazer utilizamos a memória de trabalho (MW). Esta capacidade, teoricamente desenvolvida e de natureza diferente dos outros fatores específicos (McGrew, 2009), refere-se ao "sistema ou sistemas que se supõe serem necessários para manter as coisas em mente enquanto se realizam tarefas complexas como o raciocínio, compreensão e aprendizagem" (Baddeley, 2010, p. 136). A própria definição de memória de trabalho proposta por Baddeley (2010) aponta para a sua relevância para a aprendizagem em geral, e as provas teóricas e empíricas indicam o mesmo (Wang et al., 2017). A memória de trabalho tem, por exemplo, uma forte associação com a resolução de problemas de palavras (Fung & Swanson, 2017) e o conhecimento de frações (Hansen et al., 2015; Stelzer et al., 2019). Manifestações de problemas com a memória de trabalho incluem a utilização de estratégias primitivas de contagem e não fazer cálculos mentais, não recordar o resultado de operações recentemente realizadas (Corso & Dorneles, 2012) e não recordar a sequência de passos de uma operação (Corso & Dorneles, 2012; Fung & Swanson, 2017), tornando difícil a aprendizagem e o desempenho dentro da Matemática (Corso & Dorneles, 2012).

Também no estrato II do modelo CHC está o Processamento Visual (fator Gv), que se refere à capacidade de resolver problemas utilizando imagens mentais simuladas, frequentemente em conjunto com imagens percebidas (Schneider & McGrew, 2012). Definido por Loman (1996, como citado por Almeida et al., 2009) como *aptidão espacial*, envolve a capacidade de gerar, perceber, reter, analisar, manipular e transformar imagens visuais). O fator específico nuclear de Gv é a Visualização (VZ): a capacidade de compreender objetos e padrões complexos e de simular mentalmente como serão apresentados se forem transformados, como rodados, alterados em tamanho ou parcialmente escondidos (Schneider & McGrew, 2012). Nesta capacidade específica é possível identificar, mais especificamente, a *visualização espacial*, definida como a capacidade de manipular mentalmente figuras tridimensionais complexas (Prieto & Velasco, 2008), a qual tem sido tradicionalmente avaliada através de diferentes tipos de tarefas, solicitando frequentemente a identificação de uma figura resultante da transformação (rotação, reflexão ou ambas) de uma figura tridimensional, ou a identificação de secções de sólidos, ou mesmo a associação de sólidos às suas planificações (Yildiz & Özdemir, 2017).

Na investigação psicológica, e em geral, o desempenho em Matemática mantém uma relação pouco expressiva com a capacidade ampla de Processamento Visual (Cormier et al., 2017; Floyd et al., 2003; McGrew & Evans, 2004; McGrew & Wendling, 2010). De facto, como relatam McGrew e Evans (2004), as capacidades de Processamento Visual têm sido "amaldiçoadas com uma relação esquizofrénica com investigadores de inteligência" (p. 14), e não há consistência na previsão do sucesso académico ou do trabalho. Embora os investigadores acreditem que esta capacidade pode contribuir para as fases iniciais do desenvolvimento das competências Matemáticas nos primeiros anos. Floyd *et al.* (2003) argumentam que a comparação desta capacidade com o desempenho matemático poderia ser condicionada pelo conteúdo matemático dos itens do instrumento utilizado para a avaliar, sugerindo a necessidade de realizar outros estudos para fundamentar a importância do Processamento Visual na previsão de certas competências Matemáticas. No entanto, há um grande número de estudos que parecem sugerir o contrário, especialmente os centrados na visualização espacial (Bishop, 2008; Joly et al., 2011; Lubinski, 2010; Mulligan, 2015). De facto, dentro da comunidade de investigação da Educação Matemática é consensual que a estreita capacidade de Visualização é relevante para todas as áreas da Matemática e particularmente para a Geometria (Jelatu, 2018; Pittalis & Christou, 2010; Sinclair et al., 2016; Yildiz & Özdemir, 2017), sendo ela própria um objeto de investigação prolífica

frequentemente sob os nomes de *raciocínio viso-espacial*, *visualização*, *raciocínio espacial*, *pensamento espacial* e *raciocínio visual* (Sinclair et al., 2016).

As competências espaciais estão associadas ao sucesso nos domínios da ciência, tecnologia, engenharia, e matemática (STEM) (Gilligan et al., 2017; Julià & Antoli, 2017; Kell & Lubinski, 2013). De facto, de acordo com Lubinski (2010), indivíduos com graus ou ocupações em áreas STEM tendem a revelar níveis salientes de capacidade espacial durante o início da adolescência, e "selecionar alunos para oportunidades de aprendizagem avançada em STEM sem considerar a capacidade espacial pode ser iatrogénico" (Lubinski, 2010, p. 344). O raciocínio mecânico – que se refere à aptidão para compreender e aplicar princípios mecânicos, em contextos formais ou não formais de aprendizagem – tem uma forte correlação com a capacidade espacial (Hegarty & Sims, 1994). Testes de raciocínio sobre princípios mecânicos e dobragem de papel servem frequentemente para avaliar a Visualização (Sternberg, 2014): tais instrumentos para avaliar o raciocínio mecânico são geralmente adotados por psicólogos escolares em aconselhamento na procura de interesses em áreas relacionadas com as STEM.

Segundo Lemos (2007), é com o passar dos anos que se verifica um aumento da diferença entre os rapazes e raparigas no raciocínio espacial: no seu estudo, diferenças entre rapazes e raparigas portuguesas no raciocínio espacial aparecem mais evidentes a partir do ensino secundário (10º ano), embora em outros estudos com amostras portuguesas essa diferenciação a favor dos alunos do género masculino apareça já no início da adolescência ou últimos anos do ensino básico (Almeida, 1988; Lauer et al., 2019). A revisão de Lauer *et al.* (2019) sugere que há inconsistências nos estudos, com descobertas discrepantes que, em combinação com evidências conflitantes sobre crianças em idade pré-escolar, têm impedido conclusões definitivas sobre a presença, magnitude e estabilidade da vantagem masculina na rotação mental antes da adolescência. De facto, o estudo de Lemos (2007) evidencia não haver diferenças com significado estatístico no raciocínio espacial entre rapazes e raparigas até ao 9.º ano, e, paralelamente, os resultados no mais recente estudo Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) (Mullis et al., 2019) com alunos de 8.º ano apontam para não haver diferenças significativas entre o desempenho dos rapazes e raparigas portuguesas na Geometria.

Como já referido, a indução implica analisar observações de produtos semelhantes e inferir uma regra que explique todas as observações. A própria Matemática é referida por inúmeros autores como a *ciência dos padrões* (Devlin, 2002; Resnick, 1997; Schoenfeld, 2016; Vale, 2013). Uma vez que a generalização é universalmente entendida como sendo uma atividade matemática essencial e na qual os alunos devem empenhar-se (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), o processo de encontrar regularidades ou padrões em números/figurações ou em comportamentos de sequências numéricas/geométricas é frequentemente discutido no âmbito da Educação Matemática. Mas não é apenas o raciocínio indutivo que está na essência do pensamento matemático: o raciocínio *dedutivo*, através do qual são tiradas conclusões sobre premissas conhecidas, está na gênese da formação de proposições matemáticas. As provas matemáticas formais baseiam-se no raciocínio dedutivo (Laamena et al., 2018), e formas simples do mesmo podem ser encontradas logo no pré-escolar, utilizando o tipo de silogismo *Modus Ponens* (Schwartz et al., 2017). De acordo com Schwartz *et al.* (2017), rejeitar a afirmação proposicional de falácia do conseqüente é muitas vezes considerado uma marca do aparecimento do raciocínio dedutivo nas crianças. Ligando um estudo experimental com crianças de 6 anos com um estudo longitudinal de 16 meses com memória de trabalho como variável de controle, Nunes *et al.* (2007) estabeleceram uma relação causal teorizada entre o raciocínio lógico (ou dedutivo) e a aprendizagem Matemática.

Um exercício simples que requer indução, que pode ser visto na maioria (se não todos) dos livros de Matemática e testes de inteligência, é o reconhecimento da lei de formação de uma sequência numérica ou geométrica, para mais tarde deduzir a identidade de um termo em falta. Observando o que acontece de uma instância para outra, pode-se encontrar uma operação ou transformação que é percebida como a lei pela qual todas as instâncias subseqüentes serão criadas; portanto, o termo em falta é encontrado através da aplicação do raciocínio dedutivo. Tal exercício exige um raciocínio *analógico*, que envolve o reconhecimento de relações ou atributos partilhados de experiências conceptuais ou perceptuais (Alexander & Buehl, 2004). Como notado por Stevenson *et al.* (2014, p. 52), "grande parte da aprendizagem na escola é considerada como uma forma ou raciocínio analógico, em que o conhecimento sobre uma situação ou objeto familiar é utilizado para aprender sobre um novo ou semelhante". Especificamente em relação à proficiência matemática, Richland e Hansen (2013) sublinham a importância do pensamento ligado que caracteriza o raciocínio analógico, que envolve o desenho de conexões entre conceitos, problemas ou representações, uma vez que este processo

conduz ao objetivo educativo mais amplo da Matemática de fazer conexões entre ideias Matemáticas (NCTM, 2000). Num estudo com crianças do pré-escolar, do primeiro e do segundo anos, Stevenson *et al.* (2014) concluíram que tanto a memória de trabalho como o raciocínio analógico estavam positivamente relacionados com a Matemática, aliás também com a realização na leitura.

No modelo CHC, indução e dedução são capacidades nucleares de raciocínio fluido. Cattell (1987, citado por Green et al., 2017), concetualiza o raciocínio fluido como um *andaime* de aprendizagem: refere-se a operações mentais de raciocínio em novas situações, cuja resolução não depende do conhecimento adquirido. Em geral, o raciocínio fluido explica entre 25% e 40% da variação no desempenho acadêmico (Almeida et al., 2012), mas à medida que a idade dos alunos aumenta esta percentagem diminui (Almeida et al., 2012), o que indica um papel mais ativo de outras variáveis como interesses, motivações, aprendizagem acadêmica e experiências quotidianas (Lemos et al., 2015). Por outro, as investigações destes autores na adolescência sugerem uma ligação entre o desempenho escolar e as respetivas áreas de raciocínio: por exemplo, os alunos de ciências do ensino secundário têm melhores resultados em itens envolvendo raciocínio numérico e espacial (Almeida, 1988; Almeida & Lemos, 2006).

Vários estudos apontam para uma relação significativa entre o raciocínio fluido e diversas áreas da aprendizagem da matemática, por exemplo capacidades de cálculo matemático (Cormier et al., 2017; Floyd et al., 2003), raciocínio matemático e resolução de problemas (Cormier et al., 2017; Floyd et al., 2003; Haverty et al., 2000), conhecimento de frações (Stelzer et al., 2019) e realização matemática em geral ao longo da infância e adolescência (Cormier et al., 2017; Floyd et al., 2003; Green et al., 2017).

Primi *et al.* (2010) verificaram que, durante um período de dois anos, importantes diferenças inter-individuais têm lugar nos padrões de crescimento intra-individuais na realização Matemática, com alguns sujeitos a aumentarem as suas pontuações Matemáticas a um ritmo mais rápido do que outros. Uma descoberta substancial destes autores foi que "essas diferenças individuais na taxa de crescimento podiam ser explicadas, pelo menos em parte, pela inteligência fluída. Os indivíduos com maior inteligência fluída revelam um aumento mais rápido nas pontuações em Matemática num período de dois anos do que os indivíduos com uma inteligência fluída inferior" (Primi et al., 2010, p. 450). Uma

vez que os indicadores identitários de *Gfs* são geralmente considerados como sendo o raciocínio indutivo e dedutivo (McGrew, 2009), as operações mentais relativas à inteligência fluída incluem frequentemente, produção de inferências, formação de conceitos, classificação, geração e teste hipóteses, identificação de relações, compreensão implicações, resolução de problemas, extrapolação, e transformação de informação (McGrew, 2009). Todos estes processos estão relacionados com o que é definido na Educação Matemática pelo raciocínio matemático.

O termo *raciocínio* é muito comum no domínio da Educação Matemática, com um significado difuso e frequentemente utilizado como equivalente ao pensamento (Mata-Pereira & Ponte, 2017). O raciocínio matemático é definido pelo americano Conselho Nacional de Professores de Matemática como o processo de manipulação e análise de objetos, representações, diagramas, símbolos, ou declarações para tirar conclusões com base em provas ou suposições (NCTM, 2009). É "um processo evolutivo de desenvolvimento e avaliação de argumentos através do conjeturar, generalizar e investigar o porquê" (Lannin et al., 2011, p. 11).

Segundo English (2013), analogias, metáforas e imagens são veículos de raciocínio matemático, pois implicam "raciocínio com estruturas que emergem das nossas experiências corporais enquanto interagimos com o nosso ambiente" (p. 1985); requerem imaginação para transformar os produtos dessas mesmas experiências em modelos de pensamento abstrato. O raciocínio matemático significa fazer inferências justificadas (Pólya, 1954) utilizando processos dedutivos, indutivos e abduativos (Mata-Pereira & Ponte, 2017). As componentes principais dos processos de raciocínio matemático são conjeturas (Lannin et al., 2011), generalização e justificação (Lannin et al., 2011; Mata-Pereira & Ponte, 2017). Apesar da Visualização implicar um tipo de raciocínio que requer manipulação mental de imagens que inequivocamente se relaciona com a compreensão e o desempenho com sucesso dentro da geometria, não parece ser visto como uma componente do raciocínio matemático como a indução ou a dedução, mas mais como uma capacidade que o assiste dentro de contextos geométricos (Clements & Battista, 1992).

Juntamente com o *sense-making*, que envolve "desenvolver uma compreensão de uma situação, contexto ou conceito, ligando-o a outros conhecimentos" (NCTM, 2009), o raciocínio matemático deve ocorrer em todas as salas de aula de Matemática (Martin & Kasmer, 2009; Mata-Pereira & Ponte,

2017). No entanto, os estudos parecem apresentar uma realidade diferente. Num estudo exploratório para identificar fatores que influenciam a aprendizagem de conceitos matemáticos por alunos de engenharia, Alves *et al.* (2016) realizaram entrevistas em grupos focais com 38 alunos, das quais a interpretação e o raciocínio surgiram como as maiores dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo um participante nesse estudo, "a Matemática torna-se exigente quando deixa de ser apenas cálculo e começa a envolver o raciocínio, uma vez que deixa de ser metódica e mecânica para ser mais abstrata e ambígua". (...) Na escola secundária estávamos habituados a fazer exercícios parecidos, e tudo o que vai além disso... Para a maioria dos alunos torna-se difícil resolver problemas".

### *Motivação académica*

A par das componentes cognitivas associadas ao pensamento e à inteligência, variáveis motivacionais ligadas à avaliação das tarefas e ao contexto social podem constituir-se em preditores importantes da aprendizagem e do sucesso académico à medida que se avança na escolaridade (Almeida et al., 2007).

Segundo Miranda e Almeida (2009, p. 39),

O estudo da motivação, de acordo com o paradigma da psicologia cognitiva, acentua o papel dos processos mentais por oposição aos modelos behavioristas. Mais que as condições externas do ambiente, valoriza-se um sujeito activo e intencional, assumindo uma conduta propositiva e progressivamente autónoma ou auto-regulada, mais guiado pelas suas crenças, sentimentos e objectivos do que pelos reforços ou punições que antecipa. (...) Neste sentido, os modelos teóricos que se situam dentro deste paradigma cognitivista valorizam os processos psicológicos internos, como sejam as razões para aprender (metas ou objectivos de realização), as crenças acerca das causas do êxito ou fracasso (atribuições causais), as expectativas e as percepções de competência, ou

as capacidades de auto-regulação e controlo, entre outros, enquanto factores importantes na explicação da conduta motivada.

A *autoeficácia percebida* é definida por Bandura (1994) como as crenças das pessoas sobre as suas capacidades para produzir certos níveis de desempenho, que têm influência sobre eventos que afetam suas vidas. Assim, as crenças de autoeficácia determinam como as pessoas se sentem, pensam, se motivam e se comportam. De acordo com Bandura (1994), uma forte percepção de eficácia aumenta a realização humana e o bem-estar pessoal de muitas formas. Pessoas com elevada confiança e segurança nas suas capacidades abordam tarefas difíceis como desafios a ultrapassar em vez de ameaças a evitar, desenvolvendo interesse intrínseco e envolvimento profundo nas atividades. Ao estabelecerem metas desafiadoras, tais pessoas mantêm um forte compromisso com elas, aumentando e sustentando seus esforços perante o fracasso e recuperando rapidamente o seu senso de eficácia após falhas ou contratemplos: as falhas são atribuídas ao esforço insuficiente ou à deficiência no conhecimento e habilidades que são adquiríveis (Bandura, 1994). Na abordagem a situações ameaçadoras, e segundo o autor, a percepção vigente do indivíduo com elevada autoeficácia é a do exercício de controlo sobre as mesmas, o que promove realizações pessoais, reduz o *stress* e a vulnerabilidade à depressão. Os alunos que se consideram bons pensadores atribuem assim e frequentemente o sucesso académico alcançado à sua elevada capacidade cognitiva, esperando pois sucesso futuro. Em contraste, as pessoas que duvidam de suas capacidades evitam tarefas difíceis que consideram como ameaças pessoais. Eles têm baixas aspirações e fraco comprometimento com os objetivos que escolhem prosseguir. Segundo Bandura (1994), quando confrontados com tarefas difíceis, e ao invés de se concentrarem no sucesso na execução, concentram-se nas suas dificuldades pessoais, nos obstáculos que encontrarão e todos os tipos de resultados adversos. Assim, e confrontados com dificuldades, tal visão conduz à diminuição dos seus esforços e rápida desistência, demorando a recuperar o senso de eficácia após o fracasso ou contratemplos. Em particular um aluno que duvida das suas capacidades pode sentir vergonha e optar por não despendar esforço, porque o (esperado) fracasso mostraria aos outros essa mesma baixa capacidade. Porque veem o desempenho insuficiente como aptidão deficiente, não é necessário um insucesso muito frequente ou muito elevado para que para eles percam a fé nas suas capacidades: as pessoas com baixa autoeficácia tornam-se facilmente vítimas de *stress* e depressão (Bandura, 1994).



No contexto académico, e segundo Bzuneck (2001, p.3),

um aluno motiva-se a envolver-se nas atividades de aprendizagem caso acredite que, com seus conhecimentos, talentos e habilidades, poderá adquirir novos conhecimentos, dominar um conteúdo, melhorar suas habilidades etc. Assim, esse aluno selecionará atividades e estratégias de ação que, segundo prevê, poderão ser executadas por ele e abandonará outros objetivos ou cursos de ação que não lhe representem incentivo, porque sabe que não os poderá implementar. Com fortes crenças de auto-eficácia, o esforço se fará presente desde o início e ao longo de todo o processo, de maneira persistente, mesmo que sobrevenham dificuldades e revezes. Por isso, Bandura (1986) considera que os julgamentos de auto-eficácia atuam como mediadores entre as reais capacidades, que são as aptidões, conhecimentos e habilidades, e a própria performance. Isto é, esses outros fatores, que também contribuem para predição do desempenho, não produzirão as esperadas conseqüências, a menos que ocorra a mediação das crenças de auto-eficácia.

Mas a capacidade pessoal é uma das muitas causas atribucionais ao sucesso ou ao fracasso no centro da teoria de atribuição de Weiner sobre a realização (Weiner, 1985, 1988). De facto, as disposições para aprender estão ligadas a esse sentido mais amplo de *motivação*. A Teoria da Atribuição, uma das várias teorias cognitivas da motivação, procura explicar como é que a percepção das razões de um indivíduo para o sucesso e fracasso passados contribuem para a sua motivação e sucesso atuais e futuros (Weiner, 1985). Este autor propõe três tipologias de dimensões causais: causalidade local, com causas internas (auto) ou externas (contexto); estabilidade, com causas instáveis (variando ao longo do tempo) ou estáveis; e controlabilidade, com causas controláveis e fora do controlo do indivíduo. O método do professor, a dificuldade do teste e a sorte são assim definidos como causas externas, instáveis e incontroláveis para o sucesso ou fracasso. A capacidade intelectual, método de

estudo, esforço e conhecimento prévio são causas internas mas diferem em estabilidade e controlabilidade; a capacidade intelectual é estável e incontrolável, e o método de estudo é geralmente estável mas controlável, no sentido em que pode ser alterado por vontade própria (Weiner, 1985, 1988).

Em geral, e de acordo com esta teoria, as pessoas que atribuem o seu sucesso a fatores internos, estáveis e controláveis tendem a estar mais motivadas, sentindo competência, orgulho, satisfação, confiança, e maiores expectativas de sucesso (Almeida et al., 2008); atribuindo geralmente o fracasso a fatores externos e instáveis, o que impede a diminuição da autoestima. Por outro lado, a atribuição do sucesso à sorte ou a outros fatores externos incontroláveis impede a experiência da satisfação, levando a uma motivação debilitada, atribuindo geralmente o fracasso a fatores internos incontroláveis como a capacidade intelectual. Estudos apontam para associações moderadas entre estes estilos de atribuições específicas e o desempenho acadêmico em Matemática (Almeida et al., 2012). No estudo de Neves e Faria (2007) com alunos do 9º ano e Matemática, os autores constataram que quanto maiores as expectativas de autoeficácia em Matemática, mais as causas de sucesso eram vistas como internas e controláveis.

## **Geometria Espacial e Medida**

A Geometria Espacial desempenha um papel importante na Educação Matemática, uma vez que o estudo do espaço euclidiano se relaciona diretamente com a nossa experiência real e sensorial *com* e *dentro do* nosso ambiente físico (Crompton et al., 2018).

Para Pittalis e Christou (2010), existem quatro habilidades envolvidas no raciocínio espacial: (i) conceptualização de propriedades matemáticas (ii) representação de objetos 3D; (iii) medição; e (iv) estruturação espacial. A primeira resume a capacidade do aluno de reconhecer propriedades das formas tridimensionais, como perceber os elementos estruturais e as propriedades dos objetos, por exemplo comparando elementos estruturais (como o número de vértices, faces e arestas). A representação de objetos 3D é essencial em várias situações geométricas, como o desenho de um objeto 3D ou reconhecimento e construção de planificações. A terceira habilidade, que se refere à medição, define a capacidade dos alunos na execução de várias tarefas de medição, como calcular a

área de superfície e estimar o volume de objetos 3D. A última, que se refere à estruturação espacial, define a capacidade de identificar as componentes de uma estrutura, combinando-as e estabelecendo inter-relações, como por exemplo a construção de estruturas com cubos.

No currículo escolar português da Matemática, o estudo da Geometria Espacial começa nos primeiros anos de escolaridade e evolui até ao 9º ano: a partir daí, algumas áreas do ensino secundário não abordarão a Geometria Espacial e as áreas científicas apenas consolidarão este estudo enquadrando-o no contexto analítico. Como defendido pela NCTM – a maior organização de Educação Matemática do mundo (NCTM, 2020) – e reconhecido nos atuais documentos curriculares portugueses, os conceitos de Geometria Espacial devem ser introduzidos nos primeiros anos: as crianças devem aprender ao longo do 1.º ciclo como localizar e orientar no espaço, e intencionalmente ter contacto com as formas, os seus conceitos e a noção de volume. Para que desenvolvam a capacidade prescrita de visualizar e compreender as propriedades da imagem, bem como os processos de medição, os professores devem pedir-lhes para identificar, interpretar e descrever relações espaciais, e descrever, construir e representar sólidos geométricos, identificando a sua posição no espaço, as suas propriedades e estabelecendo relações geométricas (Damião et al., 2014; DGE, 2018b; NCTM, 2000). Passando ao 2.º ciclo e para continuar a desenvolver a sua capacidade de visualizar e compreender as propriedades geométricas, os alunos portugueses têm formalmente conhecimento dos poliedros (pirâmides e prismas) e outros sólidos (cone e cilindro); começam a estudar volumes de prismas e cilindros e as suas características como planificação, superfícies laterais, relações entre número de arestas, vértices e faces, e a resolver problemas relacionados.

A fim de descrever figuras espaciais com base nas suas propriedades, e identificar e desenhar uma planificação de sólido – e, reciprocamente, reconhecer um sólido a partir da sua planificação – os alunos devem explorar as propriedades dos sólidos geométricos, envolvendo-se em diferentes atividades que os professores devem conduzir: utilizando materiais geométricos e outros materiais manipuláveis, incluindo tecnologia digital; utilizando instrumentos de Medida e desenho na construção de objetos geométricos; visualizando, interpretando e desenhando representações de figuras geométricas, e construindo sólidos a partir de representações bidimensionais e reciprocamente (Damião et al., 2014; DGE, 2018b).

No final do 3.º ciclo, e embora o Princípio de Cavalieri não seja formalmente introduzido, os alunos portugueses do 9º ano são convidados a desenvolver os seus conhecimentos sobre volumes de sólidos e a consolidar o estudo da Geometria Espacial: em atividades que ainda devem envolver o uso de manipulativos e modelos geométricos (incluindo da tecnologia digital) e a visualização e interpretação de representações de figuras geométricas, são estudados volumes e superfícies de pirâmides e cones; o volume da esfera e a área da superfície esférica são também apresentados. Os alunos devem empenhar-se na resolução de situações relacionadas com a altura do sólido, apótema da base e lateral, raio da base, ângulo de setor circular, geratriz, volume e áreas lateral e total. O nível de dificuldade pode ser aumentado adicionando composição e decomposição de sólidos (com troncos cones e pirâmides; cunhas esféricas; coroas circulares) (Damião et al., 2014; DGE, 2018b). A evolução dos conhecimentos e competências de Geometria Espacial e Medida ao longo do currículo português de Matemática dá uma imagem nítida do que foi definido por Bruner (1960) como "currículo em espiral": visitar tópicos, aumentando os níveis de dificuldade, relacionando novas aprendizagens com aprendizagens anteriores e aumentando a competência dos alunos. À luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel uma consequência imediata deste princípio é a importância de diagnosticar o conhecimento e as habilidades anteriores dos alunos, para que os professores possam planificar adequadamente experiências de aprendizagem significativas para resumir e concluir o estudo de sólidos geométricos.

Apesar de, como formulado por Bishop (2008), as capacidades espaciais poderem constituir-se "uma área como a linguagem, que é da responsabilidade de todos os professores" (p. 79), o campo da Educação Geométrica produz terreno fértil para, em contextos naturais, ver e aprender sobre o raciocínio espacial em práticas curriculares (Sinclair et al., 2016). O raciocínio espacial está também ligado à medida geométrica (Battista et al., 2017), ao desenho de sólidos e à resolução de problemas de Geometria Espacial (Buckley et al., 2019). Procurando uma sobreposição entre raciocínio geométrico e o pensamento visual-espacial necessário para desenhar corretamente os sólidos, Goldsmith *et al.* (2016, p. 67) colocaram a hipótese de que "a visão deficiente, tal como revelada por desenhos que são substancialmente incoerentes do ponto de vista espacial e desorganizados, pode sinalizar fraquezas no raciocínio geométrico". Este estudo revelou que os alunos que realizaram desenhos deficientes tiveram resultados substancialmente piores do que os alunos que realizaram desenhos adequados/bom nos testes de raciocínio espacial sobre rotação de cubos, dobragem de papel e nível de água em sólidos.

A interligação entre raciocínio espacial e aprendizagem da Matemática é mais óbvia quando se observa que a capacidade é necessária para simplesmente compreender e interpretar as visões bidimensionais dos objetos tridimensionais encontrados nos manuais de Matemática (Kösa, 2016a), dos quais se pode compreender a urgência de uma estratégia intencional para desenvolver o raciocínio espacial em atividades pedagógicas de Geometria Espacial. Essa importância sobressai se tomarmos em consideração que entre os 3 e os 6 anos a habilidade de rotação mental aumenta substancialmente (Lauer et al., 2019). Em geral, contudo, os professores não parecem proporcionar aos alunos tais experiências na sala de aula (Clements et al., 2018), voltando o foco didático principalmente para técnicas e procedimentos (Smith et al., 2011; Trevisan & Amaral, 2016) no domínio da medição. Aqui, a investigação sugere que os alunos aprendem com sucesso os procedimentos sem aprenderem os seus princípios conceptuais, desempenhando "relativamente bem em tarefas bem praticadas e muito mal em tarefas que são conceptualmente simples, mas que enquadram a Medida em formas não usuais" (Smith et al., 2011, p. 618). Paralelamente, e num estudo que analisou 24 testes escritos de Matemática com um total de 131 itens, Trevisan e Amaral (2016, p. 462) encontraram uma "prevalência maciça de itens classificados nos níveis inferiores do domínio cognitivo (lembrar, compreender e aplicar) e uma quase ausência de itens nos níveis mais elaborados (analisar, avaliar e criar)".

Numa revisão recente de estudos envolvendo a tecnologia na aprendizagem da Geometria, Crompton *et al.* (2018) propuseram a seis especialistas em tecnologia e matemática a análise de 105 artigos académicos por eles selecionados pelo mérito teórico e empírico. Surgem, pois, programas de geometria dinâmica como o GeoGebra, salientando estes autores que na última década a tecnologia móvel como os *smartphones* e *tablets* proporcionou mais oportunidades para que a aprendizagem da Geometria se processe centrada no aluno e com situações reais. Os autores propuseram cinco categorias de análise dos benefícios da tecnologia na aprendizagem da Geometria, algumas com particular enfoque no raciocínio espacial. Uma delas a *visualização*, referindo-se, para além do raciocínio espacial, à capacidade da tecnologia de proporcionar representações visuais que promovem a aprendizagem para além da conseguida com as representações tradicionais. Uma segunda é a *manipulação*: "the manipulation of objects plays a significant role for developing spatial visualization, and it also makes other substantial contributions to geometrical understanding" (Crompton et al., 2018, p.64). De facto, e num estudo de desenho quase experimental com futuros professores de Matemática,

Kösa (2016a) submeteu o grupo experimental a 10 semanas de aulas de Geometria Espacial com o programa GeoGebra. No final da experiência, o grupo experimental obteve pontuações mais elevadas em itens do teste de raciocínio espacial envolvendo rotações de sólidos e seções de cubos. Também os conhecimentos anteriores e o raciocínio espacial explicaram cerca de 84% do sucesso dos alunos no desempenho em Geometria Analítica Espacial.

Uma terceira categoria proposta por Crompton *et al.* (2018) em consonância com as conclusões de Soffner (2018) é a da tecnologia enquanto *ferramenta cognitiva*, que permite ao aluno, por exemplo, identificar regularidades que de outra forma estariam escondidas, funcionando assim como ferramenta que amplia as capacidades cognitivas dos alunos nos processos de pensamento, aprendizagem e resolução de problemas. Numa categoria diferente a tecnologia é entendida como *promotora de discurso*, pois, como referem os autores, o *feedback* instantâneo age como catalisador de discurso em pequeno ou grande grupo. Por fim, na categoria *formas de pensar*, a tecnologia funciona como um andaime do pensamento computacional, promovendo aprendizagem autônoma.

## **Simulação Digital na Educação**

Como referem Miyazaki *et al.* (2012), os ambientes de geometria dinâmica tridimensionais encorajam o desenvolvimento da compreensão quer espacial quer conceptual, providenciando a criação de modelos matemáticos de objetos do mundo real e seus movimentos dinâmicos, o que esclarece a correspondência entre o fenômeno real e a estrutura matemática. Um programa de geometria dinâmica como o GeoGebra – criado em 2001 por Markus Hohenwarter no desenvolvimento da sua tese de mestrado em ensino da Matemática e ciência da computação (Instituto Geogebra São Paulo [IGSP], 2020) – fornece ambientes 2D e 3D nos quais os alunos podem construir pontos, linhas, planos, sólidos e várias outras entidades Matemáticas livres ou dependentes. Fornece também algumas capacidades de programação e permite, para além de muitas outras características, a criação de texto dinâmico, que pode ser tornado dependente de valores/medidas/booleanos. O arrastamento (feito por meio de *slider* ou controlo deslizante) é a característica mais importante dos programas de geometria dinâmica (Sinclair *et al.*, 2016) e pode ser entendido como uma ferramenta cognitiva (Forsythe, 2015). Podem ser acrescentados *sliders* representando inteiros ou ângulos, e elementos podem ser construídos ou

transformados por esses mesmos valores, acrescentando à manipulação respostas visuais dinâmicas. Ao fornecer ambientes interativos, cujas saídas gráficas podem resultar em imagens dinâmicas e interativas (Brito et al., 2018) que podem ser carregadas no *website* GeoGebra e acedidas com um navegador (Lo & White, 2020), o GeoGebra pode ser considerado um ambiente de simulação digital (Biró & Geda, 2014; Hillmayr et al., 2020).

De acordo com Baek (2009, p. xxi), uma *simulação educativa*

(...) tem um modelo adequado de um problema ou situação complexa do mundo real com a qual o aluno interage, um papel definido com um conjunto de ações disponíveis, um ambiente rico em dados que permite uma gama de estratégias de uma variedade de perspectivas, feedback na forma de mudanças no problema ou situação, objetivos instrucionais incorporados e mecanismos para participação ativa e promoção de interesse, o que elicia uma mais profunda, mais expediente e melhor retenção de compreensão de um conceito, domínio de uma habilidade ou estratégia, ou aquisição de conhecimento<sup>10</sup>.

Importa salientar que os jogos digitais são considerados por estes autores simulações digitais, havendo um aumento substancial de investigação sobre aprendizagem baseada em jogos nos últimos dois anos (Gao et al., 2020). De facto, e como resumem Sinclair *et al.* (2016, p.281),

O papel da tecnologia está apenas a começar a ser compreendido. Ao mesmo tempo, a tecnologia continua a evoluir e mudar rapidamente o mundo cotidiano e a sala de

---

<sup>10</sup> Tradução livre da doutoranda, no original: "(...) has an adequate model of a complex real-world problem or situation with which the student interacts, a defined role with a set of available actions, a data-rich environment that permits a range of strategies from a variety of perspectives, feedback in the form of changes in the problem or situation, embedded instructional goals, and mechanisms for active participation and promotion of interest, which elicits deeper, more expedient, and better retention of understanding of a concept, mastery of a skill or strategy, or acquisition of knowledge."

aula. Alunos e professores estão cada vez mais a utilizar ferramentas digitais ao longo do dia e fora da escola (Carreira, Jones, Amado, Jacinto, & Nobre, 2016). É cada vez mais necessário compreender melhor como as ferramentas digitais novas e emergentes podem ser usadas de forma eficaz.<sup>11</sup>

Na simulação digital o utilizador pode controlar variáveis, formular hipóteses, interpretar informação, experimentar e formular modelos (Hillmayr et al., 2020; Nafidi et al., 2018). Ao proporcionar aos alunos a possibilidade de manipular os parâmetros de um sistema e, assim, o controle ativo do processo de simulação, o uso de simuladores permite compreender melhor os conceitos complexos e abstratos envolvidos, apoiando o desenvolvimento de um pensamento mais crítico e reflexivo (Hillmayr et al., 2020; van der Meij & de Jong., 2006; Yaman et al., 2008). Huang e Chiu (2015) destacam o valor da simulação digital na Educação, permitindo que os alunos explorem, examinem e ampliem ativamente seus conhecimentos, envolvendo-se em aprendizagens significativas (Hillmayr et al., 2020); de facto, e como referem Hillmayr *et al.* (2020) na sua meta-análise sobre o uso de ferramentas digitais na Matemática e Ciências, “interactive learning environment enables learners to act as sense-makers constructing their own knowledge” (p. 2), permitindo-lhes assim desenvolver formas mais ricas de pensar sobre conceitos matemáticos (Resnick et al. 1998).

Somyürek (2015) procurou, no seu estudo com a utilização de robótica, evidências da ocorrência de aprendizagens significativas analisando os discursos dos alunos, concluindo terem ocorrido experiências de aprendizagem construtivistas observando quatro categorias distintas: aprendizagem ativa, aprendizagem autêntica, múltiplas perspetivas e aprendizagem colaborativa. 95% dos alunos manifestou ter tido um papel ativo nas aulas, tendo sido este um dos aspetos referidos como mais importante nessas aulas, pois não estiveram apenas a ouvir. Alunos referiram “It is more useful because we learn with fun and we produce ideas” e “We have more opportunities to try what we have learned

---

<sup>11</sup> Tradução livre da doutoranda; do original: “The role of technology is just beginning to be understood. At the same time, technology continues to evolve and rapidly change the everyday world and the classroom. Students and teachers are increasingly using digital tools throughout the day and beyond school, (Carreira, Jones, Amado, Jacinto, & Nobre, 2016). It is increasingly necessary to understand better how new and emerging digital tools can be used effectively.”



and this helps me to remember easily what I gained” (Somyürek, 2015, p. 33). Sobre a aprendizagem autêntica, e focando especialmente na melhoria da compreensão, os discursos de 90% dos alunos apontaram nesse sentido, registando-se que o curso providenciou uma melhor compreensão de conceitos prévios que haviam aprendido noutros contextos como as aulas de Matemática ou Geografia: “An activity aiming to move robots down the same road in a mat using different calculations led me to a better understanding of units of length such as meters and inches and their conversions” (p. 33), tendo os professores referido também que os alunos puderam aprender fórmulas matemáticas e o seu uso durante o curso. Sobre a aprendizagem colaborativa os autores registaram uma grande maioria de opiniões positivas, observando em particular uma opinião de que “My friends’ thoughts and knowledge that I heard and observed during the activities were helpful to develop my own knowledge and skills about robots and programming” (p. 34). Assim, e em síntese, Somyürek (2015) conclui que, dadas as características da experiência de aprendizagem – solicitadora de um papel ativo, interventivo, colaborativo e centrado na resolução de problemas – os discursos dos alunos evidenciaram um prazer generalizado com a experiência de aprendizagem, um aumento da motivação e uma melhor compreensão de conceitos, registando assim que o processo de chegar a conclusões por explorações individuais ou em grupo e a integração de novo conhecimento com conhecimento prévio relevante permitiu as alunos experimentar uma aprendizagem significativa.

O estudo de Ünlü e Dökme (2015) sobre as percepções dos alunos do 7º ano, sobre a combinação do uso de simuladores digitais com atividades laboratoriais, encontrou opiniões positivas relacionadas com o favorecimento da compreensão, o aumento da rapidez na aprendizagem, um melhor domínio dos assuntos e a melhoria dos resultados. Os autores relatam também que os alunos perceberam que a combinação tornava as aulas mais agradáveis e divertidas. De acordo com Nafidi *et al.* (2018), as simulações proporcionam ambientes de investigação científica e ferramentas cognitivas necessárias para que se apliquem habilidades de resolução de problemas. Estes autores realizaram um estudo experimental com pré e pós-teste e grupo de controlo e simuladores digitais para que os alunos pudessem aprender conceitos relacionados com o tempo geológico. Verificaram um efeito positivo desse uso no desempenho académico associado, aumentando a compreensão dos alunos e a motivação dos mesmos, que se traduziu por um grande envolvimento nas tarefas e comunicação entre alunos. Trundle e Bell (2010) salientam também o sucesso da utilização de simuladores – especificamente na aquisição de conhecimentos –, no desempenho escolar e no desenvolvimento da

competência investigativa. Estes autores sublinham também a importância de incorporar na investigação a estratégia pedagógica deliberada e intencional da exploração dos simuladores digitais, salientando que os estudos que não sugerem benefícios na utilização dos simuladores também não apresentaram a estratégia de exploração.

O uso pedagógico dos *softwares* de Geometria Dinâmica é já há muito preconizado nos currículos nacionais da Matemática e reconhecido na investigação como promotor de motivação e facilitador de aprendizagem (Arbain & Shukor, 2015; Diković, 2009; Kösa, 2016b; Silveira & Cabrita, 2013; Zengin et al., 2012). De facto, as indicações metodológicas nos currículos escolares da Matemática já há muito que contemplam a utilização de tecnologias digitais, sendo o GeoGebra um programa gratuito que possibilita a produção e disponibilização *online* de recursos educativos interativos, e em cujo ambiente os alunos podem facilmente *fazer* Matemática. A investigação sobre o uso do programa GeoGebra centra-se tradicionalmente no *design* da interface do utilizador (Sinclair et al., 2016), mas a investigação recente inclui aplicativos *web*, que funcionam como simuladores. Apresentando o GeoGebra como uma ferramenta que pode apoiar tópicos de aprendizagem e ensino de Matemática, Lo e White (2020) sublinham a necessidade de manter o foco nos resultados da aprendizagem para escolher cuidadosamente os aplicativos disponíveis na base de dados do GeoGebra, uma vez que é de fonte aberta e alguns aplicativos contêm erros de construção ou arredondamento.

Poon (2018) estudou a utilização de um aplicativo GeoGebra para ajudar os alunos a comparar frações, descobrindo que não só os alunos melhoraram as suas capacidades Matemáticas mas também desenvolveram opiniões positivas sobre a utilização de tais materiais: um aumento da motivação e concentração durante a experiência de aprendizagem, e também entusiasmo na execução de tarefas informáticas. Um pequeno e breve estudo qualitativo exploratório realizado com um simulador do algoritmo da divisão inteira, com alunos de uma turma do 4.º ano (Brito, 2018), mostrou ser este um recurso facilitador da aprendizagem. De facto, e segundo o relato da professora da turma, os alunos revelaram motivação para a aprendizagem e para a regulação da mesma, o que contribuiu ainda para libertar a professora de verificações rotineiras dos produtos das aprendizagens de alunos mais autónomos, permitindo-lhe ocupar-se dos alunos menos autónomos. Yang e Yin (2016) investigaram num experimento com grupo de controlo e pré e pós testes a utilização de simulação digital de *origamis* no desenvolvimento do raciocínio geométrico de alunos de 6.º ano, tendo concluído um efeito positivo

no raciocínio geométrico e no desempenho acadêmico. Os autores sugerem mais investigações com recurso a entrevistas e observações que permitam compreender a influência de outros fatores no sucesso dessa estratégia.

O GeoGebra é utilizado em grande medida na Educação Matemática, mas está a começar a espalhar-se para a Física (Rubio et al., 2016), Química e Educação Física (Solvang & Haglund, 2018). Solvang e Haglund (2018) estudaram a aplicação de simuladores produzidos com o GeoGebra na Educação Física. Com um pequeno grupo de alunos, os autores estudaram a aprendizagem do atrito em superfícies com simulação com o GeoGebra e descobriram o mesmo padrão nas opiniões dos alunos. Na disciplina de Ciências de 9.º ano e no tema “Átomos”, Silva e Montané (2018) investigaram a utilização de simuladores digitais e o seu impacto na aprendizagem num estudo experimental com pré e pós-teste e grupo de controlo. Observaram que esses recursos digitais potencializaram a ocorrência da aprendizagem significativa “ao permitir que os elementos subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos alunos interagissem mais facilmente com as novas informações trabalhadas nas aulas, e desta forma, adquirissem significado” (p.18). Bu e Henson (2016) modelaram um eclipse solar total com o GeoGebra, para ajudar futuros professores do ensino básico com conceções erradas ou entendimentos incompletos sobre o fenómeno, concluindo que "o GeoGebra proporciona uma poderosa plataforma aberta para os educadores da STEM introduzirem a modelação numa sala de aula escolar como uma postura pedagógica e ajudarem ainda mais os alunos a desenvolver uma perspetiva Matemática sobre (...) numerosos problemas semelhantes do mundo real" (Bu & Henson, 2016, p. 69).

As exposições visuais (com imagens estáticas ou dinâmicas, interativas ou não) são frequentemente apresentadas aos alunos como materiais de aprendizagem (Castro-Alonso et al., 2016; Renkl & Scheiter, 2017). No entanto, e segundo Renkl e Scheiter (2017), aprender com este tipo de material requer não só conhecimento prévio do contexto curricular, mas também certas capacidades cognitivas de processamento visual (Renkl & Scheiter, 2017). Quando a imagem é interativa, assumindo assim uma dimensão manipulativa, o aluno pode controlar o fluxo de informação, ajustar a apresentação ao seu nível atual de compreensão, e eventualmente recuperar de falhas de compreensão (Renkl & Scheiter, 2017), permitindo-lhe ainda compensar a insuficiente habilidade de imaginar movimentos ou processos dinâmicos (Höffler et al., 2013). Outro aspeto que aumenta a eficácia das

imagens dinâmicas é a redução da sobrecarga na memória de trabalho ao incluir fisicamente outras representações como textos na proximidade espacial/visual de imagens dinâmicas (Renkl & Scheiter, 2017) e a cor (Plass et al., 2009), o que influencia o desempenho da memória ao aumentar os níveis de atenção, melhorando assim "as hipóteses de os estímulos visuais serem codificados, guardados e recuperados com sucesso" (Dzulkifli & Mustafar, 2013, p. 8). O estudo de Bokosmaty *et al.* (2017), apoiado na Teoria da Carga Cognitiva de Sweller (Paas et al., 2003) centrou-se numa experiência de aprendizagem de Geometria no plano durante uma aula e num *software* de Geometria Dinâmica. Os autores procuraram relacionar a carga cognitiva necessária à aprendizagem e o desempenho académico com variáveis independentes que caracterizaram três diferentes situações: a manipulação do *software* feita pelo professor, sendo o aluno um observador, a manipulação feita pelo próprio aluno e uma terceira situação onde a aprendizagem ocorreu com materiais não manipuláveis. Os autores concluíram que há benefício do uso dos recursos de simulação digital em comparação com os materiais não manipuláveis e esse benefício é maior – por resultar quer numa carga cognitiva inferior quer em melhor desempenho – quando é o próprio aluno a fazer as manipulações. Importa sublinhar que a avaliação da carga cognitiva recorreu à perceção subjetiva de dificuldade da tarefa, usando uma escala tipo Likert de categoria simétrica unidimensional de 9 pontos, com rótulos numéricos e verbais variando de “1, extremamente fácil” a “9, extremamente difícil”.

Apesar de ter grande potencial para fomentar a aprendizagem, a utilização destes materiais pode também impor um esforço por parte do aluno (Plass et al., 2009; Renkl & Scheiter, 2017), e o resultado final da utilização deste material nem sempre corresponde às expectativas iniciais (Renkl & Scheiter, 2017). De facto, e como Renkl e Scheiter (2017) referem, o conhecimento sobre estas dificuldades permite a conceção de materiais mais eficazes para alcançar os objetivos desejados. Uma das questões levantadas por estes autores está relacionada com o preconceito dos alunos. Alguns alunos parecem preferir aprender com outros materiais (provavelmente concebendo materiais visuais como menos sérios), outros estão extremamente confiantes na sua aprendizagem com este tipo de material, uma vez que percebem uma aprendizagem facilitada, resultando na atribuição de menos tempo de estudo em futuras situações de aprendizagem. A atenção a diferentes aspetos da imagem é também um fator que interfere com a aprendizagem, uma vez que os alunos focam frequentemente a sua atenção em aspetos irrelevantes, mas visualmente salientes, da imagem. No caso particular das imagens dinâmicas, a atenção é, portanto, uma variável muito importante, necessária para a observação e registo desejado

nas mudanças de posição, aparência, orientação e outros atributos - "a transitoriedade dos atributos torna crucial que o aluno esteja atento à informação relevante no momento certo" (Renkl & Scheiter, 2017, p. 610). A percepção da utilidade e facilidade de utilização de um simulador de computador parece estar, segundo Liu e Huang (2015), condicionada pelo nível de autoeficácia do utilizador: quando os alunos têm maior autoeficácia, adquirem também o nível de confiança necessário para operar o simulador. Por fim, e tal como referem McCrudden e Rapp (2017), para compreender melhor a eficácia da utilização deste tipo de recurso é necessário conhecer em profundidade a pedagogia instrucional utilizada – como as atividades envolventes e de apoio que possam melhorar seu uso –, um foco nos processos cognitivos que fundamentam as tentativas de compreender as exibições visuais associadas, bem como a compreensão das características do aluno e dos contextos mais amplos em que as exibições são usadas.

Especificamente em Matemática, as ferramentas digitais estão, como referem Bray e Tangney (2017), estão a ser utilizadas para permitir aos alunos abordar problemas de forma dinâmica e proporcionar-lhes novas formas de visualizar conceitos, aumentando a compreensão dos mesmos (Castro-Filho et al., 2017; Silveira & Cabrita, 2013). De facto, os simuladores digitais oferecem oportunidades para reconhecer padrões e experienciar o *sense-making* (Findley et al., 2017), visto que imagens fixas que não podem ser manipuladas podem limitar a capacidade de raciocínio dos alunos (Presmeg, 2006). Tendo o potencial de estimular o raciocínio indutivo, os simuladores digitais podem, pois, ser eficazes para desenvolver habilidades de pensamento se explorados em experiências pedagógicas cuidadosamente projetadas para serem significativas para o aluno (Findley et al., 2017).

De uma maneira geral, os estudos sobre a utilização de simuladores digitais para a aprendizagem escolar apontam melhorias na qualidade da aprendizagem (Liu & Huang, 2015; Scremin et al., 2018; Silva et al., 2020; Silveira & Cabrita, 2013; Trundle & Bell, 2010; Ünlü & Dökme, 2015), no desempenho (Chang et al., 2016; Ünlü & Dökme, 2015), no raciocínio (Chang et al., 2008), na capacidade de investigar (Trundle & Bell, 2010), e no ambiente de aula (Saha et al., 2010; Ünlü & Dökme, 2015). Dada a importância de variáveis psicológicas na explicação do sucesso na aprendizagem e desempenho escolar e seguindo sugestões de muitos dos autores dos estudos citados, entendemos ser relevante a realização de estudos que procurassem efeito moderador dessas variáveis na relação entre o uso de simulação digital e a aprendizagem. Tivemos acesso a apenas um estudo, de Jelatu

(2018), que analisou em alunos indonésios o efeito de moderação do raciocínio espacial na compreensão de conceitos geométricos com o GeoGebra, mas que recorreu a uma estratégia de ensino específica, a REACT (Relacionar, Experimentar, Aplicar, Cooperar e Transferir) e não utilizou a avaliação de pré-teste. Jelatu (2018) concluiu não haver interação entre a utilização do Geogebra e o raciocínio espacial na compreensão dos conceitos geométricos. Nos estudos anteriormente mencionados também não foi claro o papel do investigador nem os outros procedimentos experimentais relativos às características da experiência pedagógica: para além de conceber o material, as atividades, planificar os trabalhos a desenvolver e os instrumentos de avaliação, o investigador teve um papel ativo na condução da experiência pedagógica; em alguns casos desconhece-se a duração temporal da experiência, as características da configuração do espaço de interação pedagógica (trabalho individual ou em grupo, por exemplo) e das avaliações das aprendizagens realizadas pelo professor nas suas intervenções.

Numa revisão de estudos disponíveis na *Web of Science*, *Scopus* and *ERIC* entre os anos 2000 e 2018 sobre a utilização de tecnologia no ensino das ciências e matemática, Hillmayr *et al.* (2020) dividiram os estudos em 6 categorias nem sempre distintas considerando a ferramenta digital estudada, sendo para este estudo relevante a categoria *dynamic mathematical tools*, onde se podem situar as simulações digitais produzidas por exemplo com o *software* GeoGebra. Na ausência de estudos que estudassem a moderação do efeito do uso de tecnologia por outras variáveis, os autores procuraram identificar esse efeito moderador analisando as características contextuais dos estudos para identificar, dentre essas características, variáveis moderadoras do tamanho do efeito, como sendo o conteúdo curricular estudado, o ano escolar, o tipo de computador utilizado, a razão estudante-por-computador (ou seja, se cada aluno trabalha sozinho no computador ou se o partilha com outros), o apoio recebido pelos alunos, a formação de professores no uso da tecnologia, a duração do estudo, o tamanho da amostra, o desenho metodológico e o efeito instrutor (significando distinguir os estudos em que os grupos experimental e de controlo tiveram o mesmo instrutor ou instrutores diferentes). As habilidades de raciocínio e as atribuições causais não foram estudadas. A única variável que se mostrou moderadora nesse estudo de Hillmayr *et al.* (2020) foi a formação dos professores no uso da tecnologia. Em geral, e de acordo com Hillmayr *et al.* (2020), a utilização de ferramentas digitais tem um efeito positivo significativo nos resultados de aprendizagem dos alunos), com as simulações revelando-se significativamente mais benéficas do que as restantes ferramentas digitais, produzindo o maior tamanho

de efeito ( $g = 1.02$ ,  $p < .05$ ). Não foram encontradas diferenças significativas entre diferentes razões estudante-por-computador, apesar do trabalho em dupla produzir o maior tamanho de efeito ( $g = 0.72$ ,  $p < .05$ ). Os estudos com menor duração produziram maiores tamanhos de efeito, verificando-se também que os alunos que utilizaram ferramentas digitais revelaram uma melhoria nas suas atitudes face ao conteúdo curricular estudado comparados com alunos que não utilizaram tais ferramentas.

A investigação sugere, pois, que os simuladores digitais são recursos educativos que representam um potencial interessante para facilitar a visualização de objetos tridimensionais e a ativação de processos de aprendizagem relacionados com a Geometria Espacial. De facto, "Há desafios matemáticos interessantes no distanciamento das representações estáticas em papel, (...) e as tecnologias digitais podem fornecer alternativas a tais representações que oferecem aos alunos mais oportunidades de criar e raciocinar com imagens dinâmicas" (Sinclair et al., 2016, p. 699). A literatura parece convergir para a identificação da simulação digital como ferramenta promotora de sucesso escolar, quer pelo aumento da motivação dos alunos quer pela mobilização de habilidades cognitivas intimamente ligadas aos processos de aprendizagem e facilitadoras da desejável ocorrência do *sense-making*. A NCTM (2009) define *sense-making* como o desenvolvimento de uma compreensão de uma situação, contexto ou conceito, ligando-o a outros conhecimentos. Esta definição está intimamente relacionada com o conceito de aprendizagem significativa – o relacionar não arbitrário e substantivo de informação com informação já existente na estrutura cognitiva. As conhecidas dificuldades dos alunos na aprendizagem da Matemática no geral e especificamente na visualização espacial, necessária à compreensão do Espaço e suas relações, sustentaram a pertinência da realização de uma investigação sobre o uso de simulação digital centrada na melhoria das aprendizagens e desempenho escolar nesse tema curricular. Nesse contexto, Silveira e Cabrita (2013) referem que "o computador pode promover uma aprendizagem significativa" (p.153), sublinhado que para a sua ocorrência esta deve ser ativa, construtiva, intencional, autêntica e cooperativa.

De acordo com Lemos (2007, p.217),

Se, por um lado, nas situações de aprendizagem escolar se tem vindo a assistir ao progressivo aumento da escolaridade obrigatória e a dar maior ênfase a uma formação interdisciplinar, por outro, nas situações de formação e de exercício profissional, a

recusa da segmentação das tarefas e o crescente apelo ou maior valorização das competências de análise, controlo, planeamento e decisão dos sujeitos, levam-nos à indiscutível conclusão de que as competências cognitivas ligadas ao que tradicionalmente se designa por raciocínio aparecem hoje, mais do que nunca, sobejamente enaltecidas. Posto isto, e no seguimento quer da nossa investigação quer da investigação usualmente conduzida a propósito da relação entre habilidades cognitivas e desempenho académico, antecipamos novos desafios para o presente estudo que passariam essencialmente com a proposta de se tomarem as dimensões cognitivas aqui definidas e as provas propostas para a sua avaliação como variáveis dependentes e, por outro lado, os programas de intervenção – onde o alvo se coloca no desenvolvimento da cognição e a aprendizagem – como variáveis independentes. Faltam-nos estudos sistemáticos quanto à forma como acções deliberadas na modificação cognitiva afectam as estruturas intelectuais dos indivíduos, e esta é seguramente uma questão fundamental à Psicologia do Desenvolvimento e à Psicologia Escolar.

No seguimento da sugestão de Lemos (2007) procurou-se, pois, o desenho de um programa de intervenção – neste caso um experimento pedagógico em contexto escolar – e a sua configuração como variável independente do estudo, que será descrito no próximo capítulo da tese. A idealização de uma tal intervenção em contexto natural pressupõe de antemão a projecção da sua concretização e possível duração temporal. Sendo a preocupação com a aprendizagem escolar central nesta investigação, não pareceu pertinente, nem mesmo possível, desenhar uma tal intervenção na prática pedagógica em aulas de Matemática de 9.º ano com simulação digital focada objetivamente no treino de itens de raciocínio e com uma duração que garantisse algum impacto real na cognição dos alunos. Assim, parecendo inapropriada a reavaliação do raciocínio dos alunos após o experimento, pareceu mais



adequado que a variável dependente de um tal estudo fosse apenas o desempenho académico associado às aprendizagens curriculares, procurando-se ainda investigar a existência de efeito moderador de variáveis sociodemográficas e psicológicas e conhecer as opiniões dos alunos que viveram a experiência de aprendizagem com simulação digital, por forma a aceder às perceções dos alunos sobre as experiências vividas.

## **Conclusão**

A revisão de literatura procurou expor as intrincadas relações entre a aprendizagem e a inteligência e motivação, em particular quando considerada a área curricular escolhida para este estudo, a Matemática, e muito em especial a Geometria. As relações entre a aprendizagem da Geometria e a habilidade cognitivas como o raciocínio espacial ou mecânico são realçadas, bem como alguma investigação sobre o género. A escolaridade da mãe surge como variável importante, condicionadora do sucesso escolar. O desempenho escolar emerge como variável associada às atribuições causais para o sucesso académico, para além de associada a investigação diversa na Psicologia da Educação, reforçando assim a pertinência de se recorrer a esta medida: de facto, tomar o desempenho escolar como indicador da aprendizagem dos alunos é empobrecedor; contudo, é uma medida que objetiva a informação sobre o que resultou dos processos de ensino e de aprendizagem. Mesmo não sendo uma medida direta e descritiva de tais processos; é também uma medida classicamente utilizada e permite-nos a comparação com a literatura, para além de ser ela própria valorizada na cultura escolar e motor de mudanças.

Alguma investigação empírica sobre aprendizagem com tecnologia foi apresentada, procurando-se realçar a área curricular do nosso estudo e a simulação digital. Considerações sobre as dificuldades em aprender com imagens dinâmicas são explicitadas, bem como o seu impacto na aprendizagem, rendimento, motivação e opiniões dos alunos. A simulação digital é definida e é realçado o seu potencial para, em situações de aprendizagem que coloquem o aluno num papel ativo, promover aprendizagens significativas.

Entendendo a criatividade experimental referida por Ausubel *et al.* (1980) como uma forma original de encontrar soluções para um problema de investigação – neste caso da melhoria das aprendizagens e desempenho com recurso à simulação digital – entendeu-se que, para a compreensão do fenómeno da aprendizagem e desempenho na Geometria Espacial com simulação digital, dever-se-ia conceber um experimento com grupo experimental e de controlo que permitisse testar uma hipótese central, de que os alunos que utilizam a simulação digital têm um desempenho geral na Geometria Espacial superior ao dos alunos que não a utilizam. Sabendo que os conhecimentos e competências em Geometria Espacial podem ser divididos por algumas áreas distintas, percebe-se a pertinência de identificar se o esperado impacto positivo dessa utilização se dá de forma generalizada a essas diferentes habilidades da Geometria Espacial.

Uma segunda análise se prende com a influência de variáveis pessoais e psicológicas como o género, a escolaridade da mãe, as atribuições causais para o sucesso, o desempenho académico anterior e as habilidades cognitivas na aprendizagem e desempenho da Geometria Espacial. Após a revisão da literatura e conhecida a relação que a motivação – em particular as atribuições causais para os resultados escolares – e as habilidades cognitivas têm com o desempenho escolar, pareceu constituir-se num real contributo para o conhecimento científico sobre o uso de simulação digital na Educação testar a hipótese de que a magnitude do efeito do uso da simulação digital no desempenho académico é afetada por essas mesmas relações. Ou seja, de que as já conhecidas relações entre o desempenho académico e o género, a escolaridade da mãe, as atribuições causais para o sucesso e as habilidades cognitivas interferem, como efeito moderador, numa hipotética relação entre o uso pedagógico de simulação digital e o desempenho académico. Por fim, e tal como sugerem Yang e Yin (2016) e Somyürek (2015), conhecer as opiniões dos alunos sobre a experiência de aprendizagem com simulação digital, para daí fazer inferências sobre a qualidade das aprendizagens. De facto, Hillmayr *et al.* (2020) referem a existência de poucos estudos centrados nesse aspeto, que nos parece poder ser esclarecedor dos restantes resultados.

No próximo capítulo desta tese apresenta-se o paradigma metodológico que permite abordar o problema de forma apropriada.

## **CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA DO ESTUDO EMPÍRICO**

Ao longo deste capítulo descrevemos as opções metodológicas seguidas na realização da investigação ou estudo empírico da tese. Trata-se de um estudo essencialmente experimental (manipulação da utilização do simulador digital na aprendizagem dos alunos de algumas turmas), com forte componente de análise quantitativa dos dados, mas que não deixou de considerar as opiniões dos alunos acerca da nova experiência de aprendizagem em que participaram e integrar estas análises num todo coerente acerca da problemática da tese.

Este capítulo inicia-se com a explicitação dos objetivos, questões e hipóteses, a que se segue uma síntese das variáveis estudadas e das análises efetuadas para responder às questões e testar as hipóteses de investigação. São de seguida descritos os simuladores digitais e a planificação didática associada, fundamentando-se a conceção destes instrumentos no currículo e na literatura. Descreve-se a formação ministrada aos professores do grupo experimental, que utilizaram os simuladores digitais nas suas aulas de Matemática de 9.º ano. Descreve-se o processo de amostragem elencando-se as condicionantes. Descrevem-se os instrumentos de recolha de dados, sendo dado particular realce aos testes de Geometria Espacial concebidos para esta investigação como instrumentos de avaliação do desempenho antes e após o experimento. São por fim descritos os processos e calendarização da recolha de dados antes e após o experimento, destacando as preocupações éticas respeitadas na condução da pesquisa.

### **Problema, questões e hipótese de investigação**

Identificou-se um problema de investigação – *dado um qualquer objetivo curricular envolvendo conceitos, procedimentos ou relações, poderá um simulador digital, explicitando-os visualmente de forma mais rápida e com qualidade e riqueza visuais, facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa com impacto positivo no desempenho escolar? De que forma as características pessoais dos alunos,*

*nomeadamente o género, a escolaridade da mãe, as suas habilidades de raciocínio e a motivação escolar, tão sobejamente estudadas na Psicologia da Educação, interferem na aprendizagem com esse tipo de tecnologia?* Estas preocupações, aplicada à aprendizagem e ao desempenho escolar na Matemática tem, seguramente, relevância académica e social.

Considerando que a natureza do nosso problema o situa num paradigma de procura de relações entre variáveis, entendemos que um estudo de natureza experimental seria a metodologia adequada. De facto, e por definição, tal desenho tem como objetivo a explicação de um determinado fenómeno pela atribuição de causa da sua ocorrência a uma variável independente controlada pelos investigadores. Emergiu assim, fundamentada na literatura, a principal hipótese de investigação:

*Hipótese H1:* O desempenho académico em Geometria Espacial dos alunos que utilizam simuladores digitais nas aulas de Geometria Espacial é significativamente superior ao mesmo desempenho académico dos alunos que não utilizam simuladores digitais nas aulas de Geometria Espacial.

Tal como este estudo pretende contribuir para o conhecimento sobre o fenómeno da aprendizagem com simulação digital e debruça-se sobre um contexto curricular específico para compreender as especificidades das aprendizagens que lhe são associadas, entendendo-se que o desempenho académico em Geometria Espacial pode ser decomposto pelo desempenho nas diversas habilidades inerentes a esta área. Assim a compreensão deste fenómeno fica aprofundada se pudermos dedicar atenção ao impacto do uso da simulação digital sobre cada habilidade. Deriva, pois, da hipótese de investigação H1 uma questão de investigação:

*Questão Q1:* O efeito positivo do uso da simulação digital sobre o desempenho avaliado no pós-teste generaliza-se às diferentes habilidades ou componentes da Geometria Espacial?

Paralelamente, e em geral, uma compreensão mais profunda dos fenómenos de aprendizagem escolar e desempenho académico pode ser conseguida se algumas variáveis pessoais ou contextuais forem controladas. Isto permite a emergência de padrões subtis, facilitando o objetivo final dos investigadores para, com um grau razoável de certeza, apoiar/refutar a teoria ou apontar direções pedagógicas e didáticas diferentes e aparentemente promissoras para a investigação. Uma segunda

componente deste estudo foca-se nas variáveis tradicionalmente estudadas e associadas positivamente à aprendizagem e desempenho, como sendo variáveis sociodemográficas e psicológicas. Levantam-se assim uma segunda hipótese e segunda questão de investigação:

*Hipótese H2: Dada a relação positiva entre variáveis sociodemográficas, capacidades cognitivas e motivação académica com os resultados da aprendizagem, estas variáveis podem moderar o impacto da experiência pedagógica na melhoria dos conhecimentos dos alunos do pré-teste para o pós-teste.*

*Questão Q2: Será que, em todas as habilidades da Geometria Espacial, o impacto do uso pedagógico da simulação digital no desempenho suplanta o das variáveis sociodemográficas e psicológicas?*

Procurando complementar os dados recolhidos e as conclusões retiradas das suas análises pareceu-nos pertinente levantar uma terceira questão de investigação, tal como observada no trabalho de Silveira e Cabrita (2013), focada nas opiniões dos alunos que viveram a experiência de aprendizagem com simulação digital. Uma tal questão permitiria, ainda que de uma forma indireta através de auto-re-ato, aceder ao contexto de aprendizagem, permitindo inferir sobre a possibilidade de ocorrência de aprendizagens significativas.

*Questão Q3: Quais são as opiniões dos alunos sobre a experiência de aprendizagem de Geometria Espacial com simulação digital?*

Registou-se com interesse para o desenho metodológico deste estudo a opinião de O'Donnell, Hmelo-Silver e Erkens (2006, p.2) quando referem que:

Apesar das promessas do contributo do uso da tecnologia para aprendizagem efetiva e instrução, a assunção de que o uso da tecnologia para a aprendizagem e instrução

é necessária e efetivamente promove a aprendizagem é tão universal que praticamente não é avaliada como suposição<sup>12</sup>,

sendo que “frequentemente são feitas afirmações sobre a importância da tecnologia na aprendizagem dos alunos com um suporte empírico bastante limitado” (p. 2). Estudos mais recentes apontam para as mesmas dificuldades: “the impact of using digital tools is not yet fully clear, as numerous studies differ in their findings” (Hillmayr et al., 2020, p. 2) De facto, e de uma forma geral, Cheung e Slavin (2013) sugerem prudência na leitura dos resultados positivos alcançados em estudos experimentais sobre a eficácia de aplicações tecnológicas educativas para a melhoria do desempenho na Matemática, sobretudo devido à interferência dos aspetos metodológicos dos próprios estudos. Por um lado, a ausência de grupos de controlo, o que dificulta atribuir qualquer ganho ao programa implementado; no entanto, em alguns estudos com grupo de controlo, não foram estabelecidas equivalências iniciais entre os grupos, pelo que a comparação entre os grupos experimental e de controlo foram feitas só no pós-teste. A duração dos programas estudados também poderá ter influenciado resultados, conhecido o facto de que “estudos de curta duração tendem a produzir tamanhos de efeito maiores que estudos de longa duração” (Cheung & Slavin, 2013). O objeto de avaliação – o conhecimento ou competência Matemática que se pretendia adquirido ou desenvolvido com a tecnologia – foi em alguns estudos mal selecionado, avaliando-se em ambos os grupos conceitos ou procedimentos a que apenas o grupo experimental fora submetido. Um outro enviesamento dos estudos prende-se com o efeito que os autores referem como *cherry-picking*, em que os resultados menos positivos de alguns alunos do grupo experimental no pós-teste foram excluídos alegando-se “expressões atípicas das suas aptidões”, não havendo, no entanto, o mesmo critério para os resultados mais positivos de outros alunos. Visto que os estudos analisados por Cheung e Slavin (2013) não apresentavam, na maioria dos casos, o valor do tamanho do efeito, este foi calculado por esses autores recorrendo à divisão da diferença entre as classificações média no pós-teste (ajustadas para o pré-teste) do grupo experimental e do grupo de

---

<sup>12</sup> Tradução livre da doutoranda, do original: “However, despite de promises od the contribution of technology to effective learning and instruction, the assumption that the use of technology for learning and instruction is necessary and effectively promotes learning is so pervasive that i tis virtually unexamined as na assumption.”

controlo pelo desvio padrão não ajustado no pós-teste (total). A revisão efetuada por estes autores centrou-se em estudos envolvendo a utilização de instrução assistida por computador, sistemas integrados de aprendizagem, não sendo claro se a simulação digital estaria incluída nesses sistemas. Segundo os mesmos autores, programas de instrução assistida por computador, que providenciam instrução adicional e suplementar à instrução tradicional de sala de aula foram os que revelaram maior tamanho de efeito, calculado em 0.19.

Para testar a principal hipótese de investigação, H1, optamos pois pela realização de um estudo quase-experimental com grupo de comparação ou quase-controlo. A ausência de um grupo de controlo formado por alunos retirados aleatoriamente de um conjunto mais amplo de turmas disponíveis para o grupo experimental e grupo de controlo leva-nos a definir o nosso estudo como quase-experimental. Assim, o segundo grupo de alunos é entendido mais como grupo de comparação que de controlo, ainda que várias vezes ao longo do texto para aumentar a compreensão dos dados façamos referência a grupo de controlo.

Segundo Dimitrov e Rumrill (2003), uma vantagem de manter os participantes em cenários naturais, ou lidar com grupos intactos como são os grupos-turma, é que permite um maior grau de validade externa. Foram assim selecionadas nove turmas do 9.º ano de escolaridade de três escolas públicas do interior do norte de Portugal. Estas turmas participantes foram selecionadas por conveniência, considerando-se, em primeiro lugar e no caso do grupo experimental, o interesse e abertura de professores de Matemática à implementação de uma planificação didática de aulas de geometria centrada no uso de tecnologia e em salas com computadores. Estas condições permitiriam que fossem os alunos a utilizar os simuladores e não apenas o professor recorrendo à projeção para a turma toda. Esta exigência foi também condicionadora da escolha de escolas pois requeríamos que tivessem salas com computadores disponíveis para as aulas de Matemática, situação que infelizmente ainda não é uma realidade comum. Também a proximidade geográfica foi fator de conveniência, facilitando o processo de recolha de dados antes e depois do experimento e a possibilidade de mais facilmente controlar os contextos de lecionação apoiando os professores envolvidos nas dúvidas ou questões levantadas.

Para além da variável grupo, que caracteriza a pertença de cada participante ao grupo experimental ou de controlo, as restantes variáveis estudadas, os instrumentos utilizados para implementar o experimento pedagógico e recolher dados, os participantes envolvidos e os momentos de recolha de dados encontram-se no Quadro 2. A avaliação das dimensões cognitivas foi feita com recurso a provas da Bateria de Provas de Raciocínio (BPR), de Almeida (2003), e das atribuições causais para o sucesso escolar na Matemática com recurso ao Questionário de Atribuições de Resultados Escolares (QARE) (Miranda & Almeida, 2008).

## Quadro 2

*Variáveis, instrumentos, participantes envolvidos e momentos de recolha de dados da investigação*

Variáveis	Instrumento/ técnica de recolha	Momento da recolha rela- tivamente ao experimento		Partici- pantes
		Antes	Após	
Género (gen)	Acesso ao registo biográfico e escolar	X		Todos
Escolaridade da mãe (escolamae)		X		
Rendimento escolar anterior na Matemática (classif8)		X		
Raciocínio Espacial (RE)	Teste de Racio- cínio Espacial da BPR	X		
Raciocínio Mecânico (RM)	Teste de Racio- cínio Mecânico da BPR	X		
Atribuições de causa de sucesso na Matemática ao esforço (s_esf) método de estudo (s_metod), conhecimentos prévios (s_bases), professor (s_prof), sorte (s_sorte) e habilidade intelectual (s_intel)	QARE	X		
Conceptualização de propriedades Matemáticas no espaço antes das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PR_C1)	Pré-teste de Geometria Espacial	X		
Representação de objetos 3D: identificação de planificações antes das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PR_C2)				
Representação de objetos 3D: desenho de sólidos antes das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PR_C3)				
Medida antes das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PR_C4)				
Desempenho académico em Geometria Espacial antes das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PR_total)				



**Quadro 2**

*Variáveis, instrumentos, participantes envolvidos e momentos de recolha de dados da investigação*

Variáveis	Instrumento/ técnica de recolha	Momento da recolha rela- tivamente ao experimento		Partici- pantes
		Antes	Após	
Conceptualização de propriedades Matemáticas no espaço após das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PO_C1)	Pós-teste de Geometria Espacial			
Representação de objetos 3D: identificação de planificações após das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PO_C2)				
Representação de objetos 3D: desenho de sólidos após das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PO_C3)			X	
Medição após das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PO_C4)				
Desempenho académico em Geometria Espacial após das aulas de 9.º ano de Geometria Espacial (PO_total)				
Opiniões dos alunos acerca da experiência de aprendizagem com simulação digital	Composição escrita		X	Apenas GE

As seções seguintes apresentam os recursos didáticos – simuladores digitais – os instrumentos utilizados para recolha de dados das variáveis indicadas, a formação dada aos professores participantes que implementaram o programa de ensino desenhado na planificação didática e uma justificação para as análises estatísticas adotadas.

### **Simuladores digitais e atividades pedagógicas**<sup>13</sup>

Apesar de se procurar atender às preocupações metodológicas manifestadas pelos vários autores e estudos analisados, não foi possível cuidar das preocupações de Hillmayr *et al.* (2020) acerca dos materiais utilizados pelo grupo de controlo. No caso deste estudo, para evitar a ameaça à validade interna da relação causa-efeito testada com este quase-experimento, não foram apresentados ao grupo

<sup>13</sup> Simuladores e atividades disponíveis em <http://pam.lusopt.info/ges/ge.html>

de controlo das atividades pedagógicas que poderiam ser entendidas como “comuns”, ou seja, que não solicitavam diretamente a utilização de nenhum dos simuladores. Essa opção metodológica deveu-se ao facto de poder ocorrer a difusão dos procedimentos experimentais numa das escolas participantes, que tinha 5 turmas do grupo de controlo e 1 do grupo experimental. Os simuladores foram concebidos tendo em consideração as aprendizagens a realizar ao longo das aulas sobre sólidos geométricos, seus volumes e áreas de superfície, conforme constam no Quadro 3.

### Quadro 3

*Aprendizagens essenciais de 2.º e 3.º Ciclo no domínio da Geometria Espacial (DGE, 2018b)*

	2.º Ciclo	3.º Ciclo
Sólidos Geométricos	Descrever figuras no plano e no espaço com base nas suas propriedades e nas relações entre os seus elementos e fazer classificações explicitando os critérios utilizados.	Analisar sólidos geométricos, incluindo pirâmides, cones e esferas, identificando propriedades relativas a esses sólidos, e classificá-los de acordo com essas propriedades.
	Reconhecer o significado de fórmulas para o cálculo de volumes de sólidos (prismas retos e cilindros) e usá-las na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos.	Reconhecer o significado de fórmulas para o cálculo de áreas da superfície e de volumes de sólidos, incluindo pirâmides, cones e esferas, e usá-las na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos.
Resolução de problemas	Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas usando ideias geométricas, em contextos matemáticos e não matemáticos e avaliando a plausibilidade dos resultados.	Resolver problemas usando ideias geométricas em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e aplicando estratégias de resolução, incluindo a utilização de tecnologia, e avaliando a plausibilidade dos resultados.
Raciocínio	Desenvolver a capacidade de visualização e construir explicações e justificações Matemáticas e raciocínios lógicos, incluindo o recurso a exemplos e contraexemplos.	Desenvolver a capacidade de abstração e de generalização e de compreender a noção de demonstração, e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.
Comunicação	Expressar oralmente e por escrito ideias Matemáticas, com precisão e rigor, e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da Matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia).	Expressar oralmente e por escrito ideias Matemáticas, com precisão e rigor para justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da geometria e da Matemática em geral (convenções, notações, terminologia e simbologia).

Documentos de referência para a Educação Matemática da NCTM conduziram à diferenciação de três habilidades distintas ligadas à Geometria Espacial, a saber: a conceptualização de propriedades Matemáticas no espaço, sendo um exemplo desta habilidade a identificação do número de vértices, arestas e faces de sólidos (C1); a representação de objetos 3D, sendo dois exemplos mais específicos desta habilidade o reconhecimento e construção de planificações de sólidos (C2), e outro a representação de sólidos (C3); e por fim a habilidade de medição, sendo um exemplo o cálculo da área de superfície e volume de objetos 3D (C4).

A habilidade C1 foi avaliada apenas através da identificação do número de vértices, arestas e faces dos sólidos. Este objetivo curricular mais específico está presente no currículo de Matemática do 6.º ano de escolaridade mas não no de 9.º ano, pelo que era expectável que os professores de Matemática do grupo de controlo não abordassem este conteúdo. Assim, procurando-se aumentar a validade interna do estudo, também a planificação didática do grupo experimental não visou explicitamente o atingimento deste objetivo, nem nenhum simulador fora concebido para esse efeito. Também relativamente à habilidade C3, avaliada através de desenhos de sólidos, nenhum simulador fora concebido para promover deliberadamente o desenvolvimento desta habilidade, pensando-se que todos os simuladores, no seu todo, poderiam contribuir para esse efeito. Esta decisão, novamente sustentada na procura de validade interna, fundamentou-se também no entendimento de que os professores do grupo de controlo não iriam dedicar tempo ao desenvolvimento explícito desta habilidade.

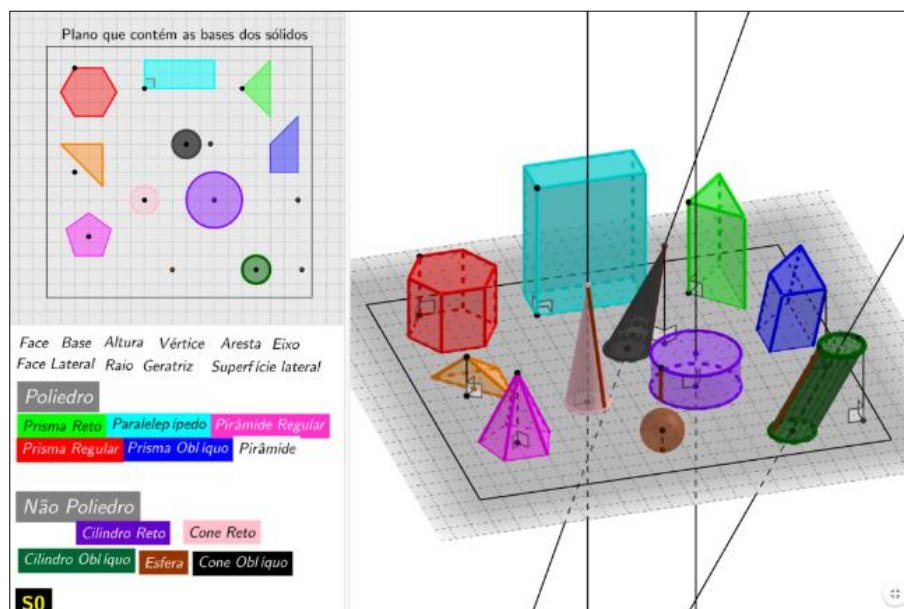
Em todos os simuladores procurou-se utilizar a cor como elemento de destaque, quer da distinção entre elementos de uma mesma categoria (por exemplo, utilizando diferentes cores para diferentes elementos de um sólido como aresta lateral ou aresta da base), quer da associação entre elementos presentes numa figura e as suas medidas concretizadas numa fórmula (por exemplo, a cor vermelha representava nas figuras o lado do polígono da base do sólido e ainda a medida do seu comprimento nas fórmulas em que é solicitado). Procurou-se assim incorporar nos materiais alguns princípios promotores da aprendizagem significativa (Ausubel et.al, 1980), nomeadamente a apresentação de exemplos, extensões, modificações, generalizações e relação com um grupo mais amplo de ideias, bem como a ativação de conhecimento prévio e o relacionar do novo conhecimento com o conhecimento já presente na estrutura cognitiva. Algumas das atividades propostas forneceram

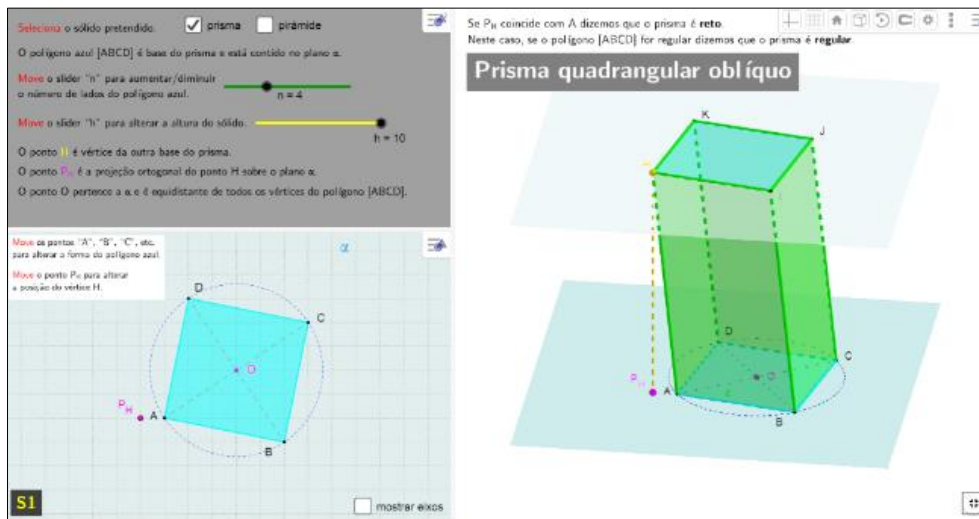
*feedback* imediato ao aluno, permitindo-lhe perceber o avanço na aprendizagem e promovendo assim o interesse e esforço em continuar a aprender (Schwartz, 2019).

Enquanto o simulador S0 (Figura 2) apenas permite a alteração na perspetiva da vista 3D, o simulador S1 (Figura 3) permite também a alteração do número e localização dos vértices do polígono da base e da posição do ponto H. Com esses dois primeiros simuladores pretendeu-se colocar os alunos num primeiro contacto com as potencialidades gráficas tridimensionais dos simuladores, facilitando-lhes a visualização no espaço e permitindo-lhes rever e consolidar alguns conceitos (nomeadamente as características e classificação dos sólidos), ativando estes conhecimentos. Sublinha-se que o simulador S1 e atividades conexas visaram o desenvolvimento da habilidade de conceptualização de propriedades Matemáticas no espaço mas focada na relação entre a designação do sólido, o polígono da base do mesmo e a posição nesse plano do ponto de projeção do vértice de pirâmide ou da outra base de prisma.

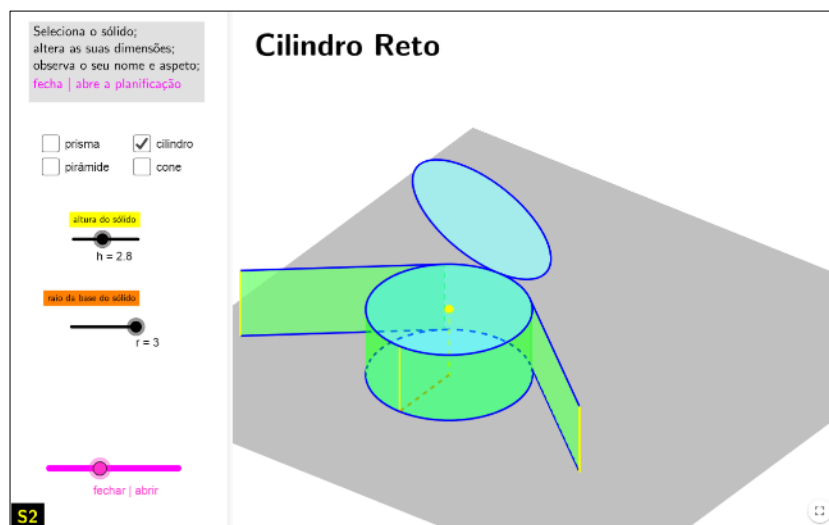
## Figura 2

*Simulador S0 –Revisão de alguns sólidos*



**Figura 3***Simulador S1 – Classificação de prismas e pirâmides*

O simulador S2 (Figura 4) apresenta os sólidos estudados (cilindro, prisma, cone e pirâmide) e as suas planificações num processo dinâmico controlado por um *slider* de “embrulhar”/“desembrulhar” a sua superfície, sendo ainda possível alterar as características de cada sólido. Este simulador procura explicitar o processo mecânico de dobragem da planificação para obtenção do sólido, pretendendo assim diminuir o esforço cognitivo do aluno e estimular a habilidade de visualização. A associação de planificações aos sólidos correspondentes era mais um conhecimento prévio que se pretendeu deliberadamente recuperar ou ativar com este simulador.

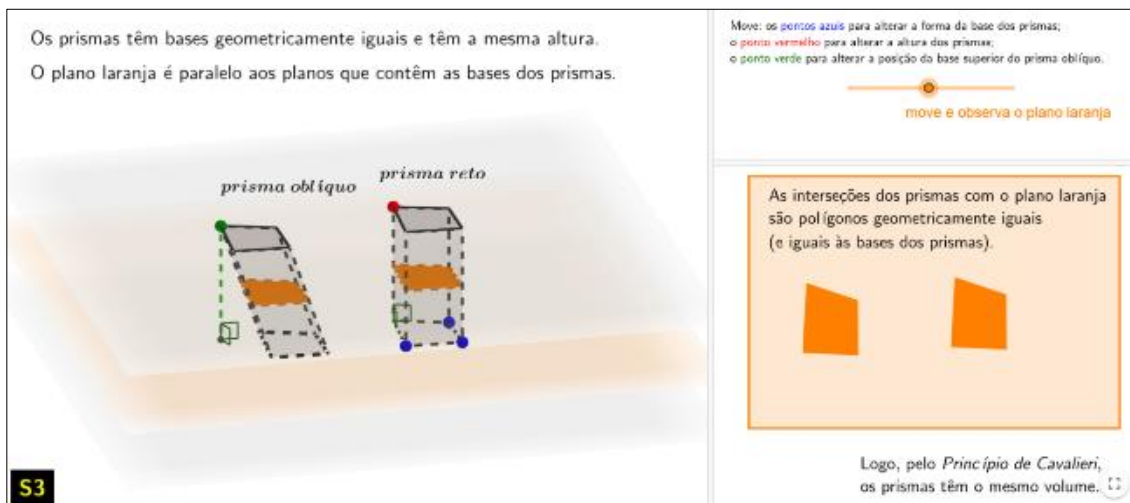
**Figura 4***Simulador S2 – Sólidos e suas planificações*

Com as atividades de exploração do simulador 2 propostas procurou-se que os alunos identificassem semelhanças e diferenças entre diferentes planificações e associando estes aspetos aos sólidos correspondentes. Este simulador visou o desenvolvimento da habilidade C2, avaliada através de associações de planificações a sólidos. O desenvolvimento desta habilidade é um objetivo presente no currículo do 6.º ano, sendo necessária no 9.º ano de escolaridade para a compreensão da noção de área de superfície de sólidos e dos seus elementos como o apótema lateral ou a geratriz de um cone.

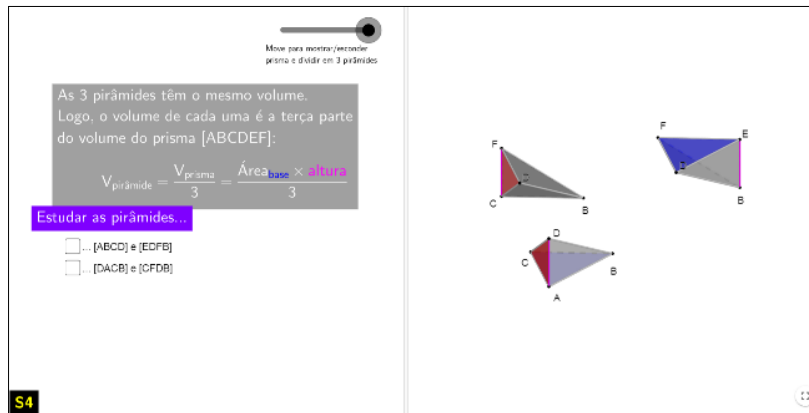
Com os simuladores S3, S4, S5 e S6 procurou-se explorar o significado das fórmulas de volume. Assim, é ilustrado o Princípio de Cavalieri com prismas de mesma base, reto e oblíquo (S3; Figura 5), podendo o utilizador mover pontos para alterar a forma da base dos prismas e ainda a posição relativa da aresta vertical do prisma oblíquo com a base do sólido. Sendo possível mover a posição do plano de corte paralelo às bases dos sólidos proporciona-se observar que as seções produzidas em ambos os sólidos são equivalentes.

**Figura 5**

*Simulador S3 – Ilustração do Princípio de Cavalieri*

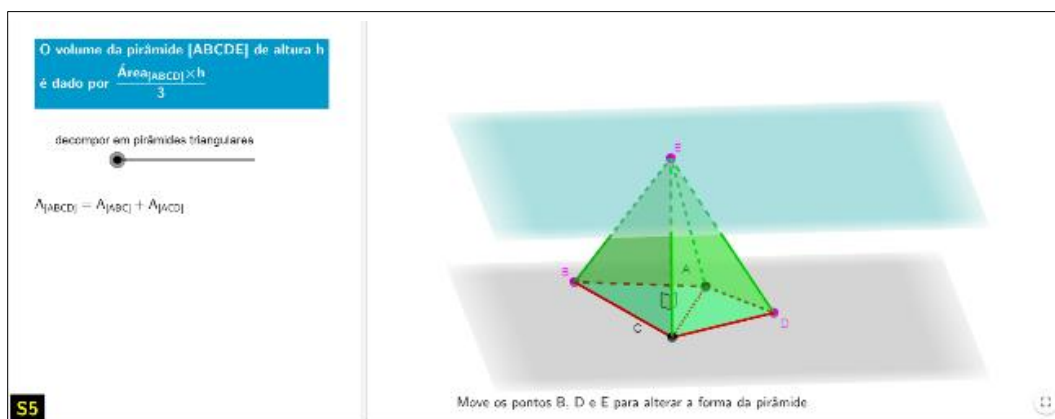


A decomposição de um prisma triangular em três pirâmides triangulares equivalentes e justificação da fórmula do cálculo do volume da pirâmide triangular é o objetivo do simulador S4 (Figura 6).

**Figura 6***Simulador S4 – justificação da fórmula para cálculo do volume de uma pirâmide*

Após a divisão do prisma surgem possibilidades de justificar geometricamente, por transformações isométricas das pirâmides e pelo Princípio de Cavalieri; que pares de pirâmides são equivalentes. Este simulador foi concebido recorrendo a um modelo matemático diferente do adotado por Jelatu (2018).

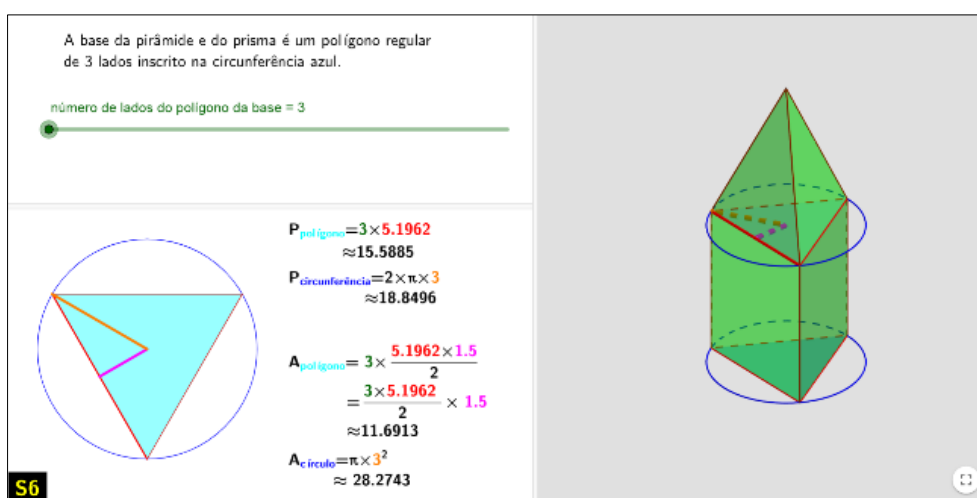
São ainda apresentados simuladores que permitem apreender a justificação da fórmula do cálculo do volume de qualquer pirâmide (S5; Figura 7) e, por fim, reconhecer o significado das fórmulas dos volumes e áreas de superfície de cilindros e cones a partir das de primas e pirâmides (respetivamente) por aproximação dos perímetros e áreas das bases (S6; Figura 8).

**Figura 7***Simulador S5 – Justificação para o cálculo do volume de qualquer pirâmide a partir da decomposição em pirâmides triangulares*

No simulador S6 evidencia-se a capacidade dos simuladores produzidos com o GeoGebra de apresentarem texto dinâmico, sendo possível observar que ao aumentar o número de lados do polígono da base (fazendo deslizar o *slider* verde para a direita), os cálculos apontam para uma aproximação das medidas dos perímetros do polígono e da circunferência, bem como das áreas do polígono e do círculo.

### Figura 8

*Simulador S6 - aproximação de cilindro e cone por prisma e pirâmide e justificação de fórmulas de volume*

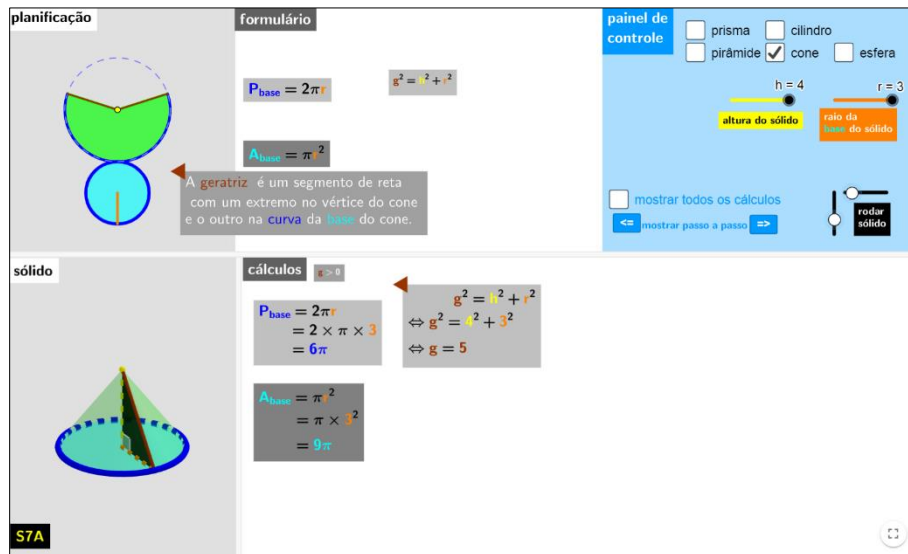


A habilidade C4 foi avaliada através da solicitação de cálculos de áreas de superfícies e volumes de sólidos. Este objetivo curricular está presente em toda a escolaridade matemática, aumentando naturalmente a dificuldade com a complexificação dos sólidos. Os simuladores S7A e S7B e atividades conexas foram concebidos para esse efeito, procurando realçar similitudes e diferenças entre sólidos, bem como as dimensões dos diversos elementos do sólido e seus papéis enquanto variáveis das diversas fórmulas para os diversos cálculos. No simulador S7 apresentam-se os sólidos estudados, as suas planificações, o formulário associado ao cálculo do volume e área da superfície a partir dos seus elementos e a concretização nas fórmulas das diferentes variáveis, em cálculos com valores exatos (simulador 7A, Figura 9) ou valores aproximados (simulador 7B).



**Figura 9**

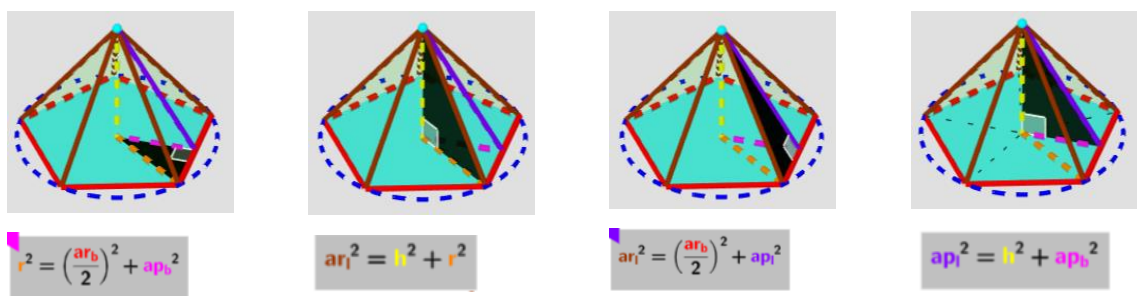
*Simulador S7A – Formulário, justificações e cálculos exatos de volume e área da superfície*



A apresentação do formulário e construção iterada dos cálculos intermédios para obtenção do volume e área da superfície pôde ser controlada, surgindo alguns apontamentos de texto e triângulos retângulos no interior do cone/pirâmide que justificam alguns desses cálculos, conforme se observa na Figura 10.

**Figura 10**

*Imagens sequenciais de triângulos retangulares pretos dentro de uma pirâmide, apresentados nas justificações passo-a-passo dos simuladores 7A e 7B*



Com as atividades propostas procurou-se seguir as orientações de Ausubel *et al.* (1980) e Novak e Cañas (2008), ativando-se o conhecimento prévio e, de seguida, introduzindo-se mais conhecimentos

articulados com os anteriores. No estudo de cada simulador as primeiras atividades propostas e que envolveram a exploração dos mesmos foram primeiramente orientadas, solicitando-se ao aluno a movimentação dos *sliders* e registo de observações, e aplicação de conhecimentos por observação das respostas dos simuladores<sup>14</sup>. Numa fase posterior, as atividades solicitaram a aplicação de conhecimentos em situações novas, cuja concretização não era possível com o simulador<sup>15</sup>, ou mesmo a análise de situações aparentemente desconexas das simulações geradas<sup>16</sup>, mas que solicitariam a mobilização dos conhecimentos já incorporados nas atividades anteriores. Algumas atividades foram elaboradas em formato *cloze* ou de múltipla escolha, fornecendo aos alunos um *feedback* imediato. As demais atividades foram apresentadas em arquivos em formato de documento portátil (*.pdf*) com as soluções no final, e os alunos deveriam escrever as resoluções e respostas em seus cadernos.

A planificação da experiência de ensino-aprendizagem centrou-se na exploração dos simuladores e atividades conexas durante cerca de 13 aulas. Este número foi proposto pela doutoranda e aceite pelos três os professores participantes após observar o número de aulas na planificação didática da escola com turmas do grupo de controlo. Considerado o estudo de Bokosmaty *et al.* (2017) e a importância do papel ativo do aluno para a ocorrência de aprendizagens significativas, procurou-se maximizar as situações em que seriam os alunos a explorar ativamente os simuladores, ficando apenas duas das 13 aulas destinadas à exploração dos simuladores unicamente pelo professor à turma. Em primeiro lugar, e durante quase quatro aulas, os alunos deveriam recordar conhecimentos e aptidões anteriores sobre a Geometria Espacial, explorando os simuladores S0, S1 e S2 e envolvendo-se em atividades relacionadas. Em duas aulas, o professor deveria explorar os simuladores S3, S4, S5 e S6 e promover o questionamento e a discussão sobre princípios geométricos e fórmulas de Medida de área e volume. Nas restantes aulas, os alunos deveriam empenhar-se em explorar os simuladores 7A e 7B para recordar volume e área de superfície de prismas e cilindros, e evoluir esse conhecimento para pirâmides, cones e esferas. Esta mesma sequência didática, fundamentada numa abordagem curricular

---

<sup>14</sup> Exemplo: *Faz um esboço de uma pirâmide triangular regular, com 3cm de aresta da base e 1 cm de altura.*

<sup>15</sup> Exemplo: *Num prisma triangular regular o número de arestas que medem 4cm é o dobro do número de arestas que medem 6cm. Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse prisma? Escreve o resultado arredondado às décimas.*

<sup>16</sup> Exemplo: *Podemos enrolar uma folha de papel A4 de duas formas diferentes (fazendo coincidir lados opostos da folha), obtendo a superfície lateral de dois diferentes cilindros. Esses cilindros têm o mesmo volume?*

em espiral, pode ser encontrada em manuais escolares portugueses e esperava-se que fosse adotada pelas turmas do grupo de controlo, com possíveis variações quanto ao número de aulas dedicadas a cada aprendizagem, mas sem a utilização de ferramentas digitais. Esta expectativa resultou do conhecimento profissional da doutoranda acerca da planificação didática habitualmente assumida pelos professores do grupo de controlo. Assim, e procurando o aumento da validade interna do estudo no que respeita à instrumentação, houve a preocupação de, na conceção da planificação para o grupo experimental, assemelhar a sequenciação e duração das experiências de aprendizagem envolvendo os diferentes sólidos às da planificação didática das turmas do grupo de controlo.

### **Formação de professores do grupo experimental**

Os professores participantes tinham idades compreendidas entre os 35 e 45 anos. Foi necessário proceder a uma breve formação dos professores no uso pedagógico e técnico dos simuladores, para que compreendessem o potencial técnico e pedagógico dos mesmos e se apropriassem da planificação didática. Essa formação, ministrada pela doutoranda, foi desenhada seguindo uma estrutura simples: (1) apresentação dos simuladores, (2) apresentação das atividades de exploração dos simuladores, (3) apresentação da planificação didática do módulo de ensino-aprendizagem, e (4) discussão sobre a eventual necessidade de adaptações face às particularidades de cada turma e escola. No primeiro momento, como a frequência e a duração das aulas de Matemática podem variar de escola para escola, foi apresentada a planificação didática, para garantir que todos os participantes, tanto do grupo experimental como do grupo de controlo, fossem expostos ao mesmo tempo de sala de aula relativamente aos conteúdos de Geometria Espacial. Depois disso, e sentada lado a lado com os professores em frente ao computador, a doutoranda apresentou o *site* e todos os recursos digitais – simuladores e atividades – explorando cada simulador na ordem em que seriam utilizados nas atividades em sala de aula. Durante esta apresentação, a doutoranda explicou sua usabilidade técnica e potencial pedagógico, revendo em conjunto com os professores os conhecimentos científicos a serem apreendidos com eles. Destacou a vantagem pedagógica de se permitir que os alunos manipulassem livremente os simuladores: o ajuste da velocidade das simulações e o foco da atenção de cada aluno de acordo com as suas necessidades de aprendizagem. Questões científicas e pedagógicas surgiram e

foram abordadas de forma colaborativa e aberta, visto que a doutoranda também é professora de Matemática. Como a logística das escolas difere na quantidade de computadores nas salas de aula e para manter o programa experimental equivalente na turma de cada participante, decidiu-se que os alunos deveriam trabalhar em pares, compartilhando um computador. Os professores deveriam, portanto, fomentar a aprendizagem cooperativa entre pares de alunos, orientando o foco e o esforço dos alunos, observando diferentes ritmos de aprendizagem e dando *feedback*. Esse primeiro momento de treinamento presencial terminou com a doutoranda compartilhando a hiperligação para o *site* de simuladores e atividades, e solicitando a exploração e análise da adequação das atividades na planificação didática à realidade concreta de seus alunos. Como dois dos três professores foram considerados, pela doutoranda, como utilizadores entusiastas do GeoGebra nas suas atividades de ensino, estes momentos de formação foram mais breves e nenhum segundo momento de formação foi necessário ou solicitado. Durante o experimento, o professor menos familiarizado com o GeoGebra solicitou um esclarecimento sobre um aspeto científico de uma atividade, e a proximidade geográfica permitiu à doutoranda abordar o assunto noutra oportunidade presencial. Depois disso, os professores só fizeram contato com a doutoranda por correio eletrónico, e suas dúvidas cingiram-se a aspetos logísticos da recolha de dados inerentes à investigação.

## **Instrumentos de recolha de dados**

### *Testes de Geometria Espacial*

O pré-teste e o pós-teste (Quadro 4) foram ambos concebidos pela doutoranda para se constituírem em instrumentos de avaliação das aprendizagens na Geometria Espacial antes e após as aulas de Geometria Espacial. O pré-teste versou sobre a Geometria Espacial de 2.º ciclo, não incluindo assim questões sobre áreas e volumes de pirâmides, cones ou esferas, que no currículo oficial (aquando desta investigação) são introduzidos no 9.º ano de escolaridade. A estrutura e cotação de ambos os instrumentos são idênticas, sendo que itens de mesma designação avaliam a mesma habilidade.

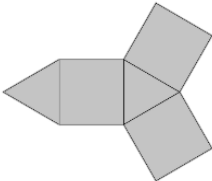
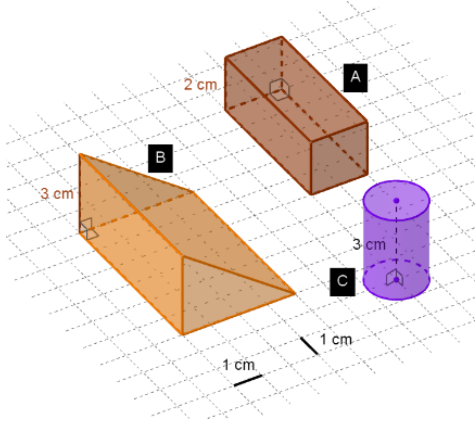
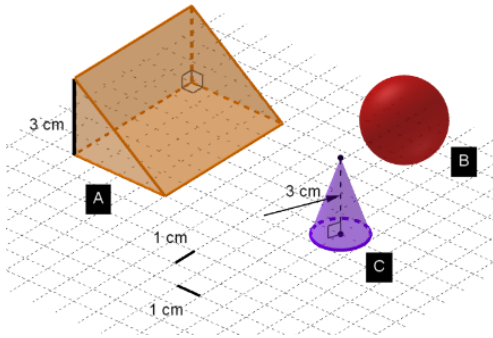
**Quadro 4**

*Itens de pré-teste e pós-teste*

Item	Pré-teste	Pós-teste																												
1	<p>Para cada alínea escreve o número que completa corretamente a frase:</p> <p>1a Um cubo tem ____ vértices.</p> <p>1b Um prisma pentagonal tem ____ faces</p> <p>1c Uma pirâmide de 7 faces tem ____ arestas.</p> <p>1d A aresta de um cubo de <math>64\text{cm}^3</math> de volume mede ____ cm.</p>	<p>Um cubo tem ____ arestas.</p> <p>Um prisma hexagonal tem ____ faces.</p> <p>Uma pirâmide de 8 faces tem ____ arestas.</p> <p>A aresta de um cubo de <math>125\text{cm}^3</math> de volume mede ____ cm.</p>																												
2	<p>Observa os 6 sólidos na tabela. Agora observa as 14 figuras abaixo da tabela. Entre elas há 1 planificação para cada um dos sólidos da tabela. Preenche corretamente a tabela, indicando, para cada sólido, a letra correspondente à sua planificação.</p> <p>2a</p> <p>2b</p> <p>2c</p> <p>2d</p> <p>2e</p> <p>2f</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Sólido</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Planificação</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Sólido							Planificação							<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Sólido</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Planificação</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>A</p> <p>B</p> <p>C</p> <p>D</p> <p>E</p> <p>F</p> <p>G</p> <p>H</p> <p>I</p> <p>J</p> <p>K</p> <p>L</p> <p>M</p> <p>N</p>	Sólido							Planificação						
Sólido																														
Planificação																														
Sólido																														
Planificação																														
3	<p>Na figura ao lado está representado um prisma reto de bases quadradas e com 10 cm de altura.</p> <p>Qual das seguintes expressões pode corresponder à área total (em centímetros quadrados) da superfície desse prisma? Indica a letra da opção correta.</p> <p>A) <math>4^2 + 4 \times 10</math></p> <p>B) <math>2 \times 4^2 + 4 \times 10^2</math></p> <p>C) <math>4^2 \times 10</math></p> <p>D) <math>2 \times 4^2 + 4 \times (4 \times 10)</math></p> <p>E) <math>4^2 \times 4 \times 10</math></p>	<p>A figura ao lado representa uma pirâmide regular de 12 cm de altura.</p> <p>Qual das seguintes expressões pode representar a área total (em centímetros quadrados) da superfície dessa pirâmide? Indica a letra da opção correta.</p> <p>A) <math>10^2 + \frac{10 \times 12}{2}</math></p> <p>B) <math>\frac{10^2 \times 12}{3}</math></p> <p>C) <math>10^2 + 4 \times \left(\frac{10 \times 12}{2}\right)</math></p> <p>D) <math>10^2 + \left(\frac{4 \times 10}{2}\right) \times 8</math></p> <p>E) <math>10^2 + 4 \times \left(\frac{10 \times 13}{2}\right)</math></p>																												

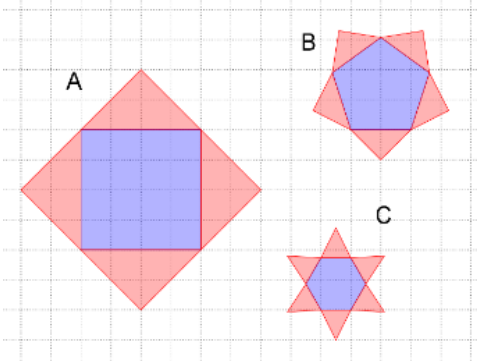
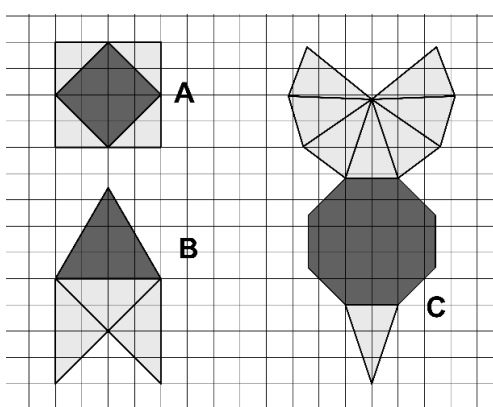
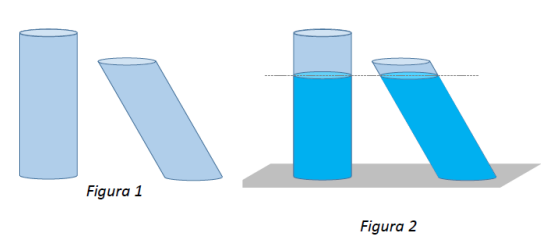
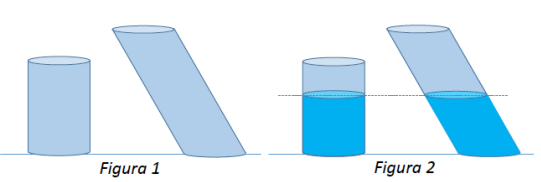
**Quadro 4**

*Itens de pré-teste e pós-teste*


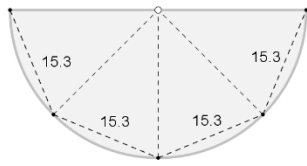
Item	Pré-teste	Pós-teste
4	<p>A figura ao lado, composta por 2 triângulos equiláteros e 3 quadrados, corresponde à planificação de um sólido geométrico.</p> <p>O Rui reproduziu a figura em cartolina, recortou-a, fez as dobragens pelas suas linhas e construiu esse sólido.</p> <p>Faz um esboço desse sólido.</p> 	<p>Sobre um sólido sabe-se que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A sua base é um polígono de 10 cm de perímetro;</li> <li>• Todas as suas faces laterais são triângulos isósceles geometricamente iguais, cujos lados medem 4 cm, 4 cm e 2 cm.</li> </ul> <p>Faz um esboço desse sólido.</p>
5 5a 5b	<p>Na figura estão representados 1 cilindro e 2 prismas. Cada um dos sólidos tem uma das suas faces sobre um quadriculado de 1 cm de lado.</p> 	<p>Na figura estão representados um quadriculado de 1 cm de lado e três sólidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Um prisma reto (A), que tem uma das faces pousada no quadriculado;</li> <li>• Uma esfera (B), pousada no quadriculado e cujo centro está a 1,5 cm de altura.</li> <li>• Um cone reto (C), cuja base está pousada no quadriculado.</li> </ul>  <p>5a Determina, em centímetros cúbicos, os volumes dos sólidos A e B. Apresenta todos os cálculos.</p> <p>5b Determina, em centímetros quadrados, a área total da superfície do sólido C. Apresenta todos os cálculos.</p>

**Quadro 4**

*Itens de pré-teste e pós-teste*

Item	Pré-teste	Pós-teste
<p>6</p> <p>6a</p> <p>6b</p> <p>6c</p>	<p>A Lara pretende construir 3 pirâmides em cartolina. Para tal recorreu a um quadriculado: desenhou na cartolina as figuras A, B e C conforme se vê na imagem abaixo. Cada figura é composta por 1 polígono regular e triângulos isósceles. A Lara vai recortar cada figura e fazer as dobragens pelas linhas das figuras.</p> 	
<p>7</p>	<p>Na Figura 1 estão representados dois copos de forma cilíndrica e alturas diferentes. As suas bases são círculos de mesmo diâmetro.</p> <p>A Luana introduziu água no copo reto até uma certa altura. De seguida introduziu água no outro copo até a mesma altura, como se observa na Figura 2.</p> <p>Achas que os dois copos têm a mesma quantidade de água? Explica o teu raciocínio.</p> 	

**Quadro 4***Itens de pré-teste e pós-teste*

Item	Pré-teste	Pós-teste
8	<p>A figura abaixo representa um baú de madeira composto por 1 prisma e meio cilindro. Sabe-se que:</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• A largura do baú é de 50 cm;</li> <li>• Quando está fechado o baú tem 70 cm de altura;</li> <li>• O comprimento do baú é o dobro da sua largura.</li> </ul> <p>Desprezando a espessura da madeira e atendendo aos dados da figura, determina o volume do baú.</p> <p>Apresenta todos os cálculos. Apresenta o resultado em centímetros cúbicos e arredondado às décimas.</p>	<p>O Ivo foi à vidraria do pai para aproveitar restos de vidro e fazer uma pirâmide decorativa. Quer depois enchê-la com areia colorida por um pequeno orifício no vértice superior.</p> <p>O pai do Ivo deu-lhe dois pedaços de vidro:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Um de vidro transparente (semicírculo de 20 cm de raio) que ele vai aproveitar para construir as faces laterais;</li> <li>• Um de vidro espelhado (quadrado com 20 cm de lado) que ele vai aproveitar apenas para construir a base da pirâmide.</li> </ul> <p>O Ivo começou a trabalhar no semicírculo: tirou umas medidas em centímetros e fez uns tracejados para indicar os cortes a fazer, como se observa na figura abaixo.</p>  <p>Indica um valor aproximado da quantidade máxima de areia que essa pirâmide poderá conter no seu interior.</p> <p>Apresenta a resposta em centímetros cúbicos, com 3 casas decimais.</p> <p>Explica os teus raciocínios e justifica as tuas respostas apresentando desenhos e/ou cálculos.</p>

Ambos os testes solicitaram, pois, conhecimento e compreensão sobre o número de vértices, arestas e faces de sólidos como cubo, pirâmide pentagonal ou prisma hexagonal (itens 1a, 1b e 1c), associações entre sólidos e as suas planificações (itens 2a, 2b, 2c, 2d, 2e e 2f), pensamento algébrico sobre a área de superfície de um determinado prisma quadrangular regular (item 3), desenho de um sólido dadas informações sobre a sua planificação (item 4), cálculo do volume e/ou área da superfície do cubo e outros sólidos (itens 1d, 5a, 5b e 5c), investigação sobre a possibilidade de construções em



pirâmide dadas as diferentes planificações (itens 6a, 6b, 6c), análise de dois sólidos e conexão dos conceitos de volume e capacidade (item 7) e resolução de problema para determinar o volume de um sólido (item 8). A pontuação máxima era 20 (1 para cada item), e as respostas em falta ou injustificadas (quando era necessária uma justificação) foram pontuadas com 0. A pontuação total do item 4 tinha subdivisões para ter em conta a qualidade do desempenho: 0 a um desenho impossível ou desenho de qualquer outro sólido que não um prisma triangular (em pré-teste) ou pirâmide triangular (em pós-teste); 1 a uma representação correta do sólido, e descontando 0,25 a cada uma das seguintes falhas: se o sólido não era regular, se não apresentava quadrados (em pré-teste) ou triângulos isósceles (em pós-teste) como faces laterais ou se as suas arestas invisíveis não estavam corretamente representadas. Também as pontuações dos itens 5a, 5b e 5c tinham subdivisões para descontar erros de cálculo (-0,25), de reconhecimento de medida apropriada (-0,25) ou de identificação da fórmula adequada (-0,5).

A atribuição de validade de conteúdo dos testes, referindo-se ao julgamento sobre os instrumentos e indicando se eles realmente cobrem os diferentes aspetos do seu objeto, resultou do julgamento de três diferentes especialistas incluindo a doutoranda, que analisaram a representatividade dos itens em relação às áreas de conteúdo e à relevância dos objetivos a medir. A atribuição de validade de critério se deu com observação da correlação moderada entre as variáveis PR\_total e classif8 ( $r=.52$ ,  $p<.01$ ). O Quadro 5 apresenta as habilidades da Geometria Espacial constituindo-se em categorias de itens dos pré-teste e pós-teste.

## Quadro 5

### *Habilidades na Geometria Espacial e itens de pré-teste e pós-teste*

Habilidade na Geometria Espacial		Item	Categoria
<i>Conceptualização de propriedades Matemáticas no espaço</i> • Identificar número de vértices, arestas e faces		1a, 1b, 1c	C1
<i>Representação de objetos 3D</i>	• Reconhecer e construir planificações de sólidos	2a, 2b, 2c, 2d, 2e, 2f, 6a, 6b, 6c	C2
	• Representar sólidos	4	C3
<i>Medição</i> • Calcular a área de superfície e volume de objetos 3D		1d, 3, 5a, 5b, 5c, 7, 8	C4

### *Variáveis psicológicas e de contexto*

Os testes de Raciocínio Espacial (RE) e Raciocínio Mecânico (RM) foram selecionados a partir da BPR (Almeida & Lemos, 2006). Os testes eram compostos respetivamente de 20 e 25 itens de escolha múltipla, cada um deles apresentando cinco opções com uma resposta correta. Foi utilizado o Questionário de Atribuições de Resultados Escolares QARE (Miranda & Almeida, 2008) para recolher as atribuições causais do sucesso em Matemática com base na teoria atribucional de Weiner (Weiner, 1985). Duas perguntas solicitaram uma classificação por importância (de 1 - mais importante a 6 - menos importante) uma lista de seis causas - esforço, método de estudo, conhecimento prévio, professor, sorte e capacidade intelectual - para o sucesso em Matemática, percebido através do aproveitamento escolar em testes escritos e em geral. Depois, para cada causa de sucesso, a média da classificação atribuída em ambas as perguntas foi calculada e resultou numa variável utilizada neste estudo, respetivamente *s\_esf*, *s\_metod*, *s\_bases*, *s\_prof*, *s\_sorte* e *s\_intel*. As opiniões dos alunos do grupo experimental foram expressas em composições escritas. Foi pedido aos alunos que expressassem livremente as suas opiniões sobre as aulas de Geometria Espacial e que também se referissem a tópicos específicos: (a) explorar os simuladores e (b) trabalhar em pares. Recolheu-se informação sobre a classificação na Matemática do ano letivo anterior (*classif8*) e a escolaridade da mãe (*escolamae*) junto dos professores de Matemática das turmas participantes. A escolaridade da mãe foi tomada como uma variável ordinal, onde os níveis consecutivos diferiram em cerca de 4 anos de escolaridade, desde o 1.º ciclo até o doutoramento, podendo assim variar entre 1 e 6.

O estudo ocorreu após o primeiro período do 9º ano. Uma vez que as escolas participantes poderiam não manter a mesma distribuição de tópicos de Matemática ao longo do ano letivo, a classificação da Matemática no final desse primeiro período refletiria o desempenho dos alunos em tópicos específicos ensinados naquele período, e não na Matemática em geral. Portanto, para avaliar o desempenho académico anterior em Matemática, preferiu-se observar as classificações finais do 8.º ano dos alunos participantes (*classif8*). Em Portugal esta avaliação é feita numa escala ordinal de 1 a 5 (sendo 3 considerado uma classificação positiva, o mínimo para ser aprovado), proposta pelo professor da escola de Matemática, normalmente seguindo critérios de avaliação definidos pela direção pedagógica da escola.

## **Calendarização e recolha dos dados**

A recolha de dados de variáveis psicológicas teve lugar nas duas primeiras semanas do segundo período escolar. Primeiro os alunos realizaram o pré-teste num período de 60 minutos, submetidos a normas básicas de supervisão de exames e aplicados pela doutoranda e professores voluntários da escola no seu próprio tempo de aula. Num dia diferente, não mais de uma semana depois, os testes psicológicos foram aplicados por psicólogos escolares num período de 45 minutos dentro do tempo disponível dos alunos na escola. Os alunos não foram informados sobre os resultados do pré-teste ou dos testes de raciocínio. Uma vez que o estudo foi estabelecido em condições naturais das atividades escolares e as escolas diferem nos horários semanais das aulas de Matemática e nas atividades paralelas, houve um período de uma semana e meia durante o qual, em ambos os grupos, as atividades em sala de aula na Geometria Espacial começaram e terminaram. Uma turma do grupo experimental teve problemas técnicos com o acesso à Internet em duas aulas no final da experiência, os quais foram ultrapassados pela professora, que previamente imprimiu as atividades planeadas e as apresentou aos alunos em papel. Todas as nove turmas com participantes neste estudo precisaram de 12 a 13 aulas para concluir o estudo da Geometria Espacial. Quase uma semana depois de terminadas as aulas de Geometria Espacial, pós-teste foi aplicado aos alunos seguindo os mesmos procedimentos adotados no pré-teste. Por fim, foi solicitado aos alunos do grupo experimental uma exposição por escrito das suas opiniões acerca da experiência de aprendizagem vivida ao longo das 13 aulas. Essa composição foi realizada durante cerca de 15 minutos de uma aula de Matemática. Os testes de Matemática pré-teste e pós-teste foram corrigidos pela doutoranda.

Foram seguidos os protocolos habituais de solicitação de autorizações aos Encarregados de Educação dos alunos e direções das escolas, salvaguardando-se as questões éticas associadas ao consentimento informado e à privacidade dos participantes, assim como os relativos às medidas de proteção de dados. De acrescentar que o projeto de investigação foi aprovado pela Comissão de Ética da Universidade do Minho (Anexo I, CEICSH 015/2019).

## **Análises estatísticas**

As análises estatísticas foram realizadas com o IBM SPSS Statistics versão 26.0. A taxonomia de Evans (1996) foi adotada para qualificar o coeficiente de correlação. Um valor de  $p < 0,05$  foi considerado estatisticamente significativo (teste bicaudal). O Quadro 6 apresenta um resumo dos métodos de análise e interpretação de dados para responder às questões e testar as hipóteses de investigação.

Para a testagem da principal hipótese de investigação, H1, optou-se pela realização de uma análise de covariância. Esta técnica pareceu ser a mais apropriada por algumas razões. Em primeiro lugar, porque a adição de uma covariável ao modelo de análise constitui-se numa estratégia de controlo estatístico do erro quando tal não é possível por recurso ao controlo experimental (Marôco, 2014), o que de facto estava previsto dada a conveniência que caracterizou o processo de amostragem, não aleatório. Sendo a análise de variância com medidas repetidas uma outra alternativa para o controle desse erro, considerou-se no entanto que esta não seria a análise adequada quando comparada com a análise de covariância, pois ao avaliar-se conhecimentos diferentes no pré e pós-teste não se configuraria propriamente uma medição *repetida*. De facto, o pós-teste foi concebido num formato e conteúdo bastante semelhante ao do pré-teste, substituindo-se alguns itens por outros que permitissem avaliar os novos conhecimentos e competências que se esperava que todos os alunos adquirissem ou desenvolvessem com as aulas de Geometria Espacial de 9.º ano. Assim, considerou-se que a ANCOVA seria a análise mais apropriada para a testagem da hipótese H1. Ao conhecermos a condição inicial de cada aluno relativamente aos conhecimentos e competências em Geometria Espacial, que tem naturalmente uma forte influência sobre a variável de resposta do estudo – o pós-teste –, a análise de covariância recorrendo ao pré-teste permitiu corrigir essa variável resposta. Para determinar o tamanho do efeito recorreu-se ao valor de  $\eta^2$  parcial tal como definido no *software* SPSS, sendo que a qualificação do tamanho desse efeito em *pequeno*, *médio* ou *grande* foi realizada conforme sugerido por Cohen (1988).

**Quadro 6***Hipóteses e Questões de investigação e análises adotadas*

	Análises adotadas
H1	Análise de Covariância de PO_total controlando com PR_total num modelo com a variável independente grupo
Q1	Criação da variável <i>ganho</i> , de diferença entre a classificação no pós-teste e pré-teste em cada categoria de itens associada a cada habilidade da Geometria Espacial; observação de significado estatístico das diferenças entre as médias da variável ganho nos grupos experimental e de controlo
H2	Análise de moderação em dois modelos distintos de ANCOVA, um com as variáveis grupo, género e escolamae recodificada, outro com as variáveis grupo, s_sorte e RE recodificadas; observação em ambos os modelos do valor-p das interações entre a variável grupo e cada uma dessas variáveis
Q2	Conceção de quatro modelos de regressão linear, cada um com uma variável ganho de Q1 como independente, e as variáveis grupo, género, escolamae, RE e s_sorte como dependentes; observação dos coeficientes e do nível de significância dos mesmos.
Q3	Análise de conteúdo dos discursos dos alunos.

Para responder à *Questão 1* de investigação entendeu-se apropriado o recurso à análise do valor-p dos testes de amostras independentes de diferenças de médias entre os grupos experimental e de controlo após a criação de variáveis *ganho* associadas às diferentes habilidades na Geometria Espacial, considerando que cada habilidade fora avaliada antes e depois do experimento com um conjunto de itens no pré-teste e, de seguida, no pós-teste.

A *Hipótese 2* centra-se na possibilidade do efeito do uso da simulação digital ser moderado por variáveis pessoais e psicológicas. Entende-se que a compreensão deste fenómeno seria alargada se procedêssemos primeiramente a uma descrição cuidadosa das variáveis psicológicas, pessoais e sociodemográficas nesta amostra específica, bem como as associações entre estas variáveis e o desempenho no pré-teste e na classificação de Matemática do ano anterior. Seguidamente, e para identificar um possível efeito moderador destas variáveis sobre o resultado no pós-teste recorreu-se à análise do valor-p das interações em duas ANCOVAs entre a variável grupo e variáveis sociodemográficas, num modelo, e, noutro modelo, algumas das variáveis psicológicas. Para responder

à *Questão 2* seguiu-se o procedimento adotado na *Questão 1*, desta vez procurando-se construir modelos de regressão linear das variáveis *ganho* para perceber o poder preditivo de cada variável.

Para analisar as composições que os alunos fizeram com as suas opiniões sobre a experiência de aprendizagem com a simulação digital, e assim responder à *Questão 3* de investigação, optou-se pela técnica de análise de conteúdo. Tendo sido solicitado aos alunos que se procurassem manifestar a sua opinião livremente sobre as aulas de Geometria Espacial, sublinhou-se também a necessidade de conhecer alguma opinião acerca de dois diferentes tópicos: a) trabalho em pares e b) exploração dos/“mexer com os” simuladores. Assim, a resposta a esta questão de investigação traz ao estudo, através de uma análise qualitativa de discursos dos alunos participantes no experimento, o complemento dos dados que poderá permitir, após uma análise cuidadosa e cruzada com a literatura, fazer algumas inferências sobre a qualidade das aprendizagens e sobre a ocorrência de aprendizagens significativas. De facto, e tendo a testagem das hipóteses H1 e H2 e a resposta às questões Q1 e Q2 se socorrido de dados quantitativos envolvendo o desempenho dos alunos antes e após o experimento, a aprendizagem em si com recurso à simulação digital ocorre *entre* esses momentos. Uma observação *in loco* dessas cerca de 13 aulas em contexto natural – ou seja, nas salas de aula usuais, no curso natural dos trabalhos ditado pelas planificações didáticas escolares e horários escolares – em cada uma das nove turmas participantes dificilmente seria exequível no âmbito de uma investigação de doutoramento como esta, desligada de um projeto mais alargado com uma equipa mais numerosa. Por outro lado, desde sempre assumimos a importância da medida do desempenho neste estudo pois, apesar de se referir ao produto da aprendizagem e não ao processo que lhe é associado, é tradicionalmente tomado como uma medida da aprendizagem, é a variável utilizada em diversos estudos na psicologia sobre aprendizagem e variáveis pessoais e psicológicas, para além de ser uma variável importante do Modelo de Aceitação da Tecnologia proposto por Davis (1985). Assim, esta questão de investigação vem procurar, através das opiniões dos alunos, caracterizar a experiência de aprendizagem por eles vivida, procurando evidências da ocorrência de aprendizagens *com qualidade*, ou seja, significativas.

## Considerações finais

Ao longo deste segundo capítulo da tese apresentamos e justificamos as opções metodológicas seguidas na concretização da nossa investigação. De facto, a área curricular em que assenta um estudo sobre a utilização de tecnologia será com certeza uma variável importante a ter em conta no momento de se investigar o impacto dessa utilização na aprendizagem, aqui avaliada com a dimensão do desempenho académico. Considerando que a própria área curricular escolhida pode conter em si uma diversidade de conhecimentos e habilidades a adquirir e desenvolver nas situações de aprendizagem, também parece justificar-se uma preocupação com essa mesma diversidade na altura de avaliar o desempenho e fazer inferências fundamentadas sobre o impacto do uso da tecnologia. Dada a natureza da Matemática – área escolhida para este estudo – e da forte ligação entre esta e o raciocínio, parece pertinente uma análise cuidadosa das relações entre o desempenho e habilidades de raciocínio mais ligadas à visualização de imagens dinâmicas e à aprendizagem da Geometria Espacial, bem como considerar a dimensão da motivação nesse processo e outras variáveis como a escolaridade da mãe ou o género.

Apresentamos com particular detalhe os instrumentos de recolha de dados sobre as aprendizagens dos alunos na Geometria Espacial antes e após o experimento, justificando assim a utilização do pré-teste como medida de controlo da variância dos resultados dos alunos no pós-teste, este sim aplicado após as aulas de Geometria Espacial. Também os simuladores concebidos para o experimento foram apresentados com detalhe, fazendo-se sobressair o papel dos *sliders* enquanto ferramentas cognitivas que permitem aos alunos, em cada simulador, controlar as alterações por eles produzidas, ajustando-as ao seu nível de atenção e compreensão.

A formação dos professores do grupo experimental também foi detalhadamente descrita, sublinhando-se que se tratou de uma formação curta, focada na aplicação da planificação didática e na apropriação do uso técnico e potencialidades/limitações dos simuladores. Foram enunciadas as atividades – exercícios e problemas – em que se envolveram os alunos do grupo experimental, desenhadas pelos investigadores para tirar partido dos simuladores, estando as mesmas anexadas a esta tese. Procurou-se ainda detalhar a escolha e procedimentos a adotar nas análises estatísticas que permitem testar as hipóteses de investigação. As preocupações de McCrudden e Rapp (2017) estiveram

sempre presentes, quer na conceção do estudo e escolha de variáveis sociodemográficas e psicológicas, quer na conceção dos recursos e planificação e sobretudo no detalhe da exposição aqui apresentada.



### **CAPÍTULO 3 - APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Neste capítulo procede-se à descrição dos dados recolhidos e às análises estatísticas necessárias à verificação das hipóteses e à resposta às questões de investigação, bem como à discussão dos resultados face à literatura já apresentada. A testagem das hipóteses centrais de investigação é consubstanciada pela comparação entre os grupos experimental e de controlo no desempenho académico após as aulas de Geometria Espacial, controlando com os resultados obtidos no pré-teste.

Para maior especificação do real impacto do experimento serão cuidadosamente analisadas as informações sobre todos os participantes, nomeadamente algumas dimensões psicológicas e pessoais, bem como o desempenho prévio em Matemática, pois podem estar associadas ou interferir na avaliação dos efeitos do programa. Assim, partindo das eventuais correlações de tais variáveis com os conhecimentos e habilidades na Geometria Espacial, antes das aulas de Geometria Espacial que integraram o programa, verificaremos previamente se tal relação existe e merece ser ponderada, colocando-se então a nossa segunda hipótese empírica voltada para possíveis efeitos moderadores por parte de tais variáveis no impacto do programa. Com as questões de investigação que derivam das hipóteses de investigação procura-se um refinamento do conhecimento produzido, considerando-se para isso as diferentes habilidades na Geometria Espacial. Por último, a análise das opiniões recolhidas junto dos alunos que experimentaram aprender Geometria Espacial com simuladores digitais permite responder à questão de investigação de foro qualitativo, mais concretamente procurando evidências no discurso não só da ocorrência de aprendizagens significativas mas de uma satisfação com a situação de aprendizagem vivida.

Em síntese, procura-se, ao longo do capítulo, discutir a forma e extensão com que os dados permitem responder às questões de investigação e aceitar ou rejeitar a hipótese de investigação, tomando a literatura na área para suporte às interpretações que se possam realizar. De alguns resultados obtidos emergem algumas hipóteses explicativas, que são, no capítulo final desta tese, apresentadas como sugestões para futuras investigações.

## **Análise descritiva dos resultados**

Antes de avançarmos nas análises estatísticas que procuram testar a nossa hipótese de investigação, bem responder às questões colocadas, importa descrever os resultados dos alunos nas diversas variáveis de caracterização sociodemográfica, psicológica (raciocínio e motivação) e escolar. Para esta caracterização, pretendemos desde já diferenciar resultados em função dos alunos integrem o grupo experimental, o grupo de controlo (por comodidade e maior clareza designamos de grupo de controlo mesmo sabendo que a sua não constituição de forma aleatória face ao grupo experimental aconselhasse a designar por grupo de comparação) e a amostra no seu todo pois que esses valores nos vão servir na interpretação dos resultados obtidos nas estatísticas inferenciais em resposta às hipóteses e às questões.

Importa lembrar que a amostra foi inicialmente constituída por 179 alunos, distribuída de forma bastante uniforme por género, com 85 alunos do género feminino e 94 do género masculino (47,5% e 52,5% respetivamente). Os alunos eram provenientes de três diferentes agrupamentos de escolas do interior Norte de Portugal, divididos por uma turma de um agrupamento (do grupo experimental), duas turmas de outro agrupamento (também do grupo experimental) e os restantes alunos por seis turmas de um terceiro agrupamento. Neste último agrupamento encontravam-se todas as cinco turmas com alunos do grupo de controlo do estudo, e ainda uma turma com alunos do grupo experimental. Os professores participantes tinham idades compreendidas entre os 35 e 45 anos. Conversas informais com os professores do grupo de controlo permitiram concluir que as turmas do grupo de controlo adotaram a sequência didática esperada.

No Quadro 7 apresentamos os valores dos três agrupamentos dos alunos nas variáveis sociodemográficas e nas variáveis dos instrumentos aplicados no pré-teste. Em particular apresentamos os dados referentes ao nível escolar das mães (escolamae), ao rendimento académico na disciplina de matemática no 8º ano (classif8), ao raciocínio mecânico (RM), ao raciocínio espacial (RE), às atribuições causais apontadas para o sucesso escolar (considerando aqui seis fontes de atribuição: ao esforço (s\_esfor), método de estudo (s\_metodo), conhecimentos prévios (s\_bases), professor (s\_prof), sorte (s\_sorte) e capacidade intelectual (s\_intel). Para esta descrição dos resultados apresentamos os valores mínimos e máximos, médias e desvios-padrão, e os coeficientes de assimetria e curtose da distribuição.

**Quadro 7***Estatística descritiva das variáveis sociodemográficas e psicológicas dos participantes*

Variável	Grupo	Mín.	Máx.	Média	D.P.	Ass.	Curt.
classif8	Grupo de controlo	2	5	3.64	.87	.17	-.81
	Grupo experimental	2	5	3.52	1.07	-.02	-1.23
	Todos	2	5	3.59	.96	.02	-.99
escolamae	Grupo de controlo	1	6	3.35	1.35	.87	-.08
	Grupo experimental	1	6	3.56	1.42	.56	-.76
	Todos	1	6	3.44	1.38	.72	-.46
RE	Grupo de controlo	1	18	10.27	3.75	.08	-.30
	Grupo experimental	3	20	11.65	4.25	.0	-.65
	Todos	1	20	10.88	4.03	.10	-.47
RM	Grupo de controlo	2	20	9.73	3.41	.36	.72
	Grupo experimental	5	16	9.55	2.52	.12	-.36
	Todos	2	20	9.65	3.04	.34	.78
s_esforc	Grupo de controlo	1	6	3.09	1.75	.35	-1.22
	Grupo experimental	1	6	3.05	1.58	.04	-1.31
	Todos	1	6	3.07	1.67	.23	-1.23
s_metod	Grupo de controlo	1	6	3.33	1.61	.15	-1.20
	Grupo experimental	1	6	3.40	1.57	.15	-1.00
	Todos	1	6	3.36	1.59	.14	-1.12
s_bases	Grupo de controlo	1	6	3.72	1.51	-.29	-.88
	Grupo experimental	1	6	3.76	1.62	-.33	-1.07
	Todos	1	6	3.74	1.56	-.30	-.98
s_prof	Grupo de controlo	1	6	3.02	1.61	.30	-1.06
	Grupo experimental	1	6	2.51	1.44	.81	-.16
	Todos	1	6	2.79	1.55	.52	-.81
s_sorte	Grupo de controlo	1	6	4.31	1.89	-.58	-1.19
	Grupo experimental	1	6	4.53	1.84	-.84	-.85
	Todos	1	6	4.41	1.86	-.69	-1.07
s_intel	Grupo de controlo	1	6	3.55	1.45	-.23	-.84
	Grupo experimental	1	6	3.81	1.51	-.25	-.93
	Todos	1	6	3.66	1.48	-.23	-.88

Olhando os dados da distribuição de valores para este conjunto de variáveis, a distribuição em torno do valor médio foi aproximadamente gaussiana, uma vez que os valores absolutos de assimetria e curtose foram inferiores a 1,3 (ou seja, abaixo ou próximos da unidade). Continuando a descrição dos resultados obtidos, na prova de Raciocínio Mecânico nenhum participante obteve mais de 20 pontos (a prova tem 25 itens), sendo que a média dos alunos nesta prova foi inferior à média obtida na prova de

Raciocínio Espacial (com 20 itens). Olhando as ordenações nos dois grupos das atribuições causais para o seu sucesso escolar, os participantes tenderam a atribuir o seu sucesso principalmente às práticas dos professores e ao seu próprio esforço, e menos à sorte ou ao seu próprio bom conhecimento prévio de Matemática. Assim, partilham o seu sucesso acadêmico valorizando o seu esforço e as práticas dos professores. Por último, olhando a escolaridade da mãe e o rendimento obtido na disciplina de matemática no final do 8º ano, verificamos uma grande similaridade de valores nos dois grupos de alunos, registando-se ligeira superioridade por parte dos alunos do grupo experimental na variável *classif8* e ligeiro aumento do nível de escolarização das mães dos alunos do grupo de controlo.

De uma forma geral, os *scores* apresentados no Quadro 7 expressam alguma variabilidade dentro dos valores máximos e mínimos possíveis para cada variável, contudo não se registam diferenças significativas entre os dois grupos de alunos nas médias obtidas para a generalidade das variáveis em análise. Essa diferença ocorre apenas quando comparamos as médias dos dois grupos na prova de raciocínio espacial ( $t(167) = 2.252, p < .05$ ) e na atribuição do sucesso escolar às práticas dos professores ( $t(167) = 2.143, p < .05$ ). A pontuação média dos participantes no Raciocínio Espacial no grupo experimental foi 1.38 pontos, ou seja, mais alta do que a pontuação média dos participantes no grupo de controlo. Por outro lado, os alunos do grupo experimental atribuíram mais importância aos professores no seu sucesso em Matemática, o que se refletiu num aumento de 0,51 pontos.

No Quadro 8 apresentamos os resultados dos alunos (grupo experimental, grupo controlo e amostra total) nas aprendizagens reveladas nos testes de Geometria Espacial. Dado ser esta a variável decisiva no nosso estudo para a avaliação da eficácia da metodologia de ensino implementada, e diferenciando os grupos experimental e controlo, nesta análise tomaremos os valores obtidos no pré-teste e no pós-teste dada a equivalência das estruturas das provas. Assim, e a par do valor global na prova, tomamos as pontuações no pré-teste (PR) e pós-teste (PO) nas dimensões: C1 - Habilidade de conceptualização de propriedades matemáticas no espaço (identificar número de vértices, arestas e faces), C2 - Habilidade de representação de objetos 3D (reconhecer e construir planificações de sólidos), C3 - Habilidade de representação de objetos 3D (desenhar sólidos), e C4 - Habilidade de medição (calcular a área de superfície e volume de objetos 3D). De novo, nesta apresentação, indicamos os valores mínimos e máximos, a média e o desvio-padrão, e também os coeficientes de assimetria e de curtose da distribuição.

**Quadro 8**

*Estatística descritiva das variáveis associadas à habilidade geral na Geometria Espacial e habilidades específicas, antes e após o experimento*

Variável	Grupo	Min.	Máx.	Média	D.P.	Ass.	Curt.
PR_C1	Grupo de controlo	0	3	1.19	.74	.50	.35
	Grupo experimental	0	3	1.53	.18	-.77	.00
	Todos	0	3	1.34	.42	-.30	.00
PR_C2	Grupo de controlo	.50	9	5.22	1.68	-.29	.40
	Grupo experimental	1	9	5.11	.17	-.40	1.00
	Todos	.50	9	5.17	-.06	-.06	.50
PR_C3	Grupo de controlo	0	1	.63	.39	-.61	-1.23
	Grupo experimental	0	1	.70	-.94	-.65	.00
	Todos	.0	1	.66	-.74	-1.02	.00
PR_C4	Grupo de controlo	0	5.50	1.55	1.62	.83	-.50
	Grupo experimental	0	7	2.40	.49	-.83	.00
	Todos	0	7	1.92	.74	-.49	.00
PR_total	Grupo de controlo	.50	16.00	8.59	3.14	.19	.47
	Grupo experimental	2	19.25	9.73	4.23	.51	-.56
	Todos	.50	19.25	9.10	3.69	.53	.14
PO_C1	Grupo de controlo	0	3	1.37	.83	.13	-.48
	Grupo experimental	0	3	1.95	-.32	-.61	.00
	Todos	0	3	1.63	-.05	-.71	.00
PO_C2	Grupo de controlo	0	8	4.89	1.56	-.41	.42
	Grupo experimental	0	9	5.40	-.35	.28	.00
	Todos	0	9	5.12	-.32	.30	.00
PO_C3	Grupo de controlo	0	1	.26	.32	1.14	-.04
	Grupo experimental	0	1	.45	.21	-1.63	.00
	Todos	0	1	.34	.69	-1.09	.00
PO_C4	Grupo de controlo	0	5.50	1.52	1.36	.74	.01
	Grupo experimental	0	7	3.03	-.03	-.63	.00
	Todos	0	7	2.19	.46	-.58	.00
PO_total	Grupo de controlo	1.25	16.40	8.05	3.02	.27	.22
	Grupo experimental	1	18.25	10.83	3.50	-.20	-.22
	Todos	1	18.25	9.28	3.52	.17	-.31

Os resultados obtidos expressam uma boa variabilidade dos *scores* alunos nos dois grupos constituídos. Assim, em ambos os grupos regista-se algum aluno com a pontuação mínima na prova, ainda que ao nível da pontuação máxima se regista um melhor desempenho por parte de alguns alunos do grupo experimental (pontuação máxima mais elevada). Os índices de assimetria e de curtose estão

dentro dos índices sugeridos para uma distribuição gaussiana dos resultados, havendo valores mais elevados de assimetria na dimensão C3 - Habilidade de representação de objetos 3D (desenhar sólidos) ao nível do pós-teste; será importante atender a que nesta variável a oscilação dos resultados se situa apenas entre 0 (zero) e 1(um). Por essa razão as conclusões acerca de análises tomadas com esta variável serão feitas com a devida cautela.

Tomando o conjunto de resultados observam-se oscilações nos resultados (valores máximos atingidos e médias) entre o grupo experimental e de controlo nas diferentes habilidades da Geometria Espacial. Ao mesmo tempo, assumindo as mesmas dimensões da prova e alguma proximidade das suas duas versões (pré-teste e pós-teste), podemos registar algumas diferenças intra-grupo quando observados os *scores* antes e depois das aulas de Geometria Espacial. Por último, no que diz respeito à pontuação média de PR\_total, a ser utilizada como covariável na ANCOVA de testagem da hipótese 1, a diferença entre os grupos não foi significativa ( $t(132.96)=1.95, p=.53$ ). Avançamos assim para a testagem da nossa primeira hipótese da tese.

*Hipótese 1 - O desempenho académico em Geometria Espacial dos alunos que utilizaram simuladores digitais nas aulas de Geometria Espacial é significativamente superior ao mesmo desempenho académico por parte dos alunos que não utilizaram simuladores digitais nas aulas de Geometria Espacial*

Dada a experiência diferenciada de aprendizagem suscitada pelo experimento tomando os alunos do grupo experimental e do grupo controlo, pudemos antecipar que os alunos do grupo experimental apresentariam um melhor desempenho na Geometria Espacial no pós-teste. Com efeito, olhando a literatura na área, ao poderem controlar variáveis, formular hipóteses, interpretar informação, experimentar e formular modelos (Hillmayr et al., 2020; Nafidi et al., 2018), a utilização do simulador nas salas de aulas pelos alunos ter-lhes-á permitindo envolverem-se em aprendizagens significativas (Findlaey et al., 2017; Huang & Chiu, 2015; Silva & Montané, 2018), sendo expectável que o explorar e examinar os simuladores conduza à ativação não só dos seus conhecimentos prévios mas também de processos cognitivos associados à aprendizagem (Crompton et al., 2018; Nafidi et al., 2018).

Como 10 alunos não realizaram pós-teste devido à sua ausência à escola no dia de avaliação, estes foram excluídos da amostra que permitiu a testagem das hipóteses H1 e H2 de investigação bem

como a resposta às questões Q1 e Q2. Assim, a amostra resultou em 169 participantes distribuídos quase igualmente por género, com 39 raparigas e 55 rapazes no grupo de controlo e 41 raparigas e 34 rapazes no grupo experimental.

Para testar a hipótese de investigação H1, recorreremos a uma análise de covariância (ANCOVA) dos resultados em PO\_total (pós-teste) tomando a medida PR\_total (pré-teste) como covariável. As condições para a realização da ANCOVA foram cumpridas. Os testes de Shapiro Wilk ( $p \geq .60$  em ambos os grupos) confirmaram que PO\_total é normalmente distribuído em ambos os grupos de alunos (Quadro 9).

### Quadro 9

*Testes de Normalidade dos resultados do Pós-teste nos grupos de controlo e experimental*

	grupo	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
		Estatística	gl	Sig.	Estatística	gl	Sig.
PO_total	controlo	.06	94	.20*	.99	94	.60
	experimental	.06	75	.20*	.99	75	.72

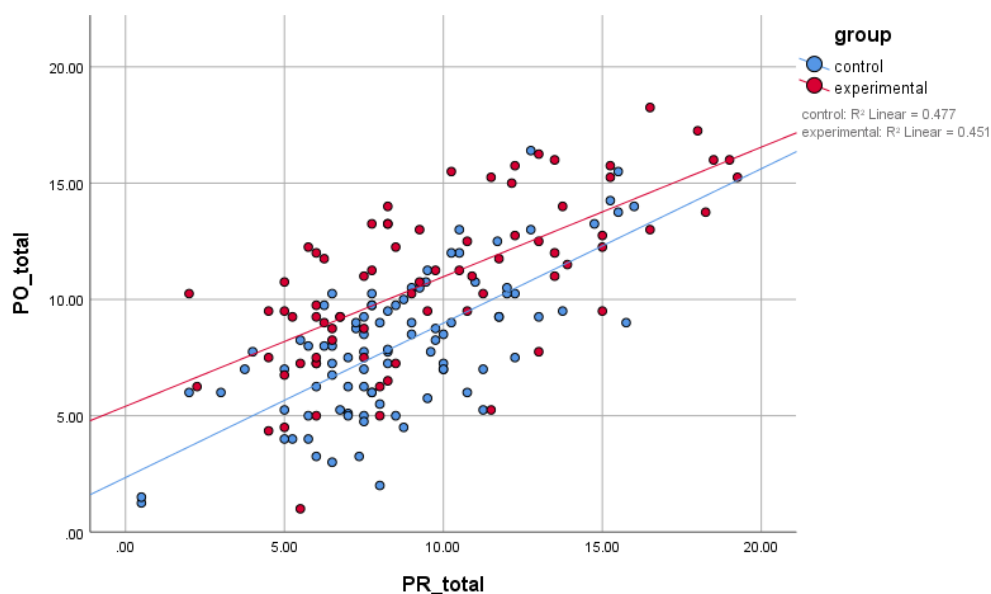
\*. Este é um limite inferior da significância verdadeira.

a. Correlação de Significância de Lilliefors

A observação da inclinação dos gráficos de ambos os grupos no gráfico de dispersão de PO\_total por PR\_total, como mostra a Figura 11, permitiu concluir que a hipótese de homogeneidade das inclinações de regressão também foi cumprida. A hipótese de homogeneidade da variância PO\_total em ambos os grupos foi satisfeita com o teste de Levene ( $p = .307$ ), e a hipótese de homogeneidade dos valores médios de PR\_total em ambos os grupos foi também satisfeita ( $p = .30$ ), tendo-se para isso adotado a técnica sugerida por Marôco (2014) de observação do nível de significância da interação grupo  $\times$  PR\_total.

**Figura 11**

*Gráfico de dispersão de pontos de PO\_total por PR\_total, por grupo*



Os resultados da ANCOVA apontaram para um efeito significativo da utilização pedagógica de simuladores digitais ao nível da realização de Geometria Espacial medida por PO\_total, após controlo para PR\_total, ( $F(1,166) = 31.31, p < .001$ ), com um tamanho de efeito grande (parcial  $\eta^2 = 0.16$ ). Após o controlo para PR\_total, a pontuação média do grupo de controlo no PO\_total foi 8.35 com erro padrão de .25 e a pontuação média do grupo experimental foi 10.45 com erro padrão de .28. Conforme se observa no Quadro 10, a análise de contraste simples revelou que as diferenças de realização entre a aprendizagem da Geometria Espacial num contexto pedagógico com ou sem simuladores digitais foram altamente significativas, com  $\Psi = 2.10, t(166) = 5.68, p < .01$ , confirmando assim a hipótese de investigação H1. A referida estatística do teste  $t$  para o contraste foi calculada fazendo o quociente entre a estimativa de contraste e o erro conforme constam do Quadro 10, ou seja,  $2.10 / .37$  (Marôco, 2014).



**Quadro 10***Resultados de contraste (matriz K)*

grupo Contraste Simples <sup>a</sup>		Variável dependente PO_total
Nível 2 vs. Nível 1	Estimativa de contraste	2.10
	Valor hipotético	0
	Diferença (Estimativa - Hipotético)	2.10
	Erro Erro	.37
	Sig.	.000
	95% Intervalo de Confiança	
	Limite inferior	1.36
	Limite superior	2.83

a. Categoria de referência = 1

A mediação pedagógica que os professores fazem entre o assunto a aprender pelo aluno e os processos cognitivos e motivacionais envolvidos nesta aprendizagem baseia-se, em maior ou menor grau, em recursos didáticos e estratégias de exploração dos mesmos. A ANCOVA permitiu concluir que a utilização de simuladores digitais pelos alunos trabalhando em pares durante cerca de 13 aulas de Geometria Espacial teve um impacto positivo no seu desempenho em Geometria Espacial, com um tamanho de efeito grande. Este resultado vem confirmar outros estudos similares, tanto em Geometria Espacial (Kösa, 2016a; Yang & Yin, 2016) como noutras áreas da Matemática (Arbain & Shukor, 2015; Diković, 2009; Zengin et al., 2012). Sabendo que  $\eta^2$  parcial indica a percentagem de variância da variável dependente que é atribuída a uma variável independente específica, observa-se pelos resultados obtidos que cerca de 16% da variância nos resultados do pós-teste se devem ao uso da simulação digital naquele contexto pedagógico. Para situar este resultado na revisão de Cheung e Slavin (2013) calculamos o tamanho do efeito utilizando o mesmo procedimento proposto pelos autores, obtendo

$$\text{tamanho do efeito} = \frac{2.095}{3.51625} \approx 0.60$$

Comparativamente aos valores dos estudos analisados por Cheung e Slavin (2013), este resultado sugere um elevado tamanho do efeito da experiência de aprendizagem a pares com simulação digital no desempenho dos alunos em Geometria Espacial. Importará, no entanto, sublinhar que a duração do nosso estudo é inferior à considerada por Cheung e Slavin (2013). Tendo-se procurado providenciar o suporte empírico sublinhado por Hmelo-Silver e Erkens (2006), bem como por Trundle e Bell (2010) e Hillmayr *et al.* (2020) na exposição de todos os procedimentos metodológicos adotados,

confirmam-se ainda assim as conclusões gerais de diversos autores sobre os efeitos positivos do uso deste tipo de tecnologia no desempenho na Geometria Espacial. Importa salientar que esse desempenho na Geometria Espacial avaliado no pós-teste, que incluiu todas as habilidades de Geometria Espacial elencadas pela NCTM exceto a estruturação espacial.

Infere-se que a utilização do simulador nas salas de aulas pelos alunos ter-lhes-á solicitado um papel mais ativo (Nafidi et al., 2018). Para além disso, pela natureza interativa dos recursos, a exploração dos mesmos poderá ter contribuído para a regulação do fluxo da informação ao seu nível de atenção e compreensão (Renkl & Scheiter, 2017), para a redução da carga da memória de trabalho (Renkl & Scheiter, 2017), para a diminuição do esforço cognitivo de visualização espacial de antecipação da modificação de objetos (Crompton et al., 2018; DGE, 2016) e, também, para a ativação de raciocínio indutivo e dedutivo (Crompton et al., 2018), estes últimos necessários, respetivamente, à formação de conjeturas e generalizações e à dedução de respostas corretas às atividades propostas. Não diretamente associado à utilização dos simuladores, mas sim ao contexto mais global de aprendizagem que se desenhou com a planificação didática, podemos também supor que a receção de *feedback* automático ao final de muitas atividades, ao ter permitido aos alunos regular as suas aprendizagens, poderá ter contribuído para aumentar a confiança dos mesmos nas suas habilidades (Peixoto et al., 2017), bem como os benefícios do trabalho em dupla, dada a definição na planificação de trabalho por pares (Lourenço & Machado, 2017). Apesar dos simuladores terem uma forte componente de visualização, podemos, com este resultado, também entender este conjunto de recursos enquadrado na categoria definida por Crompton *et al.* (2018) como de *ferramenta cognitiva*.

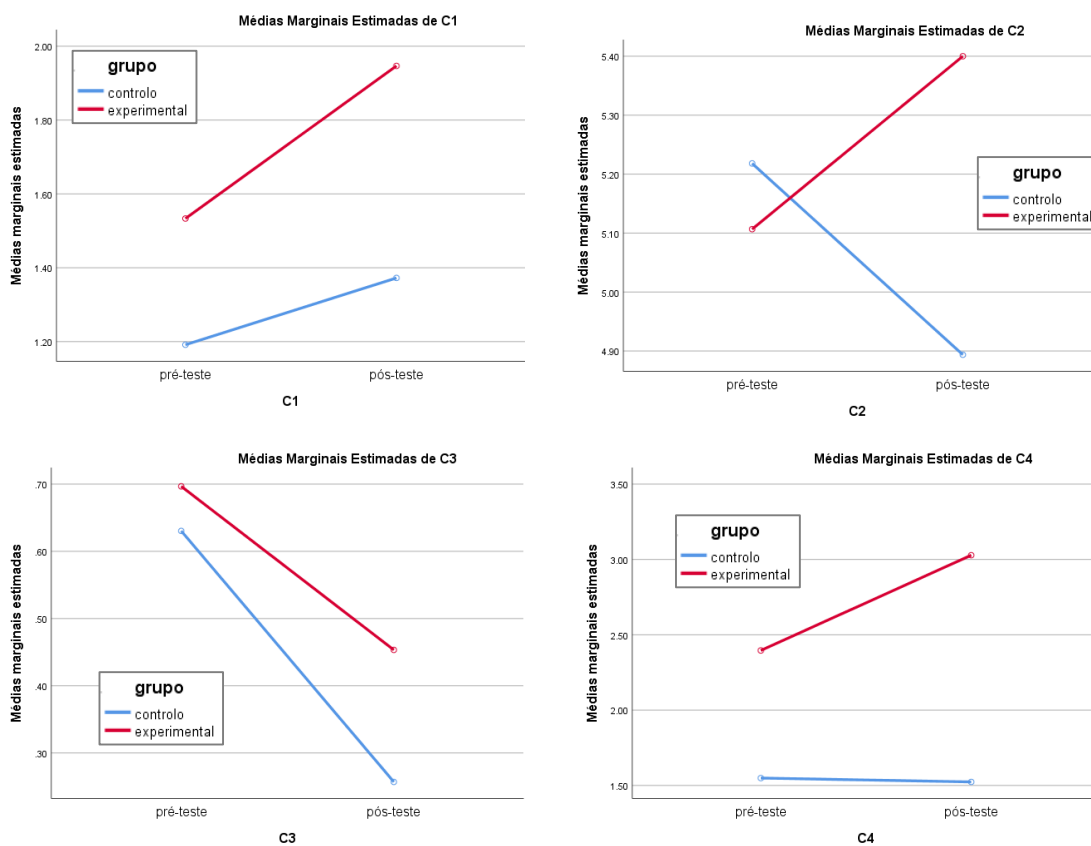
Entende-se que a compreensão deste fenómeno irá possivelmente aumentar com a resposta à próxima questão de investigação. Mais concretamente esta irá permitir identificar diferenças do impacto da utilização da simulação digital nas diferentes habilidades da Geometria Espacial pois o teste de avaliação usado no pós-teste era multidimensional ou abarcava várias componentes do currículo.

*Questão 1: O efeito positivo do uso da simulação digital sobre o desempenho avaliado no pós-teste generaliza-se às diferentes habilidades ou componentes da Geometria Espacial?*

Considerado o efeito positivo da utilização da simulação digital no desempenho dos alunos na Geometria Espacial confirmado pela testagem da hipótese de investigação H1, a questão de investigação Q1 teve como objetivo indagar sobre a possibilidade desse efeito poder ocorrer de forma diferente no desempenho em cada uma das habilidades da Geometria Espacial (C1, C2, C3 e C4, conforme Quadro 4). Para responder a esta questão, importa atender aos resultados apresentados na Figura 12, onde se observa uma composição de gráficos que permitem constatar a evolução média do desempenho dos alunos dos dois grupos (experimental e controlo) em cada categoria, avaliadas antes e depois do experimento, através do pré-teste e do pós-teste respetivamente.

**Figura 12**

*Gráficos com médias marginais estimadas de cada grupo em cada categoria de habilidades espaciais, antes e após as aulas de Geometria Espacial de 9.º ano*



Numa primeira análise dos dados tal como apresentados nos gráficos, e observando que os itens da categoria C1 eram bastantes semelhantes no pré-teste e pós-teste, verificou-se uma melhoria, em média, em ambos os grupos do 1.º momento para o 2.º nesta categoria; no entanto, essa melhoria foi mais substantiva no grupo experimental. Nas restantes habilidades da Geometria Espacial, avaliadas com itens das restantes categorias, deu-se um acréscimo de complexidade aos conhecimentos e competências solicitados no pós-teste que se consubstanciou com a introdução de sólidos mais complexos com o cone, a pirâmide e a esfera. À exceção da habilidade de C3, parece-nos seguro afirmar que esse acréscimo de complexidade terá conduzido a dificuldades na aprendizagem que se refletiram no desempenho dos alunos do grupo de controlo, observando-se um decréscimo no seu desempenho. Nestes casos, a experiência de aprendizagem vivida pelos alunos de grupo experimental com os simuladores digitais terá, certamente, contribuído para ultrapassar esse acréscimo de complexidade e fazer com que estes alunos tivessem ainda uma melhoria no seu desempenho. Regista-se que ambos os grupos viram as suas classificações diminuírem do pré-teste para o pós-teste no item da categoria C3 de desenho de sólidos. Uma justificação para essa diminuição nessa habilidade poderá ser o facto deste item do pós-teste não apresentar, tal como no pré-teste, a planificação do sólido a desenhar, mas sim uma descrição da mesma. Isso poderá ter aumentado o grau de dificuldade do item, pois obrigava à análise da informação apresentada e dedução de que só poderia se tratar de uma pirâmide pentagonal regular. De qualquer forma, mesmo nesse item, o decréscimo na pontuação média dos alunos foi mais acentuado no grupo de controlo.

As observações anteriores fundamentaram-se na aparente diferença positiva tendendo para o grupo experimental em todas as habilidades da Geometria Espacial tal como representadas nos gráficos da Figura 12. Para compreender com rigor o efeito da simulação digital nas diferentes habilidades da Geometria Espacial, tal como avaliadas com os dois testes, foram avaliados os pressupostos para a realização de quatro ANCOVAs, uma para cada habilidade avaliada, tomando o mesmo princípio que regeu a conceção do modelo de testagem da hipótese H1. Os testes de Levene para avaliar o pressuposto da homogeneidade de variância foram satisfatórios para C1 ( $p=.90$ ) mas não para C2 ( $p=.03$ ), C3 ( $p=.03$ ) ou C4 ( $p=.01$ ).

Optou-se então por, primeiramente, efetuar o cálculo do *ganho* no desempenho em cada habilidade após as aulas de Geometria Espacial, para de seguida se proceder à comparação destes valores nos dois grupos recorrendo a testes *t* de amostras independentes. O pressuposto subjacente a

esta decisão foi o de que, independente do grupo de pertença, todos os alunos tiveram aulas de Geometria Espacial que ter-lhes-ão, desejavelmente, proporcionado oportunidades de desenvolvimento em cada uma das habilidades na Geometria Espacial, potencialmente promotoras de um ganho no desempenho nessas áreas, ganho esse que seria perceptível do pré-teste para o pós-teste. Assim, para cada habilidade e de uma forma global, foram criadas novas variáveis *ganho*, que consistiram na diferença relativa entre a classificação no pós-teste e a classificação no pré-teste, considerada a classificação total que se poderia obter tendo em conta a pontuação máxima nos itens que avaliaram aquela habilidade (três pontos na habilidade C1, nove pontos na habilidade C2, um ponto na habilidade C3, sete pontos na habilidade C4):

$$\text{ganho}_{Cn} = \frac{\text{PO}_{Cn} - \text{PR}_{Cn}}{\text{total}_{Cn}}$$

Procede-se no Quadro 11 à descrição destas variáveis nos grupos experimental, controlo e amostra global.

### Quadro 11

*Estatística descritiva da variável ganho nas habilidades da Geometria Espacial, nos grupos experimental, controlo e amostra global*

Variável	Grupo	Mín.	Máx.	Média	D.P.	Ass.	Curt.
ganho_C1	Grupo de controlo	-.67	.67	.06	.29	-.17	.05
	Grupo experimental	-.67	.67	.14	.32	-.11	-.24
	Todos	-.67	.67	.09	.31	-.10	-.10
ganho_C2	Grupo de controlo	-.44	.28	-.04	.16	-.22	-.21
	Grupo experimental	-.44	.50	.03	.21	-.17	-.44
	Todos	-.44	.50	-.01	.19	-.03	-.20
ganho_C3	Grupo de controlo	-1.00	1.00	-.37	.50	.38	-.82
	Grupo experimental	-1.00	.50	-.24	.43	-.49	-.84
	Todos	-1.00	1.00	-.32	.47	.03	-.99
ganho_C4	Grupo de controlo	-.54	.43	.00	.17	-.45	.85
	Grupo experimental	-.36	.68	.09	.21	.23	.12
	Todos	-.54	.68	.04	.20	.14	.74

Os resultados obtidos expressam uma boa variabilidade dos alunos nos dois grupos. Verifica-se que em ambos os grupos houve alunos com um decréscimo no seu desempenho do pré-teste para o

pós-teste, sendo por isso o ganho negativo; por exemplo no caso de C3, em ambos os grupos houve alunos apresentando um decréscimo na cotação total daquela categoria; nessa mesma categoria, que se refere à habilidade de desenhar sólidos, foi no grupo de controlo que se registou pelo menos um aluno com maior ganho, tendo obtido 0 pontos no pré-teste e 100% da pontuação da categoria no pós-teste. Ao nível da pontuação máxima e nos restantes casos regista-se um melhor desempenho por parte de alguns alunos do grupo experimental (pontuação máxima mais elevada). Os índices de assimetria e de curtose estão dentro dos índices sugeridos para uma distribuição gaussiana dos resultados. Com essas novas variáveis procedeu-se a uma análise de diferenças das médias entre os grupos experimental e de controlo, cujos resultados constam do Quadro 12 (utilização do teste-t para amostras independentes).

### Quadro 12

*Testes t de diferenças de médias entre os grupos experimental e de controlo nas variáveis ganho*

	Variâncias iguais	Teste de Levene		t	df	Sig. (2 extremidades)	Diferença média	Erro padrão de diferença
		Z	Sig.					
ganho_C1	assumidas	2.32	.130	1.63	167.00	.105	.08	.05
	não assumidas			1.61	150.82	.110	.08	.05
ganho_C2	assumidas	7.67	.006	2.41	167.00	.017	.07	.03
	não assumidas			2.34	133.63	.021	.07	.03
ganho_C3	assumidas	6.02	.015	1.80	167.00	.074	.13	.07
	não assumidas			1.83	166.01	.069	.13	.07
ganho_C4	assumidas	4.59	.034	3.19	167.00	.002	.09	.03
	não assumidas			3.11	138.54	.002	.09	.03

Nas variáveis C1 e C3 as diferenças observadas não se apresentam estatisticamente significativas, mesmo verificando-se uma média superior (maiores ganhos) por parte dos alunos do grupo experimental. Relativamente à habilidade C2, os alunos que tiveram aulas com simuladores digitais mostram ganhos significativamente maiores face aos alunos do grupo controlo ( $t(133.63)=2.34$ ,  $p=.02$ ). De facto, poder-se-á dizer que o reconhecimento de planificações de sólidos terá sido facilitado pelo facto de dois dos simuladores (S2 e S7) terem uma forte componente de apoio à visualização dos sólidos e à relação dos mesmos com as suas planificações, quer pela relação mecânica de dobragem

da planificação para encaixe nos sólidos, quer pela associação entre elementos do sólido e da planificação.

Também se verificaram ganhos significativamente diferenciados entre os dois grupos de alunos na habilidade C4, ( $t(138.54)=3.11$ ,  $p < .01$ ), observando-se ganhos superiores por parte do grupo experimental. Também aqui poder-se-á dizer que a medição de áreas de superfície e volumes de sólidos terá sido facilitada pelo facto de se terem dedicado várias aulas à exploração do simulador S7 desenhado especificamente para o desenvolvimento desta habilidade, verificando-se no entanto que o grupo de controlo terá dedicado ao desenvolvimento desta habilidade um número de aulas igual ou eventualmente superior. Para além deste simulador ter visível a associação entre elementos do sólido e da planificação através do uso da cor, a dedução das fórmulas e a concretização das variáveis com a apresentação de todos os cálculos poderá ter facilitado a aprendizagem dos alunos, visto que a manipulação do simulador permitia a geração de muitos exemplos. Saliencia-se que as atividades associadas à medição foram de *feedback* imediato, devendo os alunos acertar em conjuntos de itens para poderem avançar para um exercício seguinte.

Em síntese, e na ausência de estudos que especifiquem claramente a habilidade matemática ligada à Geometria Espacial pretensamente desenvolvida com a utilização de simulação digital, cabe-nos responder à questão destacando que um impacto positivo mais notório nas habilidades ligadas à medição e à representação de sólidos, especificamente ao reconhecimento de planificações de sólidos, estará associado às características dos simuladores bem como das atividades em que os alunos se envolveram no grupo experimental. De facto, e observando o conjunto de simuladores e as atividades conexas, foram desenhados simuladores e atividades com a intenção explícita de desenvolver estas habilidades.

Considerando os resultados que referem a ausência de diferença significativa entre os grupos nas habilidades de concetualização de propriedades matemática no espaço (C1) e no desenho enquanto manifestação da habilidade de representação de sólidos (C3), não parece claro que as aulas tradicionais a que foram sujeitos os alunos do grupo de controlo possam ter produzido um contexto onde estas habilidades se possam ter desenvolvido com a mesma qualidade impactando no desempenho, sobretudo porque os gráficos da Figura 13 apontam para o ganho no grupo experimental superior ao do grupo de controlo em C1, bem como um decréscimo no grupo experimental não tão acentuado

como o do grupo de controlo em C3. Sabemos que a ausência de significado estatístico corresponde a uma probabilidade superior ao aceitável de que aquelas diferenças se devam ao acaso e não ao uso da simulação digital. Assim, podemos nos questionar sobre o facto de a amostra não ter sido constituída de forma aleatória, ou sobre o reduzido número de itens dos testes concebidos para avaliar estas habilidades (três itens para avaliar C1 e um item para avaliar C3), dificultando assim a diferenciação entre os grupos nessas habilidades. Também o aumento do grau de dificuldade do item para avaliar C3 poderá ter condicionado a prestação dos alunos, sendo importante salientar que PO\_C3 obteve um valor de assimetria no grupo experimental indicador de uma distribuição menos próxima da normal. Uma outra hipótese poderá ter sido a ausência de simuladores desenhados com a intenção objetiva e propositada de desenvolver estas habilidades, não tendo o manuseio dos restantes simuladores ou as atividades propostas sido suficiente para provocar a evolução dessas competências. Esta hipótese parece sustentar-se no facto de as restantes habilidades, para o desenvolvimento das quais foram desenhados simuladores e atividades, terem revelado diferenças significativas. Este resultado parece pois merecer atenção de futuras investigações focadas nos objetivos curriculares subjacentes ao desenho dos simuladores.

*Hipótese 2: Dada a relação positiva entre variáveis sociodemográficas, capacidades cognitivas e motivação académica com os resultados da aprendizagem, estas variáveis podem moderar o impacto da experiência pedagógica na melhoria dos conhecimentos dos alunos do pré-teste para o pós-teste*

A nossa segunda hipótese decorre de publicações no domínio da Psicologia que associam o desempenho dos alunos em geral, e na Matemática em particular, a variáveis sociodemográficas e psicológicas dos estudantes. Assim, esse desempenho tende a diferenciar-se em função do género, favorável às alunas (Marcenaro–Gutierrez et al., 2018), e das habilitações académicas dos pais, favorável às famílias com mais habilitações (Alves et al., 2017; Behrman, 1997). Por outro, tomando algumas variáveis psicológicas, os desempenhos escolares dos alunos estão significativamente correlacionadas com os seus níveis de raciocínio (Almeida et al., 2012; Lemos, 2007) e de motivação (Almeida et al., 2012; Lemos et al., 2015; Miranda & Almeida, 2011). Face a esta associação documentada na literatura, importa saber se os ganhos dos alunos do pré-teste para o pós-teste na



prova de Geometria Espacial poderão ter estas fontes de influência, não podendo ser exclusivamente explicados pelo impacto da utilização dos simuladores digitais no grupo experimental.

Mais especificamente em relação às variáveis psicológicas, pareceu-nos adequado questionarmo-nos se alunos com, por exemplo, diferentes níveis de motivação poderiam viver de forma diferente a experiência de aprendizagem com simulação digital, resultando em diferentes envolvimento nas atividades propostas e consequentemente diferentes desempenhos no pós-teste. Também o facto do desempenho na Geometria estar associado ao raciocínio espacial e mecânico faz-nos indagar sobre o impacto do uso da simulação em alunos com diferentes níveis de raciocínio, podendo, por exemplo, os simuladores provocar um efeito positivo no desempenho mais acentuado junto de alunos com mais fraco raciocínio espacial. Apesar do estudo de Jelatu (2018) apontar para a inexistência de moderação da habilidade espacial, apontamos para uma hipótese de que essa moderação existe. Também o facto de as raparigas terem um envolvimento escolar mais comprometido (Voyer & Voyer, 2014) coloca a questão de poderem ser as mais beneficiárias de uma experiência de aprendizagem que, concebida para permitir ao aluno um maior controlo sobre a aprendizagem, tenha melhor resultado junto das meninas. No fundo, e apesar da ação educativa do professor ser dirigida com a intencionalidade de promover o sucesso nas aprendizagens independentemente do perfil motivacional, sociodemográfico ou mesmo de habilidade cognitiva, a verdade é que estas variáveis interferem em grande medida com o desenrolar dos processos de atenção, decodificação de informação, persistência perante dificuldades e postura na sala de aula (Almeida, 2002; Almeida & Araújo, 2014). Nesta altura, podemos antecipar que a estratégia de ensino com recurso à simulação digital possa proporcionar resultados escolares diferenciados ao nível da aprendizagem em função de tais variáveis sociodemográficas e psicológicas.

Para avançarmos no estudo de um eventual impacto destas variáveis pessoais dos alunos na aprendizagem entre o pré-teste e o pós-teste, no Quadro 13 apresentamos as correlações entre essas mesmas variáveis envolvendo os 179 alunos da amostra e o rendimento na prova de geometria no pré-teste. De algum modo, justificar-se-á prosseguir com estas análises e com a nossa segunda hipótese se correlações estatisticamente significativas existirem. Considerando que eram ordinais as variáveis do QARE de atribuições causais de sucesso, a escolaridade da mãe e a classificações de 8.º ano, as correlações que envolveram estas variáveis foram estimadas recorrendo ao coeficiente  $\rho$  de

Spearman. As correlações envolvendo apenas variáveis intervalares foram calculadas recorrendo ao coeficiente  $r$  de Pearson.

### Quadro 13

*Correlações entre as variáveis sociodemográficas, psicológicas e de desempenho académico*

	gen	escolamae	RM	RE	s_esfor	s_metod	s_bases	s_prof	s_sorte	s_intel	PR_total	classif8
gen	1	.07	.11	.01	.26**	.21**	-.16*	-.04	-.02	-.25**	-.08	-.04
escolamae		1	.15	.25**	.06	.03	-.16*	.05	.19*	-.17*	.28**	.35**
RM			1	.34**	.17*	.27**	-.17*	.01	-.09	-.19*	.34**	.20*
RE				1	-.01	.04	-.09	.06	.15*	-.16*	.52**	.34**
s_esfor					1	.49**	-.41**	-.27**	-.39**	-.42**	-.01	.03
s_metod						1	-.36**	-.34**	-.39**	-.29**	.07	-.06
s_bases							1	-.13	-.18*	.31**	-.12	-.21**
s_prof								1	.02	-.33**	.16*	.13
s_sorte									1	-.17*	.16*	.42**
s_intel										1	-.25**	-.36**
PR_total											1	.52**
Classif8												1

Tomando por referência o desempenho dos alunos na prova de Geometria Espacial no pré-teste, verificamos não existir uma associação significativa com a variável género. Tendo-se assumido para as raparigas o valor 0 e rapazes o valor 1, a ligeira tendência apontada para melhores resultados das raparigas no pré-teste não teve significado estatístico, confirmando os resultados do último estudo TIMSS (Mullis et al., 2019) ao não se assinalar associação entre género e o desempenho em Geometria Espacial. Relativamente às habilitações académicas das mães, observa-se uma correlação com significado estatístico com a realização dos alunos no pré-teste, confirmando os resultados de Maričić e Stamatović (2018). Sendo positivo o coeficiente de correlação encontrado, deduzimos que os alunos cujas mães possuem melhores habilitações apresentam melhor desempenho no pré-teste. No entanto, verificada a fraca intensidade dessa associação, este resultado aponta indiscutivelmente para a relevância de outras dimensões culturais ou socioeconómicas que podem assumir uma maior relevância no desempenho académico dos alunos (Alves et al., 2017). Relativamente às provas de

raciocínio verifica-se que tanto o raciocínio espacial como o mecânico tiveram associações positivas a PR\_total, sendo essa associação moderada no caso do raciocínio espacial. Este resultado está em linha com a investigação diversa na área da Educação Matemática (Kösa, 2016a), mas entra em alguma contradição quando se observa a investigação clássica na área da Psicologia e a Visualização (VZ) enquanto habilidade central do estrato mais amplo Processamento Visual. Parece, como referem Floyd *et al.* (2003), que será a qualidade dos itens apresentados na prova de Matemática a condicionar essa associação.

Surgiram ainda no domínio das atribuições causais alguns outros coeficientes estatisticamente significativos. Considerando o pré-teste, a associação com a atribuição do sucesso à capacidade intelectual foi a mais forte em valor absoluto, ainda que esta associação fosse fraca em qualidade. Em geral, e comparando as causas atribuídas pelos alunos ao seu sucesso em Matemática, os alunos que obtiveram notas mais baixas no pré-teste tenderam a atribuir o seu sucesso em Matemática a outras causas que não a sua capacidade intelectual; inversamente, os alunos que obtiveram notas mais altas no pré-teste tenderam a referir a sua capacidade intelectual como uma das principais causas de sucesso em Matemática. Esta conclusão está em linha com a investigação neste domínio (Almeida *et al.*, 2012). Outro valor sem significado estatístico que emergiu foi a associação quase nula entre PR\_total e a atribuição do sucesso ao esforço, o que sugere a necessidade de aprofundamentos em investigações futuras.

O facto de as atribuições causais ao sucesso apresentarem associações fracas ou muito fracas com PR\_total, ainda que com significado estatístico, pode ser explicado pela natureza da atividade que envolveu a realização do pré-teste. É provavelmente acertado afirmar que o desempenho académico na Matemática é muitas vezes medido pelo desempenho em testes escritos, para os quais os alunos se preparam normalmente através do estudo nas aulas e em casa; têm normalmente conhecimento da data da realização da avaliação bem como dos tópicos matemáticos específicos que serão abordados. No pré-teste, não só os alunos não conheciam o conteúdo do teste como também a maior parte dos alunos não terá tido conhecimento da data da sua aplicação. Além disso, foi-lhes dito pelos investigadores que os resultados não seriam fornecidos aos seus professores de Matemática como instrumento de avaliação, nem mesmo para fins de diagnóstico. Esta eventual menor implicação dos alunos na realização do pré-teste pode ser uma razão para correlações tão fracas com as causas

atribucionais para o sucesso já identificadas na literatura. De facto, na realização do pré-teste o esforço dos alunos não foi da mesma natureza que o esforço na realização de testes de desempenho com impacto na avaliação académica, podendo ter-se dado por mera simpatia para com os investigadores, podendo ser esta uma explicação para a associação quase nula dos resultados no pré-teste com o esforço.

Em síntese, e no sentido de identificarmos as atribuições causais a considerar na testagem da hipótese H2, encontra-se uma associação moderada, de sentido inverso, entre a classificação no final do 8.º ano e a atribuição de sucesso à sorte. Este resultado está em linha com o obtido por Almeida *et al.* (2012); nesse sentido, será esta a atribuição a considerar na referida análise. Em relação às habilidades cognitivas, seleccionou-se o raciocínio espacial dada a sua maior correlação quer com o pré-teste quer com a classificação de 8.º ano, sendo também este um resultado confirmado na literatura (Almeida & Lemos, 2006).

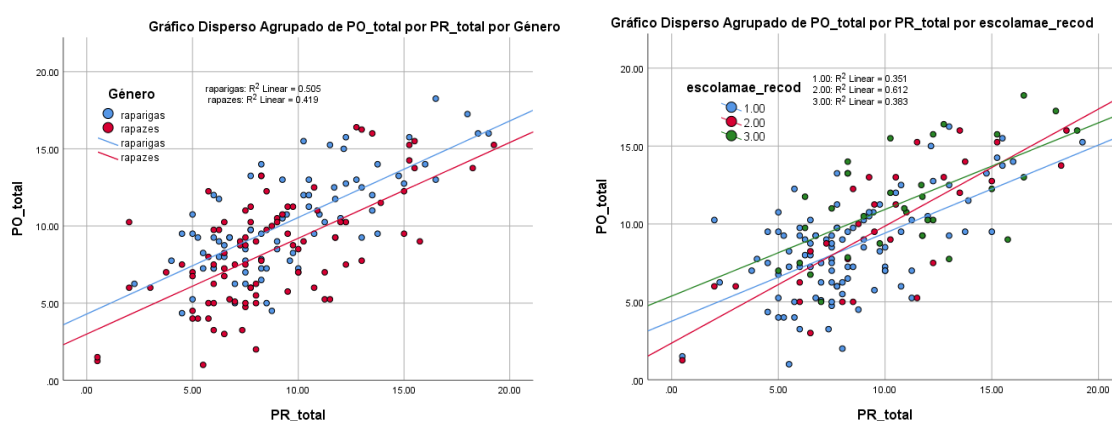
Através de uma regressão linear hierárquica Brito *et al.* (2021) sugerem uma predição de 41% da variância no desempenho em Geometria espacial no 9.º ano pelo desempenho académico do ano anterior, variáveis sociodemográficas (género e escolaridade da mãe), e ligadas ao raciocínio (espacial e mecânico) e às atribuições causais de sucesso (esforço, bases, método de trabalho, professor, sorte e inteligência), sendo que tiveram significado estatístico apenas a classificação do 8.º e as variáveis ligadas ao raciocínio. Este resultado não revelou mesmo poder preditivo encontrado por Kösa (2016a), mas vem, por um lado, confirmar que uma parte dos 59% de variância não explicada pode seguramente dever-se a opções didáticas como a utilização de simulação digital testada na hipótese 1; por outro lado, confirmar a pertinência de nos questionarmos sobre o papel das variáveis sociodemográficas e psicológicas na explicação da eventual melhoria no desempenho com essa mesma opção didática.

Para a testagem da hipótese de investigação H2 seleccionamos as variáveis género, escolamae, RE e s\_sorte, por terem sido as que revelaram melhores coeficientes de correlação com a classificação de 8.º ano. À exceção da variável género, todas as restantes foram recodificadas para que pudéssemos criar no máximo 3 níveis dentro de cada variável: escolamae: 1 – ensino básico, 2 – ensino secundário e 3 – ensino superior; RE: [0,7[ – baixo, [7,14[ - médio e [14, 20] - elevado; s\_sorte: {1,2} – muito importante, {3,4} – razoável e {5,6} – pouco importante.

Dois modelos de ANCOVA foram criados, um deles com as variáveis grupo, gen e escolamae\_recod, e o outro com as variáveis grupo, RE\_recod e s\_sorte\_recod. Os pressupostos do 1.º modelo foram cumpridos, observando-se primeiramente o de homogeneidade dos declives na composição de gráficos da Figura 13, o teste de Levene ( $p=.37$ ) e a homogeneidade dos valores médios ( $p=.59$  para o género e  $p=.58$  para a escolamae\_recod).

**Figura 13**

*Gráficos de dispersão de pontos de PO\_total por PR\_total, por género e por escolaridade da mãe*



O Quadro 14 apresenta o modelo com as variáveis sociodemográficas. Relativamente a cada uma das variáveis tomadas individualmente, observa-se um efeito significativo e elevado, como esperado, da variável grupo (experimental e controlo), bem como da variável género. Neste modelo a variável género revelou ter significado estatístico, permitindo inferir que, de uma maneira geral, as raparigas terão evoluído mais do pré-teste para o pós-teste comparativamente com os rapazes, apesar do tamanho desse efeito ser bastante inferior ao verificado para a variável grupo. O maior envolvimento das raparigas na aprendizagem, dado presente na literatura, poderá mesmo ter sido reforçado neste experimento, tendo as raparigas aderido com maior zelo e esforço ao pedido de colaboração no estudo. Assim, e independente de saberem que os resultados nos testes não teriam impacto na sua classificação escolar, poderão ter dedicado maior empenho na sua resolução, o que resultou numa melhoria mais acentuada no desempenho.

**Quadro 14***Testes de efeitos entre sujeitos no Modelo com variáveis sociodemográficas*

Variável dependente: PO\_total

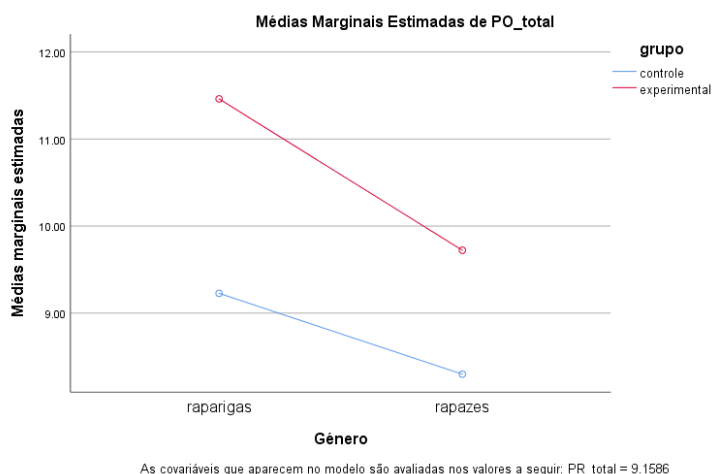
Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.	Eta parcial quadrado
Modelo corrigido	1245.09	12	103.76	19.58	4.954E-25	.61
Intercepto	331.68	1	331.68	62.58	5.330E-13	.30
PR_total	512.63	1	512.63	96.72	6.715E-18	.39
grupo	82.25	1	82.25	15.52	.000	.09
gen	44.08	1	44.08	8.32	.005	.05
escolamae_recod	25.50	2	12.75	2.41	.094	.03
grupo * gen	4.19	1	4.19	.79	.375	.01
grupo * escolamae_recod	4.20	2	2.10	.40	.673	.01
sex * escolamae_recod	3.14	2	1.57	.30	.744	.00
grupo * gen * escolamae_recod	18.43	2	9.22	1.74	.179	.02
Erro	789.70	149	5.30			
Total	16066.64	162				
Total corrigido	2034.79	161				

a. R Quadrado = .612 (R Quadrado Ajustado = .581)

Olhando aos efeitos secundários e principais envolvendo as três variáveis independentes, não se observa qualquer efeito significativo da interação tomando estas variáveis duas a duas ou o seu conjunto. Apesar dos alunos do grupo experimental e das raparigas terem apresentado um ganho superior no pós-teste, não se observa interação entre as variáveis grupo e género, pelo que os rapazes e raparigas terão beneficiado igualmente da utilização da simulação digital quando observados os seus desempenhos no pós-teste controlados com o do pré-teste. Esta suposição é confirmada pela observação do gráfico da Figura 14.

**Figura 14**

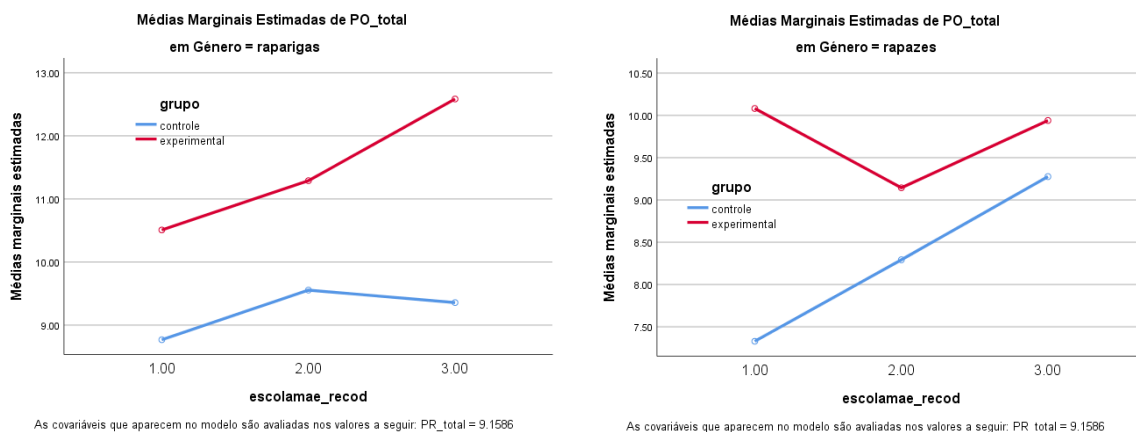
*Médias Marginais estimadas de PO\_total de raparigas e rapazes, por grupo*



Apesar da interação entre as três variáveis independentes não ter revelado significado estatístico, apresentam-se na Figura 15 gráficos que permitem observar algumas diferenças, entre rapazes e raparigas dos dois grupos quando observados os três níveis de escolaridade da mãe.

**Figura 15**

*Médias Marginais estimadas de PO\_total de raparigas e rapazes, por grupo e para cada nível de escolaridade da mãe*



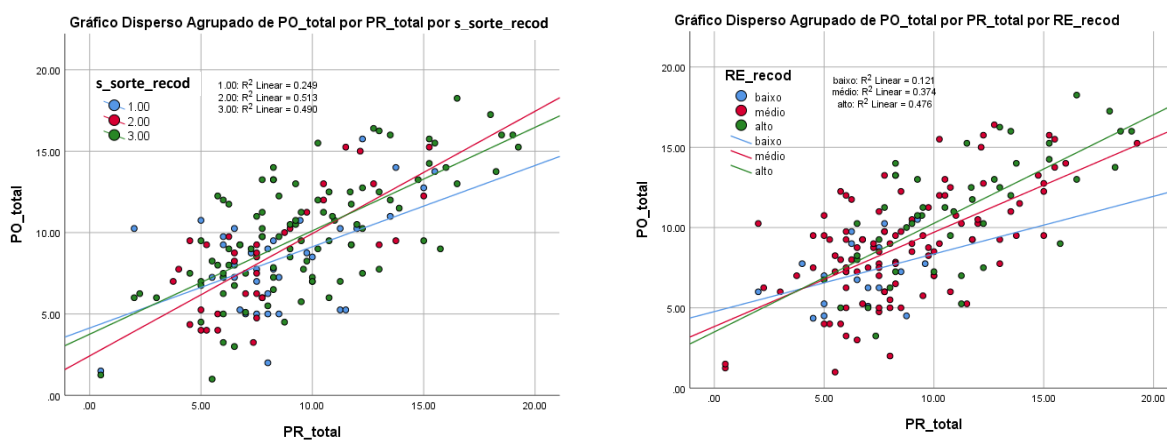
Os gráficos permitem concluir que a pertença ao grupo experimental teve um efeito positivo no desempenho na Geometria Espacial mais acentuado nas raparigas cujas mães têm mais escolaridade;

paralelamente, essa mesma pertença teve um efeito mais acentuadamente positivo junto dos rapazes cujas mães têm menos escolaridade. Estes resultados, ainda que sem significado estatístico, merecerão atenção mais adiante.

Os pressupostos do 2.º modelo foram cumpridos, observando-se primeiramente o de homogeneidade dos declives na composição de gráficos da Figura 16, o teste de Levene ( $p=.48$ ) e a homogeneidade dos valores médios ( $p=.51$  para  $s\_sorte\_recod$  e  $p=.73$  para  $RE\_recod$ ). Neste modelo (Quadro 15) nenhuma das variáveis para além da variável grupo teve significado estatístico. Não se observou interação entre as variáveis grupo e as restantes, dados os valores-p superiores ao nível de significância definido para este estudo, de  $\alpha=.05$ .

## Figura 16

*Gráficos de dispersão de pontos de PO\_total por PR\_total, por categorias de atribuição de sucesso à sorte e de raciocínio espacial*





**Quadro 15***Testes de efeitos entre sujeitos no Modelo com variáveis psicológicas*

Variável dependente: PO\_total

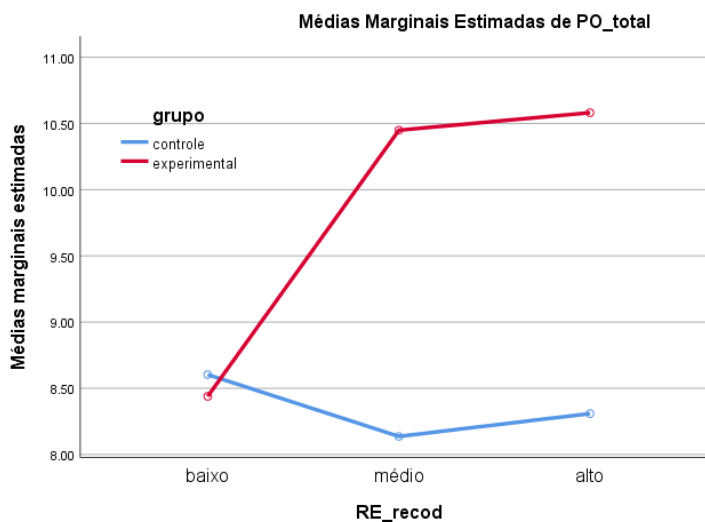
Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.	Eta parcial quadrado
Modelo corrigido	1187.63	17	69.86	11.86	.000	.57
Intercepto	291.46	1	291.46	49.48	.000	.25
PR_total	579.86	1	579.86	98.43	.000	.39
grupo	40.27	1	40.27	6.84	.010	.04
s_sorte_recod	3.25	2	1.62	.28	.759	.00
RE_recod	9.22	2	4.61	.78	.459	.01
grupo * sorte_recod	3.61	2	1.81	.31	.736	.00
grupo * RE_recod	19.89	2	9.94	1.69	.188	.02
sorte * RE_recod	2.74	4	.68	.12	.977	.00
grupo * sorte_recod * RE_recod	12.81	3	4.27	.72	.539	.01
Erro	889.53	151	5.89			
Total	16633.58	169				
Total corrigido	2077.16	168				

a. R Quadrado = .612 (R Quadrado Ajustado = .581)

Ainda assim, sublinha-se que os alunos com baixo raciocínio espacial não beneficiaram do uso da simulação digital da mesma forma que os seus colegas com raciocínio espacial médio ou mesmo alto, o que se conclui da observação do gráfico na Figura 17.

**Figura 17**

*Médias Marginais estimadas de PO<sub>total</sub> d para cada nível de raciocínio espacial*



As covariáveis que aparecem no modelo são avaliadas nos valores a seguir: PR<sub>total</sub> = 9.0964

Observado o significado estatístico da interação entre grupo e RE confirma-se, a conclusão do estudo de Jelatu (2018) para o caso do Raciocínio Espacial. No entanto, e sendo o raciocínio espacial um forte preditor de realização em todos os tipos de capacidades 3D (Pittalis & Christou, 2010), a intensidade desta relação geral foi suficiente, nesta amostra, para alterar a relação entre a utilização de simuladores digitais e o desempenho, uma vez que os alunos com mais baixo raciocínio espacial não beneficiaram desses recursos. Este resultado está em linha com os apontamentos de Renkl e Scheiter (2017) e de Höffler *et al.* (2013), que sugeriam que alunos com habilidade de visualização mais deficitária tivessem mais dificuldades na aprendizagem com as imagens dinâmicas e interativas dos simuladores.

Em síntese, reportando-nos à hipótese H2 da nossa investigação, os dados obtidos sugerem um efeito da utilização dos simuladores no desempenho dos alunos na prova de Geometria Espacial, sendo que este efeito não é moderado pelas variáveis sociodemográficas (gênero e habilitação acadêmica da mãe) e psicológicas (raciocínio espacial e atribuição causal de sucesso na Matemática). Estes dados sugerem um efeito positivo do programa generalizado aos diferentes tipos de alunos. Mesmo assim, e justificando investigações futuras, verificou-se que as raparigas beneficiaram mais do que os rapazes

do uso da simulação digital nas aulas, que os níveis de habilitações académicas das mães produziram efeitos diversos no desempenho de rapazes e raparigas (tendo a intensidade do efeito da simulação digital no desempenho das raparigas aumentado junto das raparigas cujas mães têm maior escolaridade, verificando-se o mesmo para os rapazes cujas mães têm menor escolaridade) bem como como os níveis de raciocínio (alunos com um nível baixo de raciocínio parecem apresentar dificuldades nas aprendizagens independentemente da utilização ou não de simuladores).

*Questão 2: Será que, em todas as habilidades da Geometria Espacial, o impacto do uso pedagógico da simulação digital no desempenho suplanta o de variáveis sociodemográficas e psicológicas?*

Na resposta a Q1, uma possível explicação para as diferenças entre os grupos no pós-teste observadas nos gráficos das categorias C2, C3 e C4 poderia ser a diferença inicial entre os grupos no que respeita ao raciocínio espacial. De facto, os grupos não eram equivalentes no seu raciocínio espacial, com os alunos do grupo experimental com um raciocínio espacial (média da classificação na prova de raciocínio espacial da BPR) ligeiramente superior ao dos alunos do grupo de controlo. Segundo a literatura, o raciocínio espacial está positivamente associado à associações de sólidos às suas planificações como em C2 (Yildiz & Özdemir, 2017), à habilidade de desenho de sólidos C3 (Buckley et al., 2019; Goldsmith et al., 2016) e à de medição C4 (Battista et al., 2017). No entanto, essa explicação parece não fazer sentido quando se observa a categoria C3, onde os alunos de ambos os grupos revelaram desempenhos aproximados no pré-teste, o mesmo observando os resultados do pré-teste em C2. Também observando a habilidade em C4, as diferenças entre os grupos do pré-teste para o pós-teste parecem ter aumentado substancialmente, permitindo conjecturar que os alunos do grupo experimental possam ter, com o uso de simulação digital, evoluído no seu raciocínio espacial, justificando assim a melhoria. Visto não ter sido avaliado o raciocínio espacial após o experimento, esta é uma hipótese por testar. Pode também ter acontecido, numa outra hipótese explicativa, que a simulação digital tenha diminuído o esforço cognitivo dos alunos na visualização de sólidos, eliminando barreiras e facilitando assim a aprendizagem, quer na habilidade da Geometria Espacial da medição quer nas restantes habilidades.

A 2.<sup>a</sup> questão de investigação segue, pois, a preocupação da 1.<sup>a</sup> questão de investigação, de tentar compreender se o fenómeno tem um impacto diferente quando consideradas as diferentes

habilidades da Geometria Espacial. Para responder a esta questão, importará conhecer as correlações entre as variáveis pessoais e psicológicas com o desempenho dos alunos nessas habilidades no pré-teste, conforme apresentado no Quadro 16.

### Quadro 16

*Correlações entre variáveis pessoais, sociodemográficas e psicológicas com desempenho nas diversas habilidades da Geometria Espacial no pré-teste*

	PR_C1	PR_C2	PR_C3	PR_C4
classif8	.39**	.27**	.30**	.57**
gen	-.10	-.19*	-.05	.06
escolamae	.26**	.11	.14	.28**
RE	.42**	.33**	.35**	.46**
s_sorte	.03	-.02	-.01	.34**

A associação mais forte da classificação de 8.º ano aos itens da categoria C4 e de aplicação de conhecimentos, em comparação com outros itens, coloca a hipótese já encontrada na literatura de que os professores de Matemática estarão a favorecer algumas dimensões nas suas práticas didáticas e/ou critérios de classificação escolar, em particular relacionados com conhecimentos e competências de medição (Smith et al., 2011) e também aos itens de aplicação (Trevisan & Amaral, 2016). Uma percentagem significativa destes alunos do 9º ano, que estavam prestes a concluir o estudo do espaço e já tinham contactado com os conceitos de volume e capacidade ao longo do seu curso académico, revelou uma má compreensão dos mesmos quando apresentados numa situação não familiar, confirmando as conclusões de Smith *et al.* (2011) e, de uma maneira geral, o apontamento de Ausubel *et al.* (1980, p. 68): “os alunos se tornam muito hábeis no uso de termos abstratos com aparente adequação, (...) embora sua compreensão dos conceitos ou proposições subjacentes seja virtualmente zero”.

A variável género revelou uma associação com significado estatístico mas fraca à habilidade C2, sendo de uma forma geral os coeficientes baixos. Estes resultados confirmando os estudos mais gerais do TIMSS (Mullis et al., 2019) de ausência de associação entre o rendimento na Geometria e o género.

Considerando a escolaridade da mãe, é de notar que as associações foram mais fortes e com significado estatístico em itens de medição (C4) e também em itens de aplicação de conhecimento nesta categoria, tais como o 5 ou 8. Embora esteja para além do âmbito desta tese discutir a natureza da influência que a escolaridade da mãe tem na realização da Matemática dos alunos, parece razoável argumentar que tal influência estará principalmente presente nos conhecimentos e competências que a mãe entende que são privilegiados pelos professores em atividades de avaliação, que, para melhor ou para pior, parecem representar o que se espera dos alunos em Geometria Espacial ao longo de oito anos de escolaridade. Este argumento vem corroborar a explicação já aventada da primazia de tempo e atenção dedicados à medição quando comparado a outras habilidades na Geometria Espacial.

O raciocínio espacial teve associações positivas e moderadas aos conhecimentos e competências mobilizados no pré-teste, as categorias C1 e C4. Relativamente à categoria C1, embora as relações algébricas entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e pirâmides façam parte dos currículos de geometria do 6º ano, os investigadores acreditam que a maioria dos alunos no início do 9º ano provavelmente não se lembra dessas mesmas relações algébricas, e que os participantes confiaram na sua capacidade de visualizar mentalmente os sólidos e os seus componentes para responder aos itens da categoria C1, confirmando os resultados de Pittalis e Christou (2010).

Como se pensa que o raciocínio espacial é exigido na solicitação de associações de sólidos às suas planificações e atividades de dobragem (Yildiz & Özdemir, 2017), esperava-se uma correlação mais elevada de RE com os itens na categoria C2. Especificamente em relação a C4, os resultados confirmam as conclusões de Battista *et al.* (2017) e Pittalis e Christou (2010); contudo, outra explicação possível para uma associação positiva e moderada entre RE e C4 pode ser o facto de os itens RE da BPR avaliarem o raciocínio indutivo e dedutivo, em situações de rotação de cubos. O raciocínio fluido – que considera o raciocínio indutivo e dedutivo como principais capacidades específicas (McGrew, 2009) – está fortemente associado a capacidades de resolução de problemas, o que pode explicar porque é que RE foi moderadamente correlacionado com os itens de resolução de problemas que se enquadram na categoria da Medida. Estes resultados confirmam as conclusões de Goldsmith *et al.* (2016) de que RE revelou ser um importante preditor de capacidade de desenho e, em geral, de desempenho em Geometria Espacial, tal como medido pelo pré-teste. O resultado geral obtido neste estudo de que o RE – entendido como manifestação da habilidade central VZ que caracteriza o Processamento Visual Gv –

tem uma associação moderada com o desempenho em Geometria Espacial parece confirmar não só os estudos na Educação Matemática (Kösa 2016a; Kösa 2016b) mas também, no domínio da Psicometria: a hipótese colocada por Floyd *et al.* (2003), de que será, na verdade, o tipo de item e a habilidade geométrica subjacente a condicionar a intensidade da associação entre Gv e o desempenho na Matemática.

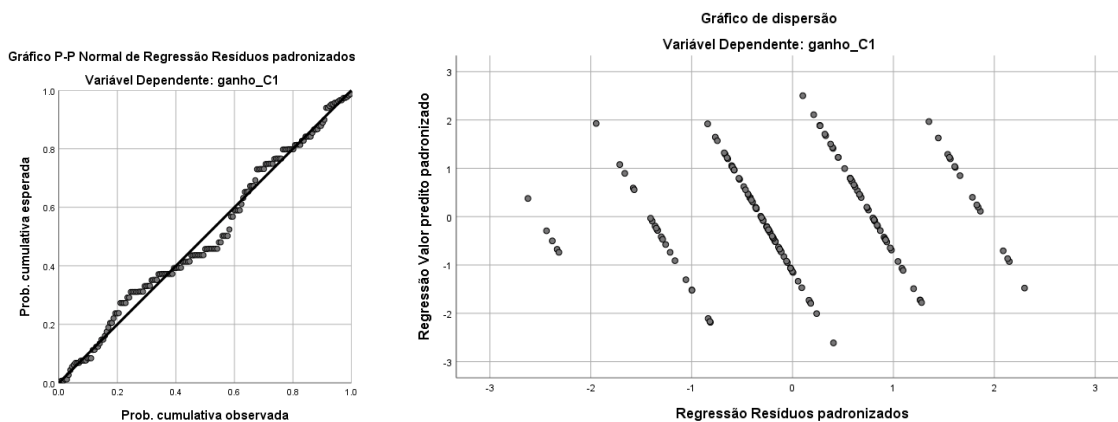
Observando as categorias de itens do pré-teste repara-se que é na categoria C4, de medição, que se encontram os valores mais elevados e estatisticamente significativos, ainda que a sua intensidade fosse fraca. Referimo-nos à atribuição de sucesso à sorte: quanto maior foi a pontuação neste domínio menos importância foi atribuída à sorte como causa de sucesso. Esse valor assemelha-se aos observados na classificação de 8.º ano. Este resultado valida a hipótese explicativa anteriormente colocada na análise de classificação do 8º ano: os professores portugueses podem estar a privilegiar a habilidade de medição em atividades e avaliação na sala de aula, uma vez que o sucesso em Matemática está provavelmente a ser entendido pelos alunos como um elevado sucesso em tarefas no domínio da medição: a determinação de áreas de superfície e volumes de sólidos, e resolução de problemas associados.

Para responder à questão Q2, a qualidade dos dados não permitiu atingir os pressupostos para a realização de ANCOVAs. Neste sentido, as análises que se seguem tomam os ganhos do pré-teste para o pós-teste nas quatro dimensões da Geometria Espacial, recorrendo-se a quatro modelos de regressão linear, procurando-se com eles comparar o contributo das várias variáveis independentes em análise (grupo, género, escolaridade da mãe, raciocínio espacial e atribuição de sucesso à sorte). Na prova de raciocínio e de atribuições causais trabalhamos com os resultados brutos dos alunos e não com valores recodificados, utilizando este mesmo procedimento para as habilitações académicas da mãe.

Na avaliação dos pressupostos para realizar as regressões observaram-se o da normalidade e da homocedasticidade, no caso de ganho\_C1 através da observação dos gráficos da Figura 18; para os restantes ganhos, em C2, C3 e C4, através respetivamente da observação dos gráficos nas Figuras 19, 20 e 21.

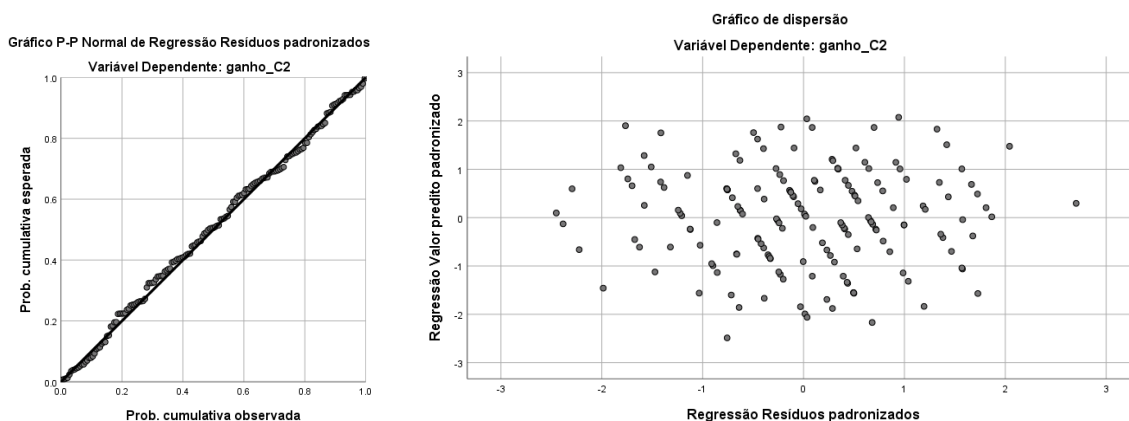
**Figura 18**

*Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho\_C1*



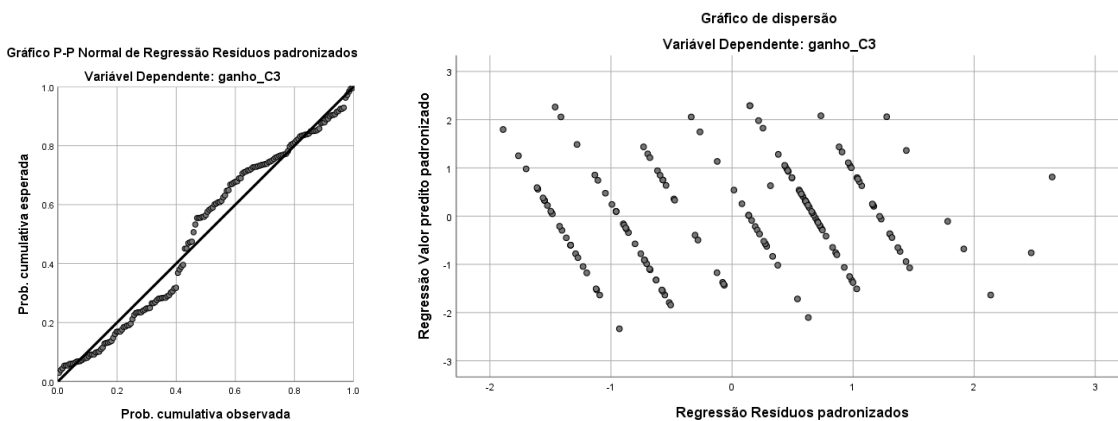
**Figura 19**

*Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho\_C2*



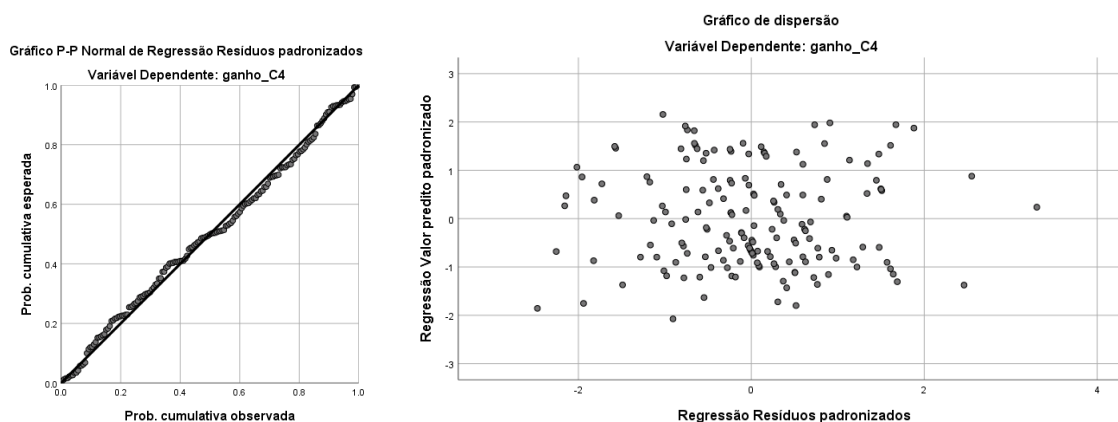
**Figura 20**

*Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho\_C3*



**Figura 21**

*Gráfico de regressão de resíduos padronizados e gráfico de dispersão dos resíduos em ganho\_C4*



Tiveram significado estatístico apenas os modelos com os ganhos em C1 ( $F(5, 163) = 2.55$ ,  $p=.03$ ), C2 ( $F(5, 163) = 3.01$ ,  $p=.01$ ) e C4 ( $F(5, 163) = 2.91$ ,  $p=.02$ ), o mesmo não se verificando para C3 ( $F(5, 163) = 1.82$ ,  $p=.11$ ). Os Quadros 17, 18 e 19 apresentam os coeficientes dos modelos para os ganhos em C1, C2 e C4 respetivamente.

**Quadro 17**

*Coefficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C1 (conceptualização de propriedades matemáticas no espaço - identificar número de vértices, arestas e faces)*

	Coeficientes não padronizados		Coeficientes padronizados			Estatísticas de colinearidade	
	B	Erro Erro	Beta	t	Sig.	Tolerância	VIF
(Constante)	.220	.09		2.34	.021		
grupo	.092	.05	.15	1.92	.057	.95	1.05
gen	-.050	.05	-.08	-1.07	.286	.98	1.02
escolamae	.017	.02	.08	.97	.334	.92	1.09
RE	-.018	.01	-.23	-2.93	.004	.92	1.08
s_sorte	-.001	.01	-.01	-.10	.919	.94	1.06

Observa-se no Quadro 17 que na habilidade C1 a explicação do ganho pela utilização da simulação digital não teve, por pouco, significado estatístico ( $p=.057$ ), verificando-se que a única variável com essa qualidade foi o raciocínio espacial ( $p=.004$ ). Curiosamente, e apesar do raciocínio espacial



ter revelado boa associação à habilidade C1 medida no pré-teste, não foi esta habilidade a responsável pelos ganhos do pré-teste para o pós-teste, pois o sentido do contributo foi o contrário do esperado: se considerarmos o significado dos coeficientes, para cada ponto a mais no teste de raciocínio espacial o ganho na habilidade C1 do pré-teste para o pós-teste sofreu um decréscimo de .018, ou seja, de cerca de 2%.

### Quadro 18

*Coefficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C2 (Representação de objetos 3D - reconhecer e construir planificações de sólidos)*

	Coeficientes não padronizados		Coeficientes padronizados			Estatísticas de colinearidade	
	B	Erro Erro	Beta	t	Sig.	Tolerância	VIF
(Constante)	.013	.06		.23	.820		
grupo	.070	.03	.19	2.44	.016	.95	1.05
gen	-.046	.03	-.12	-1.62	.107	.98	1.02
escolamae	.002	.01	.01	.18	.854	.92	1.09
RE	-.008	.00	-.17	-2.13	.035	.92	1.08
s_sorte	.012	.01	.12	1.52	.131	.94	1.06

Um resultado semelhante surge na regressão do ganho na habilidade C2 (Quadro 18), pois o raciocínio espacial volta a apresentar coeficiente com significado estatístico mas no sentido contrário, contribuindo para diminuir o ganho obtido. No entanto, neste modelo o grupo consegue contribuir com um coeficiente de .07 com significado estatístico: a pertença ao grupo experimental, portanto ao grupo que utilizou a simulação digital, pareceu garantir um acréscimo de 7% no ganho nesta habilidade do pré-teste para o pós-teste.

No modelo de regressão do ganho em C4 apresentado no Quadro 19 apenas a variável grupo tem coeficiente estatisticamente significativo, depreendendo-se assim e claramente que o ganho na habilidade de medição não se deveu a nenhuma variável sociodemográfica ou psicológica estudada que não o grupo.

**Quadro 19**

*Coefficientes do Modelo de regressão linear do ganho na habilidade C4 (Medição – calcular a área de superfície e volume de objetos 3D)*

	Coeficientes não padronizados		Coeficientes padronizados			Estatísticas de colinearidade	
	B	Erro Erro	Beta	t	Sig.	Tolerância	VIF
(Constante)	.104	.06		1.76	.080		
grupo	.101	.03	.26	3.34	.001	.95	1.05
gen	-.024	.03	-.06	-.83	.409	.98	1.02
escolamae	-.004	.01	-.03	-.35	.727	.92	1.09
RE	-.006	.00	-.12	-1.58	.116	.92	1.08
s_sorte	-.004	.01	-.04	-.55	.581	.94	1.06

Em síntese, as análises de regressão realizadas apontam para um efeito mais generalizado da variável grupo (utilização ou não utilização dos simuladores) face às restantes variáveis independentes. Este resultado não acontece na componente C1, justificando aprofundamentos em estudos posteriores; aqui, e em consonância com a resposta à Questão de investigação Q1, a ausência de um simulador dedicado especialmente a esta habilidade espacial poderá ter condicionado o aproveitamento dos alunos do grupo experimental nesta habilidade em particular. Da mesma forma, não estando os ganhos no pós-teste associados às variáveis sociodemográficas e psicológicas consideradas nas regressões, parece estranho que o raciocínio espacial esteja associado negativamente a tais ganhos, ainda que os valores dos coeficientes sejam bastante diminutos. Este dado parece sugerir que são os alunos com raciocínio mais baixo a aproveitar mais das aulas de Geometria Espacial nalgumas das dimensões da prova, eventualmente concentrando-se mais nas aulas dadas as suas dificuldades cognitivas. Esta ilação justifica desenvolvimentos futuros na investigação.

*Questão 3: Quais são as opiniões dos alunos relativamente à experiência de aprendizagem com simulação digital?*

Para responder à questão de investigação Q3 observaram-se os textos produzidos pelos alunos do grupo experimental. Dividiram-se primeiramente as opiniões em três grupos conforme a solicitação que fora feita aos alunos, de manifestação de opiniões sobre a experiência de aprendizagem em si e especificamente sobre os simuladores e o trabalho em pares. Verificou-se que grande parte dos alunos

não atendeu a esta solicitação, tendo antes divagado de forma livre sobre os aspetos que, supõe-se, mais terão marcado a sua experiência, tornando mais difícil a codificação dos discursos. De uma forma geral parece seguro inferir que os alunos que não manifestaram opiniões sobre o trabalho em pares possam estar mais habituados a esta forma de trabalho em sala de aula, não tendo sido uma novidade ou não tendo provocado uma alteração que merecesse registo. De facto, e por comparação, muitos alunos realçaram o facto de terem tido aulas nos computadores e não na sala de aula normal. Também especificamente sobre os simuladores a maior parte dos alunos não realizou apreciações objetivas sobre as suas características, falando antes de uma maneira mais geral na possibilidade de “ver” e de “mexer” ou na boa qualidade desses recursos.

Tratando-se de opiniões, procurou-se identificar evidências que permitissem dividi-las, de uma forma geral e para cada grupo, em opiniões positivas ou negativas. Em cada grupo emergiram algumas categorias como sendo a *qualificação*, o *sentimento ou papel do aluno* e o *efeito sobre aprendizagem*, conforme se observa no Quadro 20. Nele encontram-se também alguns excertos de discursos originais de alguns alunos.

A importância atribuída a estes componentes contextuais e reflexivos da experiência de aprendizagem concebida é enfatizada pelas preocupações de Trundle e Bell (2010), sobre a necessidade de, em investigação académica, salientar o contexto pedagógico em que a tecnologia é adotada para realmente compreender o seu impacto na aprendizagem e desempenho. Também o estudo de Somyürek (2015), centrado nos discursos dos alunos e professores, procurou debruçar-se sobre a qualidade das aprendizagens. As opiniões dos alunos do grupo experimental sobre a experiência de aprendizagem com simuladores digitais foram diversas, mas a maioria delas foram positivas. Do grupo de alunos que revelaram opiniões e sentimentos positivos, um particular expressou opiniões positivas generalizadas: "Gostei das atividades porque pude mover os sólidos e vê-los de ângulos diferentes, e compreender não só como são mas também como calcular volumes e áreas. Também gostei porque gosto de trabalhar em computadores, detesto estar sempre a escrever no meu caderno. Trabalhar com o meu colega também foi bom, ajudávamo-nos mutuamente e as aulas eram divertidas. A escola deveria fazer mais atividades como esta noutras disciplinas, sinto-me mais motivado com eles. Foi um prazer". Um grande número de alunos referiu a alegria de trabalhar com outro colega para aprender os conteúdos. "Aprender não só a teoria mas também a prática, e ver realmente os sólidos e

não apenas imaginá-los mentalmente" foi também uma opinião que frequentemente emergiu deste grupo de alunos.

## Quadro 20

*Categorias de análise das composições dos alunos e frequências absolutas*

A experiência de aprendizagem (aulas)	<h3>OPINIÕES POSITIVAS</h3>
	<p><u>Qualificação (das aulas)</u>  <b>interessantes</b> (7); <b>divertidas</b> (12); <b>práticas</b> (2); <b>desafiantes</b> (1); <b>livres</b> (3) “A nossa professora utiliza muitas vezes o geogebra para nos apresentar os conteúdos, no entanto, nem sempre podemos explorar tão livremente como aconteceu agora”, “na minha opinião, senti-me mais livre nessas aulas, elas ajudaram-me a compreender melhor os conteúdos sem estar tão preso a regras”; <b>melhor que as aulas normais</b> (5), “que são aborrecidas”; <b>gostaria de repetir</b> (4).</p> <p><u>Sentimento e papel do aluno</u>  <b>prazer</b> (3); <b>entusiasmo</b> (1) “O entusiasmo da nossa professora era contagiante”; aumento de <b>motivação</b> (7) “Incentivou a aprender mais e ficamos mais empenhados”  “Todos os alunos, mesmo o que tinham mais dificuldades empenharam-se para tentar resolver as tarefas de forma autónoma”; <b>aumento de atenção</b> (1) “Estive mais atento pois muitas coisas chamavam a minha atenção”</p> <p><u>Efeito sobre a aprendizagem</u>  <b>Aprender/entender melhor/mais facilmente</b> (18) “As aulas foram mais eficazes” , “aprendi mais pois nunca tinha percebido esta matéria” , “estimula a aprendizagem, pois vemos na prática e não aprendemos só a teoria” , “aprendemos, não “decorámos””  “nunca iremos esquecer como aprendemos as áreas e os volumes.” , “a Matemática fez muito mais sentido!” , “com a possibilidade de explorarmos os sólidos foi muito mais fácil perceber como se calculam as áreas e os volumes. Afinal não são simples fórmulas!” , “conseguimos ver os sólidos e perceber como se calculam as áreas e os volumes. Quando decorávamos as fórmulas sem as perceber facilmente as esquecíamos. Nunca mais vamos esquecer, pois fomos nós a descobri-las!” <b>melhoria do raciocínio</b> (1); <b>melhoria no desempenho</b> (4) “Melhorei no teste, quero mais aulas assim para melhorar as minhas notas”</p>
	<h3>OPINIÕES NEGATIVAS</h3>
	<p><u>Sentimento e papel do aluno</u>  Prefiro as aulas “normais” (5); Não tive <b>prazer</b> (1)</p> <p><u>Efeito sobre a aprendizagem</u>  <b>confusão</b> (2) “não entendi tão bem”, “era confuso”</p>

**Quadro 20***Categorias de análise das composições dos alunos e frequências absolutas*

Simuladores	<b>OPINIÕES POSITIVAS</b>
	<p><u>Características e Qualificação</u>  <b>bons</b> (2); <b>intuitivos</b> (1); <b>interessantes</b> (2); permitiram <b>rever</b> a matéria (4)</p> <p><u>Benefício para a aprendizagem</u>  <b>facilitar a visualização</b> (18) “eu tenho dificuldades a Matemática e essencialmente a geometria. Através da utilização destes materiais descobri um novo mundo. Consegui ver no espaço”, “não tive só que imaginar, pude ver”, “Consegui ver a três dimensões, o que até agora não tinha conseguido”, “Tenho muitas dificuldades em geometria, pois tudo me parece muito abstrato. Pela primeira vez consegui “ver” os sólidos e perceber como estes se poderiam relacionar. As fórmulas ganharam significado, deixaram de ser um conjunto de letras memorizadas. É muito difícil para os alunos perceber como se calculam as áreas e os volumes de sólidos por não conseguirem visualizar esses sólidos. Assim, foi muito mais fácil!”, “Ao rodar os sólidos percebe-se melhor como são”, “pude ver melhor a planificação e o sólido”  <b>facilitar a compreensão das fórmulas</b> (5) “Deduzimos as fórmulas e a partir daí elas ganharam significado, deixaram de ser um conjunto ordenado de palavras com alguns números que existiam na última página do manual.”</p>
	<b>OPINIÕES POSITIVAS</b>
	<p><b>interatividade</b> (poder mexer/mudar/escolher) (9) “podemos mudar os valores das diferentes variáveis e ver os seus efeitos no sólido, na sua área e no seu volume. Tudo isto era impossível sem estes recursos”, “os recursos apresentados eram muito dinâmicos e permitiam movimento, o que tornou o estudo da geometria mais real e menos abstrato e conseqüentemente mais fácil para os alunos”, “ao rodar os sólidos percebe-se melhor como são”, “Pude matar a curiosidade”  <b>exercícios e feedback</b> (4) “Fazer exercícios ao mesmo tempo é bom”, “dar logo a resposta ajuda a perceber se estamos a entender a matéria”</p>
	<b>OPINIÕES NEGATIVAS</b>
	<p>Computadores lentos (3)  Falhas na internet (2)</p>

**Quadro 20**

*Categorias de análise das composições dos alunos e frequências absolutas*

Trabalho a pares	<b>OPINIÕES POSITIVAS</b>
	<u>Qualificação</u> <b>bom</b> (4); <b>divertido</b> (4); <b>descontraído</b> (2)
	<u>Benefício para a aprendizagem</u> <b>ajudar</b> uns aos outros e <b>tirar dúvidas</b> (9); <b>partilhar ideias</b> (1); <b>aprende-se melhor</b> (2)
	<b>OPINIÕES NEGATIVAS</b>
	<u>Sentimento e papel do aluno</u> Quase não falo com o colega com quem trabalhei (1) <b>Não gostei</b> (1)
	<u>Benefício para a aprendizagem</u> <b>menos produtivo</b> (1) “O trabalho individual era mais produtivo”

Como algumas atividades *online* forneceram aos alunos uma percentagem de respostas corretas, os alunos puderam receber *feedback* imediato que permitiu comparar essas notas com as suas notas habituais. Tratando-se de avaliação formativa e de regulação das aprendizagens parece ter-se conseguido o efeito referido por Peixoto *et al.* (2017) de um aumento da confiança dos alunos nas suas habilidades e diminuição de níveis de ansiedade, dadas as manifestações de prazer com a atividade e um aumento de motivação devido à perceção de melhoria nos resultados. De facto, e numa turma em particular, uma vez que os alunos foram submetidos a uma breve avaliação formal escrita pelo seu professor logo após a experiência e receberam as suas notas antes da recolha de opiniões escritas, a opinião positiva dos alunos sobre a importância dos simuladores nos seus resultados de aprendizagem foi substanciada pela melhoria nessa nota em particular quando comparada com as anteriores. Os alunos também relataram um interesse crescente pela Geometria Espacial durante as aulas e um sentimento negativo quando a experiência terminou, pois tiveram de regressar às aulas regulares e às atividades habituais, que alguns alunos qualificaram como *aborrecidas*. Os alunos que se concentraram em opiniões sobre simuladores específicos referiram o simulador S2 como sendo o seu preferido, porque "permitiu uma melhor visualização dos sólidos", embora alguns alunos também

tenham referido que o simulador S7, que "ajudou a compreender as fórmulas e tornou os exercícios mais fáceis de resolver"; outro aluno referiu que "a certa altura já conhecia as fórmulas e não tinha de as ir ver para resolver os exercícios".

Alguns alunos (sete) do grupo experimental expressaram opiniões negativas sobre a experiência de aprendizagem, sendo que seis deles pertenciam à turma do professor menos familiarizado com GeoGebra. De facto, cerca de um terço dos alunos dessa turma preferia ter tido as aulas habituais na sala de aula, "com a professora a explicar os conteúdos como normalmente faz". Alguns alunos referiram a experiência como sendo um pouco confusa, expressando que não compreendiam muito bem os conteúdos. Um aluno referiu que "esta não era a melhor forma de aprender os conteúdos dos volumes". Alguns expressaram que não gostavam de trabalhar com colegas em pares, e também referiram não gostar de trabalhar em computadores. Alguns alunos referiram também que por vezes as imagens dos simuladores congelavam e não respondiam por falhas na ligação à internet, resultando em momentos frustrantes.

Em geral, os alunos apreciaram a experiência, confirmando estudos anteriores (Arbain & Shukor, 2015; Brito, 2018; Poon, 2018; Solvang & Haglund, 2018; Silveira & Cabrita, 2013; Saha et al., 2010; Somyürek, 2015; Ünlü & Dökme, 2015). Alguns alunos reconheceram conscientemente o apoio que os simuladores proporcionavam à aprendizagem e à sua motivação melhorada. É de notar que, embora a relação entre a utilização de simuladores digitais e a realização na Geometria Espacial não tenha sido moderada pelas causas atribucionais do sucesso, alguns alunos da turma que foram submetidos a uma avaliação escrita após a experiência expressaram a sua satisfação com a melhoria nos resultados, tal como salientado por Almeida *et al.* (2012). A maioria destes alunos também mencionou aspetos que vão para além dos materiais e que se baseiam na estratégia de exploração pedagógica adotada para envolver os alunos na aprendizagem: trabalhar em pares, receber *feedback* frequente para regular a aprendizagem, respeitando ritmos diferentes no processo de aprendizagem.

Em todas as turmas do grupo experimental puderam ser encontrados alunos que não desfrutaram da experiência de aprendizagem com simuladores digitais. Como uma das muitas razões pode ser a disposição dos alunos em pares, outra pode ser o preconceito apontado por Renkl e Scheiter (2017) na utilização de tecnologia, ou mesmo o esforço acima do habitual requerido nestas aulas em

que o aluno deve ter um papel mais ativo, como referem Deslauriers *et al.* (2019). Confirmar formalmente as conclusões salientadas por Hillmayr *et al.* (2020) – de que o professor modera o efeito da utilização de ferramentas digitais na realização académica – não era um objetivo deste estudo; no entanto, é particularmente interessante que a grande maioria dos alunos que não desfrutaram da experiência de aprendizagem pertencessem à única turma do professor menos experiente e menos propenso à adoção pedagógica da tecnologia na sala de aula. Se é um facto que estas opiniões poderão também refletir um contexto de aprendizagem menos organizado, onde o professor não se apropriou com segurança das estratégias de ensino esperadas, esta hipótese parece não se confirmar pela verificação de que a maioria dos alunos dessa mesma turma teve opiniões contrárias e mostrou satisfação com as aulas. Assim, depreende-se que as opiniões negativas poder-se-ão dever a estilos pessoais de aprendizagem que não se adaptaram às exigências da experiência que se pretendia vivida pelos alunos: parece provável que alguns desses alunos já tenham desenvolvido as suas identidades de aprendizes autorregulados, preferindo estilos de ensino centrados no professor e na execução de tarefas orientadas para a avaliação sumativa. Uma outra hipótese é que os professores incutem nos seus alunos o seu entusiasmo e outros sentimentos ou opiniões positivas não só em relação a determinados assuntos curriculares mas também a estratégias/recursos, incluindo o uso da tecnologia. Esta hipótese é sustentada pelo comentário de um aluno cuja professora é uma entusiasta da utilização do Geogebra nas aulas, que referiu que “o entusiasmo da professora foi contagiante”. Também por esta razão parece pertinente referir que as opiniões dos alunos dessa segunda professora foram claramente positivas, com uma valorização muito eloquente e expressiva acerca da qualidade da aprendizagem que se viu melhorada com a utilização dos simuladores.

As falhas momentâneas na ligação à *internet* relatadas por alguns alunos poderão ter sido vividas por muitos outros alunos, visto que se encontravam na mesma sala de aula com a mesma ligação à *internet*. e com computadores da própria escola, à partida similares. Observa-se então que, para alguns alunos, essas falhas terão sido marcantes o suficiente para considerarem importante relatá-las na composição escrita; no entanto, não se verificou uma relação entre a manifestação desta dificuldade técnica na composição escrita e a opinião geral sobre a experiência de aprendizagem: as falhas foram relatadas por alunos que gostaram e por alunos que não gostaram da experiência. Poder-se-á também supor que essas dificuldades técnicas não tenham sido de grande duração temporal e não tenham tido um grande impacto no desenrolar das atividades das aulas.



Um refinamento da análise permitiu identificar palavras/expressões-chave no discurso que consubstanciaram aquelas opiniões e que encontram fundamento na literatura (Somyürek; 2015), quer sobre a aprendizagem de uma maneira geral, sobre a aprendizagem da Geometria e, em particular, sobre a aprendizagem significativa.

*Ver realmente os sólidos e não apenas imaginá-los mentalmente* é uma opinião que reflete a luta dos alunos quando aprendem Geometria Espacial e o potencial da simulação digital para aliviar o esforço cognitivo sobre a capacidade de visualização e para envolver plenamente os alunos nos processos de aprendizagem desejados, tal como proposto nas diretrizes curriculares. Para além dos aspetos positivos da capacidade gráfica 3D dos simuladores para alterar a perspetiva visual, e do apoio de fórmulas nos simuladores 7A e 7B, as opiniões dos alunos não se referiam a outras características como cores, complexidade visual ou ajuda textual. Tal informação poderia permitir compreender melhor, como apontado por Renkl & Scheiter (2017), o papel ou importância de aspetos específicos dos simuladores que poderiam explicar o seu impacto positivo na realização do Geometria Espacial. Salienta-se no entanto que os alunos que revelaram não gostar da experiência de aprendizagem com simuladores não o justificaram com as cores ou complexidade visual, ou seja, estas características destes simuladores não tiveram efeito negativo nas opiniões dos alunos.

Também a compreensão do significado de fórmulas facilitada pelo simulador S7 teve um forte impacto na experiência vivida pelos alunos conforme os seus relatos, de onde se retira a essência da expressão *sense-making*, que tem forte significado quer na Educação Matemática quer para o próprio conceito de aprendizagem significativa. Neste âmbito, e de uma maneira bastante substancial, verificaram-se ocorrências semelhantes aos relatos de Somyürek (2015), convergindo igualmente para a ocorrência desse tipo de aprendizagem quando referem “terem compreendido”, ou terem “aprendido melhor”. Expressões semelhantes a “finalmente fiquei a saber como são os sólidos” foram interpretadas como evidências de lacunas em aprendizagens prévias que ficaram resolvidas e ter-se-ão tornado fortes subsunçores para conhecimentos seguintes. Estas afirmações vão ao encontro da ocorrência de aprendizagem significativa, pelo facto de se ter dado a incorporação de novo conhecimento de uma forma substantiva e não aleatória como se dá na aprendizagem mecânica (Ausubel et al., 1980).

## **Considerações finais**

Neste capítulo final apresentámos os dados recolhidos e procedemos à análise dos mesmos, tendo em vista a testagem das hipóteses e resposta à questão de investigação. Procurou-se descrever com pormenor os dados e as análises estatísticas necessárias à testagem da hipótese de investigação H1, central nesta tese. A testagem da hipótese H1 de investigação foi feita com recurso a uma análise de covariância (ANCOVA), permitindo a comparação entre os grupos experimental e de controlo no desempenho académico após as aulas de Geometria Espacial, controlando com os resultados obtidos no pré-teste. Assim, eliminando-se a variação nos resultados do pós-teste atribuída aos resultados do pré-teste, concluiu-se haver um efeito da variável grupo, consubstanciada pela utilização dos simuladores digitais nas aulas. Esse resultado veio confirmar a nossa hipótese de investigação, em linha também com literatura da área.

Uma comparação entre e intra-indivíduos nas habilidades na Geometria Espacial – categorias C1, C2, C3 e C4 – antes e após o experimento permitiram observar que o uso de simulação digital teve um impacto positivo transversal a todas as habilidades na Geometria Espacial, verificando-se uma diferença com significado estatístico nas habilidades associadas à medição e à associação de sólidos a planificações, esta última uma manifestação da habilidade mais geral ligada à representação de sólidos.

Para compreender uma eventual moderação do efeito global do uso da simulação digital no desempenho dos alunos por variáveis pessoais e psicológicas como a motivação ou o raciocínio, procedeu-se primeiramente a uma extensa descrição dos dados recolhidos antes do experimento, quantificando-se a força das relações entre variáveis através de estudos de correlação. De facto, e conhecida que é a influência na qualidade da aprendizagem e rendimento escolar de outras variáveis, pessoais e de contexto, analisamos as suas relações com o conhecimento prévio de Matemática e com os conhecimentos e habilidades na Geometria Espacial antes do experimento, revelados pelo desempenho no pré-teste. Estas análises permitiram confirmar alguns resultados encontrados na literatura relativos à aprendizagem no geral e especificamente na área da Educação Matemática. Analisamos em particular a influência da variável género e escolaridade da mãe. Observamos também associações com as atribuições causais de sucesso nos resultados escolares de Matemática, verificando na maior parte dos casos associações fracas e com resultados não significativos. Estando estes

resultados em desacordo com a literatura da área, apresentamos uma justificação para os resultados fundamentada na literatura e justificadas por uma possível separação feita pelos alunos entre o pré-teste – instrumento de recolha de dados para esta investigação – e os resultados escolares obtidos nos testes escolares. Prestou-se particular atenção às relações entre variáveis pessoais e psicológicas com as habilidades na Geometria Espacial, tal como medidas através do desempenho em conjuntos de itens do pré-teste.

A análise de moderação conduzida para responder à 2ª hipótese de investigação foi realizada por recurso ao modelo de ANCOVA utilizado na testagem da hipótese de investigação H1. A ausência de moderação reforçou a intensidade da variável grupo na explicação do desempenho no pós-teste, variável essa que se define pelo recurso ou não da simulação digital nas aulas de Geometria Espacial. Regressões lineares foram conduzidas para compreender o contributo das variáveis sociodemográficas e psicológicas, juntamente com a variável grupo, na explicação dos ganhos em cada habilidade da Geometria. Os resultados apontam para o uso da simulação digital ser a única variável com poder preditivo do ganho que ocorreu na habilidade de medição e ser, de uma maneira geral, a variável com melhor poder preditivo, excluindo-se o caso da habilidade de conceptualização de propriedades matemáticas no espaço. Resultados inesperados foram obtidos na associação negativa entre os ganhos nas diversas habilidades e o raciocínio espacial, ainda que bastante reduzidos, merecendo destaque para futuras investigações. Considerando as características dos simuladores e da planificação didática utilizada, algumas hipóteses foram colocadas para explicar os resultados.

As opiniões recolhidas junto dos alunos que experimentaram aprender Geometria Espacial com simuladores digitais permitiram responder à questão de investigação, de foro qualitativo. Surgiram evidências nos discursos de ocorrência de aprendizagens mais profundas, para além de uma satisfação generalizada com as aulas.

Procurou-se, ao longo do capítulo, discutir a forma e extensão com que os dados permitem aceitar ou rejeitar a hipótese de investigação, por comparação com a literatura, bem como responder a questões. De alguns resultados obtidos emergem algumas hipóteses explicativas, que serão, no capítulo final desta tese, apresentadas como sugestões para futuras investigações.

## **CONCLUSÃO E IMPLICAÇÕES**

Neste apartado final da tese discutem-se os resultados dos estudos, as implicações para a prática e sugestões para futuras investigações. Os principais resultados dos estudos são elencados, para dar suporte às conclusões. Estas, juntamente com outras reflexões acerca dos resultados e da própria metodologia adotada, constituem-se, mais adiante, em algumas sugestões para futuras investigações. Por outro lado, são levantadas algumas implicações para a prática, destacando-se o contributo dos resultados obtidos e conclusões para o estado da arte na Didática da Matemática, na Psicologia da Educação e na Tecnologia Educativa. Por fim, e dada a incontornável relevância académica e social da problemática da utilização de tecnologia para proporcionar aprendizagens significativas, sublinha-se a importância de repensar o modelo de formação de docentes visando a incorporação plena da tecnologia nas suas práticas de ensino e a compreensão do potencial da tecnologia de simulação digital para a promoção de aprendizagens significativas e melhoria do desempenho académico dos alunos.

### **Principais resultados da investigação**

A formação de jovens capazes de resolver problemas e enfrentar os complexos desafios de um mundo diverso, globalizado e em constante mudança é, em si, um enorme desafio. Desde a compreensão do desenvolvimento da criança e jovem na sua cognição e emoção à construção de currículos e concretização dos mesmos no contexto escolar, à própria natureza e configuração – no micro e no macro – desse espaço escolar que é multicultural, construído e visitado por diversos intervenientes. Esse desafio é, por assim dizer, a *metameta* da investigação em Ciências da Educação, o problema por detrás de todos os problemas de investigação.

Parece correto afirmar que a dimensão do contributo para o conhecimento sobre essa formação está diretamente associada à qualidade e dimensão da congregação de saberes académicos à volta dessa mesma formação. Qual é o objeto de aprendizagem, e como se configura no currículo? Que

---

competências podem e/ou devem os alunos desenvolver nesse processo? Qual o percurso escolar anterior, que motivação escolar, habilidades cognitivas e conhecimentos trazem esses alunos? Estão os professores motivados e munidos de conhecimento e competência científica, didática e pedagógica para essa demanda? De que recursos alunos e professores dispõem? No final, o objeto de aprendizagem foi significativamente adquirido, e a competência efetivamente desenvolvida? Como responder e articular todas estas questões?

Tendo Brito *et al.* (2021) apresentado uma explicação de 41% da variação do desempenho em Geometria Espacial, uma parte da restante variação fica a cargo de variáveis contextuais, que incluem os conhecimentos científicos e didáticos dos professores e as suas práticas didáticas e pedagógicas gerais, os materiais didáticos e as experiências de aprendizagem. Justifica-se, pois, a pertinência da realização deste estudo experimental com pré e pós-tese e grupo de controlo, centrado na utilização pedagógica de simulação digital.

Com a utilização de recursos de simulação digital em atividades pedagógicas de exploração e investigação desses mesmos recursos propicia-se o deslocar da experiência de ensino-aprendizagem do registo *transmissão-receção* para a *orientação-descoberta*. Essa experiência mais autónoma vivida pelos alunos, juntamente com o despertar dos sentidos pela exploração ativa dos recursos, parece facilitar a ocorrência de uma aprendizagem não por mecanização mas sim com significado, confrontando, articulando e integrando no que sabiam o que agora se lhes é apresentado. No tempo e velocidade que de cada um necessita para (a) observar com atenção e reter na memória de trabalho, (b) conjecturar e testar, e (c) induzir e deduzir, é possível ativar os processos cognitivos associados a uma experiência de aprendizagem genuína. Neste caso específico da Matemática, dá-se aos alunos a oportunidade de aprender verdadeiramente os conceitos e propriedades matemáticos que, ainda que se tratando de objetos programáticos escolares, não se esvaziam nesse propósito: são maravilhosas entidades abstratas que ajudam a apreciar o mundo à nossa volta.

Em termos concretos o nosso estudo permitiu verificar que, junto de alunos do 9.º ano de escolaridade, a utilização de simulação digital em contexto de sala de aula pelos alunos, durante cerca de 13 aulas com atividades a pares e recebendo *feedback*, melhora o desempenho na Geometria Espacial e promove a ocorrência de aprendizagens significativas. O impacto dessa utilização no

desempenho supera o já conhecido da motivação, raciocínio, género e escolaridade da mãe, sendo generalizado a todas as habilidades da Geometria Espacial mas estatisticamente significativo nas habilidades de Medição e de reconhecimento e construção de planificações, da Representação de Sólidos. Nas restantes habilidades estudadas, de conceptualização de propriedades matemáticas no espaço e representação de objetos 3D através do desenho de sólidos, considerando não foram concebidos simuladores digitais com o intuito explícito de as desenvolver, é nossa tese que a ausência de significado se possa dever a esse preciso facto, não se confinando à particularidade da habilidade da Geometria Espacial ou a alunos de 9.º ano: tal como sugerido na literatura, serão a intencionalidade didática e a característica especial de interatividade – e consequente controlo do fluxo e velocidade do surgimento de informação e das alterações no conjunto de variáveis do simuladores – que permitirão ao aluno mais facilmente aceder aos subsunçores da sua estrutura cognitiva e, ativada a dinâmica de raciocínio indutivo-dedutivo, ancorar novos conhecimentos de uma forma não-arbitrária e substantiva. Paralelamente, consideramos também que, ao estimular o interesse do aluno, esta característica de interatividade e controle da simulação auto-alimenta a pró-atividade que é necessária à ocorrência de aprendizagens significativas, transformando o esforço requerido ao aluno para desempenhar um papel mais ativo – e que sublinhamos no início desta tese como uma preocupação – numa participação naturalmente mais envolvida, dadas as características dos recursos a explorar. Estas conclusões fundamentam-se também no complemento aos dados de natureza quantitativa que foi oferecido pelos relatos dos alunos, tendo estes confirmado também um sentimento geral de satisfação registado por outros autores e que terá sido, por si, responsável por uma melhoria na qualidade do ambiente de aprendizagem.

Relativamente ao papel das variáveis sociodemográficas e psicológicas, o nosso estudo permitiu concluir não haver, pelas mesmas, efeito moderador com significado estatístico do impacto do uso da simulação digital no desempenho geral na Geometria Espacial no 9.º ano, nem quando combinadas o género e escolaridade da mãe, ou a motivação e raciocínio espacial. Também quando consideradas as habilidades específicas da Geometria Espacial, a utilização de simulação digital revelou na maior parte dos casos ser a variável com melhor poder preditivo dos ganhos do pré-teste para o pós-teste. No entanto, alguns efeitos menos esperados, como a relação inversa entre o raciocínio espacial e os ganhos nas diferentes habilidades da Geometria, ou, ainda que sem significado estatístico, a ausência de impacto positivo junto de alunos com pior raciocínio espacial e uma interação entre o género e a

---

escolaridade da mãe quando consideramos ou não a utilização da tecnologia com a metodologia definida na planificação didática.

Uma das principais limitações desta investigação é que as conclusões não podem ser generalizadas com confiança, pois as escolas não foram selecionadas de forma aleatória. Para além disso, e para abordar as preocupações de Trundle e Bell (2010) e Hillmayr *et al.* (2020), as conclusões sobre o impacto dos simuladores devem considerar o conjunto específico de simuladores e a abordagem pedagógica adotada no planeamento didático, que incluiu um conjunto de atividades realizadas principalmente em pares apenas pelo grupo experimental, com autocorreção e *feedback* imediato. Esta investigação permitiu-nos chegar às seguintes conclusões:

- (1) A aprendizagem da Geometria Espacial de alunos num contexto pedagógico onde trabalham durante cerca de 13 aulas explorando simuladores digitais em pares e recebendo *feedback* frequente é potencialmente significativa e tem impacto positivo no desempenho académico;
- (2) Esse impacto positivo verifica-se com expressão estatisticamente significativa na habilidade de medição e de representação de objetos 3D, particularmente neste caso no reconhecimento de planificações de sólidos;
- (3) A magnitude do efeito dessa experiência de aprendizagem não é afetada pelo género, escolaridade da mãe, raciocínio espacial, nem pela atribuição causal do sucesso em Matemática à sorte, nem mesmo, quando considerado o uso ou não da simulação digital, pela interação de género com a escolaridade da mãe ou de raciocínio espacial com a atribuição de sucesso à sorte;
- (4) Uma melhoria no desempenho na habilidade de conceptualização de propriedades matemáticas no espaço se deve mais ao raciocínio espacial que ao uso de simulação digital, sendo que, nas restantes habilidades estudadas, a melhoria se deve ao uso pedagógico de simulação digital;
- (5) A maior parte dos alunos tem opiniões e sentimentos positivos sobre a aprendizagem apoiada na simulação digital em atividades de sala de aula e de trabalho em pares, sendo possível que tenha havido um acréscimo na motivação.

Das análises de correlações e regressão realizadas com os resultados do pré-teste e dos testes de raciocínio e questionário de atribuições causais emergiram, ainda, outros resultados, que apresentamos aqui como conclusões paralelas ao estudo. Consideradas as associações mais fracas às variáveis de atribuições causais de sucesso, optamos por não incluí-las nestas conclusões. O pequeno número de itens que avaliam a concetualização de propriedades Matemáticas no espaço e a representação de objetos tridimensionais (desenho de sólidos) recomenda cautelas ao apontar conclusões sobre conhecimentos e competências associadas. Confirmam-se estudos na área da Educação Matemática que apontam para a associação entre o desempenho em Geometria Espacial e o raciocínio espacial.

Neste âmbito, pudemos também concluir que:

- i. O desempenho académico anterior na Matemática é um bom preditor do desempenho académico futuro na Matemática;
- ii. O desempenho académico em Geometria Espacial está moderadamente associado ao Raciocínio Espacial;
- iii. As habilidades no domínio da medição estão moderadamente associadas ao Raciocínio Espacial;
- iv. As competências na Geometria Espacial do domínio da medição são as mais fortemente associadas ao desempenho académico na Matemática, sendo uma hipótese explicativa para este resultado o facto de os professores estarem a privilegiar estas competências de medição no ensino e nas atividades avaliativas e de classificação dos alunos;
- v. A concetualização de propriedades Matemáticas no espaço, em particular a visualização mental de prismas e pirâmides e o raciocínio sobre o seu número de vértices, arestas e faces, está moderadamente associada ao Raciocínio Espacial.

Não tendo sido realizado com uma amostra aleatória, o estudo aqui relatado não permite a generalização dos resultados obtidos. No entanto, podemos desde logo sublinhar que parece, de facto e como sugerem Floyd et al. (2003), que será a qualidade dos itens das provas de matemática a



condicionar a associação à habilidade de Visualização, visto que foi encontrada uma forte associação entre o desempenho no pré-teste de Geometria Espacial e a habilidade de visualização tal como avaliada pela prova de raciocínio espacial da BPR. Este resultado merece pois especial atenção. De uma maneira mais geral, os resultados positivos do uso da simulação digital na aprendizagem escolar e desempenho académico associado parecem indicar tratar-se de uma área interessante para ser aprofundada em diferentes ramos da investigação em Ciências da Educação, sobretudo nestes tempos de ensino à distância forçado e forçosamente ancorado nos computadores e na internet. Ferramentas digitais que explicitem conceitos, ideias, relações e conexões, que conduzam ao desempenho de um papel mais ativo do aluno, que potenciem a compreensão e incorporação substantiva e não arbitrária do objeto de aprendizagem na sua estrutura cognitiva são imprescindíveis na promoção de aprendizagens que se desejam significativas. Emergem assim algumas ideias que apontam para futuras investigações sobre a utilização de simulação digital em diferentes aspetos ou por diferentes prismas nos processos de ensino e de aprendizagem.

### **Sugestões para futuras investigações**

Em primeiro lugar, a observação de contextos ou condicionantes não estudados nesta investigação. Apesar dos professores do grupo experimental terem partilhado com os alunos o endereço do *site* onde se encontravam os simuladores, não houve um controlo sobre a frequência ou duração dos acessos dos alunos aos simuladores fora da sala de aula. Terá havido alunos a aceder aos simuladores fora das aulas, por sua vontade? Terão sido rapazes e/ou raparigas? Terão sido os alunos que mais acederam aos recursos em casa, ou os que o fizeram durante mais tempo, os que mais viram o seu desempenho a Matemática melhorar? Também os alunos trabalharam em duplas mas não pudemos verificar se houve uma partilha da atividade ou se um dos colegas esteve sempre a manipular os simuladores e o outro a observar, de alguma forma mais passivo. Teria o impacto positivo do uso da simulação digital produzido um tamanho de efeito ainda maior se cada aluno pudesse ter manipulado os simuladores, ao mesmo tempo que consultava livremente os seus colegas, num ambiente de construção coletiva de conhecimento? O tempo de exploração terá possivelmente uma relação com o efeito que a visualização dos produtos dos simuladores produz na estrutura cognitiva do aluno. Para

além de todas as questões levantadas seria, pois, relevante estudar se o alargamento da duração do experimento alteraria a magnitude do efeito já verificado, visto que, segundo alguns autores, os estudos experimentais mais prolongados no tempo tendem a produzir tamanhos de efeito mais reduzidos (Cheung & Slavin, 2013; Hillmayr et al., 2020).

De facto, a observando a miríade de variáveis envolvidas na aprendizagem, a investigação sobre a utilização de tecnologia para a melhoria do desempenho e aprendizagem só poderá se ver enriquecida pela inclusão da relação entre as mesmas, para aumentar a compreensão do fenómeno e fazer avançar o conhecimento na direção desejável da melhoria da experiência dos alunos. Apesar das nossas análises de moderação não terem revelado significado estatístico, e de os resultados quando observados os ganhos em cada habilidade parecerem algo contraditórios, análises mais refinadas envolvendo algumas variáveis suscitam a nossa atenção, como o género, a escolaridade da mãe e o raciocínio espacial.

As raparigas revelaram desempenhos superiores aos dos rapazes antes e após o experimento, mas a escolaridade da mãe pareceu afetar o impacto do uso de simulação digital de forma diferente em rapazes e raparigas. Ainda que este facto não se tenha apresentado com significado estatístico, poderá dar-se que a escolaridade da mãe tenha nessa análise desempenhado um papel intermediário, por exemplo associando-se a um estilo de aprendizagem dos seus educandos ou a uma literacia tecnológica dos seus educandos, podendo sim, ser estas novas variáveis a moderar o efeito da simulação digital. Visto que Renkl e Scheiter (2017) referem que aprender com este tipo de material requer certas capacidades cognitivas de processamento visual, a ausência de impacto positivo da utilização da simulação digital junto de alunos com fraco raciocínio espacial, ainda que não tenha tido significado estatístico, merece com certeza especial atenção. Também uma avaliação da carga cognitiva (Bokosmaty et al., 2017) poderia ajudar a esclarecer alguns resultados, ajudando a explicar uma parte da variância dos mesmos. Por fim, e dada a influência que os professores ou o meio podem ter na modelação das variáveis psicológicas, a reavaliação faria todo o sentido num contexto temporal mais alargado.

Em segundo lugar, é relevante a realização de estudos com o mesmo desenho metodológico mas enraizados noutros temas, quer da Matemática quer de outras áreas do conhecimento. Sendo a

Matemática a *ciência dos padrões*, a simulação digital de algumas iterações de um qualquer padrão matemático de outro domínio curricular será, decerto, uma técnica vantajosa para a explicitação da relação entre variáveis, permitindo aos alunos a investigação, exploração, testagem, formação de conjeturas e verificação, todas estas etapas do processo científico e promotoras não só de pensamento crítico mas sobretudo da desejada autonomia e regulação. Mas, como é nossa tese, este impacto será positivo noutros domínios do conhecimento nos quais se pretende que os alunos desenvolvam aprendizagens significativas, devendo os simuladores ser concebidos com a deliberada intenção de promover essas aprendizagens, ativando conhecimentos anteriores, com o uso pedagógico da simulação contextualizado num ambiente onde o aluno é ativo e a construção do conhecimento é partilhada. Poder-se-á, tal como se procurou desenvolver aqui, discutir a realização de estudos que se debrucem sobre o impacto do uso de simulação digital no desempenho associado a competências específicas da área curricular estudada, sendo para tal desejável uma colaboração mais próxima de investigadores das áreas das didáticas específicas e a conceção de instrumentos de avaliação apropriados para esse efeito.

Outro aspeto associado a futuras investigações poderá focar-se no paradigma metodológico. Por um lado, propor ao grupo de controlo aos mesmos exercícios/atividades e contexto de aprendizagem, o que com certeza iria conduzir a um resultado mais refinado sobre o impacto do uso da simulação digital. Também recorrendo-se a estudos de cariz qualitativo como sugerem Yang e Yin (2016) poder-se-iam ganhar *insights* valiosos sobre a forma como os alunos exploram os recursos e se desenvolve o processo de aprendizagem. Nesta altura poder-se-ia verificar quais são as características dos simuladores que têm maior impacto na usabilidade ou compreensão dos fenómenos que se pretendem simulados, o papel tem o professor na sala de aula, bem como as interações se estabelecem entre alunos. Paralelamente, estudos de natureza quantitativa poderiam desenvolver-se com a variação nas atividades ou planificação para concretizar a experiência de aprendizagem com a simulação digital: poder-se-ia utilizar uma planificação diferente, outras tarefas Matemáticas ou um diferente número de aulas.

Mantendo o mesmo desenho metodológico experimental mas com grupo de verdadeiro controlo (retirando aleatoriamente turmas para os dois grupos), conforme sugerem Cheung e Slavin (2013), e atendendo à conclusão deste estudo de que as variáveis psicológicas não moderaram a relação entre

o uso da simulação digital e o desempenho, uma segunda variação no estudo poderia focar-se noutras variáveis psicológicas, ou mesmo noutras variáveis moderadoras. Por exemplo, estando a memória de trabalho ou o raciocínio numérico associados à aprendizagem da Matemática, a simulação digital poderá ter um impacto mais positivo nos alunos com fraca memória de trabalho, por poderem retroceder e avançar na simulação e controlar o fluxo da informação que é incorporada? Será, independente da área curricular do estudo, a Visualização a habilidade cognitiva que melhor caracteriza o esforço cognitivo de aprendizagem com este tipo de recurso? Atendendo aos resultados de Liu e Huang (2015), poder-se-ia também introduzir a avaliação da percepção de autoeficácia no manuseio de simuladores para compreender se esta tem, de facto, um efeito moderador na relação agora estabelecida entre a utilização da simulação digital e o desempenho escolar. Importará sublinhar que, tal como se verificou no estudo experimental, a utilização da análise de atribuições causais para o sucesso juntamente com a realização do pré-teste e pós teste requer uma análise cuidadosa dos resultados do questionários e uma definição clara do papel daqueles instrumentos na vida escolar dos alunos. Por exemplo, se o pós-teste for tomado como instrumento de avaliação das aprendizagens pelo professor de Matemática espera-se que, pelo menos no grupo de controlo, os resultados no Questionário de Atribuições de Resultados Escolares se associem ao desempenho nessa prova de forma mais similar à sugerida na literatura do que a que emergiu neste estudo. De facto, também a avaliação após o experimento acerca da motivação escolar dos alunos poderia contribuir para cimentar também uma suposição que emergiu das opiniões dos alunos neste estudo, de que esta experiência, sentida como positiva, poderá pois aumentar a motivação dos alunos para a aprendizagem. Poderia também revestir-se de interessante académico acrescentar ao QARE uma causa de sucesso/fracasso aos recursos didáticos que o professor utiliza, e verificar se, após o experimento, os alunos alterar a percepção que têm relativamente ao impacto deste tipo de recurso no seu sucesso escolar. Considerando que os resultados destes estudos só terão impacto na prática se os professores optarem pela utilização destas ferramentas nas suas aulas, e considerando que é o professor o grande mediador entre o conteúdo a ser aprendido e o aluno aprendiz, estudos sobre a aprendizagem com simulação digital em contexto natural seriam com certeza enriquecidos com a avaliação de dimensões ligadas ao professor, como por exemplo as estudadas no Modelo de Aceitação da Tecnologia ou do Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPACK sigla em inglês para *Technological Pedagogical Content Knowledge*).

Por fim, e sustentado pelo papel preponderante do professor no contexto natural (de sala de aula) de aprendizagem, uma linha diferente da investigação sobre o uso de simulação digital no ensino poderia ser o professor e o seu desenvolvimento profissional. De facto, se esquecermos as crescentes obrigações profissionais ligadas à adoção institucional de plataformas de ensino, a realidade acerca da adoção da tecnologia está ainda longe de ser o sugerido nos apontamentos metodológicos dos currículos, mantendo-se ainda bastante ao nível da mera partilha de informação através de diapositivos ou texto processado (Ertmer, 2005; Liu, 2011). Poderá este tipo de tecnologia alterar as crenças dos professores acerca de uma adoção da tecnologia mais centrada no aluno e em modelos construtivistas? O enfoque nas opiniões dos professores poderia também fornecer valiosos conhecimentos.

### **Implicações do estudo para a prática**

Alguns autores (Hillmayr et al., 2020) recomendam considerar apenas as intervenções com tamanho de efeito de pelos menos  $d = 0.20$  como produzindo resultados significativos que permitam uma discussão fundamentada sobre as implicações do estudo para a mudança de práticas. Nesse sentido, e tendo-se obtido um valor de 0.60, consideramos que os resultados neste estudo permitem, pois, que se proceda a tais recomendações. Algumas dessas recomendações serão dirigidas ao contexto curricular e escolar específico para o qual se desenhou o programa didático estudado. Outras fundamentar-se-ão não numa ousada generalização dos resultados do estudo para todas as áreas e níveis de ensino, mas sim numa confirmação de uma tendência já apontada por autores recentes de revisões sistemática de literatura sobre o uso de tecnologia no ensino e para a aprendizagem, bem como de metodologias mais ativas de aprendizagem.

Uma primeira recomendação, paralela ao estudo mas substantiva o suficiente para ser ressaltada, emerge das análises realizadas com as variáveis pessoais e de contexto e os conhecimentos dos alunos sobre Geometria Espacial antes das aulas de 9.º ano. Especificamente, no sistema escolar português, a transição do ensino básico para o secundário apresenta aos alunos do 9º ano um momento de escolha entre diferentes percursos curriculares, cada um deles levando a diversas saídas profissionais, onde a área de Ciência e Tecnologia proporciona conhecimentos e competências académicas para aceder à Universidade nas áreas STEM, saúde e paralelas. Como os dados pessoais

---

e contextuais recolhidos antes das aulas de Geometria Espacial do 9º ano, os professores de Matemática podem interpretar alguns dos resultados obtidos neste estudo como diagnóstico. Servem pois de alerta didático para a importância de desenvolver atividades de sala de aula que: i) fomentem o raciocínio espacial e mecânico desde os primeiros anos de escolaridade ii) consolidem o conhecimento dos fundamentos da medição na Geometria Espacial; iii) mobilizem as outras habilidades espaciais para além da medição; iv) solicitem análise e argumentação.

O benefício para a aprendizagem e desempenho do programa didático com simulação digital aqui estudado justifica que se recomende o seu uso pedagógico indiferenciado em contexto natural em salas de aula de Matemática no estudo da Geometria Espacial de 9.º ano. Os alunos deverão explorar os simuladores e trabalhar em pares nas atividades que, fornecendo *feedback* imediato, os colocarão mais ativos e reguladores das suas aprendizagens. A qualificação do uso pedagógico de *indiferenciado* é justificada pela ausência de moderação verificada, não parecendo portanto necessária uma adequação do trabalho do professor a alunos com diferentes perfis motivacionais ou sociodemográficos, ou de raciocínio, para além do que estará já definido nos planos educativos individuais de cada aluno. Para tal importa salientar que tais aulas de Matemática deverão ocorrer em salas de aula com computadores com ligação à *internet*. O professor deverá assumir o papel de *facilitador*, solicitando a atenção aos detalhes das simulações e a procura de respostas através da exploração dos simuladores. De uma maneira mais geral, parece também seguro afirmar que atividades pedagógicas de exploração de simulação digital centradas no aluno, com trabalho em pares e recebendo *feedback* imediato são promotoras de aprendizagens significativas. Dever-se-á cuidar que os recursos e a sequenciação didática do seu uso prevejam a revisão ou ativação de conhecimentos prévios e promovam a construção do conhecimento por comparação, associação, derivação e integração, colocando-se o aluno ativo e em controlo do seu ritmo de aprendizagem, e o professor como facilitador da evolução desejada.

Em nenhum aspeto para além da tecnologia de simulação digital estas recomendações diferem do já amplamente – e já há muito tempo – recomendado por investigação centrada na didática ou na aprendizagem, baseado em teorias de aprendizagem construtivistas. De facto, e em grande medida, este estudo procura contribuir para que estas recomendações sejam mais facilmente implementadas em sala de aula fazendo emergir um tipo de recurso digital, manipulável, e uma metodologia de exploração associada que parecem, no seu conjunto, contribuir para que o ensino se centre na atividade

cognitiva do aluno. De facto, e na introdução a esta tese, referimos que o esforço de professores e alunos são elementos-chave para que se dê a mudança desejada, no sentido das experiências de aprendizagem irem ao encontro do preconizado nos currículos, de ocorrência de aprendizagens significativas. Apesar de terem havido relatos de alunos que prefeririam ter recebido o ensino tradicional, por receção e sem tecnologia, a maioria manifestou *satisfação* com a experiência de aprendizagem vivida. Ainda que os estilos de aprendizagem possam ter um papel marcante na decisão do aluno em envolver-se em aprendizagem superficial ou profunda, mecânica ou significativa, parece seguro supor que o esforço para se envolver em aprendizagens significativas parece diminuído quando trabalha em pares, os materiais que utiliza para tal são de simulação digital e recebe *feedback* instantâneo.

Ainda que a fraca perceção de muitos professores sobre os benefícios do uso da tecnologia possa ser cultural, e assim mais entranhada e dificilmente revertida, os contributos para a mudança para a adoção desejada passarão, decerto, por *educar*, focando em dois objetivos fundamentais: explicitar os benefícios do uso da simulação digital e providenciar aos professores a formação científica, técnica e pedagógica necessária à plena incorporação da mesma nas suas práticas, com apoio na sua prática profissional (Camilleri & Camilleri, 2017). De facto, deste estudo, ainda que de forma indireta, decorre que a formação de professores é um fator que tem um impacto positivo na qualidade da aprendizagem que se dá com a tecnologia de simulação digital. Uma implicação relevante da presente tese prende-se, pois, com a importância da formação docente. De facto, e de acordo com (Gilakjani, 2012, p. 16),

Embora não esteja claro se as crenças precedem ou seguem a prática, o que está claro é que não podemos esperar mudar uma sem considerar a outra. Se esperamos aumentar o uso da tecnologia pelos professores, particularmente os usos que aumentam a aprendizagem dos alunos, devemos considerar como as práticas atuais dos professores em sala de aula estão enraizadas nas crenças pedagógicas existentes. Ao considerar maneiras de mudar a prática dos professores, particularmente o uso da tecnologia de computador, é impossível superestimar a influência das crenças dos

professores. É importante lembrar que não precisamos mudar as crenças dos professores antes de apresentá-los a várias aplicações de tecnologia de computador.<sup>17</sup>

Assim, importa realizar uma análise metacognitiva acerca da formação inicial e ao longo da vida dos professores, componente fulcral para a mudança desejada no sentido de uma adoção plena e efetiva de tecnologia digital com impacto positivo na aprendizagem e desempenho do tipo aqui estudado. As universidades e outras instituições e organizações educacionais profissionais devem proporcionar aos professores em formação experiências de aprendizagem sobre a adoção da tecnologia que sejam significativas, concentrando-se em diferentes aspectos de concepção, implementação e avaliação da mesma. A concepção de tais experiências aos professores requer um diagnóstico metuculoso sobre os seus conhecimentos científicos e pedagógicos, as suas crenças sobre ensino e aprendizagem e sobre a integração da tecnologia digital, as suas motivações pessoais e profissionais, e o contexto em que ensinam (Freires et al., 2019).

É fundamental, para alterar os equilíbrios de custo e benefício que poderão efetivamente conduzir a mudança de práticas, sublinhar a melhoria para a aprendizagem e desempenho do uso pedagógico de simulação digital. Se os professores não relacionarem novas informações com o que já sabem mas as armazenarem arbitrariamente, com o objetivo de as reproduzir num momento de avaliação na formação ou de desempenho, então muito provavelmente adotarão uma abordagem superficial da aprendizagem, e é muito provável que, numa nova situação, na sua prática pedagógica e profissional, não sejam capazes de reconhecer a sua utilidade e não as apliquem, ou tenham um mau desempenho técnico ou didático. É razoável dizer que, independentemente dos estilos pessoais de aprendizagem, ministrar na formação um ensino mecânico irá, em certa medida, produzir aprendizagem mecânica. Portanto, uma parte central do processo formativo deveria ser a ativação e mediação cuidadosa de uma

---

<sup>17</sup> Tradução livre da doutoranda. No original: “*While it is not clear whether beliefs precede or follow practice, what is clear is that we cannot expect to change one without considering the other. If we hope to increase teachers’ uses of computer technology, particularly uses that increase student learning, we must consider how teachers’ current classroom practices are rooted in existing pedagogical beliefs. When considering ways to change teachers’ practice, particularly their uses of computer technology, it is impossible to overestimate the influence of teachers’ beliefs. It is important to remember that we do not need to change teachers’ beliefs before we introduce them to various computer technology applications.*”



interação dialética entre professores e alunos do século XXI (Scott, 2015) e de compreensão dos processos associados à conceção da simulação digital, que poderia ser alcançada através da adoção de estratégias de capacitação como o Desenho de Jogos Digitais (Oliveira, Osório, & Dourado, 2018). Sobre a formação de professores para promover a adoção pedagógica de simulação digital nas suas aulas colocamo-nos ainda a questão: sabendo que, da formação os professores retiram apenas aquilo que se encaixa nas suas crenças (Gilakjani, 2012; Stipek et al., 2001), poderá a própria conceção de simuladores digitais, que assenta num conhecimento abrangente dos princípios científicos que pretendem comunicar, revolucionar a formação de professores na componente técnica, científica e pedagógica? No caso particular da Matemática e da programação com GeoGebra, tais processos envolvem conhecimentos sobre Lógica, Números, Funções, Geometria Analítica e princípios básicos de programação, entre outros domínios conforme a complexidade do que se pretende construir. Conforme sugerem Rubio *et al.* (2016), a conceção de simulação digital será por si e para os professores uma experiência de aprendizagem experimental, onde é requerida a aplicação de muitos dos conceitos e procedimentos que ensinam na sua prática profissional, permitindo-lhes contextualizar as suas próprias aprendizagens e atribuir novos significados e propósitos a esse mesmos elementos matemáticos. No caso da conceção de simulação para outras áreas do conhecimento emergirá com certeza o apelo para a realização de trabalho colaborativo e articulação de saberes em projetos interdisciplinares, cada vez mais uma realidade nos contextos educativos e formativos.

Naturalmente que o esforço para a mudança não é responsabilidade apenas dos professores e alunos. As escolas são o contexto onde os alunos e professores interagem e consolidam as suas crenças sobre o ensino e a aprendizagem. Este facto transforma o problema da mudança numa questão enraizada no contexto: “é crucial a adoção de um modelo ecológico, em que se possa assegurar a inovação não apenas na agência dos professores, mas que possa envolver também as lideranças escolares e institucionais de ordem mais macro” (Freires et al., 2019, p. 765). É necessário derrubar as barreiras que impedem a adoção da tecnologia – como a falta de tempo, acesso, recursos, conhecimento e apoio (Raja & Nagasubramani, 2018) –, apetrechando as escolas com material informático e espaços pedagógicos e de colaboração, que permitam que o uso da tecnologia e o acesso à internet sejam generalizados. De facto, facilmente se supõe que o nível de entusiasmo de um professor pelo uso de tecnologia deverá ser muito elevado para implementar esse uso numa escola sem computadores ou projetor multimédia, ou onde a requisição de uma sala com computadores é um

---

processo moroso. É necessário também criar nas escolas equipas de apoio incondicional ao uso da tecnologia para a aprendizagem, que apoie professores entusiastas nos seus processos de autoformação, os encoraje a partilhar essas práticas junto dos pares e que apresente benefícios reais do uso da tecnologia para melhorar a qualidade das aprendizagens e o desempenho académico.

A terminar, seja o que for que os alunos devem aprender o desejável é que essa aprendizagem seja significativa. A nossa tese é de que a utilização pedagógica de simuladores digitais tem potencial para facilitar a ocorrência desse tipo de aprendizagem, atendendo às características desse tipo de RED e à forma como são explorados pelos alunos, com impacto positivo no desempenho escolar. Recorrendo a uma metodologia adequada para o efeito e cientificamente aceite na comunidade de investigação em Psicologia da Educação mostramos que, no caso da Geometria Espacial de 9.º ano, foi a utilização de simulação digital que trouxe melhorias aos resultados dos alunos. Entende-se pois que esta conclusão deva ter implicações na alteração de práticas de ensino-aprendizagem que não apenas na Matemática mas nas demais disciplinas do currículo em geral.

No 1.º capítulo desta tese problematizou-se o esforço de professores e alunos para que a preocupação com a aprendizagem significativa seja a regra nas salas de aula e não a exceção. Concluída esta investigação reforça-se a ideia de que a adoção de recursos de simulação digital no ensino-aprendizagem é uma forma *que requer menos esforço* a professores e a alunos para se conseguir a ocorrência da desejável aprendizagem significativa. Os simuladores devem, naturalmente, estar concebidos para desenvolver as habilidades pretendidas, explicitando as relações que se pretendem comunicadas e as aprendizagens que se pretendem realizadas, cabendo ao professor realizar o questionamento adequado para ativar nos alunos os processos cognitivos da indução e dedução, que ocorrerão na cadência e com a repetição que o aluno desejar pelo manuseio do simulador. A aprendizagem significativa assenta na compreensão e envolve processos cognitivos, motivacionais e comportamentos dos alunos, sendo que tudo isso pode, de facto, ser facilitado por metodologias ativas de ensino dos professores e por contextos de aprendizagem facilitadores, como por exemplo e advogado nesta tese, recorrendo à tecnologia de simulação digital. Também nos professores o sentimento de autoeficácia se vê aumentado com a observação das manifestações de compreensão dos conceitos e procedimentos pelos diferentes alunos, bem como pelo impacto positivo no desempenho académico. Este último será, pois, um fator motivador para alunos e professores,

---

promotor em ambos de sentimento de autoeficácia e funcionando como uma mais-valia incontornável na cultura escolar, que por si poderá promover a adoção junto dos professores deste tipo de RED e das práticas pedagógicas associadas.

O estudo que deu suporte a esta tese pretendeu, articulando conhecimentos sobre o aluno, a tecnologia, o objeto e o espaço de aprendizagem, contribuir para aumentar o conhecimento sobre a utilização de tecnologias de simulação digital na Educação, tendo focado a sua atenção em particular na Educação Matemática. Ao rever a literatura sobre as complexidades envolvidas na ação de aprender e as capacidades cognitivas direta e indiretamente relacionadas com o desempenho e a aprendizagem Matemática, este estudo pretendeu fornecer também um quadro mais amplo sobre eventuais origens das dificuldades dos alunos, tanto no raciocínio matemático como na aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos. Em particular, a compreensão da ligação entre inteligência e aprendizagem pode ajudar a explicar diferentes resultados de aprendizagem e a orientar os esforços dos professores para promover eficazmente experiências de aprendizagem significativas. Uma abordagem no sentido de que a aprendizagem desenvolve a cognição deve ser feita com cautela, uma vez que os juízos de causalidade na investigação educacional são frequentemente feitos, segundo Nisbett (2016), com métodos questionáveis para obter, produzir ou avaliar as provas observadas. Este esforço – da aprendizagem ao desenvolvimento intelectual – pode ser abordado com segurança se reconhecermos que as escolas devem proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem que lhes deem oportunidades de atingir o seu potencial de inteligência (Nisbett, 2016), e os professores devem solicitar frequentemente aos alunos o uso das suas capacidades de raciocínio, estimulando a ativação do mesmo (Ponte et al, 2012). Por exemplo, e centrando-se especificamente nas capacidades espaciais, Clements (1999) sugere que, a fim de estimular o raciocínio espacial, os professores devem preparar materiais e atividades para envolver os alunos no raciocínio espacial, solicitando-lhes que localizem, desenhem, transformem e manipulem mentalmente as imagens.

Para abordar eficazmente o problema de estimular explicitamente o desenvolvimento cognitivo dos alunos, as organizações educacionais e profissionais corresponsáveis pela conceção e implementação curricular – tais como a NCTM – produzem regularmente princípios e normas contendo recomendações para professores. Para acrescentar ao que já foi listado, tais documentos requerem uma visão holística do indivíduo que se envolve na experiência de aprendizagem e na própria experiência

de aprendizagem (Almeida & Araújo, 2014), lembrando que Ausubel *et al.* (1980) refere condições intrapessoais ligadas à ação de aprender e à predisposição para se envolver na mesma. Nomeadamente: os professores devem envolver os alunos em atividades que estimulem a sua motivação intrínseca e pedir-lhes que perseverem e controlem a sua impulsividade (Nisbett et al., 2012), que pensem com flexibilidade, que pensem sobre o que sabem e não sabem, que supervisionem o seu trabalho em comparação com o dos outros, que questionem problemas e soluções, que organizem/estruturam conhecimentos e que transfiram conhecimentos para outras situações (Almeida & Araújo, 2014).

Nesse sentido, e advogando aqui a adoção pedagógica de simulação digital, sublinham-se as ideias de Baek (2009) quando afirma que,

A aprendizagem experimental, uma característica marcante do tipo de aprendizagem que está incorporada em jogos e simulações, é considerada o método de aprendizagem ideal para a aprendizagem autodirigida. Além das vantagens obtidas quando os alunos assumem a responsabilidade por sua própria melhoria e progresso, espera-se que a aprendizagem experimental aumente e aprofunde a compreensão de um assunto e aumente a autoeficácia e a motivação. A aprendizagem experimental estimula o processamento e a elaboração de informações em profundidade, uma vez que desenvolve habilidades de aprendizagem e leva a uma maior motivação para a aprendizagem iniciada pelo envolvimento direto do aluno (pp. 26-27)<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Tradução livre da doutoranda; do original "Experiential learning, a hallmark of the kind of learning that is embedded in games and simulations, is assumed to be the ideal learning method for self-directed learning. Besides the advantages gained when learners take responsibility for their own improvement and advancement, experiential learning is expected to increase and deepen understanding of a subject, and to increase self-efficacy and motivation. Experiential learning fosters indepth information processing and elaboration, as it builds up learning skills and leads to higher motivation for learning initiated by a learner's direct involvement."

Nos últimos anos têm sido feitos esforços por entidades governamentais educacionais em todo o mundo (Ásia Society & OCDE, 2018; UNESCO, 2016) para desenvolver ambientes curriculares e pedagógicos que fomentem o desenvolvimento de capacidades de raciocínio e pensamento crítico, que, ao mesmo tempo, envolvam ativamente os alunos na aprendizagem. Mas, uma vez que frequentemente se assume que os processos de ensino e aprendizagem promovem implicitamente capacidades de raciocínio de ordem superior (de Koning et al., 2002; Molnár et al., 2013), os professores não procuram explicitamente o estímulo de capacidades de raciocínio como o raciocínio indutivo ou a resolução de problemas (de Koning et al., 2002; Molnár et al., 2013).

Analisando o caso específico da Matemática, em quase metade dos 78 sistemas educativos participantes do Programme for International Student Assessment (PISA) 2018, pelo menos 20% dos seus alunos de 15 anos de idade revelaram baixos níveis de proficiência em Matemática (OCDE, 2019). Para alterar este cenário trágico, é de extrema relevância, tanto social como académica, que a investigação se concentre nas condições que causam melhorias nos processos e resultados de aprendizagem dos alunos. Os investigadores e os profissionais enfrentam diferentes desafios. Ao ter em conta diferentes e complexas variáveis que interferem com a aprendizagem e especificamente com a aprendizagem da Matemática, a investigação pode ser enriquecida com novas abordagens e metodologias mistas que só podem beneficiar da intersecção de diferentes escolas dentro do domínio da Educação, tais como a Psicologia, a Didática, a Tecnologia Educacional e a Supervisão Pedagógica. Para ajudar os alunos a ultrapassar os desafios que enfrentam, uma contribuição eficaz dos investigadores e dos profissionais requer certamente uma compreensão profunda dos problemas que enfrentamos e uma abordagem científica para raciocinar sobre eles e, com criatividade, encontrar boas soluções.

Todas estas preocupações não se confinam ao ensino e aprendizagem da Matemática, pois, de facto, a noção de *sense-making* está intimamente ligada à de aprendizagem significativa (NCTM, 2009). Assim, e sabendo que tecnologia digital é hoje uma realidade incontornável em todos os níveis de ensino e em diversos países, a compreensão acerca do seu potencial para promover aprendizagens significativas nas diversas áreas do saber com impacto positivo no desempenho académico constitui-se seguramente numa área promissora para o desenvolvimento de investigação académica *no e para o* século XXI.

**BIBLIOGRAFIA**

- Almeida, L.S. (1988). *O raciocínio diferencial dos jovens: Avaliação, desenvolvimento e diferenciação*. Porto: Instituto Nacional de Investigação Científica. <http://hdl.handle.net/10216/53623>
- Almeida, L. (2002). Facilitar a aprendizagem: ajudar aos alunos a aprender e a pensar. *Psicologia Escolar e Educacional*, 6(2), 155-165. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-85572002000200006>
- Almeida, L. S. (2003). Bateria de Provas de Raciocínio: Versões 5/6, 7/9 e 10/12 (Provas). Universidade do Minho.
- Almeida, L. S., & Araújo, A. M. (2014). Inteligência e aprendizagem: Confluência no desenvolvimento cognitivo e no sucesso escolar. In L. S. Almeida & A. M. Araújo (Eds.), *Aprendizagem e sucesso escolar: Variáveis pessoais dos alunos* (pp. 47-89). Associação para o Desenvolvimento da Investigação em Psicologia da Educação.
- Almeida, L. S., & Guisande, M. A. (2010). Atribuições Causais na Explicação da Aprendizagem Escolar. In J. A. B. E. Boruchovitch, & S. E. R. Guimarães (Eds.), *Motivação para Aprender – aplicações no contexto educativo* (pp. 145-166). Vozes.
- Almeida, L. S., & Lemos, G. (2006). Bateria de Provas de Raciocínio: Manual técnico. Universidade do Minho, Centro de Investigação em Psicologia.
- Almeida, L., Guisande, M. A., & Ferreira, A. I. (2009). *Inteligência: Perspetivas teóricas*. Almedina.
- Almeida, L., Miranda, L., & Guisande, L. A. (2008). Atribuições causais para o sucesso e fracasso escolares. *Estudos de Psicologia (Campinas)*, 25, 169 - 176. <https://doi.org/10.1590/S0103-166X2008000200001>
- Almeida, L., Miranda, L., Salgado, A., Silva, M., & Martins, V. (2012). Impacto da capacidade cognitiva e das atribuições causais no rendimento escolar na matemática. *Quadrante*, 11(1), 55-66. <http://hdl.handle.net/1822/21954>
- Alves, A., Gomes, C., Martins, A., & Almeida, L. (2017). Cognitive performance and academic achievement: How do family and school converge? *European Journal of Education and Psychology*, 10(2), 49-56. <https://doi.org/10.1016/j.ejeps.2017.07.001>

- Alves, A. F., Lemos, G. C., Brito, L., Martins, A. A., & Almeida, L. S. (2016). Desempenho Cognitivo na Infância: A Mãe e o Meio Urbano fazem a Diferença. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 32(3), 1-9. <https://doi.org/10.1590/0102-3772e323217>
- Alves, M., Coutinho, C., Rocha, A., & Rodrigues, C. (2016). Fatores que influenciam a aprendizagem de conceitos matemáticos em cursos de engenharia: Um estudo exploratório com alunos da Universidade do Minho. *Revista Portuguesa de Educação*, 29(1), 259-293. <https://doi.org/10.21814/rpe.5998>
- Alzahrani, K. S. (2017). Metacognition and its role in mathematics learning: an exploration of the perceptions of a teacher and students in a secondary school. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(3), 521-537. <https://www.iejme.com/article/metacognition-and-its-role-in-mathematics-learning-an-exploration-of-the-perceptions-of-a-teacher>
- Andriola, W. B. (2017). Inteligência, aprendizagem e rendimento escolar segundo a Teoria Triárquica da Inteligencia (TTI). *Revista Educação em Debate*, 20(35), 75-80. <http://dx.doi.org/10.24882/eemd.v20i35.228>
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 208-214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Asia Society & OECD. (2018). Teaching for Global Competence in a Rapidly Changing World. <https://doi.org/10.1787/9789264289024-en>
- Assude T., Buteau C., Forgasz H. (2009) Factors Influencing Implementation of Technology-Rich Mathematics Curriculum and Practices. In Hoyles C., Lagrange JB, *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp.405-419). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0\\_19](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_19)
- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional* (E. Nick, Trans.). Interamericana.
- Ausubel D.P. (2000) The Nature of Meaning and Meaningful Learning. In *The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View* (pp.67-100). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-015-9454-7\\_4](https://doi.org/10.1007/978-94-015-9454-7_4)
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current Biology*, 20(4), R136-R140. <https://doi.org/10.1016/j.cub.2009.12.014>
- Baek, Y. (2009). Digital Simulation in Teaching and Learning. In Gibson, D., & Baek, Y. (Eds.), *Digital Simulations for Improving Education: Learning Through Artificial Teaching Environments* (pp. 25-51). IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-60566-322-7.ch002>

- 
- Baek, Y., Jung, J., & Kim, B. (2008). What makes teachers use technology in the classroom? Exploring the factors affecting facilitation of technology with a Korean sample. *Computers & Education*, 50(1), 224-234. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.05.002>
- Bandura, A. (1994). Self-efficacy. In V. S. Ramachaudran (Ed.), *Encyclopedia of human behavior* (Vol. 4, pp. 71-81). Academic Press.
- Battista, M. T., Winer, M. L., & Frazee, L. M. (2017). How Spatial Reasoning and Numerical Reasoning Are Related in Geometric Measurement. *Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Behrman, J. R. (1997). *Mother's schooling and child education: A survey*. University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press.
- Biró, C., & Geda, G. (2014). Presentation of GeoGebra simulation possibilities through phenomena of various disciplines. *Obzory Matematiky, Fiziky A Informatiky/Horizons of Mathematics Physics and Computer Sciences*, 43(2), 1-9. [https://www.researchgate.net/profile/Csaba-Biro-2/publication/338968993\\_Presentation\\_of\\_GeoGebra\\_simulation\\_possibilities\\_through\\_phenomena\\_of\\_various\\_disciplines/links/5e358119a6fdccd9657d5ec6/Presentation-of-GeoGebra-simulation-possibilities-through-phenomena-of-various-disciplines.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Csaba-Biro-2/publication/338968993_Presentation_of_GeoGebra_simulation_possibilities_through_phenomena_of_various_disciplines/links/5e358119a6fdccd9657d5ec6/Presentation-of-GeoGebra-simulation-possibilities-through-phenomena-of-various-disciplines.pdf)
- Bishop, A. J. (2008). *Spatial Abilities and Mathematics Education – A Review*. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 71-81). Springer US. [https://www.researchgate.net/profile/Alan-Bishop-3/publication/226067440\\_Spatial\\_Abilities\\_and\\_Mathematics\\_Education\\_-\\_A\\_Review/links/549a5a230cf2d6581ab15b93/Spatial-Abilities-and-Mathematics-Education-A-Review.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Alan-Bishop-3/publication/226067440_Spatial_Abilities_and_Mathematics_Education_-_A_Review/links/549a5a230cf2d6581ab15b93/Spatial-Abilities-and-Mathematics-Education-A-Review.pdf)
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2012). *Caderno de Apoio 3.º Ciclo*. Ministério da Educação. [http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/ca\\_3\\_ciclo\\_final.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/ca_3_ciclo_final.pdf)
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico. Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/5566>
- Bokosmaty, S., Mavilidi, M.-F., & Paas, F. (2017). Making versus observing manipulations of geometric properties of triangles to learn geometry using dynamic geometry software. *Computers & Education*, 113, 313-326. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.06.008>
-



- Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research – A systematic review of recent trends. *Computers & Education, 114*, 255-273 <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>
- Brito, L.P., Almeida, L., & Osório, A. (2020). *Academic performance of 9<sup>th</sup> graders on Spatial Geometry: Impact of personal and contextual variables*. [Manuscript accepted].
- Brito, L. P. (2018). *Algoritmos com o Geogebra? Porque não?* Paper presented at the XXI Encontro Nacional de Professores Pré, 1.º e 2.º ciclos *A Matemática nos Primeiros Anos*, Braga: Instituto de Educação da Universidade do Minho.
- Bronfenbrenner, U. (1993). The ecology of cognitive development: Research models and fugitive findings. In R. H. Wozniak & K. W. Fischer (Eds.), *The Jean Piaget symposium series. Development in context: Acting and thinking in specific environments* (p. 3–44). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Bu, L., & Henson, H. (2016). Modeling a total solar eclipse using GeoGebra. *North American GeoGebra Journal, 5*(1), 61-71. <https://mathed.miamioh.edu/index.php/ggbi/article/view/87>
- Buckley, J., Seery, N., & Canty, D. (2019). Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving. *International Journal of Technology and Design Education, 29*(2), 341-362. <https://doi.org/10.1007/s10798-018-9446-3>
- Alexander, P. A., & Buehl, M. M. (2004). Seeing the Possibilities: Constructing and Validating Measures of Mathematical and Analogical Reasoning for Young Children. In L. English (Ed.), *Studies in mathematical thinking and learning. Mathematical and analogical reasoning of young learners* (p. 23–46). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Bzuneck, J. A. (2001). As crenças de auto-eficácia e o seu papel na motivação do aluno. *A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea, 2*, 116-133. <https://www.uky.edu/~eushe2/Pajares/Bzuneck2.pdf>
- Camilleri, M. A., & Camilleri, A. C. (2017). Digital learning resources and ubiquitous technologies in education. *Technology, Knowledge and Learning, 22*(1), 65-82. <https://doi.org/10.1007/s10758-016-9287-7>
- Caprara, G. V., Barbaranelli, C., Steca, P., & Malone, P. S. (2006). Teachers' self-efficacy beliefs as determinants of job satisfaction and students' academic achievement: A study at the school level. *Journal of School Psychology, 44*(6), 473-490. <https://doi.org/10.1016/j.jsp.2006.09.001>

- 
- Castro-Alonso, J. C., Ayres, P., & Paas, F. (2016). Comparing apples and oranges? A critical look at research on learning from statics versus animations. *Computers & Education, 102*(Supplement C), 234-243. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.09.004>
- Castro-Filho, J. A., Freire, R. S., & Castro, J. B. (2017). Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 10*(2), 93-98. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2017v10n2p93-98>
- Cattell, R. B. (1971). *Abilities: their structure, growth, and action*. Houghton Mifflin.
- Chang, K.-E., Chen, Y.-L., Lin, H.-Y., & Sung, Y.-T. (2008). Effects of learning support in simulation-based physics learning. *Comput. Educ., 51*(4), 1486-1498. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.01.007>
- Chang, K.-E., Wu, L.-J., Lai, S.-C., & Sung, Y.-T. (2016). Using mobile devices to enhance the interactive learning for spatial geometry. *Interactive Learning Environments, 24*(4), 916-934. <https://doi.org/10.1080/10494820.2014.948458>
- Cheung, A. C. K., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. *Educational Research Review, 9*(Supplement C), 88-113. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.01.001>
- Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66-79). NCTM. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED436232.pdf>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 420-464). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Clements, D. H., Sarama, J., Swaminathan, S., Weber, D., & Trawick-Smith, J. (2018). Teaching and learning geometry: Early foundations. *Quadrante, 27*(2), 7-31. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22970>
- Coelho, A. & Cabrita, I. (2017). *Mediação tecnológica e desenvolvimento da criatividade em contextos matemáticos exploratórios*. Em FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 31-44). Madrid, Espanha: FESPM. <http://funes.uniandes.edu.co/20247/>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Second Edition. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
-

- 
- Cormier, D. C., Bulut, O., McGrew, K. S., & Singh, D. (2017). Exploring the Relations between Cattell–Horn–Carroll (CHC) Cognitive Abilities and Mathematics Achievement. *Applied Cognitive Psychology, 31*(5), 530-538. <https://doi.org/10.1002/acp.3350>
- Corso, L. V., & Dorneles, B. V. (2012). Qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática? *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 26*, 627-648. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200011>.
- Crompton, H., Grant, M., & Shraim, K. (2018). Technologies to Enhance and Extend Children’s Understanding of Geometry: A Configurative Thematic Synthesis of the Literature. *Journal of Educational Technology & Society, 21*(1), 59-69. <http://www.jstor.org/stable/26273868>
- Damião, H., Festas, I., Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M. C. (Coords.). (2014). Programa e metas curriculares de Matemática - Ensino Básico. Ministério da Educação e Ciências. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa\\_matematica\\_basico.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf)
- Davis, F. D. (1985). *A technology acceptance model for empirically testing new end-user information systems: Theory and results* (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology). <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/15192/14927137-MIT.pdf>
- de Koning, E., Hamers, J. H. M., Sijtsma, K., & Vermeer, A. (2002). Teaching Inductive Reasoning in Primary Education. *Developmental Review, 22*(2), 211-241. <https://doi.org/10.1006/drev.2002.0548>
- Delamater, A. R., & Lattal, K. M. (2014). The study of associative learning: mapping from psychological to neural levels of analysis. *Neurobiology of learning and memory, 108*, 1-4. <https://doi.org/10.1016/j.nlm.2013.12.006>
- Deslauriers, L., McCarty, L. S., Miller, K., Callaghan, K., & Kestin, G. (2019). Measuring actual learning versus feeling of learning in response to being actively engaged in the classroom. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 116*(39), 19251-19257. <https://doi.org/10.1073/pnas.1821936116>
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto Editora.
- DGE, (2016). Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico. Ministério da Educação. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/documento\\_orientador-\\_ensino\\_basico.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/documento_orientador-_ensino_basico.pdf)

- DGE. (2018a). Aprendizagens essenciais | Articulação com o Perfil dos Alunos (Ensino Secundário). Ministério da Educação. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens\\_Essenciais/10\\_matematica\\_a.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/10_matematica_a.pdf)
- DGE. (2018b). Aprendizagens Essenciais: Articulação com o Perfil dos Alunos (Ensino Básico). Ministério da Educação.
- Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level. *Computer Science and Information Systems*(12), 191-203. <https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>
- Dimitrov, D., & Rumrill, P. (2003). Pretest-Posttest Designs and Measurement of Change. *Work*, 20(2), 159-165. <https://content.iospress.com/articles/work/wor00285>
- Dotta, L., Monteiro, A., & Mouraz, A. (2019). Professores experientes e o uso das tecnologias digitais: mitos, crenças e práticas. *Eduser-Revista de educação*, 11(1), 45-60. <http://dx.doi.org/10.34620/eduser.v11i1.124>
- Dzulkifli, M. A., & Mustafar, M. F. (2013). The Influence of Colour on Memory Performance: A Review. *The Malaysian Journal of Medical Sciences : MJMS*, 20(2), 3-9. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3743993/>
- Embretson, S. E., & McCollam, K. M. S. (2000). Psychometric Approaches to Understanding and Measuring Intelligence. Em R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of Intelligence* (pp. 423-444). Cambridge University Press. [https://smartech.gatech.edu/bitstream/handle/1853/34546/embretson\\_psychometric.pdf](https://smartech.gatech.edu/bitstream/handle/1853/34546/embretson_psychometric.pdf)
- English, L. D. (2013). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*. Routledge.
- Entwistle, N. (1991). Approaches to learning and perceptions of the learning environment. *Higher Education*, 22(3), 201-204. <https://doi.org/10.1007/BF00132287>
- Entwistle, N., & Ramsden, P. (1982). *Understanding Student Learning (routledge revivals)*. Routledge.
- Ertmer, P. A. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 25-39. <https://doi.org/10.1007/BF02504683>
- Evans, J. D. (1996). *Straightforward statistics for the behavioral sciences*. Brooks/Cole Publishing.
- Fauskanger, J., & Bjuland, R. (2018). Deep Learning as Constructed in Mathematics Teachers' Written Discourses. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 149-160. <https://doi.org/10.12973/iejme/2705>

- Fenyvesi, K., Budinski, N., & Lavicza, Z. (2014). Two Solutions to an Unsolvable Problem: Connecting Origami and GeoGebra in a Serbian High School. Em G. Greenfield, G. Hart, & R. Sarhangi (Eds.), *Proceedings of Bridges 2014: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture* (pp. 95-102). Tessellations Publishing. <http://archive.bridgesmathart.org/2014/bridges2014-95.pdf>
- Findley, K., Whitacre, I., & Hensberry, K. (2017). *Integrating Interactive Simulations into the Mathematics Classroom: Supplementing, Enhancing, or Driving?* Paper presented at the 39<sup>th</sup> annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Indianapolis. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED581367.pdf>
- Flanagan, D., & Harrison, E. (2018). *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues*. The Guilford Press.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, *34*(10), 906-911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- Floyd, R. G., Evans, J. J., & McGrew, K. S. (2003). Relations between Measures of Cattell-Horn-Carroll (CHC) Cognitive Abilities and Mathematics Achievement across the School-Age Years. *Psychology in the Schools*, *40*(2), 155-171. <https://doi.org/10.1002/pits.10083>
- Forsythe, S. K. (2015). Dragging maintaining symmetry: can it generate the concept of inclusivity as well as a family of shapes? *Research in Mathematics Education*, *17*(3), 198-219. <https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1065757>
- Freires, T., Bento, M., Morgado, J. C. & Lencastre, J. A. (2019). Professores veteranos e inovação curricular: desafios do recurso à tecnologia como instrumento pedagógico. II Seminário Internacional CAFTe - Currículo, Avaliação, Formação e Tecnologias Educativas (pp. 761-772). Porto: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade do Porto (FPCEUP). <http://hdl.handle.net/1822/64433>
- Fung, W., & Swanson, H. L. (2017). Working memory components that predict word problem solving: Is it merely a function of reading, calculation, and fluid intelligence? *Memory & Cognition*, *45*(5), 804-823. <https://doi.org/10.3758/s13421-017-0697-0>
- Ganda, D. R., & Boruchovitch, E. (2018). A autorregulação da aprendizagem: principais conceitos e modelos teóricos. *Psicologia da Educação*, *46*, 71-80. [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1414-69752018000100008&script=sci\\_abstract&tlng=es](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1414-69752018000100008&script=sci_abstract&tlng=es)
- Gao, F., Li, L., & Sun, Y. (2020). A systematic review of mobile game-based learning in STEM education. *Educational Technology Research and Development*, *68*(4), 1791-1827. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09787-0>

- 
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental psychology*, 47(6), 1539-1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Gilakjani, A. P. (2012). The relationship between teacher pedagogical beliefs and use of computer technology in the classroom. *International Journal of Information and Education Technology*, 2(1), 11-18. <http://www.ijiet.org/papers/74-JR063.pdf>
- Gilligan, K. A., Flouri, E., & Farran, E. K. (2017). The contribution of spatial ability to mathematics achievement in middle childhood. *Journal of Experimental Child Psychology*, 163(Supplement C), 107-125. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.04.016>
- Goldsmith, L. T., Hetland, L., Hoyle, C., & Winner, E. (2016). Visual-spatial thinking in geometry and the visual arts. *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts*, 10(1), 56-71. <https://doi.org/10.1037/aca0000027>
- Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Ucha, L., Encarnação, M., Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação/Direção Geral de Educação. [https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto\\_Autonomia\\_e\\_Flexibilidade/perfil\\_dos\\_alunos.pdf](https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf)
- Green, C., Bunge, S., Chiongbian, V. B., Barrow, M., & Ferrer, E. (2017). Fluid reasoning predicts future mathematical performance among children and adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology*, 157, 19. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.12.005>
- GTM (2019). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/recomendacoes\\_para\\_a\\_melhoria\\_das\\_aprendizagens\\_dos\\_alunos\\_em\\_matematica.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/recomendacoes_para_a_melhoria_das_aprendizagens_dos_alunos_em_matematica.pdf)
- Hansen, N., Jordan, N. C., Fernandez, E., Siegler, R. S., Fuchs, L., Gersten, R., & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, 35, 34-49. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2015.02.001>
- Haverty, L. A., Koedinger, K. R., Klahr, D., & Alibali, M. W. (2000). Solving inductive reasoning problems in mathematics: not-so-trivial pursuit. *Cognitive Science*, 24(2), 249-298. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(00\)00019-7](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(00)00019-7)
- Hegarty, M., & Sims, V. K. (1994). Individual differences in mental animation during mechanical reasoning. *Memory & Cognition*, 22(4), 411-430. <https://doi.org/10.3758/BF03200867>
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-

- analysis. *Computers & Education*, 153, 103897. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2005). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. *ZDM*, 128-133. [https://www.researchgate.net/profile/Karl-Fuchs-2/publication/228398347\\_Combination\\_of\\_dynamic\\_geometry\\_algebra\\_and\\_calculus\\_in\\_the\\_software\\_system\\_GeoGebra/links/557e90eb08aeb61eae2484ce/Combination-of-dynamic-geometry-algebra-and-calculus-in-the-software-system-GeoGebra.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Karl-Fuchs-2/publication/228398347_Combination_of_dynamic_geometry_algebra_and_calculus_in_the_software_system_GeoGebra/links/557e90eb08aeb61eae2484ce/Combination-of-dynamic-geometry-algebra-and-calculus-in-the-software-system-GeoGebra.pdf)
- Huang, Y. M., & Chiu, P. S. (2015). The effectiveness of a meaningful learning-based evaluation model for context-aware mobile learning. *British Journal of Educational Technology*, 46(2), 437-447. <https://doi.org/10.1111/bjet.12147>
- Höffler, T., Schmeck, A., & Opfermann, M. (2013). Static and dynamic visual representations. Em G. Schraw, M.T. McCrudden, D. Robinson (Eds), *Learning through visual displays: Current perspectives on cognition, learning, and instruction*, (pp.133-163).
- Hyde, J. S., Else-Quest, N. M., Alibali, M. W., Knuth, E., & Romberg, T. (2006). Mathematics in the home: Homework practices and mother-child interactions doing mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 136-152. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.02.003>
- Inglis, M., & Simpson, A. (2009). Conditional inference and advanced mathematical study: further evidence. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 185-198. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9187-z>
- Jelatu, S. (2018). Effect of GeoGebra-Aided REACT Strategy on Understanding of Geometry Concepts. *International journal of instruction*, 11(4), 325-336. <https://pbl-pd.com/wp-content/uploads/2019/08/Effect-of-GeoGebra-Aided-REACT-Strategy-on-Understanding-of-Geometry-Concepts-.pdf>
- Joly, M. C. R. A., Muner, L. C., Silva, D. V., & Prieto, G. (2011). Visualização espacial e desempenho em matemática no ensino médio e profissional. *Avaliação Psicológica*, 10, 181-191. [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1677-04712011000200009&lng=pt&tlng=pt](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1677-04712011000200009&lng=pt&tlng=pt)
- Julià, C., & Antolí, J. Ò. (2017). Enhancing spatial ability and mechanical reasoning through a STEM course. *International Journal of Technology and Design Education*, 28(4), 957-983. <https://doi.org/10.1007/s10798-017-9428-x>
- Kaufman, S. B., DeYoung, C. G., Gray, J. R., Brown, J., & Mackintosh, N. (2009). Associative learning predicts intelligence above and beyond working memory and processing speed. *Intelligence*, 37(4), 374-382. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2009.03.004>

- Kell, H. J., & Lubinski, D. (2013). Spatial Ability: A Neglected Talent in Educational and Occupational Settings. *Roeper Review*, 35(4), 219-230. <https://doi.org/10.1080/02783193.2013.829896>
- Kim, C., Kim, M. K., Lee, C., Spector, J. M., & DeMeester, K. (2013). Teacher beliefs and technology integration. *Teaching and Teacher Education*, 29, 76-85. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.08.005>
- Klllogjeri, Q., & Klllogjeri, P. (2017). Geogebra: A vital Bridge Linking Mathematics with Biology and Other Sciences. *SM J Biol*, 3(1), 1015. <https://smjournals.com/biology/fulltext/smj-b-v3-1015.php>
- Knowlton, B., L.M. Siegel, A., & D. Moody, T. (2017). Procedural Learning in Humans. In In: Eichenbaum, H. (ed.), *Memory Systems*, Vol. 3 of *Learning and Memory: A Comprehensive Reference*, 2nd edition, Byrne, J.H. (ed.). pp. 295–312. Oxford: Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809324-5.21085-7>
- Kontas, H. (2016). The Effect of Manipulatives on Mathematics Achievement and Attitudes of Secondary School Students. *Journal of Education and Learning*, 5(3), 10-20. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1097429>
- Kriegbaum, K., Jansen, M., & Spinath, B. (2015). Motivation: A predictor of PISA's mathematical competence beyond intelligence and prior test achievement. *Learning and Individual Differences*, 43, 140-148. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.08.026>
- Kösa, T. (2016a). Effects of Using Dynamic Mathematics Software on Preservice Mathematics Teachers' Spatial Visualization Skills: The Case of Spatial Analytic Geometry. *Educational Research and Reviews*, 11(7), 449-458. <https://doi.org/10.5897/ERR2016.2686>
- Kösa, T. (2016b). The effect of using dynamic mathematics software: cross section and visualization. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(4), 121-128. [http://doi.org/10.1564/tme\\_v23.4.01](http://doi.org/10.1564/tme_v23.4.01)
- Kolář, P. (2019). GeoGebra for Secondary School Physics. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1223(1), p. 012008. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1223/1/012008/pdf>
- Kostić, V. D., Jovanović, V. S., Sekulić, T. M., & Takači, D. B. (2016). Visualization of problem solving related to the quantitative composition of solutions in the dynamic GeoGebra environment. *Chemistry Education Research and Practice*, 17(1), 120-138. <https://doi.org/10.1039/C5RP00156K>
- Lannin, J., Ellis, A., Elliot, R., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Grades Pre-K–8*. NCTM.



- Lauer, J. E., Yhang, E., & Lourenco, S. F. (2019). The development of gender differences in spatial reasoning: A meta-analytic review. *Psychological Bulletin*, *145*(6), 537–565. <https://doi.org/10.1037/bul0000191>
- LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue canadienne des sciences du comportement*, *41*(2), 55-66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
- Legg, S., & Hutter, M. (2007). A Collection of Definitions of Intelligence. Em B. Goertzel & P. Wang (Eds.), *Advances in Artificial General Intelligence: Concepts, Architectures and Algorithms* (pp. 17-24). IOS Press. <https://arxiv.org/pdf/0706.3639.pdf%20a%20collection%20of%20definitions%20of%20intelligence>
- Lerkanen, M.-K., Kikas, E., Pakarinen, E., Poikonen, P.-L., & Nurmi, J.-E. (2013). Mothers' trust toward teachers in relation to teaching practices. *Early Childhood Research Quarterly*, *28*(1), 153-165. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.04.005>
- Lemos, G. (2007). *Habilidades Cognitivas e Rendimento escolar entre o 5º e 12º ano de escolaridade* [Tese Doutoral]. Universidade do Minho.
- Lemos, G., Casanova, J., & Almeida, L. (2015). Habilidades cognitivas e interesses vocacionais na adolescência: Promovendo percursos de sucesso. In G. Lemos & L. Almeida (Eds.), *Cognição e aprendizagem: Promoção do sucesso escolar* (pp. 35-67). ADIPSIEDUC. [http://www.adipsieduc.pt/wp-content/uploads/2014/12/Cogni%C3%A7%C3%A3o-e-Aprendizagem\\_Promo%C3%A7%C3%A3o-do-Sucesso-Escolar.pdf](http://www.adipsieduc.pt/wp-content/uploads/2014/12/Cogni%C3%A7%C3%A3o-e-Aprendizagem_Promo%C3%A7%C3%A3o-do-Sucesso-Escolar.pdf)
- Lemos, G. C., Almeida, L. S., & Colom, R. (2011). Intelligence of adolescents is related to their parents' educational level but not to family income. *Personality and Individual Differences*, *50*(7), 1062-1067. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2011.01.025>
- Lemos, G., Almeida, L. S., Guisande, M. A., & Primi, R. (2008). Inteligência e rendimento escolar: Análise da sua relação ao longo da escolaridade. *Revista Portuguesa de Educação*, *21*(1), 83-99. <https://doi.org/10.21814/rpe.13920>
- Lin, C.-H., & Chen, C.-M. (2016). Developing spatial visualization and mental rotation with a digital puzzle game at primary school level. *Computers in Human Behavior*, *57*, 23-30. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.12.026>
- Liu, C. H., & Huang, Y. M. (2015). An empirical investigation of computer simulation technology acceptance to explore the factors that affect user intention. *Universal Access in the Information Society*, *14*(3), 449-457. <https://doi.org/10.1007/s10209-015-0402-7>

- 
- Liu, S. H. (2011). Factors related to pedagogical beliefs of teachers and technology integration. *Computers & Education, 56*(4), 1012-1022. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.12.001>
- Lo, J.J., & White, N. (2020). Selecting GeoGebra Applets for Learning Goals. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12, 113*(2), 156-159. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2019.0142>
- Lubinski, D. (2010). Spatial ability and STEM: A sleeping giant for talent identification and development. *Personality and Individual Differences, 49*(4), 344-351. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2010.03.022>
- Laamena, C. M., Nusantara, T., Irawan, E. B., & Muksar, M. (2018). How do the undergraduate students use an example in mathematical proof construction: A study based on argumentation and proving activity. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 13*(3), 185-198. <https://doi.org/10.12973/iejme/3836>
- Mahoney, A., & Almeida, L. (2019). Afetividade e processo ensino-aprendizagem: Contribuições de Henri Wallon. *Psicologia da Educação, 20*, 11-30. [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1414-69752005000100002](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-69752005000100002)
- Marcenaro-Gutierrez, O., Lopez-Agudo, L. A., & Ropero-García, M. A. (2018). Gender differences in adolescents' academic achievement. *Young, 26*(3), 250-270. <https://doi.org/10.1177/1103308817715163>
- Maričić, S., & Stamatović, J. (2018). The effect of preschool mathematics education in development of geometry concepts in children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*(9), 6175-6187. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01057a>
- Martin, W., & Kasper, L. (2009). Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making (Executive Summary). NCTM. [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/Focus\\_in\\_High\\_School\\_Mathematics/FHSM\\_Executive\\_Summary.pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Focus_in_High_School_Mathematics/FHSM_Executive_Summary.pdf)
- Marton, F., & Säljö, R. (1976). On qualitative differences in learning: I – Outcome and Process. *British Journal of Educational Psychology, 46*(1), 4-11. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1976.tb02980.x>
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J.-P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics, 96*(2), 169-186. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>

- Mata, M. D. L., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012). Attitudes towards mathematics: Effects of individual, motivational, and social support factors. *Child Development Research*, 2012, 1-10. <http://doi.org/10.1155/2012/876028>
- McCrudden, M. T., & Rapp, D. N. (2017). How Visual Displays Affect Cognitive Processing. *Educational Psychology Review*, 29(3), 623-639. <http://doi.org/10.1007/s10648-015-9342-2>
- McGrew. (2009). CHC theory and the human cognitive abilities project: Standing on the shoulders of the giants of psychometric intelligence research. *Intelligence*, 37(1 (Editorial)), 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2008.08.004>
- McGrew, & Evans. (2004). *Internal and External Factorial Extensions to the Cattell-Horn-Carroll (CHC) Theory of Cognitive Abilities: A Review of Factor Analytic Research Since Carroll's Seminal 1993 Treatise*. Institute for Applied Psychometrics. <http://www.iapsych.com/HCARR2.pdf>
- McGrew, & Wendling. (2010). Cattell–Horn–Carroll cognitive-achievement relations: What we have learned from the past 20 years of research. *Psychology in the Schools*, 47(7), 651-675. <https://doi.org/10.1002/pits.20497>
- Miranda, L., & Almeida, L. (2009). As metas académicas como operacionalização da motivação do aluno. *ETD - Educação Temática Digital*, 10, 36-61. <http://doi.org/10.20396/etd.v10in.esp..934>
- Miranda, L., & Almeida, L. S. (2011). Motivação e rendimento académico: validação do inventário de metas académicas. *Psicologia Educação e Cultura*, 15(2), 272-286. <http://hdl.handle.net/1822/16417>
- Miranda, L. C., & Almeida, L. S. (2008). Questionário de Atribuição de Resultados Escolares. Universidade do Minho.
- Mitchell, C. J., De Houwer, J., & Lovibond, P. F. (2009). The propositional nature of human associative learning. *Behavioral and Brain Sciences*, 32(2), 183-198. <https://doi.org/10.1017/S0140525X09000855>
- Miyazaki, M., Kimiho, C., Katoh, R., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y., Morozumi, T., Kon, M., & Komatsu, K. (2012). Potentials for spatial geometry curriculum development with three-dimensional dynamic geometry software in lower secondary mathematics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19(2), 73-79. <https://www.learntechlib.org/p/87344/>.
- Molnár, G., Greiff, S., & Csapó, B. (2013). Inductive reasoning, domain specific and complex problem solving: Relations and development. *Thinking Skills and Creativity*, 9, 35-45. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2013.03.002>

- 
- Mondragón, E., Alonso, E., & Kokkola, N. (2017). Associative learning should go deep. *Trends in Cognitive Sciences*, 21(11), 822-825. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.06.001>
- Mueller, J., Wood, E., Willoughby, T., Ross, C., & Specht, J. (2008). Identifying discriminating variables between teachers who fully integrate computers and teachers with limited integration. *Computers & Education*, 51(4), 1523-1537. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.02.003>
- Mulligan, J. (2015). Looking within and beyond the geometry curriculum: Connecting spatial reasoning to mathematics learning. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 511-517. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0696-1>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website. <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>
- Murtonen, M., Gruber, H., & Lehtinen, E. (2017). The return of behaviourist epistemology: A review of learning outcomes studies. *Educational Research Review*, 22, 114-128. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.08.001>
- Nafidi, Y., Alami, A., Zaki, M., El Batri, B., & Afkar, H. (2018). Impacts of the use of a digital simulation in learning earth sciences (the case of relative dating in high school). *Journal of Turkish Science Education (TUSED)*, 15(1), 89-108. <https://www.tused.org/index.php/tused/article/view/151>
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. The National Council of Teachers of Mathematics Inc.
- NCTM (2020). About NCTM. <https://www.nctm.org/About/>
- Neisser, U., Boodoo, G., Bouchard, T. J., Jr., Boykin, A. W., Brody, N., Ceci, S. J., Halpern, D. F., Loehlin, J. C., Perloff, R., Sternberg, R. J., & Urbina, S. (1996). Intelligence: Knowns and unknowns. *American Psychologist*, 51(2), 77-101. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.51.2.77>
- Neves, S. P., & Faria, L. (2007). Auto-eficácia académica e atribuições causais em Português e Matemática. *Análise Psicológica*, 25(4), 635-652. <https://doi.org/10.14417/ap.472>
- Nisbett, R.E. (2016). Lecture 1: Culture and Intelligence. London School of Economics and Political Science: <https://www.lse.ac.uk/Events/2016/04/20160412t1830vOT/Culture-and-Intelligence>

- Nisbett, R. E., Aronson, J., Blair, C., Dickens, W., Flynn, J., Halpern, D. F., & Turkheimer, E. (2012). Intelligence: new findings and theoretical developments. *American Psychologist*, *67*(2), 130-159. <https://doi.org/10.1037/a0026699>
- Novak, J. D. & Cañas, A. J. (2008). The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them. Technical Report IHMC CmapTools 2006-01 Rev 01-2008. Institute for Human and Machine Cognition. <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>
- Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gardner, A., & Carraher, J. (2007). The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology*, *25*(1), 147-166. <https://doi.org/10.1348/026151006X153127>
- Obersteiner, A., Reiss, K., & Heinze, A. (2018). Psychological Theories in Mathematics Education. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *39*(1), 1-6. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0134-3>
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students' Skills in Tackling Real-Life Problems*. OECD Publishing. <http://hdl.voced.edu.au/10707/310373>
- OECD (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. OECD Publishing., <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.
- Oliveira, A., Osório, A., & Dourado, L. (2018). *Compreender a Biologia através do Design de Jogos Digitais: Programando nova estratégia na formação de professores*. Encontro Internacional "A Voz dos Professores de Ciência e Tecnologia". <http://hdl.handle.net/1822/60091>
- Oliveira, J. (2007). *Psicologia da Educação: Vol. 1. Aprendizagem-aluno*. Legis Editora/Livpsic.
- Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2003). Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational psychologist*, *38*(1), 1-4. [https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801\\_1](https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_1)
- IGSP (2020). Sobre o GeoGebra. Instituto Geogebra São Paulo. <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>
- Peixoto, F., Sanches, C., Mata, L., & Monteiro, V. (2017). "How do you feel about math?": Relationships between competence and value appraisals, achievement emotions and academic achievement. *European Journal of Psychology of Education*, *32*(3), 385-405. <http://doi.org/10.1007/s10212-016-0299-4>

- Piaget, J. (1964). Cognitive development in children: Piaget development and learning. *Journal of research in science teaching*, 2(3), 176-186. <https://micpp.org/files/psychoanalysis/warren-on-development/Piaget-Cognitive-Development-in-Children.pdf>
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in mathematics*, 75(2), 191-212. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8>
- Plass, J. L., Homer, B. D., & Hayward, E. O. (2009). Design factors for educationally effective animations and simulations. *Journal of Computing in Higher Education*, 21(1), 31-61. <http://doi.org/10.1007/s12528-009-9011-x>
- Ponte, J. P. d., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7, 355-377. <http://hdl.handle.net/10451/22606>
- Poon, K. K. (2018). Learning fraction comparison by using a dynamic mathematics software – GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(3), 469-479. <http://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1404649>
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 205-235). Sense Publishers.
- Prieto, G., & Velasco, A. D. (2008). Entrenamiento de la visualización espacial mediante ejercicios informatizados de dibujo técnico. *Psicología escolar e educacional*, 309-317. <https://doi.org/10.1590/S1413-85572008000200002>
- Primi, R., Ferrão, M. E., & Almeida, L. S. (2010). Fluid intelligence as a predictor of learning: A longitudinal multilevel approach applied to math. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 446-451. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.05.001>
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: Vol. 1. Induction and analogy in mathematics*. Princeton University Press
- Raja, R., & Nagasubramani, P. C. (2018). Impact of modern technology in education. *Journal of Applied and Advanced Research*, 3(1), 33-35. [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/63887921/Impact\\_of\\_modern\\_technology\\_in\\_education20200710-27957-jsmaeg.pdf?1594437505=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DImpact\\_of\\_modern\\_technology\\_in\\_education.pdf&Expires=1619106635&Signature=E4IE17j4Mm00B1ewRAv32Sgv9jkLUhpTYK7AM9evyo0WwKR0~AFm-KdKQltpRddH9gPBInN~bHzDqUpMSiJTRBH~d67yJCjq2YjAmQh0i19bDbTckja9hQu6IPLUdINA0mo2svjvrgQlnWBTZYuneaxU1tjgyjrghnVq1Ar1k-CHkzt7-eudol2FT5gOm0aLOBaUFb1B6r0AjfGdM6CjvnpXkBiK03brRVxXkEuL-V83Nmre~AGTtMne3C8Zqs8oqTUYigi~Vf618qeha3vql](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/63887921/Impact_of_modern_technology_in_education20200710-27957-jsmaeg.pdf?1594437505=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DImpact_of_modern_technology_in_education.pdf&Expires=1619106635&Signature=E4IE17j4Mm00B1ewRAv32Sgv9jkLUhpTYK7AM9evyo0WwKR0~AFm-KdKQltpRddH9gPBInN~bHzDqUpMSiJTRBH~d67yJCjq2YjAmQh0i19bDbTckja9hQu6IPLUdINA0mo2svjvrgQlnWBTZYuneaxU1tjgyjrghnVq1Ar1k-CHkzt7-eudol2FT5gOm0aLOBaUFb1B6r0AjfGdM6CjvnpXkBiK03brRVxXkEuL-V83Nmre~AGTtMne3C8Zqs8oqTUYigi~Vf618qeha3vql)

---

EM5qf950Pg5G1efad-5D4r14vXhW7l cov3a2k1gMac5lRZeBO3GVOLkoJEMrRDW8Q\_\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

- Reeves, T. C., & Oh, E. G. (2017). The goals and methods of educational technology research over a quarter century (1989–2014). *Educational Technology Research and Development*, 65(2), 325-339. <http://doi.org/10.1007/s11423-016-9474-1>
- Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5-25. <https://www.learntechlib.org/primary/p/18889/>
- Renkl, A., & Scheiter, K. (2017). Studying visual displays: How to instructionally support learning. *Educational Psychology Review*, 29(3), 599-621. <http://doi.org/10.1007/s10648-015-9340-4>
- Resnick, M. (1997). *Mathematics as a science of patterns*. Clarendon Press.
- Ricardo, A., Mata, M., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012). Motivação para a aprendizagem da matemática e sua relação com percepção de clima de sala de aula. *12.º Colóquio Internacional de Psicologia e Educação: Educação, aprendizagem e desenvolvimento: Olhares contemporâneos através da investigação e da prática*, 1153-1168. <http://hdl.handle.net/10400.12/1609>
- Richland, L. E., & Hansen, J. (2013). Reducing cognitive load in learning by analogy. *International Journal of Psychological Studies*, 5(4), 69. <http://dx.doi.org/10.5539/ijps.v5n4p69>
- Rubio, L., Prieto, J., & Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation*, (5), 90-111. <https://www.upo.es/revistas/index.php/IJERI/article/view/1586>
- Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on students achievement: Enlightening coordinate geometry learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Scherer, R., Siddiq, F., & Tondeur, J. (2019). The technology acceptance model (TAM): A meta-analytic structural equation modeling approach to explaining teachers' adoption of digital technology in education. *Computers & Education*, 128, 13-35. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.09.009>
- Schneider, W. J., & McGrew, K. S. (2012). *The Cattell-Horn-Carroll model of intelligence*. In D. P. Flanagan & P. L. Harrison (Eds.), *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues* (p. 99–144). The Guilford Press.

- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Schwartz, S. (2019). *Motivação para ensinar e aprender: teoria e prática*. Editora Vozes Limitada.
- Schwartz, F., Epinat-Duclos, J., Léone, J., & Prado, J. (2017). The neural development of conditional reasoning in children: Different mechanisms for assessing the logical validity and likelihood of conclusions. *NeuroImage*, 163, 264-275. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2017.09.029>
- Scott, C. L. (2015). The Futures of learning 2: What kind of learning for the 21st century? In *Education, research and foresight: working papers (UNESCO)*. <https://learningportal.iiep.unesco.org/en/library/the-futures-of-learning-2-what-kind-of-learning-for-the-21st-century>
- Scremin, G., Quartieri, M. T., Oliveira, E. C., & Felix, J. L. P. (2018). O uso de tecnologia no ensino e na aprendizagem de Cálculo Diferencial. *Revista Docência do Ensino Superior*, 8(2), 119-139. <https://doi.org/10.35699/2237-5864.2018.2444>
- Shute, V. J. (1992). Learning processes and learning outcomes. ARMSTRONG LAB BROOKS AFB TX. <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA252149>
- Silva, A., & Montané, F. (2018). Memória, tecnologia e aprendizagem: investigações em uma intervenção pedagógica. *Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia* 7(1), 1-20. <https://doi.org/10.35819/tear.v7.n1.a2702>
- Silva, A., Simão, A., & Sá, I. (2004). A auto-regulação da aprendizagem: Estudos teóricos e empíricos. *Intermeio: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação-UFMS*, 10(19), 58-74. <https://periodicos.ufms.br/index.php/intm/article/view/2592>
- Silva, B. D., & Osório, A. J. (2009). As tecnologias de informação e comunicação da educação na Universidade do Minho. In C. V. Freitas (Ed.), *Dez anos de desafios à comunidade educativa: [1999-2009]*. Universidade do Minho. <https://core.ac.uk/download/pdf/55610757.pdf>
- Silva, L. D. L., Alves, A. G., & Müller, L. H. (2020). Tecnologia interativa para aprendizagem sobre vida marinha em espaço museal. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 28, 549-572. <http://dx.doi.org/10.5753/rbie.2020.28.0.549-572>
- Silveira, A., & Cabrita, I. (2013). O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das transformações geométricas isométricas. *Indagatio Didactica*, 5(1), 149-170. <https://doi.org/10.34624/id.v5i1.4312>



- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M. G., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., & Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM*, *48*(5), 691-719. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6>
- Smith, J., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Teppo, A. (2011). Learning, teaching, and using measurement: Introduction to the issue. *ZDM*, *43*(5), 617-617-620. <http://doi.org/10.1007/s11858-011-0369-7>
- Soffner, R. K. (2018). A tecnologia no suporte aos processos de ensino e aprendizagem da matemática. *Cadernos da FUCAMP*, *17*(30), 177-186. <http://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/view/1357/0>
- Solvang, L., & Haglund, J. (2018). GeoGebra in physics education. In *10<sup>th</sup> International Conference on Education and New Learning Technologies, Palma, Spain. 2-4 July, 2018*. (pp. 9667-9674). IATED. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1249564&dswid=8765>
- Somyürek, S. (2015). An effective educational tool: Construction kits for fun and meaningful learning. *International Journal of Technology and Design Education*, *25*, 25-41. <https://doi.org/10.1007/s10798-014-9272-1>
- Spector, J. M. (2001). An overview of progress and problems in educational technology. *Interactive Educational Multimedia* (3), 27-37. <https://revistes.ub.edu/index.php/IEM/article/view/11731>
- Spector, J.M., (2020). Remarks on progress in educational technology. *Educational Technology Research and Development* *68*, 833-836. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09736-x>
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Canet Juric, L., Urquijo, S., & Marta Richards, M. (2019). Influence of domain-general abilities and prior division competence on fifth-graders' fraction understanding. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14* (3), 489-300. <https://dx.doi.org/10.29333/iejme/5751>
- Sternberg, R. J. (1983). Components of human intelligence. *Cognition*, *15*(1), 1-48. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(83\)90032-X](https://doi.org/10.1016/0010-0277(83)90032-X)
- Sternberg, R. J. (Ed.). (2014). *Advances in the Psychology of Human Intelligence: Volume 5*. Psychology Press.
- Stevenson, C. E., Bergwerff, C. E., Heiser, W. J., & Resing, W. C. M. (2014). Working memory and dynamic measures of analogical reasoning as predictors of children's math and reading achievement. *Infant & Child Development*, *23*(1), 51-66. <https://doi.org/10.1002/icd.1833>

- Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M., & MacGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education, 17*(2), 213-226. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(00\)00052-4](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00052-4)
- Szűcs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., & Gabriel, F. (2014). Cognitive components of a mathematical processing network in 9-year-old children. *Developmental science, 17*(4), 506-524. <https://doi.org/10.1111/desc.12144>
- Säljö, R. (1979). Learning about learning. *Higher Education, 8*(4), 443-451. <http://doi.org/10.1007/BF01680533>
- Trevisan, A. L., & Amaral, R. G. (2016). A Taxionomia revisada de Bloom aplicada à avaliação: um estudo de provas escritas de Matemática. *Ciência & Educação (Bauru), 22*, 451-464. <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020011>
- Trundle, K., & Bell, R. (2010). The use of a computer simulation to promote conceptual change: A quasi-experimental study. *Computers & Education, 54*(4), 1078-1088. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.10.012>
- Ünlü, Z., & Dökme, I. (2015). 7<sup>th</sup> grade students' views on combining the use of computer simulations and laboratory activities in science teaching. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 191*, 1173-1177. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.258>
- UNESCO. (2016). *Education 2030: Incheon Declaration and Framework for Action for the implementation of Sustainable Development Goal 4: Ensure inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all*. Paris. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656>
- van der Meij, J., & de Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and instruction, 16*(3), 199-212. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.007>
- Vale, I. (2013). Patterns in figurative contexts: A way to the generalization in mathematics. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 8*(2), 64-81. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p64>
- Vasconcelos, C., Praia, J. F., & Almeida, L. S. (2003). Teorias de aprendizagem e o ensino/aprendizagem das ciências: Da instrução à aprendizagem. *Psicologia Escolar e Educacional, 7*, 11-19. <https://doi.org/10.1590/S1413-85572003000100002>.
- Veiga, F. H. (2013). *Psicologia da Educação-Teoria, Investigação e Aplicação: Envolvimento dos Alunos na Escola*. Climepsi Editores.

- 
- Voyer, D., & Voyer, S. D. (2014). Gender differences in scholastic achievement: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, *140*(4), 1174-1204. <https://doi.org/10.1037/a0036620>
- Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. In Gauvain & Cole (Eds.), *Readings on the development of children* (pp. 34-40). [https://luria.ucsd.edu/tclearninglounge/ROOT/carlos/readings/vygotsky\\_learning\\_and\\_dev.pdf](https://luria.ucsd.edu/tclearninglounge/ROOT/carlos/readings/vygotsky_learning_and_dev.pdf)
- Wang, M. C., Haertel, G. D., & Walberg, H. J. (1993). Toward a knowledge base for school learning. *Review of Educational Research*, *63*(3), 249-294. <https://doi.org/10.2307/1170546>
- Wang, T., Ren, X., & Schweizer, K. (2017). Learning and retrieval processes predict fluid intelligence over and above working memory. *Intelligence*, *61*, 29-36. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2016.12.005>
- Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review*, *92*(4), 548. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.92.4.548>
- Weiner, B. (1988). Attribution theory in education. *Revista Portuguesa de Educação*, *1* (1), 21-25.
- Yaman, M., Nerdel, C., & Bayrhuber, H. (2008). The effects of instructional support and learner interests when learning using computer simulations. *Computers & Education*, *51*(4), 1784-1794. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.05.009>
- Yang, H. H., & Yin, S. K. (2016). A study of elementary school students' geometric reasoning using digital origami simulation tool. *The International Journal of E-Learning and Educational Technologies in The Digital Media*, *2*(1), 1-8. [https://www.researchgate.net/profile/Natalie-Walker-15/publication/301676193\\_Volume\\_2\\_Issue\\_No\\_1\\_-\\_International\\_Journal\\_of\\_E-Learning\\_and\\_Educational\\_Technologies\\_in\\_the\\_Digital\\_Media\\_IJEETDM/links/5795c21208aec89db7b6a4b9/Volume-2-Issue-No-1-International-Journal-of-E-Learning-and-Educational-Technologies-in-the-Digital-Media-IJEETDM.pdf#page=4](https://www.researchgate.net/profile/Natalie-Walker-15/publication/301676193_Volume_2_Issue_No_1_-_International_Journal_of_E-Learning_and_Educational_Technologies_in_the_Digital_Media_IJEETDM/links/5795c21208aec89db7b6a4b9/Volume-2-Issue-No-1-International-Journal-of-E-Learning-and-Educational-Technologies-in-the-Digital-Media-IJEETDM.pdf#page=4)
- Looi, C., Thompson, J. Krause, B., & Kadosh, R. (2016). The Neuroscience of Mathematical Cognition and Learning. OECD Education Working Papers, No. 136. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5jlwmn3ntbr7-en>
- Yildiz, S. G., & Özdemir, A. S. (2017). Development of the Spatial Ability Test for middle school students. *Acta Didactica Napocensia*, *10*(4), 41-54. <http://doi.org/10.24193/adn.10.4.5>
- Zakeri, J., & Khatibi, M. B. (2014). A much-needed boost to EFL learners' vocabulary: The role of associative learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *98*, 1983-1990. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.03.632>
-

- Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187. <http://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>
- Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist*, 25(1), 3-17. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep2501\\_2](https://doi.org/10.1207/s15326985ep2501_2)

## **ANEXOS**

## PARECER DA COMISSÃO DE ÉTICA



Universidade do Minho  
Conselho de Ética

### Comissão de Ética para a Investigação em Ciências Sociais e Humanas

Identificação do documento: CEICSH 015/2019

Relator: Manuel José Jacinto Sarmento Pereira

Título do projeto: *Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental*

Investigador(a) Responsável: Luciana Pereira de Brito, Estudante do Doutoramento em Ciências da Educação – Especialidade Psicologia da Educação; Leandro Almeida (Orientador), Professor Catedrático, Departamento de Psicologia da Educação e Educação Especial do Instituto de Educação e António J. Osório (Orientador), Professor Associado com Agregação, Departamento de Estudos Curriculares e Tecnologia Educativa do Instituto de Educação da Universidade do Minho

### PARECER

A Comissão de Ética para a Investigação em Ciências Sociais e Humanas (CEICSH) analisou o processo relativo ao projeto de investigação acima identificado, intitulado *Aprendizagem significativa com recurso à simulação digital: um estudo experimental*.

Os documentos apresentados revelam que o projeto obedece aos requisitos exigidos para as boas práticas na investigação com humanos, em conformidade com as normas nacionais e internacionais que regulam a investigação em Ciências Sociais e Humanas.

Face ao exposto, a Comissão de Ética para a Investigação em Ciências Sociais e Humanas (CEICSH) nada tem a opor à realização do projeto, emitindo o seu parecer favorável, que foi aprovado por unanimidade pelos seus membros.

Braga, 06 de junho de 2019.

O Presidente da CEICSH

Assinado por: **ACÍLIO DA SILVA ESTANQUEIRO  
ROCHA**  
Num. de Identificação Civil: BI042754054  
Data: 2019.07.05 14:44:17 Hora de Verão de GMT

**Anexo:** Formulário de identificação e caracterização do projeto



## ATIVIDADES PEDAGÓGICAS ASSOCIADAS AO EXPERIMENTO COM SIMULAÇÃO DIGITAL

### REVER SÓLIDOS

A01

Observa o Simulador 0. Ele contém exemplos dos diversos sólidos conhecidos, com as suas designações (por cima dos sólidos) e dos seus elementos (à esquerda dos sólidos).

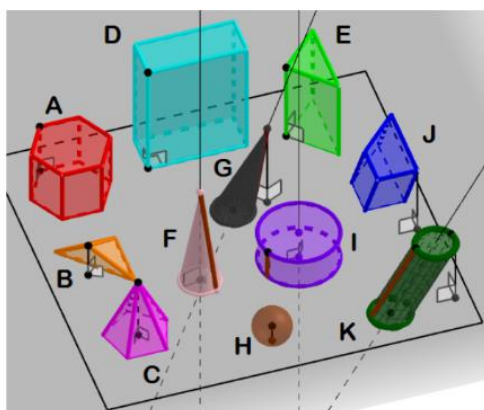
- 1) Explora o espaço 3D e observa cada um dos sólidos.
- 2) Observa os sólidos vistos de cima e de baixo. Compara essas vistas com a região cinzenta à esquerda do simulador (Plano que contém as bases). O que observas? O que representa cada ponto preto nessa região cinzenta?
- 3) Esboça cada um dos 11 sólidos representados, usando a vista que quiseres.  
Cilindro Reto | Cilindro oblíquo | Cone Reto | Cone Oblíquo | Prisma Reto | Prisma Oblíquo | Prisma Regular | Paralelepípedo | Pirâmide regular | Pirâmide | Esfera |
- 4) Observa cada um dos 10 elementos de sólidos descritos na região esquerda ("Face", "Base", etc.) do simulador. Consegues identificar esses elementos em cada sólido? Se sim dá um exemplo de cada um, assinalando nos esboços dos sólidos que fizeste no exercício anterior.
- 5) Faz o esboço de: a. Uma pirâmide regular de 8 arestas b. Um prisma triangular oblíquo
- 6) Como se determina o volume...
  - a. De um prisma?
  - b. De um cilindro?
- 7) Considerando a quadrícula como unidade  $u$  sabe-se que:
  - O paralelepípedo tem  $6,5u$  de altura;
  - O prisma triangular reto tem  $4,6u$  de altura;
  - O cilindro reto tem  $1,67u$  de altura.

Observa atentamente a base de cada sólido e determina o volume de cada um desses sólidos. Apresenta os resultados com arredondamento às décimas.

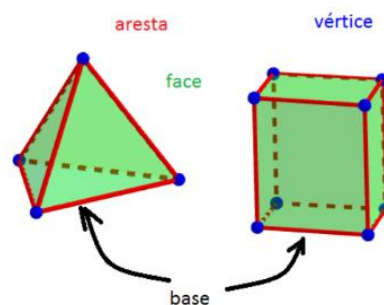
Observa os 11 sólidos apresentados no [Simulador 0](#)

A02

1. Qual dos sólidos é um prisma regular?
2. Qual dos sólidos é um cilindro reto?
3. Qual dos sólidos é uma pirâmide não regular?
4. Qual dos sólidos é um cone oblíquo?
5. Qual dos sólidos é um paralelepípedo?
6. Qual dos sólidos é uma esfera?
7. Qual dos sólidos é um prisma triangular?



8. Qual dos sólidos é um prisma oblíquo?
9. Qual dos sólidos é um cone reto?
10. Qual dos sólidos é um cilindro oblíquo?
11. Qual dos sólidos é uma pirâmide pentagonal?
12. Qual dos sólidos é uma pirâmide regular?
13. Que sólidos são **prismas**?
14. Que sólidos são **pirâmides**?
15. Que sólidos são **cones**?
16. Que sólidos são **cilindros**?
17. Que sólidos são **poliedros**?
18. Quantos vértices tem o sólido A?
19. Que figura geométrica é a base do sólido A?
20. Quantas faces tem o sólido B?
21. Que figura geométrica é a base do sólido B?
22. Quantas arestas tem o sólido C?
23. Que figura geométrica é a base do sólido C?
24. Quantas arestas tem o sólido D?
25. Que figura geométrica é a base do sólido D?
26. Quantas faces tem o sólido E?
27. Que figura geométrica é a base do sólido E?
28. Quantas faces tem o sólido J?
29. Que figura geométrica é a base do sólido J?
30. Que figura geométrica é a base do sólido F?
31. Que figura geométrica é a base do sólido G?
32. Que figura geométrica é a base do sólido I?
33. Que figura geométrica é a base do sólido K?
34. Como se chama o segmento de reta castanho desenhado no sólido F?
35. Como se chama a reta preta desenhado no sólido I?
36. De todos os prismas um deles tem faces laterais que não são retângulos. De que prisma se trata? Uma das pirâmides tem as faces laterais todas iguais, e tratam-se de triângulos isósceles. Que pirâmide é essa?
38. Qual das seguintes operações permite calcular o volume de um prisma?
  - a. ? Multiplicar a área da base do prisma pela altura do prisma
  - b. ? Somar a área da base do prisma com a altura do prisma
  - c. ? Somar as medidas de todas as arestas do prisma
  - d. ? Multiplicar o perímetro da base do prisma pela altura do prisma
39. Qual das seguintes operações permite calcular o volume de um cilindro?
  - a. ? Multiplicar a área da base do cilindro pela altura do cilindro
  - b. ? Somar a área da base do cilindro com a altura do cilindro
  - c. ? Somar as medidas de todas as arestas do cilindro
  - d. ? Multiplicar o perímetro da base do cilindro pela altura do cilindro
40. Um prisma tem 10 cm de altura e a sua base é um quadrado de 5 cm de lado. Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse prisma?
41. Um prisma tem 5 cm de altura e a sua base é um quadrado de 10 cm de lado. Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse prisma?



Recorda ainda que para determinar o volume de um prisma ou de um cilindro recorre-se às fórmulas:

$$V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \text{altura}$$

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{altura}$$

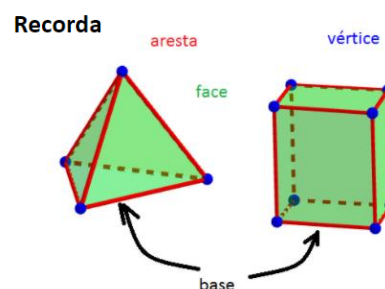


42. Um cilindro tem 5 cm de altura e a sua base é um círculo de 10cm de raio.  
Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse cilindro?  
?  $50\pi$  ?  $125\pi$  ?  $250\pi$  ?  $500\pi$
43. Um cilindro tem 5cm de altura e a sua base é um círculo de 10cm de diâmetro.  
Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse cilindro?  
?  $50\pi$  ?  $125\pi$  ?  $250\pi$  ?  $500\pi$
44. Sabe-se que o volume de um prisma é de  $100\text{cm}^3$  e que a sua base tem  $25\text{cm}^2$  de área. Qual é, em centímetros, a altura desse prisma?
45. Sabe-se que o volume de um cilindro é de  $75\text{cm}^3$  e que a sua base tem  $1\text{cm}^2$  de área. Qual é, em centímetros, a altura desse cilindro?
46. Sabe-se que o volume de um cilindro é de  $50\pi \text{cm}^3$  e que ele tem 2cm de altura. Qual é, em centímetros, a medida do raio da base desse cilindro?
47. Sabe-se que o volume de um prisma quadrangular regular é de  $2000 \text{cm}^3$  e que ele tem 20cm de altura. Qual é, em centímetros, o perímetro da base desse prisma?
48. Quanto mede, em metros, a aresta de um cubo de 216 metros cúbicos de volume?
49. 1 litro corresponde a...  
?  $1\text{cm}^3$  ?  $1\text{dm}^3$  ?  $1\text{m}^3$  ?  $1\text{dam}^3$
50. Um recipiente tem a forma de um paralelepípedo. As suas medidas são  $20\text{cm} \times 15\text{cm} \times 10\text{cm}$ . Qual é, em litros, a capacidade desse recipiente?

A03

## REVER PRISMAS E PIRÂMIDES

- Quantas arestas tem um cubo?
- Quantos vértices tem um cubo?
- Quantas faces tem um cubo?
- Um prisma tem 10 vértices. Então a sua base é...
- Um prisma tem 8 vértices. Então a sua base é um...
- Quantos vértices tem um prisma triangular?
- A base de um prisma é um polígono de 6 lados. Quantos vértices tem esse prisma?
- A base de um prisma tem  $n$  lados. Quantos vértices tem esse prisma?  
?  $2n$  ?  $3n$  ?  $n+1$  ?  $n+2$
- Um prisma tem 12 arestas. Então a sua base é um...
- Um prisma tem 9 arestas. Então a sua base é um...
- Quantas arestas tem um prisma triangular?
- A base de um prisma é um polígono de 7 lados. Quantas arestas tem esse prisma?
- A base de um prisma tem  $n$  lados. Quantas arestas tem esse prisma?  
?  $2n$  ?  $3n$  ?  $n+1$  ?  $n+2$
- Um prisma tem 10 faces. Então a sua base é um...
- Um prisma tem 7 faces. Então a sua base é um...
- Quantas faces tem um prisma triangular?
- A base de um prisma é um polígono de 15 lados. Quantas faces tem esse prisma?
- A base de um prisma tem  $n$  lados. Quantas faces tem esse prisma?  
?  $2n$  ?  $3n$  ?  $n+1$  ?  $n+2$
- Uma pirâmide tem 5 faces. Então a sua base é um...



20. Uma pirâmide tem 7 faces. Então a sua base é um...
21. Quantas faces tem uma pirâmide pentagonal?
22. A base de uma pirâmide é um polígono de 7 lados. Quantas faces tem essa pirâmide?
23. A base de uma pirâmide tem  $n$  lados. Quantas faces tem essa pirâmide?  
 ?  $2n$             ?  $3n$             ?  $n + 1$             ?  $n + 2$
24. Uma pirâmide tem 5 vértices. Então a sua base é um...
25. Uma pirâmide tem 8 vértices. Então a sua base é um...
26. Quantos vértices tem uma pirâmide pentagonal?
27. A base de uma pirâmide é um polígono de 6 lados. Quantos vértices tem essa pirâmide?
28. A base de uma pirâmide tem  $n$  lados. Quantos vértices tem essa pirâmide?  
 ?  $2n$             ?  $3n$             ?  $n + 1$             ?  $n + 2$
29. Uma pirâmide tem 10 arestas. Então a sua base é um...
30. Uma pirâmide tem 8 arestas. Então a sua base é um...
31. Quantas arestas tem uma pirâmide pentagonal?
32. A base de uma pirâmide é um polígono de 3 lados. Quantos arestas tem essa pirâmide?
33. A base de uma pirâmide tem  $n$  lados. Quantas arestas tem essa pirâmide?  
 ?  $2n$             ?  $3n$             ?  $n + 1$             ?  $n + 2$

A11

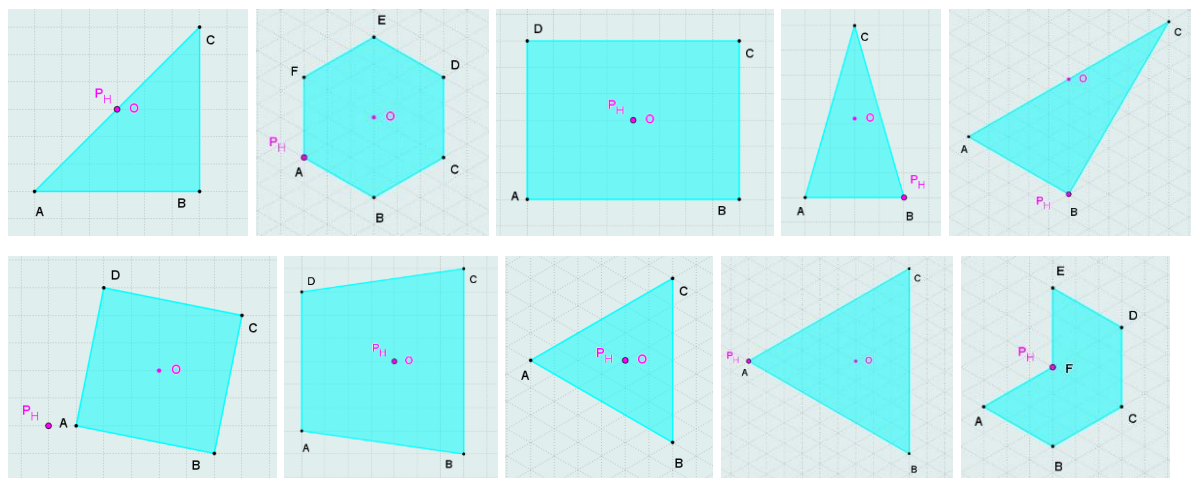
(Este mesmo enunciado repetiu-se para todas as dez figuras que se encontram mais abaixo)

1. Uma certa pirâmide tem como base o polígono apresentado na figura. O ponto  $P_H$  é a projeção do ponto  $H$ , vértice da pirâmide, sobre o plano que contém a base da pirâmide. O ponto  $O$  (se existir) é equidistante dos vértices da base da pirâmide. Completa a frase: "Trata-se de uma pirâmide..."

"... triangular reta." "... triangular regular." "... triangular oblíqua."

"... quadrangular reta." "... quadrangular regular." "... quadrangular oblíqua."

"... hexagonal reta." "... hexagonal regular." "... hexagonal oblíqua."



(Este mesmo enunciado repetiu-se para todas as oito figuras que se encontram mais abaixo)

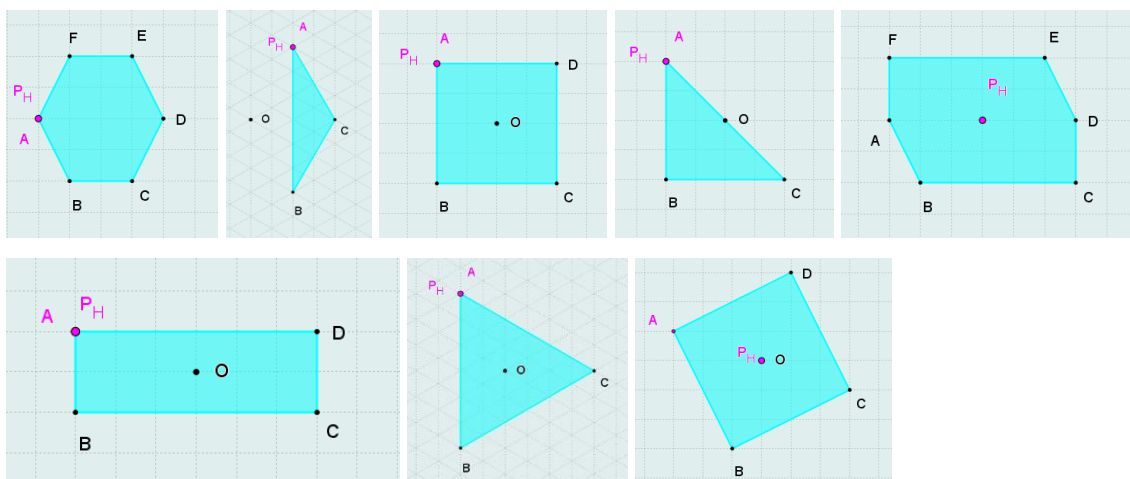
2. Um certo prisma tem como base o polígono apresentado na figura. O ponto  $P_H$  é a projeção do ponto  $H$ , que corresponde ao ponto  $A$  na outra base do prisma.

Completa a frase: "Trata-se de um prisma..."

"... triangular reto." "... triangular regular." "... triangular oblíquo."

"... quadrangular reto." "... quadrangular regular." "... quadrangular oblíquo."

"... hexagonal reto." "... hexagonal regular." "... hexagonal oblíquo."



## PLANIFICAÇÕES DE ALGUNS SÓLIDOS

A12

- Explora o simulador 1, observando as alterações no plano  $\alpha$  e na região 3D quando alteras o tipo de sólido, os valores de  $n$  e  $h$ , bem como as posições dos pontos.
- Explica os procedimentos a realizar no simulador para se obter:
  - Um prisma triangular reto;
  - Uma pirâmide quadrangular regular;
  - Um prisma hexagonal oblíquo;
  - Uma pirâmide triangular regular;
  - Um prisma quadrangular reto com  $30u^3$  de volume;
  - Um prisma quadrangular oblíquo com  $30u^3$  de volume;
  - Um prisma triangular oblíquo com  $30u^3$  de volume;
- Que polígonos se vê nas faces laterais de:
  - um prisma regular?
  - um prisma reto?
  - um prisma oblíquo?
  - uma pirâmide regular?
  - uma pirâmide reta?
  - uma pirâmide oblíqua?

A21

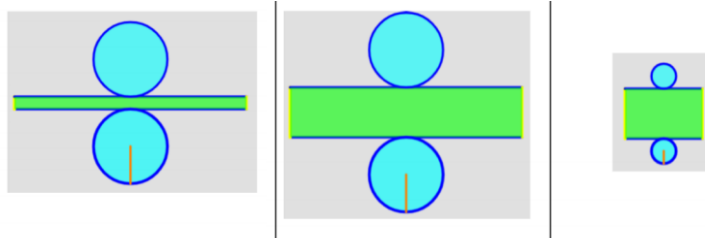
- No simulador 2 seleciona o sólido cilindro.
  - Explora o espaço 3D e observa os cilindros que se obtêm alterando as suas medidas (altura e raio da base).
  - Faz um esboço de um cilindro reto com as medidas:

i.  $r = 3, h = 1$

ii.  $r = 1, h = 10$

c. Desliza lentamente o slider cor-de-rosa e observa a região 3D. Repete este procedimento para diferentes cilindros (vai alterando as medidas do raio da base e altura). Explora.

d. Quando o slider cor-de-rosa está no máximo para a direita o “embrulho” do sólido fica “espalmado” no plano cinzento e corresponde à planificação do sólido. Faz o esboço dos cilindros cujas planificações são as seguintes (observa as figuras com atenção):



2. Selecciona o sólido prisma.

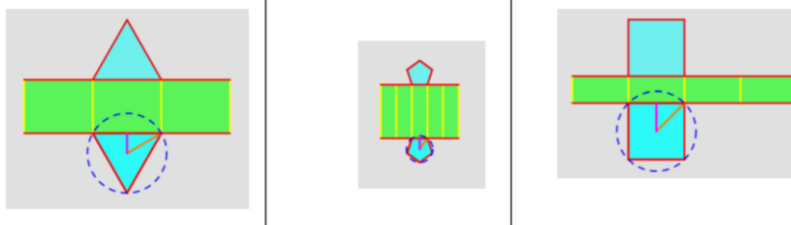
a. Explora o espaço 3D e observa os prismas que se obtém alterando as suas medidas (número de lados, altura e raio da circunferência circunscrita à base).

b. Faz um esboço e escreve a designação de um prisma regular com as medidas

i. aresta da base = 3,  $h = 1$ ,  $n = 3$       i. aresta da base = 1,  $h = 10$ ,  $n = 4$

c. Desliza lentamente o slider cor-de-rosa e observa a região 3D. Repete este procedimento para diferentes prismas (vai alterando as medidas número de lados, altura e raio da circunferência circunscrita à base). Explora.

d. Quando o slider cor-de-rosa está no máximo para a direita o “embrulho” do sólido fica “espalmado” no plano cinzento e corresponde à planificação do sólido. Faz o esboço dos prismas cujas planificações são as seguintes (observa as figuras com atenção):

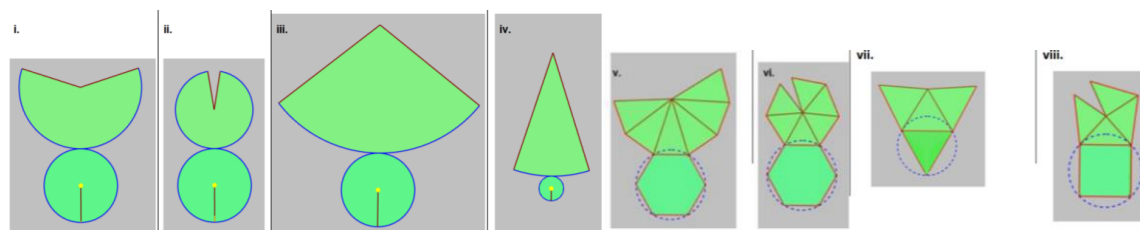


3. Faz um esboço dos seguintes sólidos:

a. Pirâmide triangular regular, com aresta da base = 3 e  $h = 1$       c. Cone reto, com  $r = 3$  e  $h = 1$

b. Pirâmide pentagonal regular, com lado da base = 1,  $h = 10$       d. Cone reto, com  $r = 1$ ,  $h = 10$

4. Faz o esboço dos sólidos cujas planificações são as seguintes (observa as figuras com atenção):



A22

1) *Completa a frase:*

A planificação da superfície lateral de um cilindro reto é \_\_\_\_ (A)\_\_\_\_, cujo comprimento é \_\_\_\_ (B)\_\_\_\_ da circunferência da base do cilindro e cuja largura é \_\_\_\_ (C)\_\_\_\_ .

? (A) um retângulo; (B) o perímetro; (C) a altura do cilindro

? (A) um retângulo; (B) o raio; (C) a altura do cilindro

? (A) um círculo; (B) a altura; (C) o raio da base

? (A) um quadrado; (B) o perímetro; (C) a altura do cilindro

2) *Completa a frase:*

A planificação da superfície lateral de um prisma regular é \_\_\_\_ (A)\_\_\_\_, cujo comprimento é \_\_\_\_ (B)\_\_\_\_ da base do prisma e cuja largura é \_\_\_\_ (C)\_\_\_\_ .

? (A) um retângulo; (B) o perímetro; (C) a altura do prisma

? (A) um retângulo; (B) a área; (C) a altura do prisma

? (A) um círculo; (B) a altura; (C) o raio da circunferência circunscrita à base do prisma

? (A) um retângulo; (B) o perímetro; (C) a altura do cilindro

3) *Um cilindro tem 4cm de altura e  $36\pi \text{ cm}^3$  de volume.*

A sua superfície lateral, planificada, corresponde a:

? Um retângulo de dimensões 4cm x 3cm.      ? Um retângulo de dimensões 4cm x 9cm.

? Um triângulo isósceles de dimensões 4cm - 3cm - 4cm

? Um retângulo de dimensões 4cm x 36cm.

4) *Sobre um cilindro reto sabe-se que a planificação da sua superfície lateral é um retângulo de dimensões 12cm x 8cm. Em qual das seguintes opções as medidas apresentadas correspondem a um tal cilindro?*

? raio da base - 12cm ; altura - 8cm      ? raio da base - 8cm ; altura - 12cm

? raio da base -  $6/\pi$  cm ; altura - 8cm      ? raio da base - 2cm ; altura - 8cm

? raio da base - 2cm ; altura - 12cm

5) *Podemos enrolar uma folha de papel A4 de duas formas diferentes (fazendo coincidir lados opostos da folha), obtendo a superfície lateral de dois diferentes cilindros.*

*Esses cilindros têm o mesmo volume?*

? Sim      ? Não

6) *Sobre um prisma quadrangular regular sabe-se que a sua superfície lateral é um retângulo de dimensões 12cm x 8cm. Que dimensões pode ter o prisma (lado da base e altura)?*

*Assinala todas as respostas corretas.*

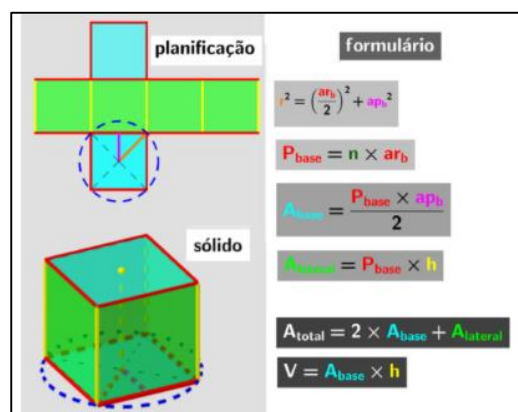
? lado da base: 3cm ; altura: 8cm      ? lado da base: 2cm ; altura: 12cm

? lado da base: 4cm ; altura: 8cm      ? lado da base: 4cm ; altura: 12cm

7) *Num prisma triangular regular o número de arestas que medem 4cm é o dobro do número de arestas que medem 6cm. Qual é, em  $\text{cm}^3$ , o volume desse prisma? Escreve o resultado arredondado às décimas.*

## PRISMA: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE

Esta atividade foi concebida em quatro páginas *web*, cada uma contendo um exercício. O formulário estava visível em cada uma das quatro páginas. Para avançar para a página seguinte os alunos deveriam concluir corretamente todos os itens do exercício da página atual.



A71.1

Um prisma quadrangular regular tem como base um quadrado cujo lado mede 2 cm. A altura desse prisma mede 5 cm.

Então:

- a) a área da base desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) o volume desse prisma é  cm<sup>3</sup>.
- c) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse prisma é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A71.2

Um prisma quadrangular regular tem como base um quadrado cujo lado mede 3 cm.

O volume desse prisma é de 90 cm<sup>3</sup>.

Então:

- a) a área da base desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) a altura desse prisma mede  cm.
- c) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse prisma é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A71.3

Um prisma quadrangular regular tem 6cm de altura.

O volume desse prisma é de 150 cm<sup>3</sup>.

Então:

- a) a área da base desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) a aresta da base desse prisma mede  cm.
- c) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse prisma é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A71.4

A área da base de um prisma quadrangular regular é de 36cm<sup>2</sup>.

A área total desse prisma é de 96 cm<sup>2</sup>.

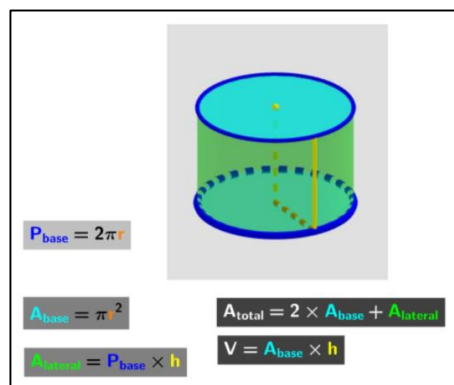
Então:

- a) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) a aresta da base desse prisma mede  cm.
- c) a altura desse prisma mede  cm.
- d) o volume desse prisma é  cm<sup>3</sup>.

[Verificar](#)

## CILINDRO: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE

Esta atividade foi concebida em quatro páginas *web*, cada uma contendo um exercício. O formulário estava visível em cada uma das quatro páginas. Para avançar para a página seguinte os alunos deveriam concluir corretamente todos os itens do exercício da página atual.



A72.1

Um cilindro reto tem como base um círculo de raio 2 cm.

A altura desse cilindro mede 5 cm.

Efetua os cálculos e **apresenta os resultados arredondados às décimas**:

Então:

- a) a área da base desse cilindro é  cm<sup>2</sup>.
- b) o volume desse cilindro é  cm<sup>3</sup>.
- c) a área lateral desse cilindro é  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse cilindro é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A72.2

O raio da base de um cilindro reto mede 3 cm.

O volume desse cilindro é de  $90\pi$  cm<sup>3</sup>.

Então:

- a) a área da base desse cilindro é   $\pi$  cm<sup>2</sup>.
- b) a altura desse cilindro mede  cm.
- c) a área lateral desse cilindro é   $\pi$  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse cilindro é   $\pi$  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A72.3

Um prisma quadrangular regular tem 6cm de altura.

O volume desse prisma é de 150 cm<sup>3</sup>.

Então:

- a) a área da base desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) a aresta da base desse prisma mede  cm.
- c) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- d) a área total desse prisma é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A72.4

A área da base de um prisma quadrangular regular é de 36cm<sup>2</sup>.

A área total desse prisma é de 96 cm<sup>2</sup>.

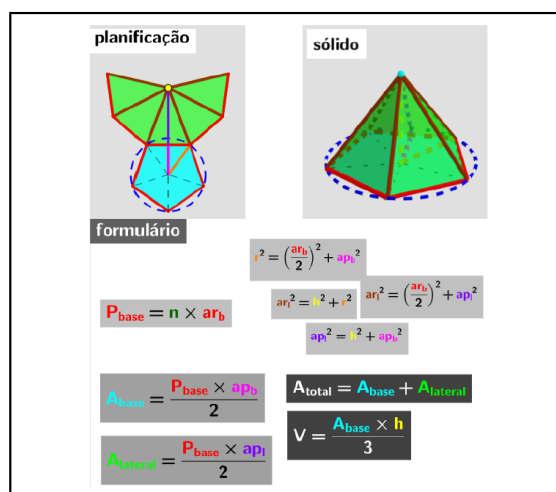
Então:

- a) a área lateral desse prisma é  cm<sup>2</sup>.
- b) a aresta da base desse prisma mede  cm.
- c) a altura desse prisma mede  cm.
- d) o volume desse prisma é  cm<sup>3</sup>.

[Verificar](#)

## PIRÂMIDE: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE

Esta atividade foi concebida em quatro páginas *web*, cada uma contendo um exercício. O formulário estava visível em cada uma das quatro páginas. Para avançar para a página seguinte os alunos deveriam concluir corretamente todos os itens do exercício da página atual.



A73.1

Uma pirâmide regular tem como base um quadrado cujo lado mede 6cm.

A altura dessa pirâmide mede 4cm.

Então:

- a) a área da base dessa pirâmide é  cm<sup>2</sup>.
- b) o volume dessa pirâmide é  cm<sup>3</sup>.
- c) o apótema da base dessa pirâmide mede  cm.
- d) o apótema lateral dessa pirâmide mede  cm.
- e) a área lateral dessa pirâmide é  cm<sup>2</sup>.
- f) a área total dessa pirâmide é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A73.2

Uma pirâmide regular tem como base um hexágono cujo lado mede 4cm.

O perímetro da base dessa pirâmide é de  cm.

Com aproximação às décimas, o apótema da base dessa pirâmide mede  cm.

Com esse valor do apótema podemos concluir que a área da base dessa pirâmide é de, aproximadamente,  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A73.3

Uma das 3 faces laterais de uma pirâmide regular é um triângulo isósceles de medidas 5cm - 6cm - 5cm.

O apótema da base dessa pirâmide mede  $\sqrt{3}$  cm.

Então:

- a) o apótema lateral dessa pirâmide é  cm.
- b) a área lateral dessa pirâmide é  cm<sup>2</sup>.
- c) a área da base dessa pirâmide é   $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.
- d) a altura dessa pirâmide mede, em cm, a raiz quadrada de .

[Verificar](#)

A73.4

Um prisma e uma pirâmide têm a mesma altura.

As suas bases são polígonos congruentes.

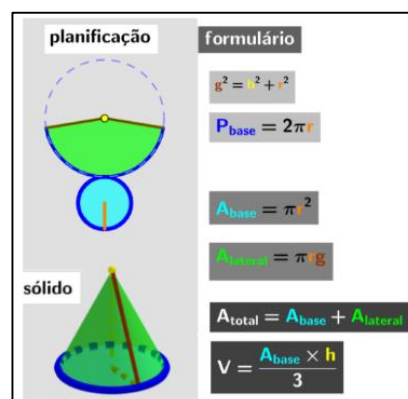
- a) Se o volume da pirâmide é 5 cm<sup>3</sup> então o volume do prisma é  cm<sup>3</sup>.
- b) Se o volume do prisma é 9 cm<sup>3</sup> então o volume da pirâmide é  cm<sup>3</sup>.
- c) Se o volume da pirâmide é  $a$  cm<sup>3</sup> então o volume do prisma é  cm<sup>3</sup>.

[Verificar](#)



## CONE: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE

Esta atividade foi concebida em três páginas *web*, cada uma contendo um exercício. O formulário estava visível em cada uma das três páginas. Para avançar para a página seguinte os alunos deveriam concluir corretamente todos os itens do exercício da página atual.



A74.1

Um cone reto tem como base um círculo de 3 cm de raio. A altura desse cone mede 4 cm.

Então:

- a) a área da base desse cone é   $\pi \text{ cm}^2$ .  
 b) o volume desse cone é   $\text{cm}^3$ .  
 c) a geratriz desse cone mede  cm.  
 d) a área lateral desse cone é   $\pi \text{ cm}^2$ .  
 d) a área total desse cone é   $\pi \text{ cm}^2$ .

[Verificar](#)

A74.2

Um cone reto tem como base um círculo de 5 cm de raio. A área lateral desse cone é  $65\pi \text{ cm}^2$ .

Então:

- a) geratriz desse cone mede  cm.  
 b) a altura desse cone mede  cm.  
 c) a área da base desse cone é   $\pi \text{ cm}^2$ .  
 d) o volume desse cone é   $\pi \text{ cm}^3$ .

[Verificar](#)

A74.3

Um cone reto tem como base um círculo de 5 cm de raio. A área lateral desse cone é  $65\pi \text{ cm}^2$ .

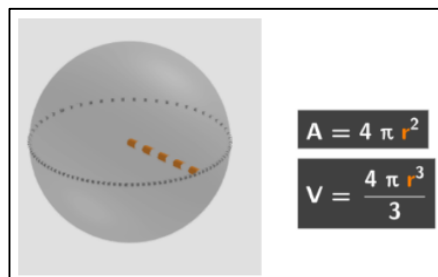
Então:

- a) geratriz desse cone mede  cm.  
 b) a altura desse cone mede  cm.  
 c) a área da base desse cone é   $\pi \text{ cm}^2$ .  
 d) o volume desse cone é   $\pi \text{ cm}^3$ .

[Verificar](#)

## ESFERA: VOLUME E ÁREA DA SUPERFÍCIE

Esta atividade foi concebida em quatro páginas *web*, cada uma contendo um exercício. O formulário estava visível em cada uma das quatro páginas. Para avançar para a página seguinte os alunos deveriam concluir corretamente todos os itens do exercício da página atual.



A75.1

O raio de uma esfera mede 6 cm.

Então, arredondando às centésimas:

- a) o volume dessa esfera é  cm<sup>3</sup>.  
 b) a área total dessa esfera é  cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A75.2

O volume de uma esfera é  $972\pi$  cm<sup>3</sup>.

Então:

- a) o raio dessa esfera mede  cm.  
 b) a área total dessa esfera é  π cm<sup>2</sup>.

[Verificar](#)

A75.3

A área total de uma esfera é  $576\pi$  cm<sup>2</sup>.

Então:

- a) o raio dessa esfera mede  cm.  
 b) o volume dessa esfera é  π cm<sup>3</sup>.

[Verificar](#)

A75.4

Um recipiente com a forma de um cubo está completamente cheio de água, contendo exatamente 1 litro de água.

A Ana introduziu nesse recipiente a maior esfera que cabe no seu interior, o que fez com que grande parte da água transbordasse. Ao retirar a esfera, reparou que ainda ficou no recipiente alguma água.

Que quantidade de água, em cm<sup>3</sup>, ficou no recipiente? Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Resposta: Ficaram no recipiente  cm<sup>3</sup> de água.

[Verificar](#)