

TIAGO VALENTE, DOUTORANDO EM ENG.º CIVIL, CIVITEST, V. N. FAMILIÇÃO, TIAGOVALENTE@CIVITEST.COM; LÚCIO LOURENÇO, DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL, CIVITEST, V. N. FAMILIÇÃO, LUCIOLOURENCO@CIVITEST.COM; DELFINA GONÇALVES, ENG.º CIVIL, CIVITEST, V. N. FAMILIÇÃO, DELFINAGONCALVES@CIVITEST.COM; INÊS COSTA, DOUTORA EM ENG.º CIVIL, CIVITEST V. N. FAMILIÇÃO, INESCOSTA@CIVITEST.COM; JOAQUIM BARROS, PROFESSOR CATEDRÁTICO, ISISE, UNIV. MINHO, GUIMARÃES, BARROS@CIVIL.UMINHO.PT

## 1 INTRODUÇÃO

A aplicação de betão reforçado com fibras (BRF) em sistemas estruturais tem vindo a aumentar progressivamente nas últimas décadas, quer para as operações de reforço de estruturas como para a construção de raiz de elementos estruturais (lajes, vigas, fundações e painéis sandwich) para edifícios, pavimentos, vias rodoviárias, túneis, pontes, estruturas costeiras e estruturas do tipo casca [1], [2].

O BRF destaca-se por possuir uma elevada resistência à tração pós-fendilhação, ductilidade, capacidade de absorção de energia e resistência ao impacto quando comparado com o betão simples [3]–[5]. A restrição à abertura de fendas promovida pelas fibras que atravessam as micro-fendas da matriz cimentícia aumenta a durabilidade e integridade do BRF.

A adoção de fibras discretas em elementos estruturais em betão melhora o seu comportamento à flexão e tração, aumenta a resistência ao corte e ao punçoamento, para além de promover uma redução da abertura de fendas e da deformação dos elementos estruturais, e permite uma diminuição das tensões de compressão do betão e de tração dos reforços convencionais de aço.

Do ponto de vista do projeto, o uso do BRF beneficia a verificação dos estados limite últimos e de serviço dos elementos estruturais. Adicionalmente, o uso de BRF pode permitir uma redução da percentagem de armadura convencional por substituição total ou parcial dos varões de aço, particularmente em estruturas hiperstáticas [6], [7], e, ainda, a redução do prazo e dos custos de construção e de manutenção das estruturas.

## 2 CLASSIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DE BRF

Tal como os restantes materiais estruturais, o BRF é classificado com base em classes de desempenho.

Tendo em conta que para as dosagens e tipos de fibras usualmente utilizadas o comportamento do BRF à compressão é

similar ao do betão simples [8] (a principal diferença resume-se na maior resistência pós-pico), a classe de resistência à compressão adotada na norma EN 206 [9] é aplicável ao BRF.

Todavia, os principais aspetos diferenciadores providenciados pelo uso de fibras discretas passam pelo aumento da resistência à tração em fase pós-fendilhada, bem como da tenacidade e ductilidade do betão.

A resposta do BRF em fase pós-fendilhada é caracterizada pela sua resistência residual à flexão,  $f_{Rj}$ , a qual é avaliada através da curva força-CMOD (deslocamento de abertura na base do entalhe). Esta curva é obtida através da realização do ensaio de flexão em 3 pontos de vigas prismática de BRF com entalhes, de acordo com a EN 14651 [10] ou RILEM 162-TDF [11]. A curva força-CMOD típica e a configuração do ensaio de flexão encontram-se apresentadas na Figura 1. Com base no valor da força,  $F_j$  ( $j=1,2,3,4$ ), a resistência residual à flexão é determinada de acordo com a seguinte expressão:

$$f_{Rj} = \frac{3 \cdot F_j \cdot l}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad (1)$$

onde  $l$  é o vão da viga de ensaio, enquanto  $b$  e  $h_{sp}$  são a largura e a distância entre a base do entalhe e a face superior da viga, respetivamente.

A partir dos valores da resistência residual à flexão é possível derivar a relação tensão-abertura de fenda do BRF com base nas leis constitutivas indicadas no Código Modelo CEB-FIP 2010 (MC2010) [8].

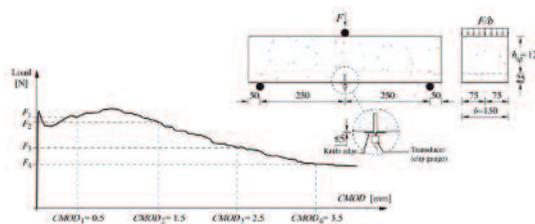


Figura 1 - Curva força-CMOD típica e configuração de ensaio de 3-pontos de vigas de BRF com entalhe [8] (dimensões em mm).

O MC2010 propõe uma classe de tenacidade para classificar o comportamento pós-fendilhação do BRF, que é baseada nos valores característicos da resistência residual à flexão para os estados limite de serviço (SLS),  $f_{Rsk}$ , e para os estados limite últimos (ULS),  $f_{Rsk}$ . O valor de  $f_{Rsk}$  corresponde a  $CMOD_1 = 0.5mm$  e o valor de  $f_{Rsk}$  a  $CMOD_2 = 2.5mm$ . A classe de tenacidade é definida pelo valor da resistência residual à flexão para os estados limite de serviço,  $f_{Rsk}$ , e por uma letra ("a" a "e") correspondente à razão  $f_{Rsk}/f_{Rsk}$ . Para a definição da classe de tenacidade, deve ser enquadrado o valor de  $f_{Rsk}$  do BRF nos seguintes intervalos: 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, etc. [MPa]; enquanto que a letra correspondente à razão entre  $f_{Rsk}/f_{Rsk}$  deve ser escolhida de acordo com os seguintes intervalos:  $a=[0.5;0.7]$ ;  $b=[0.7;0.9]$ ;  $c=[0.9;1.1]$ ;  $d=[1.1;1.3]$ ;  $e=[1.3+∞[$ . Por exemplo, um BRF (Figura 2) que apresente um valor de resistência residual à flexão  $f_{Rsk}=7.2MPa$  e  $f_{Rsk}=5.2MPa$  ( $f_{Rsk}/f_{Rsk}=0.72$ ) pertence à classe de tenacidade "7b".

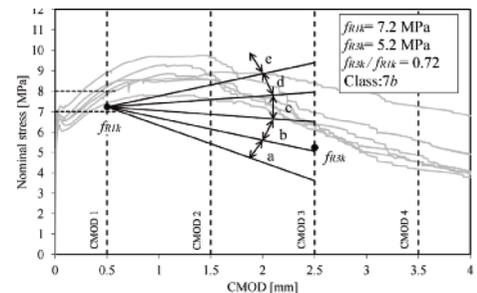


Figura 2 - Conceito de classe de tenacidade para BRF [8].

Para a prescrição de um BRF para aplicação em elementos estruturais, o projetista deve definir a classe de resistência e de tenacidade do material. Na fase de dimensionamento o projetista deve adotar uma postura conservativa e adotar o limite inferior do intervalo da resistência residual à flexão indicado pela classe de tenacidade do BRF. Por exemplo, para um BRF da classe C35/45 5c devem ser adotados os seguintes valores para a análise da estrutura  $f_{Rsk}=5MPa$ ,  $f_{Rsk}/f_{Rsk}=0.90$ ,  $f_{Rsk}=4.5MPa$ ,  $f_{ck}=35MPa$ ,  $f_{ctm}=3.2MPa$ , e  $f_{ctk}=2.2MPa$ .

Por sua vez, os fabricantes do BRF devem definir a composição, especificação, tipo e quantidades de fibras que garantam as

propriedades mecânicas e reológicas de acordo com a classe de resistência e tenacidade do BRF prescritas na fase de projeto. É essencial proceder ao controlo destes parâmetros através da realização de um programa experimental de validação das propriedades do BRF, de forma a garantir a aplicação na estrutura do BRF assumido em fase de projeto.

Para além dos ensaios de flexão de 3 pontos em vigas de BRF, a caracterização do comportamento pós-fendilhação do BRF pode ainda ser complementada com a realização dos seguintes tipos de ensaios: flexão de placas redondas, tração direta e tração indireta.

Os ensaios de flexão de placas circulares são realizados de acordo com a norma ASTM C1550 [12], onde placas com um diâmetro de 800 mm e 75 mm de espessura são suportadas em 3 pontos e são submetidas à flexão através da aplicação de uma carga no centro da placa (Figura 3), registando-se a força e flecha central da placa, formando-se, em geral, 3 linhas de rotura (fendas). Com os resultados deste tipo de ensaios é possível obter a relação tensão-abertura de fenda do BRF por aplicação de técnicas de análise inversa [13]. Comparativamente ao ensaio de viga entalhada de BRF, este tipo de ensaio permite uma mais realista e efetiva captação da influência da distribuição e orientação das fibras do BRF quando este é aplicado em estruturas do tipo casca ou laje.

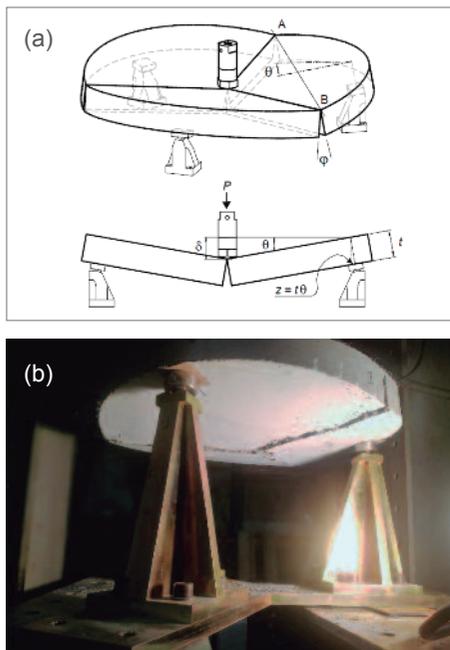


Figura 3 - Ensaios de placas circulares: a) Configuração do ensaio de acordo com a norma ASTM C1550 (extraído de [14]); b) Exemplo da rotura de placa circular após realização em ensaio realizado nos laboratórios da CiviTest.

Os ensaios de tração direta são realizados de acordo com o RILEM TC-162-TDF [15], consistindo na aplicação de uma carga axial de tração em provetes cilíndricos com diâmetro de 150 mm e 150 mm de altura, o qual apresenta um entalhe de 15 mm ao longo de todo o perímetro a meia altura do provete. Alternativamente ao ensaio de tração direta proposto pelo RILEM TC-162-TDF, é possível realizar ensaios de tração direta em provetes com geometria de "osso" [16], utilizando uma configuração de ensaio com recurso a garras para transmissão das forças de tração. Embora os ensaios de tração direta sejam os mais apropriados para obter a relação tensão-abertura de fenda do BRF, estes são ensaios complexos, morosos e com custo significativo, pois exigem equipamentos sofisticados e cuidadosa metodologia de ensaio. Por outro lado, se a secção de fratura do provete for relativamente pequena, a dispersão de resultados é, em geral, elevada, pois estes ficam demasiado suscetíveis ao número, dispersão e orientação de fibras nessa secção

No âmbito dos ensaios de tração indireta é possível destacar a potencialidade do *Double Wedge Splitting Test* (DWST) [17] para a obtenção da relação da força-abertura de fenda do BRF. O ensaio passa pela imposição de um estado de tensão de tração ao provete de BRF através da aplicação de uma força de compressão, recorrendo a uma metodologia de ensaio mais simples do que a exigida pelos ensaios de tração direta (Figura 4a). Os provetes de BRF são dotados de entalhes que propiciam a localização da fenda de rotura, por forma a monitorizar a sua abertura durante a realização do ensaio (Figura 4b). Os provetes de BRF podem ser fabricados ou extraídos de elementos estruturais previamente executados. Este tipo de ensaio é utilizado com frequência em campanhas de diagnóstico de patologias de pavimentos industriais em BRF, dado que são compatíveis com a técnica de obtenção de amostras (carotes) e permitem a caracterização do comportamento do BRF à tração [18].

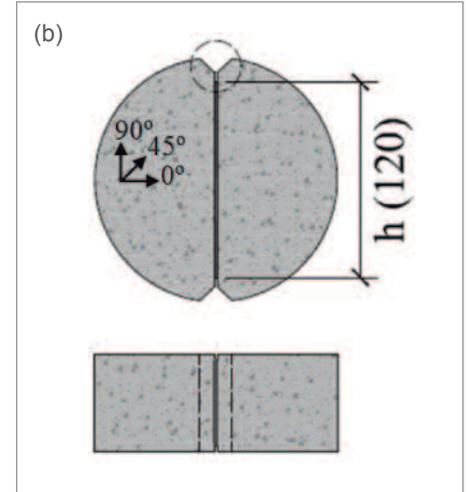
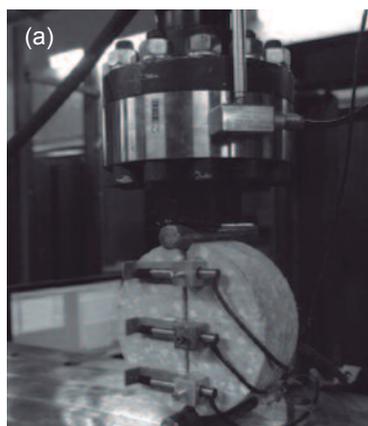
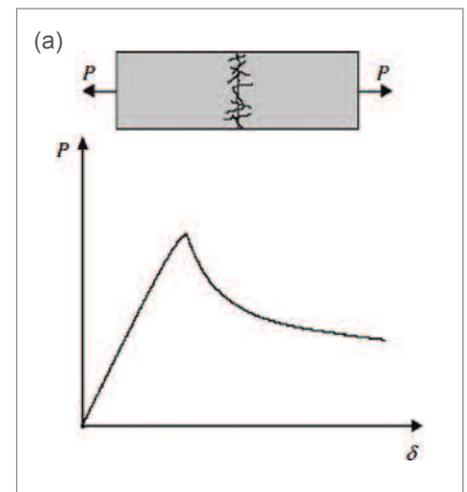


Figura 4 - Ensaio de tração indireta DWST. a) Configuração de ensaio; b) Geometria do provete de BRF (extraído de [19]).

Um BRF pode apresentar comportamento de amolecimento ou endurecimento em tração, sendo essa avaliação efetuada por intermédio de um ensaio de tração direta em provete não entalhado. O BRF apresenta amolecimento em tração quando existe uma redução da capacidade de carga com o aumento da abertura de fenda após a formação da 1ª fenda (Figura 5a). Por sua vez, um BRF apresenta um comportamento de endurecimento em tração quando existe um aumento da capacidade de carga com o aumento da deformação até um nível de extensão última ( $\epsilon_u$ ) de, pelo menos, 1% (Figura 5b). Na rotura o BRF com amolecimento em tração apresenta a formação de uma fenda predominante, enquanto que o BRF com endurecimento desenvolve a formação de várias fendas, com um padrão tão mais difuso quanto maior o número de fendas e menor a sua abertura e espaçamento. Para os níveis correntes de volume de fibras usados, o BRF apresenta um comportamento de amolecimento em tração.



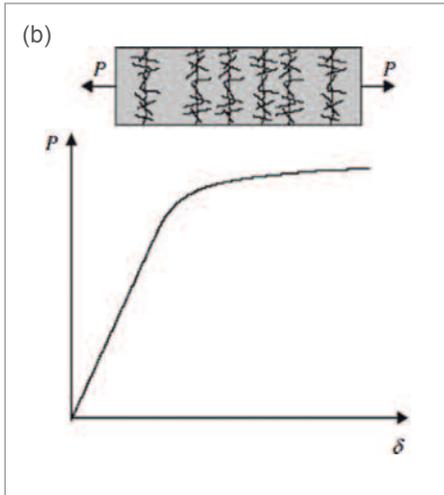


Figura 5 - Resposta típica da Força (P)-deformação(δ) do BRF: a) Amolecimento em tração; b) Endurecimento em tração (extraído de [20]).

### 3 DEFINIÇÃO DAS LEIS CONSTITUTIVAS PARA ANÁLISE ESTRUTURAS ULS E SLS

A primeira etapa para o dimensionamento de elementos estruturais em BRF passa pela definição da lei constitutiva do material. Tal como anteriormente mencionado, o BRF apresenta um comportamento à compressão similar ao betão simples. Neste sentido, é possível aplicar a relação tensão-extensão indicada no MC2010 ou no Eurocódigo 2[21] para o betão simples ao BRF.

Contrariamente ao betão simples ou betão reforçado com armaduras convencionais, onde a contribuição da resistência do betão à tração é desprezada para o dimensionamento dos elementos estruturais, o BRF apresenta uma resistência à tração pós-fendilhação que deve ser considerada no dimensionamento. É possível assumir que o comportamento do BRF pré-fendilhação é similar ao betão simples, sendo aplicável a relação tensão-extensão do MC2010 (Figura 6).

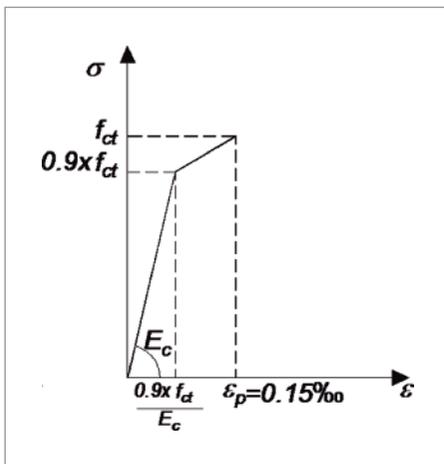
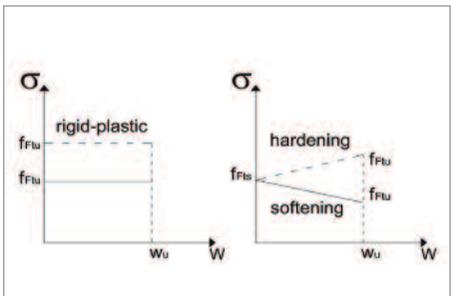


Figura 6 - Relação tensão-extensão pré-fendilhação do betão simples e BRF [8].

Como a formação de fendas na matriz do BRF é um fenómeno discreto, a utilização de uma relação tensão-abertura de fenda representa o conceito mais adequado para caracterizar o comportamento pós-fendilhação do BRF, nomeadamente em BRF's com comportamento de amolecimento em tração. No MC2010 são apresentados os modelos constitutivos que definem o comportamento do BRF, os quais são dependentes do tipo de estado limite em análise.

Para a análise dos estados limite últimos (ULS) de elementos estruturais em BRF pode ser utilizado um dos dois seguintes modelos: (i) rígido-plástico; e o (ii) linear. Na Figura 7 são apresentados ambos os modelos, onde:  $w_u$  corresponde ao valor último de abertura de fenda de acordo com critério adotado para ULS;  $f_{FRu}$  é o valor último da resistência residual à tração do BRF; e  $f_{FRs}$  corresponde ao valor da resistência residual à tração de acordo com o critério adotado para SLS. Para BRF's com comportamento de amolecimento em tração (linha contínua na Figura 7) o valor de  $f_{FRu}$  é inferior a  $f_{FRs}$ , enquanto que para BRF's com endurecimento em tração (linha interrompida na Figura 7) o valor de  $f_{FRu}$  é superior a  $f_{FRs}$ .



Modelo rígido-plástico:

$$f_{FRu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad (2)$$

Modelo linear:

$$f_{FRs} = 0.45 \cdot f_{R1} \quad (3)$$

$$f_{FRu} = f_{FRs} - \frac{w_u}{CMOD_s} \cdot (f_{FRs} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad (4)$$

Figura 7 - Relação tensão-abertura de fenda para análise dos ULS de elementos em BRF [8].

Para ambos os modelos de análise dos ULS, o valor último da abertura de fendas,  $w_u$ , é obtido através da seguinte expressão [8]:

$$w_u = \min(2.5mm; l_{cs} \cdot \epsilon_{FRu}) \quad (5)$$

onde  $\epsilon_{FRu}$  é a extensão última de tração do BRF, e  $l_{cs}$  é o comprimento estrutural característico. O valor de  $\epsilon_{FRu}$  é dependente da variação da extensão na secção do elemento estrutural, apresentado o valor de  $\epsilon_{FRu}=1\%$  para secções submetidas a um valor constante de deformação de tração, e um valor igual a  $\epsilon_{FRu}=2\%$  para secções submetidas à flexão simples ou composta. [8]. O comprimento estrutural característico é a grandeza que permite relacionar a abertura de fenda de um material com a extensão de tração. Para elementos estruturais com armadura convencional, o comprimento estrutural característico é determinado pela seguinte expressão [8]:

$$l_{cs} = \min(y, s_{rm}) \quad (6)$$

onde  $y$  é a distância entre a posição do eixo neutro e a fibra mais tracionada da secção transversal, e  $s_{rm}$  é a distância média entre fendas. Para este efeito, a posição do eixo neutro deve ser determinada considerando um carregamento correspondente ao estado limite de fendilhação, o qual geralmente é avaliado considerando um carregamento correspondente à combinação de ações quase-permanente, e assumindo que a resistência à tração do BRF é nula [8].

A distância média entre fendas,  $s_{rm}$ , pode ser estimada com base no comprimento de transferência por aderência,  $l_{s,max}$ , segundo a expressão:

$$s_{rm} = 1.5 \cdot l_{s,max} \quad (7)$$

No MC2010 é apresentada a metodologia de cálculo de  $l_{s,max}$ , a qual é apresentada na secção 4 deste artigo.

Para elementos estruturais sem armaduras longitudinais convencionais, considera-se que o comprimento estrutural característico é igual à altura da secção transversal,  $l_{cs}=h$  [8].

Embora o comportamento pós-fendilhação do BRF seja mais corretamente descrito através da definição de uma relação tensão-abertura de fenda [22], para a análise e dimensionamento de estruturas é mais prática a utilização de uma relação tensão-extensão para simular o comportamento dos materiais. Desta forma, recorre-se ao conceito do comprimento estrutural característico para converter a abertura de fenda em extensão de tração através da expressão [8]:

$$\epsilon = \frac{w}{l_{cs}} \quad (8)$$

Para a verificação dos estados limite de serviço (SLS), um dos três modelos tensão-extensão apresentados no MC2010 (Figura 8) é aplicável para caracterizar o comportamento do BRF à tração. Os valores de  $f_{Fts}$  e  $f_{Ftu}$  são determinados de acordo com as Eqs. (3) e (4), respetivamente.

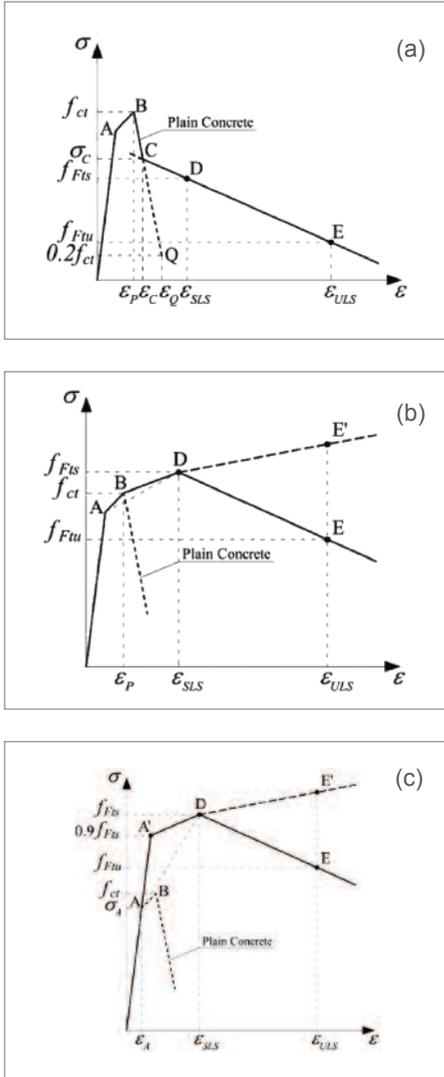


Figura 8 - Relação tensão-extensão para análise SLS do BRF (a) Caso I; (b) Caso II; (c) Caso III [8].

O Caso I é aplicável a BRF com amolecimento ( $f_{Fts} < f_{ct}$ ), enquanto os Casos II e III são aplicáveis a materiais com maior capacidade de carga durante a fase de propagação de fendas. No MC2010 é apresentada mais informação sobre a obtenção das variáveis que definem cada um dos casos.

Para a verificação de segurança de estruturas com elementos em BRF são aplicáveis os coeficientes parciais de segurança,  $\gamma_f$ , aos valores da resistência à compressão e tração do material,  $X_d$ , nomeadamente:

$$X_d = \frac{X}{\gamma_f} \quad (9)$$

Para os SLS e ULS são utilizados os valores característicos da resistência do BRF,  $X_k$ . Para a obtenção dos valores de cálculo,  $X_d$ , o coeficiente parcial de segurança adota o valor de 1.0 e 1.5 para os SLS e ULS, respetivamente.

#### 4 AVALIAÇÃO DA SEGURANÇA PARA ULS E SLS DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS REFORÇADOS COM FIBRAS

Os elementos estruturais em BRF quando submetidos a esforços de flexão beneficiam da resistência pós-fendilhação do BRF, aumentando não somente a sua resistência à flexão, mas também a sua capacidade deformacional por flexão. Este tipo de reforço torna-se especialmente útil em estruturas estaticamente indeterminadas, dado que é possível explorar a capacidade de redistribuição de esforços promovida pelo BRF. Salienta-se que os reforços em fibras não permitem substituir totalmente as armaduras longitudinais de tração em estruturas com zonas onde se desenvolvem elevados gradientes de deformação de tração e onde o colapso dessas zonas pode degenerar em roturas catastróficas. No entanto o uso criterioso de fibras e armaduras convencionais é estratégia possível para obter sistemas construtivos seguros, mais duráveis, de menor custo de manutenção, e de custo competitivo [6], [7].

Uma das principais vantagens da utilização de fibras discretas passa pela eliminação total ou parcial de armaduras convencionais no reforço ao corte de vigas [23]–[25] e do punçoamento de lajes [26]. De acordo com o MC2010, a resistência ao corte de elementos estruturais em BRF é determinada segundo a expressão:

$$V_{rd,f} = \left( \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho_{sl} \left( 1 + 7.5 \cdot \frac{f_{Ftuk}}{f_{ck}} \right) \cdot f_{ck} \right)^{1/3} + 0.15 \cdot \sigma_{cp} \right) b_w \cdot d \quad (10)$$

onde  $\gamma_c=1.5$  é o coeficiente parcial de segurança para o betão simples;  $K=1+\sqrt{200/d} \leq 2.0$  é um fator que tem em conta a dimensão da secção transversal;  $d$  é a altura efetiva da secção transversal [mm];  $\rho_{sl}=A_{sl}/(b_w \cdot d)$  é a percentagem de armadura longitudinal do elemento;  $A_{sl}$  é a área de armadura longitudinal convencional [mm<sup>2</sup>];  $f_{Ftuk}$  é o valor característico da resistência residual última à tração do BRF determinado de acordo com a Eq. (4), admitindo que  $W_u=1.5\text{mm}$  [MPa];  $f_{ctk}$  é o valor característico da resistência à tração do betão sem fibras [MPa];  $f_{ck}$  é o valor característico da resistência à compressão do BRF [MPa];  $\sigma_{cp}$  é a tensão axial média da secção transversal [MPa], considerado positiva quando de compressão; e  $b_w$  é a menor largura da zona tracionada da secção transversal [mm].

A Eq. (10) é baseada na expressão da resistência ao corte de secções transversais de betão armado sem armaduras transversais proposta pelo Eurocódigo 2, onde a contribuição das fibras para a resistência ao corte é dada pelo fator:

$$\left( \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left( 100 \cdot \rho_{sl} \cdot 7.5 \cdot \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \cdot f_{ck} \right)^{1/3} \right) b_w \cdot d$$

De forma análoga, a resistência ao punçoamento de lajes em BRF é incrementada pela utilização de fibras discretas, sendo a sua contribuição determinada segundo a expressão [8]:

$$V_{rd,f} = \frac{f_{Ftuk} \cdot b_0 \cdot d_v}{\gamma_f} \quad (11)$$

onde,  $\gamma_f=1.5$  é o coeficiente parcial de segurança para a verificação de segurança dos ULS para elementos em BRF;  $f_{Ftuk}$  é o valor característico da resistência residual última à tração do BRF, determinada de acordo com a Eq. (4) considerando  $W_u=1.5\text{mm}$  [MPa];  $b_0$  é o perímetro de controlo de punçoamento [mm]; e  $d_v$  corresponde à altura efetiva de resistência ao punçoamento [mm]. A contribuição providenciada pelas fibras para a resistência ao punçoamento deve ser adicionada à contribuição da matriz do betão,  $V_{rd,c}$  e das armaduras transversais convencionais,  $V_{rd,s}$ . Metodologias mais refinadas de cálculo da resistência ao punçoamento de elementos em BRF podem ser consultados em [26], [27].

A utilização de fibras discretas tem ainda um benefício muito significativo no controlo da fendilhação de elementos estruturais, resultante da resistência à tração pós-fendilhação garantida pelo BRF. Desta forma, o BRF pode ser usado para diminuir a abertura de fenda e o espaçamento entre fendas com repercussões favoráveis na durabilidade das estruturas de betão armado. De facto, o reforço proporcionado pelas fibras diminui o comprimento de transferência das tensões de tração entre as armaduras e o betão envolvente. O MC2010 recomenda a utilização da Eq. (12) para a determinação do comprimento de transferência por aderência para elementos em betão armado sem fibras, e da Eq. (13) para elementos em BRF [8]:

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{bm}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \quad (12)$$

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \quad (13)$$

# Novos Materiais e Tecnologias

onde  $k$  corresponde a um valor empírico que tem em conta a influência do recobrimento das armaduras longitudinais que, simplificada, se pode assumir como  $k=1.0$ ;  $\varnothing_s$  é o diâmetro das armaduras longitudinais;  $\tau_{bms}$  é o valor médio da resistência de aderência entre o betão e as armaduras longitudinais (ver Tabela 7.6-2 do MC2010); e  $\rho_{s,ef} = A_s/A_{s,ef}$  corresponde à percentagem de armaduras efetivas, obtida através da razão entre a área de armaduras longitudinais ( $A_s$ ) no interior da área efetiva de betão em tração ( $A_{s,ef}$ ). A área efetiva de betão à tração  $A_{s,ef}$  pode ser estimada de acordo com a metodologia apresentada na Fig. 7.6-4 do MC2010.

A abertura de fendas de um elemento em BRF é determinada de acordo com a expressão [8]:

$$w_d = 2 \cdot l_{s,max} \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr} - \eta_R \cdot \epsilon_{sh} \cdot E_s) \quad (14)$$

onde  $\epsilon_{sh}$  é a extensão de retração do betão;  $\sigma_s$  é a tensão nas armaduras longitudinais na secção da fenda;  $\sigma_{sr}$  corresponde à tensão máxima das armaduras longitudinais na fenda durante a fase de formação de fendas;  $\beta$  é um coeficiente relativo à avaliação da extensão no aço ao longo do comprimento  $l_{s,max}$ ;  $\eta$  é um coeficiente relativo à contribuição da retração na abertura das fendas;  $E_s$  é o módulo de elasticidade das armaduras longitudinais [MPa]. Os coeficientes  $\beta$  e  $\eta$ , podem ser obtidos na tabela 7.6-2 do MC2010. A tensão  $\sigma_{sr}$  pode ser determinada de acordo com a expressão [8]:

$$\sigma_{sr} = (f_{ctm} - f_{Ftsm}) \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef})}{\rho_{s,ef}} \quad (15)$$

onde  $\alpha_e = E_s/E_c$ , sendo  $E_c$  o módulo efetivo de Young do betão, considerando o efeito da fluência,  $E_c = E_c^0 / (1 + \varphi)$ , onde  $\varphi$  é o coeficiente de fluência do betão (que de forma simplificada pode ser considerado igual ao do betão convencional de classe de resistência do seu homólogo em BRF).

A determinação do valor da tensão das armaduras longitudinais na secção da fenda,  $\sigma_s$ , é obtida tendo em conta os esforços na secção e considerando a relação tensão-extensão do BRF para SLS.

Devido à contribuição da resistência à tração pós-fendilhagem providenciada pela adição de fibras ao betão, verifica-se uma redução do estado de tensão de tração das armaduras convencionais em elementos de BRF comparativamente com elementos de betão armado com iguais percentagens de armadura convencionais.

Dado que as fibras discretas garantem uma certa capacidade de transferência de tensões através das fendas na matriz do betão, a inércia em fase fendilhada de um elemento estrutural em BRF é superior ao seu homólogo sem o reforço das fibras, contribuindo para o aumento da sua rigidez e, conseqüentemente, para a verificação dos estados limites por deformação.

A CiviTest - Pesquisa de Novos Materiais para a Engenharia Civil, Lda. desenvolveu uma ferramenta de cálculo - FRCcalc [28] - (Figura 9) que permite a análise dos ULS e SLS de secções transversais de BRF submetidas a esforços de flexão composta e simples, permitindo avaliar a capacidade resistente à flexão (Figura 10) e corte de elementos estruturais, bem como executar as verificações de segurança relativas aos estados limite de abertura de fenda e limitação de tensões, de acordo com as recomendações do MC2010.

Adicionalmente, a ferramenta permite ainda realizar uma análise comparativa com secções de betão com armadura longitudinal e transversal convencional, permitindo efetuar estudos de substituição das armaduras convencionais por reforços em forma de fibras discretas. Na Figura 9 apresenta-se interface principal com o utilizador, encontrando-se na Figura 10 um dos vários resultados gráficos possíveis de obter com este software, neste caso a relação momento-curvatura e momento-abertura de fenda para secção em BRF e somente com armadura convencional (BA), cujos dados são os apresentados na Figura 9, onde é possível verificar os benefícios derivados da utilização do BRF em termos de capacidade resistente à flexão e diminuição da abertura de fenda.

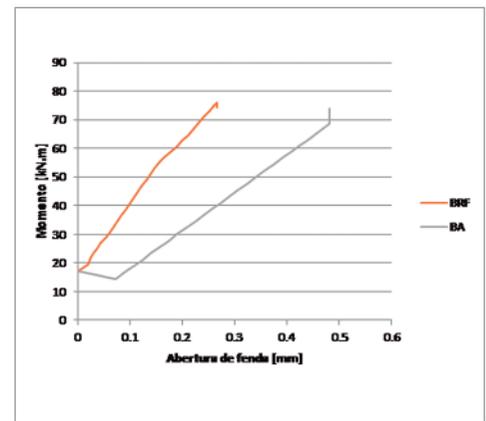
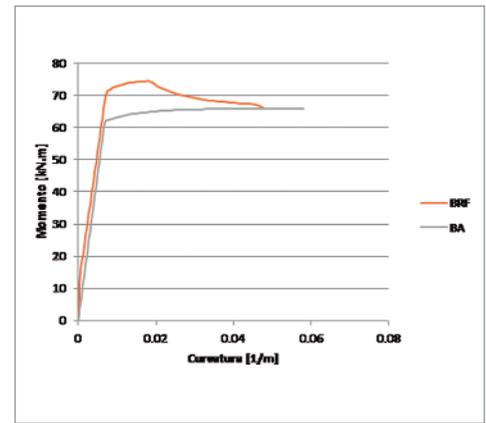


Figura 10 - Exemplo dos resultados obtidos através da ferramenta FRCcalc.

## 5 CONCLUSÕES

No presente trabalho foram descritas as metodologias propostas pelo Código Modelo CEB-FIP 2010 (MC2010) para o dimensionamento de estruturas em betão reforçado com fibras (BRF), incluindo, ou não armaduras convencionais.

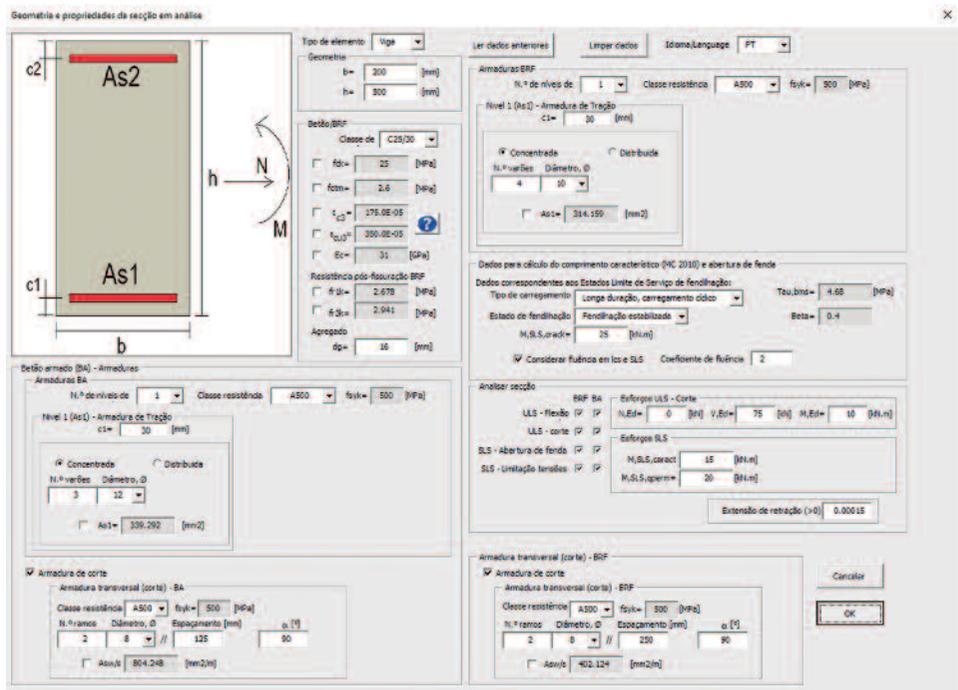


Figura 9 - Interface da ferramenta de cálculo de elementos de BRF, FRCcalc.

Foi apresentada a metodologia de classificação do BRF, nomeadamente das classes de tenacidade que devem ser usadas para a prescrição deste material. Foram ainda abordados os ensaios experimentais que podem ser utilizados para caracterizar o comportamento do BRF.

Foram identificadas as leis constitutivas propostas pelo MC2010 para a análise dos ULS e SLS de elementos estruturais em BRF, tendo ainda sido apresentados os métodos de cálculo para o dimensionamento deste tipo de elementos. Finalmente, apresentou-se uma das ferramentas de cálculo desenvolvidas pela CiviTest para auxílio no projeto de estruturas de BRF.

## 6 AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à FCT e à CiviTest o apoio ao abrigo da bolsa de doutoramento SFRH/BDE/96381/2013. O segundo e último autores agradecem o suporte do projeto PTDC/ECM-EST/2635/2014 da FCT.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- [1] Ronald F. Zollo, "Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 19, no. 2, pp. 107–122, 1997.
- [2] A. M. Brandt, "Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering," *Compos. Struct.*, vol. 86, no. 1–3, pp. 3–9, Nov. 2008.
- [3] J. A. O. Barros, "Comportamento do betão reforçado com fibras - análise experimental e simulação numérica / Behavior of fiber reinforced concrete - experimental and numerical analysis," PhD Thesis, Department of Civil Engineering, FEUP, Portugal, 1995.
- [4] J. A. O. Barros and J. Sena-Cruz, "Fracture energy of steel fiber-reinforced concrete," *Mech. Compos. Mater. Struct.*, vol. 8, no. 1, pp. 29–45, 2001.
- [5] L. Lourenço, "Betão reforçado com fibras: aplicações e técnicas de inspeção e reforço de elementos estruturais afetados pela ação de um fogo," 2013.
- [6] J. A. Barros, "Report on design and construction of steel fiber-reinforced concrete elevated slabs," 2015.
- [7] J. A. Barros, M. Di Prisco, and C. Di Prisco, "Modelling FRC infrastructures taking into account the soil-structure interaction," in *Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2009*, 2009.
- [8] fib-federation internationale du beton, *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. John Wiley & Sons, 2013.
- [9] European Committee for Standardization, *Concrete Part 1: Specification, performance, production and conformity*, vol. EN 206-1. 2005.
- [10] European Committee for Standardization, *Test method for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)*, vol. EN 14651. 2005.
- [11] RILEM TC 162-TDF, "Recommendations of RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: bending test," *Mater. Struct.*, vol. 35, no. 253, pp. 579–582, 2002.
- [12] ASTM International, *Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete (Using Centrally Loaded Round Panel)*, vol. ASTM C1550-08. 2008.
- [13] H. Salehian, J. A. O. Barros, and M. Taheri, "Evaluation of the influence of post-cracking response of steel fibre reinforced concrete (SFRC) on load carrying capacity of SFRC panels," *Constr. Build. Mater.*, vol. 73, pp. 289–304, Dec. 2014.
- [14] E. S. Bernard, "The role of friction in post-crack energy absorption of fiber reinforced concrete in the round panel test," *J. ASTM Int.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–12, 2005.
- [15] RILEM TC 162-TDF, "Recommendations of RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete," *Mater. Struct.*, vol. 34, pp. 3–6, 2001.
- [16] V. Mechtcherine, "Testing behaviour of strain hardening cement-based composites in tension - summary of recent research," in *Fifth International RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC5)*, 2014, pp. 13–22.
- [17] M. di Prisco, L. Ferrara, and M. G. L. Lamperti, "Double edge wedge splitting (DEWS): an indirect tension test to identify post-cracking behaviour of fibre reinforced cementitious composites," *Mater. Struct.*, vol. 46, no. 11, pp. 1893–1918, Nov. 2013.
- [18] D. Gonçalves, I. Costa, and T. Valente, "Interpretação e Justificação de Danos Ocorridos em Pavimento de Betão Poroso," CiviTest - Pesquisa de Novos Materiais para a Engenharia Civil, Lda, Vila Nova de Famalicão, Relatório Confidencial CVT170-78, 2017.
- [19] R. M. Lameiras, "Sandwich structural panels comprising thin-walled SFRSCC and GFRP connectors: from material features to structural behaviour," PhD Thesis, Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, 2016.
- [20] M. di Prisco, G. Plizzari, and L. Vandewalle, "Fibre reinforced concrete: new design perspectives," *Mater. Struct.*, vol. 42, no. 9, pp. 1261–1281, Nov. 2009.
- [21] European Committee for Standardization, *Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings*, vol. NP EN 1992-1-1. 2010.
- [22] J. A. O. Barros, M. Taheri, and H. Salehian, "A model to simulate the moment-rotation and crack width of FRC members reinforced with longitudinal bars," *Eng. Struct.*, vol. 100, pp. 43–56, Oct. 2015.
- [23] J. A. Barros, L. A. Lourenço, F. Soltanzadeh, and M. Taheri, "Steel-fibre reinforced concrete for elements failing in bending and in shear," *Eur. J. Environ. Civ. Eng.*, vol. 18, no. 1, pp. 33–65, 2014.
- [24] F. Soltanzadeh, H. Mazaheripour, J. A. Barros, M. Taheri, and J. Sena-Cruz, "Experimental study on shear behavior of HPFRC beams reinforced by hybrid pre-stressed GFRP and steel bars," presented at the 7th International Conference on Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites in Civil Engineering (CICE 2014), Vancouver, Canadá, 2014, p. 6.
- [25] M. Imam, L. Vandewalle, F. Mortelmans, and D. Van Gemert, "Shear domain of fibre-reinforced high-strength concrete beams," *Eng. Struct.*, vol. 19, no. 9, pp. 738–747, Sep. 1997.
- [26] J. A. O. Barros, B. N. Moraes Neto, G. S. S. A. Melo, and C. M. V. Frazão, "Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach," *Compos. Part B Eng.*, vol. 78, pp. 8–25, Sep. 2015.
- [27] H. Salehian and J. A. O. Barros, "Assessment of the performance of steel fibre reinforced self-compacting concrete in elevated slabs," *Cem. Concr. Compos.*, vol. 55, pp. 268–280, Jan. 2015.
- [28] T. Valente and J. Barros, *FRCCalc*. Vila Nova de Famalicão: CiviTest - Pesquisa de Novos Materiais para a Engenharia Civil, Lda, 2018.