

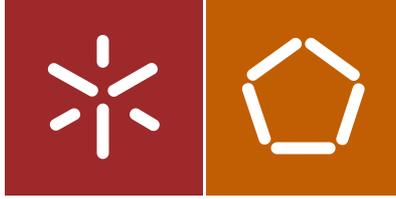


José Paulo Fonseca Ferreira

Ensaaios virtuais à rotura em estruturas de
betão armado com base em modelo BIM

Universidade do Minho
Escola de Engenharia





Universidade do Minho
Escola de Engenharia

José Paulo Fonseca Ferreira

Ensaio virtuais à rotura em estruturas de
betão armado com base em modelo BIM

Dissertação de Mestrado
Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao
Grau de Mestre em Engenharia Civil

Trabalho efectuado sob a orientação de
Professor Doutor Miguel Ângelo Dias Azenha
Doutor Nuno Adriano Leite Mendes
supervisão do
Engenheiro Luís Pedro Bidarra Ferreira

Agradecimentos

Usufruo deste momento para gratificar todos aqueles que me acompanharam durante esta jornada e que tornaram o percurso académico muito mais enriquecedor e especial. Gostava ainda de enaltecer certas figuras determinantes na realização deste trabalho:

- o Professor Doutor Miguel Azenha, meu orientador, a quem eu quero agradecer por todo o conhecimento partilhado, por todo o rigor solicitado, por toda a motivação prestada nos momentos mais complicados, por toda a experiência, profissionalismo e disponibilidade;
- o Doutor Nuno Mendes, meu coorientador e alicerce no desenvolvimento do trabalho na área de análises não-lineares estáticas, a quem eu quero agradecer pela disponibilidade, profissionalismo e conhecimento prestado;
- o Luís Bidarra, pela disponibilidade e conhecimento prestado na criação da metodologia;
- os meus fiéis amigos e meus familiares. À minha guerreira Mãe e ao meu guerreiro Pai, os quais estou inteiramente grato pelo sacrifício diário e pela possibilidade de concluir este curso.

Resumo

Este trabalho teve como objetivo utilizar a informação detalhada providenciada por modelo *BIM* de Estruturas de Betão Armado (incluindo a representação tridimensional de geometria do betão e de todas as armaduras), como base para interoperabilidade com programa de análise não-linear para avaliação do comportamento da estrutura num ensaio virtual à rotura. O objetivo último é proporcionar uma metodologia de verificação de erros/omissões no projeto de estruturas, através de informação sobre a carga última e modo de rotura. Na metodologia proposta, o utilizador não tem que dar mais informação para além daquela que é suficiente em contexto da submissão do projeto de estruturas. O modelo de cálculo é gerado de forma automática e a análise é efetuada (com modelos constitutivos simplificados aptos a permitir tempos de análise curtos e sem problemas de convergência na análise não linear) sem limitar a capacidade em fornecer estimativas verosímeis da carga e mecanismo de rotura da estrutura. Para dar resposta a este desafio, foram considerados dois aspetos principais: (i) a inexistência de metodologias de interoperabilidade entre um programa informático *BIM* e um programa informático de cálculo com elementos finitos para análise não-linear estática; e (ii) a inerente complexidade da análise não-linear estática, não dominada normalmente no contexto de projetistas de estruturas, e frequentemente requerendo tempos de análise de resultados muito demorados (para além dos longos tempos de cálculo e dificuldades nos processos de convergência). A metodologia proposta foi implementada em *Autodesk REVIT* (para modelação *BIM*) e *DIANA* (para análise não-linear estática dos modelos de simulação da estrutura).

A implementação, teste e validação foram efetuados com recurso inicial a uma viga em betão armado, para a qual foram simuladas várias formas de rotura e, posteriormente, recorrendo a uma estrutura porticada, na qual foram também estudadas simulações de erros de modelação/projeto. As demonstrações de viabilidade atingidas permitiram confirmar que a realização de ensaios virtuais à rotura de estruturas de betão armado, a partir de modelos *BIM*, é viável, apesar de serem ainda necessários desenvolvimentos adicionais para melhoria da robustez da deteção de problemas de projeto.

Palavras-chave: *BIM*, interoperabilidade, análise não-linear estática, betão armado, modelo simplificado.

Abstract

The purpose of this work was to use detailed information provided by the Structural Reinforced Concrete *BIM* model (including the three-dimensional representation of concrete geometry and of all the reinforcements), as a foundation for the interoperability with a non-linear analysis program to evaluate the behaviour's structure in a virtual trial to rupture. The final purpose is to supply a verifying methodology of mistakes/omissions in the structural project, through information about the ultimate load and rupture manner. In the suggested methodology, the user only needs to deliver the essential information on structural project submission's context. The model design is automatically generated, and the accomplished analysis made with simplified constitutive models, able to allow short analysis times (without convergence difficulties on the non-linear analysis), with no limitations on the ability to provide a reasonable estimation of the loads and of the structural rupture mechanism. Two primordial aspects were considered to accomplish this challenge: (i) the inexistence of interoperability methodologies between a *BIM* software and a finite element design program for non-linear static analysis; and (ii) the inherent complexity of the non-linear static analysis, normally not mastered in the context of structural designers, and frequently requiring very long time on result analysis (besides the spent time on analysis and the difficulties of the convergence processes). The suggested methodology was implemented in *Autodesk REVIT* (for *BIM* representation) and *DIANA* (for non-linear static analysis of the structural models).

The implementation, test and validation were initially executed on a reinforced concrete beam, which was subjected to several rupture manners, and after on a framed structure, where representation/project simulated mistakes were studied. The viability demonstrations attained allowed to confirm that the accomplishment of virtual trials of reinforced concrete structures subject to rupture with *BIM* models are viable. However, additional developments are essential to improve the efficiency on the detection of project's issues.

Keywords: *BIM*, interoperability, nonlinear static analysis, reinforced concrete, simplified model.

Índice

1.	INTRODUÇÃO	25
1.1.	Enquadramento do tema.....	25
1.2.	Organização da dissertação	32
2.	METODOLOGIA <i>BIM</i> E ANÁLISE NÃO-LINEAR ESTÁTICA	35
2.1.	Metodologia <i>BIM</i>	35
2.1.1.	Perspetiva da metodologia <i>BIM</i> na redução de erros de conceção	36
2.1.2.	Modelo estrutural <i>BIM</i> e principais vantagens da implementação da metodologia <i>BIM</i> no processo de conceção do modelo estrutural.....	37
2.1.3.	Interoperabilidade na metodologia <i>BIM</i> e suas aplicações no modelo estrutural <i>BIM</i>	38
2.2.	Análise não-linear estática	40
2.2.1.	Introdução	40
2.2.2.	Método dos elementos finitos	42
2.2.3.	Modelo de fenda distribuída	44
2.2.3.1.	Modelo baseado nas extensões totais	44
2.2.3.2.	Modelo de múltiplas fendas fixas	48
2.2.3.3.	Modelo Maekawa-Fukuura	49
2.2.4.	Plasticidade	50
2.2.4.1.	Mohr-Coulomb	50
2.2.4.2.	Von Mises.....	51
2.2.5.	Ferramentas numéricas de análise.....	52
2.2.5.1.	Métodos iterativos.....	52
2.2.5.2.	Passos de carga	54
2.2.5.3.	Critérios de convergência	54
2.2.5.4.	Método do comprimento do arco.....	56
2.2.5.5.	Algoritmo procura em linha	58
2.2.5.6.	Processamento e análise de resultados.....	60
3.	METODOLOGIA PARA ANÁLISE NÃO-LINEAR COM BASE EM INFORMAÇÃO <i>BIM</i>	61
3.1.	Extração de informação	63
3.2.	Metodologia de passagem de informação entre <i>Revit</i> e <i>DIANA</i>	65
3.2.1.	Características do projeto	68
3.2.2.	Geometria	68
3.2.3.	Propriedades dos materiais	71
3.2.4.	Condições de carregamento e condições de fronteira	72
3.2.5.	Propriedades da malha de elementos finitos e parâmetros de análise.....	73
3.2.6.	Reflexão das metodologias implementadas no ambiente <i>Dynamo</i>	73
4.	APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA DESENVOLVIDA.....	75
4.1.	Rotura por flexão/corte	76
4.1.1.	Descrição da viga	77

4.1.2.	Simulação numérica da viga SE50A-45 (RB2)	78
4.1.2.1.	Modelo de elementos finitos e método iterativo	79
4.1.2.2.	Análise não-linear estática	79
4.1.2.3.	Descrição dos resultados	80
4.1.3.	Análise analítica da rotura por flexão/corte da viga	81
4.2.	Rotura dúctil por flexão	82
4.2.1.	Descrição da viga	82
4.2.2.	Simulação numérica da viga REF	83
4.2.2.1.	Análise não-linear de elementos finitos	84
4.2.2.2.	Descrição dos resultados	85
4.2.3.	Análise analítica da rotura dúctil por flexão	85
4.3.	Rotura por flexão com esmagamento do betão	86
4.3.1.	Descrição da viga	86
4.3.2.	Cálculo analítico	87
4.4.	Análise numérica avançada	88
4.4.1.	Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura por corte/flexão	92
4.4.1.1.	Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	92
4.4.1.2.	Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais	93
4.4.1.3.	Modelo de múltiplas fendas fixas	94
4.4.1.4.	Modelo de Maekawa-Fukuura	95
4.4.2.	Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura dúctil por flexão	97
4.4.2.1.	Modelo de elementos finitos e método iterativo	98
4.4.2.2.	Modelo de múltiplas fendas fixas	98
4.4.2.3.	Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	101
4.4.2.4.	Modelo de fendas fixas da extensão total	102
4.4.2.5.	Modelo de Maekawa-Fukuura	103
4.4.3.	Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão	106
4.4.3.1.	Modelo de elementos finitos e método iterativo	106
4.4.3.2.	Modelo de fendas rotativas baseadas nas extensões totais	108
4.4.3.3.	Modelo de fendas fixas baseadas nas extensões totais	108
4.4.3.4.	Modelo de múltiplas fendas fixas	109
4.4.3.5.	Modelo de Maekawa-Fukuura	111
4.4.4.	Quadros-resumo	114
4.5.	Análise numérica simplificada	116
4.5.1.	Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura por corte/flexão	118
4.5.1.1.	Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	119
4.5.1.2.	Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais	121
4.5.1.3.	Modelo de múltiplas fendas fixas	122
4.5.1.4.	Modelo de Maekawa-Fukuura	123
4.5.2.	Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura dúctil por flexão	124
4.5.3.	Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão	126
4.5.4.	Quadros-resumo	129
5.	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA A ESTRUTURA PORTICADA	131
5.1.	Descrição da estrutura	131

5.2.	Simulação numérica.....	132
5.2.1.	Modelo de elementos finitos.....	133
5.2.2.	Modelos constitutivos e método iterativo.....	135
5.2.3.	Propriedades materiais.....	136
5.3.	Análise numérica avançada.....	136
5.4.	Análise numérica simplificada.....	152
5.5.	Compilação das curvas de capacidade.....	166
5.6.	Otimização da análise simplificada.....	169
5.6.1.	Métodos iterativos.....	169
5.6.2.	Critério de tolerância.....	170
5.6.3.	Passos de carga automáticos.....	172
5.7.	Aplicação de anomalias/omissões na estrutura porticada.....	175
5.7.1.	Armadura longitudinal mínima.....	176
5.7.2.	Armadura longitudinal inferior à mínima.....	179
5.7.3.	Omissão da armadura de momentos negativos.....	182
5.7.4.	Modificação do comprimento da armadura longitudinal inferior das vigas.....	187
6.	CONCLUSÕES.....	191
6.1.	Desenvolvimentos futuros.....	193
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	195
	ANEXO I.....	202
	ANEXO II.....	206
	ANEXO III.....	211
	ANEXO IV.....	215
	ANEXO V.....	224
	ANEXO VI.....	228
	ANEXO VII.....	233
	ANEXO VIII.....	243

Índice de ilustrações

Ilustração 2.1 - Elemento de estado plano de tensão com indicação do sistema de coordenadas local da fenda.	45
Ilustração 2.2 – Carga e descarga do modelo da extensão total no DIANA [86].	48
Ilustração 2.3 – Indicação do ângulo limite (α) entre duas fendas consecutivas.	48
Ilustração 2.4 – Histerese das curvas de betão fendilhado de Maekawa [82].	49
Ilustração 2.5 – Relações entre tensões principais no critério de Mohr-Coulomb [103].	51
Ilustração 2.6 – Superfícies de cedência no plano π : Tresca e von Mises. Adaptado de [104].	51
Ilustração 2.7 – Esquematização dos métodos iterativos: Newton-Raphson regular (a); Newton-Raphson modificado (b). Adaptado de [86].	53
Ilustração 2.8 – Esquematização do método iterativo Quasi-Newton. Adaptado de [86].	54
Ilustração 2.9 - Representação esquemática da norma de energia. Adaptado de [86].	56
Ilustração 2.10 - Sistema instável sob controlo de força e sob controlo de deslocamento.	57
Ilustração 2.11 - Representação esquemática do processo iterativo do método do arco. O incremento é definido pelo raio da circunferência $\Delta\lambda$ e o próximo ponto é o ponto de interseção entre o caminho e a circunferência. Adaptado de [86].	58
Ilustração 2.12 - Representação esquemática do algoritmo line search. Adaptado de [86].	60
Ilustração 3.1 - Representação de um elemento estrutural com inclusão de armaduras no programa informático Revit. Indicação de possíveis informações a serem atribuídas aos elementos estruturais.	64
Ilustração 3.2 - Fluxo de trabalho praticado.	65
Ilustração 3.3 - Estrutura porticada representada no programa Revit.	66
Ilustração 3.4 – Esquematização da primeira metodologia do ambiente Dynamo.	67
Ilustração 3.5 – Esquematização da segunda metodologia do ambiente Dynamo.	67
Ilustração 3.6 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para representação de um elemento de betão.	69
Ilustração 3.7 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para representação de um elemento de armadura.	70
Ilustração 3.8 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de geometria ao elemento estrutural de betão.	70
Ilustração 3.9 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de geometria ao elemento armadura de reforço.	71
Ilustração 3.10 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de material ao elemento estrutural de betão.	71
Ilustração 3.11 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de material ao elemento armadura.	72
Ilustração 3.12 - Fluxo de trabalho desejável.	74
Ilustração 4.1 – Esquematização dos conteúdos abordados no presente capítulo.	76
Ilustração 4.2 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, condições de fronteira, dimensões e cortes transversais. Dimensões em milímetros.	77
Ilustração 4.3 - Cortes transversais da viga. Indicações das dimensões e quantidade de armadura longitudinal. Dimensões em milímetros.	78
Ilustração 4.4 - Modelo de elementos finitos da viga SE50A-45 (RB2).	79
Ilustração 4.5 – Extensões principais de tração, $E1$, do betão para deslocamentos de 0.65 mm (a); 1.41 mm (b); 1.54 mm (c).	81
Ilustração 4.6 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, das condições de fronteira, das dimensões, da quantidade de armadura longitudinal e de armadura transversal. Dimensões em milímetros.	83
Ilustração 4.7 - Corte transversal da viga. Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal. Dimensões em milímetros.	83

Ilustração 4.8 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, das condições de fronteira, das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal. Dimensões em milímetros.....	86
Ilustração 4.9 - Corte transversal da viga. Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal. Dimensões em milímetros.....	87
Ilustração 4.10 – Esquematização das forças resistentes do elemento estrutural.....	87
Ilustração 4.11 – Diagrama tensão-extensão de Hordijk para descrever o comportamento à tração do betão.....	88
Ilustração 4.12 – Diagrama tensão-extensão do betão à compressão.....	89
Ilustração 4.13 - Diagrama linear implementado para simular a relação entre a tensão da fenda de corte e a componente extensão da fenda de corte [102].....	91
Ilustração 4.14 - Modelo de elementos finitos da viga.....	98
Ilustração 4.15 - Modelo de elementos finitos da viga.....	107
<i>Ilustração 4.16 - Curva ideal-plástica para o comportamento à compressão (a) e à tração (b).....</i>	<i>117</i>
Ilustração 4.17 - Diagrama ideal-plástico equivalente, e inicialmente proposto, para o comportamento à compressão (a) e à tração (b).....	118
Ilustração 4.18 – Configurações complementares a serem implementadas no modelo simplificado: curva ideal-plástica com extensão último à tração do betão igual à do modelo avançado (a); curva ideal-plástica com tensão de tração do betão inferiores à do modelo avançado (b).....	120
Ilustração 5.1 – Malha de elementos finitos: vista em planta. Indicação de alinhamentos.....	134
Ilustração 5.2 – Malhas de elementos finitos: corte AA' (a); corte BB' (b) corte CC' (c). Indicação de pontos notáveis.....	134
Ilustração 5.3 - Extensões principais no betão, E3, no último passo de carga: vista superior (a); corte BB' (b).....	140
Ilustração 5.4 – Deslocamentos incrementais nas direções globais xyz no último passo de carga com deformação absoluta (1×): vista lateral (a); vista frontal (b).....	144
Ilustração 5.5 – Extensões principais de tração (E1): vista lateral (a); vista frontal (b); vista inferior (c); vista em planta (d).....	147
Ilustração 5.6 - Extensões principais no betão, E3, no último passo de carga: vista superior (a); corte BB' (b).....	155
Ilustração 5.7 – Deslocamentos incrementais nas direções globais xyz no último passo de carga com deformação absoluta (1×): vista lateral (a); vista frontal (b).....	158
Ilustração 5.8 – Extensões principais de tração (E1): vista lateral (a); vista frontal (b); vista inferior (c); vista em planta (d).....	161
Ilustração 5.9 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b). Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.....	176
Ilustração 5.10 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b). Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.....	179
Ilustração 5.11 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b). Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.....	182
Ilustração 5.12 – Representação esquemática da armadura longitudinal do pilar e da viga na região de ligação viga-pilar: modelo original (a); modelo anómalo (b).....	185
Ilustração 5.13 – Representação esquemática de um elemento viga. Indicação do comprimento da armadura longitudinal inferior: modelo original (a); primeiro modelo anómalo (b); segundo modelo anómalo (c). Dimensões em milímetros.....	188
Ilustração VI.1 – Representação esquemática da estrutura porticada e secções transversais de um elemento viga. Indicação das armaduras longitudinais e transversais do elemento viga. Dimensões em milímetros. Vista frontal.....	229
Ilustração VI.2 – Representação esquemática de um elemento viga. Indicação dos comprimentos das armaduras longitudinais superiores e inferiores e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista frontal.....	229

Ilustração VI.3 – Representação esquemática de um elemento pilar. Indicação dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista lateral.	230
Ilustração VI.4 – Representação esquemática da estrutura porticada e secções transversais de um elemento pilar. Indicação das armaduras longitudinais e transversais do elemento pilar. Dimensões em milímetros. Vista lateral.	230
Ilustração VI.5 – Representação esquemática de um elemento sapata. Indicação das dimensões principais dos elementos sapata e da profundidade. Dimensões em milímetros. Vista lateral.	231
Ilustração VI.6 – Representação esquemática de um elemento sapata. Indicação das dimensões principais dos elementos sapata e dos comprimentos das armaduras longitudinais e comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista em planta.	231
Ilustração VI.7 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação dos diâmetros e espaçamentos da armadura longitudinal superior. Dimensões em milímetros. Vista em planta.	231
Ilustração VI.8 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação do diâmetro e espaçamento da armadura longitudinal superior de distribuição. Dimensões em milímetros. Vista em planta.	231
Ilustração VI.9 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação dos diâmetros e espaçamentos da armadura longitudinal inferior. Dimensões em milímetros. Vista em planta.	232
Ilustração VI.10 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação do diâmetro e espaçamento da armadura longitudinal inferior de distribuição. Dimensões em milímetros. Vista em planta.	232
Ilustração VI.11 - Corte AA'. Indicação dos diâmetros e espaçamentos das armaduras longitudinais, dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros.	232
Ilustração VI.12 - Corte BB'. Indicação dos diâmetros e espaçamentos das armaduras longitudinais, dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros.	232
Ilustração VII.1 – Secção transversal da viga. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.	235
Ilustração VII.2 – Secção transversal da viga com acréscimo do banzo efetivo. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.	238
Ilustração VII.3 – Secção transversal da viga com acréscimo do banzo efetivo. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.	239
Ilustração VII.4 – Representação esquemática do método das rótulas plásticas.	241

Índice de tabelas

Tabela 4.1 - Dimensões principais da viga.	77
Tabela 4.2 - Dimensões principais da viga.	83
Tabela 4.3 – Pontos implementados na lei bilinear da armadura longitudinal.	84
Tabela 4.4 - Pontos implementados na lei bilinear da armadura transversal.	84
Tabela 5.1 – Quantidades de armadura em correspondência com a localização indicada na ilustração 5.2a.	135
Tabela 5.2 – Quantidades de armadura em correspondência com a localização indicada na ilustração 5.1.	135
Tabela 5.3 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para os respetivos modelos.	168
Tabela 5.4 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para diferentes métodos do procedimento iterativo Quasi-Newton.	170
Tabela 5.5 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para as respetivas configurações da estruturação da matriz de rigidez.	170
Tabela 5.6 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para os diferentes critérios de tolerância.	172
Tabela 5.7 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para diferentes configurações da ferramenta de passos de carga automáticos.	175
Tabela IV.1 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.	216
Tabela IV.2 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.	217
Tabela IV.3 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.	218
Tabela IV.4 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.	219
Tabela IV.5 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.	220
Tabela IV.6 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.	220
Tabela IV.7 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de Maekawa-Fukuura para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.	221
Tabela IV.8 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de Maekawa-Fukuura para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.	222
Tabela IV.9 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de Maekawa-Fukuura para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.	223
Tabela V.1 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.	225
Tabela V.2 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.	226
Tabela V.3 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.	227
Tabela VII.1 – Resumo das capacidades resistentes das vigas para os diversos modelos.	242

Índice de gráficos

Gráfico 4.1 - Curva de capacidade da viga.	80
Gráfico 4.2 - Curva de capacidade da viga.	85
Gráfico 4.3 – Curvas de capacidade com o modelo de fendas rotativas.	92
Gráfico 4.4 – Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.	93
Gráfico 4.5 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	93
Gráfico 4.6 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	94
Gráfico 4.7 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.	94
Gráfico 4.8 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	95
Gráfico 4.9 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	95
Gráfico 4.10 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.	96
Gráfico 4.11 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	96
Gráfico 4.12 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	96
Gráfico 4.13 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	96
Gráfico 4.14 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.	97
Gráfico 4.15 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.	97
Gráfico 4.16 - Curva de capacidade com o modelo das múltiplas fendas fixas.	99
Gráfico 4.17 - Curvas de capacidade com o modelo das múltiplas fendas fixas com diferentes critérios de tolerância.	99
Gráfico 4.18 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	100
Gráfico 4.19 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 45° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	100
Gráfico 4.20 - Curvas de capacidade do modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	101
Gráfico 4.21 - Curvas de capacidade do modelo de fendas rotativas.	101
Gráfico 4.22 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.	102
Gráfico 4.23 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	102
Gráfico 4.24 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	103
Gráfico 4.25 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.	103
Gráfico 4.26 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.	104
Gráfico 4.27 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.	104
Gráfico 4.28 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.	104

Gráfico 4.29 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.	104
Gráfico 4.30 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	105
Gráfico 4.31 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.....	105
Gráfico 4.32 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	106
Gráfico 4.33 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	106
Gráfico 4.34 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas rotativas.	108
Gráfico 4.35 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.	109
Gráfico 4.36 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	109
Gráfico 4.37 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.....	109
Gráfico 4.38 - Curva de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	109
Gráfico 4.39 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	110
Gráfico 4.40 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 45° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	110
Gráfico 4.41 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	111
Gráfico 4.42 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.	112
Gráfico 4.43 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.	112
Gráfico 4.44 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.	112
Gráfico 4.45 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.	112
Gráfico 4.46 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.....	113
Gráfico 4.47 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.	113
Gráfico 4.48 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	114
Gráfico 4.49 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	114
Gráfico 4.50 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas.....	119
Gráfico 4.51 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas rotativas e diagrama ideal-plástico do comportamento à tração do betão baseado na extensão última de tração do betão.	121
Gráfico 4.52 - Curvas de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas rotativas e diagrama ideal-plástico do comportamento à tração do betão baseado em valores de tensão à tração do betão.	121
Gráfico 4.53 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.....	122
Gráfico 4.54 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.....	122
Gráfico 4.55 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.	122
Gráfico 4.56 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.	123

Gráfico 4.58 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.....	123
Gráfico 4.57 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.	123
Gráfico 4.59 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de Poisson.	124
Gráfico 4.60 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.....	124
Gráfico 4.61 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.	125
Gráfico 4.62 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.....	125
Gráfico 4.63 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.	125
Gráfico 4.64 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.	125
Gráfico 4.65 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 30° e diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte com beta igual a 0.2.	126
Gráfico 4.66 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de Poisson.	127
Gráfico 4.67 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.....	127
Gráfico 4.68 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.....	127
Gráfico 4.69 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.	127
Gráfico 4.70 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.	128
Gráfico 4.71 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.....	128
Gráfico 4.72 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 30° e diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte com beta igual a 0.2.	128
Gráfico 5.1 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.....	137
Gráfico 5.2 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.....	138
Gráfico 5.3 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.....	139
Gráfico 5.4 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.....	139
Gráfico 5.5 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 1.....	141
Gráfico 5.6 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 1.....	141
Gráfico 5.7 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 2.....	142
Gráfico 5.8 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 2.....	142
Gráfico 5.9 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 3.....	142
Gráfico 5.10 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 3.....	142
Gráfico 5.11 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 4.....	143
Gráfico 5.12 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 4.....	143
Gráfico 5.13 – Curvas de capacidade da estrutura baseadas nos respetivos nós.	144
Gráfico 5.14 – Deslocamento relativo do pilar na direção xx.	145
Gráfico 5.15 – Deslocamento relativo do pilar na direção yy.	145
Gráfico 5.16 – Deslocamento relativo da viga na direção zz.	146
Gráfico 5.17 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento A.	146

Gráfico 5.18 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento B.	146
Gráfico 5.19 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento C.	146
Gráfico 5.20 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.	148
Gráfico 5.21 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão.	148
Gráfico 5.22 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.	149
Gráfico 5.23 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar.	149
Gráfico 5.24 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.	150
Gráfico 5.25 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão..	150
Gráfico 5.26 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.	150
Gráfico 5.27 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.	150
Gráfico 5.28 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.	151
Gráfico 5.29 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão..	151
Gráfico 5.30 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.	151
Gráfico 5.31 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.	151
Gráfico 5.32 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.	152
Gráfico 5.33 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.	153
Gráfico 5.34 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.	154
Gráfico 5.35 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.	154
Gráfico 5.36 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 1.	155
Gráfico 5.37 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 1.	155
Gráfico 5.38 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 2.	156
Gráfico 5.39 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 2.	156
Gráfico 5.40 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 3.	156
Gráfico 5.41 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 3.	156
Gráfico 5.42 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 4.	157
Gráfico 5.43 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 4.	157
Gráfico 5.44 – Curvas de capacidade da estrutura baseadas nos respetivos nós.	158
Gráfico 5.45 – Deslocamento relativo do pilar na direção xx.	159
Gráfico 5.46 – Deslocamento relativo do pilar na direção yy.	159
Gráfico 5.47 – Deslocamento relativo da viga na direção zz.	160
Gráfico 5.48 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento A.	160
Gráfico 5.49 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento B.	160
Gráfico 5.50 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento C.	160
Gráfico 5.51 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.	162
Gráfico 5.52 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão.	162
Gráfico 5.53 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.	163

Gráfico 5.54 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar.	163
Gráfico 5.55 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.....	163
Gráfico 5.56 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão..	163
Gráfico 5.57 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.....	164
Gráfico 5.58 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.	164
Gráfico 5.59 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.....	164
Gráfico 5.60 – Evolução das tensões na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão.	164
Gráfico 5.61 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.....	165
Gráfico 5.62 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.	165
Gráfico 5.63 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.....	166
Gráfico 5.64 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.....	167
Gráfico 5.65 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão, com critério de tolerância de 1×10^{-2}	171
Gráfico 5.66 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 0.1.....	173
Gráfico 5.67 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 0.5.....	173
Gráfico 5.68 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 1.....	173
Gráfico 5.69 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão, com passos de carga automáticos e passos de carga manuais.	174
Gráfico 5.70 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.	177
Gráfico 5.71 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original.	178
Gráfico 5.72 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo.	178
Gráfico 5.73 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.	178
Gráfico 5.74 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.	178
Gráfico 5.75 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.	180
Gráfico 5.76 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original.	181
Gráfico 5.77 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo.	181
Gráfico 5.78 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.	181
Gráfico 5.79 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.	181
Gráfico 5.80 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.	183

Gráfico 5.81 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo original.	184
Gráfico 5.82 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.	184
Gráfico 5.83 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais do pilar, que amarram na viga, e nas armaduras de distribuição de momentos negativos da laje, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.	184
Gráfico 5.84 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais do pilar, que amarram na viga, e nas armaduras de distribuição de momentos negativos da laje, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.	184
Gráfico 5.85 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.	186
Gráfico 5.86 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.	187
Gráfico 5.87 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo original.	187
Gráfico 5.88 – Evolução das tensões na armadura transversal no topo do pilar do modelo anómalo e do modelo original.	187
Gráfico 5.89 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do primeiro modelo anómalo.	189
Gráfico 5.90 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do segundo modelo anómalo.	189

1. Introdução

1.1. Enquadramento do tema

Segundo a Lei n.º 40/2015 do Diário da República [1], o projeto de um edifício pode ser interpretado como: *“o conjunto coordenado de documentos escritos e desenhados que definem e caracterizam a conceção funcional, estética e construtiva de uma obra, bem como a sua inequívoca interpretação por parte das entidades intervenientes na sua execução”*. Por sua vez, o projeto de um edifício integra uma equipa multidisciplinar, compreendendo frequentemente, entre outros, os seguintes intervenientes: dono de obra, coordenador, arquitetos, engenheiros civis, engenheiros eletrotécnicos, engenheiros mecânicos e medidores orçamentistas.

A equipa de projetistas tem como função desenvolver os mais diversos projetos de especialidade [2]. No caso particular do projeto de estruturas, as entidades responsáveis pela conceção e dimensionamento do edifício executam atos de engenharia de significativa responsabilidade e de elevado risco associado.

De forma a colmatar ou minimizar eventuais situações que comprometam a segurança estrutural ou a vida dos mais diversos ocupantes do edifício, os atos de engenharia são estritamente controlados por um leque de instrumentos legislativos e regulamentares. De entre as principais normas e regulamentos existentes na área do projeto de estruturas, destacam-se os Eurocódigos [3], o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado [4], o Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes [5] e a Portaria n.º 701-H/2008, que visam garantir níveis de segurança estrutural, quantificar ações, definir especificações técnicas, entre outros. A informação acessível nos Eurocódigos, concebidos pelo Comité Europeu de Normalização (CEN), tem aumentado significativamente nos últimos anos [6], desempenhando um papel fundamental no processo de projeção do edifício. A Portaria n.º 701-H/2008 contempla instruções para a elaboração de projetos, descrição do faseamento do projeto (programa base, estudo prévio, anteprojecto e projeto de execução) e classificação de obras consoante o seu grau de complexidade.

Dada a complexidade dos processos envolvidos, a introdução de metodologias e conceitos, que visam melhorar a qualidade dos produtos ou serviços na indústria da

construção, é uma tarefa complexa e nem sempre eficaz. Adicionalmente, o mercado tem condicionado a progressiva redução dos honorários do projeto (custo de vida crescente e honorários em estagnação ou redução) em simultânea com a redução do tempo para elaboração do projeto, com prazos extremamente curtos. Todas estas situações comprometem a qualidade da proposta final do projeto [7].

No âmbito do projeto de estruturas, a garantia da qualidade, segundo *Lino et al.* [8], visa, *por um lado, a satisfação dos objetivos do cliente e, por outro, o controlo dos processos e procedimentos de modo a reduzir ao máximo a possibilidade de existência de defeitos e falhas.*

Certos investigadores [9, 10] analisaram diversos casos de rotura estrutural e constataram que a maioria das deficiências são relacionadas com erros de projeto. Por sua vez, de acordo com um estudo realizado por *Lopez e Love* [11], os custos de defeitos e falhas de projeto foram estimados como sendo 7% do valor do contrato. Adicionalmente, as entidades *Bureau Securitas* [12, 13], *Centre Scientifique et Technique de la Construction* [14], *Chalmers University of Technology* [15] e *Socotec* [16] demonstraram que as ocorrências de falta de qualidade em edifícios resultam principalmente das fases de projeto e planeamento da obra, cujos custos associados remontam entre um terço a metade dos custos totais de reparação de todas as deficiências construtivas.

No contexto nacional, *Brito* [17] alerta para a crescente diminuição da qualidade do projeto de estruturas, justificando que as principais causas da escassa qualidade se devem a interesses económicos, inadequada implementação das ferramentas de cálculo, falta de supervisão durante a aprovação dos projetos, prazos inaceitavelmente curtos e falta de deontologia profissional de certos intervenientes.

Consequentemente, o Colégio de Engenharia Civil da Ordem dos Engenheiros tem estado ativo no apelo à melhoria da qualidade do projeto de estruturas mediante um conjunto de recomendações gerais e específicas para o projeto de estruturas [18]. O respetivo documento enfatiza a importância da revisão do projeto por técnicos independentes e experientes na componente da conceção e modelação estrutural. Estas entidades são responsáveis pela implementação e preservação de normas e requisitos

de engenharia e verificação de todo o processo de concepção do projeto [19]. Todavia, a presença destas figuras fiscalizadoras é escassa, principalmente por motivos monetários e de falta de tempo, podendo vir a ser incorporados apenas em obras específicas e com um certo grau de importância e complexidade

O dimensionamento estrutural consiste no processo de proporcionar à estrutura a apropriada resistência às forças aplicadas e aos efeitos de carregamento, atendendo a requisitos económicos (construção e manutenção), de durabilidade, estéticos, de sustentabilidade, ecológicos, entre outros. O processo de dimensionamento está vinculado a regras de conduta implementados por normas e regulamentos. As regulamentações prevaletentes definem estados limites e fatores de segurança parciais que delimitam o dimensionamento atendendo à segurança e funcionalidade estrutural.

O termo “estado limite” refere-se ao estado de perigo iminente para além do qual a estrutura deixa de desempenhar as funções pretendidas, em termos de segurança ou operabilidade [20]. Os estados limite podem ser divididos em três categorias principais: estados limite último, estados limite de serviço e estados limite especiais. Os fatores de segurança parciais, definidos por análises semi-probabilísticas, contabilizam as incertezas relativas aos fatores de carga e resistência do material.

O dimensionamento de uma estrutura de betão armado pode ser descrita pelo seguinte faseamento de tarefas [21, 22]:

- i. **Concepção da estrutura** – envolve a seleção da configuração, geometria e material a ser implementado nos elementos estruturais resistentes. O plano funcional arquitetónico interfere na definição da disposição inicial dos elementos estruturais. As dimensões do sistema estrutural deverão satisfazer os estados limite de serviço e os estados limite último.
- ii. **Realização de análises estruturais globais** – a estrutura concebida é idealizada num programa de cálculo estrutural, por exemplo baseado no método dos elementos finitos. Seguidamente, são efetuadas análises linear-estáticas globais com diferentes configurações de solicitações para determinar as forças ou tensões internas.

- iii. **Dimensionamento dos elementos estruturais de betão e cálculo de armadura capaz de resistir às forças internas** – as dimensões dos elementos estruturais, as propriedades dos materiais e a quantidade de armadura necessária são dimensionadas tendo em consideração a capacidade última das secções transversais críticas. A capacidade última é associada a leis constitutivas não-lineares dos materiais.

Finalizado o dimensionamento, toda a informação relevante para construção do sistema estrutural é referida na fase de pormenorização.

Geralmente, na idealização da estrutura a ser implementada no programa de cálculo de elementos finitos, os elementos estruturais são representados por geometrias simplificadas. As geometrias simplificadas, nomeadamente elementos barra 1D e elementos casca 2D, permitem reduzir o tempo de cálculo de análise sem afetar o rigor da solução. No entanto, é expectável que, com a evolução computacional e com os desenvolvimentos nos métodos para resolver o equilíbrio de sistemas de equações, o tempo de processamento de análise de elementos sólidos seja significativamente reduzido. A adoção de uma análise linear baseada no método de elementos finitos com elementos sólidos permite ao engenheiro projetista uma compreensão mais realística das tensões e extensões existentes nos elementos estruturais. O conhecimento mais exato das tensões e extensões possibilita a adoção de soluções mais económicas [23].

Numa análise linear de elementos finitos, os elementos 1D e 2D fornecem resultados sucintos e eficientes para o engenheiro projetista. Os elementos 3D disponibilizam resultados em tensões que, embora consistem em informações mais detalhadas, requerem um maior esforço de interpretação dos resultados [23]. Nos elementos barra 1D, as cargas e condições de fronteira são introduzidos em pontos singulares ou num determinado alinhamento, enquanto que os elementos de casca 2D possibilitam a aplicação em superfícies. A adoção de elementos sólidos 3D garante uma representação da aplicação das cargas e condições de fronteira mais coerente com a realidade.

O cálculo de armaduras nos elementos estruturais baseia-se no conhecimento de forças internas existentes nos elementos simplificados 1D e 2D. No caso de um

elemento barra 1D, as solicitações causam esforços axiais, torsões, transversais ou fletores, enquanto que, num elemento casca 2D, o modelo de elementos finitos fornece forças internas nas duas direções principais de cada elemento finito. A discretização do elemento sólido em elementos finitos tridimensionais requer que cada elemento finito esteja sujeito a seis tensões $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ e τ_{yz} . O desafio ainda existente consiste em traduzir estas tensões em quantidade de armadura. Este inconveniente foi inicialmente abordado por *Smirnov* [24], em 1983, e por *Kamezawa et al.* [25], em 1994. No entanto, o maior desenvolvimento nas análises de elementos finitos para determinação de armadura em elementos sólidos foi realizada por *Foster et al.* [26], em 2003 e *Hoogenboom e de Boer* [27], em 2008. Em 2010, *Hoogenboom e de Boer* [28] desenvolveram um método de otimização de armadura baseado nas tensões de elementos volumétricos obtidas pelo método dos elementos finitos. A otimização da armadura com recurso a um algoritmo de otimização permite minimizar a taxa de armadura volumétrica, atendendo a requisitos de estado limite último, requisitos de estado limite de serviço – largura da fenda –, efeitos de confinamento de armadura e contabilização de múltiplas combinações de carga. No entanto, as armaduras determinadas pelos modelos estão dispersas pelo volume do sólido, o que não é compatível com os procedimentos práticos de construção. Vários investigadores [29] estão a superar este problema através da introdução de restrições na posição da armadura dentro do volume do elemento estrutural.

A análise linear com elementos finitos é usualmente utilizada no dimensionamento de estruturas de betão armado. Nesta abordagem, os materiais apresentam uma lei constitutiva linear-elástica e as deformações existentes são reduzidas. Adicionalmente, as propriedades materiais, geometria e condições de fronteira mantêm-se constantes para a solicitação aplicada [22].

Esta simplificação no comportamento material permite que a solução da análise linear-estática com elementos finitos seja obtida diretamente. Consequentemente, o tempo de cálculo de análise é bastante reduzido e possibilita a sua execução em projetos estruturais complexos. Um outro aspeto positivo da análise linear com elementos finitos consiste na combinação de diversos casos de carga, de acordo com o princípio de sobreposição.

No entanto, devido à inerente simplificação adotada na análise linear-estática, não é verdadeiramente possível avaliar o comportamento realístico das estruturas de betão armado, sendo necessária bastante capacidade crítica sobre os resultados obtidos. Relevantes fenómenos como a fissuração do betão apenas podem ser simulados de forma explícita através da análise não-linear. Tais fenómenos consistem em comportamentos materiais não-lineares, não-linearidades geométricas e não-linearidades das condições de fronteira. No caso de estruturas de betão armado, existem diversos comportamentos não-lineares que ocorrem a nível material para solicitações crescentes, tais como: fendilhação do betão, plastificação da armadura e esmagamento do betão. Em estruturas hiperstáticas de betão armado, a criação de rótulas plásticas e o próprio fenómeno de fendilhação do betão podem induzir significativas redistribuições de forças internas, resultando num aumento da capacidade resistente do sistema estrutural global (ou em alguns casos à deteção de mecanismos de colapso potencialmente não antecipados), o que não é normalmente possível detetar nas análises linear-estáticas.

As análises não-lineares de elementos finitos (ver subcapítulo 2.2) tem demonstrado ser uma ferramenta eficiente na avaliação da resistência de estruturas existentes com dano ou deterioradas e na determinação de potenciais causas das anomalias estruturais [30], bem como da capacidade estrutural global do edifício. Contudo, o uso da análise não-linear para avaliar estruturas de engenharia civil torna-se impraticável, devido à complexidade na preparação do modelo, tremenda quantidade de tempo de cálculo computacional e necessidade de entidades especializadas [23].

Embora a análise linear-estática não seja capaz de simular e prever os diversos comportamentos não-lineares, a contabilização de equilíbrio local em todas as secções transversais, devido à não excedência da resistência do material, bem como a ductilidade estrutural garantem que o dimensionamento estrutural baseado em análises lineares de elementos finitos seja seguro e frequentemente utilizado no dimensionamento de estruturas [31]. Desempenham aqui também importante papel os métodos de análise plástica limite para comprovar viabilidade de soluções.

Por sua vez, um problema fundamental e predominante que continua a perturbar projetos de construção e contribuem para o aumento do custo e do prazo são

os erros e alterações de concepção/projeto [32]. Os erros de concepção/projeto são suscetíveis e inevitáveis em qualquer projeto de construção e podem afetar negativamente a eficiência e eficácia na gestão do projeto [33]. A sua ocorrência contribui significativamente para o aumento do custo, reformulações na concepção do projeto que, por sua vez, envolve tempo e recursos adicionais, desentendimentos entre entidades profissionais, bem como prejudicam a segurança estrutural.

O tamanho e a complexidade do projeto, o número de profissionais envolvidos, as complexidades de contratação e o custo dos serviços contribuem para deficiências de concepção [34]. Por sua vez, *Cornell* [35] demonstrou que a pressão de prazo não só aumenta a probabilidade de ocorrer erros, como também diminui a possibilidade de os erros serem detetados por procedimentos regulares. Outros problemas sistemáticos podem incluir falta de revisões, controlo e verificações de concepção, reutilização de pormenores e especificações que não têm relevância no projeto, falta de supervisão, prazos apertados e volume de trabalho [36].

Os erros de concepção podem ser referidos como enganos na concepção, omissões na concepção e conflitos na concepção. Os enganos na concepção são constituídos por lapsos (falhas de memória) ou deslizes de atenção. Omissões na concepção ocorrem se algum constituinte do projeto tenha sido esquecido. Por sua vez, conflitos na concepção abrangem constituintes do projeto que estejam sobrepostos e, conseqüentemente, não podem ser construídos ao mesmo tempo.

As principais conseqüências dos erros de concepção em estruturas de betão armado resumem-se a deficiências no dimensionamento estrutural que poderão contribuir para a redução da capacidade resistente do elemento estrutural. Tais deficiências são de destacar insuficiente área de armadura, inadequação das dimensões dos elementos estruturais, insuficiente resistência do betão e das forças de cálculo e modelo analítico incorreto, nomeadamente condições de fronteira.

Embora seja impossível desenvolver sistemas tecnológicos que eliminam o erro humano [37], a introdução de metodologias de verificação/controlo durante todas as fases do ciclo de vida do projeto possibilitam o controlo e redução de erros. *Love et al.*

[34] demonstraram que o processo *BIM* (*Building Information Modelling*) tem um papel fundamental na verificação/controlo do projeto de estruturas.

A metodologia *BIM* possibilita, de entre as diversas potencialidades, a execução de modelação rápida e eficaz de todo o edifício, incluindo armaduras. No contexto internacional, a implementação do processo *BIM* tem constatada um significativo crescimento, já sendo obrigatória em certos países.

A necessidade de introduzir metodologias sistemáticas de verificação de erros humanos de conceção/projeto e a aplicação de *BIM* na prática corrente em projeto estimularam o desenvolvimento do trabalho e poderão viabilizar a implementação da ferramenta que irá ser proposta.

1.2. Organização da dissertação

O trabalho está organizado em seis capítulos, dos quais o primeiro se refere ao capítulo introdutório e o sexto sumariza as conclusões resultantes do trabalho desenvolvido e possíveis desenvolvimentos futuros.

No segundo capítulo realiza-se uma breve revisão do estado da arte da metodologia *Building Information Modelling*, destacando o seu papel na redução de erros de conceção e principais particularidades do modelo estrutural e da interoperabilidade, e, seguidamente, das análises não-lineares estáticas. Em consequência do amplo conhecimento existente nesta área, restringiu-se a informação que se identificou ser de extrema relevância para o correto entendimento do trabalho.

O terceiro capítulo remonta para a criação de uma metodologia de passagem de informação entre um programa informático *BIM* e um programa informático de análises estruturais. O capítulo está dividido em três secções: a primeira secção enaltece as informações relevantes a serem extraídas do modelo *BIM* para realização de análises estruturais, a segunda secção aborda uma metodologia de passagem de informação entre o programa informático *Revit* e o programa informático *Robot Structural Analysis*, e a terceira secção efetua-se uma metodologia de passagem de informação entre o programa informático *Revit* e o programa informático *DIANA*.

No quarto capítulo são introduzidos três modos de rotura convencionais em vigas de betão armado: rotura por corte/flexão, rotura dúctil por flexão e rotura por flexão com esmagamento do betão. Os três casos de estudo foram simulados numericamente, no programa informático *DIANA*, por dois modelos distintos, denominados como: o modelo avançado e o modelo simplificado. O modelo avançado deverá descrever o correto comportamento do material de betão ao longo da sua solicitação, no estado de compressão e no estado de tração. O modelo simplificado é constituído por curvas ideais-plásticas para descrever o comportamento de compressão e de tração do betão. O modelo avançado e o modelo simplificado foram simulados numericamente com diferentes modelos constitutivos e com diferentes modelos para descrever o comportamento ao corte. O objetivo será destacar as principais configurações do modelo avançado e do modelo simplificado capazes de capturar numericamente os três modos de rotura anteriormente referidos.

O quinto capítulo aborda a simulação numérica de uma estrutura porticada com o modelo avançado e com o modelo simplificado. A estrutura porticada foi idealizada para exibir rotura nas vigas. Complementarmente, avaliou-se a capacidade do modelo simplificado de simular o modo de rotura obtido pelo modelo avançado. Posteriormente, diferentes configurações de ferramentas de análise foram aplicadas na simulação numérica do modelo simplificado com a finalidade de desenvolver um mecanismo de análise automático e expedito de aquisição da capacidade máxima resistente da estrutura. Por último, foram introduzidos diversos defeitos de conceção na estrutura porticada e avaliou-se a capacidade da ferramenta de análise automática, acoplado do modelo simplificado, de obter a capacidade máxima resistente. Para certificação dos resultados obtidos pela análise não-linear, foram realizados cálculos analíticos complementar.

A dissertação é encerrada com o sexto capítulo, dedicado às conclusões sobre os trabalhos efetuados, bem como discussão de potenciais aspetos de interesse para desenvolvimentos futuros.

2. Metodologia *BIM* e análise não-linear estática

2.1. Metodologia *BIM*

Os projetos de construção envolvem diversos relacionamentos complexos entre especialidades com diferentes conhecimentos profissionais. As complexidades inerentes nos projetos de construção resultam sobretudo na execução manual de múltiplos documentos e peças desenhadas. Na prática convencional, a produção de peças desenhadas depende de representações bidimensionais *CAD* que poderão originar diversas lacunas no projeto, de entre os quais se destacam peças desenhadas desatualizadas, conflitos de representação do projeto, custos superiores aos previstos, escassa qualidade de conceção, atrasos, entre outros.

Para dar resposta ao problema acima indicado, e principalmente perante os crescentes desafios nos contextos de gestão de informação e documentação, tomadas de decisão e inconsistências de informação na construção, tem sido progressivamente generalizada a metodologia *Building Information Modelling (BIM)*, desde há mais de 10 anos. As origens de *BIM* podem ser datadas ao início da década de 70, trabalho de *Charles M. Eastman* [38] designado de *An outline of the Building Description System*. O protótipo *Building Description System* tinha como objetivo criar uma base de dados capaz de descrever um edifício para conceção e construção. No final da década de 90 e início de 2000, os objetos tinham incorporados informação e eram capazes de estabelecer relacionamentos entre si e com o edifício como um todo. Posteriormente, a introdução de modelos paramétricos proporcionou uma sucessão de possibilidades nas soluções de conceção do projeto, bem como um maior controlo nas tomadas de decisão do projeto. Entretanto, o *laser scanning* e a *Reality Capture* preencheram os modelos *BIM* com uma abundante quantidade de informação exata, reduzindo tempo na preparação do projeto. A deteção de colisões permitiu a localização automática de colisões *in situ*, constatando-se uma redução drástica no custo final do projeto.

A metodologia *BIM* não é considerada apenas uma tecnologia, mas também um processo virtual de trabalho. De uma perspetiva tecnológica, *BIM* consiste num simulador de projeto que agrega os modelos tridimensionais com informação das diversas fases do ciclo de vida de um projeto (planeamento de projeto, conceção,

construção e operação). Por outro lado, *BIM* engloba todas as relações, sistemas e intervenientes do projeto, permitindo que as diversas especialidades colaborem mais eficazmente e concebam um modelo mais exato possível antes de ser construído [39]. Adicionalmente, *BIM* permite concretizar um procedimento de entrega de projeto denominado *Integrated Project Delivery (IPD)* que integra as diversas especialidades, sistemas, estruturas empresariais e práticas para o processo colaborativo, com objetivo de reduzir perdas e otimizar a eficiência ao longo das fases do ciclo de vida do edifício [40].

A metodologia *BIM* pode ser utilizada para melhorar a qualidade de documentação produzida, mitigar colisões, reduzir incidentes de conceção através da visualização tridimensional [34] e da criação de processos internos automatizados.

2.1.1. Perspetiva da metodologia *BIM* na redução de erros de conceção

Diversos investigadores evidenciaram que a metodologia *BIM* é um catalisador no processo de conceção do projeto [41, 42, 43] e na redução de erros de conceção [34, 44, 45]. A integração, partilha e reutilização da informação proveniente das diversas especialidades [45, 46] possibilita uma redução do tempo de conceção e eventuais erros e omissões [41].

A ferramenta virtual de deteção de colisão da tecnologia *BIM* identifica conflitos latentes entre sistemas estruturais, mecânicos, elétricos e de canalização [47], garantindo uma redução de erros antes do edifício ser construído. *BIM* pode também ser utilizado como uma ferramenta para simular e analisar eficazmente os documentos e peças desenhadas com o objetivo de reduzir incorreções, omissões e deficiências nos documentos e peças desenhadas [47, 48]. Qualquer modificação na conceção do modelo *BIM* pode ser atualizado automaticamente, originando uma redução na reelaboração, erros de conceção e omissões [45, 49]. *Bynum et al.* [50] apuraram que a capacidade de aplicar *BIM* na representação virtual do edifício antes de ser construído fisicamente, permite examinar a construtibilidade de projetos reais e abordar quaisquer incoerências e discrepâncias durante o processo de conceção do projeto.

2.1.2. Modelo estrutural *BIM* e principais vantagens da implementação da metodologia *BIM* no processo de concepção do modelo estrutural

O modelo estrutural é uma componente essencial do modelo *BIM* e desempenha um papel vital no processo de concepção do edifício [49, 51]. O modelo estrutural *BIM* contém o modelo físico e o modelo analítico. O modelo físico consiste principalmente nas formas geométricas dos elementos estruturais, propriedades de secção transversal e materiais. O modelo analítico contém informação utilizada para realizar análises, nomeadamente a posição do eixo, o tamanho dos elementos, a configuração e divisão espacial, propriedades mecânicas, condições de fronteira e de carregamento, tipo de conexão, entre outros.

Os programas informáticos *BIM* apresentam um conjunto de funcionalidades de modelação. Os diversos elementos estruturais que compõem o edifício e, por mais complexa a sua geometria, podem ser representados no ambiente *BIM*. A incorporação de armaduras ordinárias e armaduras pré-esforçadas em elementos de betão armado com geometrias curvilíneas pode ser feita mediante de rotinas implementadas por certas entidades no *software BIM* [52].

No procedimento tradicional de concepção do projeto estrutural, as análises estruturais e as peças desenhadas constituem duas fases independentes. As análises estruturais servem para confirmar o tamanho final e quantidade de armadura de reforço dos elementos estruturais e, posteriormente, assistir na criação de peças desenhadas.

No modelo estrutural *BIM*, as duas fases estão integradas devido à conexão existente entre o modelo físico e o modelo analítico. Assim, qualquer adição ou alteração de informação pode ser partilhada tanto pelo modelo físico como pelo modelo analítico, reduzindo erros e perdas de informação. Consequentemente, o modelo estrutural *BIM* contribui para um aumento da qualidade e eficiência no dimensionamento estrutural e redução do trabalho repetitivo, uma vez que todos os requisitos de informação e peças desenhadas são produzidas automaticamente pelo modelo.

2.1.3. Interoperabilidade na metodologia *BIM* e suas aplicações no modelo estrutural *BIM*

A concepção do edifício pode ser um extenso processo colaborativo que, geralmente, envolve equipas multidisciplinares distribuídas por diversos locais com sistemas computacionais heterogéneos [53]. Um dos desafios confrontados pela indústria é a implementação de *BIM* não apenas como uma ferramenta no processo de concepção do edifício, mas como uma interface para trocar informação entre as diversas especialidades envolvidas no projeto [54]. O fator chave para evitar ineficiências na troca de informação entre as diversas especialidades ao longo do ciclo de vida do edifício está na interoperabilidade [55]. A interoperabilidade pode ser definida, segundo a norma *ISO/IEC 33001:2015* [56], como “a capacidade de dois ou mais sistemas ou componentes de trocar informação e de utilizar a informação que foi trocada”. No entanto, a interoperabilidade é um processo complexo que, segundo *David Chen*, pode ser interpretado por três grupos principais: barreiras, interesses e procedimentos. Para mais informação, o leitor é remetido para [57].

Embora *BIM* seja concebido para impulsionar a colaboração entre os diversos intervenientes, a falta de interoperabilidade ainda provoca inconsistências na transferência de informação, o que é considerado uma das principais barreiras na adoção de *BIM* na indústria da *AEC* [58]. Consequentemente, a interoperabilidade de *BIM* tem sido uma área de significativo interesse na última década [59].

Existem principalmente três caminhos principais na transferência e partilha de informação de modelos *BIM*: ligação direta por ficheiro nativo, ligação direta por *Application Programming Interface (API)* e ligação indireta.

- **Ligação direta por ficheiro nativo** – abrange trocas de informação interna através de ficheiros nativos ao pacote de *software*. O processo de transferência de informação é usualmente rápido, direto e com o mínimo de erro. Embora a ligação direta por ficheiro nativo seja a melhor solução para interoperabilidade interna dentro do pacote de *software*, o seu uso é limitado com *softwares* de diferentes pacotes [41];

- **Ligação direta por API** – a troca de informação entre aplicativos informáticos é feita através de um ficheiro temporário concebido num acordo cooperativo entre empresas que desenvolveram os aplicativos.
- **Ligação indireta** – trata-se de uma troca de informação mais flexível na medida de permitir a transferência de informação entre diferentes aplicativos informáticos e entre diferentes pacotes de *software*. Para tal, é utilizado uma norma e formato de informação aberto, tal como o ficheiro de texto. Apesar da sua popularidade, esta ligação apresenta diversos inconvenientes na troca de informação.

Um dos formatos mais utilizados na ligação indireta é o *IFC* (*Industry Foundation Classes*). O *IFC* é uma norma *ISO* (*International Organization for Standardization*) desenvolvida pela *buildingSMART Alliance* e que sustenta objetos de construção baseados em modelos e atividades [60]. Os modelos *IFC* são semanticamente ricos com informação da geometria tridimensional dos objetos e metadados [54], englobando todas as fases do edifício e seus processos construtivos [60].

O aumento das funcionalidades e a expansão da adoção de tecnologias *BIM* em estruturas de betão armado depende, em grande medida, do melhoramento das capacidades de interoperabilidade das ferramentas *BIM*. Atualmente o ficheiro *IFC* é capaz de exportar as mais diversas informações relativas ao modelo estrutural e, embora o *IFC* armazene diversos atributos e propriedades da armadura de reforço, os programas informáticos de análises não-lineares de elementos finitos são bastante limitados na capacidade de importação do ficheiro. *Pukl et al.* [61] desenvolveram um aplicativo de conversão de informação contida no *IFC* para o formato de leitura do programa informático *ATENA*, para executar análises não-lineares de elementos finitos de estruturas de betão armado. As informações extraídas da norma *IFC* para a ferramenta de análise foram a representação geométrica dos elementos, a orientação e localização dos elementos, os casos de carga e as condições de fronteira. Devido à ampla complexidade de informação contida no *IFC* e à dificuldade de conversão dessa mesma informação para o aplicativo informático, *Pukl, Pálek e Červenka* desenvolveram um conjunto de ferramentas disponíveis *online* que tornam o processo de transferência de informação mais eficiente.

No futuro, caso as análises não-lineares se tornem numa ferramenta viável na avaliação da resposta estrutural e mecanismo de rotura, as corporações responsáveis pelos aplicativos informáticos poderão implementar regras de importação de ficheiros *IFC*. No entanto, esta realidade ainda se encontra bastante distante devido às inerentes complexidades e à falta de robustez das análises não-lineares.

A aplicabilidade do ficheiro *IFC* poderá suscitar interesse por parte das entidades municipais na solicitação do *IFC* para fins de licenciamento e armazenamento de informação do projeto. Adicionalmente, a autenticação do projeto de estruturas e/ou análise da resposta global da estrutura poderá ser feita por um organismo central que tivesse acoplado um supercomputador para realizar análises não-lineares de elementos finitos. A informação da análise não-linear de elementos finitos poderia ser inserida no modelo *BIM*, com indicação das regiões críticas e que necessitam de intervenção/manutenção periódica ou advertir para possíveis defeitos ou erros no projeto de estruturas.

2.2. Análise não-linear estática

2.2.1. Introdução

O aumento da capacidade computacional e o desenvolvimento de técnicas numéricas estimularam a necessidade de descrever o comportamento material detalhadamente. Diversos fenómenos que ocorrem em estruturas de betão armado, nomeadamente flexão/corte, punçoamento e capacidade de ligação betão/aço, dependem das propriedades do betão, tais como o comportamento à tração. Por sua vez, o comportamento à tração do betão está relacionado com a criação e propagação das fendas. A mecânica de fratura tem como objetivo descrever a propagação e o comportamento de fendas quando submetidas a solicitações.

A mecânica de fratura foi iniciada por *Griffith* [62], em 1920, e, mais tarde, desenvolvida por *Irwin* [63], na década de 50, com a introdução do pressuposto do balanço de energia. Posteriormente, *Dugdale* [64] e *Bareblatt* [65], em 1960 e 1962, respetivamente, introduziram o conceito de zona coesiva. Embora o modelo de zona

coesiva seja aplicável para materiais dúcteis, não permite descrever o comportamento de amolecimento à tração do betão [66].

Em 1976, *Hillerborg* [67] adaptou o modelo *Dugdale-Barenblatt* a materiais quase-frágeis, como betão e compósitos cimentícios, e propôs o modelo de fendas fictícias. O modelo de fendas fictícias descreve que uma fenda se propaga quando a tensão na extremidade da fenda alcança a resistência à tração do material. Após atingir a resistência à tração do material, a tensão existente na fenda ‘fictícia’ diminui em função do aumento da largura de fenda ω , $\sigma = f(\omega)$, até alcançar o ponto terminal $f(\omega_f) = 0$. O parâmetro ω_f denota uma fenda totalmente aberta – fenda visível – na qual não se processam tensões resistentes na face da fenda. A diminuição das tensões resistentes na face da fenda fictícia acarreta uma dissipação de energia. A quantidade de energia dissipada necessária para criar uma área de superfície unitária de uma fenda totalmente desenvolvida, G_f , é obtida pela área abaixo da curva de amolecimento $f(\omega)$:

$$G_f = \int_0^{\omega_f} f(\omega) d\omega \quad (2.1)$$

O modelo de zona coesiva pode ser incorporado nas análises de elementos finitos através dos conceitos fenda discreta ou fenda distribuída. O conceito de fenda discreta baseia-se na teoria de mecânica de fratura em que a fenda é considerada entidade geométrica. A primeira tentativa de representar uma fenda discreta numa viga de betão, utilizando o método de elementos finitos, foi feita por *Ngo* e *Scordelis* [68], em 1967. O procedimento de fenda discreta, embora possibilite uma descrição mais realista da fenda pela representação de uma descontinuidade na estrutura, contém diversos inconvenientes [67, 66].

O conceito de fenda distribuída está assente na teoria mecânica de meios contínuos. A descontinuidade local é representada por uma modificação das propriedades mecânicas – rigidez e resistência – de acordo com os estados de extensão e de tensão. Este procedimento foi proposto por *Rashid* [69], em 1968. Na implementação do método dos elementos finitos, uma consequência do amolecimento da extensão é a sensibilidade dos resultados à dimensão dos elementos finitos. Se um

modelo material for apenas definido pela relação de amolecimento tensão-extensão, a energia dissipada, nas regiões críticas com dano localizado, irá reduzir com o refinamento da malha de elementos finitos. Assim, no refinamento da malha em elementos infinitesimalmente pequenos, a energia dissipada desaparece, o que fisicamente é impossível [70].

Em 1983, *Bazant* e *Oh* [71] propuseram o modelo banda de fenda que é idêntico ao modelo de fendas fictícias, mas no contexto de fenda distribuída. No modelo banda de fenda, os parâmetros materiais são ajustados de forma a que a energia dissipada durante a formação e propagação da fenda seja idêntico para qualquer dimensão da malha de elementos finitos. O ajuste baseia-se no pressuposto que uma única banda se desenvolve dentro do elemento finito. A extensão de fratura, ε^{cr} , pode ser determinada através da relação entre a largura da fenda, ω , e a largura da banda de fenda, h , que corresponde à dimensão do elemento finito:

$$\varepsilon^{cr} = \frac{\omega}{h} \quad (2.2)$$

2.2.2. Método dos elementos finitos

Existe uma larga variedade de métodos, baseados em formulações matemáticas, que permitem descrever a natureza de um problema físico. O método numérico de elementos finitos é um dos mais implementados devido à sua forte base matemática e rigorosa aproximação numérica de resultados reais. Segundo *Ern et al.* [72], “a eficiência do método dos elementos finitos depende de dois ingredientes distintos: a capacidade de interpolação dos elementos finitos na aproximação de funções escalares e vetoriais, assim como a capacidade de aproximar o modelo matemático em termos de equações diferenciais parciais através de uma correta metodologia matemática”.

A vasta maioria dos problemas da mecânica de meios contínuos pode ser formulada por Problemas de Valor do Contorno (*Boundary Value Problems*). Nestes problemas, condições de fronteira são introduzidas no corpo contínuo de forma a determinar certos parâmetros que, em problemas de mecânica estrutural, são geralmente deslocamentos, velocidades, tensões, extensões, entre outros.

A formulação tradicional de Problemas de Valor do Contorno [73] consiste num conjunto de três equações distintas, nomeadamente equações de equilíbrio, relações cinemáticas e leis constitutivas. As expressões constituem a forma clássica – *Strong Formulation* – de Problemas de Valor do Contorno. Uma formulação alternativa – *Weak Formulation* – pode ser obtida pela forma clássica, cuja base é utilizada na aproximação aos Elementos Finitos. A *Weak Formulation* e a *Strong Formulation* são equivalentes. No entanto, a *Weak Formulation* não contempla tantas restrições como a sua fórmula clássica e, conseqüentemente, pode ser aplicada a uma maior variedade de métodos analíticos e computacionais.

A reformulação das equações diferenciais parciais numa forma equivalente – *Weak Formulation* – permite desenvolver a formulação de elementos finitos através do método de *Galerkin*. O método de *Galerkin* permite projetar uma equação de um espaço de dimensões infinitas – *Boundary Value Problems* – para um subespaço aproximado de dimensões finitas. Por sua vez, o método dos elementos finitos implementa funções polinomiais segmentadas no subespaço definido pelo método de *Galerkin*.

Através das formulações matemáticas associadas ao método dos elementos finitos e da discretização do meio contínuo em elementos finitos introduzida por *Galerkin*, o vetor das forças externas e o vetor das forças internas pode ser definido por:

$$\underline{F}_{n+1}^{ext} = \sum_e \left[\int_{S_{n+1}^e} [N]_{n+1}^T \underline{t}_{n+1} dS^e + \int_{V_{n+1}^e} [N]_{n+1}^T \underline{b}_{n+1} dV^e \right] \quad (2.3)$$

$$\underline{F}_{n+1}^{int} = \sum_e \int_{V_{n+1}^e} [B]_{n+1}^T \underline{\sigma}_{n+1} dV^e \quad (2.4)$$

Em que $[N(x)]$ representa a matriz de interpolação que depende da função de forma adotada no elemento finito e a matriz $[B(x)]$ contém as derivadas espaciais das funções de forma. O vetor residual $\underline{R}(\Delta u^N)_{n+1}$ define a diferença entre as forças internas σ_{n+1} e as forças externas t_{n+1}, b_{n+1} :

$$\underline{R}(\Delta u^N)_{n+1} \equiv \underline{F}_{n+1}^{int} - \underline{F}_{n+1}^{ext} \quad (2.5)$$

2.2.3. Modelo de fenda distribuída

O modelo de fenda distribuída [66] adota um sistema de coordenadas local aquando do início de formação da fenda. A fenda forma-se no instante em que a tensão principal à tração é superior à tensão resistente e as componentes da extensão estão diretamente acopladas às tensões transmitidas ao longo da fenda. O modelo da fenda distribuída pode ser subdividido nos modelos decompostos baseados na extensão e modelos baseados na extensão total. Os modelos decompostos baseados na extensão diferenciam a extensão total em extensão no betão e extensão na fenda [74]. Em consequência da decomposição da formulação numa extensão da fenda, por um lado permite a contribuição separada de múltiplas fendas fixas que ocorrem simultaneamente no mesmo ponto de integração e, por outro lado, a extensão do betão pode ser composta por extensões elásticas, plásticas, térmicas e de fluência [75]. Os modelos baseados na extensão total descrevem o material por uma relação tensão-extensão total e podem adotar duas formulações: sistemas de coordenadas das fendas fixas ou sistemas de coordenadas das fendas rotativas. Existem ainda modelos com transição entre sistemas de coordenadas rotativos e sistemas de coordenadas fixos [76].

2.2.3.1. Modelo baseado nas extensões totais

O modelo de fenda distribuída baseia-se na decomposição do vetor da extensão total, $\underline{\varepsilon}$, num vetor de extensão elástica, $\underline{\varepsilon}^e$, e num vetor de extensão da fenda, $\underline{\varepsilon}^{cr}$:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{cr} \quad (2.6)$$

No panorama de estado plano de tensão, antes de ocorrer fendas, o betão pode ser representado por um material linear-elástico isotrópico cuja relação constitutiva é definida por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_0}{1 - \nu_0^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu_0 & 0 \\ \nu_0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_0}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

em que E_0 e ν_0 representam o módulo de elasticidade inicial e o coeficiente de *Poisson* inicial, respetivamente. No momento em que a tensão principal é superior à

tensão resistente num ponto de integração, a lei isotrópica adotada no betão transita para uma lei ortotrópica e é adotado um sistema de eixos local ao longo do plano da fenda. A formulação ortotrópica é definida por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{nt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1 - \nu^2 \mu} & \frac{\nu \mu E}{1 - \nu^2 \mu} & 0 \\ \frac{\nu \mu E}{1 - \nu^2 \mu} & \frac{E}{1 - \nu^2 \mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1 + \nu)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{tt} \\ \varepsilon_{nt} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

em que μ e β correspondem ao fator de redução de rigidez de modo I e o fator de redução de rigidez de corte, respetivamente. Os subscritos n e t referem-se à direção normal e tangencial da fenda, representada na seguinte ilustração.

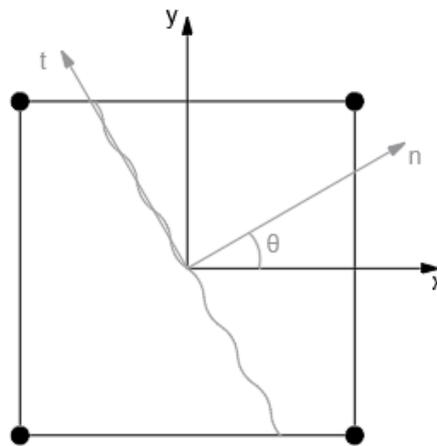


Ilustração 2.1 - Elemento de estado plano de tensão com indicação do sistema de coordenadas local da fenda.

No espaço tridimensional, a matriz de rigidez do betão fendilhado está representada na equação 2.9 [75]. Nas versões iniciais do modelo de fenda distribuída, nomeadamente os propostos por *Rashid* [69] e *Cervenka* [77], os termos E_{nn} , E_{ns} , E_{nt} , G_{ns} e G_{nt} foram considerados nulos, o que implica uma nula rigidez na direção normal à fenda. O efeito de expansão devido ao coeficiente de *Poisson* e a rigidez de corte na direção tangencial também foi retirada. Esta simplificação do comportamento material é incorreta uma vez que o betão é capaz de transmitir forças de tração na fase de fendilhação e forças de corte ao longo da fenda devido ao fenómeno *aggregate interlock*. Certos investigadores afirmam que o fenómeno *aggregate interlock* não apresenta uma significativa resistência às forças de corte. *Kotsovos et al.* [78] alega que

a resistência de corte apenas pode ser ativada através de movimentos de corte das superfícies da fenda e que tal movimento contradiz o processo de fendilhação do betão, em que a fenda abre na direção de máxima tensão principal de tração.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{ns} \\ \sigma_{st} \\ \sigma_{tn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} & 0 & 0 & 0 \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} & 0 & 0 & 0 \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{ns} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{nt} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{tt} \\ \gamma_{ns} \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{tn} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Independentemente das consequências do fenómeno *aggregate interlock*, é recomendável transferir uma certa quantidade de rigidez de corte ao longo das fendas para evitar problemas numéricos, devido à existência de uma descontinuidade abrupta [75].

A matriz constitutiva da fenda, $[D^{cr}]$, é elaborada por:

$$[D^{cr}] = \begin{bmatrix} D_I^{cr} & 0 & 0 \\ 0 & D_{II}^{cr} & 0 \\ 0 & 0 & D_{III}^{cr} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Na matriz, D_I^{cr} , D_{II}^{cr} e D_{III}^{cr} correspondem ao modo I, modo II e modo III do módulo de rigidez associado ao comportamento da fenda. No modelo de fenda distribuída, a fenda inicia-se sempre em modo I, sendo que o modo II e modo III apenas ocorrem após subsequente rotação das tensões principais.

O modelo da extensão total pode ser categorizado no modelo de fendas fixas e no modelo de fendas rotativas. No modelo de fendas fixas, a orientação da fenda é fixa durante a simulação numérica, enquanto que o modelo de fendas rotativas, a orientação da fenda é determinada em função da direção dos eixos principais da extensão em cada passo de carga. Existe ainda o modelo de múltiplas fendas fixas que demonstra um comportamento intermédio entre o modelo de fendas fixas e o modelo de fendas rotativas.

O modelo de fendas fixas mobiliza a orientação das fendas durante a iniciação de fenda e posterior solicitação. A fenda é criada num determinado ponto de integração

quando a tensão principal de tração existente excede a tensão resistente do betão. A fenda apresenta uma orientação perpendicular ao eixo da máxima extensão de tração. A formação de uma segunda fenda no mesmo ponto de integração apenas pode ser feita ortogonalmente à primeira fenda. A fixação do eixo local da fenda garante uma memória permanente da orientação do dano.

Alternativamente, o modelo de fendas rotativas permite que a orientação da fenda rode à medida que a fenda se propaga, sendo a direção da fenda ortogonal à direção principal das tensões de tração existente independentemente da fenda existente no ponto de integração. O modelo de fendas rotativas apresenta duas principais diferenças em relação ao modelo de fendas fixas: incapacidade de preservar memória permanente da orientação do dano, o que tem consequências quando o procedimento da carga não é proporcional, e a impossibilidade de incorporar efeitos de corte, nomeadamente modelos de fenda de corte que simulam o fenómeno *aggregate interlock*, resultando em fendas criadas apenas na direção principal, isto é, no modo I.

O modelo de fendas rotativas a fixas é uma combinação do modelo de fendas rotativas e do modelo de fendas fixas. Neste modelo é necessário a introdução de uma extensão crítica da fenda que irá ditar a aplicação do modelo de fendas rotativas ou o modelo de fendas fixas. Se a extensão da fenda for inferior à extensão crítica da fenda, o modelo de fendas rotativas é aplicado. Quando a extensão crítica da fenda é alcançada, a orientação da fenda é fixada – aplicação do modelo de fendas fixas.

O modelo de fendas fixas poderá ser, do ponto de vista físico, o mais correto e estável, uma vez que não permite a alteração da direção da fenda. No entanto, poder-se-á verificar uma alteração da direção de fendas subsequentes numa mesma área. Consequentemente, a direção da fenda inicialmente definida no modelo de fendas fixas poderá não representar todas as fendas existentes num determinado ponto de integração do modelo de elementos finitos. Esta condição induz um comportamento mais rígido se ocorrer uma rotação significativa do campo de tensões após formação das primeiras fendas. Por outro lado, o modelo de fendas rotativas permite a rotação do campo de tensões, embora a rotação de fendas existentes não seja fisicamente válida.

A degradação da rigidez do betão à compressão e à tração, devido ao dano interno, é considerada separadamente por curvas de carga, descarga e recarga representadas na ilustração 2.2.

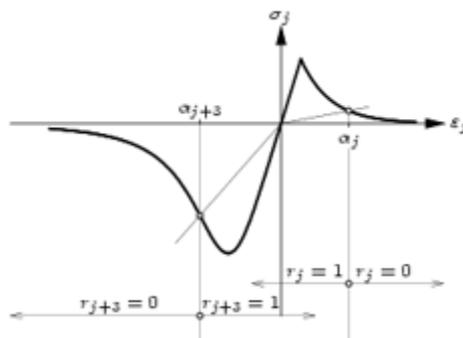


Ilustração 2.2 – Carga e descarga do modelo da extensão total no *DIANA* [86].

2.2.3.2. Modelo de múltiplas fendas fixas

O modelo de múltiplas fendas fixas retém a plausibilidade do modelo de fendas fixas, mas permite a criação de fendas secundárias se o ângulo entre as fendas existentes e o eixo de máxima extensão de tração exceder um ângulo limite. O modelo de múltiplas fendas fixas possibilita a adoção de modelos constitutivos da teoria da plasticidade, nomeadamente o *Mohr-Coulomb*.

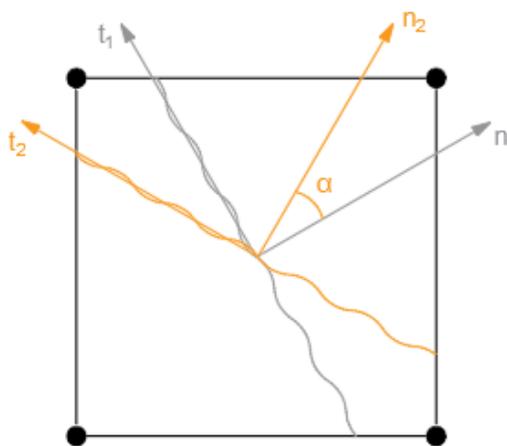


Ilustração 2.3 – Indicação do ângulo limite (α) entre duas fendas consecutivas.

O modelo de múltiplas fendas fixas originou do conceito da subdecomposição da extensão da fenda em contribuições separadas de um número de múltiplas fendas que ocorrem simultaneamente num determinado ponto de integração. Este conceito, inicialmente proposto por *Litton* [79], foi utilizado por diversos investigadores, nomeadamente de *Borst e Nauta* [80] e *Riggs e Powell* [81].

$$\underline{\varepsilon}^{cr} = \underline{\varepsilon}_1^{cr} + \underline{\varepsilon}_2^{cr} + \dots + \underline{\varepsilon}_n^{cr} \quad (2.11)$$

A formação de uma nova fenda sucede-se quando a máxima tensão principal, σ_I , excede a tensão uniaxial de tração do betão, f_{ct} , de acordo com a superfície de cedência de *Rankine*, e quando o ângulo entre a direção existente da fenda e a direção da máxima tensão principal, σ_I , excede o ângulo limite predefinido, α . O programa *DIANA*, utilizado neste trabalho, disponibiliza dois modelos para descrever o dano por corte: fator redutor de rigidez de corte total e constante. Neste trabalho não foi aplicado o fator redutor de rigidez de corte total, uma vez que implica uma rigidez secante da fenda de corte infinita.

2.2.3.3. Modelo *Maekawa-Fukuura*

Para além do modelo de fendas fixas e do modelo de fendas rotativas, o modelo de *Maekawa-Fukuura* também está diretamente relacionado com o conceito de extensão total. O modelo de *Maekawa-Fukuura* combina as curvas de betão fendilhado de *Maekawa* e o modelo de fratura elasto-plástico e permite a definição de um ângulo limite entre duas fendas consecutivas no mesmo ponto de integração. No entanto, apenas uma fenda pode estar ativa no mesmo instante. As curvas de betão fendilhado de *Maekawa* são relações uniaxiais de tensão-extensão para condições de carga, descarga e recarga correspondente a domínios de extensão de tração e compressão [82]. A relação uniaxial tensão-extensão definida pelas curvas de betão fendilhado de *Maekawa* está representada na ilustração 2.4.

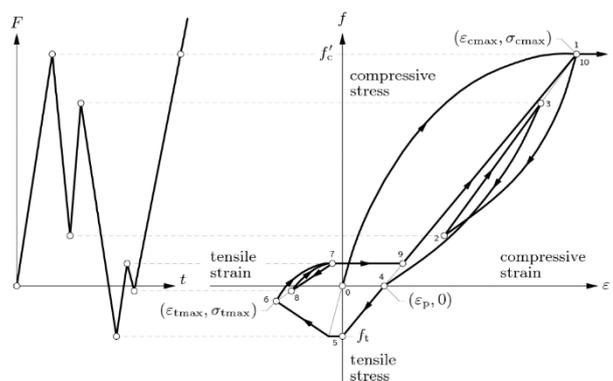


Ilustração 2.4 – Histerese das curvas de betão fendilhado de *Maekawa* [82].

O modelo de betão *Maekawa-Fukuura* pode ser combinado com diversos modelos de redução do fator de rigidez de corte. As curvas para o comportamento ao corte são iguais às utilizadas para o modelo de fendas da extensão total. No entanto, existem dois modelos complementares que descrevem o dano por corte: o modelo densidade de contacto e o modelo densidade de contacto com redução da transferência de corte.

O modelo densidade de contacto define uma relação não-linear entre a extensão de corte normalizada, ω , e a tensão de fenda de corte, τ , para cada direção de fenda de corte. A relação tem diversos parâmetros e dependendo do valor da extensão de corte normalizada, sendo diferente para carga e descarga/recarga. Para mais informações, o leitor é remetido para [82].

2.2.4. Plasticidade

A teoria da plasticidade [83], inicialmente implementada no estudo de metais, assume que a rigidez linear-elástica inicial do material se mantém constante durante descarga e recarga, o que resulta na ocorrência de extensões irreversíveis. Consequentemente, as extensões são decompostas numa parcela elástica (reversível) e numa parcela plástica (irreversível). Atualmente, a teoria de escoamento plástico é a mais implementada, tendo como principais constituintes a função de cedência, direção de escoamento e o comportamento de endurecimento. Existem diversos modelos baseados na teoria da plasticidade aplicados a estruturas de betão armado.

2.2.4.1. *Mohr-Coulomb*

O critério de *Mohr-Coulomb* é uma das teorias frequentemente utilizadas na engenharia geotécnica. *Coulomb* [84] pressupõe que a resistência ao deslizamento, num plano entre dois corpos, é dependente da adesão e das propriedades friccionais. Segundo *Coulomb*, o deslizamento ocorre quando a força de corte no plano excede a força normal multiplicada por um coeficiente de fricção e uma adesão. O plano no qual a combinação da tensão normal, σ , e a tensão de corte, τ , é crítica pode ser obtido por:

$$|\tau| + \sigma \tan \varphi - c = 0 \quad (2.12)$$

Os parâmetros φ e c representam o ângulo de fricção interno e coesão do material, respetivamente. Por sua vez, *Mohr* [85] mencionou que a tensão normal e a tensão de corte no plano de rotura eram definidas por:

$$|\tau| = f(\sigma_n) \quad (2.13)$$

De acordo com o critério de *Mohr*, a rotura do material ocorre para todos os estados de tensão em que o círculo de *Mohr* é tangente à envolvente de rotura. A representação simplificada da envolvente de *Mohr* é uma linha reta, indicada na ilustração 2.5.

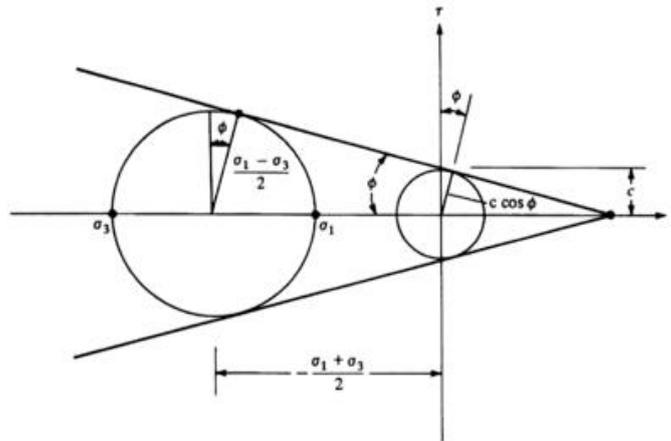


Ilustração 2.5 – Relações entre tensões principais no critério de *Mohr-Coulomb* [103].

2.2.4.2. Von Mises

O critério de cedência de *von Mises* consiste numa aproximação suave do contorno de cedência de *Tresca*, representado na ilustração 2.6. No programa *DIANA*, o modelo plástico de *von Mises* pode ser acoplado de um diagrama de endurecimento.

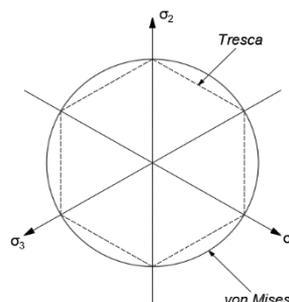


Ilustração 2.6 – Superfícies de cedência no plano π : *Tresca* e *von Mises*.

Adaptado de [104].

2.2.5. Ferramentas numéricas de análise

A solução da equação 2.5 obtém-se através da determinação de um campo de deslocamento (Δu^N) que reduza as forças residuais ou, equivalentemente, iguale as forças internas F_{n+1}^{int} às forças externas F_{n+1}^{ext} até uma determinada tolerância. A resolução do sistema de equações não-lineares pode ser efetuado numericamente através de métodos iterativos, com o auxílio de ferramentas numéricas que facilitam o processo de convergência.

2.2.5.1. Métodos iterativos

O método de *Newton* é implementado em diversos programas de análise de elementos finitos devido ao processo de convergência quadrática que garante convergência em poucas iterações. No programa de elementos finitos *DIANA* são implementados três subclasses do método de *Newton*, nomeadamente o método *Newton-Raphson* regular, o método *Newton Raphson* modificado e o método *Quasi-Newton*.

No método *Newton-Raphson* regular, a matriz de rigidez é determinada em cada iteração. A decomposição da matriz de rigidez em cada iteração requer um elevado tempo computacional. Adicionalmente, a convergência quadrática apenas é garantida caso a matriz de rigidez utilizada seja a correta e a correção do deslocamento já esteja perto da solução final. Se a previsão inicial da matriz de rigidez está longe da solução final, o método obtém divergência facilmente.

O método *Newton Raphson* modificado determina a matriz de rigidez apenas no início de cada passo de carga, sendo a correção do deslocamento δu baseada sempre no estado de equilíbrio convergido. Este método tem a principal vantagem de a matriz de rigidez ser determinada uma vez, o que permite reduzir o tempo computacional. Na aplicação a análises não-lineares, o método *Newton Raphson* modificado apresenta certas dificuldades práticas. Os dois problemas mais comuns são convergência lenta e divergência. Pode ser necessário um elevado número de iterações para convergir quando existe um amolecimento súbito na estrutura. A outra dificuldade numérica

reside no aumento da diferença de forças, $F^{int}(u) - F^{ext}$, assinalado por um aumento de rigidez estrutural.

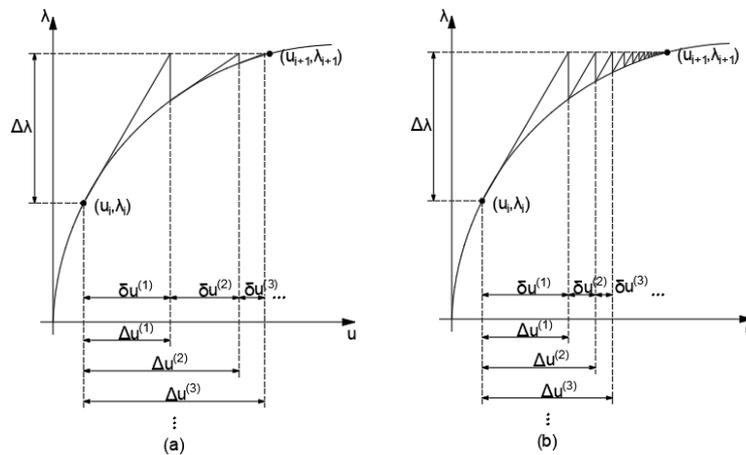


Ilustração 2.7 – Esquematisação dos métodos iterativos: *Newton-Raphson regular (a); Newton-Raphson modificado (b)*. Adaptado de [86].

No método convencional de *Newton-Raphson*, a matriz de rigidez tangencial é calculada em cada iteração, enquanto que no método *Newton Raphson* modificado a matriz de rigidez tangencial é determinada apenas uma vez. A construção da matriz e o cálculo das equações matriciais são as duas principais causas do custo computacional. Embora o método *Newton Raphson* modificado seja computacionalmente eficiente, pode causar dificuldades devido à utilização de uma matriz de rigidez tangencial fixa.

O objetivo principal dos métodos *Quasi-Newton* consiste em eliminar as duas tarefas referidas anteriormente de modo a reduzir o esforço computacional e melhorar a taxa de convergência. Para esse fim, os métodos *Quasi-Newton* utilizam uma aproximação da matriz de rigidez tangencial. A progressiva aproximação da matriz de rigidez tangencial é garantida através da direção secante entre duas soluções consecutivas. O tempo computacional é minimizado caso a matriz de rigidez tangencial seja aproximada corretamente. Se a matriz de rigidez tangencial não é aproximada corretamente, o algoritmo converge mais lentamente e necessita de um maior número de iterações.

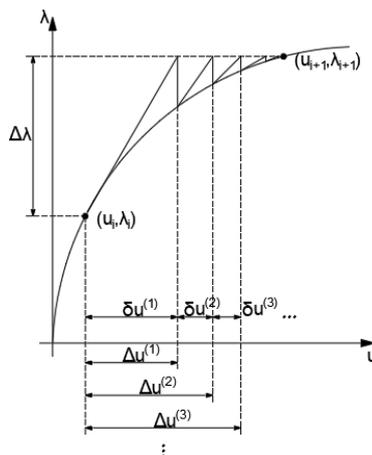


Ilustração 2.8 – Esquemática do método iterativo Quasi-Newton. Adaptado de [86].

A variante mais simplificada da classe de métodos de *Newton* é o método de rigidez inicial. Neste método, a matriz de rigidez tangencial é criada e decomposta apenas no início do primeiro passo de carga. Embora o custo computacional para decompor a matriz de rigidez seja praticamente nulo, a convergência do método torna-se lenta quando a rigidez atual se desvia consideravelmente da rigidez linear-elástica inicial. Devido ao escasso desempenho de convergência, o método de rigidez inicial apenas pode ser aplicado eficazmente em sistemas com baixas não-linearidades.

2.2.5.2. Passos de carga

Os passos de carga podem ser introduzidos manualmente, especificando o tamanho do passo, ou por uma ferramenta que adapta automaticamente o tamanho do passo. A ferramenta automática de passos de carga incremental minimiza os passos de carga necessários e limita o número de passos no procedimento iterativo através de um algoritmo. Para mais informações, o leitor é remetido para [86].

2.2.5.3. Critérios de convergência

De modo a avaliar a convergência do método iterativo, é necessário definir um critério de convergência. O critério de convergência requer que uma determinada grandeza – força, deslocamento ou energia – seja aproximada por uma tolerância.

Durante a simulação numérica, o método iterativo pode obter convergência, não convergência e divergência. A convergência da análise é obtida quando o incremento da grandeza se encontra na região de convergência. Por outro lado, a não-convergência da análise numérica pressupõe a incapacidade do método iterativo de diminuir o erro de forma a que seja inferior à tolerância estabelecida. A divergência ocorre quando a diferença na solução do sistema de equações, para a grandeza a ser controlada atinge valores elevados (o valor máximo de tolerância para o qual se assume que existe divergência). A não-convergência da análise depende sobretudo do número máximo de iterações especificadas e do processo iterativo.

Na análise global de uma estrutura, na qual o interesse principal é saber a capacidade máxima resistente, pode ser imposto um critério global de norma de forças residuais, de norma de deslocamentos incrementais ou de norma de energia. Em análises cuja atenção se foca no comportamento local da estrutura, a utilização de um critério global de convergência pode ser feita. Contudo, em casos críticos, poderá ser recomendável adotar um critério de convergência local – diferença de forças em nós específicos deverá respeitar a tolerância de convergência.

A escolha da norma de convergência mais adequada depende do comportamento estrutural do modelo a ser analisado. A utilização de uma norma das forças residuais numa estrutura com comportamento dúctil, na qual não se desenvolvem forças internas relevantes, pode não ser adequada. O mesmo sucede na adoção de uma norma dos deslocamentos incrementais no caso de uma estrutura pouco deformável – estrutura rígida. A norma de energia demonstra ser mais versátil do que a norma das forças residuais e a norma dos deslocamentos incrementais na medida de apresentar bons resultados tanto para estruturas com comportamento dúctil como para estruturas com comportamento rígido. A norma de energia é definida pela condição imposta pelas forças internas e respetivos deslocamentos através de ΔE_0 e δE_1 , indicados na ilustração 2.9.

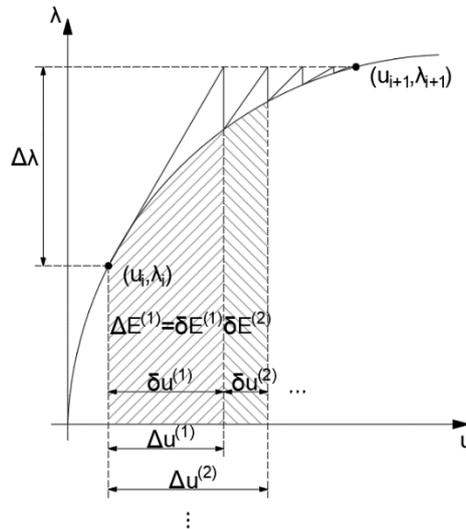


Ilustração 2.9 - Representação esquemática da norma de energia.

Adaptado de [86].

O valor da tolerância de convergência, ϵ , deverá ser tal que, por um lado, não cause resultados incertos, e, por outro, não aumente o tempo computacional sem um melhoramento dos resultados.

$$\left| \frac{\delta u_i^T (F_{i+1}^{int} + F_i^{int})}{\Delta u_0^T (F_1^{int} + F_0^{int})} \right| \leq \epsilon \quad (2.14)$$

2.2.5.4. Método do comprimento do arco

Na ilustração 2.10, está representada uma típica curva força-deslocamento de um elemento solicitado. Numa análise de controlo de força, em que o coeficiente de carga λ é prescrito, permite obter o caminho de convergência até à carga de pico – ponto A –, denominado de ponto limite. O aumento do nível de carga conduziria ao processo *snap-through*, sendo obtido o novo estado de equilíbrio no ponto A'. O comportamento *snap-through* é um processo de instabilidade dinâmica. De forma a traçar o ramo de instabilidade, o controlo de deslocamento pode ser utilizado. Contudo, o caminho de equilíbrio pode exibir um comportamento *snap-back*, cujos carregamento e deformação são reduzidos de modo a manter uma configuração de equilíbrio. O comportamento *snap-back* não é capturado pela análise de controlo de deslocamento.

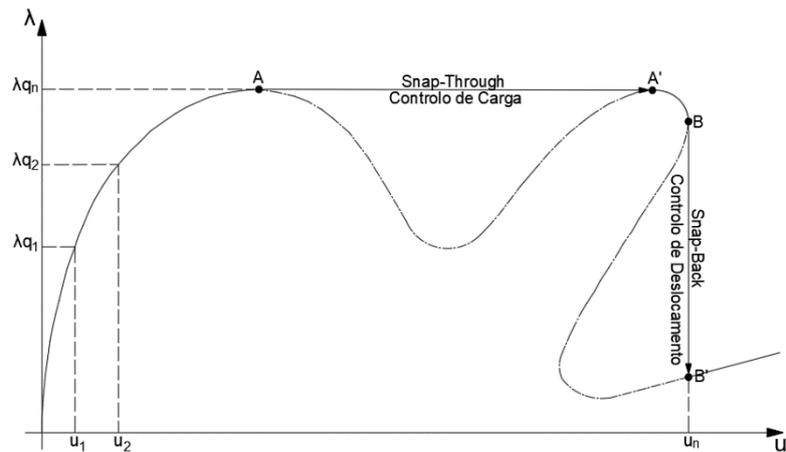


Ilustração 2.10 - Sistema instável sob controle de força e sob controle de deslocamento.

Na maioria das respostas estruturais, a curva de equilíbrio é desconhecida e pode apresentar tanto comportamentos *snap-through* como comportamentos *snap-back*. O método do comprimento do arco é eficiente na resolução de sistemas de equações não-lineares que exibem um ou mais pontos críticos, permitindo abranger todos os caminhos de equilíbrio existentes. O método do comprimento do arco pressupõe uma variação simultânea nos deslocamentos Δu e no coeficiente vetorial de carga $\Delta \lambda$, sendo os dois parâmetros desconhecidos. A equação do comprimento do arco é descrita em 2.15.

$$(\Delta u + \delta u)^T \cdot (\Delta u + \delta u) + \psi^2 (\Delta \lambda + \delta \lambda)^2 \cdot (q^T \cdot q) = \Delta l^2 \quad (2.15)$$

O parâmetro Δl define a distância a ser percorrida pelo algoritmo para obter o próximo ponto de equilíbrio. Geralmente o seu valor é semelhante ao incremento de carga $\Delta \lambda$ utilizado no método de *Newton*. Para $\psi = 1$, a expressão 2.15 sugere que os pontos $(\Delta u', \Delta \lambda')$ pertencem a um círculo de raio $\Delta \lambda$, pelo que o método também é denominado de método esférico do comprimento do arco.

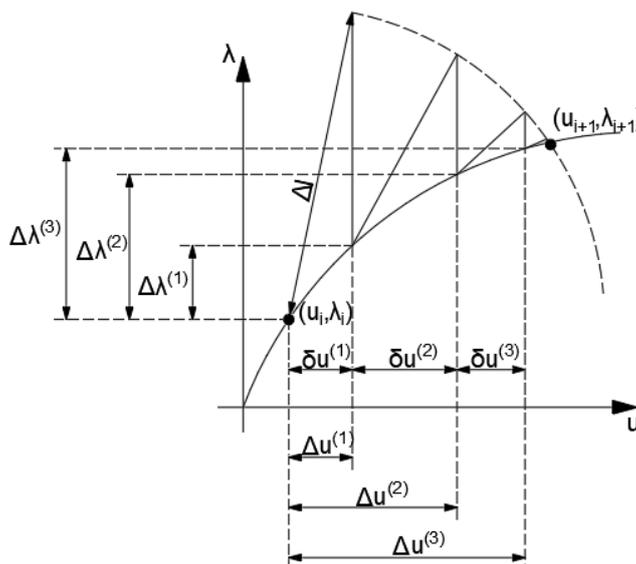


Ilustração 2.11 - Representação esquemática do processo iterativo do método do arco. O incremento é definido pelo raio da circunferência $\Delta\lambda$ e o próximo ponto é o ponto de interseção entre o caminho e a circunferência. Adaptado de [86].

Embora o método descrito lide convenientemente com problemas de pontos limite, a formulação descrita em 2.15 não é a mais eficiente. Conseqüentemente, a maior parte dos programas de elementos finitos utilizam uma outra abordagem proposta por *Crisfield* [87]. A formulação proposta por *Crisfield* consiste numa equação quadrática, descrita em 2.16, e que resulta em duas soluções distintas $\delta\lambda$ e δu , cujos pontos são $(\delta u_1, \delta\lambda_1)$ e $(\delta u_2, \delta\lambda_2)$. De forma a encontrar o conjunto de pontos $(\delta u, \delta\lambda)$ correto, os programas informáticos de elementos finitos têm algoritmos capazes de determinar a solução correta para o caminho de equilíbrio. No entanto, os algoritmos podem não convergir para a solução cujo caminho de equilíbrio é expectável.

$$\alpha_1\delta\lambda^2 + \alpha_2\delta\lambda + \alpha_3 = 0 \quad (2.16)$$

2.2.5.5. Algoritmo *line search*

Geralmente os métodos iterativos são capazes de obter convergência das equações de equilíbrio num número reduzido de iterações. Contudo, com a progressão de deformações mais complexas, a aplicação de certos métodos iterativos pode não ser

suficiente. Uma ferramenta utilizada para melhorar a convergência é o algoritmo *line search*. A ideia base da técnica consiste em melhorar o vetor de deslocamentos incrementais através de um parâmetro de controlo η , de modo a que o ponto determinado tenha a menor energia potencial ao longo da direção definida. Embora o algoritmo torne os métodos iterativos mais eficientes, não permite ultrapassar pontos limites no caminho de equilíbrio.

O vetor de deslocamentos incrementais pode ser obtido através do parâmetro de controlo η :

$$u' = u_0 + \eta \Delta u \quad (2.17)$$

O valor de η é escolhido de forma a que a energia potencial total, $\Pi(\eta) = \Pi(u_0 + \eta \Delta u)$, no final da iteração seja minimizada na direção de Δu . Isto é equivalente a afirmar que a força residual no final de cada iteração, $R(u_0 + \eta \Delta u)$, é ortogonal à direção de avanço u :

$$R(\eta) = u^T R(u_0 + \eta \Delta u) \quad (2.18)$$

Devido ao elevado comportamento não-linear da função $R(\eta)$, a equação é muito rigorosa e na prática é suficiente obter um valor de η tal que:

$$R(\eta) \leq \psi |R(0)| \quad (2.19)$$

Caso η não satisfaça a condição, η é reduzido sistematicamente ao longo da direção definida nessa iteração. O parâmetro ψ geralmente toma valores compreendidos entre 0.7 e 0.9. O programa *DIANA* define, em geral, um valor de 0.8 para ψ , justificando que é suficiente para estabilizar o processo iterativo global. Existem autores que propõem um valor de 0.5 [88]. Caso a tolerância seja mais apertada, o número de avaliações do vetor de forças interno pode aumentar drasticamente e, conseqüentemente, necessitar de um maior consumo computacional sem haver benefícios significativos.

Relativamente ao parâmetro η , o programa de elementos finitos *DIANA* limita, por definição, o seu valor entre 0.1 e 1 para evitar valores irrealis, com um número máximo de 5 procuras. Caso os valores de $R(\eta)$ tenham sinais diferentes, o método *Regula-Falsi* é utilizado para prever o valor para o qual $R(\eta) = 0$.

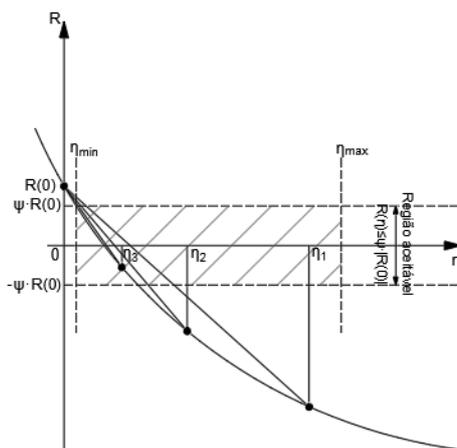


Ilustração 2.12 - Representação esquemático do algoritmo line search. Adaptado de [86].

2.2.5.6. Processamento e análise de resultados

O programa informático de elementos finitos *DIANA* possibilita a extração de diversos tipos de resultados após realização da análise não-linear estática. O tipo de resultado a ser extraído pode ser classificado em total, incremental, inicial, reação, residual, prescrito e incremento de uma fase, numa análise de fases. Posteriormente, diversas formulações teóricas dos resultados podem ser solicitadas, desde translações, rotações, forças pontuais, forças distribuídas, momentos, momentos distribuídos, tensões de *Cauchy*, extensões de *Green-Lagrange*, trações em elementos de interface, pressões e temperaturas. Por sua vez, os resultados podem sofrer operações, nomeadamente modificações para o sistema de eixos local, para o sistema de eixos global, para as direções principais das extensões ou das tensões, para as extensões e tensões equivalentes de *von Mises*; ou ser requisitados em tensões invariantes, momentos e forças nos elementos de armadura ou até extensões volumétricas. Complementarmente, o utilizador poderá especificar as componentes dos resultados a serem extraídos, como por exemplo as extensões segundo a direção *xx*, e a sua localização, nomeadamente nos nós, nos pontos de integração ou no centro do elemento finito.

O utilizador poderá recolher informação de extrema relevância sobre a estrutura que está a dimensionar ou a estudar, nomeadamente tensões e extensões dos elementos estruturais, traçar diagramas força-deslocamento ou tensão-extensão, visualizar as regiões de maior solicitação dos elementos estruturais ou as regiões de maior dano nos elementos de betão através da largura ou extensão das fendas.

3. Metodologia para análise não-linear com base em informação *BIM*

A metodologia tem por base a criação de uma ferramenta de passagem de informação geométrica e não-geométrica entre o programa informático de modelação *Revit* e um programa de análises estruturais (*DIANA* no caso da presente dissertação). O programa *DIANA* será utilizado na análise de cenários de rotura, com propriedades de fratura e plasticidade simplificadas. Apesar da ferramenta permitir a análise completa, o foco principal da metodologia a propor é centrado na possibilidade de análise simplificada e expedita para obtenção de informação sobre a carga de rotura expectável e o modo de rotura correspondente. Essa informação poderá ser útil na deteção de fragilidades/erros nos processos de conceção e/ou projeto/modelação. Adicionalmente, com o uso crescente de armaduras modeladas num programa *BIM*, na indústria da construção, poderá configurar-se um ensaio de carga virtual da estrutura representada num programa *BIM*.

Para aceder à informação do modelo estrutural *BIM* criado no ambiente *Revit*, utilizou-se o *plugin Dynamo*. O objetivo do *Dynamo* é expandir a aplicabilidade do *Revit* mediante programação visual, ao invés de utilizar programação baseada em texto [89]. A programação visual possibilita, aos utilizadores do programa informático *Revit*, uma alternativa mais prática de comunicação com o *API* do *Revit*, dado que não requer conhecimento de linguagens de programação compatíveis com a plataforma *.NET*, como *VB.NET*, *C#* ou *C++*.

A programação computacional convencional e a programação visual têm objetivos semelhantes: permitir ao utilizador definir um conjunto de algoritmos por intermédio de texto, formatado segundo uma determinada sintaxe, ou por intermédio visual, mediante a conexão de “nós” pré-estabelecidos, que contêm diversos comandos de código. Os “nós” têm acessos de entrada e saída de informação que, fornecidos os argumentos corretos, atuam como comandos numa linha de código. Adicionalmente, embora o programa informático *Dynamo* contemple uma vasta quantidade de “nós”, certas rotinas e funcionalidades não são abrangidas pelos “nós” pré-estabelecidos.

Para este efeito, existe uma ampla variedade de pacotes disponíveis pela comunidade que contribuem para uma maior dinâmica e fluxo de trabalho. A criação

destes “nós não pré-estabelecidos” (i.e., customizados) é realizada num ambiente de programação textual, geralmente no *Visual Studio*, recorrendo à linguagem de programação *C#*. Este processo de criação de “nós” personalizados é denominado por *Zero Touch*. A contribuição da comunidade para o enriquecimento de possíveis fluxos de trabalho permitiu o desenvolvimento desta dissertação. Enumeram-se alguns dos pacotes elaborados pela comunidade que auxiliaram a criação da metodologia: *Archilab* (versão 2018.0.8 [90]), *Bakery* (versão 2017.6.16), *BIM4Struc.Rebar* (versão 1.2.5), *BumbleBee* (versão 2017.13.2), *Clockwork* (versão 1.31.0), *DanEDU* (versão 2018.301.5), *DynamoRebar* (versão 1.2.0), *LunchBox* (versão 2017.10.4).

Para além da existência de “nós”, o programa informático *Dynamo* contém ferramentas de programação textual, como o caso de blocos de código e de *Python Scripts*, nos quais é utilizada a linguagem de programação *Python*. O *Python Script* permite expandir as funcionalidades do *Dynamo* e criar fluxos de trabalho mais eficientes, compactos e rápidos. Complementarmente, podem ser importadas diversas bibliotecas para ligação direta com o *API* do *Revit*. Contudo, estas interfaces de programação textual não são propriamente intuitivas, visto que o alerta de eventuais defeitos/omissões de programação é feita de uma maneira genérica.

O *Dynamo* oferece um conjunto de ferramentas de leitura e escrita para bases de dados externas, de entre os quais se destacam o ficheiro de texto e diversos programas como o *Revit*, o *Microsoft Office Excel*, o *Robot Structural Analysis* (embora bastante limitado), o *Rhinoceros 3D*, o *Navisworks* mais recentemente, entre outros.

Apesar das diversas funcionalidades que o *Dynamo* inclui, de salientar que o mesmo requer uma significativa capacidade de processamento e de *RAM* disponível. O tempo de processamento da metodologia poderá demorar certos minutos, o que, numa fase de teste em que o algoritmo é executado frequentemente, traduziu-se num elevado custo computacional.

Nos seguintes capítulos, irão ser abordadas a informação a ser extraída pela metodologia e o processo de criação da metodologia entre os programas informáticos *Revit* e *DIANA*.

3.1. Extração de informação

Toda a informação relevante para uma análise estrutural contemplada no ambiente *Revit* deverá ser transferida para minimizar a possibilidade de omissões ou defeitos e maximizar a eficiência de trabalho. A informação que deverá ser extraída envolve a geometria dos elementos de betão, a geometria das armaduras, as propriedades dos materiais, as condições de fronteira e as condições de carregamento. No ambiente *Revit*, os elementos estruturais são representados por geometrias tridimensionais. A metodologia deverá ser capaz de transferir a geometria tal como está representada no programa informático *Revit* – sem necessidade de qualquer simplificação ao nível dos elementos estruturais. Adicionalmente, o programa *Revit* permite a atribuição de informação ‘não gráfica’ aos elementos estruturais. Na ilustração 3.1, apresenta-se uma breve descrição dessa informação.

Esta informação inclui propriedades dos materiais que poderão ser utilizadas nas análises lineares e/ou análises não-lineares, desde resistência à compressão, resistência à tração, módulo de elasticidade, modelos constitutivos à compressão e tração do betão, patamar de endurecimento na armadura, energia de fratura, entre outros, e que deverão ser transferidos para o programa informático de análise estrutural. Complementarmente, também podem ser introduzidos parâmetros de análise, tais como tamanhos do elemento finito desejáveis, processo iterativo, entre outros. Toda esta informação pode ser inserida nos elementos estruturais automaticamente por uma rotina acessível por *plugin* no programa *Revit*. A rotina expunha as diversas possibilidades de escolha de informação, iguais à do programa de análises estruturais, e introduziria essa informação nos elementos estruturais.

Por sua vez, a atribuição de condições de fronteira é, naturalmente, realizada no modelo analítico inerente ao modelo *Revit*. Esta característica torna o fluxo de trabalho menos produtor. Tal razão deve-se à incompatibilidade geométrica entre o modelo analítico e o modelo tridimensional. Todavia, este inconveniente pode ser superado pela criação de um objeto tridimensional no ambiente *Revit* que seja capaz de representar os diversos tipos de apoio – apoio nodal, apoio em linha e apoio em superfície – e

acoplar informação das diversas restrições de translação e rotação dos graus de liberdade, coeficientes de elasticidade, de atrito, entre outros.

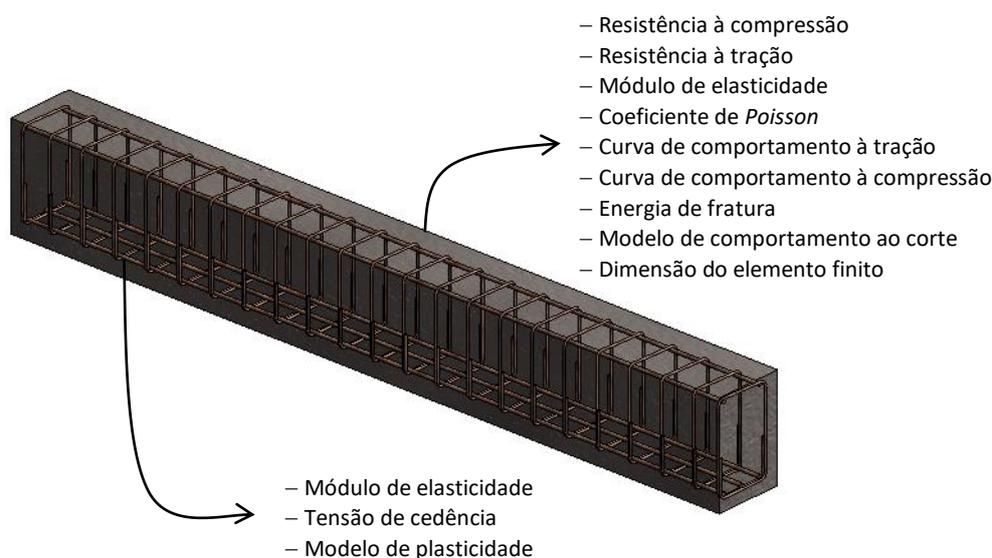


Ilustração 3.1 - Representação de um elemento estrutural com inclusão de armaduras no programa informático Revit. Indicação de possíveis informações a serem atribuídas aos elementos estruturais.

Numa análise estrutural, de entre as principais forças atuantes, o peso próprio e a sobrecarga podem ser extraídos diretamente do programa informático *BIM*. O peso próprio é remetido a três solicitações: peso dos elementos estruturais, peso dos revestimentos e peso das paredes divisórias. A representação tridimensional dos elementos estruturais permite contabilizar automaticamente o peso próprio. O peso dos revestimentos e o peso das paredes divisórias podem ser inseridos nos materiais existentes do modelo de arquitetura. A informação referente à sobrecarga pode ser atribuída ao elemento espaço, que envolve um determinado compartimento do edifício. Por fim, à metodologia competiria introduzir os diferentes pesos (revestimento, paredes divisórias e sobrecarga) como cargas de superfície no programa informático de análises estruturais. Porém, no presente trabalho, a metodologia introduz o peso próprio e, posteriormente, um peso uniformemente distribuído na superfície da laje que condensa o revestimento, as paredes divisórias e a sobrecarga numa única entidade.

3.2. Metodologia de passagem de informação entre *Revit* e *DIANA*

O ambiente interativo do programa de elementos finitos *DIANA* pode ser manipulado pela interface gráfica, por um conjunto de comandos em *Python* ou pela leitura de ficheiros que contemplam uma sequência de comandos em *Python*. Qualquer modificação no ambiente interativo do *DIANA* é expresso num comando em *Python*, que, posteriormente, pode ser inserido num ficheiro de extensão *Python* (.py) para ser executado automaticamente. Esta ferramenta demonstrou ser eficiente para o fluxo de trabalho, exibidos na ilustração 3.2, dado que o programa informático *Dynamo* permite a extração de informação para um ficheiro de texto. Por sua vez, o ficheiro de texto poderá ser gravado com a extensão .py para ser inserido no programa informático *DIANA*.

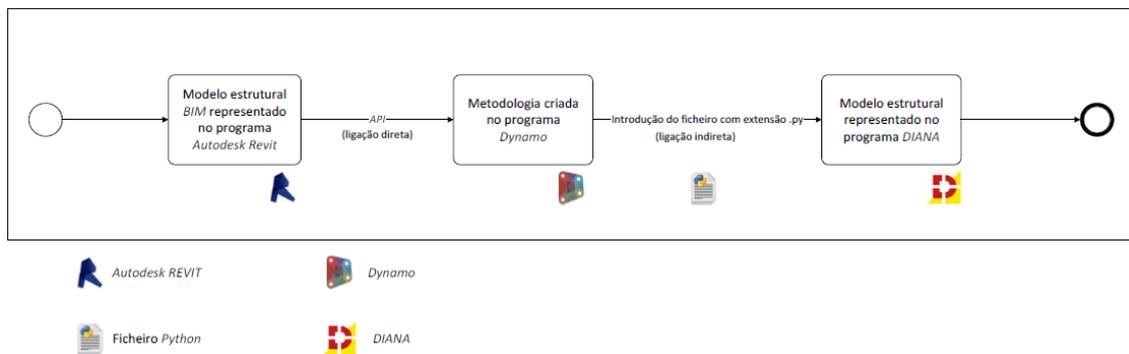


Ilustração 3.2 - Fluxo de trabalho praticado.

A metodologia deverá ser capaz de manipular e estruturar a informação retirada do modelo estrutural *BIM*, com o objetivo de ser inserida, com a apropriada sequência de comandos, no ficheiro de texto. A incorreta introdução da sequência de comandos ou a ausência de certos comandos suscita lacunas na passagem de informação. Na ilustração 3.3, apresenta-se uma breve sistematização do faseamento de informação a ser introduzida no ficheiro de texto. Complementarmente, no anexo I, existe uma descrição do faseamento de informação, feita de forma mais detalhada.

O trabalho contempla duas metodologias no ambiente *Dynamo*. A primeira metodologia limita-se à transferência de informação geométrica e não-geométrica de uma viga para análise em estado plano de tensão, representada na ilustração 3.1, enquanto que a segunda metodologia consiste na transferência de uma estrutura

porticada, representada na ilustração 3.3, e toda a sua informação inerente para análise em elementos sólidos. De referir que, apesar das metodologias garantirem a pretendida transferência de informação, a sua aplicação é limitada. Por exemplo, geometrias não prismáticas de elementos de betão não podem ser transferidas.

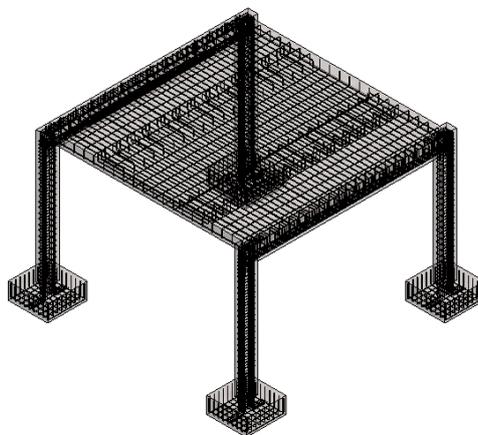


Ilustração 3.3 - Estrutura porticada representada no programa Revit.

Nos seguintes subcapítulos, são abordados os conteúdos a serem retirados do modelo *BIM* nas diversas tarefas estipuladas no anexo I. Adicionalmente, no anexo II, estão presentes linhas de código em linguagem *Python* relativas à primeira metodologia.

As metodologias criadas no ambiente *Dynamo* estão exibidas nas ilustrações 3.4 e 3.5. Na primeira metodologia existem oito partes essenciais: a primeira diz respeito à introdução das características do projeto; a segunda refere-se à geometria da viga e propriedade do material; a terceira destina-se à geometria das armaduras (dois alinhamentos relativos às armaduras longitudinais e às armaduras transversais) e respectivas propriedades do material; a quarta, quinta, sexta e sétima são relativas às condições de apoio, condições de carregamento, propriedades da malha de elementos finitos e parâmetros de análise; a última destina-se à compilação e exportação da informação para um ficheiro de texto.

A segunda metodologia também contempla oito partes essenciais, no entanto são ligeiramente diferentes: a primeira diz respeito à introdução das características do projeto; a segunda é relativa à geometria dos elementos estruturais de betão (cada alinhamento destina-se a um tipo de elemento estrutural); a terceira refere-se à geometria das armaduras (três alinhamentos relativos às armaduras longitudinais, às armaduras transversais e às dobras para amarração); a quarta diz respeito às propriedades dos materiais betão e armadura; a quinta, sexta e sétima é referente às propriedades da malha de elementos finitos, condições de apoio e condições de carregamento, respetivamente; a oitava destina-se à compilação e exportação da informação para um ficheiro de texto.

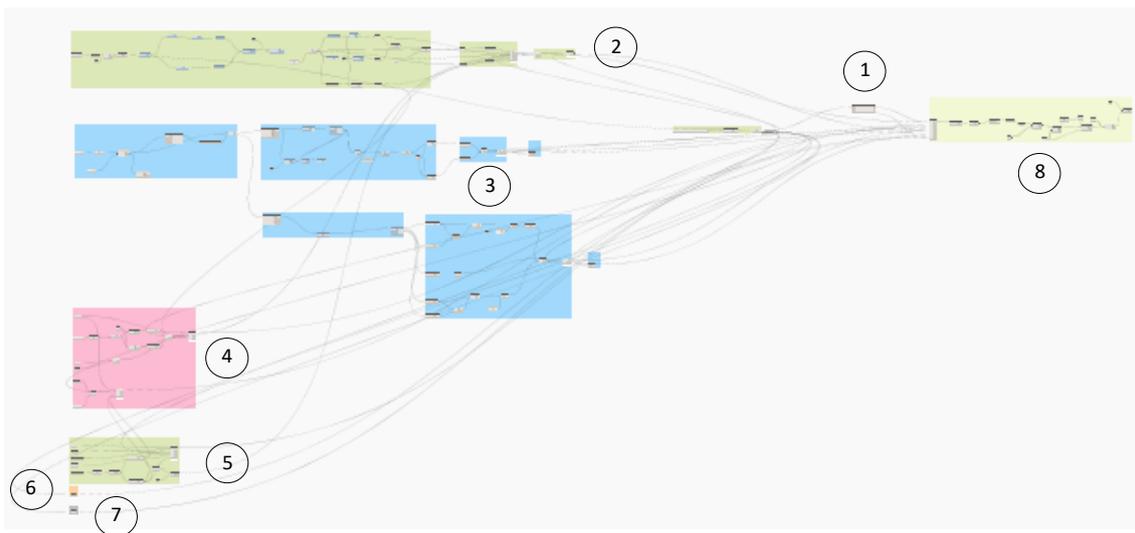


Ilustração 3.4 – Esquematização da primeira metodologia do ambiente Dynamo.

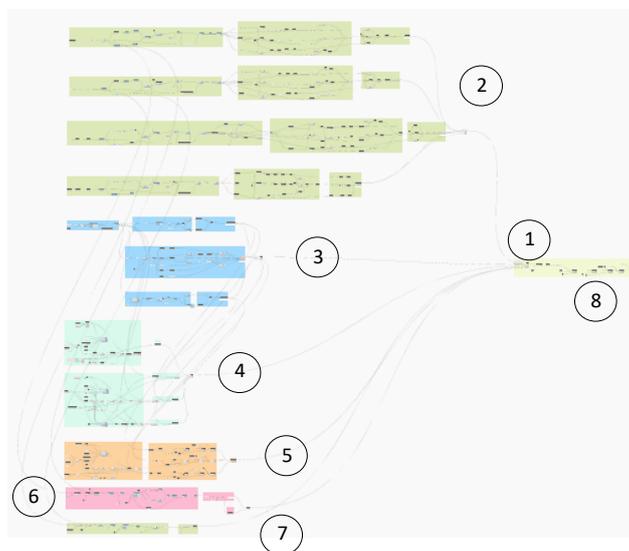


Ilustração 3.5 – Esquematização da segunda metodologia do ambiente Dynamo.

3.2.1. Características do projeto

Na fase de criação de um novo projeto, o programa *DIANA* introduz um conjunto de opções: modelo de análise, de entre os quais se utilizou o modelo de análise estrutural; dimensão do modelo, adotando-se um modelo bidimensional na primeira metodologia e um modelo tridimensional na segunda metodologia; tipo e ordem de interpolação dos elementos da malha, os quais foram admitidos elementos quadriláteros baseados na interpolação linear. Após criação do projeto, estipulou-se as unidades a serem utilizadas no programa *DIANA* e que deverão ser coerentes com as unidades extraídas da metodologia.

3.2.2. Geometria

Uma estrutura de betão armado contém betão e armadura. O betão pode ser representado bidimensionalmente, por elementos casca, ou tridimensionalmente, por elementos volumétricos ou sólidos. A armadura pode ser simulada por elementos barra ou elementos volumétricos. Na primeira metodologia, a viga foi representada bidimensionalmente e as armaduras por elementos barra. Na segunda metodologia, os elementos estruturais foram representados por elementos volumétricos e as armaduras por elementos barra. Seguidamente, procede-se à explanação da extração da informação dos elementos estruturais betão e armadura, representados no programa *Revit*, pelas duas metodologias e à descrição da manipulação dessa informação para, posteriormente, ser introduzida no ficheiro de texto. Complementarmente, nas ilustrações 3.6 a 3.9, estão indicados comandos em linguagem *Python* para representação do elemento estrutural e atribuição da geometria.

Na primeira metodologia, recorreu-se ao seguinte faseamento de tarefas para representação do elemento bidimensional no programa informático *DIANA*: introdução do elemento viga no ambiente *Dynamo* como elemento sólido; explosão da geometria tridimensional em facetas e vértices; rotina para obtenção da faceta de maior dimensão; obtenção dos pontos relativos às condições de apoio e condições de carregamento; introdução dos pontos com a devida sequência nos comandos em linguagem *Python*. Relativamente à armadura, a extração da informação geométrica pode-se resumir a:

introdução dos elementos no ambiente *Dynamo*; distinção entre armadura longitudinal e transversal; idealização das armaduras em elementos curva no ambiente *Dynamo*; deconstrução dos elementos curva em pontos e segmentos; introdução dos pontos com a devida sequência nos comandos em linguagem *Python*.

A estrutura porticada de betão armado contém diversos elementos estruturais em betão: uma laje, duas vigas, quatro pilares e quatro sapatas. No entanto, a rotina de extração e estruturação de informação destes elementos é bastante semelhante. Segue-se a explanação do faseamento de tarefas: introdução dos elementos de betão no ambiente *Dynamo* como elementos sólidos; explosão das geometrias tridimensionais em facetas e vértices; rotina para obtenção dos vértices com as menores coordenadas tridimensionais; rotina para obtenção das dimensões dos elementos estruturais; introdução dos pontos e dimensões com a devida sequência nos comandos em linguagem *Python*; introdução de um comando para subtração de geometrias para eliminar a sobreposição de matéria. Neste caso, a introdução das condições de carregamento e condições de fronteira é realizada nas faces dos elementos volumétricos, o que não necessita de referir eventuais pontos intermédios.

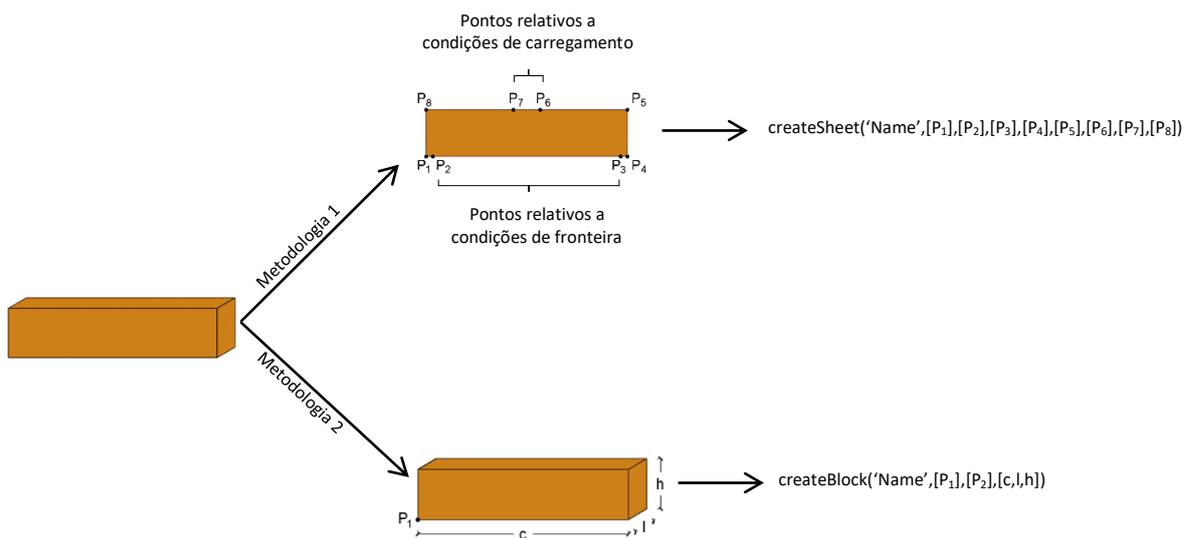


Ilustração 3.6 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para representação de um elemento de betão.

Em relação à armadura, esta metodologia difere-se da primeira na particularidade de haver uma distinção não só entre armadura longitudinal e armadura transversal, como também de dobras. A dobra constitui o prolongamento da armadura

para amarração. A curvatura existente na armadura transversal não é considerada, uma vez que o programa *Dynamo* assume um prolongamento linear da armadura. A representação da dobra da armadura foi realizada por um arco que contempla os seguintes atributos: posição do centro do arco, orientação normal do plano ao qual o arco é definido, direção de referência do eixo local x, raio do arco, ângulo do ponto inicial em relação ao eixo local xx e o ângulo de rotação entre o ponto inicial e o ponto final. Os atributos anteriormente citados, com a exceção da direção da referência do eixo local xx, foram extraídos diretamente do elemento arco no ambiente *Dynamo*.

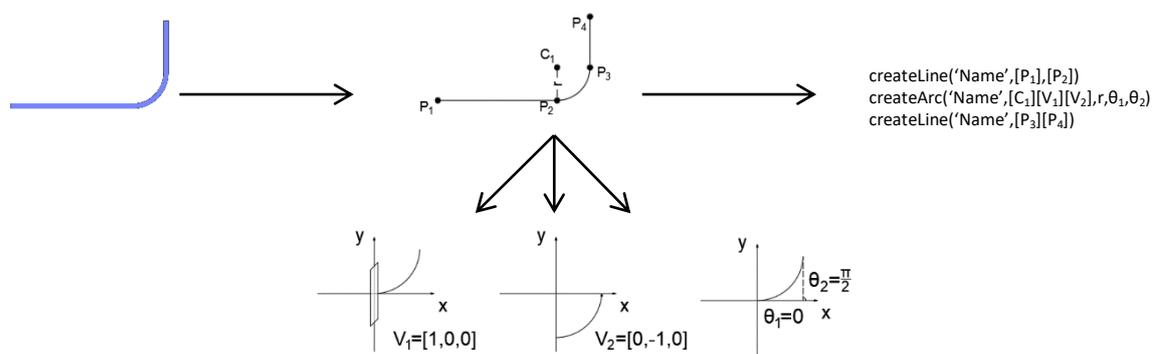


Ilustração 3.7 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para representação de um elemento de armadura.

Finalizada a criação da volumetria dos elementos estruturais, procedeu-se à introdução e atribuição da geometria à volumetria associada. Na primeira metodologia, foi necessário atribuir uma espessura à geometria do elemento de betão, enquanto que, na segunda metodologia, apenas requisitou a atribuição de um elemento sólido à geometria do elemento de betão. Relativamente aos elementos armadura, a primeira metodologia atribuiu uma área à geometria da armadura, ao passo que a segunda metodologia atribuiu o diâmetro à respetiva geometria da armadura.

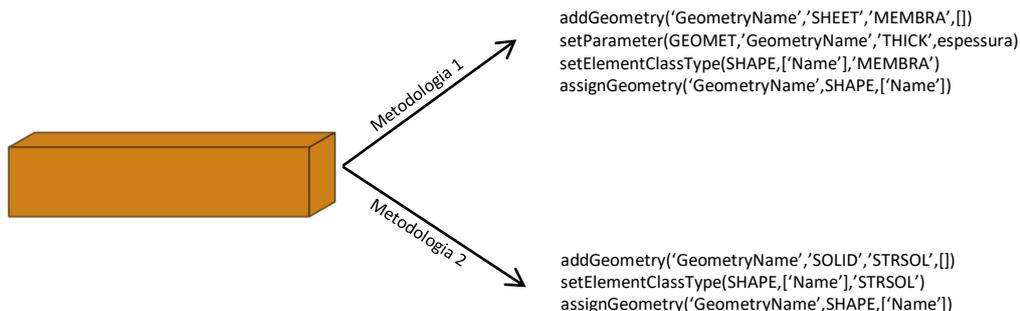


Ilustração 3.8 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de geometria ao elemento estrutural de betão.

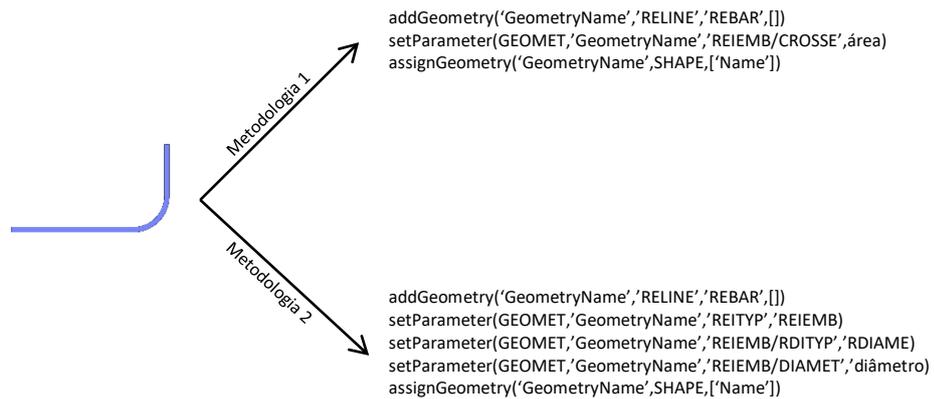


Ilustração 3.9 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de geometria ao elemento armadura de reforço.

3.2.3. Propriedades dos materiais

As propriedades dos materiais incluem modelos constitutivos, curvas de comportamento à compressão e à tração, valores de parâmetros materiais, desde módulo de elasticidade, coeficiente de *Poisson*, resistência à compressão, resistência à tração, entre outros. Nas ilustrações 3.10 e 3.11, estão exemplificados comandos em linguagem *Python* que permitem atribuir um material ao respetivo elemento estrutural.

Esta informação foi depositada no modelo *BIM* do programa *Revit*. Na primeira metodologia, as propriedades dos materiais foram introduzidas manualmente nos elementos estruturais, enquanto que, na segunda metodologia, o programa *Dynamo* atribuiu as propriedades dos materiais aos respetivos elementos estruturais. A informação contemplada no modelo *BIM* foi extraída pelo programa *Dynamo* para, posteriormente, ser estruturada e inserida no ficheiro de texto, de modo a que cada elemento estrutural, representado no programa *DIANA*, fosse acoplado com o respetivo material.

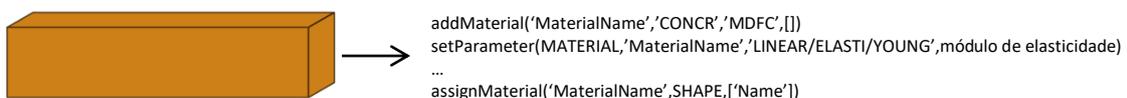


Ilustração 3.10 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de material ao elemento estrutural de betão.

Nas duas metodologias, os elementos de betão foram atribuídos com o modelo de múltiplas fendas fixas e todos os parâmetros materiais incluídos neste modelo. Relativamente aos elementos armadura, as metodologias introduziram o modelo *von Mises* com patamar de endurecimento para descrever o seu comportamento.

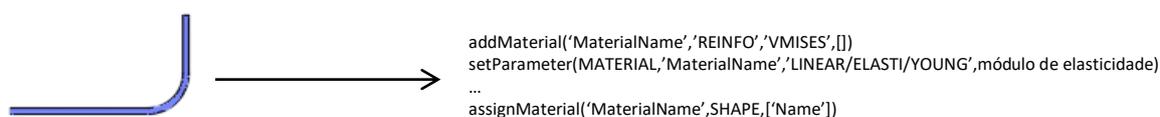


Ilustração 3.11 - Informação a ser inserida no ficheiro de texto para atribuição de material ao elemento armadura.

3.2.4. Condições de carregamento e condições de fronteira

Anteriormente, foi referido que as condições de carregamento e as condições de fronteira são introduzidas no modelo analítico e, embora este procedimento possa reduzir a dinâmica no processo de modelação tridimensional, pode ser contornado pela criação de objetos tridimensionais com informação associada às respetivas condições.

Neste trabalho, não se procedeu à criação de tais objetos, pelo que se apoiou no modelo analítico do programa informático *Revit*. Desta forma, introduziu-se condições de carregamento e condições de fronteira diretamente no modelo estrutural e, posteriormente, o programa informático *Dynamo* extraiu a posição das respetivas condições. No entanto, para que as condições sejam introduzidas eficazmente no programa informático de elementos finitos, realizou-se um acerto de cota, de forma a que fossem aplicadas na superfície do elemento estrutural.

O elemento estrutural viga contempla duas cargas nodais e dois apoios nodais. As cargas foram introduzidas no ficheiro de texto segundo deslocamentos impostos e os apoios com a respetiva restrição de translação e rotação. A estrutura porticada contém uma carga de superfície aplicada na laje e apoios de superfície aplicadas na face inferior das sapatas. Adicionalmente, introduziu-se no ficheiro de texto, a solicitação relativa ao peso próprio da estrutura.

3.2.5. Propriedades da malha de elementos finitos e parâmetros de análise

Estabelecidas as propriedades dos materiais, condições de fronteira e condições de carregamento, procede-se à idealização da malha de elementos finitos. No programa informático *DIANA*, certos parâmetros deverão ser introduzidos para a criação da malha de elementos finitos, de entre os quais se destacam o tamanho do elemento finito desejado, a configuração do elemento finito e o grau de interpolação. Nas duas metodologias, o elemento finito foi definido segundo uma malha quadrática/hexagonal e interpolação linear. Após criação da malha de elementos finitos, introduziu-se uma análise não-linear com toda a informação necessária para a sua realização, nomeadamente passos de carga, processo iterativo e norma de convergência.

3.2.6. Reflexão das metodologias implementadas no ambiente *Dynamo*

As duas metodologias realizaram o seu propósito: extração da informação relevante do modelo *BIM* para realização de uma análise no programa informático de elementos finitos *DIANA*. O tempo de processamento do ficheiro de texto, relativo à estrutura porticada, no programa informático *DIANA* demorou sensivelmente uma hora e quarenta minutos, desde a criação de um novo projeto à geração da malha de elementos finitos.

Embora as duas metodologias sejam capazes de transferir a informação intrínseca no modelo *BIM*, poderá criar-se uma ferramenta capaz de transferir toda a informação geométrica e não geométrica do programa *Revit* para o programa *DIANA*, desde elementos prismáticos a elementos curvilíneos e quaisquer informações associadas a propriedades materiais, a condições de fronteira, a condições de carregamento, a propriedades da malha de elementos finitos e a parâmetros de análise. Adicionalmente, para além desta informação, poder-se-á transferir pré-esforço, o meio envolvente, nomeadamente o solo para efeitos de contabilização do fenómeno estrutura-solo, fenómenos de ligação betão/armadura, entre outros.

Por sua vez, a *API* possibilita a criação de *plugins* no ambiente gráfico do programa *Revit*. O *plugin*, programado em linguagem *C#*, poderá apresentar as

Capítulo 3 – Metodologia para análise não-linear com base em informação *BIM*

funcionalidades descritas anteriormente, sistematizando toda a informação relevante no ficheiro de texto, tal como descrito na ilustração 3.12. A corporação *DIANA FEA BV*, responsável pelo programa *DIANA*, desenvolveu um *plugin* no *Revit* [86]. Porém, a sua aplicabilidade é limitada à transferência de geometrias simplificadas de elementos de betão.



Ilustração 3.12 - Fluxo de trabalho desejável.

4. Aplicação e validação da ferramenta desenvolvida

Neste capítulo, abordam-se três modos de rotura mais frequentes em vigas de betão armado: rotura por corte/flexão, rotura dúctil por flexão e rotura por flexão com esmagamento do betão. As vigas de betão armado foram representadas no programa *Revit*, bem como informação relevante para a realização da simulação numérica. A primeira metodologia, descrita na secção 3.2, foi utilizada para importar as vigas de betão armado. O objetivo será avaliar a robustez da metodologia na transferência de diferentes opções de modelação, de forma a simular corretamente várias tipologias de rotura.

As vigas sujeitas a rotura por corte/flexão e rotura dúctil por flexão foram averiguadas tendo por base ensaios experimentais e simulações numéricas de artigos científicos. Embora este trabalho não incluía validação experimental da rotura por flexão com esmagamento do betão, realizou-se um cálculo analítico para este modo de rotura.

O capítulo está segmentado em três parcelas principais: descrição das vigas sujeitas aos diferentes modos de rotura, destacando resultados experimentais, numéricos e/ou analíticos; aplicação do modelo avançado do betão nas respetivas roturas do elemento estrutural; aplicação do modelo simplificado do betão nas respetivas roturas do elemento estrutural. Na ilustração 4.1, está exibida uma esquematização do presente capítulo. No início dos subcapítulos relativos à aplicação do modelo avançado e à aplicação do modelo simplificado, é realizada uma breve descrição das leis constitutivas a que devem obedecer. As leis constitutivas foram idealizadas com as funcionalidades e ferramentas disponíveis no programa de cálculo estrutural baseado no método de elementos finitos *DIANA*.

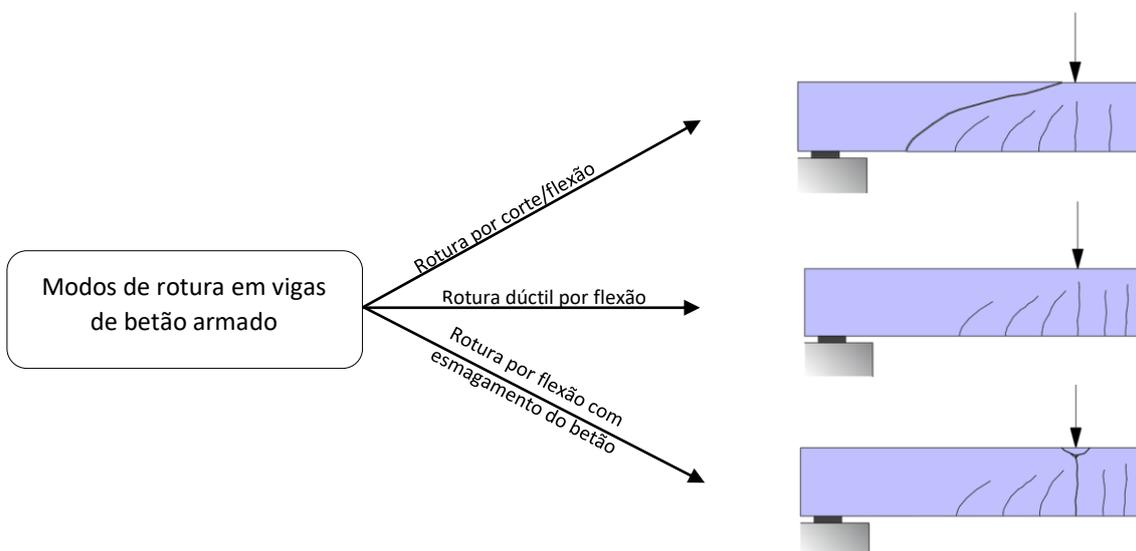


Ilustração 4.1 – Esquematização dos conteúdos abordados no presente capítulo.

4.1. Rotura por flexão/corte

O dano por corte reduz a capacidade resistente e a ductilidade dos elementos estruturais de betão. Consequentemente, o dimensionamento de estruturas de betão armado deverá contemplar uma adequada margem de segurança para inibir a existência ou possibilidade do modo de rotura por corte. Por sua vez, a rotura por corte, em elementos estruturais viga, varia consideravelmente com as dimensões longitudinais e transversais, condições de carregamento e propriedades materiais dos constituintes. A capacidade resistente ao corte de uma viga pode ser determinada consoante a possibilidade de existência de armadura transversal. No caso de vigas com armadura de esforço transversal, a resistência ao corte pode ser estimada pela analogia da treliça desenvolvido por *Ritter* [91] e *Mörch* [92]. Em elementos sem armadura transversal, o mecanismo resistente ao esforço transversal é proporcionado por uma componente resistente relativa à resistência ao corte do betão comprimido, por uma componente vertical das forças que se desenvolvem ao longo da fenda (engrenagem), por uma componente associada à resistência ao corte do varão longitudinal (cavilha) e por uma componente associada à resistência ao corte pelo efeito do arco.

4.1.1. Descrição da viga

Collins e Kuchma [93] ensaiaram diversas vigas com o objetivo de determinar a tensão máxima ao corte. De entre os ensaios realizados, a viga *SE50A-45* do caso RB2 apresentou um mecanismo de rotura por corte com fenda diagonal. Na ilustração 4.1, é exibido um corte longitudinal da viga com indicação da geometria, armadura longitudinal, condições de carregamentos e condições de apoio. Na ilustração 4.2, estão representados cortes transversais da viga.

A viga tem oito varões longitudinais de diâmetro de 16 mm ao longo de todo o seu comprimento. Existem ainda quatro varões longitudinais de diâmetro de 16 mm na faixa tracionada do corte B-B' e do corte C-C', que permitem controlar a extensão da fenda vertical. O recobrimento nominal é de 25 mm e não existe armadura transversal de corte. A viga é carregada simultaneamente em duas posições com intensidades diferentes. No carregamento concentrado esquerdo é introduzido uma carga F , enquanto que no carregamento concentrado direito é aplicado uma carga $2F$. A distância entre os carregamentos concentrados e os apoios é de 1150 mm. Os carregamentos concentrados e os apoios são aplicados através de placas de aço de espessura de 50 mm de modo a distribuir os esforços, evitar concentrações de tensões e esmagamento do betão. Na tabela 4.1 apresentam-se as dimensões principais da viga.

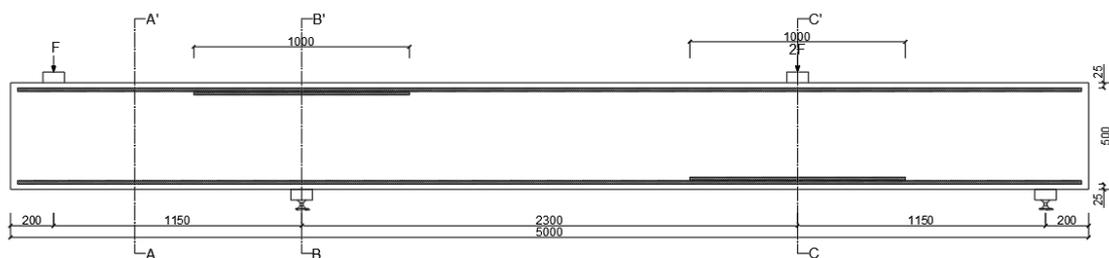


Ilustração 4.2 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, condições de fronteira, dimensões e cortes transversais. Dimensões em milímetros.

Comprimento [mm]	Distância ao carregamento [mm]	Espessura [mm]	Altura [mm]	Vão de corte
5000	1150	169	500	2.505

Tabela 4.1 - Dimensões principais da viga.

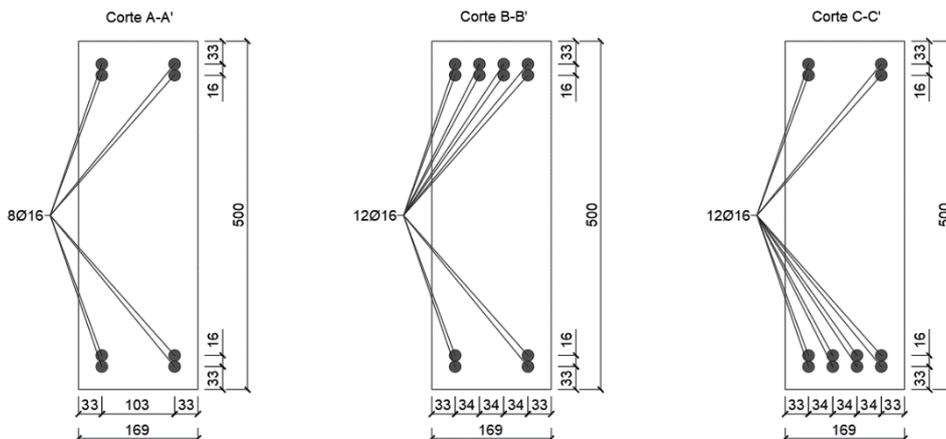


Ilustração 4.3 - Cortes transversais da viga. Indicações das dimensões e quantidade de armadura longitudinal. Dimensões em milímetros.

Na figura 4.1, pode-se observar o mecanismo de rotura – fenda diagonal típica de uma rotura por corte – no lado direito da viga. A fenda propagou-se ao longo da viga até alcançar a zona comprimida do betão. No instante em que a viga alcançou o ponto crítico, ocorreu rotura resultante da separação do betão comprimido. O carregamento máximo obtido foi de $P_1 = 69$ kN. Posteriormente, a viga foi reforçada e testada novamente de modo a obter rotura no lado oposto. O carregamento máximo obtido foi de $P_1 = 81$ kN no segundo teste. A curva força-deslocamento não está disponível.

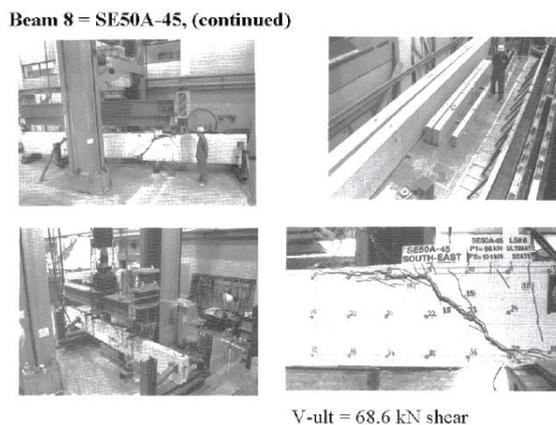


Figura 4.1 - Mecanismo de rotura obtido por Collins e Kuchima [93].

4.1.2. Simulação numérica da viga SE50A-45 (RB2)

Nesta Secção, apresenta-se o modelo de elementos finitos, o procedimento iterativo, os modelos e parâmetros materiais adotados e, por último, os resultados

obtidos pela simulação numérica. Esta informação foi retirada de um documento disponibilizado em [86].

4.1.2.1. Modelo de elementos finitos e método iterativo

A análise de elementos finitos foi realizada através de um modelo bidimensional de estado plano de tensão com elementos finitos do tipo CQ16M [86] (betão e placas de aço dos apoios e carregamentos). Este tipo de elemento apresenta oito nós quadriláteros isoparamétricos de estado de tensão baseados na interpolação quadrática e integração de *Gauss*. Por definição, no programa *DIANA* são admitidos 2×2 pontos de integração de *Gauss* na área do elemento finito. A viga foi discriminada em elementos finitos com dimensões máximas de 25×25 [mm²].

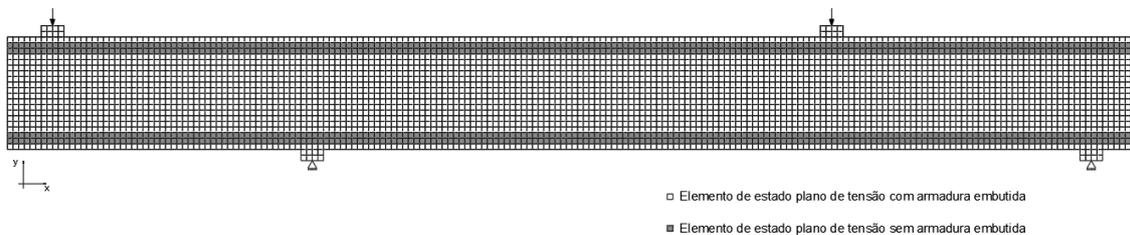


Ilustração 4.4 - Modelo de elementos finitos da viga SE50A-45 (RB2).

Para simular a interação entre a armadura e o betão circundante, foi considerado uma ligação perfeita da armadura longitudinal no betão. As cargas F e $2F$ foram aplicadas como carregamentos nodais, com amplitudes incrementais de 1 kN e 2kN, respetivamente. O apoio intermédio foi inserido com translação fixa na direção xx e yy e o apoio extremo foi inserido com translação fixa na direção yy . Foi considerado um critério de convergência de energia com uma tolerância de 1×10^{-4} . O algoritmo *line search* foi introduzido para melhorar a convergência, bem como o método do comprimento do arco obter a resposta pós-pico. O método iterativo adotado foi o *Newton-Raphson* regular.

4.1.2.2. Análise não-linear estática

As propriedades dos materiais atribuídas em [93] para o betão e armadura foram empregues no modelo numérico. Para o betão considerou-se o modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais [86]. Para descrever o comportamento à

compressão e à tração, foi utilizada a curva *Thorenfeldt* e a curva *Hordijk*, respetivamente. O betão tem uma resistência média à compressão de 53 MPa e um tamanho de agregado de 10 mm. A resistência média à tração, módulo de elasticidade e energia de fratura de modo I, G_f , foram definidas através de expressões do *CEB-FIP Model Code 1990* [94]. Considerou-se comportamento linear-elástico para a armadura longitudinal com módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0.15. A largura da fenda é dependente do tamanho, forma e da função de interpolação do elemento finito, e foi definida pelo método de *Rots*.

4.1.2.3. Descrição dos resultados

O modelo de fendas rotativas tem provado ser razoavelmente eficaz em simular estruturas de betão armado que são dominantes no modo I de fratura. Neste caso particular, o desempenho do modelo de fendas rotativas também esteve em concordância com os carregamentos máximos obtidos experimentalmente. Foi obtida uma força máxima de 78.8 kN através da análise não-linear de elementos finitos. O diagrama força-deslocamento está representado no gráfico 4.1.

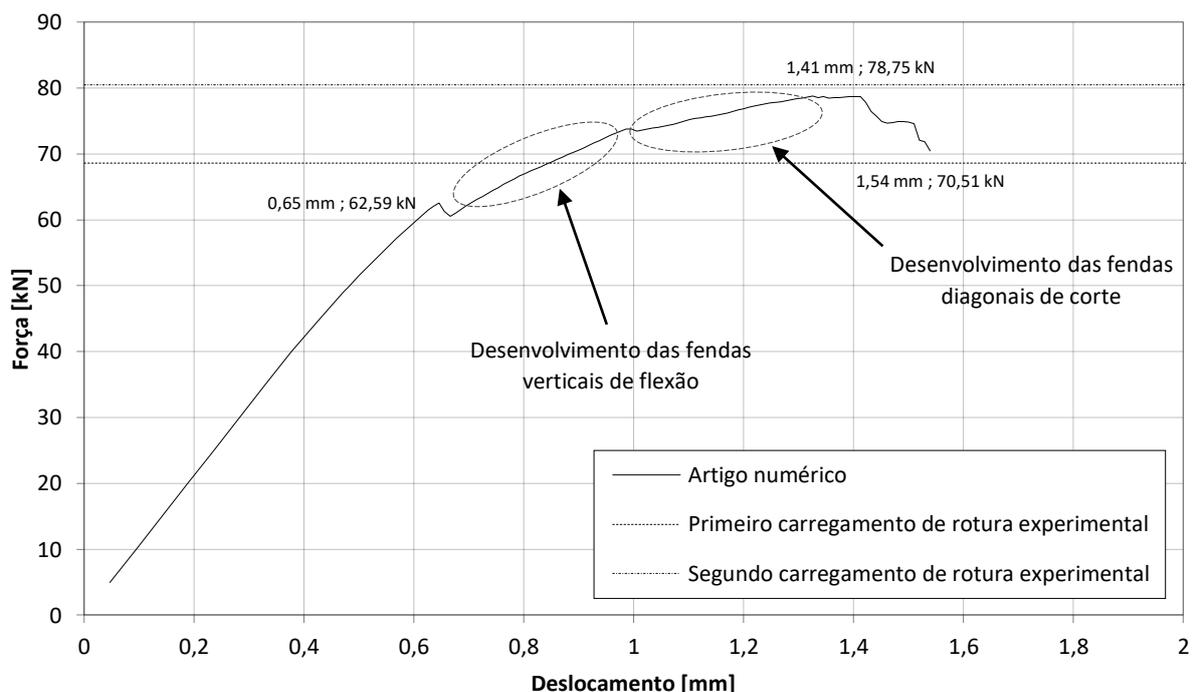


Gráfico 4.1 - Curva de capacidade da viga.

Na ilustração 4.5, estão exibidos as extensões principais de tração no betão para diferentes passos de carga. A iniciação das fendas principais de flexão ocorreu para um nível de carregamento de 62.6 kN, momento da primeira redução da rigidez da viga. Com o incremento do carregamento, as fendas verticais de flexão propagam-se, mas são condicionadas pela armadura longitudinal de tração. A segunda redução de rigidez da viga deve-se à formação de fendas verticais no alinhamento da extremidade da armadura longitudinal de tração. Estas fendas verticais dão origem a quatro fendas diagonais. Contudo, com o desenvolvimento da carga, observa-se que apenas as fendas diagonais localizadas entre o respetivo carregamento e apoio se propagam até à zona comprimida do betão. As restantes fendas diagonais acabam por se fechar, possivelmente devido à redução da carga após alcançar o valor máximo. O decaimento da carga corresponde à resposta em que a deformação aumenta até a rotura da viga.

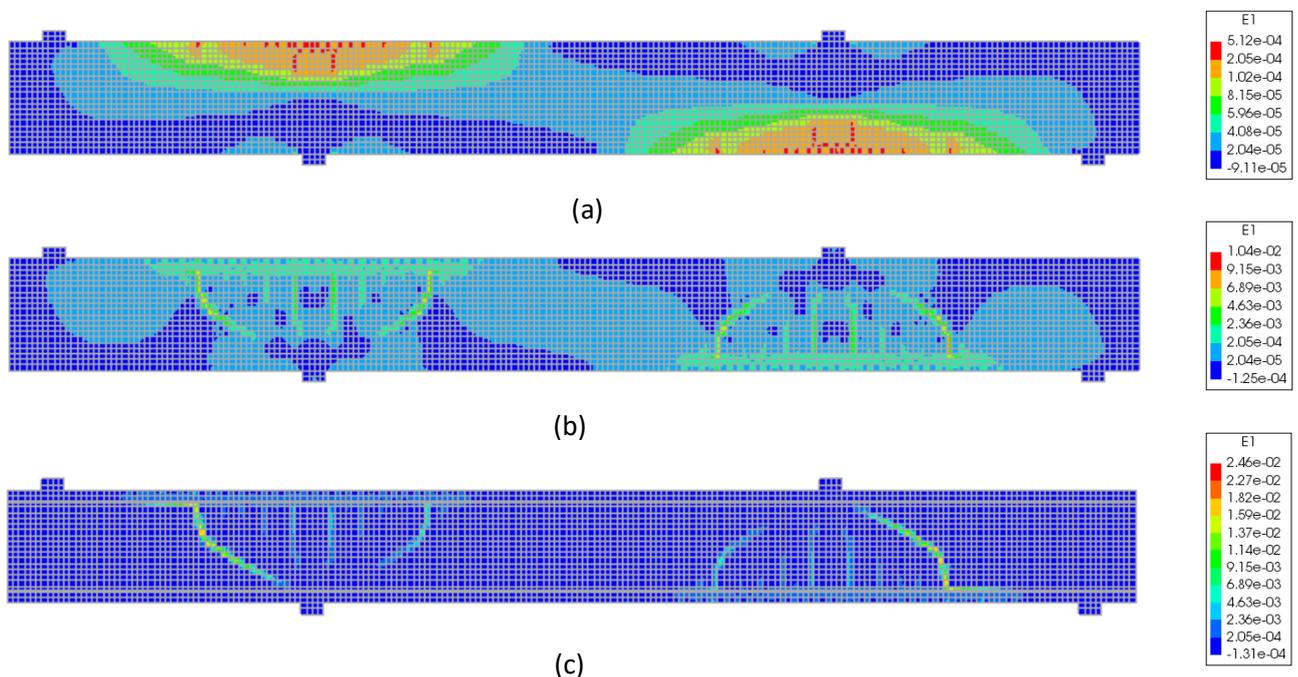


Ilustração 4.5 – Extensões principais de tração, E1, do betão para deslocamentos de 0.65 mm (a); 1.41 mm (b); 1.54 mm (c).

4.1.3. Análise analítica da rotura por flexão/corte da viga

A norma Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95] contempla uma formulação empírica para determinação da capacidade resistente de elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso. O valor de cálculo do esforço transverso

resistente obtido foi de 107.91 kN. Complementarmente, a norma ACI [96] disponibiliza uma expressão simplificada, relacionando a capacidade resistente com a tensão de compressão do betão, cujo resultado foi de 96.00 kN. O cálculo detalhado está no anexo III.

4.2. Rotura dúctil por flexão

Ao contrário da rotura por corte/flexão, que em geral corresponde a uma rotura frágil, a rotura dúctil por flexão dos elementos estruturais é preferível, pelo que é favorecida nas normas de dimensionamento, devido à capacidade de o material apresentar deformações com uma pequena redução da resistência.

4.2.1. Descrição da viga

Sena et al. [97] analisaram três vigas reforçadas à flexão com *FRP's* aplicadas por técnicas diferentes: *EBR*, *NSM* e *MF-EBR* e uma viga sem reforço para comparação de resultados. As vigas foram submetidas a um ensaio de flexão em quatro pontos sob carregamento monótono e carregamento cíclico. As vigas foram ainda simuladas numericamente sob carregamento monótono no programa computacional de elementos finitos *FEMIX* [98].

As vigas reforçadas à flexão com *FRP's* não são relevantes este trabalho, pelo que a atenção se concentrou na viga não-reforçada denominada de *REF* em *Sena et al.* [97]. Na ilustração 4.6, é exibido um corte longitudinal da viga com indicação da geometria, armadura longitudinal, condições de carregamentos e condições de fronteira. A ilustração 4.7 apresenta um corte transversal da viga.

A viga tem uma secção transversal de 200 mm de largura por 300 mm de altura, com um vão total de 2200 mm e um vão teórico de 2000 mm. A viga é constituída por três varões longitudinais inferiores de diâmetro de 10 mm, por dois varões longitudinais superiores de diâmetro de 10 mm e armaduras transversais de diâmetro de 6 mm com espaçamento de 100 mm. O recobrimento é de 20 mm. Os carregamentos concentrados são aplicados diretamente na viga, sendo a distância entre os apoios e os carregamentos de 900 mm. Na tabela 4.2 estão sumarizadas as dimensões principais da viga.

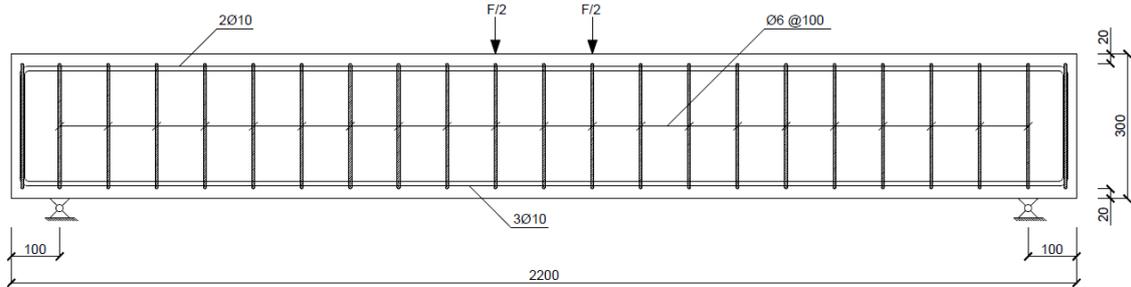


Ilustração 4.6 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, das condições de fronteira, das dimensões, da quantidade de armadura longitudinal e de armadura transversal. Dimensões em milímetros.

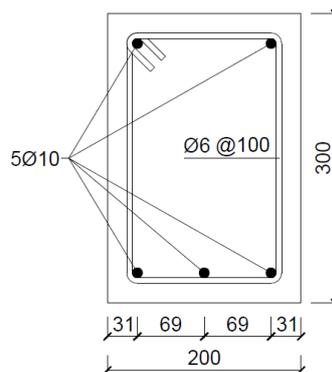


Ilustração 4.7 - Corte transversal da viga. Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal. Dimensões em milímetros.

Comprimento [mm]	Distância ao carregamento [mm]	Espessura [mm]	Altura [mm]	Vão de corte
2200	900	200	300	3.346

Tabela 4.2 - Dimensões principais da viga.

4.2.2. Simulação numérica da viga REF

Nesta Secção, descrevem-se os modelos e os parâmetros materiais implementados na análise não-linear e, posteriormente, a curva de capacidade obtida pelo programa *FEMIX*, indicado em *Sena et al.* [97].

4.2.2.1. Análise não-linear de elementos finitos

O betão foi definido segundo o modelo de múltiplas fendas fixas submetido a um critério *cut-off* linear à tração, com um regime de amolecimento descrito pela curva *Hordijk, Cornelissen and Reinhardt* [86, 99]. O betão tem uma resistência média à compressão de 53.08 MPa e uma resistência média à tração de 2.9 MPa. O módulo de elasticidade do betão é de 31.17 GPa e a energia de fratura de modo I é de 0.09 N/mm. Para o comportamento ao corte, foi adotado um fator de redução de rigidez ao corte constante e igual a 0.2.

A armadura longitudinal e armadura transversal foram definidas segundo um modelo plástico isotrópico com critério de cedência *von Mises*. O modelo material consiste num comportamento ideal-plástico até à tensão de cedência e numa hipótese de endurecimento descrita segundo uma lei bilinear definida por dois pontos referidos nas tabelas 4.3 e 4.4 para as respetivas armaduras. O módulo de elasticidade da armadura longitudinal e da armadura transversal é de 200 GPa e o coeficiente de *Poisson* de 0.2.

Extensão na tensão de cedência	Tensão de cedência	Extensão na tensão última	Tensão última
2.53 ‰	455.00 MPa	160.00 ‰	475.00 MPa

Tabela 4.3 – Pontos implementados na lei bilinear da armadura longitudinal.

Extensão na tensão de cedência	Tensão de cedência	Extensão na tensão última	Tensão última
2.36 ‰	452.00 MPa	135.75 ‰	475.00 MPa

Tabela 4.4 - Pontos implementados na lei bilinear da armadura transversal.

A largura da fenda foi definida pelo método de *Rots*. O modelo de múltiplas fendas fixas requer ainda a atribuição de um ângulo limite. O valor do ângulo limite foi de 89° , possibilitando a criação de apenas duas fendas no mesmo ponto de integração.

4.2.2.2. Descrição dos resultados

O diagrama força-deslocamento da viga ensaiada bem como o diagrama força-deslocamento da simulação numérica realizada por *Sena et al.* [97] estão presentes no gráfico 4.2. As curvas de capacidade apresentam os três estados de comportamento de uma estrutura dúctil sujeita a rotura por flexão. As respostas experimental e numérica exibiram um comportamento linear-elástico até ao momento resistente à flexão. Posteriormente, a curva inclina-se ligeiramente em direção ao eixo horizontal devido à degradação da rigidez de flexão. Ao ser alcançada a tensão de cedência da armadura, a curva inclina-se apreciavelmente, apresentando um patamar quase horizontal.

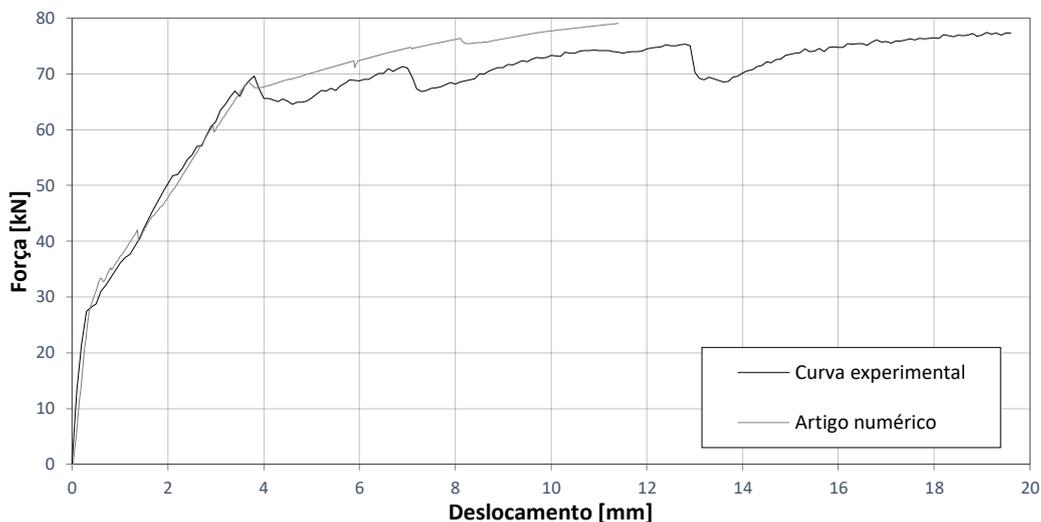


Gráfico 4.2 - Curva de capacidade da viga.

4.2.3. Análise analítica da rotura dúctil por flexão

A capacidade resistente da viga foi determinada pelo cálculo do momento fletor resistente admitindo o bloco retangular para a distribuição de tensões no betão, tendo sido obtido um valor de 65.32 kN. O cálculo detalhado está no anexo III.

4.3. Rotura por flexão com esmagamento do betão

A rotura por flexão com esmagamento do betão pode ocorrer em estruturas de betão armado que contemplam uma elevada taxa de armadura longitudinal. Embora um elemento estrutural sobredimensionado sustente uma solicitação superior à de um elemento subdimensionado, a rotura manifesta-se subitamente e com um comportamento frágil.

4.3.1. Descrição da viga

Ao contrário do modo de rotura por corte/flexão e o modo de rotura dúctil por flexão que agregam análises experimentais e numéricas, o modo de rotura por flexão com esmagamento do betão não foi incutido de tais instrumentos de averiguação. Contudo, procedeu-se à idealização do respetivo modo obedecendo a um conjunto de configurações semelhantes à da viga descrita na Secção 4.2.1. A viga contempla as mesmas dimensões principais, a mesma quantidade de armadura transversal e as mesmas condições de fronteira e de carregamento. Para se obter esmagamento do betão, modificou-se as propriedades do elemento de betão e a quantidade de armadura longitudinal.

Na ilustração 4.8 e na ilustração 4.9, estão demonstrados o corte longitudinal e o corte transversal da viga, respetivamente. A armadura longitudinal da viga é composta por quatro varões inferiores de diâmetro de 20 mm e por dois varões superiores de diâmetro de 8 mm. Na Secção 4.3.2. é apresentado um cálculo justificativo para a adoção desta quantidade de armadura longitudinal.

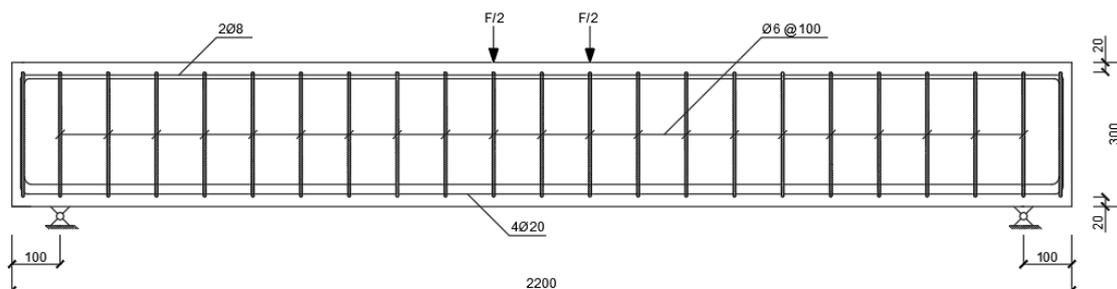


Ilustração 4.8 - Corte longitudinal da viga. Indicação das condições de carregamento, das condições de fronteira, das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal. Dimensões em milímetros.

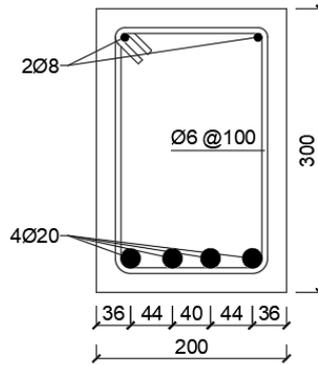


Ilustração 4.9 - Corte transversal da viga.
Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.

4.3.2. Cálculo analítico

No cálculo analítico, foram adotados um valor médio da tensão de rotura do betão à compressão de 16 MPa, um diagrama linear de distribuição de tensões para descrever o betão e um diagrama elástico-perfeitamente plástico para descrever o comportamento da armadura longitudinal. Uma vez que se trata de uma rotura por esmagamento do betão, pressupôs-se que a armadura longitudinal ainda se encontra em regime elástico. Pelo equilíbrio de forças, foi obtido uma capacidade máxima resistente da viga de 111.38 kN. O cálculo detalhado está no anexo III.

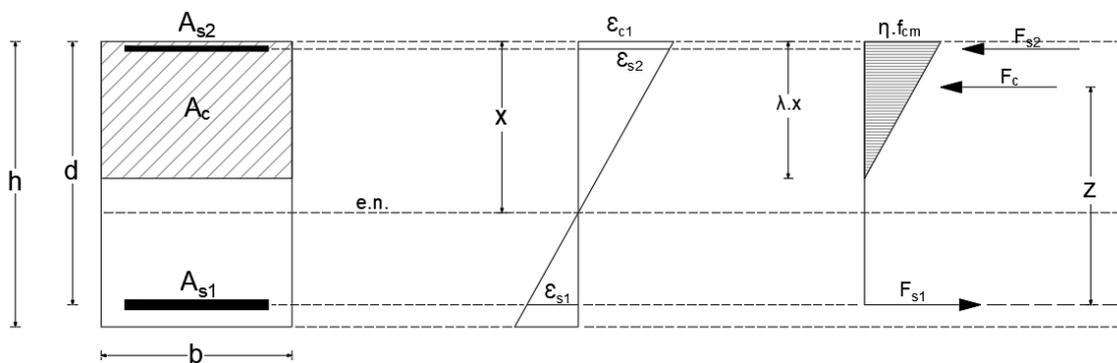


Ilustração 4.10 – Esquemática das forças resistentes do elemento estrutural.

4.4. Análise numérica avançada

Numa análise numérica avançada, o modelo do betão deve descrever o correto comportamento do material durante as diversas fases de solitação do elemento estrutural. O comportamento à tração do betão deverá ser idealizado por um diagrama de amolecimento tipo exponencial, como por exemplo o diagrama proposto por *Hordijk* ou o diagrama exponencial. Neste trabalho adotou-se a primeira opção. A curva *Hordijk* é definida pela seguinte expressão no sistema de coordenadas locais:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^{cr} = f_t \left\{ \left[1 + \left(\frac{c_1 \varepsilon^{cr}}{\varepsilon_u} \right)^3 \right] e^{-\frac{c_2 \varepsilon^{cr}}{\varepsilon_u}} - e^{-c_2} (1 + c_1^3) \frac{\varepsilon^{cr}}{\varepsilon_u} \right\}, \quad 0 \leq \varepsilon^{cr} \leq \varepsilon_u \\ 0, \quad \varepsilon^{cr} > \varepsilon_u \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Os parâmetros σ^{cr} , f_t , ε^{cr} , ε_u , c_1 e c_2 correspondem, respetivamente, à tensão normal ao plano da fenda, resistência à tração do betão, largura da fenda, largura da fenda crítica e constantes de materiais obtidas por análises de regressão realizadas por *Cornelissen, Hordijk & Reinhardt* [99]. As constantes c_1 e c_2 são normalmente atribuídas de um valor $c_1 = 3.0$ e $c_2 = 6.93$. A curva *Hordijk* está representada na ilustração 4.11.

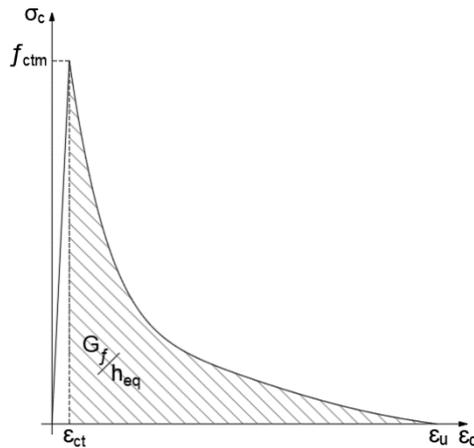


Ilustração 4.11 – Diagrama tensão-extensão de *Hordijk* para descrever o comportamento à tração do betão.

O comportamento de compressão do betão é bastante complexo, especialmente no regime pós-pico, exibindo uma relação de amolecimento em ensaios experimentais de carregamento uniaxial. O diagrama tensão-extensão do betão à compressão foi descrito por duas curvas constitutivas. Para extensões de compressão do betão

inferiores à extensão crítica de compressão, $\varepsilon_{c,lim}$, foi implementada a lei não-linear descrita no *Model Code 2010*:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_c}{f_{cm}} = -\left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}\right), |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \\ \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \\ k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \end{cases} \quad (4.2)$$

Os parâmetros σ_c , f_{cm} , E_{c1} , E_{ci} e k correspondem à tensão uniaxial de compressão do betão, ao valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, ao módulo de elasticidade secante desde a origem até à tensão de pico de compressão do betão, ao módulo de elasticidade secante do betão e número de plasticidade, respetivamente. Após a extensão crítica de compressão, o desenvolvimento do patamar de amolecimento à compressão foi definido por uma função exponencial. A curva de compressão do modelo avançado está representada na ilustração 4.12.

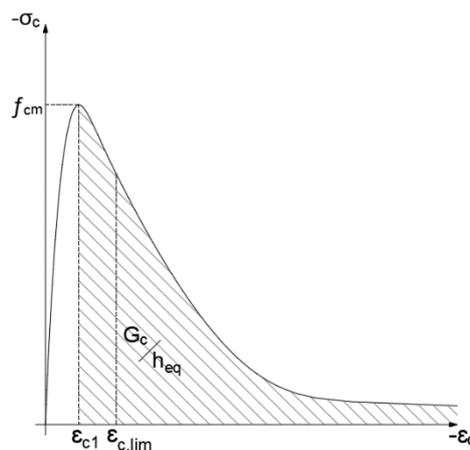


Ilustração 4.12 – Diagrama tensão-extensão do betão à compressão.

Similarmente ao patamar de amolecimento à tração, a área definida por debaixo da curva de comportamento à compressão deve estar coerente com a energia de fratura do betão à compressão, G_c , e o tamanho do elemento finito, h , para evitar dependência e objetividade dos resultados com o tamanho do elemento finito. O tamanho do elemento finito, h , foi definido através do método proposto por *Rots*. Para elementos

finitos bidimensionais com interpolação linear, $h = \sqrt{2A}$. A energia de fratura do betão à compressão foi obtida pela expressão de *Nakamura and Higai* [100], que estabelece uma relação com a energia de fratura do betão à tração:

$$G_c = 250G_f \quad (4.3)$$

O programa *DIANA* contempla uma ampla variedade de opções de modelos constitutivos: modelo de fendas fixas da extensão total, modelo de fendas rotativas da extensão total, modelo de múltiplas fendas fixas e o modelo de *Maekawa-Fukuura*. O modelo de múltiplas fendas fixas foi implementado com um critério de cedência de *Mohr-Coulomb*. Nas simulações numéricas dos três modos de rotura, foram adotados os referidos modelos constitutivos. Com o intuito de simular numericamente todas as configurações existentes disponíveis pelos diversos modelos constitutivos, foram realizados uma série de análises não-lineares, alternando a aplicação de redução do coeficiente de *Poisson*, os diversos modelos existentes para descrever o comportamento de corte e o ângulo limite. De salientar que o objetivo é obter um modelo constitutivo, acoplado do modelo avançado, capaz de simular numericamente os três modos de rotura. Desta forma, qualquer configuração anteriormente referida, terá de ser realizada para os diferentes modos de rotura.

Relativamente ao comportamento de corte, o programa *DIANA* disponibiliza diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte. Tais modelos são de referir: fator de redução de rigidez de corte constante; fator de redução de rigidez de corte baseado no dano; fator de redução de rigidez de corte baseado no modelo *Al-Mahaidi*; fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado; fator de redução de rigidez de corte baseado no modelo contacto de densidade de *Maekawa*; fator de redução de rigidez de corte baseado no modelo contacto de densidade com redução da transferência de corte de *Maekawa*; fator de redução de rigidez de corte baseado no diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

Embora não sejam abordados exhaustivamente certos parâmetros que foram introduzidos nos diversos modelos, irá proceder-se à explanação do diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte. O modelo multilinear foi descrito por um diagrama linear, representado na ilustração 4.13.

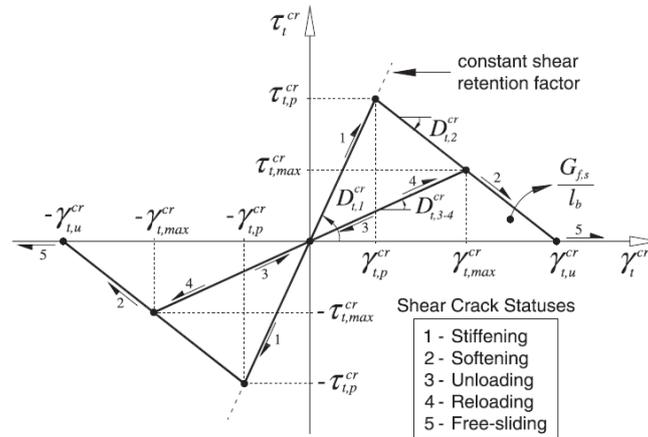


Ilustração 4.13 - Diagrama linear implementado para simular a relação entre a tensão da fenda de corte e a componente extensão da fenda de corte [102].

A tensão da fenda de corte, $\tau_{t,p}^{cr}$, foi determinada pela expressão 6.2a da norma Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95], para elementos que não contemplam armadura transversal, ou pelas expressões 6.8 e 6.9 da mesma norma, para elementos que possuem armadura de esforço transversal. A energia de fratura de modo II foi obtida por uma expressão baseada em ensaios experimentais realizados por *Bažant e Pfeiffer* [101]. Para mais informações sobre o modelo e parâmetros a serem introduzidos no diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte, o leitor é remetido para [102].

Nas próximas Subsecções são apresentadas simulações numéricas, aplicando o modelo avançado anteriormente descrito nas vigas sujeitas aos três modos de rotura referidas nas Secções 4.1, 4.2 e 4.3. Posteriormente, para sistematizar toda a informação recolhida das análises não-lineares, na Secção 4.4.4, estão indicados os modelos constitutivos mais adequados para simular os modos de rotura da viga.

4.4.1. Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura por corte/flexão

O modelo avançado foi adotado na análise não-linear da viga sujeita a rotura por corte/flexão, recorrendo-se ao modelo de elementos finitos, descrito na Secção 4.1.2.1. Adotou-se o método iterativo *Quasi-Newton* do tipo *BFGS* com um critério baseado em energia e tolerância de 1×10^{-5} . Em certas análises, a aplicação de um critério de tolerância de 1×10^{-5} introduziu dificuldades de convergência, pelo que se procedeu à adoção de um critério menos apertado (1×10^{-4}). Os diversos gráficos força-deslocamento foram acoplados da curva de capacidade obtida por *Collins e Kuchma* [93] (ver Secção 4.1.2.3.).

4.4.1.1. Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais

O modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais foi analisado sem redução do coeficiente de *Poisson* e com redução do coeficiente de *Poisson*. Os diagramas força-deslocamento estão representados no gráfico 4.3. A aplicação de redução do coeficiente de *Poisson* demonstrou uma resposta menos rígida da viga, enquanto que a curva de capacidade do modelo sem redução do coeficiente de *Poisson* esteve mais coerente com os resultados obtidos por *Collins e Kuchma* [93].

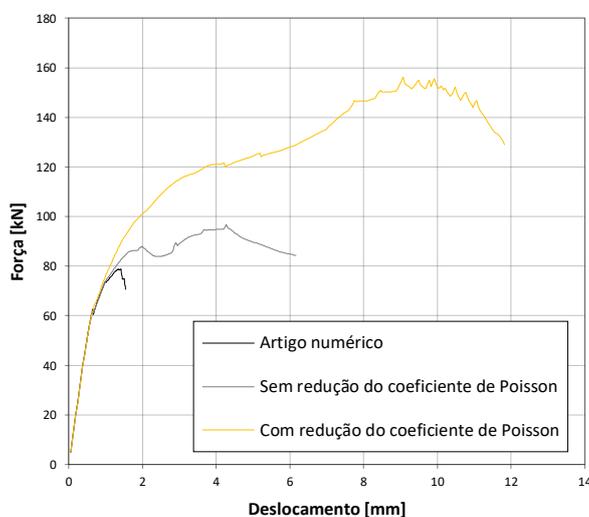


Gráfico 4.3 – Curvas de capacidade com o modelo de fendas rotativas.

4.4.1.2. Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais

A simulação numérica do modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais foi realizada para diversos modelos de comportamento ao corte. Os diagramas força-deslocamento estão ilustrados nos gráficos 4.4 a 4.6. De entre os modelos adotados para descrever o comportamento ao corte, o modelo baseado no dano e o modelo baseado no diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte demonstraram ser os únicos capazes de capturar o mecanismo de rotura. Contudo, o modelo baseado no diagrama multilinear exibiu uma significativa perda de rigidez após criação das fendas principais de flexão. Os restantes modelos sobrestimaram a capacidade resistente da viga, resultado das elevadas tensões de corte existente na face da fenda, denominado por *stress-locking*.

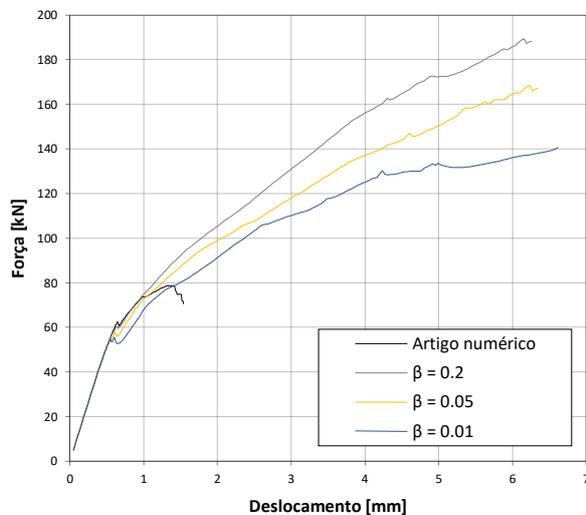


Gráfico 4.4 – Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.

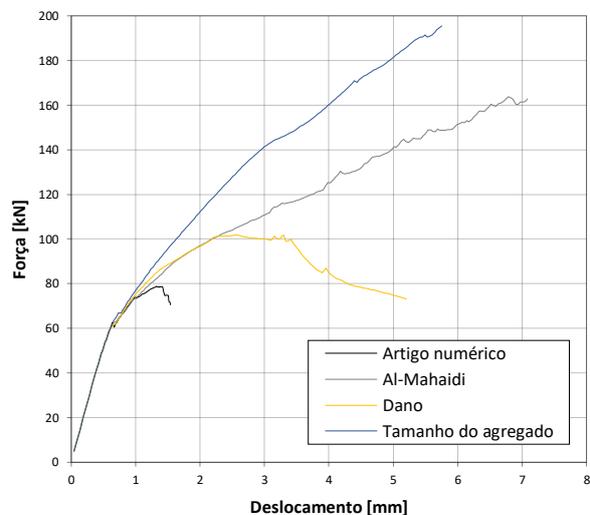


Gráfico 4.5 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

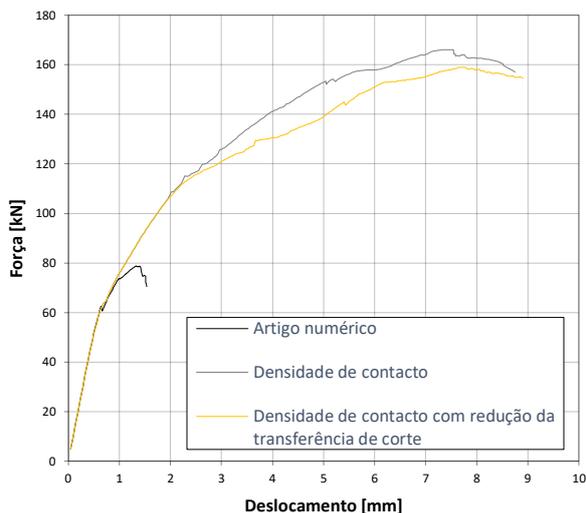


Gráfico 4.6 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

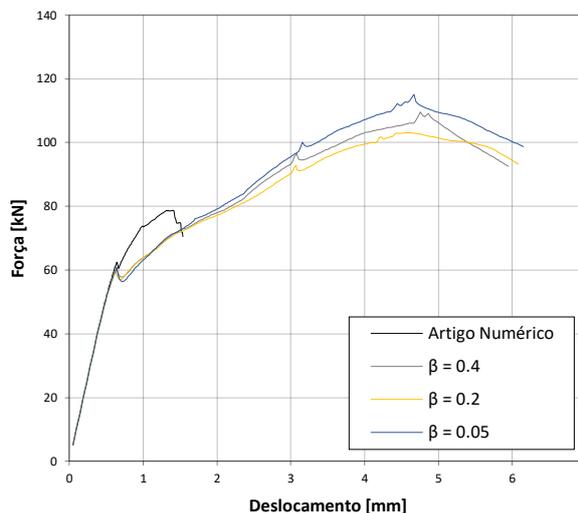


Gráfico 4.7 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.1.3. Modelo de múltiplas fendas fixas

O modelo de múltiplas fendas fixas possibilita a adoção de um ângulo limite entre fendas consecutivas e duas configurações para o fator de redução de rigidez de corte: total e constante. Contudo, apenas foi abordado o fator de redução de rigidez de corte constante, tendo sido adotado diferentes valores. Relativamente ao ângulo limite, foram definidas duas hipóteses: 89° e 30°. As curvas de capacidade estão exibidas nos gráficos 4.8 e 4.9. A atribuição de um fator de redução de rigidez de corte nulo introduziu problemas de análise. Adicionalmente, as simulações numéricas com um ângulo limites menos restritos demonstraram ser inconsistentes ao longo da análise, apresentando constantes divergências da solução de equilíbrio. Consequentemente, as análises foram terminadas. Nenhum dos modelos implementados foi capaz de capturar o modo de rotura da viga.

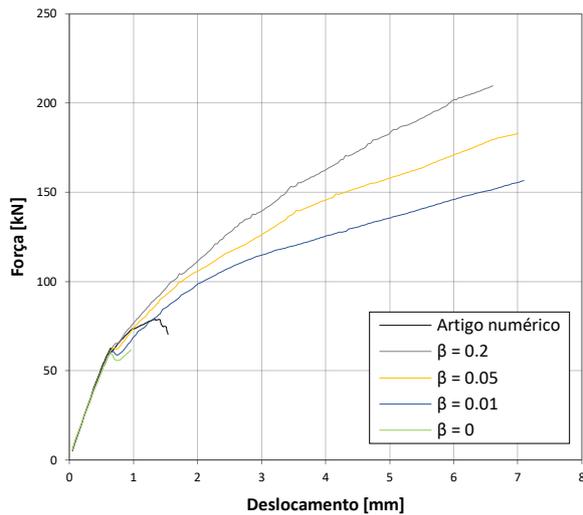


Gráfico 4.8 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

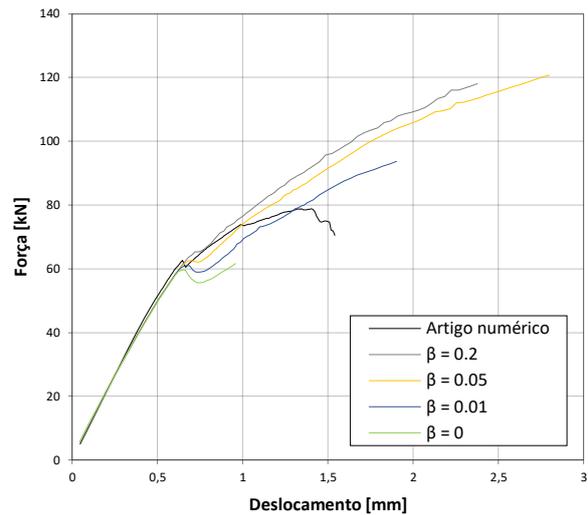


Gráfico 4.9 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

4.4.1.4. Modelo de *Maekawa-Fukuura*

Similarmente ao modelo de fendas fixas, o modelo de *Maekawa-Fukuura* disponibiliza um conjunto configurações para descrever o comportamento ao corte. Adicionalmente, possibilita a introdução de um ângulo limite, tal como o modelo de múltiplas fendas fixas. Na simulação numérica de um elemento sujeito a rotura por corte/flexão, a atribuição de um ângulo limite menos restrito poderá contribuir para a correta descrição do modo de rotura.

Nos gráficos 4.10 e 4.11, estão exibidos diagramas força-deslocamento para um fator de redução de rigidez de corte constante, alternando a aplicação da redução do coeficiente de *Poisson* e o ângulo limite. A alternância da aplicação da redução do coeficiente de *Poisson* não introduziu diferenças significativas nas curvas de capacidade (curvas de capacidade sobrejacentes). A aplicação de um ângulo limite inferior demonstrou uma menor rigidez na resposta global da estrutura. Contudo, nenhum dos modelos simulou o modo de rotura por corte da viga.

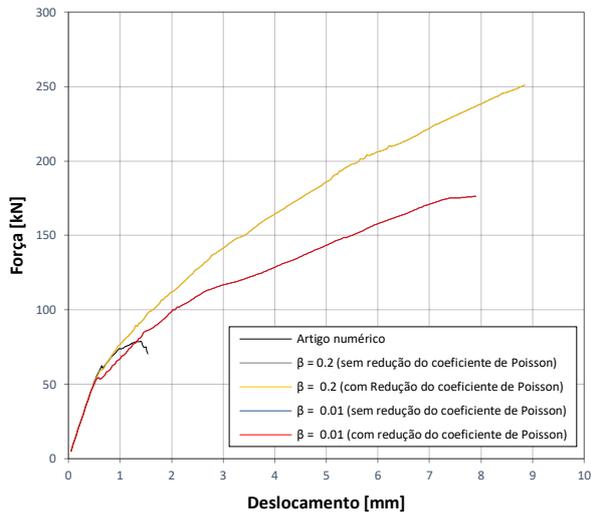


Gráfico 4.10 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.

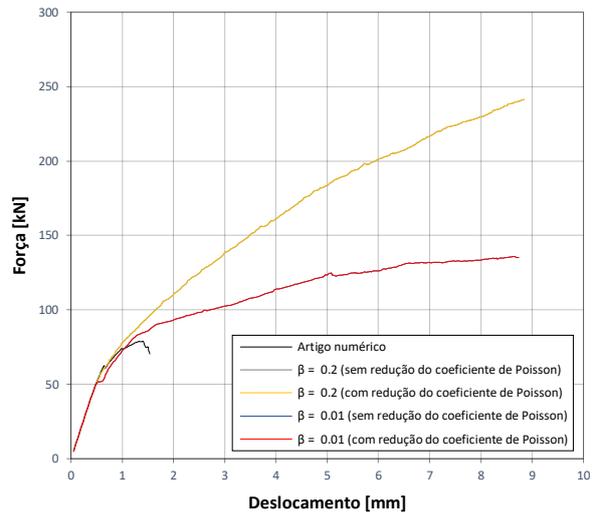


Gráfico 4.11 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

Nos gráficos 4.12 a 4.14, estão ilustradas curvas de capacidade dos restantes modelos para descrição do comportamento ao corte para um ângulo limite de 10°. A rotura por flexão/corte do elemento foi capturada pelo modelo fator de redução de rigidez de corte baseado no dano e pelo modelo fator de redução de rigidez de corte baseado no diagrama multilinear tensão-extensão da fenda.

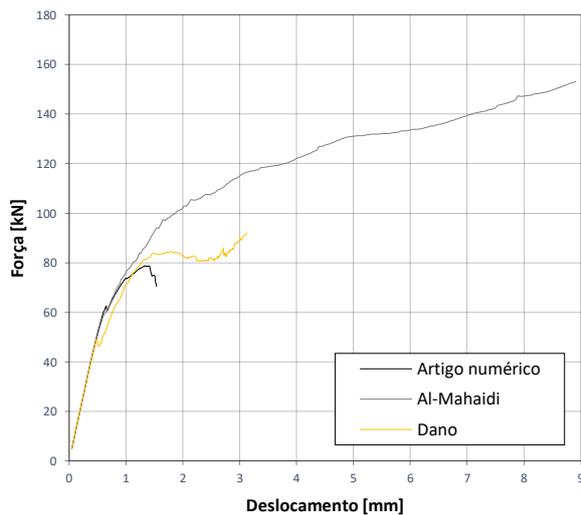


Gráfico 4.12 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

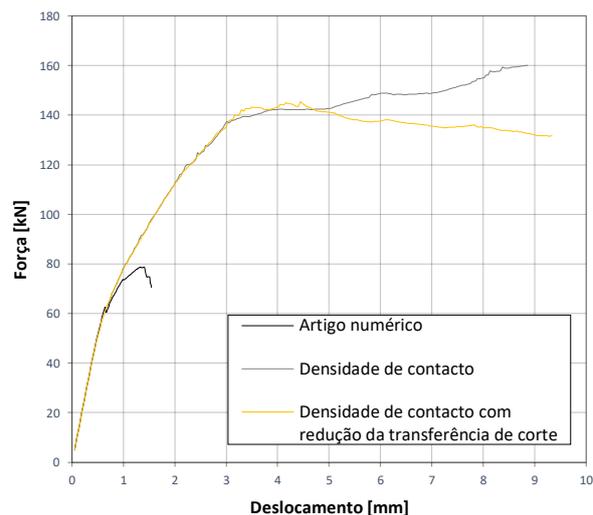


Gráfico 4.13 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

Adicionalmente, realizou-se a simulação numérica do modelo com comportamento ao corte baseado no diagrama multilinear para um ângulo limite de 30° . A aplicação de um ângulo limite mais restrito exibiu uma resposta mais consentida e coerente com a curva de capacidade obtida por *Collins e Kuchma* [93].

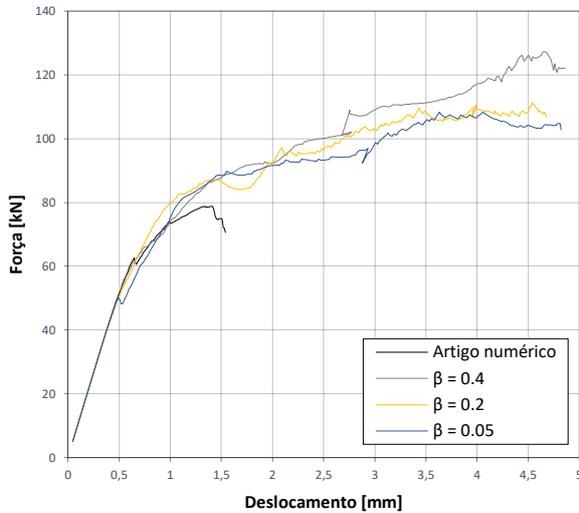


Gráfico 4.14 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

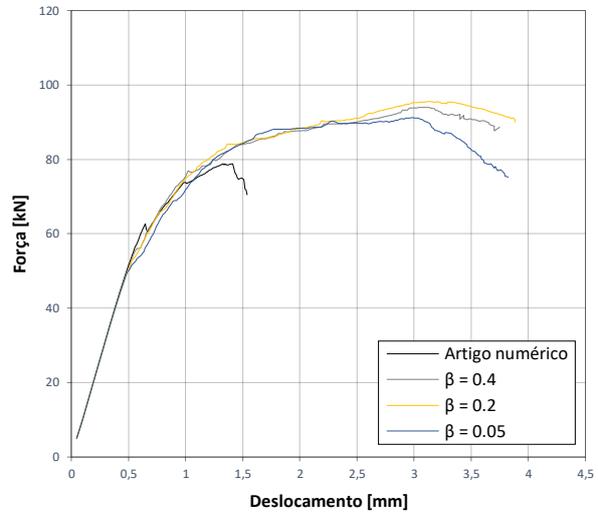


Gráfico 4.15 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.2. Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura dúctil por flexão

O modelo avançado foi implementado na simulação numérica de elementos finitos do elemento sujeito a rotura dúctil por flexão, com base no modelo de elementos finitos descrito na secção seguinte. A simulação numérica efetuada por *Sena et al.* [97] foi realizada segundo o modelo de múltiplas fendas fixas, pelo que será o modelo constitutivo a ser inicialmente descrito. Para avaliação dos resultados numéricos, foi introduzida a curva experimental presente em *Sena et al.* [97].

4.4.2.1. Modelo de elementos finitos e método iterativo

A análise de elementos finitos foi realizada através de um modelo bidimensional discriminado num estado plano de tensão para o betão com elementos finitos Q8MEM. Estes elementos apresentam quatro nós quadrilaterais isoparamétricos de estado de tensão baseados na interpolação linear e integração de *Gauss*. Por definição do programa *DIANA*, são admitidos 2×2 pontos de integração de *Gauss* na área do elemento finito. A viga foi discriminada em elementos finitos com dimensões máximas de 10×10 [mm²]. O modelo de elementos finitos está presente na ilustração 4.14.

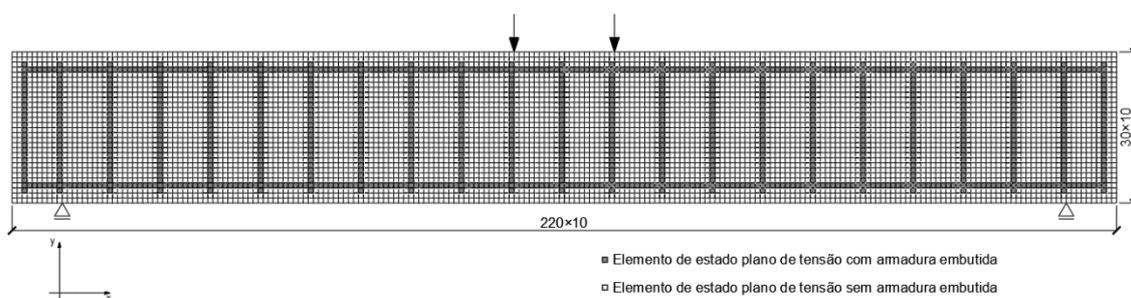


Ilustração 4.14 - Modelo de elementos finitos da viga.

Para simular a interação entre a armadura e o betão envolvente, foi considerada uma ligação perfeita da armadura longitudinal no betão. As cargas $F/2$ foram aplicadas como deformações nodais de 1 mm e os apoios foram inseridos com translação fixa na direção yy . O critério de convergência adotado foi de energia com uma tolerância de 1×10^{-4} . O algoritmo *line search* foi introduzido para melhorar a convergência. O método iterativo adotado foi o *Quasi-Newton* do tipo *BFGS*.

4.4.2.2. Modelo de múltiplas fendas fixas

A relação entre o carregamento e a deformação a meio vão para o ensaio experimental e a análise numérica obtida pelo modelo de múltiplas fendas fixas pode ser observada no gráfico 4.16. Uma boa concordância pode ser constatada. O modelo numérico foi capaz de simular corretamente o nível de carregamento para a qual se dá o início de plastificação da armadura longitudinal.

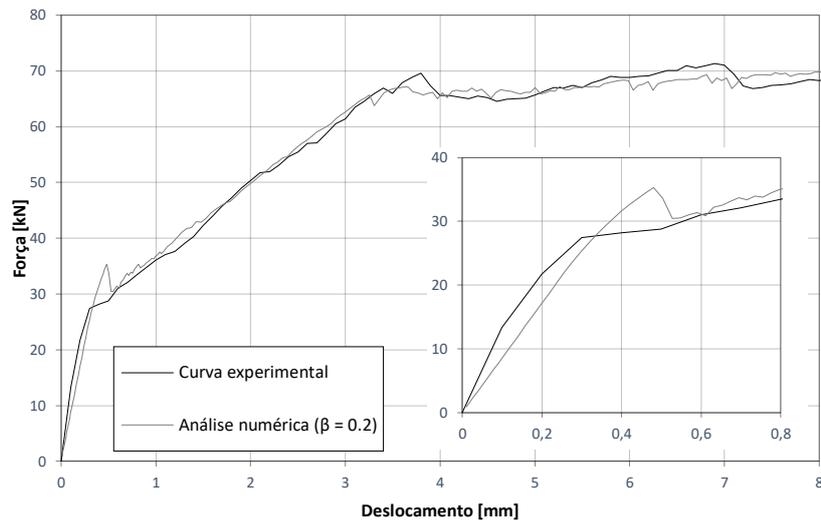


Gráfico 4.16 - Curva de capacidade com o modelo das múltiplas fendas fixas.

Contudo, a primeira quebra de rigidez da estrutura (primeiro pico) dá-se para um carregamento elevado comparativamente com o ensaio experimental. Realizou-se uma análise com critério de tolerância de 1×10^{-5} , de modo a avaliar a influência do critério de tolerância na curva de capacidade numérica. O diagrama força-deslocamento está exibido no gráfico 4.17. O carregamento para o qual se dá a primeira quebra de rigidez da viga foi inferior e mais próximo do resultado experimental. Assim, concluiu-se que o critério de tolerância de 1×10^{-5} seria mais apropriado para uma correta simulação numérica da resposta do elemento estrutural. As seguintes análises foram realizadas com um critério de tolerância de 1×10^{-5} . Porém, por forma a facilitar a convergência, adotou-se uma tolerância de 1×10^{-4} em certas análises.

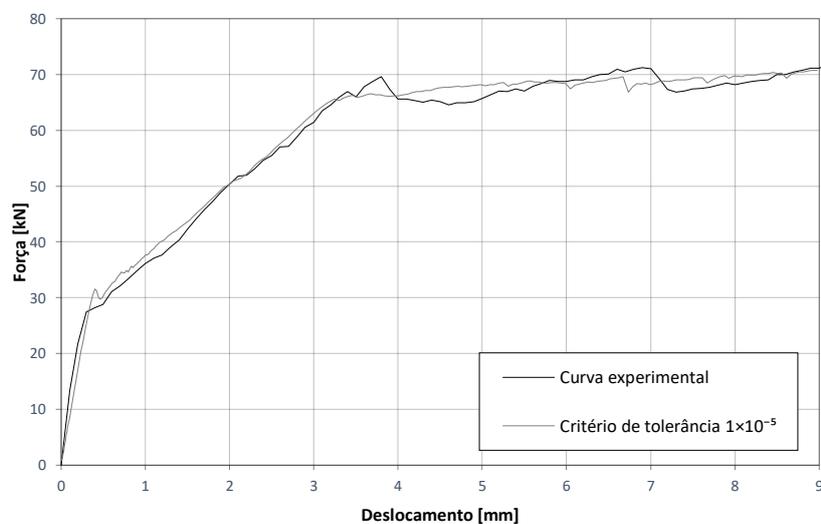


Gráfico 4.17 - Curvas de capacidade com o modelo das múltiplas fendas fixas com diferentes critérios de tolerância.

Posteriormente, adotou-se diferentes ângulos limites para dois valores de fator de redução de rigidez de corte. As curvas de capacidade estão demonstradas nos gráficos. A implementação de um ângulo limite menos restrito introduziu diversas divergências na análise, pelo que não se conseguiu descrever a totalidade das curvas de capacidade. Na fase elástica e imediatamente após a quebra de rigidez, os modelos com ângulo limite de 30° e 45° comportam-se de forma adequada. Para cargas mais elevadas, em que existe um grande número de fendas, os modelos não são robustos e ocorre diversas divergências na análise. Para contornar as divergências variou-se os passos de carga e o critério de tolerância, chegando a ser imposto um critério de tolerância de 1×10^{-3} . No entanto, mesmo variando estes parâmetros, não foi possível contornar os problemas de divergência na análise. Por sua vez, o modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de 89° é bastante mais robusto, não tendo sido evidenciado qualquer divergência ao longo da análise. A adoção de um fator de redução de rigidez de corte constante de 0.2 simulou corretamente a rigidez da viga. A redução do fator de redução de rigidez de corte descreveu uma resposta menos rígida do elemento.

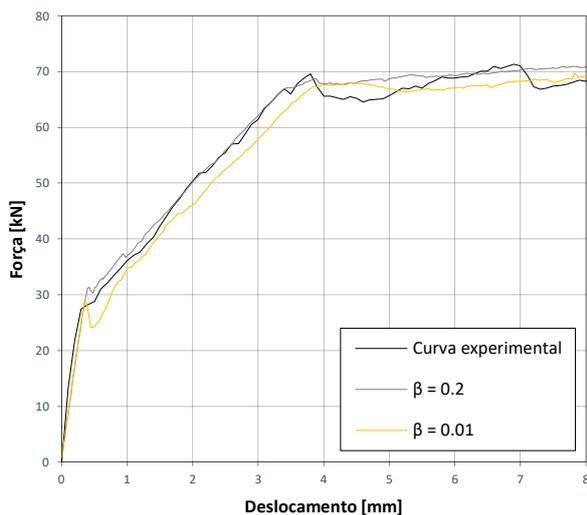


Gráfico 4.18 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

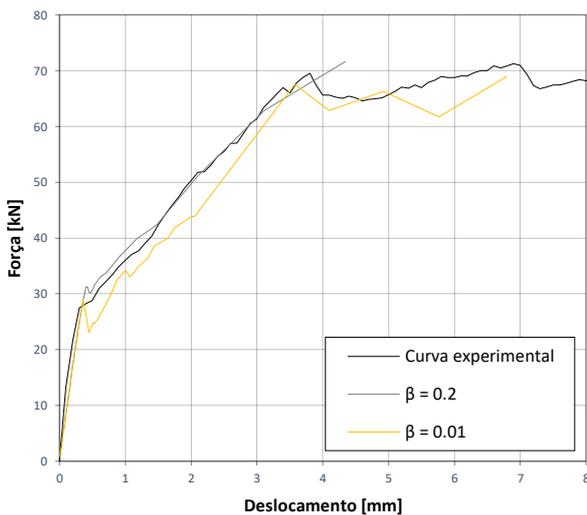


Gráfico 4.19 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 45° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

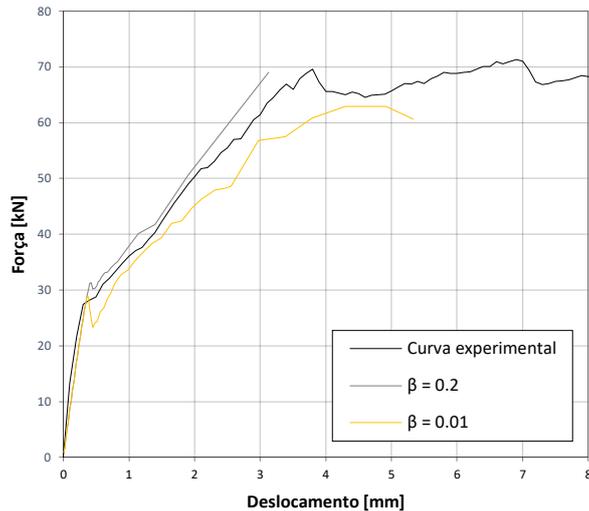


Gráfico 4.20 - Curvas de capacidade do modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

4.4.2.3. Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais

No gráfico 4.21, apresentam-se diagramas força-deslocamento para as duas configurações existentes no modelo de fendas rotativas baseados nas extensões totais. A aplicação da redução do coeficiente de *Poisson* exibiu uma curva de capacidade menos rígida na fase de fendilhação. Globalmente, o modelo de fendas rotativas demonstrou um limite inferior da resposta que, conseqüentemente, indica um resultado mais conservativo.

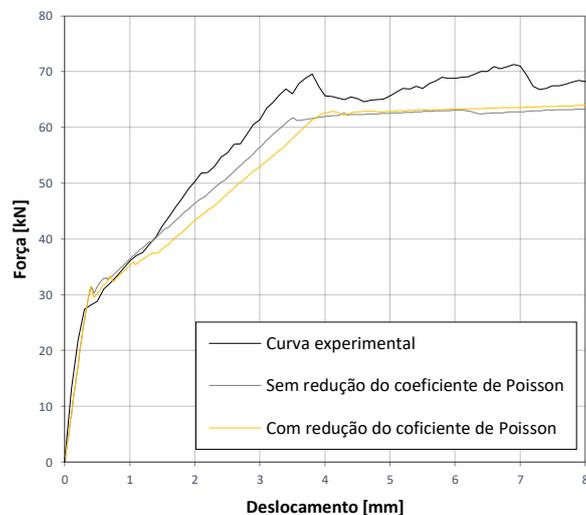


Gráfico 4.21 - Curvas de capacidade do modelo de fendas rotativas.

4.4.2.4. Modelo de fendas fixas da extensão total

O modelo com fator de redução de rigidez de corte constante foi analisado para três valores diferentes: 0.2, 0.05 e 0.01. No gráfico 4.22 está representado o diagrama força-deslocamento dos três modelos referidos. O modelo com fator de redução de rigidez de corte constante de 0.2 demonstrou uma curva mais próxima com a curva experimental. A redução do fator de redução de rigidez de corte produziu uma diminuição da rigidez da viga e uma diminuição do nível de carregamento para a qual se inicia a plastificação da armadura longitudinal.

As curvas força-deslocamento dos modelos complexos de fendas fixas com modelos de comportamento ao corte: baseado no tamanho do agregado, baseado no dano e *Al-Mahaidi* estão ilustrados no gráfico 4.23. Devido à inexistência de informação do tamanho do agregado em *Sena et al.* [97], foi admitido uma dimensão de 16 mm. Após a criação das fendas principais de flexão, o modelo de comportamento ao corte com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado, simulou corretamente a degradação da rigidez. Os dois outros modelos obtiveram soluções que se distanciaram da curva experimental, após a primeira quebra de rigidez.

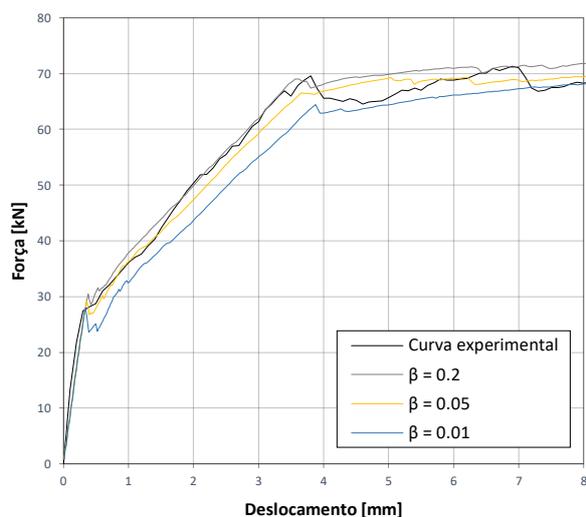


Gráfico 4.22 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.

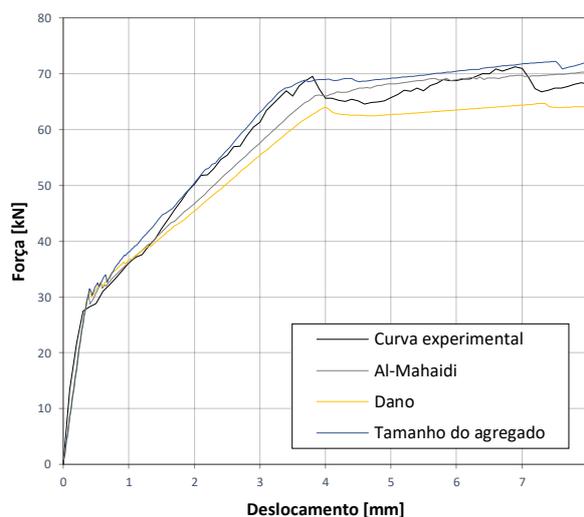


Gráfico 4.23 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

Por sua vez, os modelos de comportamento ao corte de *Maekawa*, nomeadamente densidade de contacto e densidade de contacto com redução da transferência de corte, apresentaram resultados adequados na simulação numérica do modo de rotura dúctil por flexão. As curvas de capacidade estão representadas no gráfico 4.24. O diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte foi simulado para diferentes valores do fator de redução de rigidez de corte. Todavia, após formação das fendas principais de flexão, constata-se uma brusca redução de rigidez. Os modelos não são eficientes na simulação numérica deste modo de rotura.

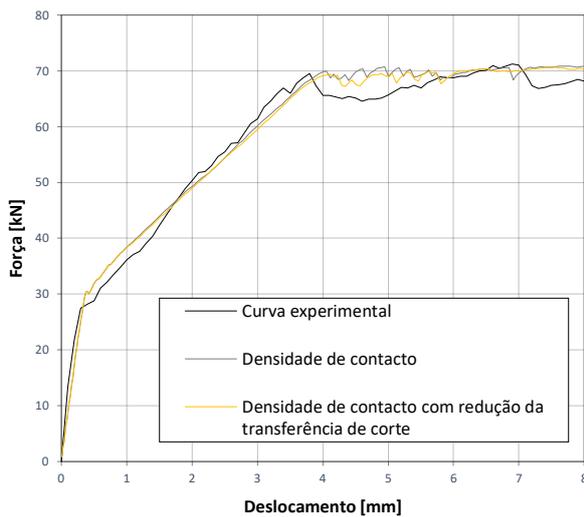


Gráfico 4.24 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de *Maekawa* para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

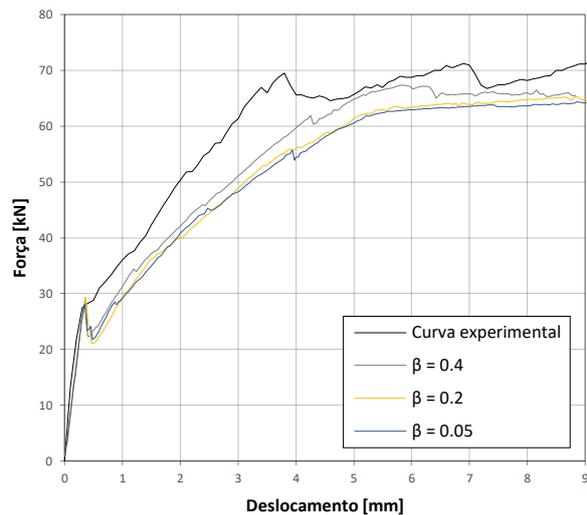


Gráfico 4.25 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.2.5. Modelo de *Maekawa-Fukuura*

Complementarmente às diversas configurações do modelo de *Maekawa-Fukuura* introduzido para o elemento sujeito a rotura por corte/flexão, nos gráficos 4.26 a 4.33 estão exibidos os diagramas força-deslocamento. O modelo com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 demonstrou resultados adequados com a curva experimental, sendo que a aplicação de um ângulo limite mais restrito melhorou a resposta da simulação numérica.

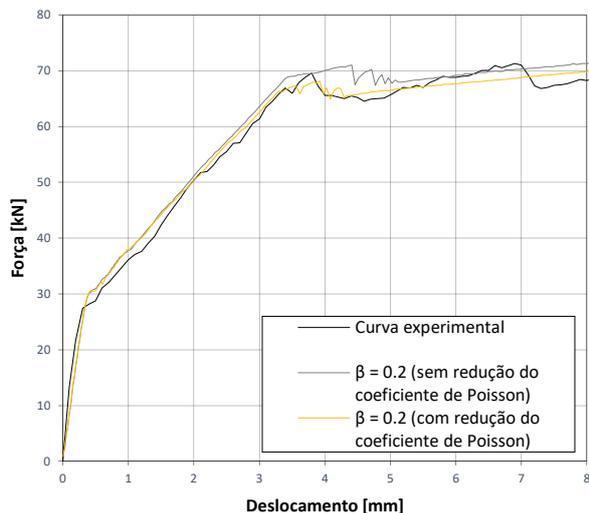


Gráfico 4.26 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.

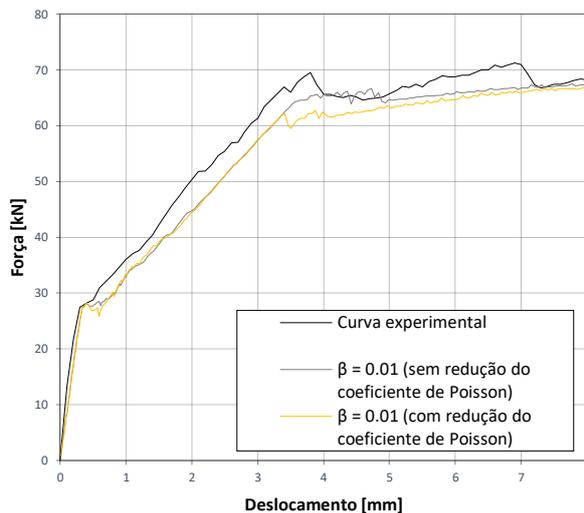


Gráfico 4.27 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.

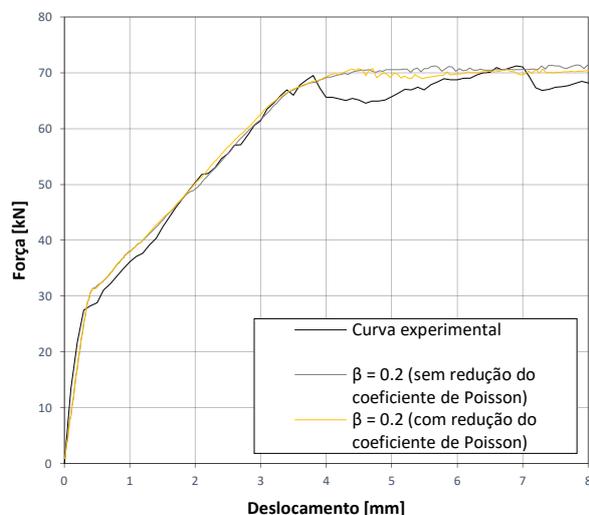


Gráfico 4.28 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.

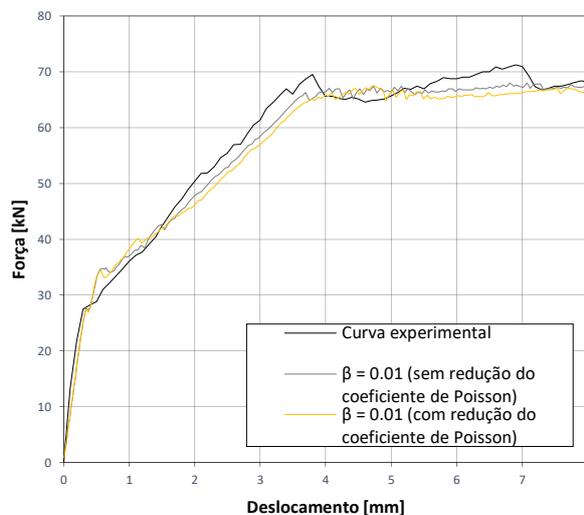


Gráfico 4.29 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.

As curvas força-deslocamento do modelo avançado de *Maekawa-Fukuura* com modelos de comportamento ao corte: baseado no dano e *Al-Mahaidi* para um ângulo limite de 10° estão representadas no gráfico 4.30. Ambos os modelos apresentaram uma resposta menos rígida que a experimental. No entanto, o modelo de comportamento ao corte baseado no dano não simulou convenientemente a carga para a primeira redução

de rigidez. As curvas de capacidade baseadas nos modelos de comportamento ao corte de *Maekawa* forneceram resultados adequados em relação à curva experimental.

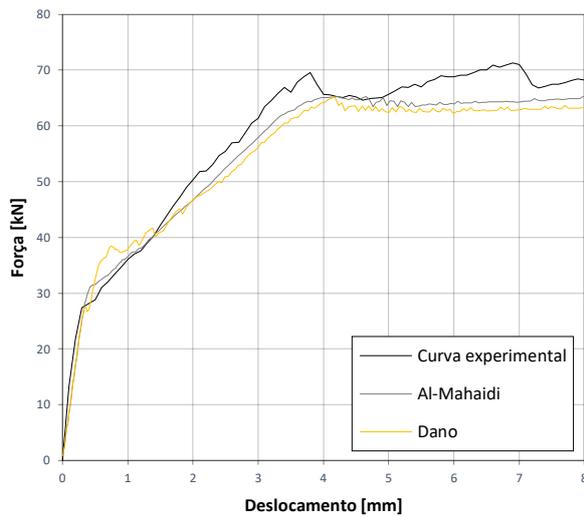


Gráfico 4.30 - Curvas de capacidade com o modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

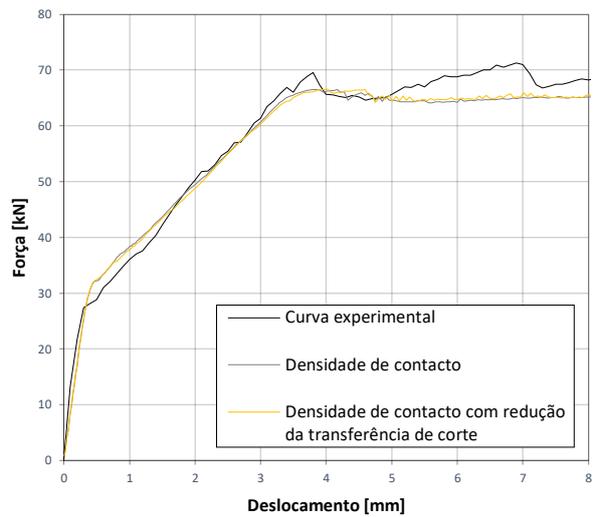


Gráfico 4.31 - Curvas de capacidade com o modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de *Maekawa* para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

O diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte, para descrever o comportamento de corte, foi simulado para dois valores de ângulo limite e para diferentes valores do fator de redução de rigidez de corte. Quaisquer das curvas de capacidade obtidas pelos referidos modelos capturaram o modo de rotura da viga, embora tenham exibido um comportamento menos rígido que o experimental. Não se constata significativas diferenças com a alteração do fator de redução de rigidez de corte.

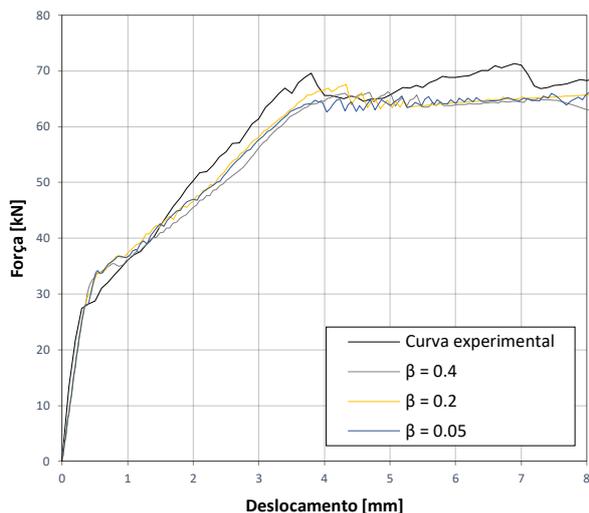


Gráfico 4.32 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

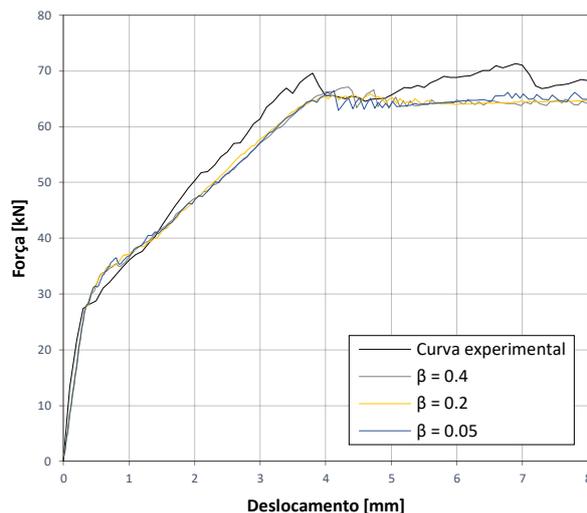


Gráfico 4.33 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.3. Aplicação do modelo avançado na viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão

O modelo avançado foi implementado na simulação numérica de elementos finitos do elemento sujeito a rotura por flexão com esmagamento do betão, com base no modelo de elementos finitos que irá ser descrito na Secção seguinte. Para avaliação dos resultados numéricos, foi introduzida a solução analítica dos diversos gráficos representativos do diagrama força-deslocamento.

4.4.3.1. Modelo de elementos finitos e método iterativo

A análise de elementos finitos foi realizada através de um modelo bidimensional discriminado num estado plano de tensão para o betão com elementos finitos Q8MEM. Estes elementos apresentam quatro nós quadrilaterais isoparamétricos de estado de tensão baseados na interpolação linear e integração de *Gauss*. Por definição do programa *DIANA*, são admitidos 2x2 pontos de integração de *Gauss* na área do elemento finito. A viga foi discriminada em elementos finitos com dimensões máximas de 10x10 [mm²]. O modelo de elementos finitos está presente na ilustração 4.15.

Adicionalmente, introduziu-se uma particularidade no modelo de elementos finitos: considerou-se que dois elementos localizados abaixo e acima das condições de carregamento e das condições de fronteira apresentam comportamento linear-elástico à tração e à compressão. Desta forma, estes elementos finitos não poderiam sofrer esmagamento do betão prematuro e condicionar os resultados da análise não-linear.

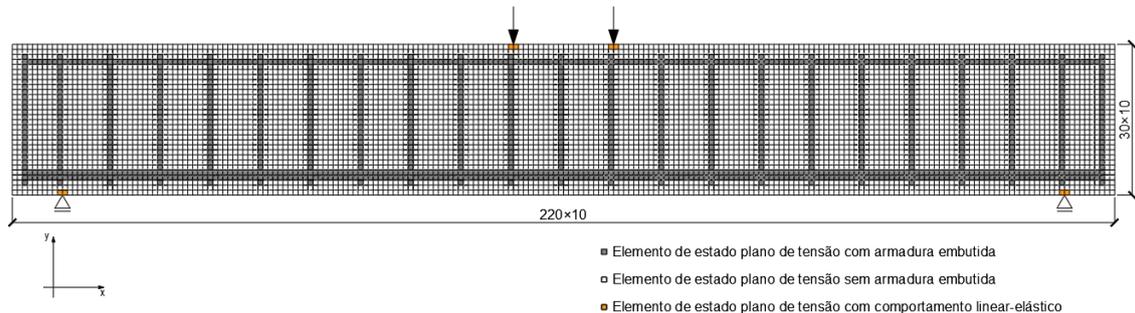


Ilustração 4.15 - Modelo de elementos finitos da viga.

Para simular a interação entre a armadura e o betão envolvente foi considerado uma ligação perfeita da armadura longitudinal no betão. As cargas $F/2$ foram aplicadas como deformações nodais de 1 mm e os apoios foram inseridos com translação fixa na direção yy . O critério de convergência adotado foi de energia com uma tolerância de 1×10^{-5} . Contudo, adotou-se uma tolerância de 1×10^{-4} em algumas análises para facilitar a convergência. O algoritmo *line search* foi introduzido para melhorar a convergência. O método iterativo adotado foi o *Quasi-Newton* do tipo *BFGS*.

4.4.3.2. Modelo de fendas rotativas baseadas nas extensões totais

O modelo de fendas rotativas foi introduzido na simulação do esmagamento do betão para duas configurações diferentes de aplicação da redução do coeficiente de *Poisson*. As curvas de capacidade estiveram próximas da solução analítica, sendo que a introdução da redução do coeficiente de *Poisson* exibiu uma respostas menos rígida.

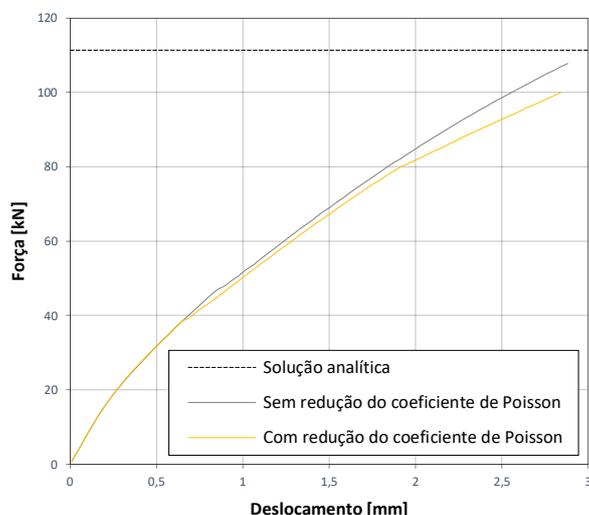


Gráfico 4.34 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas rotativas.

4.4.3.3. Modelo de fendas fixas baseadas nas extensões totais

Os diagramas força-deslocamento da análise com o modelo de fendas fixas estão apresentados nos gráficos 4.35 a 4.38. Após o último ponto de equilíbrio, obteve-se divergência do método iterativo, sendo constatado esmagamento do betão em elementos finitos circundantes dos dois pontos de aplicação da carga. Excluindo o modelo de diagrama multilinear, as respostas foram razoáveis e próximas da solução analítica. O modelo com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado foi o único a obter equilíbrio para um nível de carga acima da solução analítica.

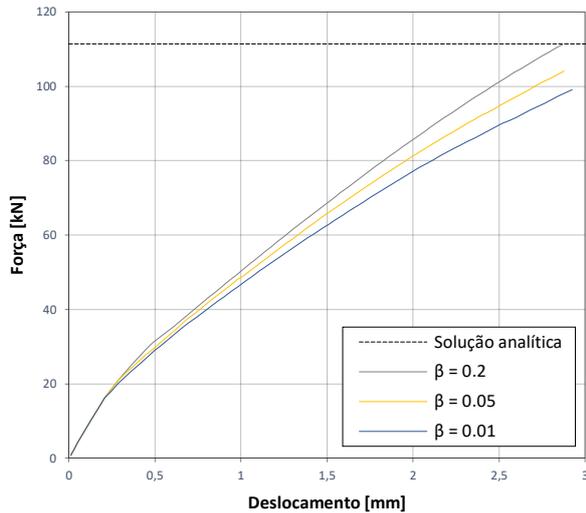


Gráfico 4.35 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante.

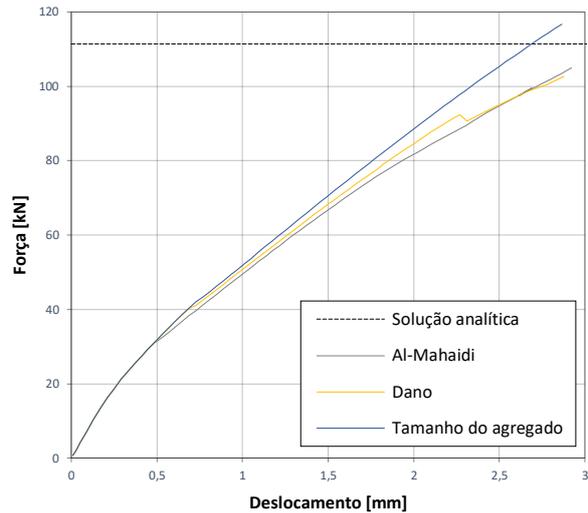


Gráfico 4.36 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

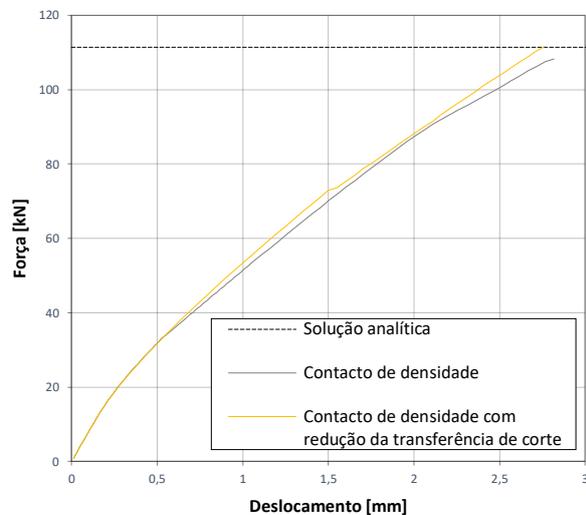


Gráfico 4.37 - Curvas de capacidade com o modelo de fendas fixas com diferentes modelos de Maekawa para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

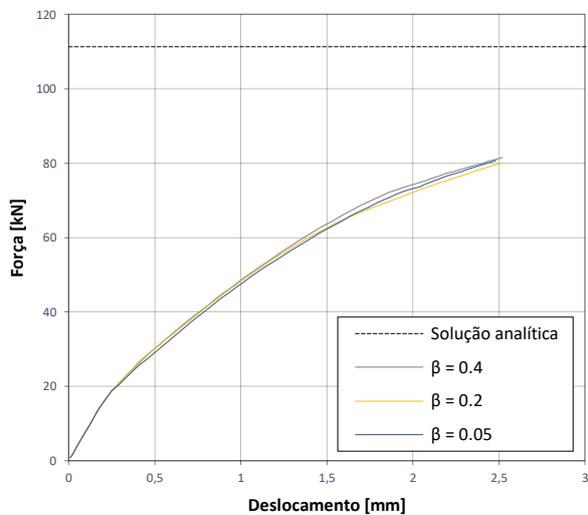


Gráfico 4.38 - Curva de capacidade com o modelo de fendas fixas com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.3.4. Modelo de múltiplas fendas fixas

O modelo das múltiplas fendas fixas foi simulado para três valores diferentes de ângulo limite, variando o fator de redução de rigidez de corte. Os diagramas força-deslocamento estão exibidos nos gráficos 4.39 a 4.41. Complementarmente às simulações numéricas dos modos de rotura anteriormente referidos, constatou-se, ao longo das análises não-lineares dos modelos com ângulo menos restrito, diversas

divergências, o que não possibilitou a descrição completa das curvas de capacidade. A aplicação de um fator de redução de rigidez de corte inferior manifestou uma resposta menos rígida do elemento.

O modelo de fendas fixas com ângulo limite de 89° apresenta uma curva de capacidade que tende a estabilizar-se para níveis de carregamento próximos de 80 kN. Embora não tenha sido obtido a totalidade do diagrama força-deslocamento do modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de 45° , foi obtido uma solução de equilíbrio próxima da solução analítico. Conseqüentemente, pode-se concluir que a modificação do ângulo limite poderá alterar significativamente a resposta da simulação numérica de rotura por esmagamento do betão.

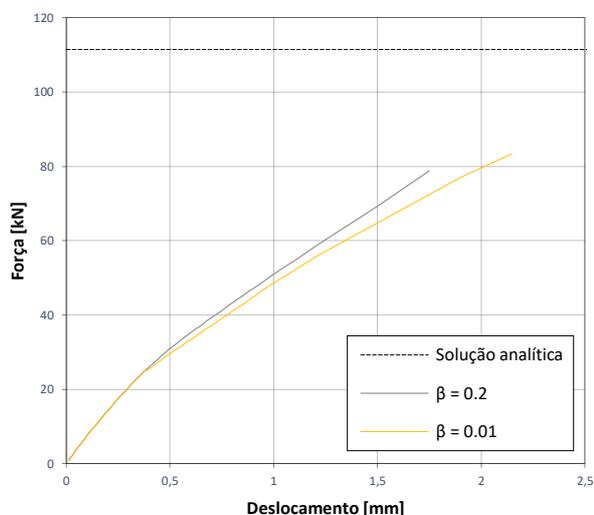


Gráfico 4.39 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 30° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

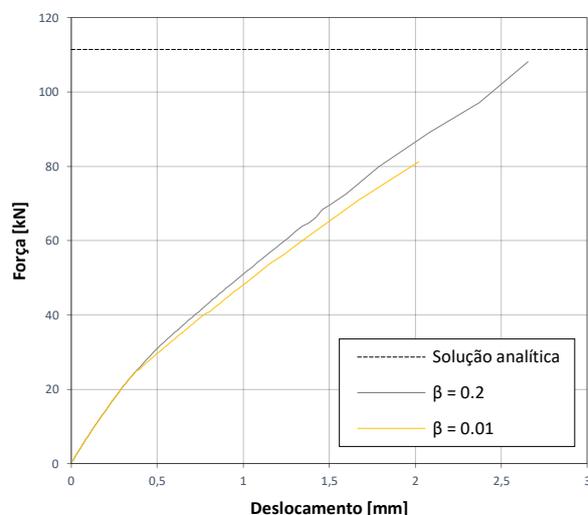


Gráfico 4.40 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 45° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

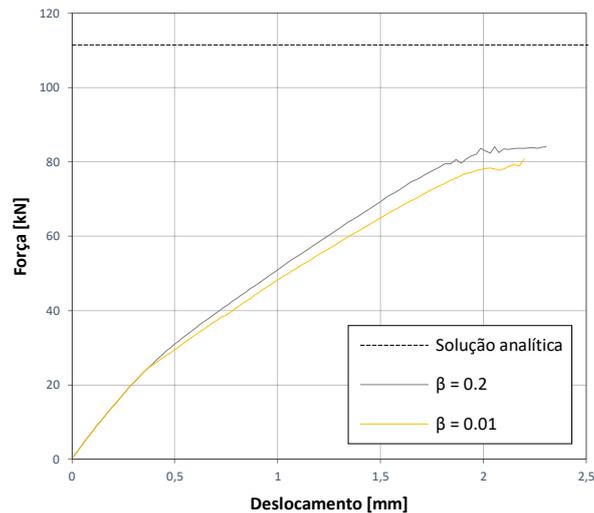


Gráfico 4.41 - Curvas de capacidade com o modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

4.4.3.5. Modelo de Maekawa-Fukuura

O modelo de *Maekawa-Fukuura* exibiu resultados bastante satisfatórios comparativamente com os outros modelos constitutivos. No modelo com fator de redução de rigidez de corte constante, a alternância de aplicação de redução do coeficiente de *Poisson* não apresentou diferenças significativas. A introdução de um fator de redução de rigidez de corte inferior demonstrou uma resposta menos rígida do elemento. A aplicação de um ângulo limite menos restritivo exibiu uma curva de capacidade mais próxima da solução analítica.

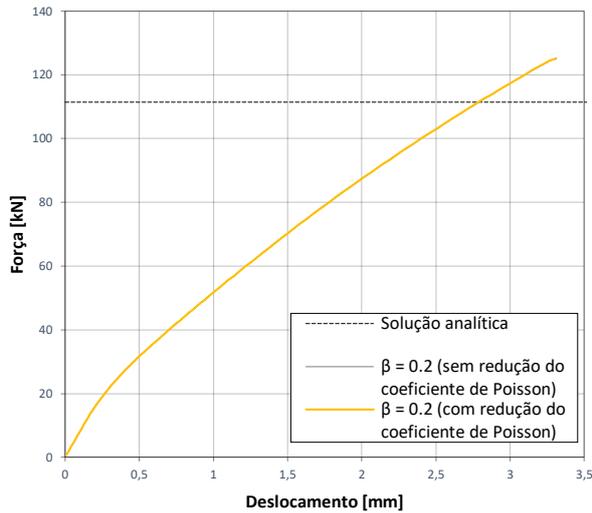


Gráfico 4.42 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.

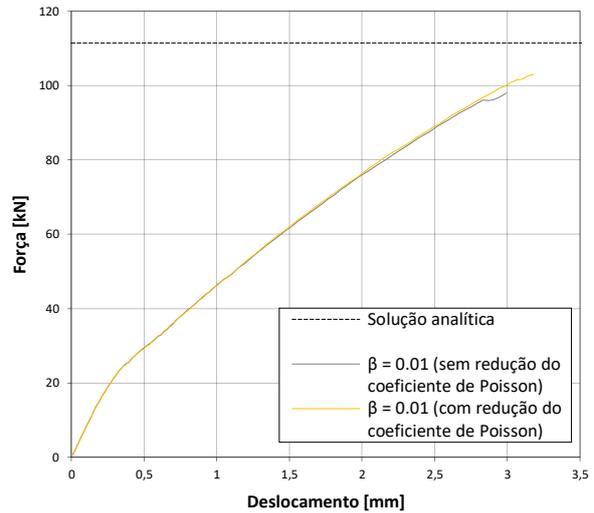


Gráfico 4.43 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante.

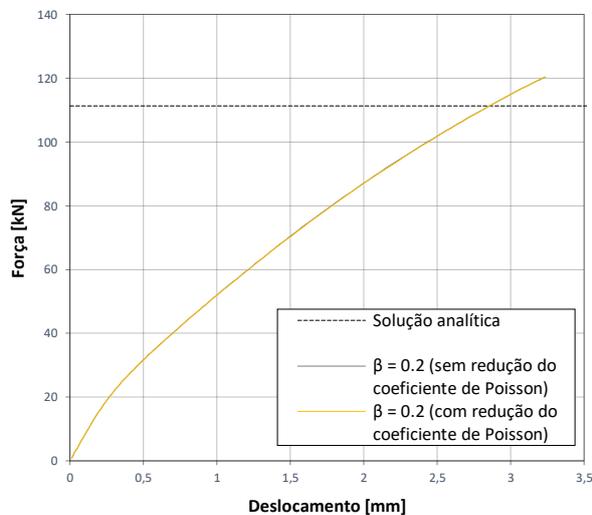


Gráfico 4.44 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.

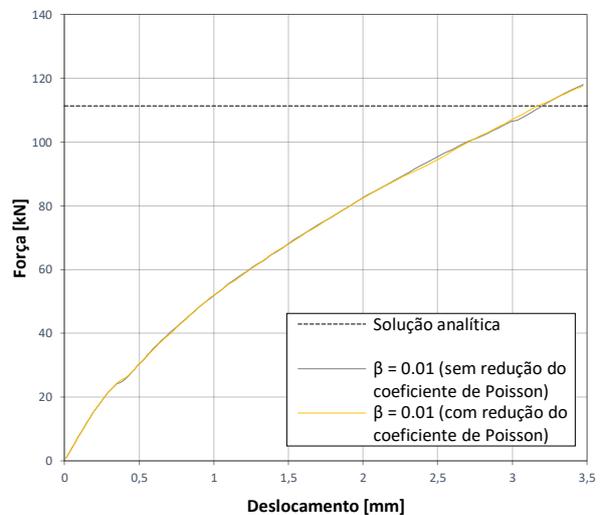


Gráfico 4.45 - Curvas de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° com fator de redução de rigidez de corte constante.

Os diagramas força-deslocamento do modelo de *Maekawa-Fukuura* com comportamento ao corte baseado no dano e *Al-Mahaidi* para um ângulo limite de 10° estão representadas no gráfico 4.46. Os modelos de *Maekawa*, exibidos no gráfico 4.47, demonstraram uma curva de capacidade bastante semelhante e foram capazes de obter o nível de carregamento da solução analítica.

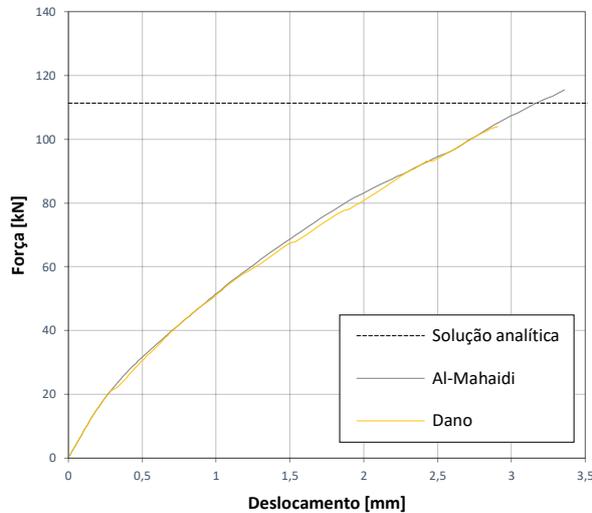


Gráfico 4.47 - Curvas de capacidade com o modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

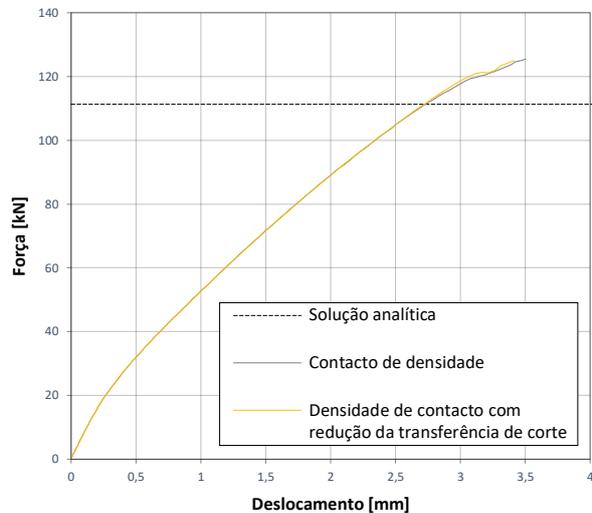


Gráfico 4.46 - Curvas de capacidade com o modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 10° e com diferentes modelos de *Maekawa* para descrever o fator de redução de rigidez de corte.

Seguidamente são apresentados dois gráficos relativos ao diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte. Os modelos foram capazes de obter uma força máxima perto da solução analítica. A alteração do fator de redução de rigidez de corte não influenciou significativamente a curva de capacidade.

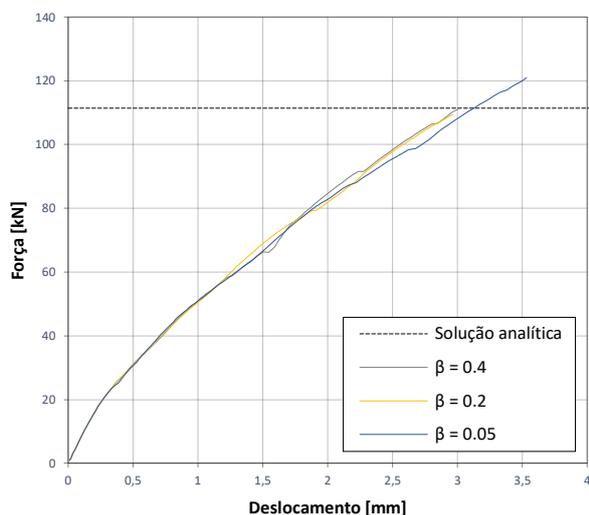


Gráfico 4.48 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 10° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

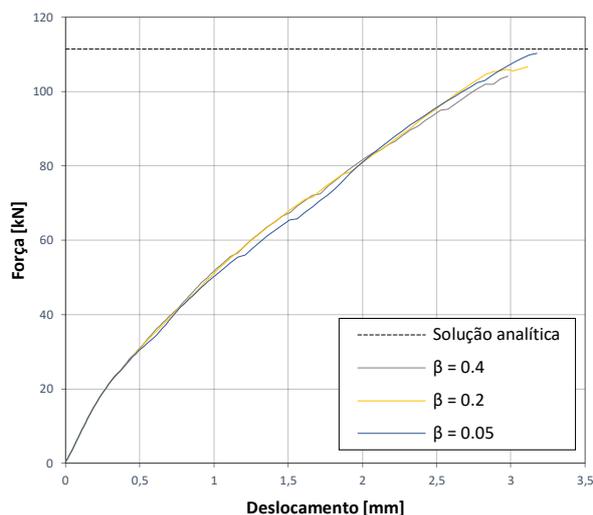


Gráfico 4.49 - Curva de capacidade com o modelo Maekawa-Fukuura para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.4.4. Quadros-resumo

O objetivo desta Secção é sistematizar toda a informação das análises não-lineares realizadas e referir quais os modelos constitutivos que simularam corretamente os três modos de rotura. Os quadros-resumo estão exibidos no anexo IV. As tabelas contemplam uma coluna com indicação da força máxima obtida pela simulação numérica aplicando o modelo avançado, uma coluna com indicação da razão entre a força máxima já referida e a força máxima obtida pelos instrumentos de averiguação dos resultados para os três modos de rotura e, finalmente, uma observação com atribuição de um comentário valorativo, atendendo à razão calculada e padrão de dano.

A razão foi determinada para os diferentes modos de rotura atendendo: à força máxima obtida pela simulação numérica do artigo científico para a viga sujeita a rotura por corte/flexão; à força máxima obtida pela curva experimental, para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão; à força máxima obtida análise analítica, para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

Relativamente às observações, foram considerados diferentes critérios para os três modos de rotura. No elemento sujeito a rotura por corte/flexão, atribuiu-se um

valor excelente para razões entre 1 e 1.3, um valor aceitável para razões entre 1.3 e 1.5 e um valor inaceitável para razões superiores a 1.5. Na viga sujeita a rotura dúctil por flexão, aplicou-se um valor excelente para razões entre 0.95 e 1.05, um valor aceitável para razões entre 0.90 e 1.15 e um valor inaceitável para razões inferiores a 0.90 e superiores a 1.15. Estes critérios foram também adotados para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

Na simulação numérica do modo de rotura por corte/flexão, destacam-se quatro modelos: modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson*; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano para um ângulo limite de 10°; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte baseado no diagrama tensão-extensão da fenda de corte para um ângulo limite de 30°.

O modo de rotura dúctil por flexão foi devidamente simulada pelos seguintes cinco modelos: modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no modelo de *Maekawa*, contacto de densidade com redução da transferência de corte; modelo de múltiplas fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 para um ângulo limite de 89°; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 para ângulos limite 89° ou 10°.

Por último, os modelos que simularam convenientemente a rotura por flexão com esmagamento do betão são: modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson*; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado; modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no modelo de *Maekawa*, contacto de densidade ou contacto de densidade com redução da transferência de corte; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 para um ângulo limite de 10°; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte baseado no

modelo de *Al-Mahaidi* para ângulos limite de 10° ; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte baseado no diagrama tensão-extensão da fenda de corte para ângulos limite de 10° .

Dos diversos modelos constitutivos anteriormente referidos, foram apenas escolhidos sete para serem aplicados nas análises numéricas simplificadas (ver Secção 4.5): o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson*; o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2; o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado; o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano; o modelo de múltiplas fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 com ângulo limite de 89° ; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 com ângulo limite de 89° ; modelo de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte baseado no diagrama tensão-extensão da fenda de corte para um beta igual a 0.2.

4.5. Análise numérica simplificada

A análise não-linear de elementos finitos pode ser utilizada pelo engenheiro projetista para averiguação do dimensionamento estrutural. Para o engenheiro projetista é de especial interesse o conhecimento da capacidade última e da resposta global da estrutura. Embora a análise numérica avançada descreva em detalhe todos os fenómenos da resposta estrutural, este tipo de análise requer não só um elevado tempo computacional, como introduz eventuais dificuldades no processo de convergência do método iterativo, principalmente devido ao patamar de amolecimento. Consequentemente, o uso de análises não-lineares na prática de dimensionamento de estruturas não é comum.

Tendo em conta as adversidades da implementação do modelo avançado e o benefício das análises não-lineares no conhecimento da capacidade última da estrutura para o engenheiro projetista, desenvolveu-se a análise simplificada, que implementa igualmente um modelo material simplificado para o betão. O modelo simplificado é constituído por curvas ideais-plásticas para descrever o comportamento à compressão e à tração, representadas na ilustração 4.15, e tem como objetivo capturar a capacidade última da estrutura sem um significativo esforço computacional.

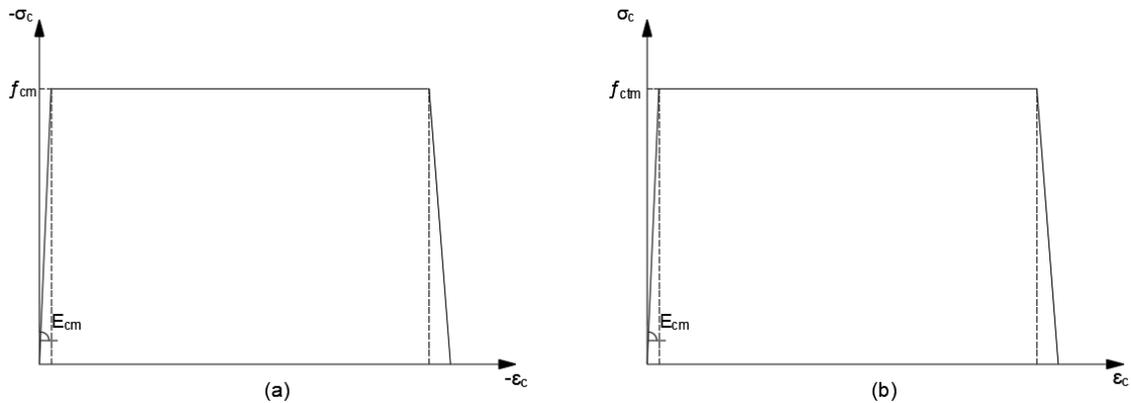


Ilustração 4.16 - Curva ideal-plástica para o comportamento à compressão (a) e à tração (b).

O diagrama ideal-plástico incluir um patamar de amolecimento no final com uma inclinação significativa. A utilização de um patamar vertical com redução abrupta das tensões para zero poderá introduzir problemas de convergência em estruturas complexas. Adicionalmente, para reduzir a dependência dos resultados relativamente ao tamanho dos elementos finitos, a área definida por debaixo da curva ideal-plástica deverá ser idêntica à área definida por debaixo da respetiva curva de comportamento à compressão e à tração do modelo avançado, tal como está representado na ilustração 4.17. Além de simplificações no comportamento material do betão, adotou-se ainda simplificações nas ferramentas da análise não-linear estática, tais como o aumento da tolerância de convergência, por forma a reduzir o tempo de cálculo.

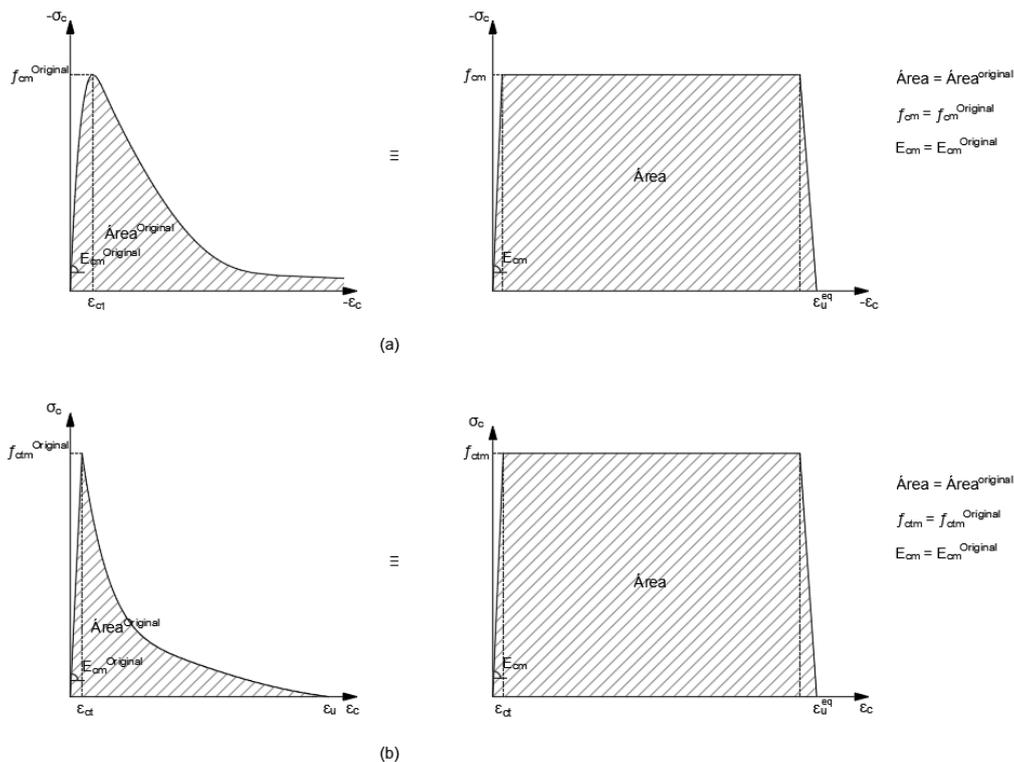


Ilustração 4.17 - Diagrama ideal-plástico equivalente, e inicialmente proposto, para o comportamento à compressão (a) e à tração (b).

Nos próximos subcapítulos são apresentadas simulações numéricas, aplicando o modelo simplificado nos modelos constitutivos distinguidos na secção 4.4.4. para os três modos de rotura da viga. Por último, é concluído os modelos constitutivos acoplados do modelo simplificado mais adequados à simulação numérica dos modos de rotura.

4.5.1. Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura por corte/flexão

A análise não-linear de elementos finitos da viga sujeita a rotura por corte com o modelo simplificado foi realizada com o método iterativo *Quasi-Newton* do tipo *BFGS* e um critério de tolerância de 1×10^{-3} . Foi adotado o mesmo modelo de elementos finitos descrito na Secção 4.1.2.1. Para efeitos de comparação, foi apresentada a curva de capacidade do modelo avançado e do modelo adotado por *Collins e Kuchma* [93].

4.5.1.1. Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais

O modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson* foi simulado numericamente com o modelo simplificado para descrever o comportamento material. O gráfico 4.50 apresenta a curva de capacidade da análise simplificada. Admitindo uma tensão de tração idêntico à tensão de tração original do material, a redução de rigidez do diagrama ideal-plástico não é tão acentuada quanto a redução de rigidez do diagrama original de *Hordijk*. Consequentemente, o modelo simplificado demonstra uma menor redução de rigidez de corte comparativamente com o modelo avançado e aumenta a capacidade resistente da viga.

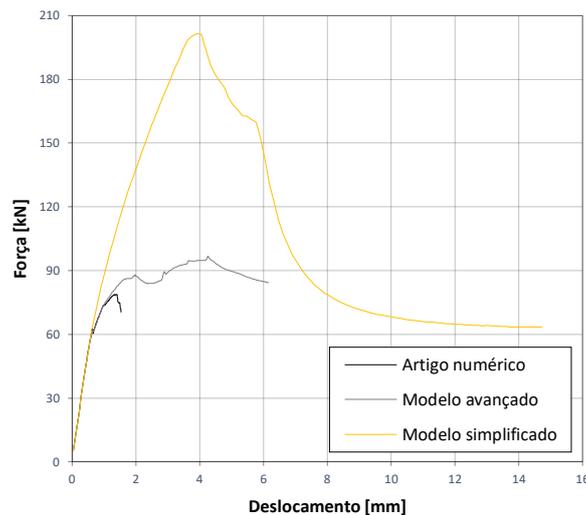


Gráfico 4.50 – Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas.

Posteriormente, tendo por objetivo de reduzir a rigidez de corte do modelo simplificado, procedeu-se à modificação de parâmetros do diagrama ideal-plástico à tração do modelo simplificado, dado que a resistência à tração do betão tem uma significativa influência na rotura por corte. As duas vertentes estão apresentadas na ilustração 4.18. A primeira configuração consiste em manter a extensão última à tração do betão idêntica ao modelo original, sendo a tensão de tração determinada com base na igualdade de áreas. A segunda configuração baseia-se na atribuição de um valor de tensão de tração inferior ao valor original de tensão de tração do betão.

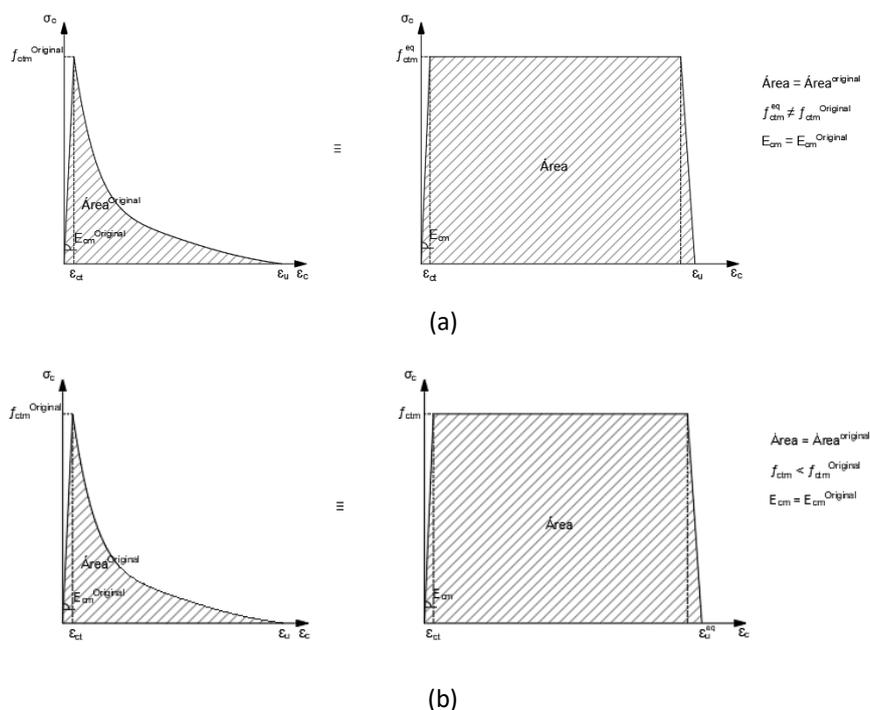


Ilustração 4.18 – Configurações complementares a serem implementadas no modelo simplificado: curva ideal-plástica com extensão último à tração do betão igual à do modelo avançado (a); curva ideal-plástica com tensão de tração do betão inferiores à do modelo avançado (b).

Nos gráficos 4.51 e 4.52, estão apresentados diagramas força-deslocamento das duas configurações da curva ideal-plástica anteriormente referidas. Embora a implementação da extensão último à tração do betão, igual à do diagrama original, resultasse numa resposta menos rígida, não foi a ideal. Por sua vez, a atribuição de uma tensão de tração inferior resultou num comportamento menos rígido e mais coerente com os resultados obtidos pelo modelo adotado no artigo numérico e o modelo realístico.

Inicialmente adotou-se uma resistência à tração do betão de 0.382 MPa (10% da resistência à tração do betão original) que demonstrou ser razoável comparativamente com a curva de capacidade obtida pelo modelo do artigo numérico. Posteriormente, realizou-se uma simulação numérica com resistência à tração de 0.5 MPa. Neste caso, a perda de rigidez de corte do modelo simplificado, na qual se inicia o dano, é semelhante à perda de rigidez de corte verificada no modelo avançado. A força máxima obtida pelo modelo simplificado está coerente com a força máxima obtida pelo modelo avançado. Uma vez que as curvas ideais-plásticas do modelo simplificado têm por base as curvas

originais do modelo avançado e a capacidade máxima resistente obtida foi idêntica ao valor analítico calculado em 4.1.3, procedeu-se à implementação da resistência à tração de 0.5 MPa para os restantes modelos constitutivos.

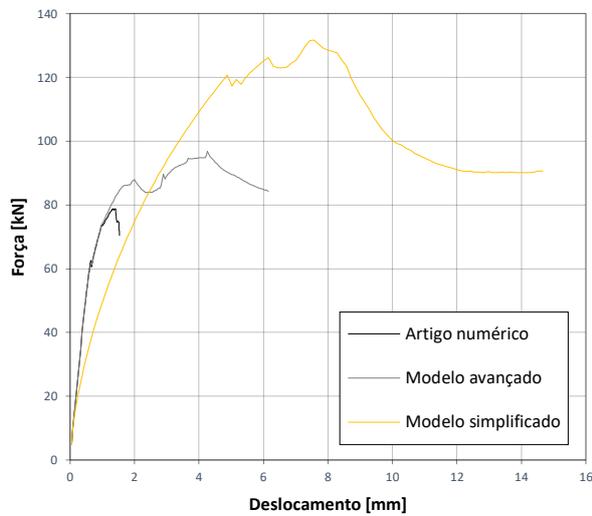


Gráfico 4.51 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas rotativas e diagrama ideal-plástico do comportamento à tração do betão baseado na extensão última de tração do betão.

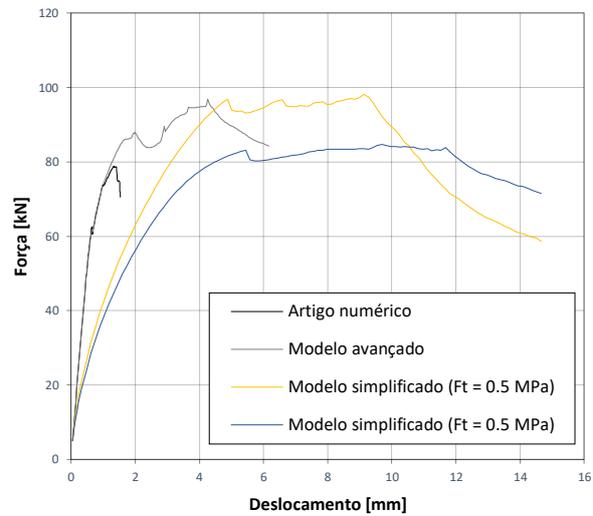


Gráfico 4.52 – Curvas de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas rotativas e diagrama ideal-plástico do comportamento à tração do betão baseado em valores de tensão à tração do betão.

4.5.1.2. Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais

As curvas de capacidade do modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2, fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado e fator de redução de rigidez de corte baseado no dano estão representadas nos gráficos 4.53 a 4.55, respetivamente. As três simulações numéricas obtiveram resultados satisfatórios e semelhantes ao modelo de fendas rotativas.

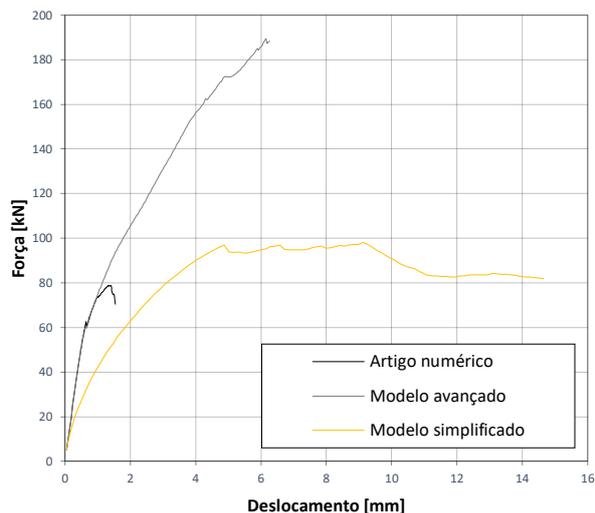


Gráfico 4.53 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

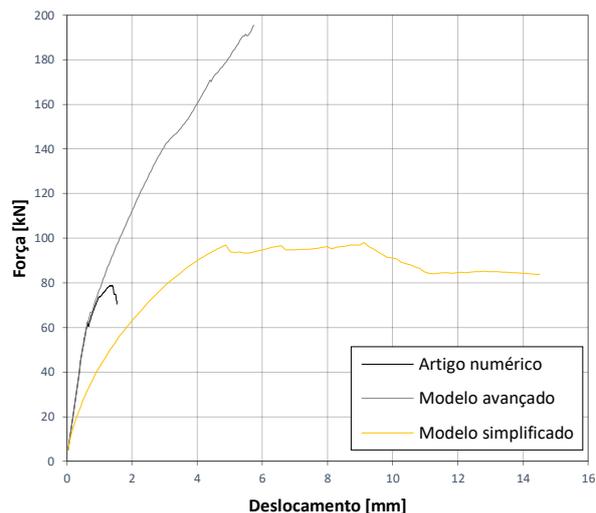


Gráfico 4.54 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.

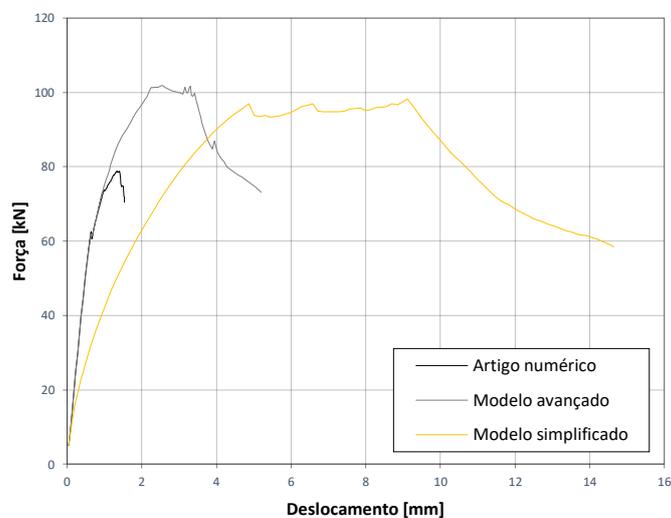


Gráfico 4.55 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de fendas fixas e com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.

4.5.1.3. Modelo de múltiplas fendas fixas

O modelo de múltiplas fendas fixas associado ao modelo simplificado para descrever o comportamento material não demonstrou ser eficiente na simulação do modo de rotura por corte. Complementarmente ao modelo avançado, o modelo simplificado também exibiu uma significativa capacidade resistente da viga e não capturou o modo de rotura.

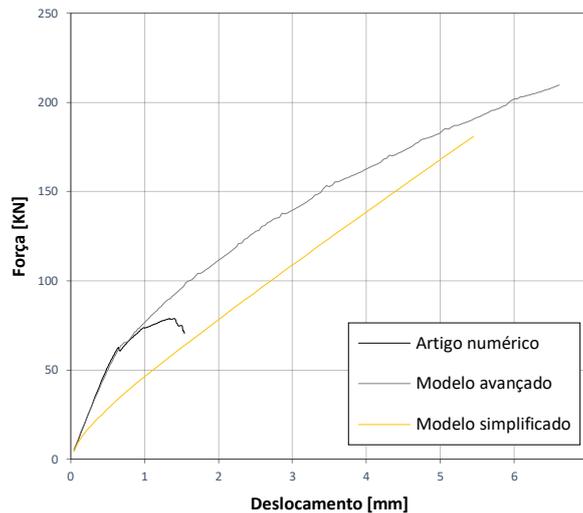


Gráfico 4.56 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo de múltiplas fendas fixas para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

4.5.1.4. Modelo de *Maekawa-Fukuura*

Por último, o modelo de *Maekawa-Fukuura* foi simulado para duas configurações: ângulo limite de 89° com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 e ângulo limite de 30° com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte para beta igual a 0.2. Embora o modelo simplificado com comportamento ao corte descrito pelo fator de redução de rigidez de corte constante não tenha capturado o modo de rotura por corte, o modelo simplificado com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte foi bem-sucedido.

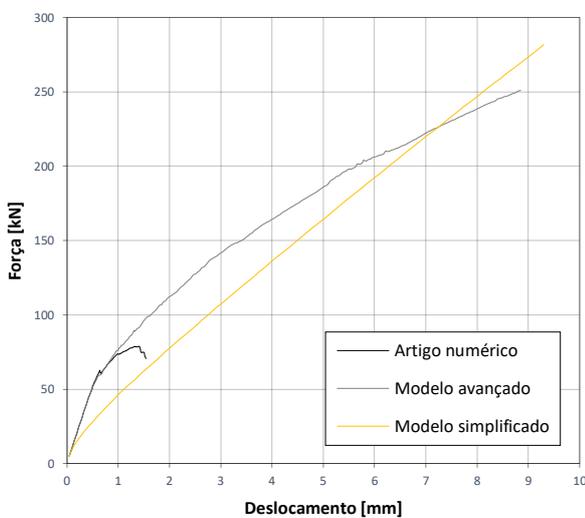


Gráfico 4.58 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 89° e com fator de redução de rigidez de corte constante.

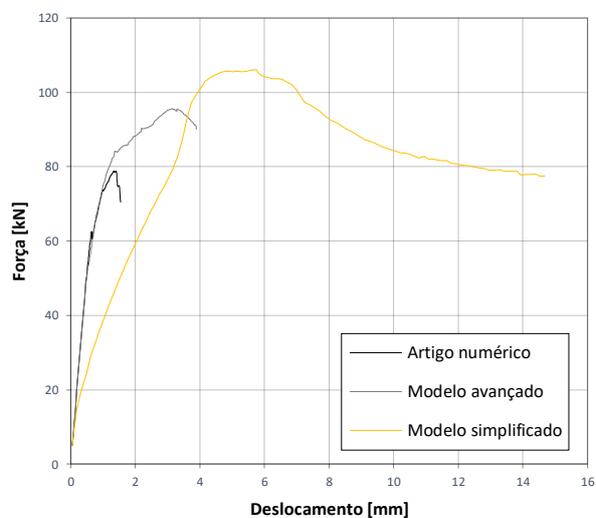


Gráfico 4.57 - Curva de capacidade da análise simplificada com modelo *Maekawa-Fukuura* para um ângulo limite de 30° e com diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte.

4.5.2. Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura dúctil por flexão

A análise não-linear de elementos finitos da viga sujeita a rotura dúctil por flexão com o modelo simplificado foi realizada com o método iterativo *Quasi-Newton* do tipo *BFGS* e um critério de tolerância de 1×10^{-3} . Foi adotado o mesmo modelo de elementos finitos descrito na Secção 4.4.2.1.

Para comparação das curvas de capacidade obtidas aplicando o modelo simplificado, os diagramas força-deslocamento são apresentados na mesma secção. Os resultados estão exibidos nos gráficos 4.59 a 4.65. Constatase, por um lado, a incapacidade do modelo simplificado em simular corretamente a fase elástica e fase de fendilhação, mas por outro, a coerência do patamar após obtenção de plastificação da armadura longitudinal. Tal aconteceu para quaisquer das simulações aplicadas do modelo simplificado.

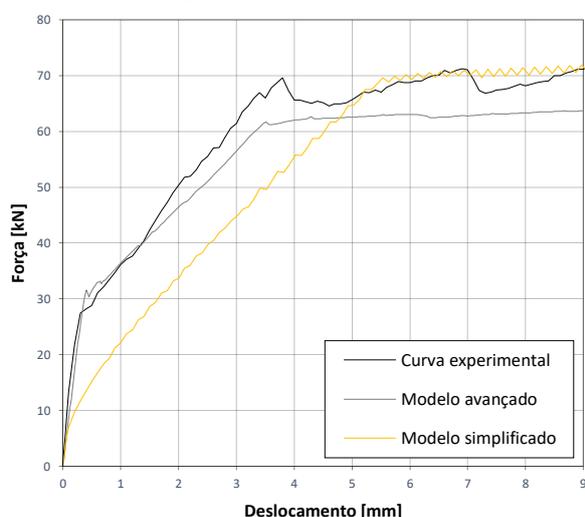


Gráfico 4.59 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de Poisson.

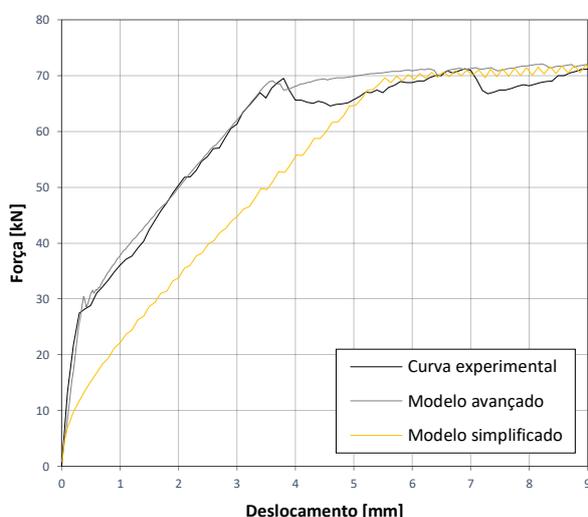


Gráfico 4.60 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

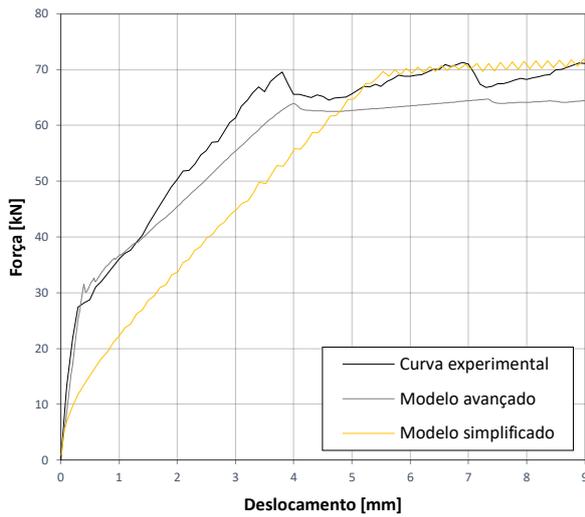


Gráfico 4.61 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.

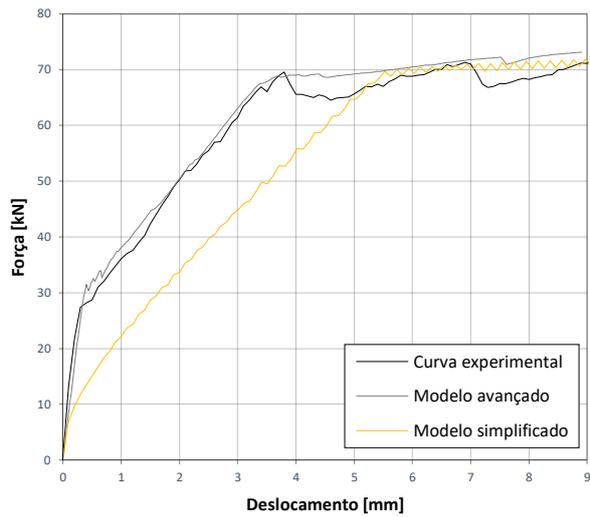


Gráfico 4.62 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.

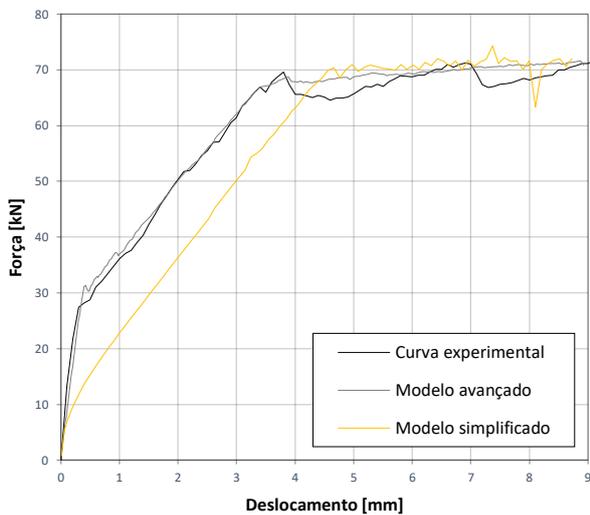


Gráfico 4.63 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

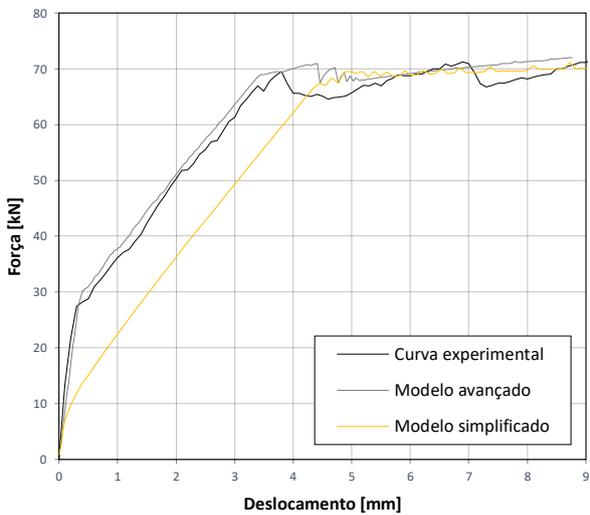


Gráfico 4.64 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

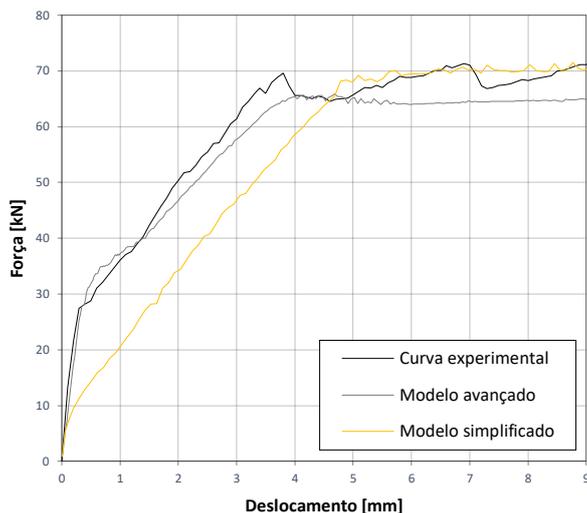


Gráfico 4.65 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 30° e diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte com beta igual a 0.2.

4.5.3. Aplicação do modelo simplificado na viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão

A análise não-linear de elementos finitos da viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão com o modelo simplificado foi realizada com o método iterativo *Quasi-Newton* do tipo *BFGS* e um critério de tolerância de 1×10^{-3} . Foi adotado o modelo de elementos finitos descrito na secção 4.4.3.1.

Os diagramas força-deslocamento das diversas simulações numéricas realizadas estão exibidos nos gráficos 4.66 a 4.72. Similarmente ao modo de rotura por corte/flexão e ao modo de rotura dúctil por flexão, os modelos constitutivos das fendas rotativas e das fendas fixas, para diversos modelos de comportamento ao corte, apresentaram resultados iguais e bastante próximos da solução analítica. Os modelos de múltiplas fendas fixas e de *Maekawa-Fukuura* com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2 para um ângulo limite de 89° apresentaram uma carga máxima bastante superior à solução analítica. Por último, o modelo de *Maekawa-Fukuura* com diagrama multilinear para um ângulo limite de 89° não apresentou resultados adequados.

Capítulo 4 – Aplicação e validação da ferramenta desenvolvida

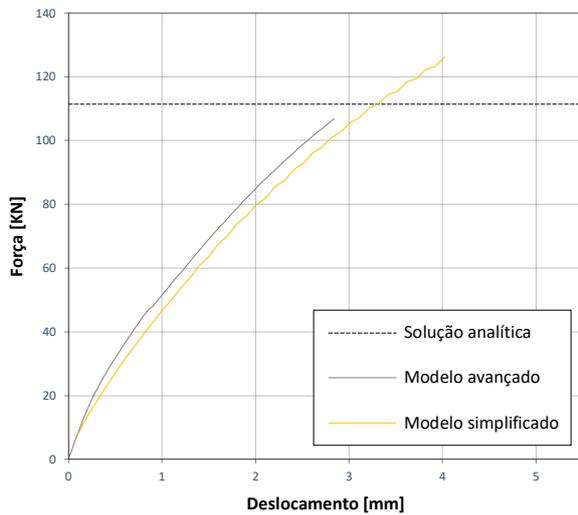


Gráfico 4.66 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de Poisson.

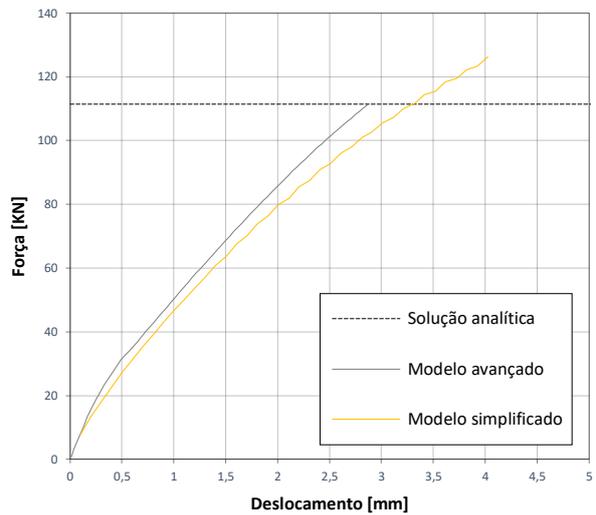


Gráfico 4.67 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

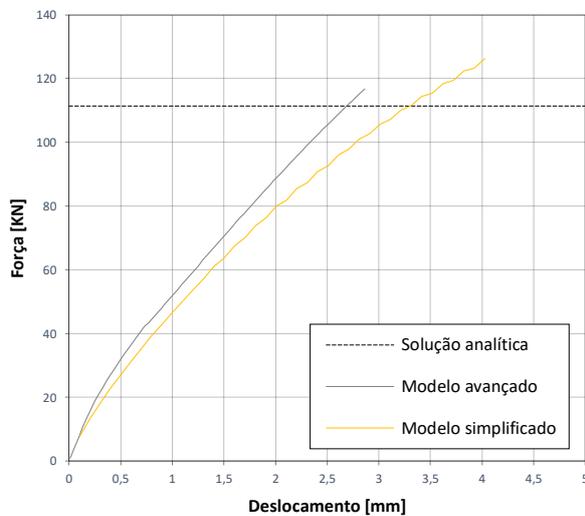


Gráfico 4.68 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no tamanho do agregado.

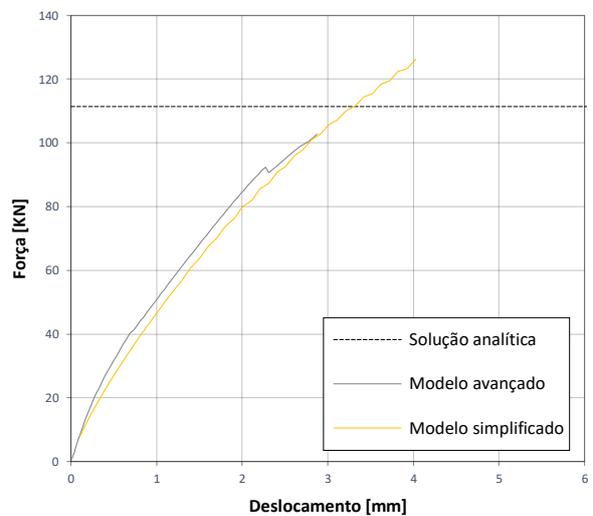


Gráfico 4.69 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano.

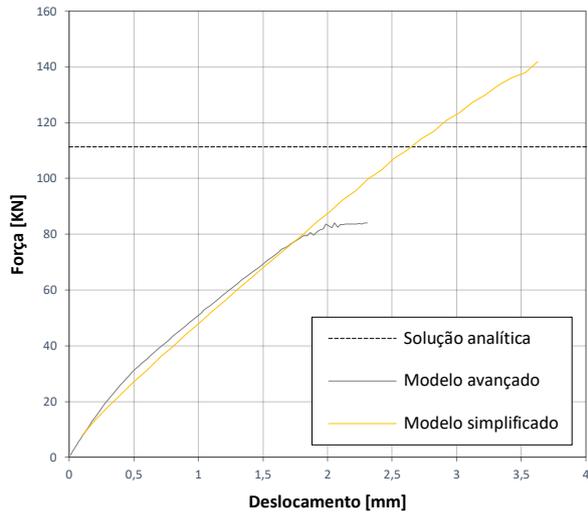


Gráfico 4.70 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de múltiplas fendas fixas com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

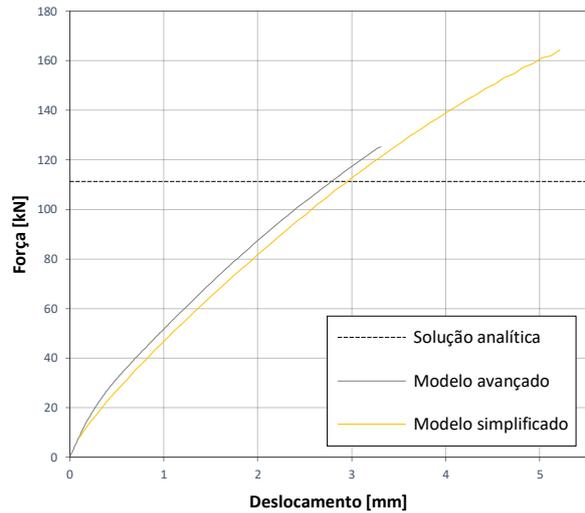


Gráfico 4.71 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 89° e fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

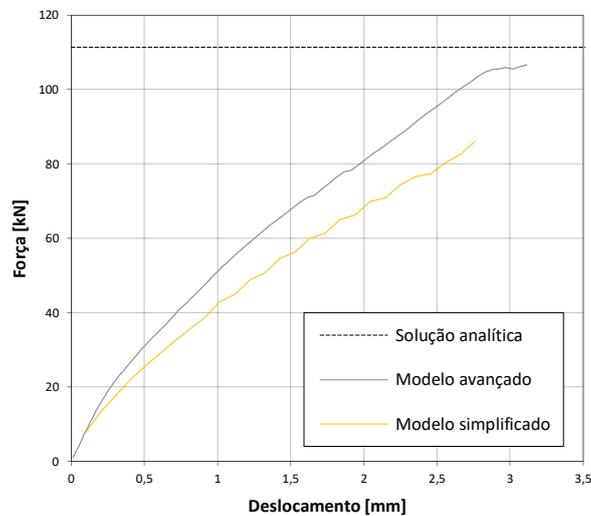


Gráfico 4.72 - Curva de capacidade da análise simplificada com o modelo de Maekawa-Fukuura com ângulo limite de 30° e diagrama multilinear tensão-extensão da fenda de corte com beta igual a 0.2.

4.5.4. Quadros-resumo

Similarmente à secção 4.4.4., procedeu-se à sistematização da informação das análises não-lineares do modelo simplificado, destacando quais os modelos mais eficientes para obtenção da capacidade máxima resistente do elemento. Os quadros-resumo estão no anexo V. As tabelas contêm duas colunas com indicação da força máxima obtida pela simulação numérica aplicando o modelo simplificado e o modelo avançado, uma coluna com indicação da razão entre a força máxima obtida do modelo simplificado e a força máxima obtida do modelo avançado, uma coluna com indicação da razão entre a força máxima obtida do modelo simplificado e a força máxima obtida pelos instrumentos de averiguação dos resultados para os três modos de rotura e, por último, uma observação com atribuição de um comentário valorativo, incluindo a avaliação do padrão de dano.

A razão foi determinada para os diferentes modos de rotura atendendo: à força máxima obtida pela simulação numérica do artigo científico para a viga sujeita a rotura por corte/flexão; à força máxima obtida pela curva experimental para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão; à força máxima obtida análise analítica para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão. Relativamente às observações, o mesmo critério descrito na Secção 4.4.4. foi implementado.

Tendo por base as tabelas-síntese, conclui-se que existem dois modelos simplificados capazes de simular a carga máxima resistente do elemento estrutural: o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson* e o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte constante e igual a 0.2.

5. Aplicação da metodologia a estrutura porticada

No presente capítulo procede-se à simulação numérica de uma estrutura porticada. O caso de estudo foi inicialmente modelado no programa informático *Revit* e transferido para o programa informático de elementos finitos *DIANA* por intermédio da metodologia descrita na secção 3.2. Adicionalmente, o programa *Solibri Model Checker* foi utilizado para averiguar possíveis colisões entre armaduras. A simulação numérica da estrutura porticada tem como objetivo a criação de uma ferramenta expedita e eficiente na determinação da capacidade máxima da estrutura. Posteriormente, essa ferramenta será utilizada na simulação numérica de diversos casos nos quais foram introduzidos erros no modelo representado no programa *Revit*, como por exemplo a geometria das armaduras.

Nas secções seguintes, abordar-se-ão os seguintes aspetos: a descrição da estrutura porticada (5.1); as configurações admitidas na simulação numérica, nomeadamente malha de elementos finitos, modelos constitutivos, procedimento iterativo e propriedades materiais (5.2); os resultados da simulação numérica aplicando os modelos constitutivos considerados na secção 4.5.4. – acoplados do modelo avançado (5.3) e do modelo simplificado (5.4); a compilação das curvas de capacidade obtidas nas simulações numéricas com o modelo avançado e com o modelo simplificado (5.5); a otimização do tempo de análise do modelo simplificado (5.6), modificando procedimentos iterativos, estruturação da matriz de rigidez no início do processo iterativo, critérios de tolerância e implementando passos de carga automáticos; a introdução de anomalias/omissões nas disposições construtivas das armaduras, para simular possíveis erros humanos e avaliar a capacidade da simulação numérica de aferir tais defeitos (5.7).

5.1. Descrição da estrutura

A estrutura porticada contempla uma laje, duas vigas, quatro pilares e quatro sapatas e está sujeito a uma carga uniformemente distribuída na superfície da laje. Os pilares estão distanciados de 6 metros e têm uma altura global de 4 metros. Assume-se

que a cota de fundação corresponde à rocha sã, com rigidez muito elevada, e que a sua capacidade de carga nunca é alcançada durante o carregamento da estrutura.

Nas cargas permanentes, foi contabilizado o peso próprio dos elementos estruturais e o peso dos revestimentos e enchimentos. O peso dos revestimentos e enchimentos perfazem uma carga de 2 kN/m^2 . Por sua vez, a sobrecarga foi introduzida para uma categoria de utilização B, sendo atribuída uma carga de 3 kN/m^2 . No dimensionamento apenas foram consideradas cargas gravíticas, tendo-se ignorado, de forma simplificada, a ação do vento, a ação do sismo, efeitos de retração e variações de temperatura. O betão foi estipulado com uma classe de resistência C25/30 e a armadura com uma classe A400NR. O dimensionamento foi baseado nas regras do Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95].

Os pilares contêm uma secção $0.3 \times 0.4 \text{ [m}^2\text{]}$, o que é significativamente superior ao mínimo necessário perante as cargas aplicadas e os estados limite relevantes, do ponto de vista do dimensionamento. No entanto, foi tomada esta opção para tentar que os cenários de rotura da estrutura fossem condicionados pelas vigas (situação extensivamente testada no capítulo anterior). Para a laje foi escolhida a espessura de 0.3 metros, seguindo a lógica com algum sobredimensionamento, pelas mesmas razões que se enunciou para os pilares. As vigas apresentam secção transversal de $0.3 \times 0.5 \text{ [m}^2\text{]}$ e as sapatas têm secção quadrangular de $1.2 \times 1.2 \text{ [m}^2\text{]}$ com 0.5 metros de altura. Relativamente à quantidade de armadura introduzida e sua disposição construtiva em cada elemento estrutural, o leitor é remetido para o anexo VI. De salientar que a estrutura não é perfeitamente simétrica devido às disposições construtivas da armadura.

5.2. Simulação numérica

Na presente secção será abordada a discretização da estrutura porticada em elementos finitos, os modelos constitutivos e o procedimento iterativo e, por último, as propriedades dos materiais adotadas na análise não-linear.

5.2.1. Modelo de elementos finitos

A análise de elementos finitos foi realizada através de um modelo tridimensional discriminado em elementos finitos sólidos com oito nós isoparamétricos (HX24L na nomenclatura do *DIANA* [86]), baseados em interpolação linear (*Guass*). Por definição, no programa informático *DIANA* são admitidos 2×2 pontos de integração de *Gauss* na área do elemento finito. Os elementos estruturais de betão foram discriminados em elementos finitos com dimensões máximas de 40×40 [mm²], proporcionando a existência de oito elementos finitos ao longo da espessura da laje. A armadura foi introduzida como elementos barra e perfeitamente aderentes ao betão.

A solicitação foi definida em duas partes: aplicação do peso próprio nos elementos sólidos e, posteriormente, aplicação de uma carga uniformemente distribuída na superfície da laje. A carga uniformemente distribuída compreende o peso dos revestimentos, o peso das paredes divisórias e o peso da sobrecarga. O peso próprio foi introduzido incrementalmente em percentagens de 10%.

Nas ilustrações 5.1 e 5.2, estão representadas a malha de elementos finitos adotada para a estrutura porticada. Os alinhamentos exibidos na ilustração 5.1 serão utilizados para extração de informação de deslocamentos. Os pontos indicados na ilustração 5.2a, 5.2b e 5.2c serão utilizados para extração de informação de tensões e extensões no betão. Complementarmente, nas tabelas 5.1 e 5.2, estão indicadas percentagens de armadura para os diversos elementos estruturais. As condições de apoio adotadas foram a restrição dos deslocamentos verticais nas faces inferiores das sapatas e a restrição dos deslocamentos horizontais na direção *xx* e na direção *yy* na face inferior de uma sapata.

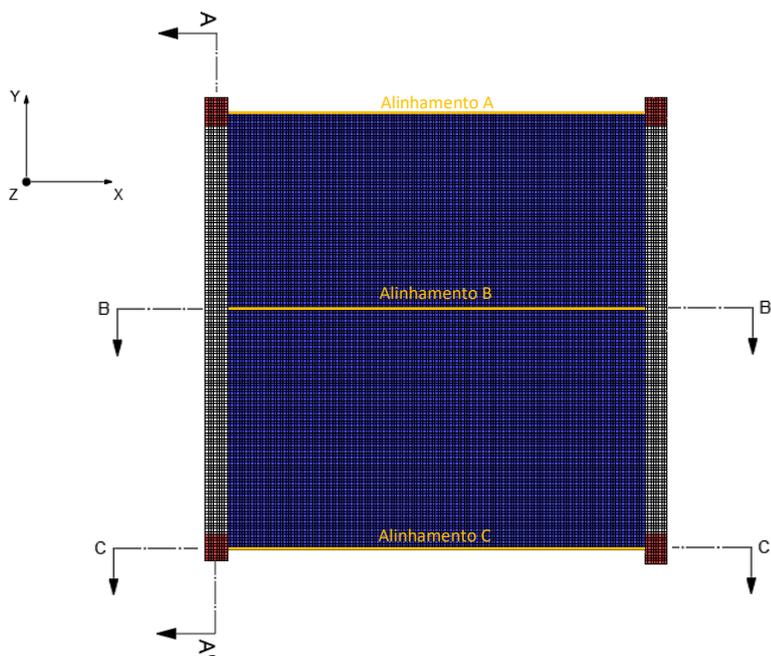


Ilustração 5.1 – Malha de elementos finitos: vista em planta. Indicação de alinhamentos.

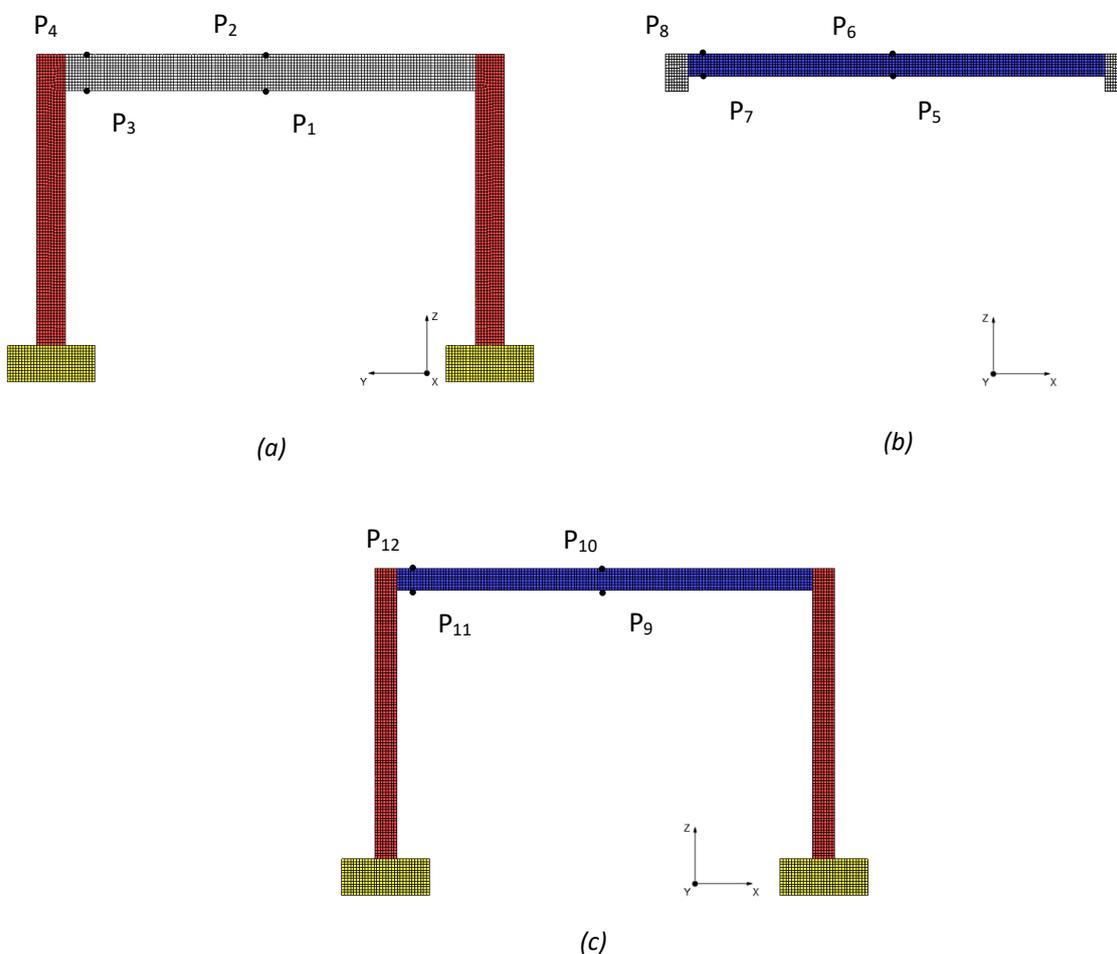


Ilustração 5.2 – Malhas de elementos finitos: corte AA' (a); corte BB' (b) corte CC' (c). Indicação de pontos notáveis.

Cor	Denominação	Esp. (m)	L _h (m)	L _v (m)	Armadura		Área de Armadura		Percentagens de Armadura	
					A _{s,h}	A _{s,v}	A _{s,h} [cm ²]	A _{s,v} [cm ²]	A _{s,h} /A _c [%]	A _{s,v} /A _c [%]
	Vigas	0.3	5.6	0.5	5Ø16+3Ø12+2Ø10	20Ø8//300	15.02	33.6	0.089	0.022
	Pilares	0.3	0.4	4	7Ø8//90 + 17Ø8//150 + 10Ø8//90	8Ø12	151.90	9.05	0.127	7.54

Tabela 5.1 – Quantidades de armadura em correspondência com a localização indicada na ilustração 5.2a.

Cor	Denominação	Esp. (m)	L _h (m)	L _v (m)	Armadura		Área de Armadura		Percentagens de Armadura	
					A _{s,h}	A _{s,v}	A _{s,h} [cm ²]	A _{s,v} [cm ²]	A _{s,h} /A _c [%]	A _{s,v} /A _c [%]
	Laje	0.3	6	6	20Ø16//300 + 19Ø16//300 + 39Ø16//105 + 14Ø16//300	14Ø12//300 + 6Ø12//300	1101.9	75.4	6.12	0.00419
	Sapatas	0.5	1.2	1.2	9Ø12//133	9Ø12//133	76.53	76.53	1.28	1.28

Tabela 5.2 – Quantidades de armadura em correspondência com a localização indicada na ilustração 5.1.

5.2.2. Modelos constitutivos e método iterativo

Na simulação numérica da estrutura porticada, o betão foi definido segundo os dois modelos constitutivos distinguidos na secção 4.5.4: o modelo de fendas fixas com fator de redução de rigidez de corte baseado no dano, para descrever o comportamento de corte, e o modelo de fendas rotativas sem redução do coeficiente de *Poisson*. Adicionalmente, modelos que definem confinamento lateral ou redução da capacidade resistente do betão à compressão devido a fendilhação não foram considerados.

O método iterativo adotado foi o *Quasi-Newton* do tipo *BFGS*. O algoritmo *line search* foi introduzido para aumentar a probabilidade de convergência, bem como o método do comprimento do arco para capturar a diminuição do fator de carga. O método do comprimento do arco foi utilizado na aplicação da sobrecarga, com caminho esférico com dois nós controlados por translações na direção *zz*. Os nós de controlo situam-se na face inferior do bordo da laje, a meio-vão.

5.2.3. Propriedades materiais

O betão foi descrito segundo o modelo avançado e o modelo simplificado definidos na secção 4.4 e na secção 4.5, respetivamente. O betão tem uma resistência média à compressão de 33 MPa, uma resistência média à tração de 2.6 MPa e um módulo de elasticidade de 31 GPa. A energia de fratura de modo I, G_f , foi definida por uma formulação da norma *CEB-FIP Model Code 1990*.

Para descrever o comportamento da armadura, foi implementado um modelo linear-elástico com uma tensão de cedência de 400 MPa, um módulo de elasticidade de 200 GPa e um coeficiente de *Poisson* de 0.20. A adoção de um modelo sem patamar de endurecimento permite obter resultados mais conservativos. A interação entre a armadura e o betão circundante foi simulada por uma ligação perfeita da armadura no betão.

5.3. Análise numérica avançada

A análise numérica avançada foi aplicada para a simulação numérica da estrutura porticada. A descrição das análises inicia-se com a descrição dos resultados obtidos pelo modelo de fendas fixas e pelo modelo de fendas rotativas. O objetivo será analisar a curva de capacidade obtida, referindo tensões no betão, tensões na armadura e padrões de fendilhação.

Os diagramas força-deslocamento com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da laje, a meio-vão, e de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, podem ser visualizados nos gráficos 5.1 e 5.2. A análise foi realizada com um critério de tolerância de 1×10^{-3} .

A estrutura exibiu um comportamento praticamente linear-elástico na aplicação do peso próprio. A formação das fendas ocorreu para um nível de carga de 10.56 kN/m² na face inferior da viga, a meio-vão. Com o aumento da carga, as fendas existentes na viga alastram-se em direção aos pilares, constatando-se a primeira quebra de rigidez para uma carga de 11.88 kN/m². Complementarmente, nos bordos da laje, a meio-vão,

desenvolvem-se fendas na face tracionada que, posteriormente, se desenvolvem para o interior da mesma.

A quebra de rigidez evidenciada para uma carga de 19.16 kN/m², já com aplicação da sobrecarga, deve-se à formação de fendas com largura apreciável na face tracionada da laje. Para as solicitações de 32.08 kN/m², 37.28 kN/m² e 50.45 kN/m², constatou-se a plastificação da armadura longitudinal das vigas, a plastificação da armadura longitudinal da laje e a plastificação da armadura longitudinal dos pilares, respetivamente. Após ser alcançada a capacidade máxima da estrutura, para uma carga última de 50.46 kN/m², o modo de rotura exibiu um comportamento dúctil, com redução constante da capacidade resistente para deformações crescentes.

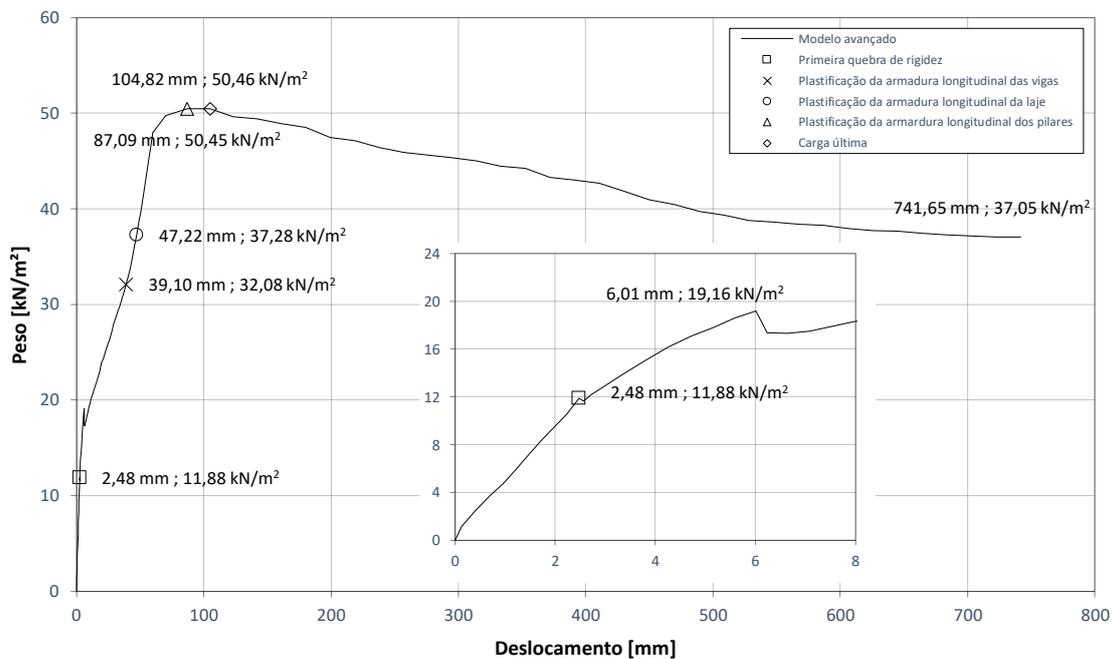


Gráfico 5.1 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.

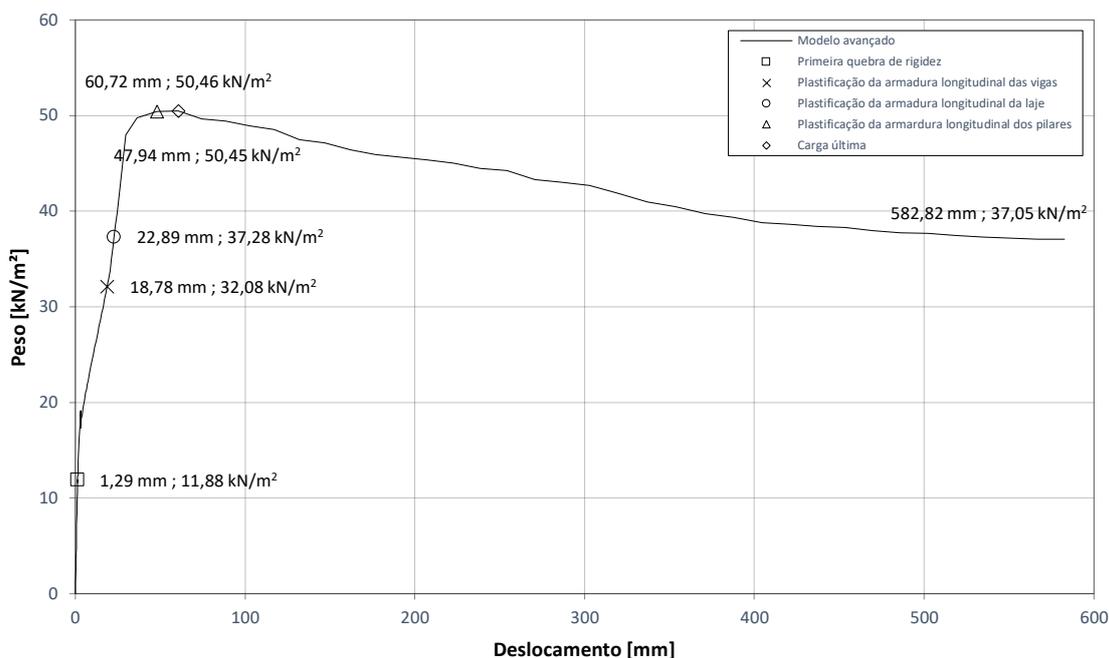


Gráfico 5.2 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.

Por sua vez, o diagrama força-deslocamento obtido pela simulação numérica do modelo de fendas rotativas com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da laje, a meio-vão, e de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, podem ser visualizados nos gráficos 5.3 e 5.4. A análise foi realizada com um critério de tolerância de 1×10^{-3} .

A resposta do modelo de fendas rotativas foi bastante similar ao modelo de fendas fixas. A iniciação das fendas ocorre para uma carga de 10.85 kN/m² e a primeira quebra de rigidez para uma carga de 11.95 kN/m². Para cargas de 32.47 kN/m², 35.28 kN/m² e 48.97 kN/m², as armaduras longitudinais das vigas, da laje e dos pilares plastificaram, respetivamente. A carga última obtida foi de 49.47 kN/m², enquanto que na análise não-linear do modelo de fendas fixas foi de 50.46 kN/m².

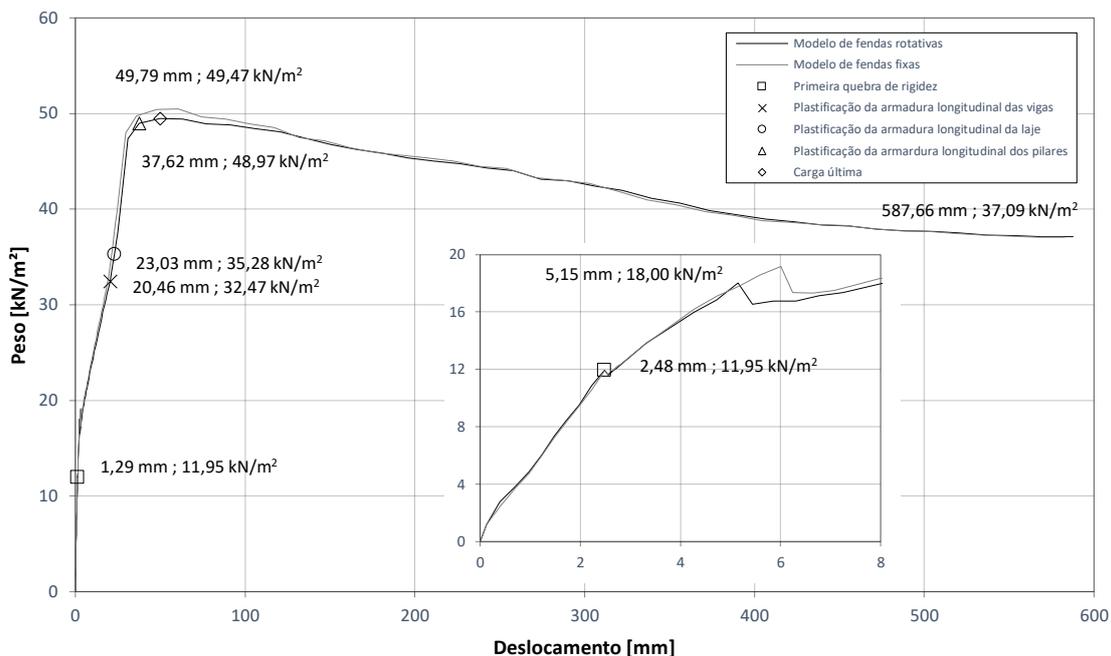


Gráfico 5.4 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.

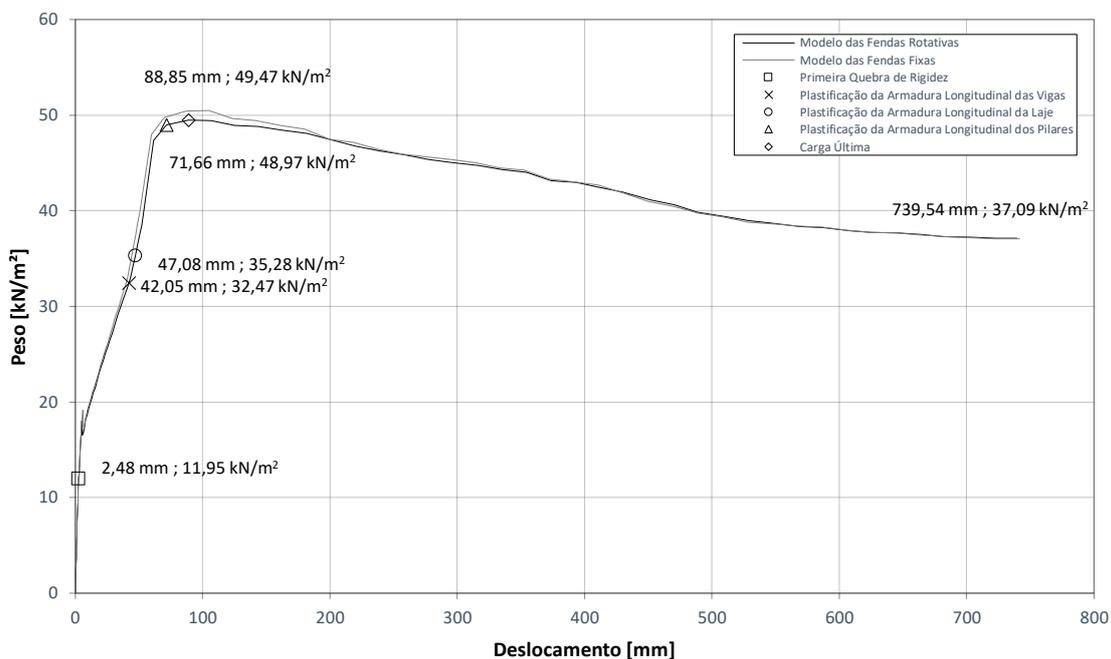


Gráfico 5.3 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.

Seguidamente, são apresentados resultados adicionais, relativos apenas ao modelo de fendas fixas, dada a similitude de resultados obtidos com o modelo de fendas rotativas. Na ilustração 5.3, estão apresentadas as extensões principais no betão, E3, no último passo de carga. Para os vários elementos estruturais em estudo, podem evidenciar-se quatro regiões específicas: região 1 – face superior de uma viga, a meio-vão; região 2 e 3 – face superior da laje, no centro e no bordo; região 4 – faces internas do pilar oposto à sapata com base restringida na direção xx e na direção yy . A seleção destas regiões deve-se às elevadas concentrações de extensões principais de compressão no betão e elevadas extensões axiais da armadura, conforme se mostrará de forma quantitativa nos gráficos subsequentes.

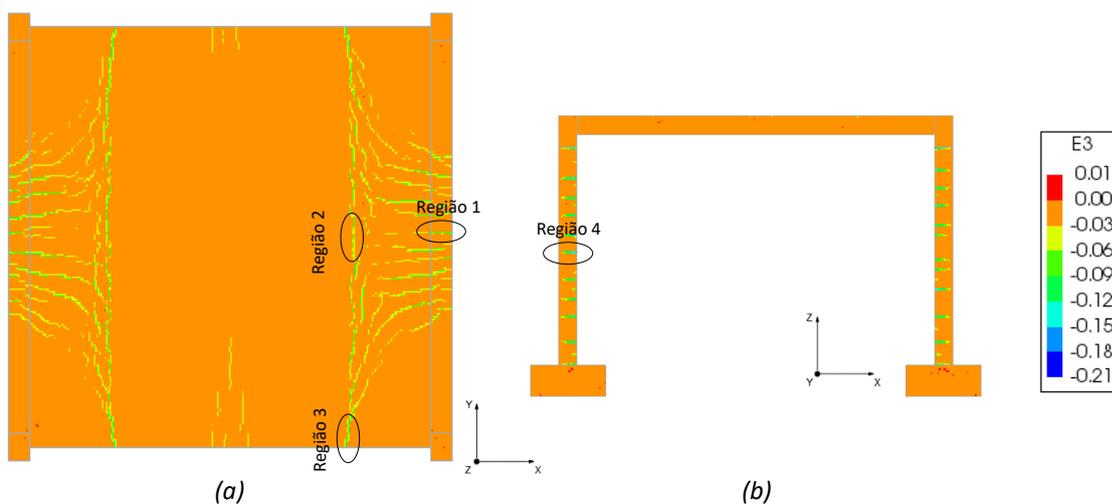


Ilustração 5.3 - Extensões principais no betão, E3, no último passo de carga: vista superior (a); corte BB' (b).

No gráfico 5.5, estão representadas a evolução das extensões principais, E1 e E3, em dois nós localizados na face inferior da viga e na face superior da viga na região 1, respetivamente, e que apresentaram as maiores extensões principais. O betão tracionado alcançou uma extensão principal, E1, de 126.58 % e o betão comprimido alcançou uma extensão principal, E3, de -132.77 %. Por sua vez, no gráfico 5.6, estão exibidas a evolução das extensões nas armaduras inferiores e superiores de dois nós que obtiveram as maiores extensões axiais. A armadura inferior encontra-se num elevado grau de plastificação, exibindo uma extensão de tração de 94.75 % no último passo de carga. Por sua vez, a armadura superior entrou em cedência numa fase final de rotura da estrutura, após elevadas redistribuições de esforços.

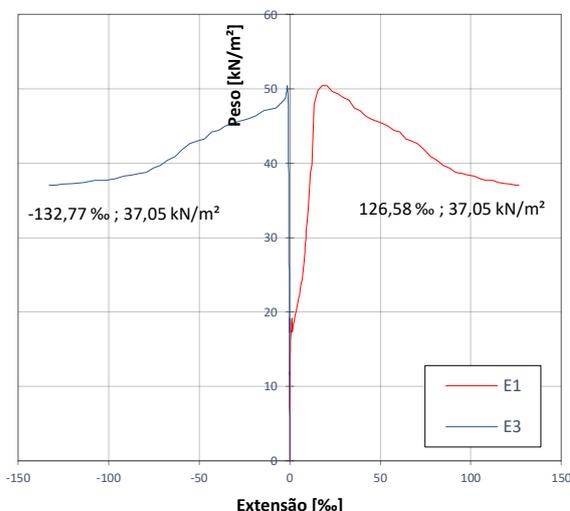


Gráfico 5.5 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 1.

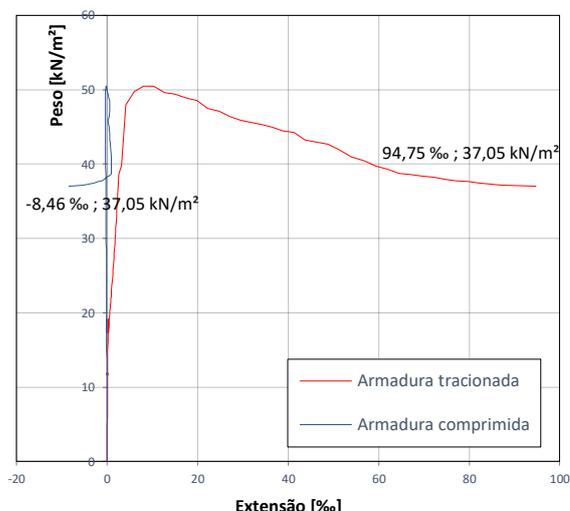


Gráfico 5.6 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 1.

Capítulo 5 – Aplicação da metodologia a uma estrutura porticada

Relativamente à laje, constata-se pelos gráficos 5.7 e 5.9, que o betão se encontra mais solicitado na região 3. As extensões principais, E1 e E3, apresentaram um valor de 159.10 ‰ e -147.28 ‰, respetivamente. Complementarmente, a armadura principal inferior na região 3 demonstrou uma extensão superior à armadura principal inferior na região 2. A armadura principal superior não chegou a plastificar, quer na região 2, quer na região 3.

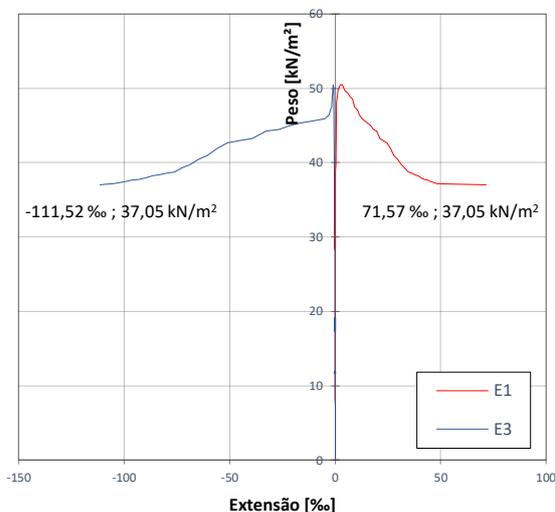


Gráfico 5.7 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 2.

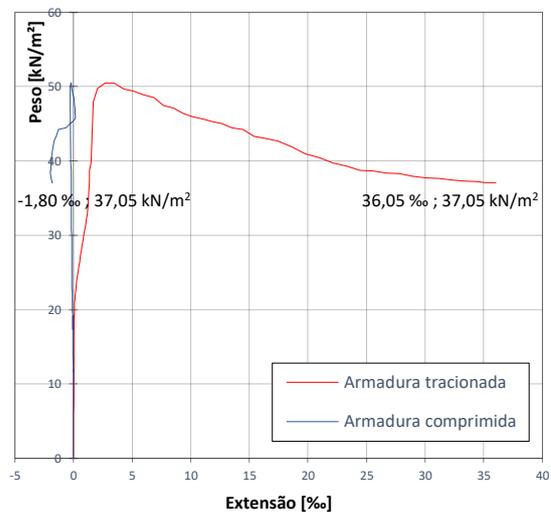


Gráfico 5.8 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 2.

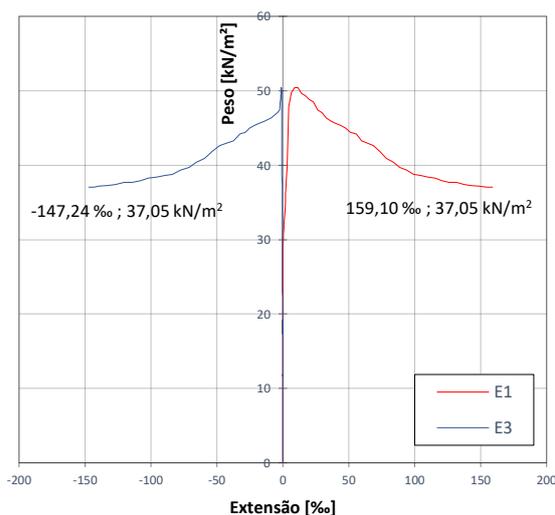


Gráfico 5.9 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 3.

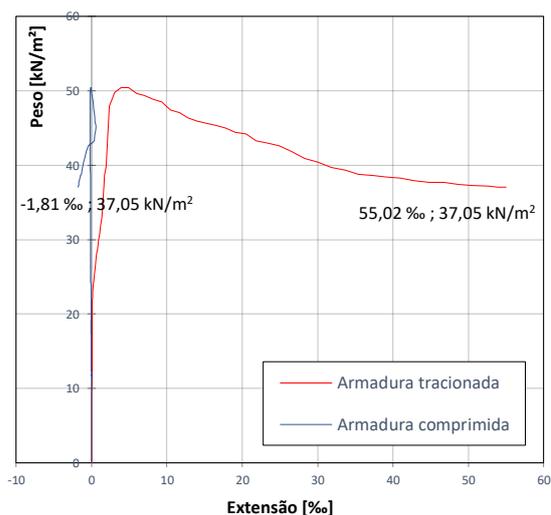


Gráfico 5.10 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 3.

Nos gráficos 5.11 e 5.12, estão expostas as extensões principais, E1 e E3, de dois nós de betão e as extensões axiais de dois nós da armadura tracionada e da comprimida na região 4. A extensão principal, E3, do betão alcançou uma extensão de -158.95 ‰ e a armadura comprimida alcançou uma extensão de -106.80 ‰.

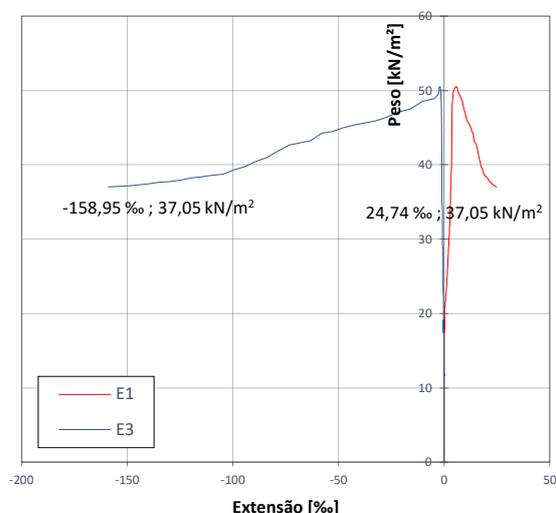


Gráfico 5.11 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 4.

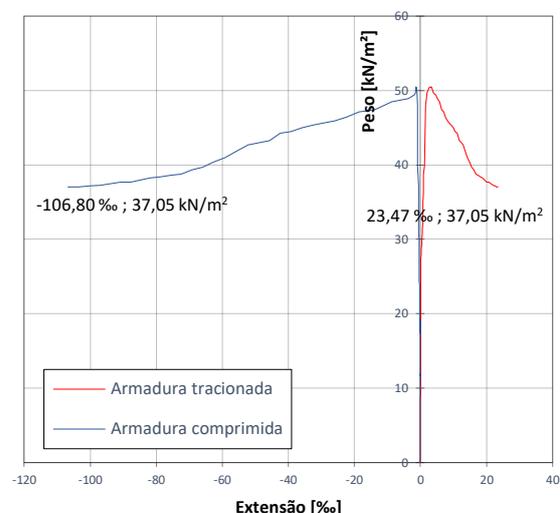


Gráfico 5.12 – Evolução das extensões das respectivas armaduras na região 4.

Pelos resultados expostos, observa-se que o elemento estrutural mais solicitado é o pilar, demonstrando maiores extensões principais, E3, do betão e maiores extensões axiais de compressão da armadura. Seguidamente, procedeu-se à extração de deslocamentos na direção xx e na direção yy no topo e a meio do pilar oposto à sapata restringida na direção xx e na direção yy . No gráfico 5.13, estão apresentados diagramas força-deslocamento nas referidas posições do pilar. Complementarmente, foram introduzidas as curvas de capacidade baseadas nos deslocamentos verticais a meio-vão da viga e a meio-vão da laje. O pilar, a meia altura, apresentou uma perda de rigidez inicial mais significativa para o mesmo fator de carga e, no comportamento pós-pico, demonstrou uma maior deformação. Posteriormente, a laje foi o seguinte elemento estrutural a exibir uma maior deformação e, por último, a viga, que poderá corresponder ao elemento mais resistente

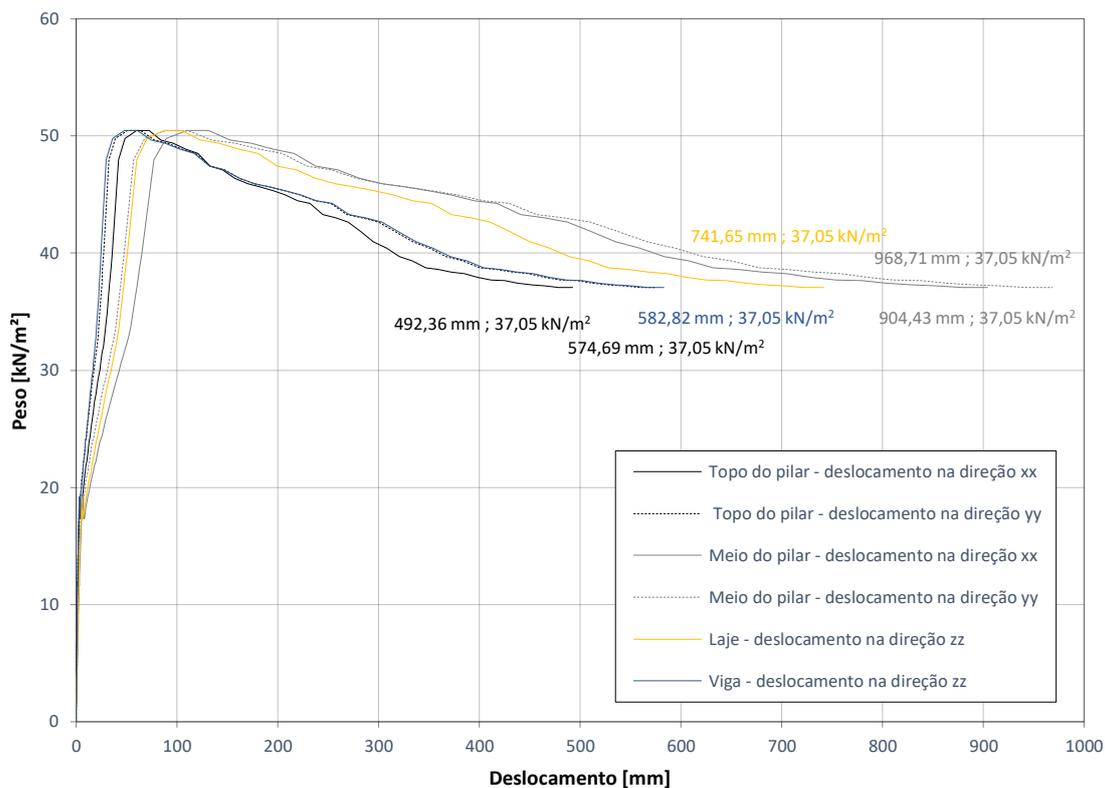


Gráfico 5.13 – Curvas de capacidade da estrutura baseadas nos respetivos nós.

Na ilustração 5.4, apresenta-se os deslocamentos incrementais nas direções globais xyz para o último passo de carga. O pilar oposto à sapata restringida horizontalmente, apresenta os maiores deslocamentos incrementais.

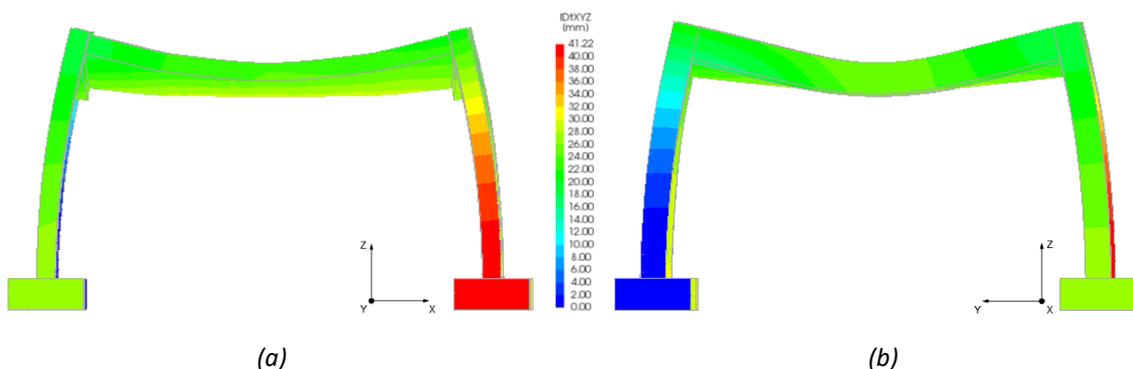


Ilustração 5.4 – Deslocamentos incrementais nas direções globais xyz no último passo de carga com deformação absoluta (1x): vista lateral (a); vista frontal (b).

O deslocamento relativo (*drift*) foi determinado para três elementos estruturais diferentes: a laje, uma viga e o pilar oposto à sapata restringida horizontalmente. No pilar, foram adotados dois *drifts*: um no meio do pilar relativamente às suas extremidades e outro no topo do pilar relativamente à base. Os deslocamentos relativos para as direções *xx* e *yy* estão apresentadas nos gráficos 5.14 e 5.15, respectivamente. Por observação dos resultados obtidos, conclui-se que a maior deformação ocorre entre o topo do pilar e o meio do pilar, tanto na direção *xx*, como na direção *yy*. Na direção *xx*, ortogonal ao desenvolvimento da viga, processam-se deformações ligeiramente superiores à direção *yy*.

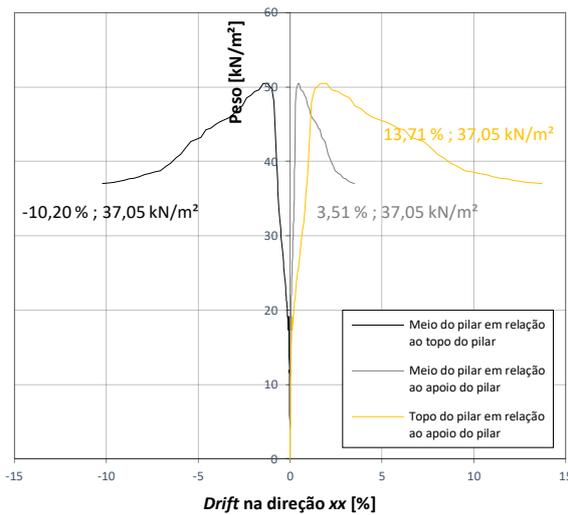


Gráfico 5.14 – Deslocamento relativo do pilar na direção *xx*.

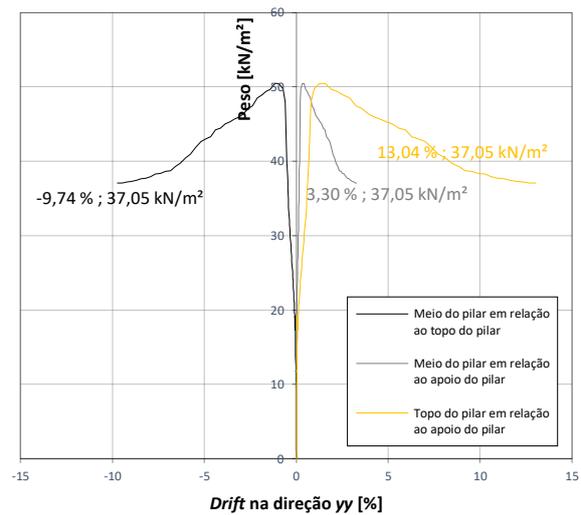


Gráfico 5.15 – Deslocamento relativo do pilar na direção *yy*.

No gráfico 5.16, está demonstrado um deslocamento relativo da viga, a meio-vão, em relação às suas extremidades, na direção *zz*. A viga exibiu deformações relativas similares no que diz respeito às suas extremidades. Para a laje, cujo comportamento se processa predominantemente na direção *xx* (ortogonal à direção das vigas), foram introduzidos três *drifts* de deslocamento vertical em três pontos centrais relativamente às suas extremidades: um no centro da laje e dois a meio dos bordos livres. Os alinhamentos e pontos notórios estão apresentados na ilustração 5.1. Os deslocamentos relativos, apresentados nos gráficos 5.17 a 5.19, foram superiores nos alinhamentos dos bordos livres que no alinhamento no centro da laje.

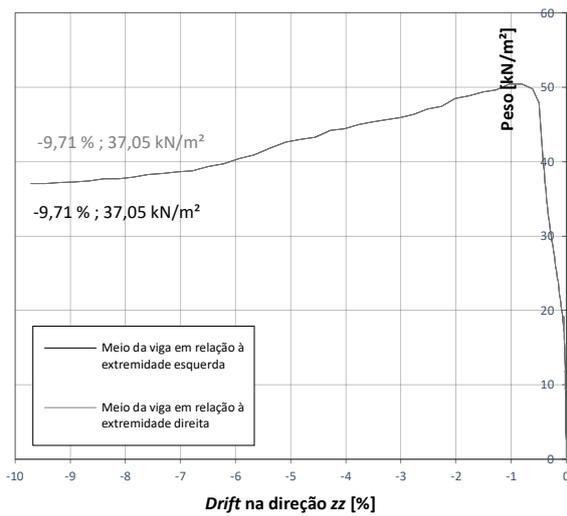


Gráfico 5.16 – Deslocamento relativo da viga na direção zz.

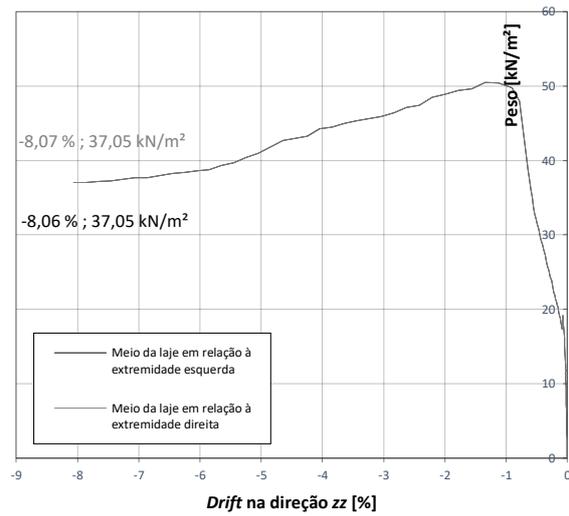


Gráfico 5.17 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento A.

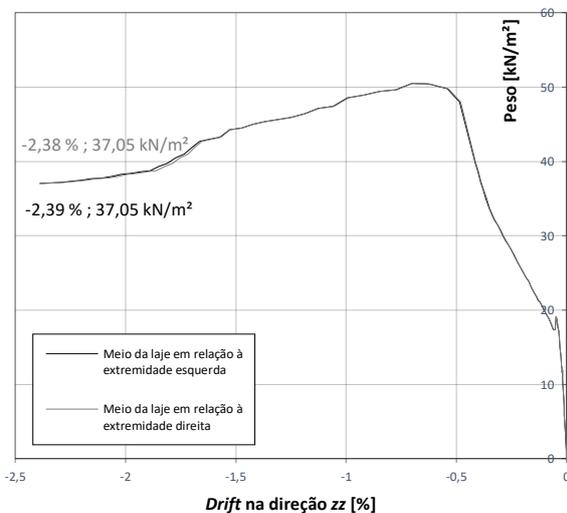


Gráfico 5.18 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento B.

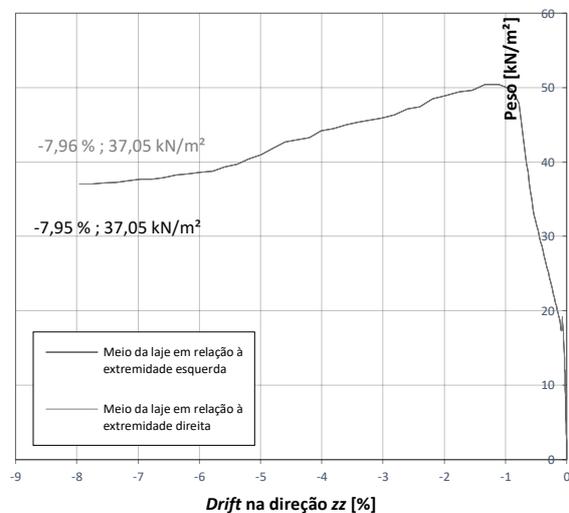


Gráfico 5.19 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento C.

Com base na avaliação da deformação relativa dos elementos estruturais e com base nas extensões no betão e nas armaduras, os pilares parecem ser os elementos mais vulneráveis. No entanto, esta conclusão deve ser validada através dos valores de *drift* máximos previstos para os diferentes estados limite de dano, o que não foi considerado no trabalho.

As extensões principais de tração, E1, do betão, para a carga última de 50.46 kN/m², estão representadas na ilustração 5.5. A vermelho estão apresentados elementos de betão cuja extensão principal de tração excedeu a extensão última à tração do betão ($\varepsilon > \varepsilon_u$). A estrutura regista dano com severidade elevada: nas faces inferior e lateral da viga o dano estende-se desde o meio-vão à região de ligação viga-pilar; na face inferior da laje, constata-se dano na quase totalidade da superfície, à exceção das regiões de ligação laje-pilar, cujas tensões de compressão são predominantes; nos pilares, é notório o dano existente nas faces exteriores, dominadas por faixas horizontais; na vista em planta e na vista lateral, evidencia-se dano nos cantos da laje que se alastra na face superior da mesma. Complementarmente, na vista inferior, destaca-se o dano severo desenvolvido ao longo de duas faixas verticais, que se alastram em direção às vigas.

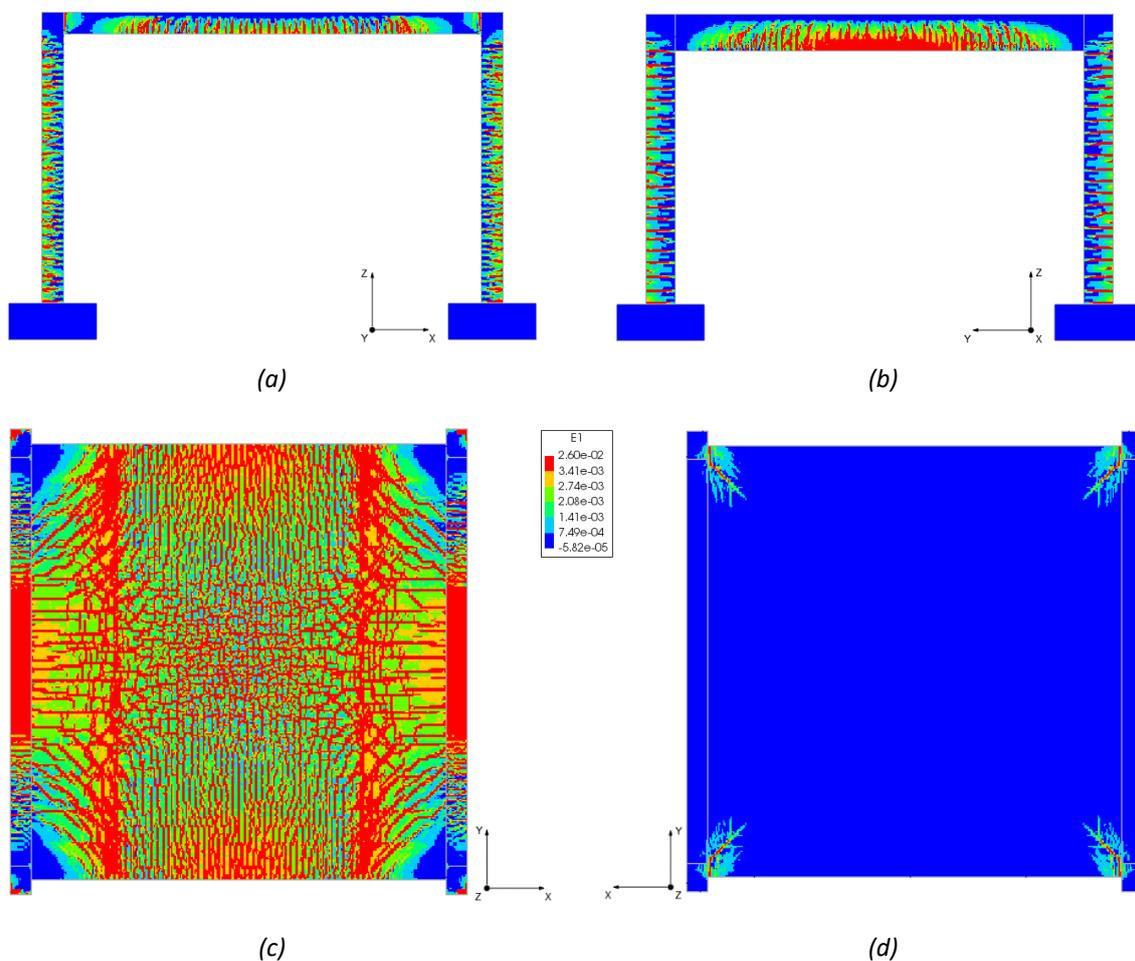


Ilustração 5.5 – Extensões principais de tração (E1): vista lateral (a); vista frontal (b); vista inferior (c); vista em planta (d).

Nos gráficos 5.20 e 5.21, estão representadas a evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₁ e P₂ definidos na ilustração 5.2a, e a evolução das tensões nas armaduras superior e inferior da viga, a meio-vão. A fibra tracionada do betão alcança o valor médio de tensão de tração do betão para uma carga de 10.56 kN/m², correspondente à iniciação do dano na viga. As fibras comprimidas do betão estiveram sujeitas a elevadas tensões de compressão, tendo sido constatada uma tensão de 31.97 MPa. A armadura inferior plastificou para uma carga de 32.08 kN/m². Relativamente à armadura superior, ocorrem tensões de compressão até à carga última. No comportamento pós-pico, as elevadas redistribuições de esforços conduziram a tensões de tração e, numa fase final, à plastificação da armadura à compressão.

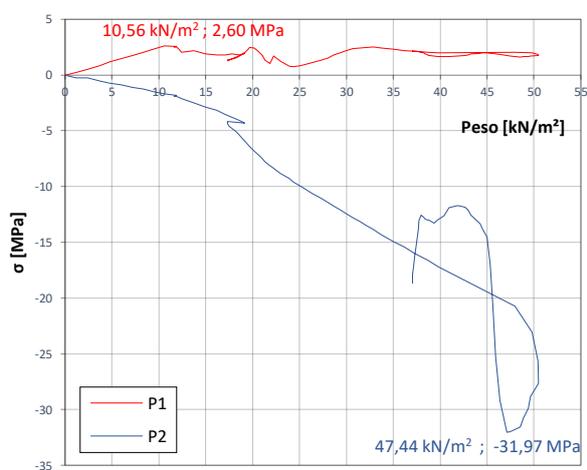


Gráfico 5.20 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.

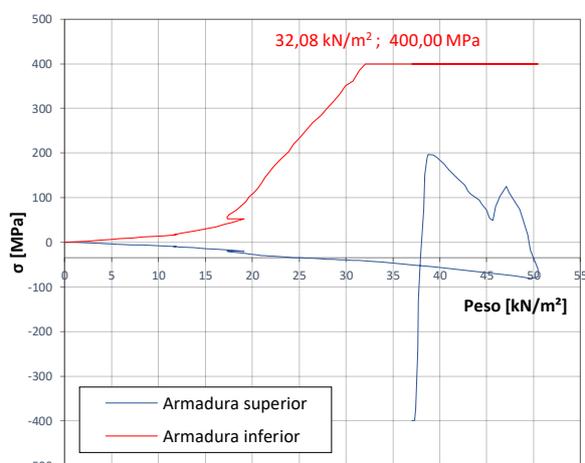


Gráfico 5.21 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinal superior e inferior da viga, a meio-vão.

Adicionalmente, nos gráficos 5.22 e 5.23, estão exibidas a evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₃ e P₄ definidos na ilustração 5.2a, e a evolução das tensões nas armaduras superior e inferior da viga, na ligação viga-pilar. Nas fibras tracionadas do betão, as tensões de tração não alcançaram o valor médio à tração do betão. Por sua vez, nas fibras comprimidas do betão, não se constataram significativas tensões de compressão. Na armadura inferior, tensões de tração foram predominantes, enquanto que a armadura superior exibiu tensões de compressão até à

carga última. No comportamento pós-pico, a armadura superior chegou a plastificar após elevadas deformações na estrutura.

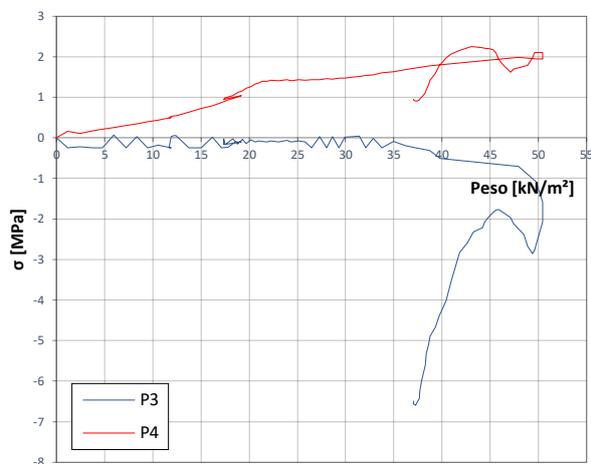


Gráfico 5.22 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.

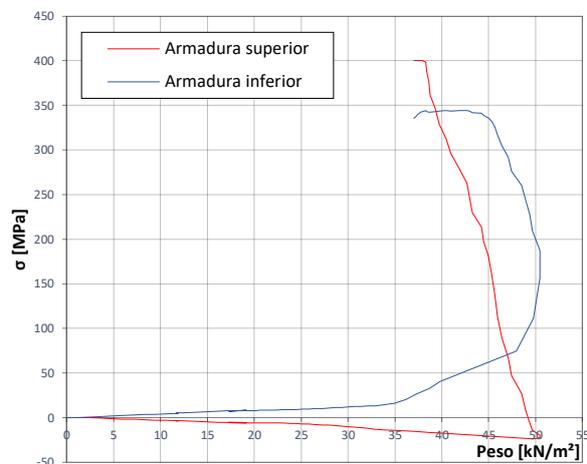


Gráfico 5.23 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar.

Na laje, as evoluções das tensões principais, S1 e S3, no betão, nos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b, a meio-vão da laje e na ligação laje-viga, estão apresentados nos gráficos 5.24 e 5.26, respetivamente. A meio-vão da laje e na ligação laje-viga, o betão evidencia elevadas tensões de compressão nas fibras superiores. O valor médio de tensão de compressão do betão chega a ser alcançado na fase pós-pico. A evolução das tensões axiais nas armaduras, a meio-vão da laje e na ligação laje-viga, está presente nos gráficos 5.19 e 5.21. A armadura inferior, a meio-vão da laje, iniciou o regime plástico na fase pós-pico. A armadura superior, na ligação laje-viga, não demonstrou tensões elevadas, enquanto que a armadura inferior esteve perto do regime plástico.

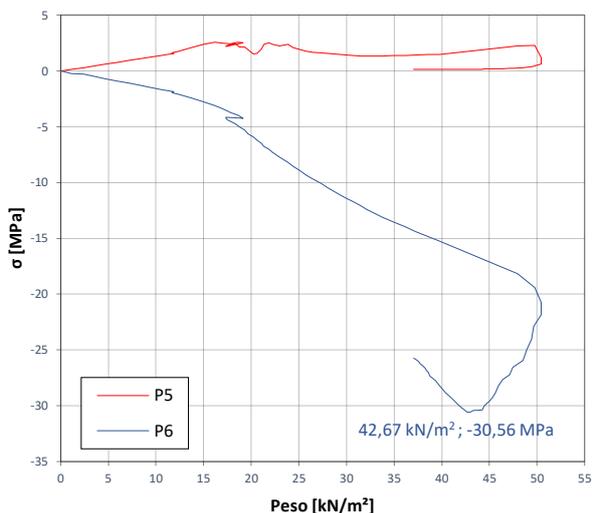


Gráfico 5.24 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.

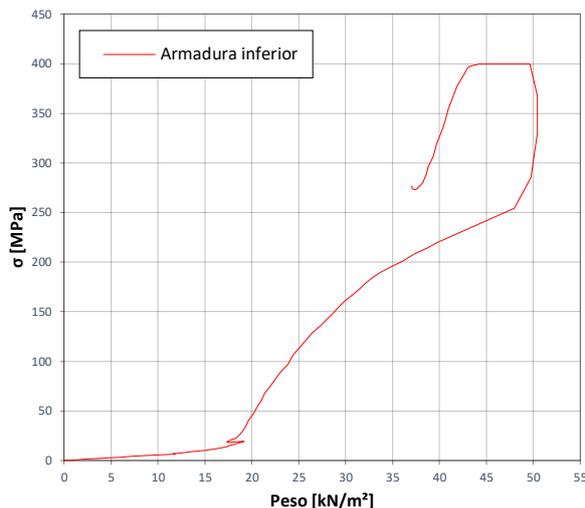


Gráfico 5.25 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão.

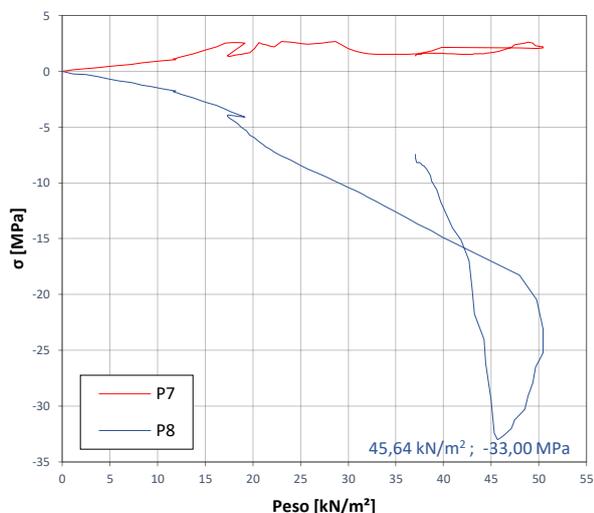


Gráfico 5.26 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.

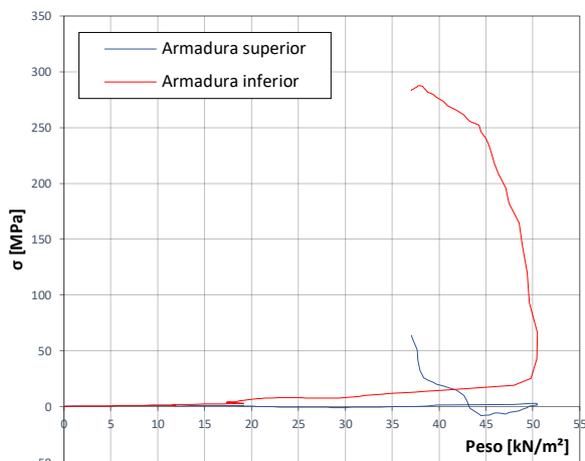


Gráfico 5.27 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.

Nos gráficos 5.28 e 5.29, estão exibidas a evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₉ e P₁₀ definidos na ilustração 5.2c, e a evolução das tensões nas armaduras inferior e superior da laje, a meio-vão. A fibra tracionada do betão alcançou o valor médio de tensão de tração do betão para uma carga de 13.74 kN/m², correspondente à iniciação do dano na laje. Na fibra comprimida evidenciam-se elevadas tensões de compressão. A armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão, iniciou a fase plástica para uma carga de 37.28 kN/m².

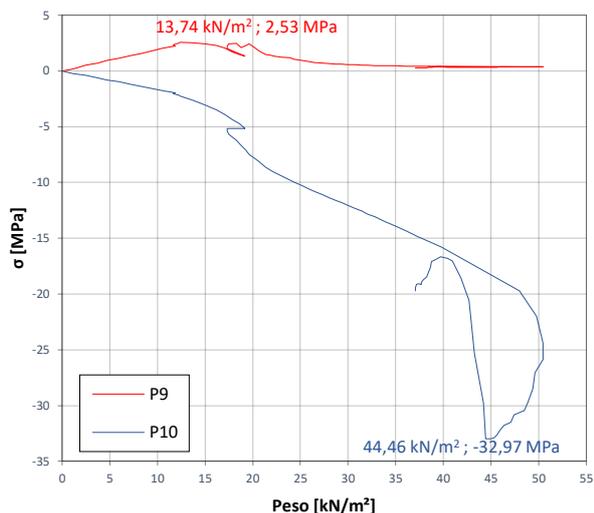


Gráfico 5.28 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.

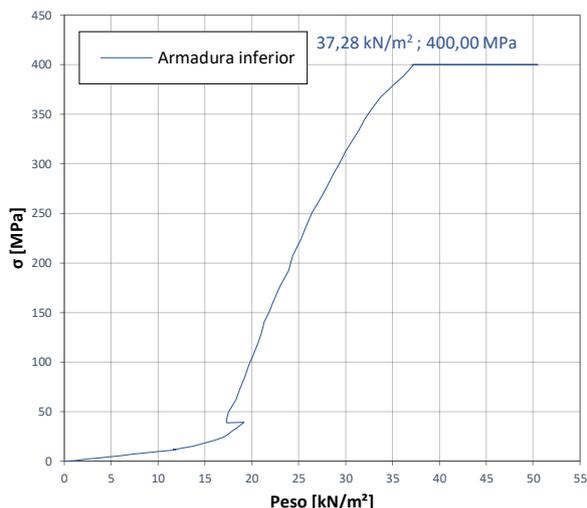


Gráfico 5.29 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão.

Nos gráficos 5.30 e 5.31, estão exibidas a evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₁₁ e P₁₂ definidos na ilustração 5.2c, e a evolução da tensão na armadura inferior da laje, na ligação laje-viga. Na face inferior da laje, embora se tenham evidenciado elevadas tensões de compressão, não alcançaram o valor médio à compressão do betão. A armadura principal inferior da laje exibiu tensões de compressão até ser alcançado a carga última, apresentando um comportamento de tração na fase pós-pico.

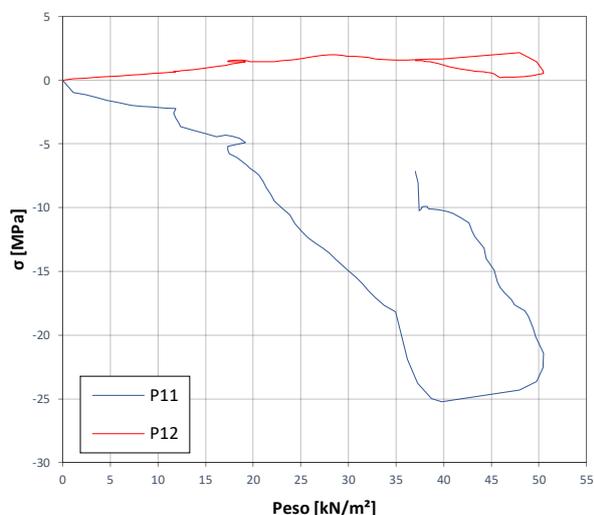


Gráfico 5.30 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.

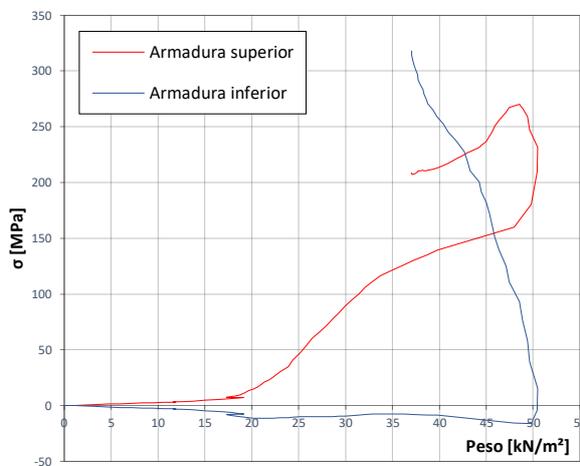


Gráfico 5.31 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.

5.4. Análise numérica simplificada

A análise numérica simplificada foi aplicada para a simulação numérica da estrutura porticada. Similarmente à análise avançada, a análise foi realizada com um critério de tolerância de 1×10^{-3} .

Os diagramas força-deslocamento do modelo de fendas fixas podem ser visualizados nos gráficos 5.32 e 5.33, correspondentes a curvas de capacidade baseado nos deslocamentos verticais de nós na face inferior da laje, a meio-vão, e na face inferior da viga, a meio-vão, respetivamente. A plastificação da armadura longitudinal das vigas, da laje e dos pilares ocorreu para os seguintes valores de carregamentos: 32.03 kN/m², 35.53 kN/m² e 44.98 kN/m². A carga última obtida foi de 49.20 kN/m². Constata-se uma excelente coerência dos valores referidos, à exceção do nível de carga que introduz plastificação da armadura longitudinal dos pilares, com os resultados obtidos do modelo avançado.

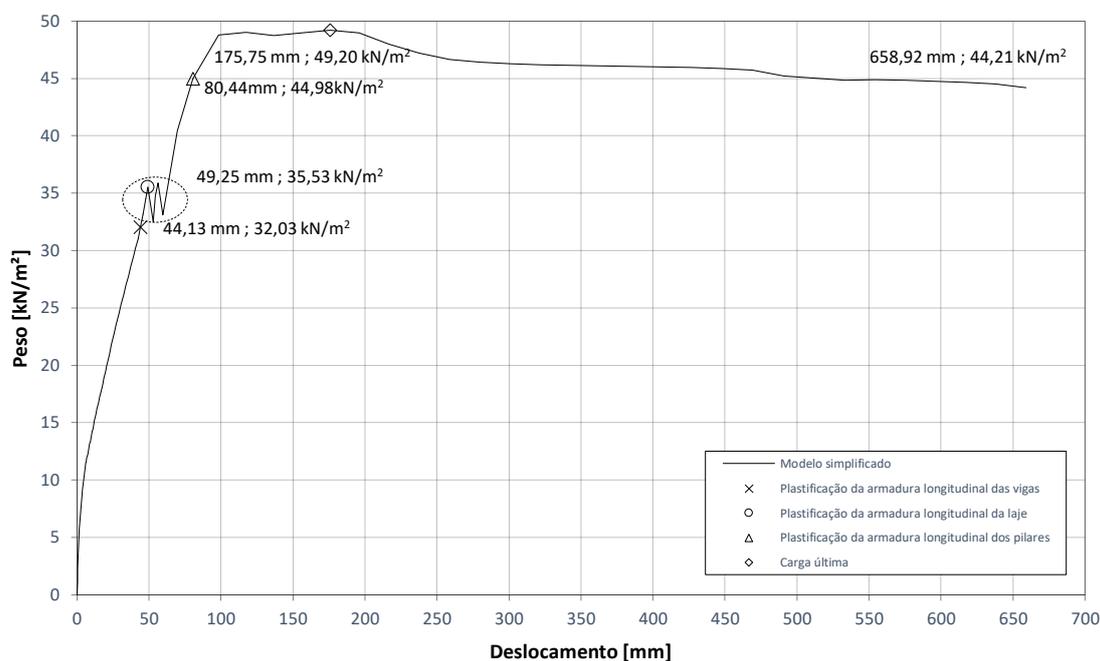


Gráfico 5.32 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.

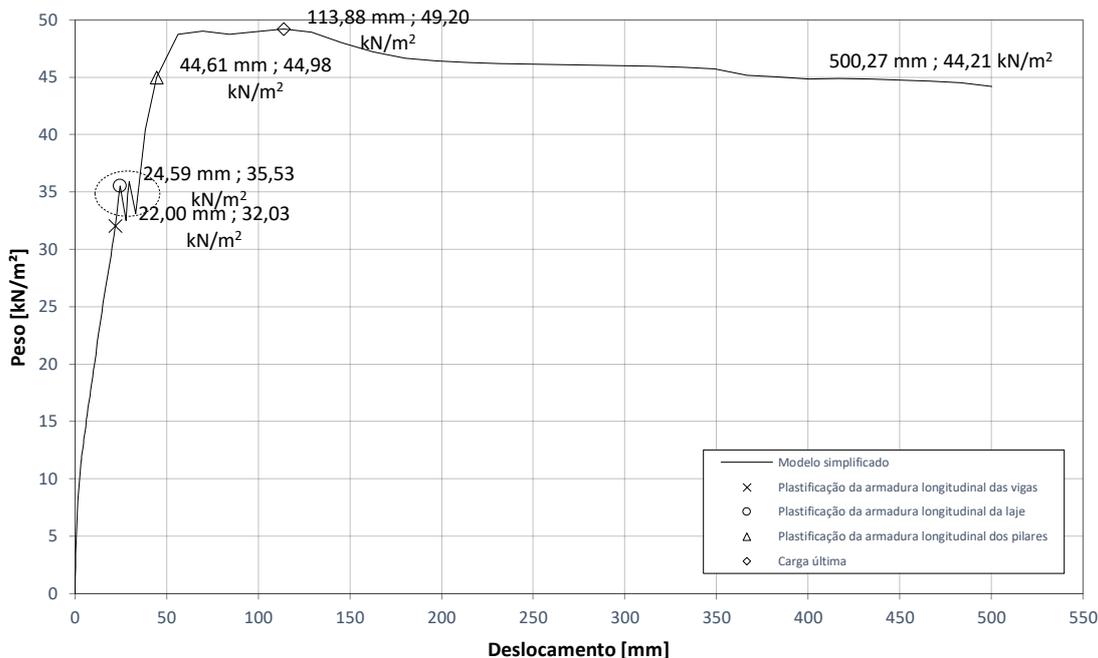


Gráfico 5.33 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.

Na região realçada a tracejado no gráfico 5.32 e 5.33, é possível observar um comportamento de amolecimento-endurecimento da estrutura. Após se iniciar a plastificação da armadura longitudinal da laje, surgem fendas na face inferior da viga, a meio-vão. A estrutura sofre uma redistribuição de esforços e encontra um novo ponto de equilíbrio. Posteriormente, sucede-se uma redução do nível de carga com a propagação das fendas na face inferior da laje em direção às vigas.

Por sua vez, o modelo de fendas rotativas obteve as curvas de capacidade representadas nos gráficos 5.34 e 5.35 baseado nos deslocamentos verticais de nós na face inferior da laje e na face inferior da viga, respetivamente. A plastificação da armadura longitudinal nas vigas, na laje e nos pilares sucedeu-se para solicitações de 32.02 kN/m², 35.52 kN/m² e 44.98 kN/m², respetivamente. A carga última foi de 49.00 kN/m². Estes valores são praticamente idênticos aos obtidos pelo modelo de fendas fixas.

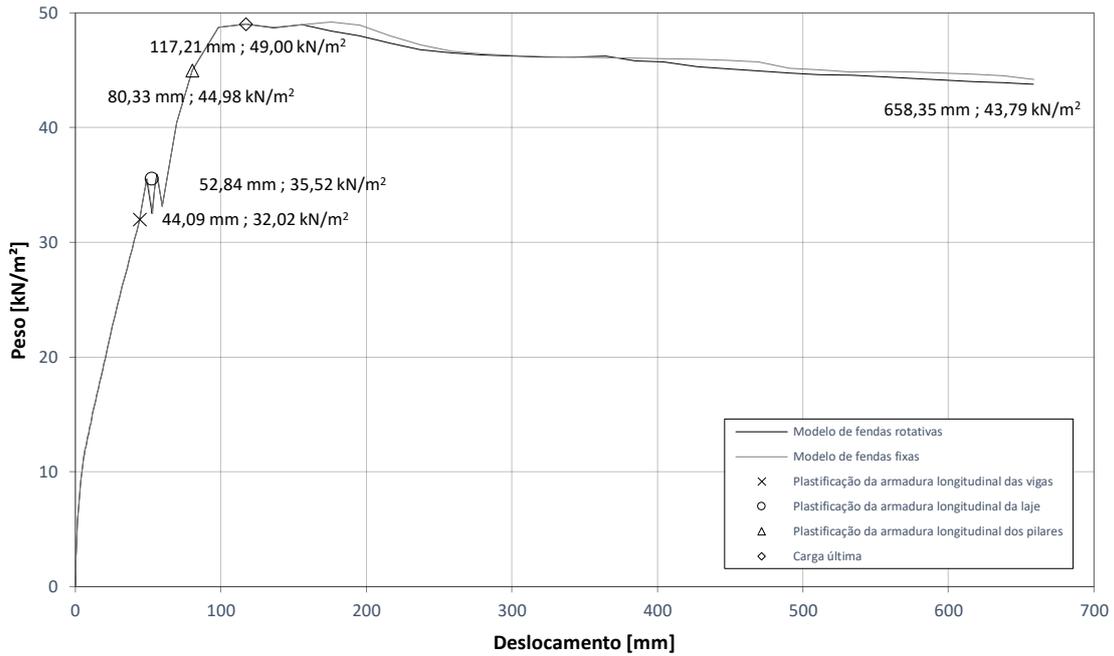


Gráfico 5.35 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.

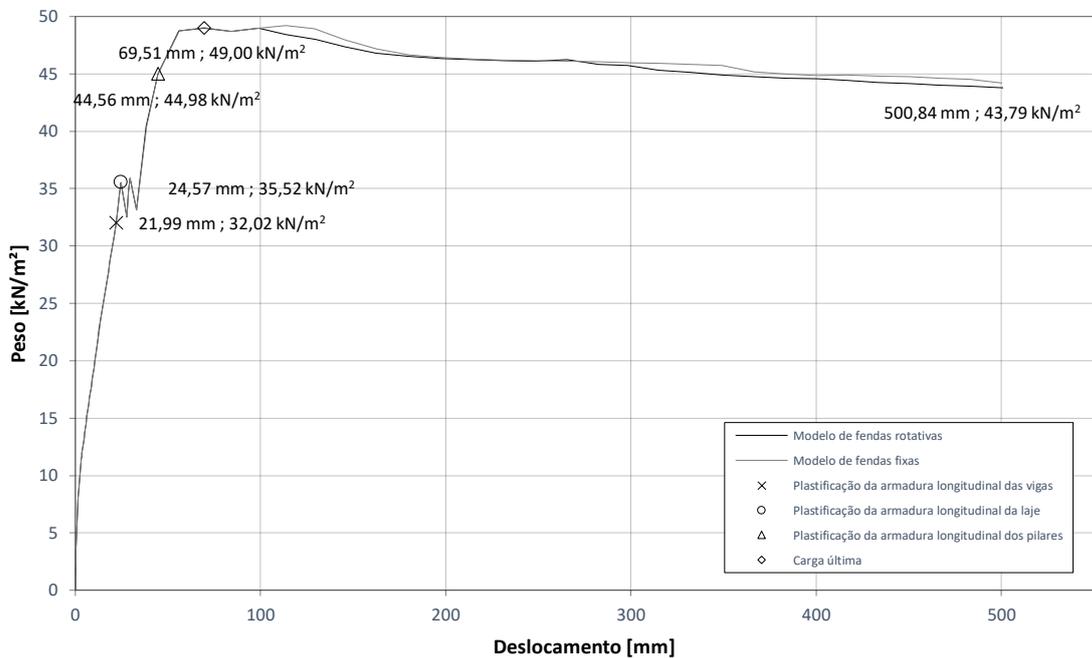


Gráfico 5.34 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.

Seguidamente, são apresentados resultados relativos ao modelo de fendas fixas. Na ilustração 5.6, estão exibidas as extensões principais no betão, E3, no último passo de carga. Para cada elemento estrutural, destacaram-se quatro regiões da estrutura: região 1 – face superior de uma viga, a meio-vão; região 2 e 3 – face superior da laje, no

centro e no bordo; região 4 – faces internas do pilar oposto à sapata com base restringida na direção xx e na direção yy.

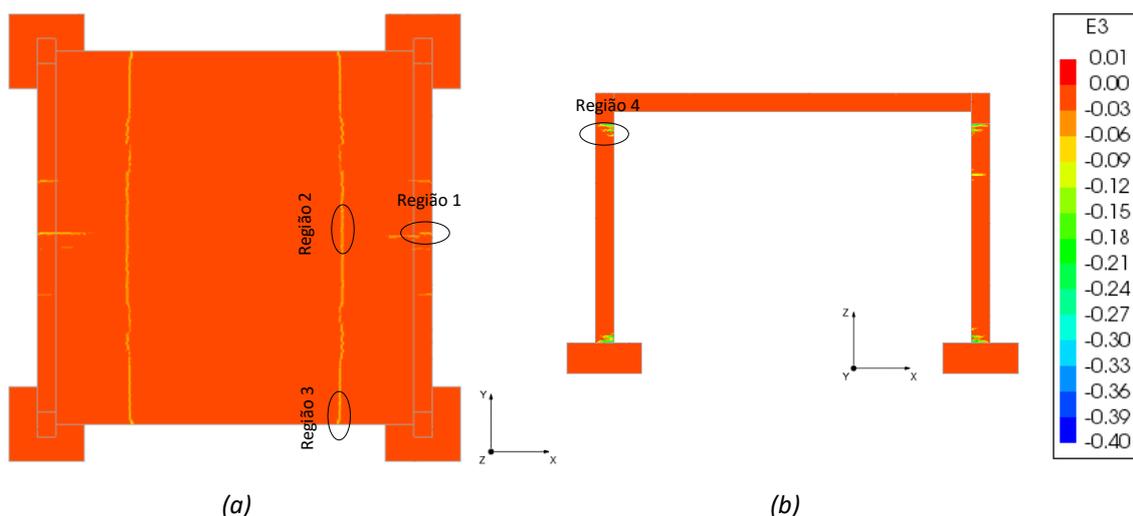


Ilustração 5.6 - Extensões principais no betão, E3, no último passo de carga: vista superior (a); corte BB' (b).

No gráfico 5.36, está exibida a evolução das extensões principais, E1 e E3, em dois nós localizados na face inferior da viga e na face superior da viga na região 1, respetivamente, e que demonstraram extensões principais mais elevadas. Na face superior, o betão obteve uma extensão principal, E1, de 113.60 ‰ e, na face inferior, o betão obteve uma extensão principal, E3, de -92.89 ‰. A armadura superior e inferior, na região 1, apresentam uma extensão de 0.68 ‰ e 80.24 ‰ no último passo de carga, respetivamente. A armadura superior não chegou a plastificar, sendo a extensão máxima obtida de 1.81 ‰.

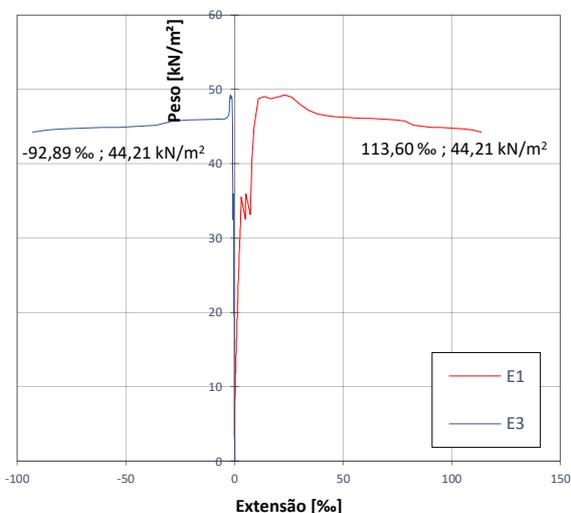


Gráfico 5.36 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 1.

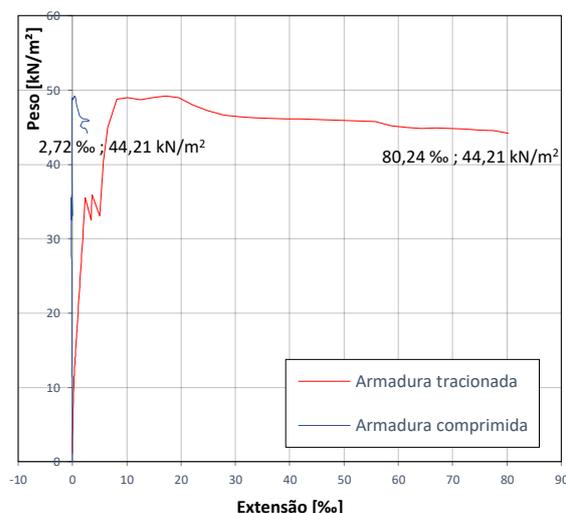


Gráfico 5.37 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 1.

Capítulo 5 – Aplicação da metodologia a uma estrutura porticada

Nos gráficos 5.38 e 5.40, apresentam-se as extensões principais, E1 e E3, de nós de betão, cujas extensões principais foram mais elevadas, na região 2 e na região 3. A extensão principal, E3, do betão, na região 3, foi de -134.49 ‰ e de -98.39 ‰ na região 2. Adicionalmente, a extensão axial da armadura principal inferior fé mais elevada na região 3. A armadura principal superior chegou a plastificar na região 2.

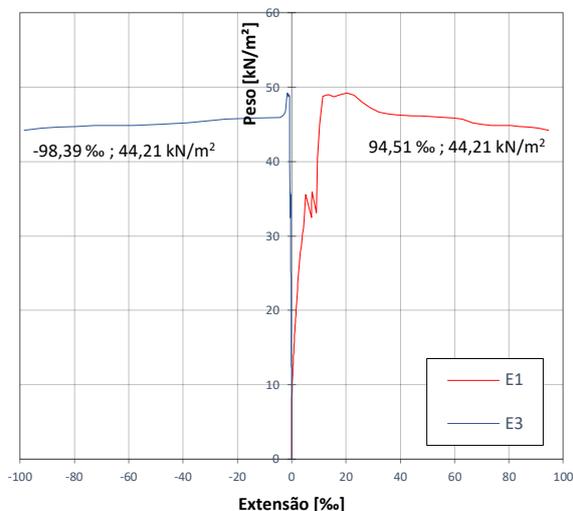


Gráfico 5.38 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 2.

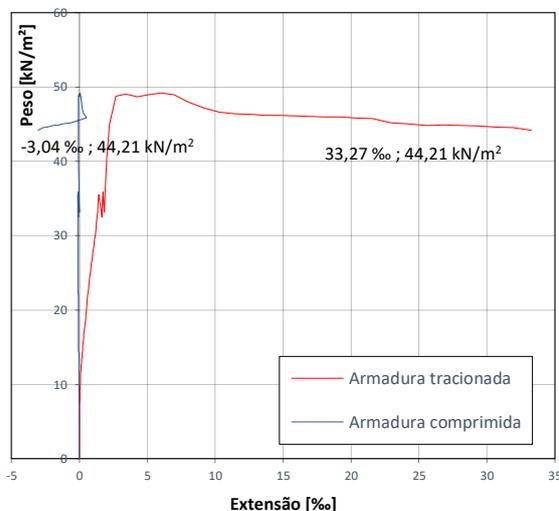


Gráfico 5.39 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 2.

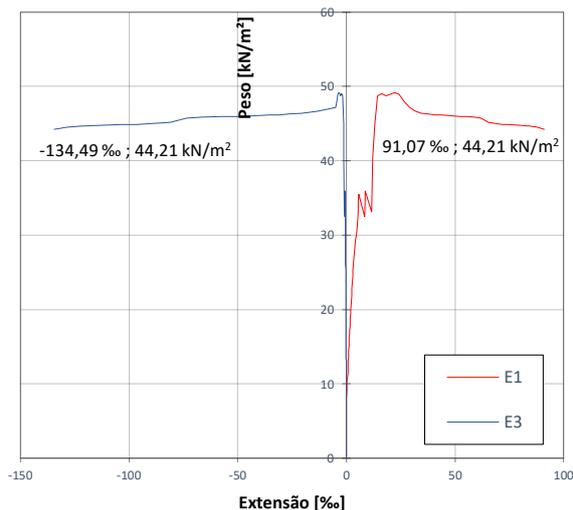


Gráfico 5.40 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 3.

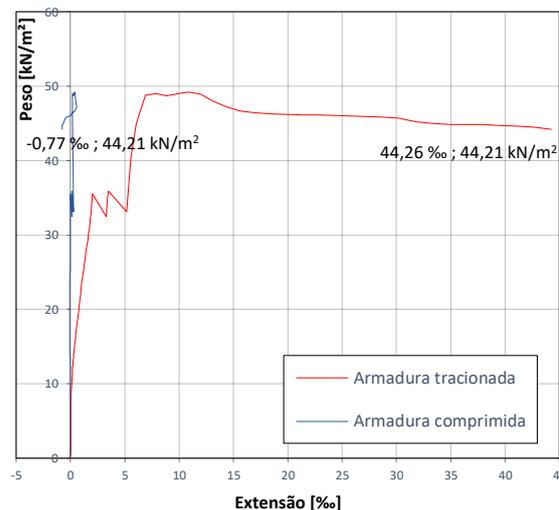


Gráfico 5.41 – Evolução das extensões das respetivas armaduras na região 3.

Relativamente ao pilar, as extensões principais, E1 e E3, do betão, bem como as extensões axiais da armadura estão expostas nos gráficos 5.42 e 5.43. O betão comprimido alcançou uma extensão principal, E3, de -278.15 ‰ e a amadura comprimida, uma extensão de -92.72 ‰.

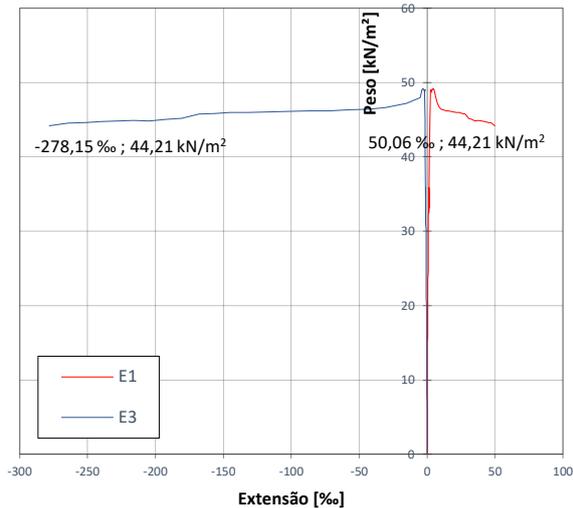


Gráfico 5.42 – Evolução das extensões principais do betão, E1 e E3, na região 4.

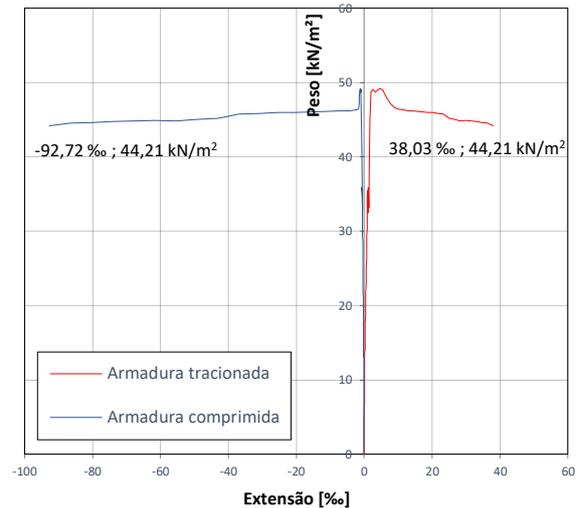


Gráfico 5.43 – Evolução das extensões das respectivas armaduras na região 4.

Similarmente aos resultados da análise avançada, a análise simplificada parece indicar que o elemento estrutural mais solicitado é o pilar. As extensões principais, E3, do betão e a extensões axiais de compressão da armadura são significativamente mais elevadas no pilar que nos restantes elementos estruturais. No gráfico 5.44, estão demonstrados diagramas força-deslocamento para os três elementos estruturais. As curvas de capacidade na viga e na laje foram baseadas nos deslocamentos verticais, a meio-vão, enquanto que as curvas de capacidade no topo do pilar e a meio do pilar foram baseados nos deslocamentos horizontais. Até à carga última, o pilar exibiu uma perda de rigidez inicial mais acentuada a meio do seu desenvolvimento, seguida da laje e, por último, da viga. No comportamento pós-pico, o pilar obteve uma maior deformação. A viga demonstrou ser o elemento mais rígido. Estas conclusões estão coerentes com os resultados já mencionados para o modelo avançado.

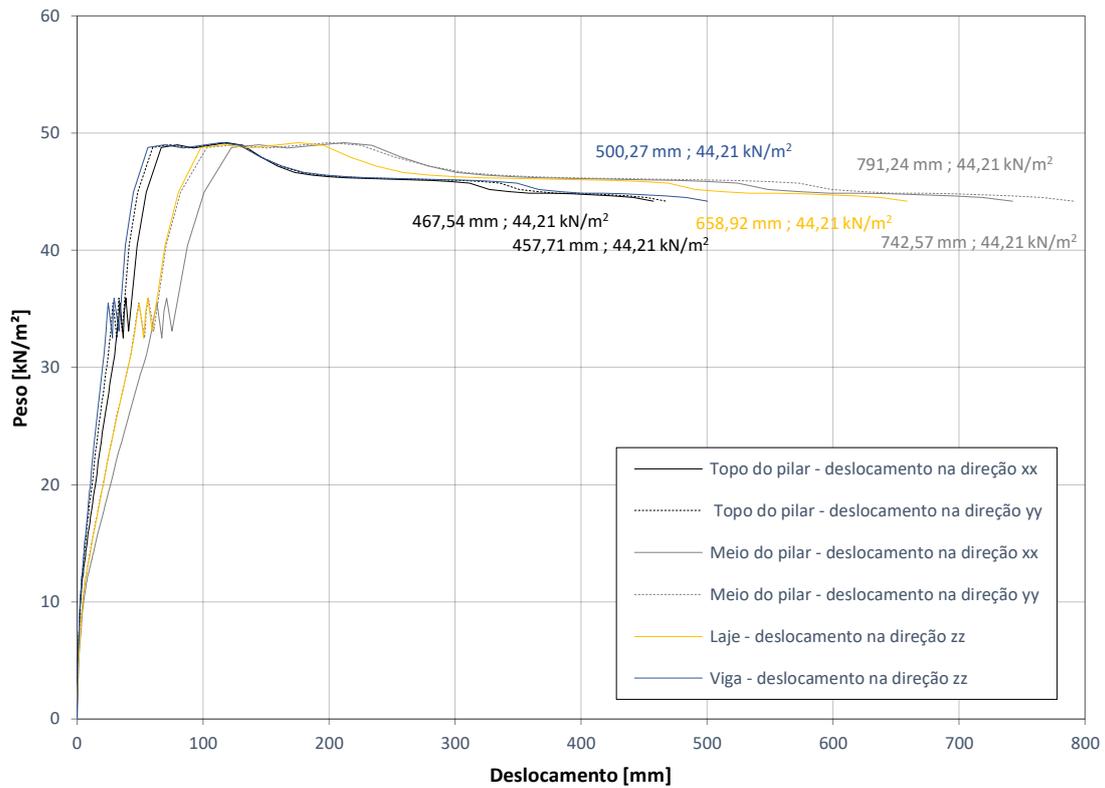


Gráfico 5.44 – Curvas de capacidade da estrutura baseadas nos respetivos nós.

Na ilustração 5.7, apresenta-se os deslocamentos incrementais nas direções globais xyz no último passo de carga da análise não-linear com o modelo simplificado. Constata-se, em uniformidade a análise avançada, que o elemento estrutural com os maiores deslocamentos incrementais é o pilar.

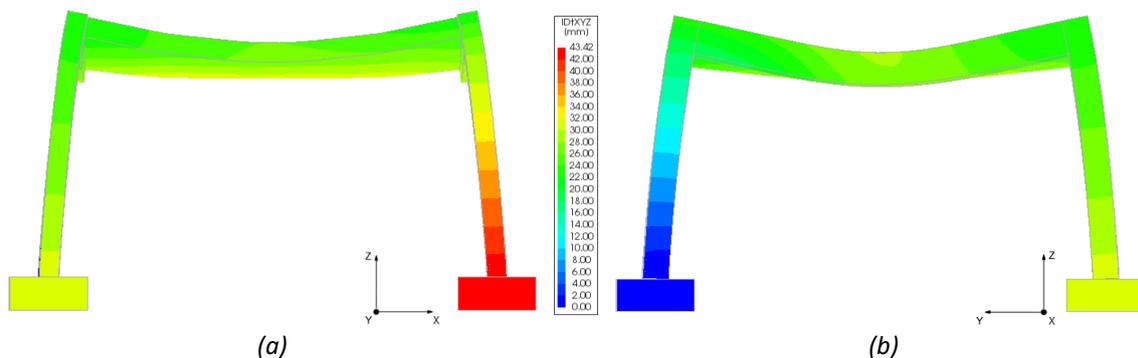


Ilustração 5.7 – Deslocamentos incrementais nas direções globais xyz no último passo de carga com deformação absoluta (1x): vista lateral (a); vista frontal (b).

Seguidamente são apresentados os deslocamentos relativos para os três elementos estruturais: a laje, uma viga e o pilar oposto à sapata restringida horizontalmente. Os deslocamentos relativos, para as direções xx e yy , estão apresentados nos gráficos 5.45 e 5.46, respetivamente. A maior deformação ocorre entre o topo do pilar e o meio do pilar, tanto na direção xx , como na direção yy . Na direção yy , desenvolvem-se deformações ligeiramente superiores à direção xx , o que não está coerente com os resultados da análise não-linear com o modelo avançado.

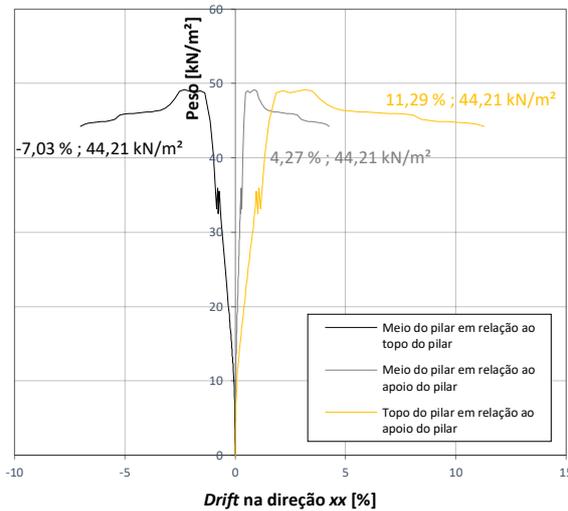


Gráfico 5.45 – Deslocamento relativo do pilar na direção xx .

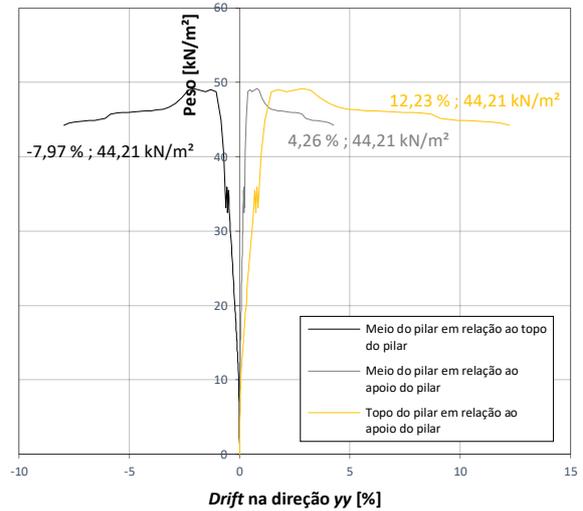


Gráfico 5.46 – Deslocamento relativo do pilar na direção yy .

O deslocamento da viga, a meio-vão, relativamente às suas extremidades, na direção vertical, está exibido no gráfico 5.47. A viga exibiu deformações relativas similares no que diz respeito às suas extremidades. No que respeita à laje, os deslocamentos relativos estão representados nos gráficos 5.48 a 5.50. Por observação dos resultados, verifica-se que os deslocamentos relativos foram superiores nos alinhamentos dos bordos livres em relação ao alinhamento no centro da laje. Complementarmente, os deslocamentos relativos nos bordos livres da laje foram superiores aos deslocamentos relativos no centro da mesma.

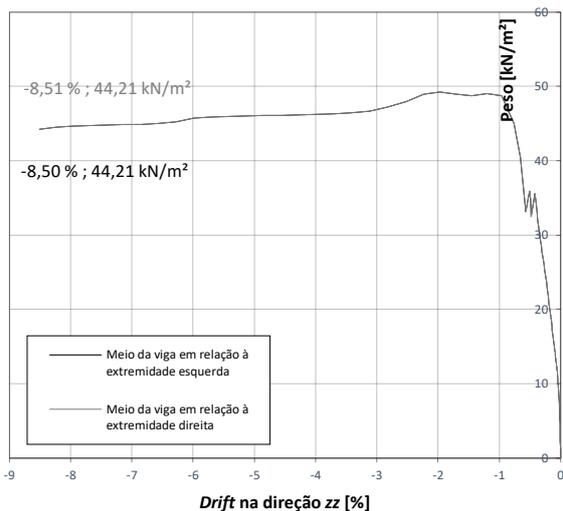


Gráfico 5.47 – Deslocamento relativo da viga na direção zz.

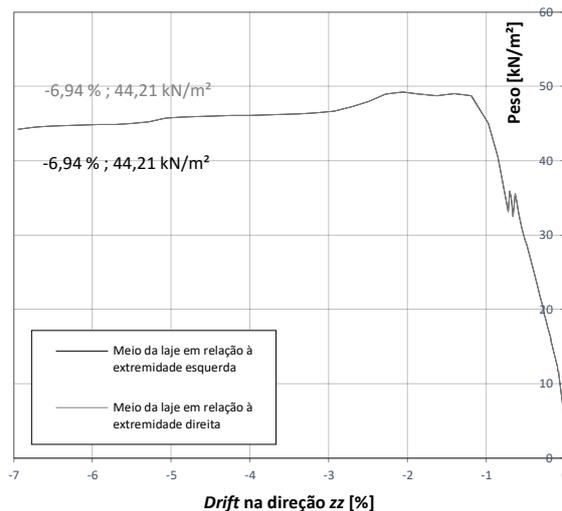


Gráfico 5.48 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento A.

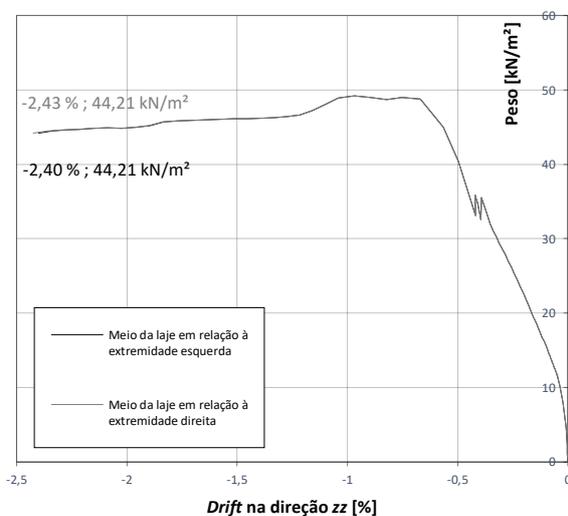


Gráfico 5.49 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento B.

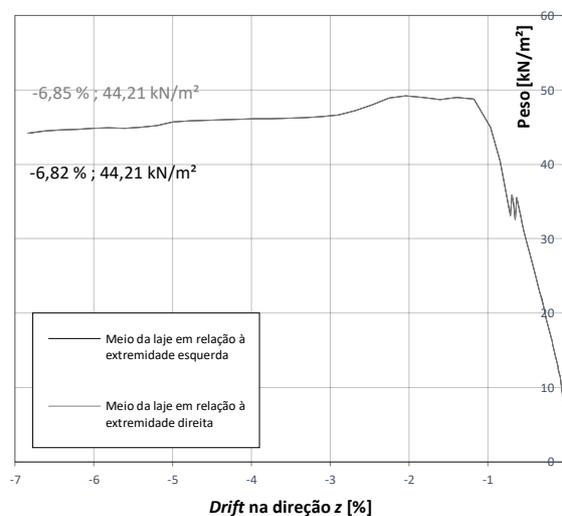


Gráfico 5.50 – Deslocamento relativo da laje na direção zz, no alinhamento C.

Similarmente à análise avançada, com base na avaliação da deformação relativa dos elementos estruturais e com base nas extensões no betão e nas armaduras, o pilar parece ser o elemento estrutural mais condicionante na resposta global da estrutura.

Na ilustração 5.8, estão representados as extensões principais de tração do betão, E1, para a carga última de 49.20 kN/m². A partir da cor amarelo estão apresentados elementos de betão cuja extensão principal de tração excedeu a extensão última à tração do betão ($\varepsilon > \varepsilon_u$). Embora exista uma significativa dispersão dos elementos de betão que excederam a extensão última à tração, comparativamente com o modelo avançado, constata-se uma coerência das regiões de dano mais severo. Tais regiões são de referir: dano na face inferior e nas faces laterais das vigas, que se estendem desde o meio-vão à proximidade da ligação viga-pilar; dano na quase totalidade da face inferior da laje, à exceção da zona de ligação laje-pilar; dano nas faces exteriores dos pilares; dano na face superior da laje, nomeadamente nos cantos de ligação laje-pilar. Adicionalmente, constata-se ainda o dano severo existente na face inferior da laje, ilustrada por duas faixas verticais, e que se alastra em direção às vigas.

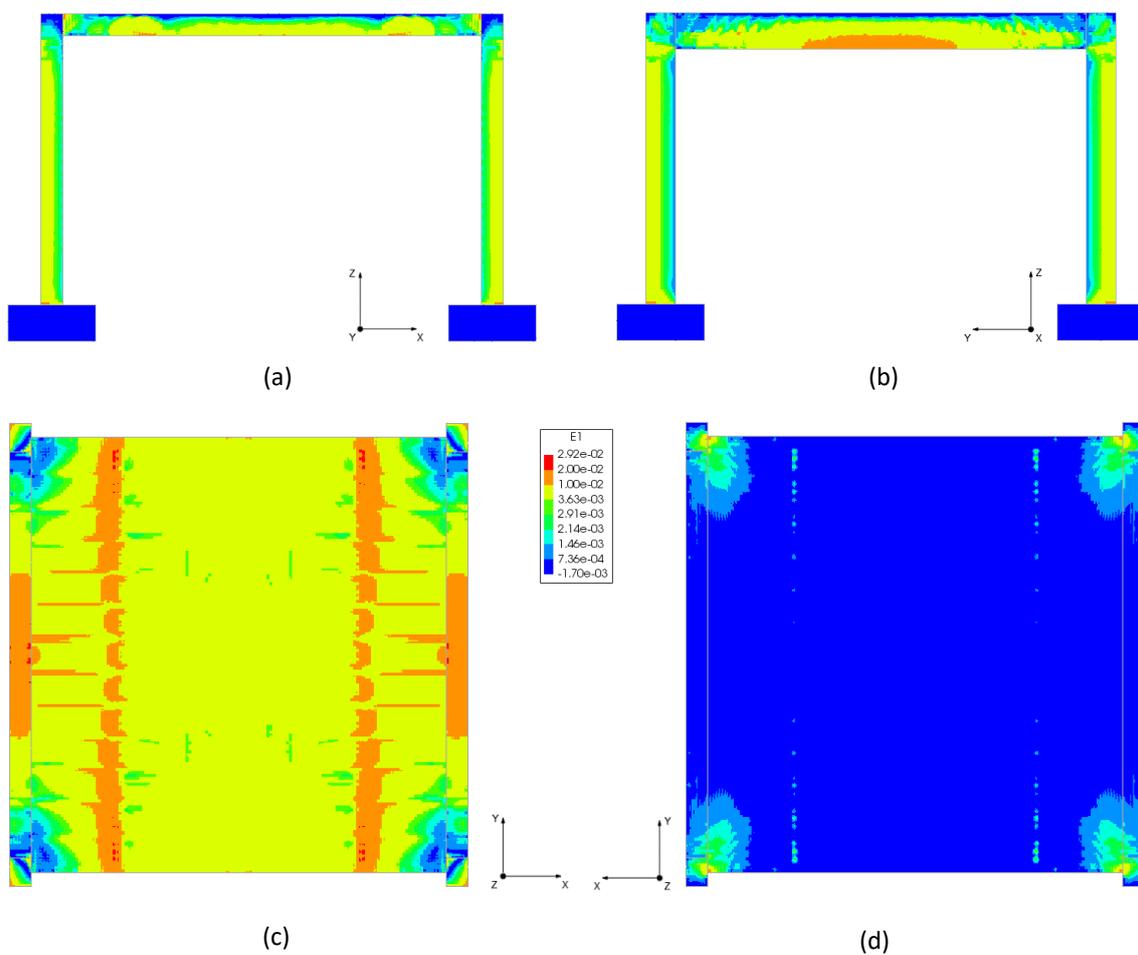


Ilustração 5.8 – Extensões principais de tração (E1): vista lateral (a); vista frontal (b); vista inferior (c); vista em planta (d).

A evolução das tensões principais, S_1 e S_3 , no betão, para os pontos P_1 e P_2 definidos na ilustração 5.2a, e das tensões axiais nas armaduras superior e inferior da viga, a meio-vão, estão apresentadas nos gráficos 5.51 e 5.52. A fibra tracionada do betão alcança o valor médio de tensão de tração do betão para uma carga de 2.29 kN/m², na aplicação do peso próprio. As tensões de compressão, existentes nas fibras superiores do betão, apresentam o valor médio de tensão de compressão do betão. A armadura inferior plastificou para uma carga de 32.09 kN/m². Por sua vez, a armadura superior demonstrou tensões de compressão, durante a fase inicial, e tensões de tração, perto da carga última e na fase pós-pico.

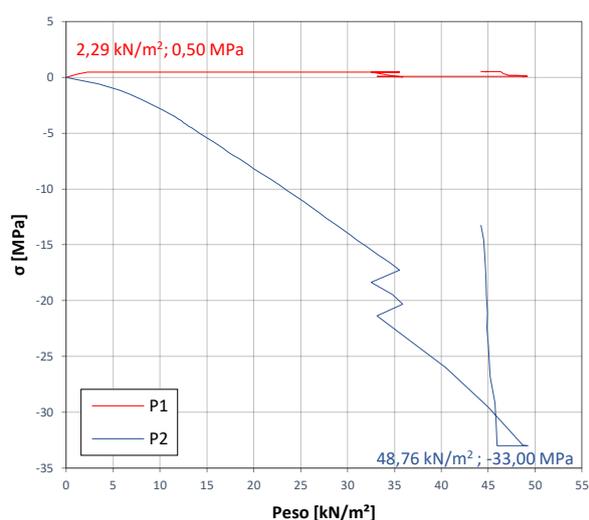


Gráfico 5.51 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2a.

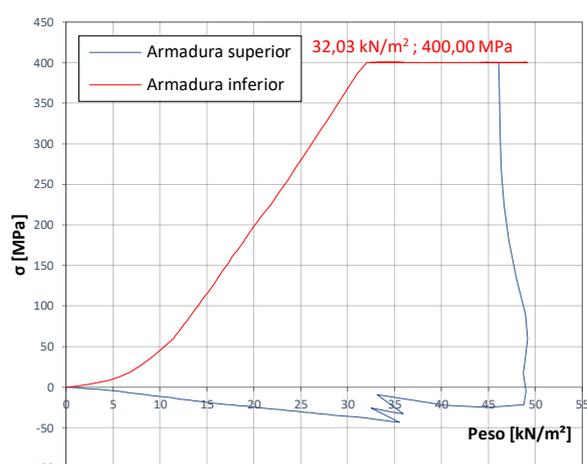


Gráfico 5.52 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão.

Os gráficos 5.53 e 5.54 apresentam a evolução das tensões principais, S_1 e S_3 , no betão, para os pontos P_3 e P_4 definidos na ilustração 5.2a, e a evolução das tensões nas armaduras superior e inferior da viga, na ligação viga-pilar. Nas fibras superiores do betão, as tensões de tração alcançaram o valor médio à tração do betão durante a aplicação da sobrecarga. Nas fibras comprimidas do betão, não se constataram significativas tensões de compressão. A armadura inferior exibiu tensões de tração ao longo da sollicitação. No que diz respeito à armadura superior, constatou-se tensões de compressão, durante a fase inicial, e tensões de tração, perto da carga última e no comportamento pós-pico, chegando a plastificar após elevadas deformações na estrutura.

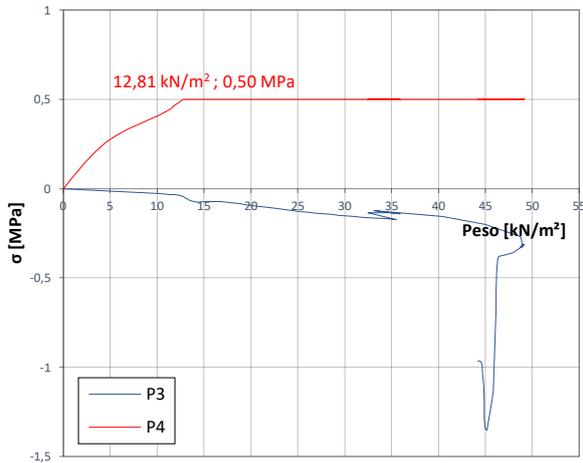


Gráfico 5.53 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na

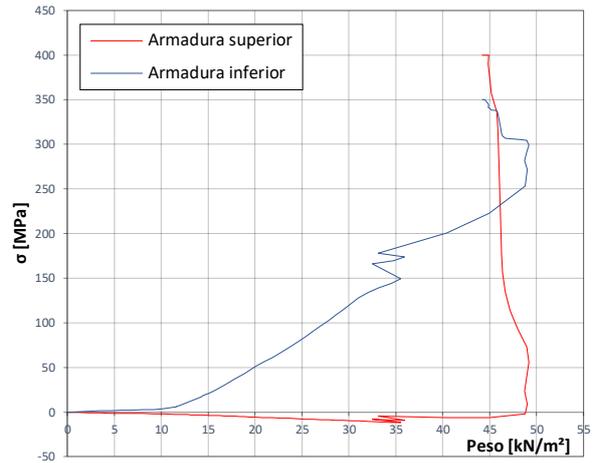


Gráfico 5.54 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar.

Relativamente à laje, as evoluções das tensões principais, S1 e S3, no betão, nos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b, a meio-vão da laje e na ligação laje-viga, estão apresentados nos gráficos 5.55 e 5.57, respetivamente. A meio-vão da laje e na ligação laje-viga, as fibras comprimidas do betão alcançaram o valor médio de tensão de compressão do betão na fase pós-pico. Em relação à armadura principal inferior da laje, a meio-vão, iniciou a cedência para solicitações perto da carga última. Na ligação laje-viga, a armadura superior não exibiu elevadas tensões, enquanto que a armadura inferior esteve perto do regime plástico.

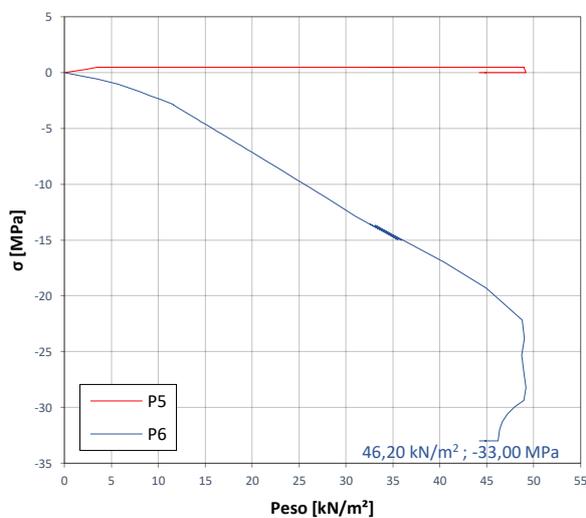


Gráfico 5.55 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.

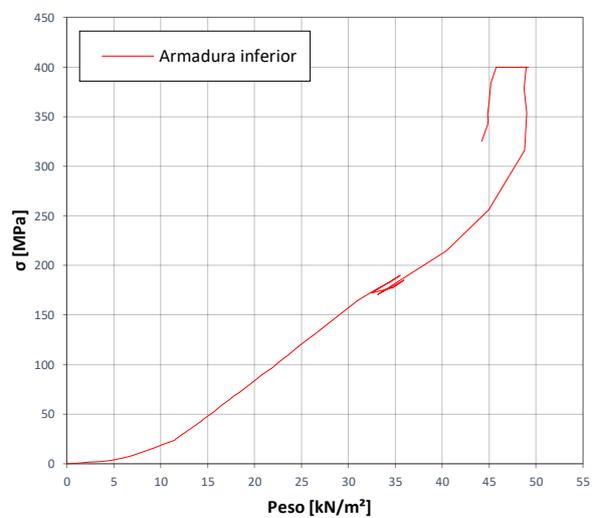


Gráfico 5.56 – Evolução da tensão na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão.

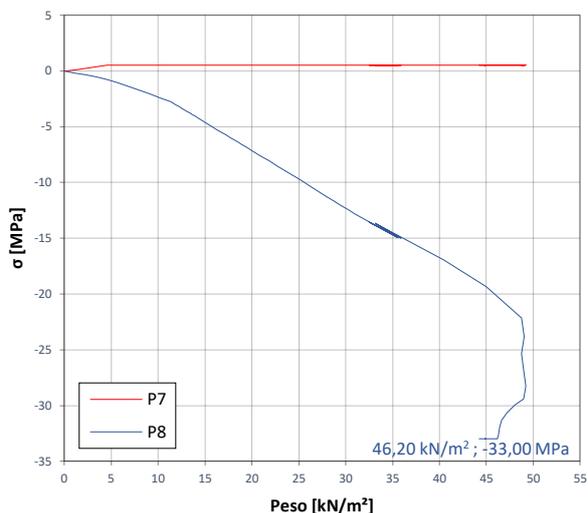


Gráfico 5.57 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2b.

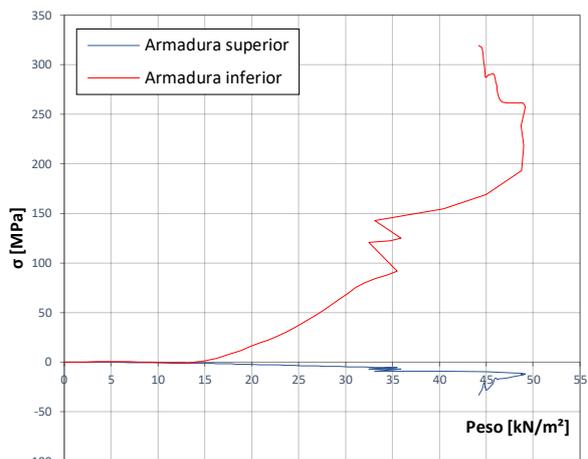


Gráfico 5.58 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.

A evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₉ e P₁₀ definidos na ilustração 5.2c, e a tensão na armadura inferior da laje, a meio-vão, estão exibidas nos gráficos 5.51 e 5.52. A face tracionada do betão alcançou o valor médio de tensão de tração do betão para uma carga de 3.43 kN/m², ainda na aplicação do peso próprio. Na fibra comprimida, evidenciam-se elevadas tensões de compressão, tendo sido obtido o valor médio de tensão de compressão do betão na fase pós-pico. A armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão, iniciou a fase plástica para uma carga de 40.44 kN/m².

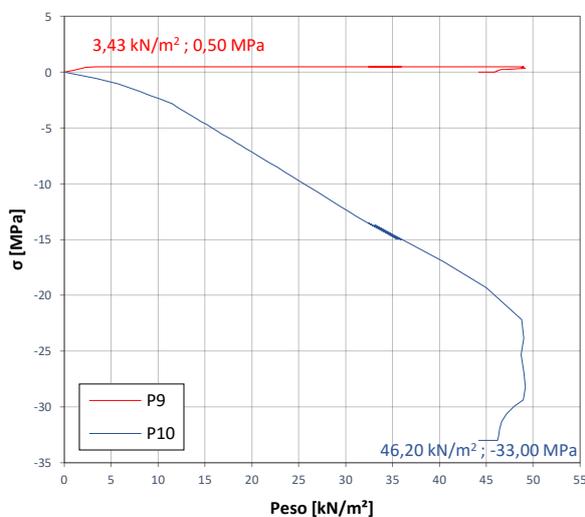


Gráfico 5.59 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.

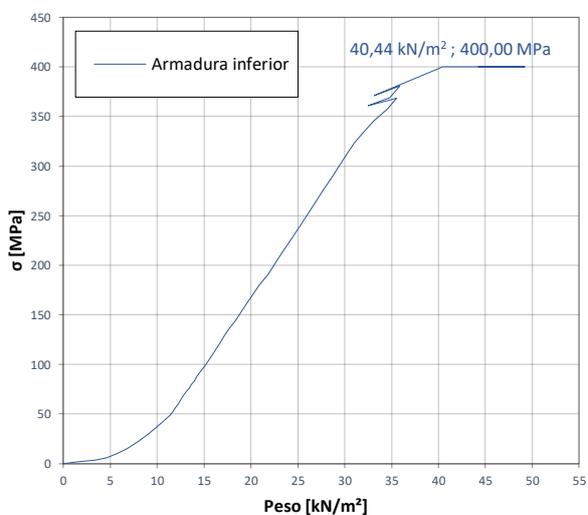


Gráfico 5.60 – Evolução das tensões na armadura principal de momentos negativos da laje, a meio-vão.

Nos gráficos 5.60 e 5.61, estão apresentados a evolução das tensões principais, S1 e S3, no betão, para os pontos P₁₁ e P₁₂ definidos na ilustração 5.2c, e a evolução das tensões nas armaduras inferior e superior da laje, na ligação laje-viga. Similarmente ao modelo avançado, as tensões de compressão evidenciadas na face inferior da laje não alcançaram o valor médio à compressão do betão. A armadura principal inferior demonstrou tensões de tração. Por sua vez, a armadura principal superior obteve reduzidas tensões de compressão, na fase inicial da solicitação, sendo o seu comportamento predominantemente associado a tensões de tração.

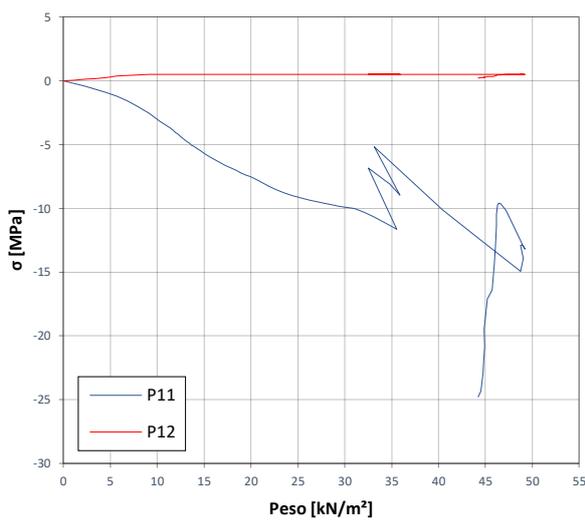


Gráfico 5.61 – Evolução das tensões no betão para os respetivos pontos notórios referidos na ilustração 5.2c.

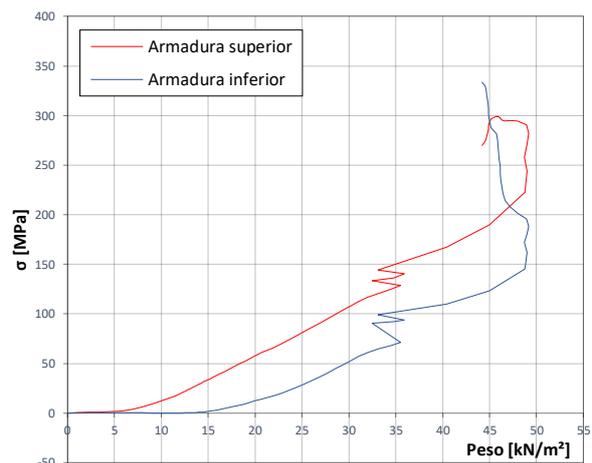


Gráfico 5.62 – Evolução das tensões nas armaduras principais superior e inferior da laje, na região de ligação laje-viga.

5.5. Compilação das curvas de capacidade

No gráfico 5.63 e 5.64, estão exibidas as curvas de capacidade obtidas pela análise avançada e pela análise simplificada com o modelo de fendas fixas. Devido à similitude das curvas de capacidade entre os dois modelos constitutivos em consideração (fendas fixas e rotativas), apenas será exposto o modelo de fendas fixas.

O modelo simplificado demonstrou um comportamento menos rígido que o modelo avançado, iniciando esse contraste imediatamente na fase linear-elástica da estrutura. No entanto, para a sua finalidade última, o modelo simplificado obteve uma carga última de 49.20 kN/m², coerente com a carga máxima obtida pelo modelo avançado, de 50.46 kN/m².

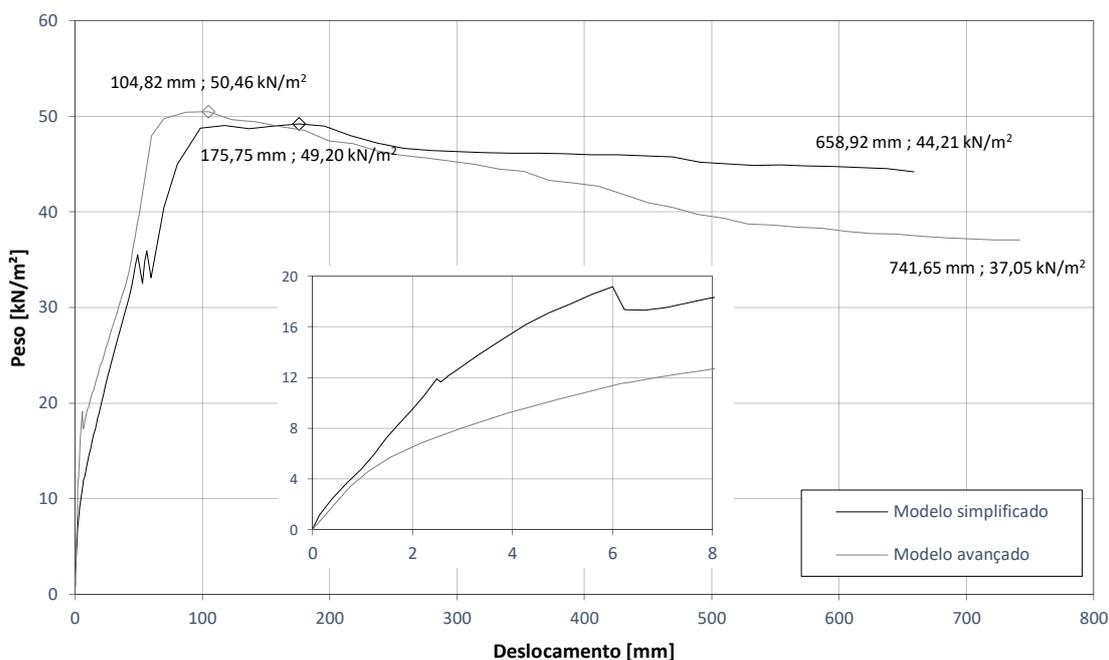


Gráfico 5.63 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão.

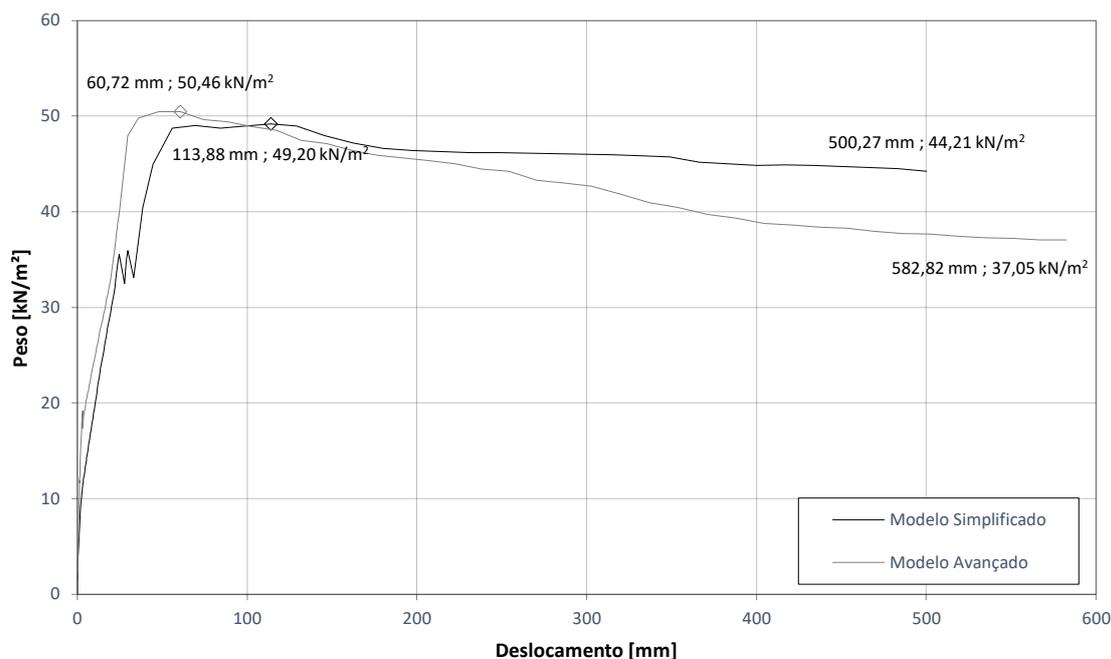


Gráfico 5.64 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão.

Procedeu-se à contabilização do tempo de análise dos modelos constitutivos da extensão total acoplados do modelo avançado e do modelo simplificado. Para tal, o método iterativo, os passos de carga, o critério de tolerância e as informações extraídas mantiveram-se idênticas. Embora se tenha procurado reduzir ao máximo a execução de tarefas secundárias, poderá ter havido algumas perturbações durante as análises não-lineares. Adicionalmente, seguem-se as especificações do computador: processador Intel® Core™ i7-4770K CPU @ 3.50GHz; memória RAM 32.0 GB.

Os resultados globais estão expostos na tabela 5.3. A análise não-linear com o modelo de fendas fixas demonstrou ser bastante mais rápido que o modelo de fendas rotativas. Uma possível razão pode dever-se à formulação inerente ao modelo de fendas rotativas que, devido à constante rotação das fendas, requer ciclos de cálculo mais demorados.

		Peso Próprio	Sobrecarga	Tempo Total
Modelo Avançado	Modelo de fendas fixas	298 min (0.21 dias)	4667 min (3.24 dias)	4965 min (3.45 dias)
	Modelo de fendas rotativas	334 min (0.23 dias)	7054 min (4.90 dias)	7388 min (5.13 dias)
Modelo Simplificado	Modelo de fendas fixas	234 min (0.16 dias)	2218 min (1.54 dias)	2452 min (1.70 dias)
	Modelo de fendas rotativas	243 min (0.17 dias)	2814 min (1.95 dias)	3057 min (2.12 dias)

Tabela 5.3 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para os respectivos modelos.

Desta forma, pode-se concluir que: o modelo simplificado demonstrou ser eficiente na determinação da capacidade máxima da estrutura; o tempo de análise do modelo simplificado foi, aproximadamente, 50.6% e 58.6% mais curto que o tempo de análise do modelo avançado, para o modelos de fendas fixas e para o modelo de fendas rotativas, respetivamente; o modelo de fendas fixas apresenta um tempo de análise mais curto que o modelo de fendas rotativas. Consequentemente, o modelo de fendas fixas acoplado do modelo simplificado para descrever o comportamento material é o mais eficaz.

5.6. Otimização da análise simplificada

Seguidamente, procedeu-se à implementação de diferentes métodos iterativos, de diferentes estruturações da matriz de rigidez, de um critério de tolerância diferente e de uma ferramenta de passos de carga automáticos. O objetivo será elaborar uma ferramenta de cálculo automático expedito e capaz de obter a carga máxima da estrutura.

5.6.1. Métodos iterativos

A análise não-linear de elementos finitos da estrutura porticada foi realizada utilizando o método iterativo *Newton-Raphson* regular, o método iterativo *Newton-Raphson* modificado, o método iterativo *Quasi-Newton* associado ao método *Broyden* e, por último, o método iterativo *Quasi-Newton* associado ao método de *Crisfield*.

Na simulação numérica com o método iterativo de *Newton-Raphson* regular e o iterativo *Newton-Raphson* modificado ocorreu um erro de análise devido à impossibilidade de inverter uma matriz de rigidez condicionada para os níveis de carga de 28.99 kN/m² e 28.40 kN/m², respetivamente.

O procedimento iterativo *Quasi-Newton* contempla, para além do método *BFGS*, o método de *Broyden* e o método de *Crisfield*. A análise não-linear da estrutura porticada com o método *Quasi-Newton* associado ao método *Broyden* exibiu divergência para o nível de carga 12.77 kN/m². Por sua vez, o método *Quasi-Newton* associado ao método *Crisfield* conseguiu descrever eficazmente a resposta da estrutura.

Contudo, o procedimento iterativo *Quasi-Newton* associado ao método *Crisfield* demonstrou um tempo de análise significativamente mais demorado. As informações relativas ao tempo de análise estão exibidas na tabela 5.4.

Procedimento Iterativo	Peso Próprio	Sobrecarga	Tempo Total
<i>BFGS</i>	234 min (0.16 dias)	2218 min (1.54 dias)	2452 min (1.70 dias)
<i>Crisfield</i>	444 min (0.31 dias)	4084 min (2.84 dias)	4528 min (3.15 dias)

Tabela 5.4 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para diferentes métodos do procedimento iterativo Quasi-Newton.

No método iterativo *Quasi-Newton* do tipo *BFGS*, adotou-se duas configurações da estruturação da matriz de rigidez no início do processo iterativo: matriz de rigidez linear e matriz de rigidez do passo anterior na última iteração. Os tempos de análises estão exibidos na tabela 5.5. A configuração pré-definida pelo programa *DIANA* demonstrou ser o mais rápido na obtenção de soluções de equilíbrio.

Estruturação da Matriz de Rigidez	Peso Próprio	Sobrecarga	Tempo Total
Tangente	234 min (0.16 dias)	2218 min (1.54 dias)	2452 min (1.70 dias)
Linear	201 min (0.14 dias)	3311 min (2.30 dias)	3512 min (2.44 dias)
Anterior	209 min (0.15 dias)	3526 min (2.45 dias)	3735 min (2.60 dias)

Tabela 5.5 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para as respectivas configurações da estruturação da matriz de rigidez.

5.6.2. Critério de tolerância

Posteriormente, definiu-se um critério de tolerância menos restrito e avaliou-se a credibilidade dos resultados, bem como o tempo de análise. O diagrama força-deslocamento da simulação numérica com critério de tolerância 1×10^{-2} está

representado no gráfico 5.65. As cargas para as quais se iniciam a plastificação da armadura longitudinal das vigas, da laje e do pilar são, respetivamente, 32.31 kN/m², 37.02 kN/m² e 44.65 kN/m². Pode-se constatar que, embora se tenha aumentado o critério de tolerância, as cargas referidas estão coerentes com as obtidas na secção 5.4. Contudo, a carga máxima obtida pela simulação numérica com critério de tolerância de 1×10^{-2} foi de 54.29 kN/m², enquanto que na análise não-linear do modelo simplificado com critério de tolerância 1×10^{-3} foi de 49.20 kN/m².

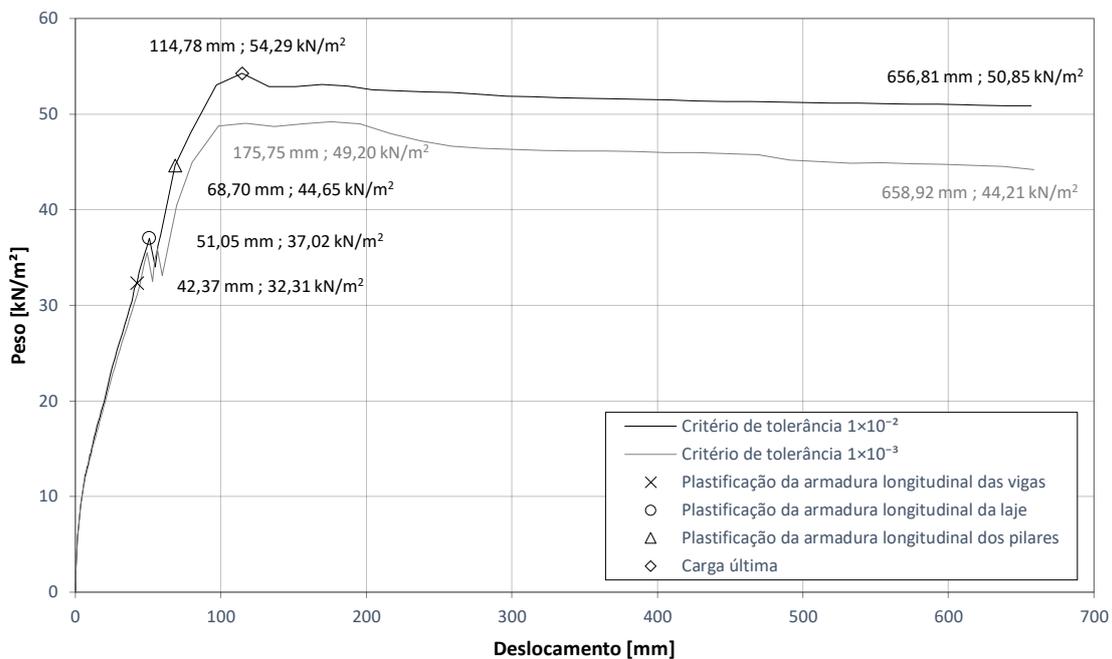


Gráfico 5.65 – Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão, com critério de tolerância de 1×10^{-2} .

O tempo da análise com critério de tolerância de 1×10^{-2} está presente na tabela 5.6. Nota-se uma razoável redução do tempo com o aumento do critério de tolerância. No entanto, para o caso de estudo, manteve-se o critério de tolerância de 1×10^{-3} , dado que introduz uma diferença de, aproximadamente, 10% entre as cargas máximas observadas. Em estruturas de maior envergadura e complexidade, poderá ser aplicável o uso de um critério de tolerância de 1×10^{-2} para reduzir significativamente o tempo de cálculo, embora o utilizador deva ter em consideração que esta consideração pode implicar alteração na capacidade máxima resistente da estrutura.

	Peso Próprio	Sobrecarga	Tempo Total
Critério de Tolerância 1×10^{-3}	234 min (0.16 dias)	2218 min (1.54 dias)	2452 min (1.70 dias)
Critério de Tolerância 1×10^{-2}	159 min (0.11 dias)	1607 min (1.12 dias)	1766 min (1.23 dias)

Tabela 5.6 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para os diferentes critérios de tolerância.

5.6.3. Passos de carga automáticos

Por último, realizou-se a análise não-linear do modelo simplificado com uma ferramenta de passos de carga automáticos. Existem certos parâmetros a serem introduzidos pelo utilizador: incremento de carga total; limite inferior do tamanho do passo; limite superior do tamanho de passo; fator redutor do tamanho do passo; limite do número de passos. Neste trabalho, pretendeu-se desenvolver uma rápida ferramenta de cálculo, pelo que se optou por utilizar um elevado incremento de carga total. Poderia ser viável utilizar um incremento de carga total pequeno que obtivesse sempre solução, contudo, não se implementou esta metodologia, dado que necessitaria de um tempo de análise significativo. O parâmetro fator redutor do tamanho do passo deverá também contemplar um valor elevado, sendo recomendável superior a 0.8. O limite inferior do tamanho do passo deverá ser tal que possibilite um número significativo de reduções do tamanho do passo. De forma a tornar a ferramenta rápida, adotou-se um número máximo de iterações de 10.

Seguidamente, são apresentadas seis curvas de capacidade correspondentes a diferentes configurações da ferramenta de passos automáticos. Nas configurações foram adotados três limites superiores do tamanho de passo: 0.1, 0.5 e 1 e dois valores do parâmetro fator redutor do tamanho de passo: 0.8 e 0.4. Os diagramas força-deslocamento estão presentes nos gráficos 5.66 a 5.68.

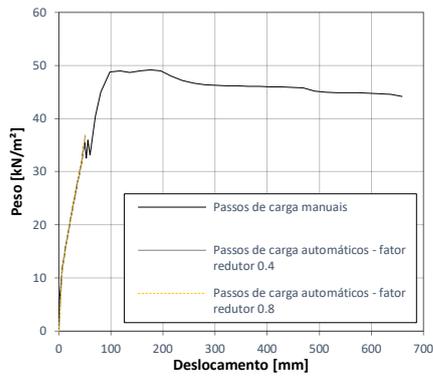


Gráfico 5.66 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 0.1.

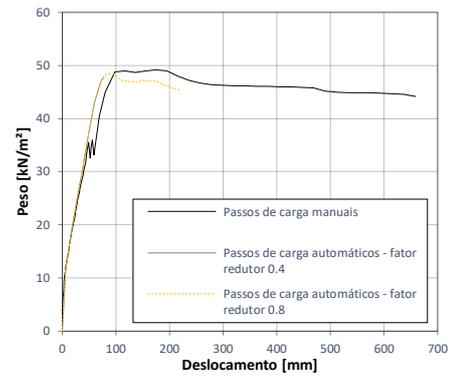


Gráfico 5.67 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 0.5.

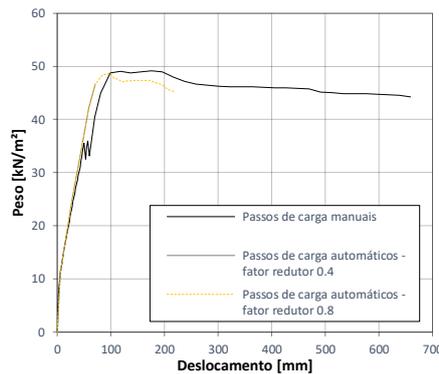


Gráfico 5.68 - Curva de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje para um limite superior do tamanho do passo 1.

Por observação dos resultados, pode-se concluir que a adoção de um tamanho de passo e um fator redutor de tamanho do passo reduzido dificultam a obtenção de soluções de equilíbrio, sendo preferível adotar maiores tamanhos de passo e um maior fator redutor. Adicionalmente, poderia ser viável a utilização de um limite superior do tamanho do passo reduzido, mas aumentando o número máximo de iterações. Por um lado, o tempo de análise seria mais demorado, mas obtida sempre uma solução de equilíbrio. Esta abordagem não foi realizada no trabalho devido ao elevado tempo computacional e, como foi anteriormente referido, devido ao interesse na criação de uma ferramenta rápida que, do ponto de vista prático, é mais útil.

A adoção de um limite superior do tamanho de passo e fator redutor do tamanho do passo maior possibilita uma análise mais rápida. Desta forma, adotou-se a abordagem com limite superior do tamanho de passo 1 e fator redutor do tamanho do passo 0.8. A análise permitiu obter a capacidade máxima da estrutura num número reduzido de passos de carga. Após ser alcançado o patamar de endurecimento, os tamanhos dos passos de carga tendem a ser curtos e mais demorados.

A carga máxima obtida pela análise não-linear com passos de carga automáticos foi de 48.73 kN/m². Este valor está coerente com o peso obtido da análise com passos de carga manuais do modelo simplificado e do modelo avançado: 49.20 kN/m² e 50.46 kN/m², respetivamente. Adicionalmente, as cargas para as quais se iniciam a plastificação da armadura longitudinal das vigas, da laje e dos pilares são: 34.37 kN/m², 42.27 kN/m² e 46.70 kN/m², respetivamente. Estes valores são ligeiramente diferentes dos obtidos na simulação numérica de passos de cargas manuais com o modelo avançado e com o modelo simplificado.

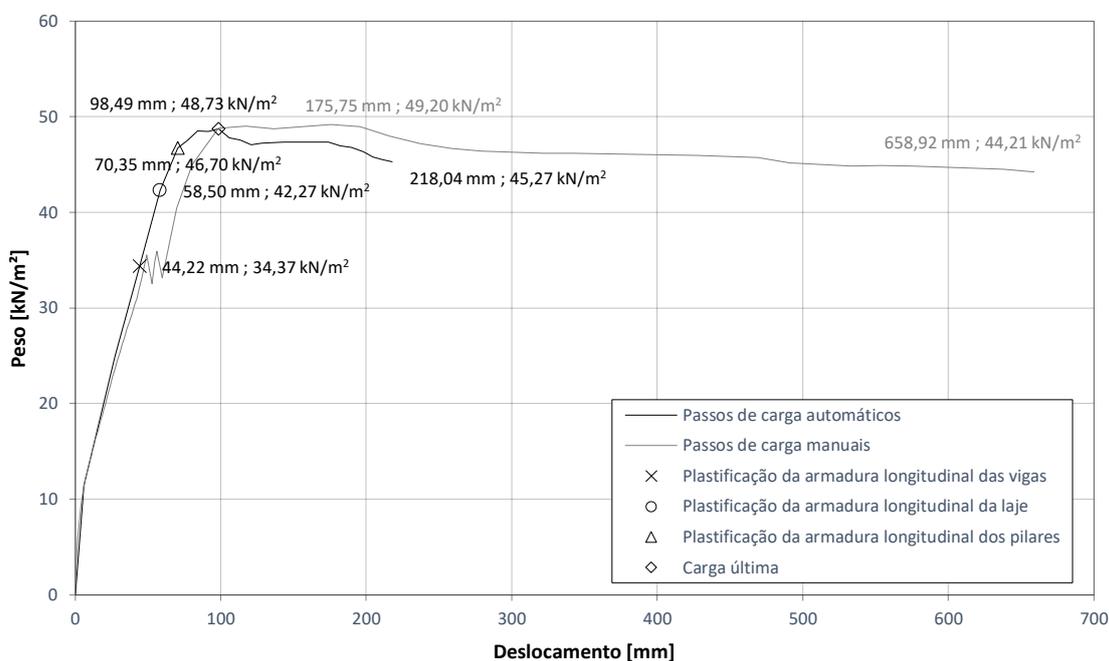


Gráfico 5.69 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio-vão, com passos de carga automáticos e passos de carga manuais.

Na tabela 5.7, apresentam-se os tempos de cálculo das análises com passos de carga automáticos, com limite superior do tamanho de passo 1 e fator redutor do tamanho do passo 0.8, e da análise com passo de carga manual. Adicionalmente, foi

introduzido o tempo de cálculo das restantes análises com passos automáticos cuja análise concluiu eficazmente. Embora as análises de passos de carga manuais e de passos de carga automáticos não tenham terminado para o mesmo deslocamento, verifica-se uma poupança de tempo. As maiores poupanças temporais abrangem a fase de aplicação do peso próprio e aplicação da sobrecarga até à fase de ductilidade. Após a estrutura alcançar a fase de ductilidade, a ferramenta de passos automáticos torna-se menos eficiente que a introdução manual dos passos de carga. Complementarmente, trata-se de uma ferramenta automática que permite obter a capacidade máxima da estrutura sem extensos parâmetros de entrada por parte do utilizador.

	Peso Próprio	Sobrecarga	Tempo Total
Passos de Carga Manuais	234 min (0.16 dias)	2218 min (1.54 dias)	2452 min (1.70 dias)
Passos de Carga Automáticos (limite superior do tamanho de passo 1 e fator redutor do tamanho do passo 0.8)	25 min (0.017 dias)	613 min (0.426 dias)	638 min (0.443 dias)
Passos de Carga Automáticos (limite superior do tamanho de passo 0.5 e fator redutor do tamanho do passo 0.8)	25 min (0.017 dias)	1270 min (0.882 dias)	1295 min (0.899 dias)

Tabela 5.7 - Indicação do tempo de análise, nas duas fases de carga, para diferentes configurações da ferramenta de passos de carga automáticos.

5.7. Aplicação de anomalias/omissões na estrutura porticada

Nesta secção, serão induzidos problemas/erros no modelo da estrutura porticada. Pretende-se com isto testar a capacidade de a metodologia proposta produzir informação relevante para deteção de erros potencialmente verosímeis no

cálculo/modelação. As configurações de anomalias/omissões de modelação foram as seguintes: introdução de armadura mínima longitudinal nas vigas (ao invés da armadura calculada); introdução de armadura longitudinal inferior à mínima nas vigas (ao invés da armadura calculada); omissão da armadura de momentos negativos; comprimento de amarração insuficiente na armadura longitudinal das vigas.

Para cada caso de estudo realizou-se uma simulação numérica com a ferramenta automática desenvolvida na secção anterior e procedeu-se à averiguação de possíveis diferenças entre a curva de capacidade do modelo com patologia e a curva de capacidade do modelo original. Adicionalmente, foram realizados cálculos analíticos para averiguação dos resultados, estando referidos na tabela-resumo localizado no final do anexo VII, bem como a determinação dos momentos flectores atuantes na viga, a meio-vão, para cada modelo anómalo, estando descritos no anexo VIII.

5.7.1. Armadura longitudinal mínima

Tendo por objetivo simular um possível defeito na introdução da quantidade de armadura longitudinal inferior necessária na viga, procedeu-se à aplicação de uma taxa de armadura correspondente à taxa de armadura longitudinal mínima requerida pela norma Eurocódigo 2. A armadura longitudinal mínima foi determinada segundo a expressão 9.1N do Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95]. Na ilustração 5.9a e 5.9b, estão exibidos cortes transversais da viga, a meio-vão, para o modelo original e para o modelo anómalo, respetivamente.

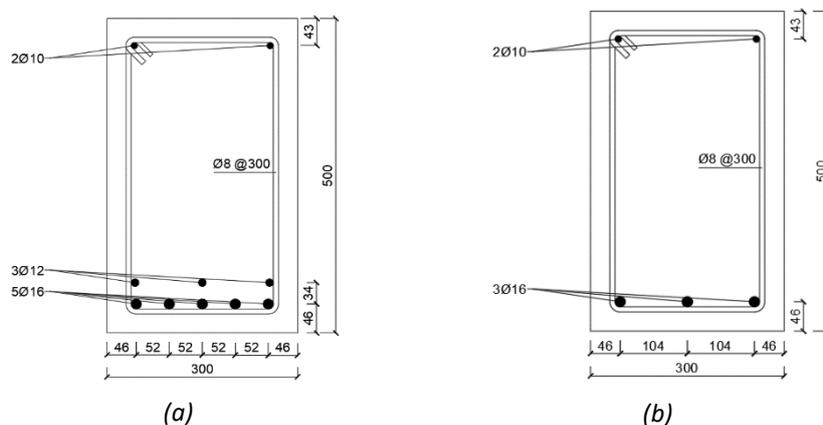


Ilustração 5.9 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b).

Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.

No gráfico 5.70, estão representados os diagramas força-deslocamento com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo e do modelo original. A introdução da armadura longitudinal mínima nas vigas condicionou ligeiramente a capacidade máxima da estrutura, demonstrando uma perda de rigidez mais significativa na fase inicial, bem como uma maior deformação na fase pós-pico. A carga última obtida pelo modelo anómalo foi de 44.54 kN/m², ao passo dos 48.73 kN/m², resultado da análise não-linear do modelo original.

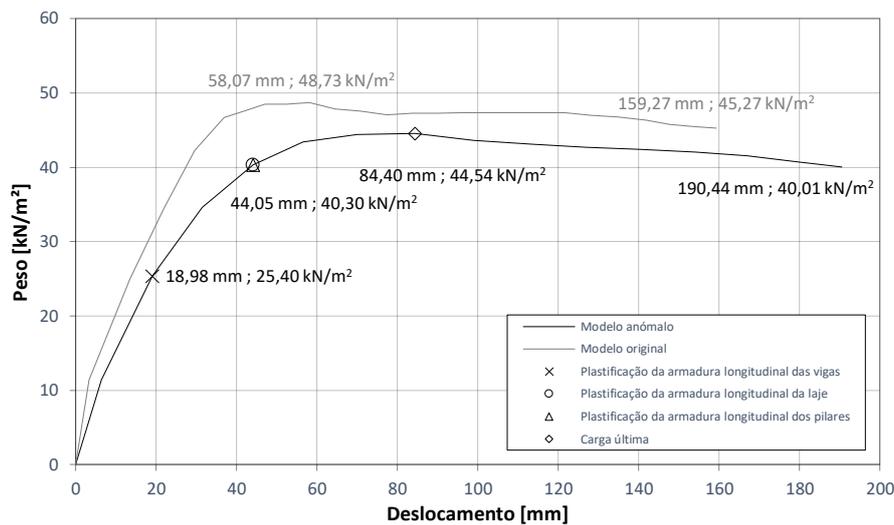


Gráfico 5.70 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.

A evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo está descrita nos gráficos 5.71 e 5.72, respetivamente. A armadura longitudinal inferior da viga, a meio-vão, plastificou para uma carga de 25.40 kN/m², bastante inferior ao observado no modelo original. Posteriormente, a armadura longitudinal inferior nos bordos da laje, a meio-vão, e a armadura longitudinal dos pilares entram em cedência para uma solitação de 40.30 kN/m². Após ser alcançada a tensão de cedência da armadura longitudinal inferior da viga, a meio-vão, o aumento da carga acarreta redistribuições de esforços, constatando-se um aumento das tensões nas armaduras longitudinais inferiores em direção aos pilares. Nos gráficos 5.73 e 5.74 apresenta-se a evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original e do modelo anómalo, respetivamente. No último passo de carga, constata-se

Capítulo 5 – Aplicação da metodologia a uma estrutura porticada

que a armadura longitudinal superior não plastifica, quer para o modelo original, quer para o modelo anómalo. Complementarmente, é notório o acréscimo de tensões de tração na armadura longitudinal superior da viga, na fase pós-pico.

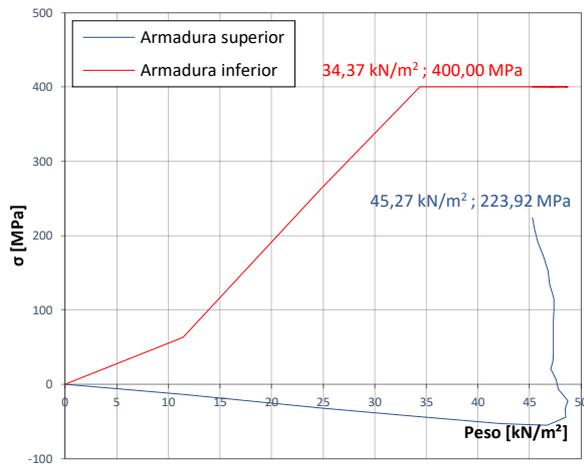


Gráfico 5.71 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original.

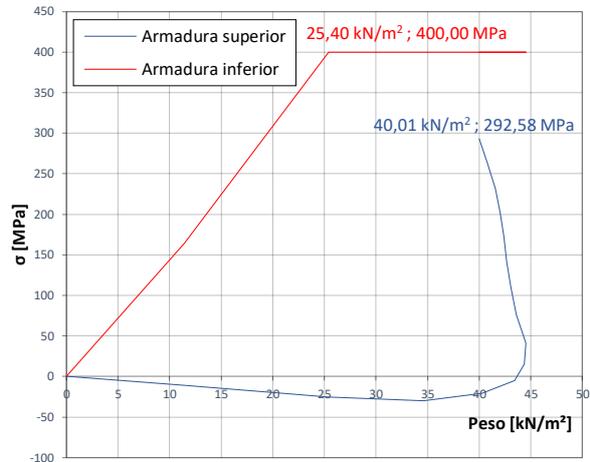


Gráfico 5.72 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo.

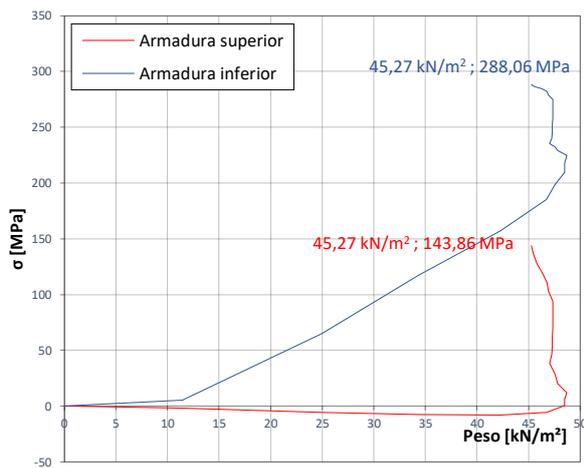


Gráfico 5.73 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.

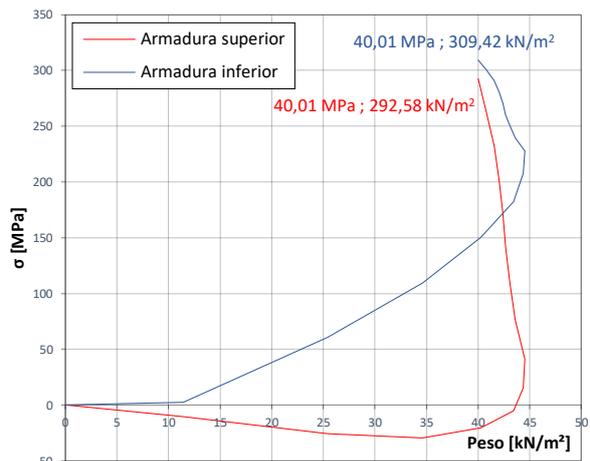


Gráfico 5.74 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.

O cálculo analítico apresenta uma plastificação da armadura longitudinal de tração para um nível de carga de 17.66 kN/m² e uma capacidade última da estrutura de

28.84 kN/m², embora não se tenha considerado o acréscimo da capacidade resistente na zona de momentos negativos da viga devido à amarração da armadura longitudinal dos pilares. De salientar que a simulação numérica com a ferramenta automática indica a plastificação da armadura para um nível de carga bastante mais elevado que o obtido analiticamente. Uma vez que a análise introduz passos automáticos, não é possível averiguar o correto nível de carga para o qual se inicia a plastificação da armadura. Complementarmente, a carga máxima da estrutura determinada analiticamente foi de 28.84 kN/m², cerca de metade da capacidade resistente do modelo original. Contudo, a simulação numérica não exibiu uma diferença tão significativa. Este aspeto pode estar relacionado com a capacidade de redistribuição de esforços na estrutura

5.7.2. Armadura longitudinal inferior à mínima

No caso prático anterior, a diferença entre a carga última do modelo original e a carga última do modelo anómalo não foi significativa. De forma a tentar introduzir um modo de rotura mais prematuro, optou-se por introduzir uma taxa de armadura longitudinal inferior à taxa de armadura longitudinal mínima determinada pela norma Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95]. Consequentemente, adotou-se uma armadura longitudinal inferior constituída por dois varões de 10 mm. Na ilustração 5.10a e 5.10b, apresentam-se cortes transversais da viga, a meio-vão, para o modelo original e para o modelo anómalo, respetivamente.

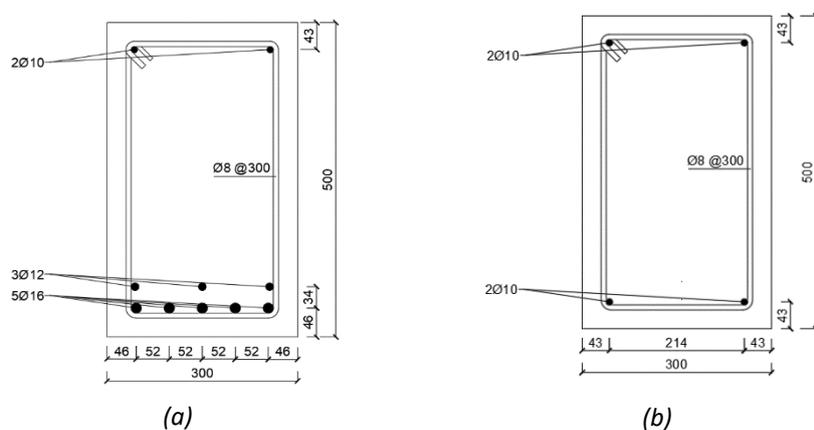


Ilustração 5.10 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b).

Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.

As curvas de capacidade com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo e do modelo original estão demonstrados no gráfico 5.75. A aplicação de uma taxa de armadura longitudinal inferior à mínima reduziu ligeiramente a carga última da estrutura, exibindo uma perda de rigidez mais significativa na fase inicial, bem como uma maior deformação na fase pós-pico. Estas conclusões são semelhantes ao caso anterior. Contudo, constata-se que a diferença de cargas últimas entre o modelo original e o modelo anómalo com armadura longitudinal mínima é de 8.60%, para uma variação de 59.74% da taxa de armadura longitudinal de tração, enquanto que a diferença de cargas últimas entre o modelo original e o modelo anómalo com armadura inferior à mínima é de 10.08%, para uma variação de 89.58% da taxa de armadura longitudinal de tração.

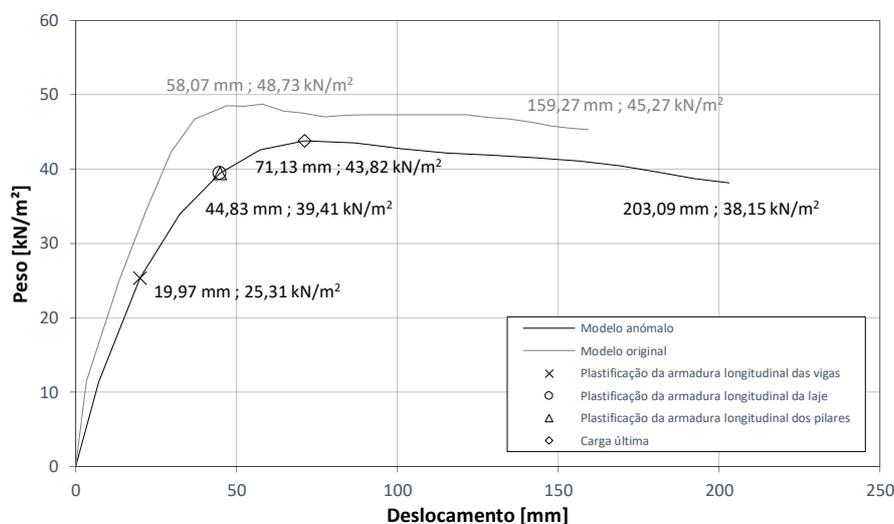


Gráfico 5.75 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.

Nos gráficos 5.76 e 5.77, estão representadas a evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo. A armadura longitudinal inferior da viga, a meio-vão, plastificou para uma carga de 25.31 kN/m². A armadura principal de momentos negativos nos bordos da laje, a meio-vão, e a armadura longitudinal dos pilares plastificam para uma carga de 39.41 kN/m². Por sua vez, a evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original e do modelo

anómalo, estão representadas nos gráficos 5.78 e 5.79, respetivamente. Similarmente ao caso anómalo anterior, verifica-se um significativo acréscimo de tensões de tração na armadura longitudinal superior da viga, na fase pós-pico.

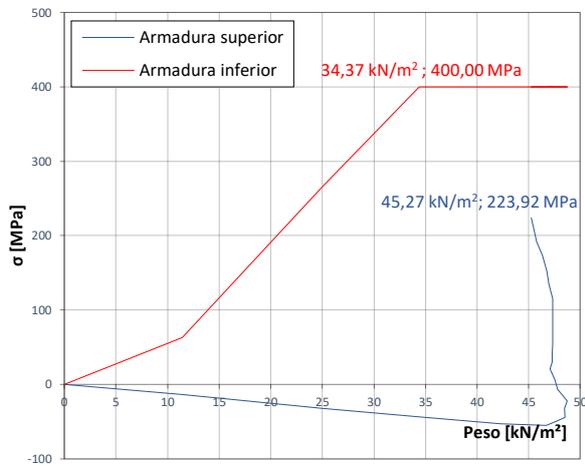


Gráfico 5.76 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original.

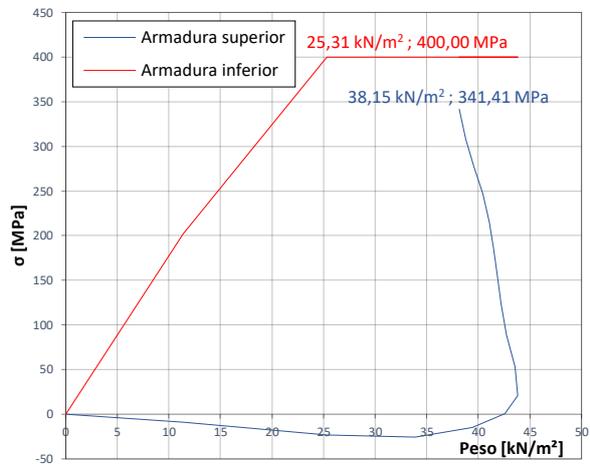


Gráfico 5.77 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo.

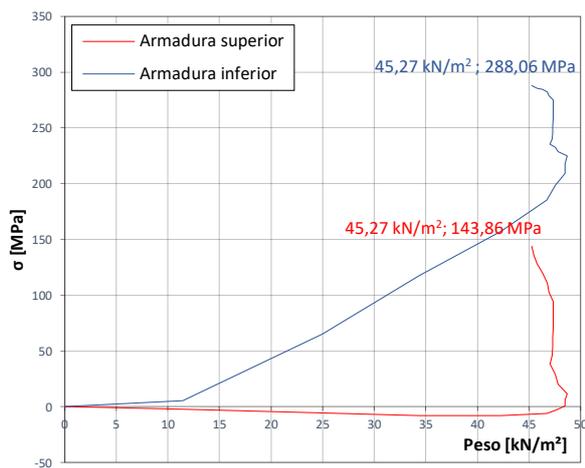


Gráfico 5.78 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.

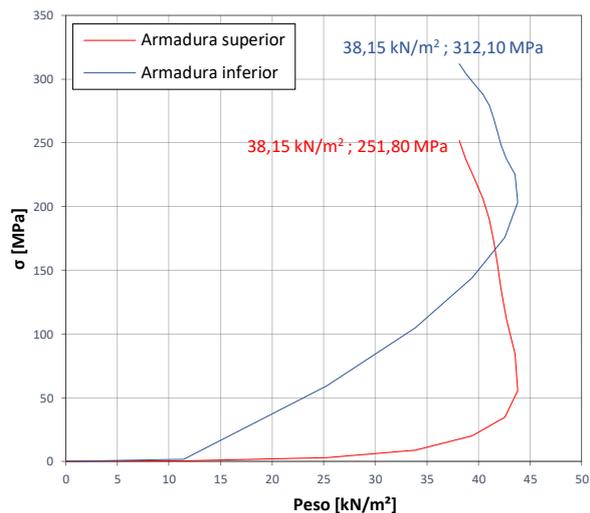


Gráfico 5.79 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.

Relativamente ao cálculo analítico, obteve-se uma carga de 5.75 kN/m^2 e 23.78 kN/m^2 para a plastificação da armadura longitudinal de tração e carga última, respetivamente. Tal como no caso anterior, a redução da taxa longitudinal de tração não introduziu diferenças de carga últimas, obtidas pela simulação numérica, tão significativas como as obtidas analiticamente.

5.7.3. Omissão da armadura de momentos negativos

O presente caso anómalo visa perturbar a capacidade resistente de momentos negativos da viga. Para tal, procedeu-se à omissão da totalidade da armadura longitudinal superior da viga. Na ilustração 5.11a e 5.11b, estão representados cortes transversais da viga, a meio-vão, para o modelo original e para o modelo anómalo, respetivamente.

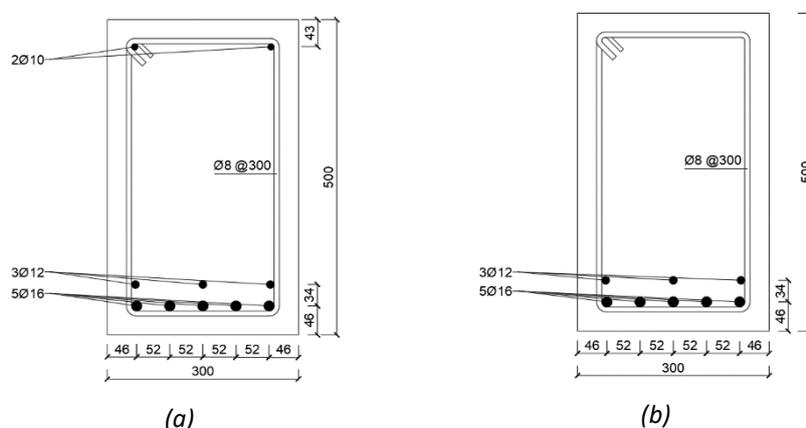


Ilustração 5.11 - Cortes transversais da viga: modelo original (a); modelo anómalo (b).

Indicações das dimensões, da armadura longitudinal e da armadura transversal.

Os diagramas força-deslocamento baseados nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo e do modelo original estão demonstrados no gráfico 5.80. A omissão da armadura longitudinal da viga não afetou a carga última da estrutura.

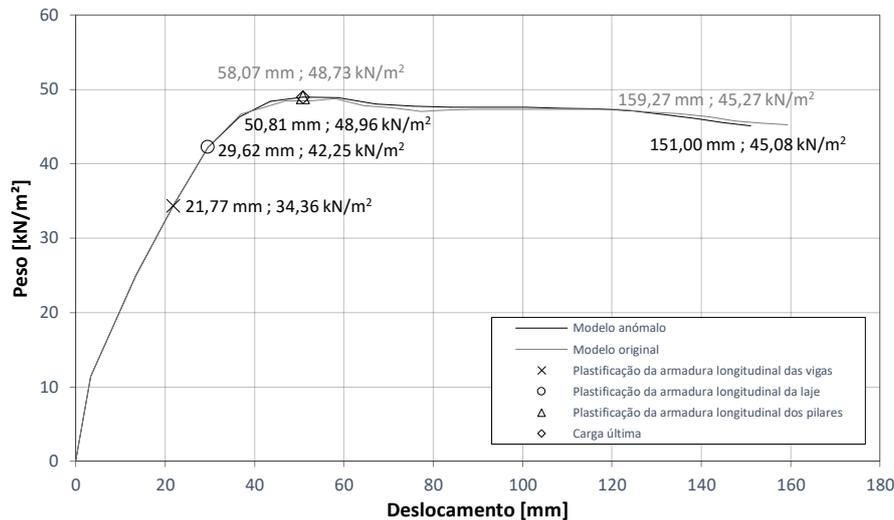


Gráfico 5.80 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.

A evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores na viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, estão exibidas nos gráficos 5.81 e 5.82. A armadura longitudinal inferior, a meio-vão, do modelo anómalo plastifica para uma carga semelhante à do modelo original. Adicionalmente, a armadura inferior, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo apresenta tensões próximas do modelo original. Relativamente às tensões existentes na armadura longitudinal do pilar que amarra na viga, bem como na armadura de distribuição de momentos negativos da laje, na região de ligação viga-pilar, estão presentes nos gráficos 5.83 e 5.84, respetivamente. Por comparação das tensões existentes no último passo de carga, constata-se um ligeiro acréscimo das tensões nas referidas armaduras no modelo anómalo. As tensões solicitadas na armadura longitudinal superior, no modelo original, atuam na armadura longitudinal do pilar, que amarra na viga, e na armadura de distribuição da laje, no modelo anómalo.

Capítulo 5 – Aplicação da metodologia a uma estrutura porticada

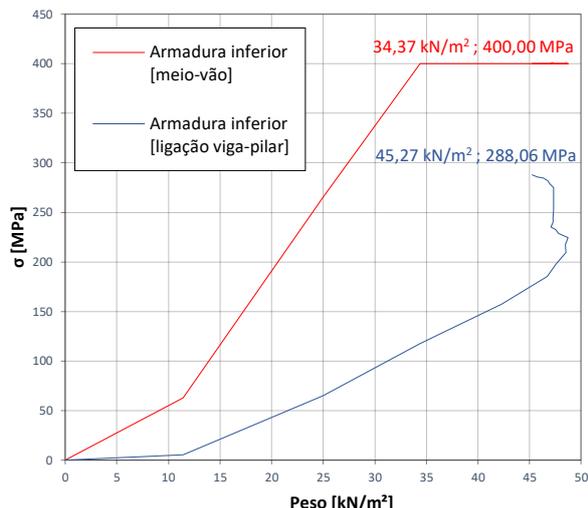


Gráfico 5.81 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo original.

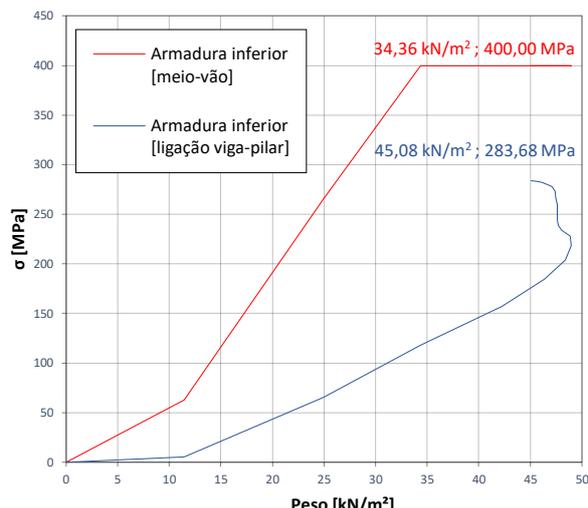


Gráfico 5.82 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.

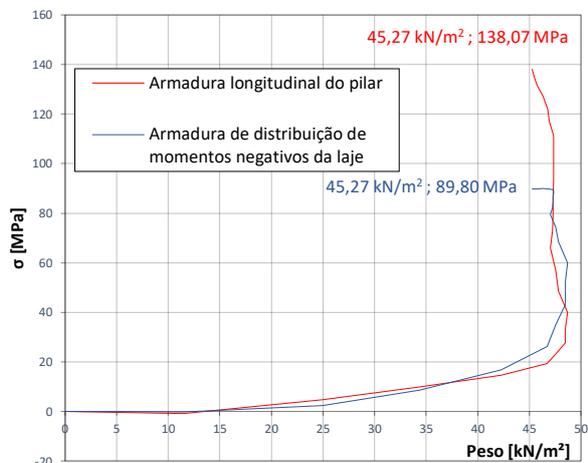


Gráfico 5.83 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais do pilar, que amarram na viga, e nas armaduras de distribuição de momentos negativos da laje, na região de ligação viga-pilar, do modelo original.

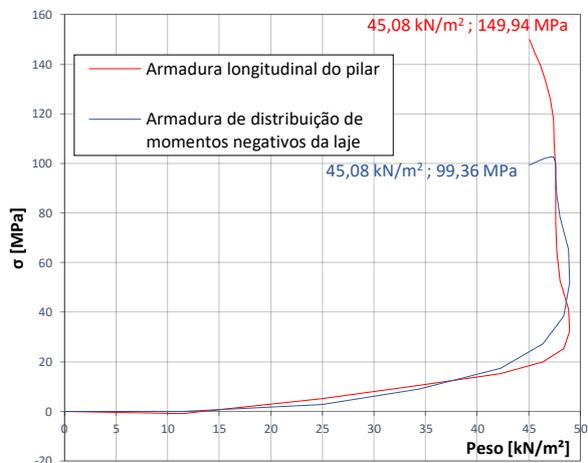


Gráfico 5.84 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais do pilar, que amarram na viga, e nas armaduras de distribuição de momentos negativos da laje, na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.

O cálculo analítico indica que a plastificação da armadura longitudinal inferior da viga, a meio-vão, ocorre para uma carga de 37.03 kN/m^2 , e que a carga última da estrutura é de 44.57 kN/m^2 . A carga última analítica do modelo anómalo é ligeiramente

inferior à carga última analítica do modelo original. Porém, na análise não-linear, a diferença foi praticamente nula. As tensões dominantes nas armaduras longitudinais superiores, no modelo original, passaram a ser atuantes nas armaduras longitudinais dos pilares, que amarram na viga, e na armadura de distribuição da laje, na região de ligação viga-pilar. Desta forma, procedeu-se à remoção da amarração da armadura longitudinal do pilar na viga, da amarração da armadura longitudinal do pilar para o seu interior e da armadura de distribuição da laje. Nas ilustrações 5.12a e 5.12b, está exibida a pormenorização da região de ligação viga-pilar do modelo original e do modelo anómalo, respetivamente.

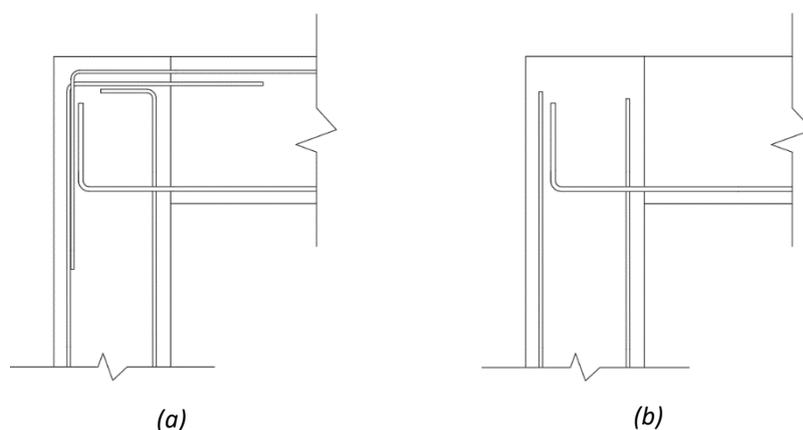


Ilustração 5.12 – Representação esquemática da armadura longitudinal do pilar e da viga na região de ligação viga-pilar: modelo original (a); modelo anómalo (b).

As curvas de capacidade com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo anómalo e do modelo original estão demonstrados no gráfico 5.85. A omissão da armadura longitudinal superior da viga, das amarrações da armadura longitudinal dos pilares no topo do pilar e das armaduras de distribuição de momentos negativos da laje não alterou a capacidade máxima da estrutura.

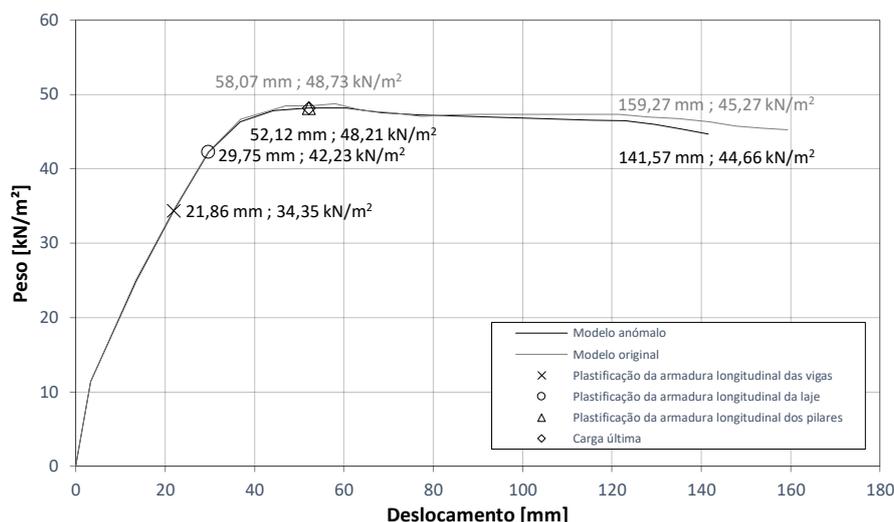


Gráfico 5.85 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo.

Nos gráficos 5.86 e 5.87, demonstra-se a evolução das tensões nas armaduras longitudinais superior e inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do modelo anómalo. A armadura longitudinal inferior da viga, a meio-vão, plastificou para uma carga de 34.35 kN/m². Por sua vez, a armadura longitudinal inferior da viga no modelo anómalo, na região de ligação viga-pilar, contemplou uma tensão inferior à do modelo original. Porém, no modelo anómalo, constataram-se elevadas tensões na armadura transversal do pilar, no topo do mesmo.

No gráfico 5.88, está presente a evolução das tensões numa armadura transversal do pilar, para o modelo anómalo e para o modelo original. A armadura transversal no topo do pilar encontra-se em regime elástico, no modelo original ao longo de toda a solicitação, enquanto que, no modelo anómalo, alcança o regime plástico na fase pós-pico. Consequentemente, poder-se-á concluir que, embora tenham sido omitidas diversas armaduras longitudinais na região de ligação viga-pilar, a resistência promovida pela armadura transversal do pilar permite a que estrutura encontre equilíbrio durante a solicitação.

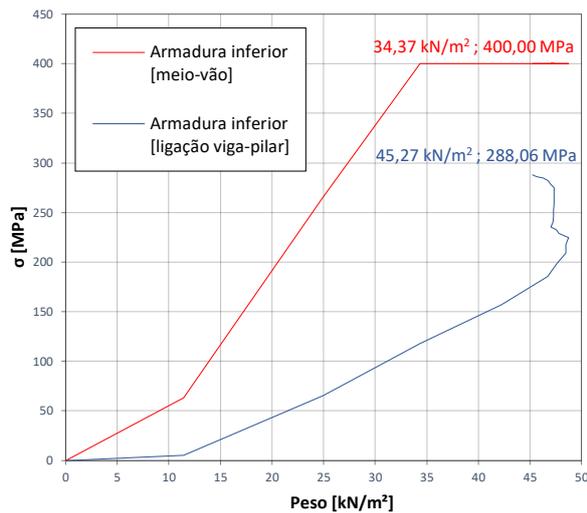


Gráfico 5.87 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo original.

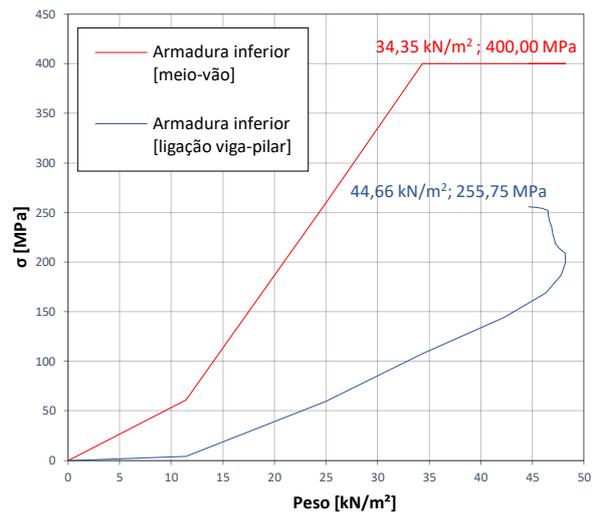


Gráfico 5.86 – Evolução das tensões nas armaduras longitudinais inferiores da viga, a meio-vão e na região de ligação viga-pilar, do modelo anómalo.

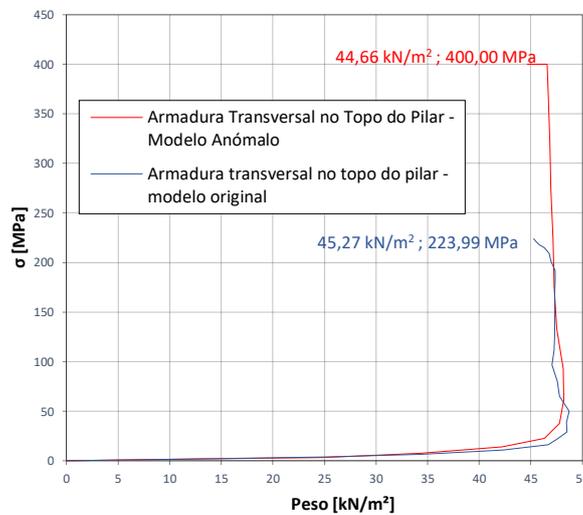


Gráfico 5.88 – Evolução das tensões na armadura transversal no topo do pilar do modelo anómalo e do modelo original.

5.7.4. Modificação do comprimento da armadura longitudinal inferior das vigas

Por último, procedeu-se à introdução de defeitos no comprimento da armadura longitudinal inferior das vigas. A armadura longitudinal inferior das vigas, constituída por três varões de 12 mm e dispensada após cumprir um determinado comprimento de

amarração, foi encurtada de forma a que o momento resistente da secção transversal fosse inferior ao momento atuante na viga. Dois modelos anómalos foram simulados numericamente: o primeiro modelo anómalo não contempla comprimento de amarração e o segundo modelo anómalo apresenta um comprimento de armadura longitudinal bastante inferior à do modelo original. Os respetivos modelos estão representados nas ilustrações 5.13b e 5.13c.

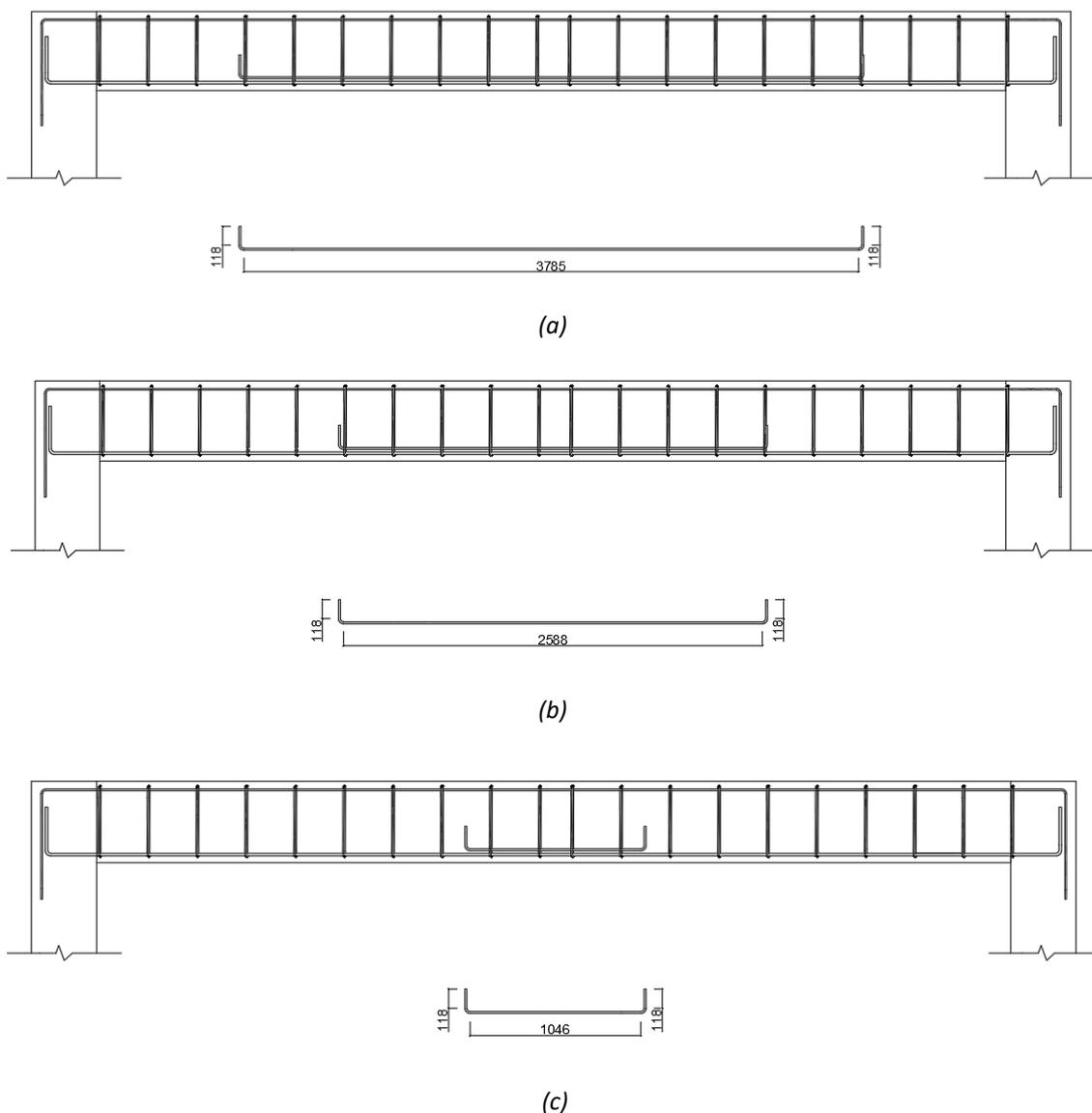


Ilustração 5.13 – Representação esquemática de um elemento viga. Indicação do comprimento da armadura longitudinal inferior: modelo original (a); primeiro modelo anómalo (b); segundo modelo anómalo (c). Dimensões em milímetros.

Nos gráficos 5.89 e 5.90, estão representados os diagramas força-deslocamento com base nos deslocamentos verticais de um nó localizado na face inferior da viga, a meio-vão, do primeiro modelo anómalo e do segundo modelo anómalo,

respetivamente. Complementarmente, foi introduzido a curva de capacidade do modelo original. Por comparação das curvas de capacidade do modelo original e dos modelos anómalos, observa-se que as diferenças são bastante reduzidas. A quebra de rigidez, a carga última e a deformação no último passo de carga são praticamente idênticas. Nota-se que o modelo numérico considera que os elementos de reforço estão totalmente solidários com os elementos sólidos de betão, pelo que não considera o comportamento de interface varão/betão. Além disso, o dano da viga concentra-se sobretudo a meio-vão. Deste modo, e para este caso de estudo, uma redução do comprimento das armaduras longitudinais e/ou apenas do seu comprimento de amarração não implica uma redução na capacidade da estrutura.

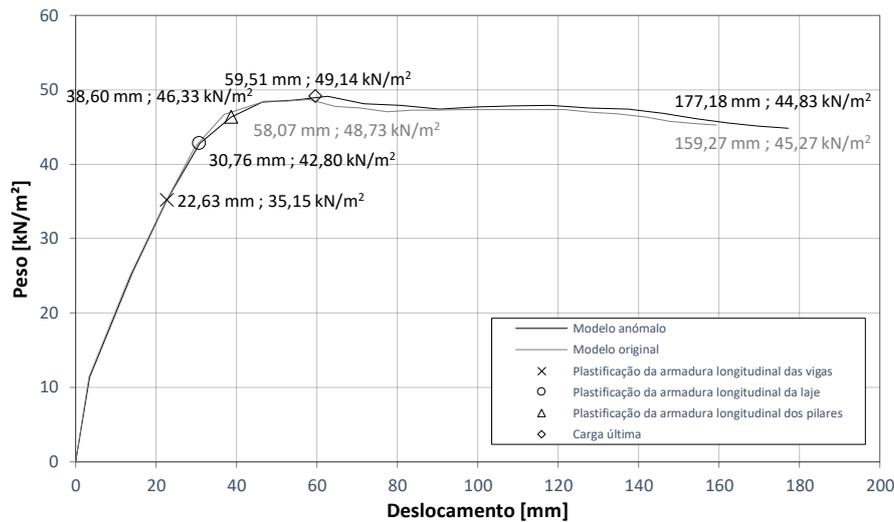


Gráfico 5.89 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do primeiro modelo anómalo.

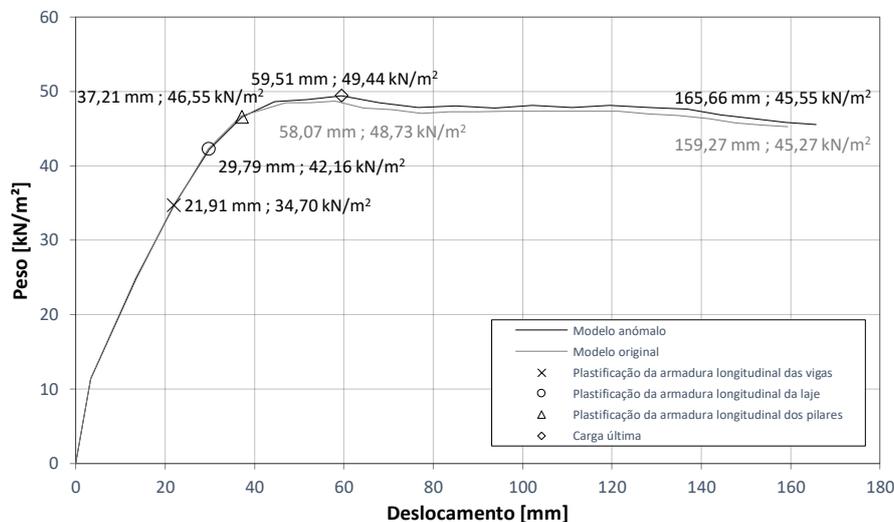


Gráfico 5.90 – Curvas de capacidade da estrutura baseada nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da viga, a meio-vão, do modelo original e do segundo modelo anómalo.

6. Conclusões

O trabalho teve como objetivo utilizar a informação detalhada providenciada por modelo *BIM* de Estruturas de Betão Armado (incluindo a representação tridimensional da geometria do betão e de todas as armaduras), como base para interoperabilidade com programa de análise não linear para avaliação do comportamento da estrutura num ensaio virtual à rotura. O objetivo último é proporcionar uma metodologia de verificação de erros/omissões no projeto de estruturas, através de informação sobre a carga última e modo de rotura. Para tornar a metodologia viável no mundo de projeto, foi estabelecido o requisito de desempenho, para a metodologia a propor, que o utilizador não teria que dar mais informação para além daquela que é suficiente em contexto da submissão do projeto de estruturas. O modelo de cálculo seria gerado de forma automática, e a análise seria feita com modelos constitutivos simplificados, aptos a permitir tempos de análise curtos (e sem problemas de convergência na análise não linear), sem limitar a capacidade em fornecer estimativas verosímeis da carga e mecanismo de rotura da estrutura. Para dar resposta a este desafio, foram considerados dois aspetos principais: (i) a inexistência de metodologias de interoperabilidade entre um programa informático *BIM* e um programa informático de cálculo com elementos finitos para análise não-linear estática; (ii) a inerente complexidade da análise não-linear estática, não denominada normalmente no contexto dos projetistas de estruturas, e frequentemente requerendo tempos de análise de resultados muito demorados (para além dos demorados tempos de cálculo e dificuldades no processo de convergência).

A introdução de possíveis soluções de interoperabilidade foi abordada no terceiro capítulo, no qual foram introduzidas duas metodologias para transferência de informação geométrica de elementos estruturas e de informação não-geométrica entre os programas *Revit* e *DIANA*. As metodologias demonstraram ser eficientes na transferência de toda a informação relevante para a correta realização de uma análise não-linear.

O segundo tópico foi desenvolvido nos quarto e quinto capítulos. No quarto capítulo, foram simulados numericamente três modos de rotura mais frequentes em vigas de betão armado pelo modelo avançado e pelo modelo simplificado. O modelo

avançado deve reproduzir de forma fiel o comportamento estrutural durante todas as fases do carregamento (quer para níveis de serviço, quer para níveis da carga de rotura). No modelo simplificado, foram introduzidas simplificações a diversos níveis, nomeadamente nas leis constitutivas, permitindo acelerar tempos de cálculo, sem comprometer a qualidade da informação obtida ao nível da carga última de rotura e do respetivo mecanismo de colapso. A análise simplificada demonstrou ser eficiente na captura dos três modos de rotura das vigas. Embora o modelo simplificado não descreva a verdadeira curva de capacidade do elemento estrutural, foi capaz de obter a capacidade máxima resistente do elemento sem evidenciar não-convergências ou divergências ao longo da simulação numérica. Consequentemente, a análise não-linear foi realizada sem qualquer interferência por parte do utilizador.

No quinto capítulo, procedeu-se à simulação numérica de uma estrutura porticada. Similarmente ao capítulo anterior, o modelo simplificado foi eficiente na captura do modo de rotura da estrutura porticada e demonstrou ser robusto. Complementarmente, o modelo simplificado demonstrou ter um tempo de cálculo bastante mais reduzido que o modelo avançado. Posteriormente, procedeu-se à otimização da simulação numérica com o modelo simplificado através do estudo de diversas configurações de parâmetros de análise. Como resultado, obteve-se uma ferramenta expedita e automatizada, que se verificou ser eficiente na captura da carga máxima da estrutura porticada. Por último, foram incorporadas diversas anomalias nas vigas da estrutura porticada e realizadas análises não-lineares estáticas com a ferramenta. Constatou-se que defeitos mais severos, tais como redução da taxa de armadura longitudinal introduziram alterações na curva de capacidade, embora o seu impacto não tenha sido tão severo comparativamente com os resultados analíticos. Adicionalmente, a omissão da armadura longitudinal superior e a redução do comprimento da armadura longitudinal inferior não modificou a capacidade máxima resistente da estrutura porticada. Mesmo se constatando severos defeitos nas disposições construtivas e taxas de armadura, a capacidade estrutural não foi consideravelmente comprometida, o que de certa forma vai em conta a realidade: diversas estruturas defeituosas conseguem resistir aos esforços solicitados fruto da sua capacidade de redistribuição de esforços.

Numa visão global pode considerar-se que os objetivos globais da dissertação foram atingidos, com desenvolvimento de ferramenta que permite que modelos *BIM* de estruturas de betão armado sejam rapidamente convertidos em modelos de análise 3D não linear no programa *DIANA*, e calculados segundo critérios simplificados de análise, aptos para obtenção de estimativas verosímeis da carga e mecanismo de rotura correspondentes. Esta ferramenta poderá ser utilizada para validação final do projeto de estrutura e apoio na deteção de problemas. No entanto, foram observadas dificuldades na identificação de erros de projeto/modelação (mesmo que grosseiros), dada a capacidade de redistribuição de esforços inerentes às estruturas de betão armado. O estudo dos erros de projeto/modelação terá que ser acompanhado de identificação de parâmetros de comportamento em serviço que ainda não puderam ser tidos em conta (ou sequer analisados) no contexto do tempo disponível para a realização da presente dissertação.

6.1. Desenvolvimentos futuros

Com base no trabalho realizado, existem certos tópicos a serem futuramente desenvolvidos. Assim, são propostos potenciais desenvolvimentos futuros:

- Expansão das funcionalidades de interoperabilidade, nomeadamente transferir toda a geometria tridimensional (elementos de betão, elementos de armadura e elementos de pré-esforço) do modelo estrutural *BIM* para o programa informático de cálculo; no caso de estruturas danificadas, o modelo estrutural *BIM* poderá ter indicado a localização e dimensão das fendas, para posteriormente serem descritas num programa informático de cálculo segundo o modelo de fendas discretas.
- Aplicação do modelo simplificado na simulação numérica de outros modos de rotura frequentes em estruturas de betão armado, tais como rotura por punçoamento, rotura na ligação viga-pilar, rotura por flexão no pilar, entre outros. Introdução de comportamento de interface varão/betão para avaliação da capacidade da simulação numérica

simplificada na identificação de uma anomalia no comprimento de amarração.

- Extensão das capacidades de análise da ferramenta ao comportamento em serviço, passando possivelmente por manutenção dos modelos constitutivos e estratégias de cálculo, mas com disposições específicas para a análise de tensões e deformações em serviço (tendo em conta a utilização de modelos simplificados). Neste contexto será particularmente importante a necessidade de contabilizar o faseamento construtivo e os efeitos diferidos como retração e fluência.

Referências bibliográficas

- [1] Assembleia da República, “Lei n.º 40/2015,” 2015.
- [2] J. M. Costa, “Métodos de Avaliação da Qualidade de Projectos de Edifícios de Habitação,” 1995.
- [3] Joint Research Centre, “Eurocodes”.
- [4] Ministério da Habitação, Obras Públicas e Transportes, “Diário da República n.º 174/1983, 3º Suplemento, Série I,” 1983.
- [5] Ministério da Habitação, Obras Públicas e Transportes, “Diário da República n.º 125/1983, Série I,” 1983.
- [6] Laboratório Nacional de Engenharia Civil, “Laboratório Nacional de Engenharia Civil,” [Online]. Available: www.lnec.pt.
- [7] R. Lopez, P. E. D. Love, D. J. Edwards e P. R. Davis, “Design error classification, causation, and prevention in construction,” *Journal of Performance of Constructed Facilities*, vol. 24, nº 4, Agosto 2010.
- [8] J. C. Lino, J. Sena-Cruz e C. Fernandes, “Estudo da Qualidade do Projeto de Estruturas de Edifícios,” em *Encontro Nacional Betão Estrutural - BE2012*, Porto, 2012.
- [9] E. Fruhwald, E. Serrano, T. Toratti, A. Emilsson e S. Thelandersson, “Design of safe timber structures- how can we learn from structural failures in concrete steel and timber?,” Lund, Sweden, 2007.
- [10] W. Boot, “Constructieve schade, een onderzoek naar de constructieve schade in bouwwerken en de wijze waarop wet- en regelgeving een rol spelen bij het waarborgen van de constructieve veiligheid,” Delft, 2010.
- [11] R. Lopez e P. E. Love, “Design error costs in construction projects,” *Journal of Construction Engineering and Management*, vol. 138, pp. 585-593, 2011.
- [12] Bureau Securitas, “Étude statistique de 10000 dossiers de sinistres,” Paris, France, 1979.
- [13] Bureau Securitas, “Étude statistique de 12200 cas de sinistres survenus en 1982,” Paris, France, 1984.
- [14] M. Cnudde, “Lack of quality in construction - economic losses,” *Quality and Economics in Housing*, pp. 508-515, 1991.
- [15] Y. Hammarlund e P. - E. Josephson, “Sources of quality failures in building,” *Quality and Economics in Housing*, pp. 671-680, 1991.
- [16] Socotec, “Réussir la qualité dans la construction,” Editions du Moniteur, Paris, France, 1992.

- [17] J. Brito, “Qualidade no projecto de estruturas,” em *Seminário Software, projecto e erros.*, Exponor-Porto, 2007.
- [18] Ordem dos Engenheiros, “Recomendações do Colégio de Engenharia Civil para a melhoria da qualidade dos atos profissionais,” 2008.
- [19] C. Schwinger, “Quality Assurance for Structural Engineering Firms,” em *The Steel Conference*, Nashville, Tenn, 2008.
- [20] N. Anwar e F. A. Najam, *Structural Cross-Sections*, Elsevier , 2017.
- [21] P. Lourenço, “Reinforcement design using linear analysis,” Guimarães.
- [22] J. K. Wight e J. G. MacGregor, *Reinforced Concrete*, Pearson Education.
- [23] A. de Boer, “Design strategy structural concrete in 3D focusing on uniform force results and sequential analysis,” 2009.
- [24] S. Smirnov, “Problems of calculating the strength of massive concrete and reinforced concrete elements of complex hydraulic structures,” *Power Technology and Engineering*, vol. 17, nº 9, pp. 471-476, Setembro 1983.
- [25] Y. Kamezawa, N. Hayashi, I. Iwasaki e M. Tada, “Study on design methods of RC structures based on FEM analysis,” *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, pp. 103-112, Novembro 1994.
- [26] S. Foster, P. Marti e M. Mojsilović, “Design of Reinforcement Concrete Solids Using Stress Analysis,” *ACI Structural Journal*, pp. 758-764, Novembro-Dezembro 2003.
- [27] P. Hoogenboom e A. de Boer, “Computation of reinforcement for solid concrete,” vol. 53, nº 4, pp. 247-271, 2008.
- [28] P. Hoogenboom e A. de Boer, “Computation of optimal concrete reinforcement in three dimensions,” *Computational Modelling of Concrete Structures*, 2010.
- [29] E. Mergny, M. Ansriou, A. Lespagnard, A. Ouaar e P. Latteur, “Stress Analysis for the Reinforcement of Concrete Massive Structures, Compatible with Building Methods,” *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS)*, p. 13, 17-20 Agosto 2015.
- [30] E. Vecchio, “Non-linear finite element analysis of reinforced concrete: at the crossroads?,” *Structural Concrete*, vol. 2, nº 4, p. 201–212, Dezembro 2001.
- [31] M. Engen, M. Hendriks, J. Øverli e E. Åldstedt, “Large scale non-linear finite element analyses of reinforced concrete structures,” *Proc. of the 10th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*, pp. 541-552, 21 a 23 Julho 2014.
- [32] P. Love, D. Edwards e Z. Irani, “Forensic project management: the underlying causes of rework in construction projects,” *Civil and Environmental Engineering*, pp. 207-228, 2004.

- [33] P. Love, R. Lopez, Y. Goh e P. Davis, "Systemic Modelling of Design Error Causation in Social," *Procedia Engineering*, pp. 161-168, 2011.
- [34] P. Love, D. Edwards, S. Han e Y. Goh, "Design error reduction: toward the effective utilization of building information modeling," vol. 22, nº 3, p. 173–187, Julho 2011.
- [35] M. Paté-Cornell, "Organizational Aspects of Engineering System," vol. 250, pp. 1210-1217, 30 Novembro 1990.
- [36] P. Love, D. Edwards e Y. Hog, "Error beget error: design error analysis and prevention in social infrastructure projects," *Accident Analysis and Prevention*, vol. 48, pp. 100-110, Setembro 2012.
- [37] A. Foord e W. Gulland, "Can technology eliminate human," *Process Safety and Environmental Protection*, vol. 84, nº 3, pp. 171-173, Maio 2006.
- [38] C. M. Eastman, "An Outline of the Building Description System," p. 23, Setembro 1974.
- [39] J. Carmona e K. Irwin, "BIM: Who, What, How and Why," *Building Operating Management*, Outubro 2007.
- [40] AIA California Council, "American Institute of Architects, Integrated Project Delivery : A Guide," 2007.
- [41] C. M. Eastman, P. Teicholz, R. Sacks e K. Liston, *BIM Handbook: A Guide to Building Information Modeling for Owners, Managers, Designers, Engineers and Contractors*, 2011, p. 648.
- [42] J. Taylor e P. Bernstein, "Paradigm trajectories of BIM practice in project networks," vol. 25, p. 69–76, 2009.
- [43] J. Peter, C. Henrik e G. Kaj, "The role of BIM in preventing design errors," *30th Annual ARCOM Conference*, p. 703–712, 1-3 Setembro 2014.
- [44] P. Rajendran, T. Seow e K. Goh, "BIM in design stage to assist in time, cost and," *1st FPTP Postgraduate Seminar 2013*, 23 Dezembro 2013.
- [45] C. Baoping, W. Wei e H. Xin, "A research on construction project based on BIM," *2010 International Conference*, p. 1–5, 2010.
- [46] S. Fan, M. Skibniewski e T. Hung, "Effects of BIM during construction," *Journal of Applied Science and Engineering*, vol. 17, p. 157–166, 2014.
- [47] S. Azhar, "Building Information Modeling (BIM): Trends, benefits, risks and challenges," *ASCE Journal of Leadership and Management in Engineering*, vol. 11, nº 3, p. 241–252, 2011.
- [48] I. Kaner, R. Sacks, W. Kassian e T. Quitt, "Case studies of BIM adoption for precast concrete design by mid-sized structural engineering firms," 2008.

- [49] Z. Q. Liu, Y. G. Li e H. Y. Zhang, “An IFC-based Integration Tool for Supporting Information Exchange from Architectural Model to Structural Model,” *Journal of Central South University of Technology*, vol. 17, nº 6, pp. 1344-1350, Dezembro 2010.
- [50] P. Bynum, R. Issa e S. Olbina, “BIM in support of sustainable design and construction,” *Journal of Construction Engineering and Management*, vol. 139, p. 24–34, 2013.
- [51] O. Hamdi e F. Leite, “Conflicting Side of Building Information Modeling Implementation in the Construction Industry,” *Journal of Legal Affairs and Dispute Resolution in Engineering and Construction*, vol. 6, pp. 1-8, Agosto 2014.
- [52] J. M. S. López, “Calculation and representation of structural reinforcement in Building Information Models using Revit Structure and SOFiSTiK,” 2011.
- [53] Q. Z. Yang e Y. Zhang, “Semantic interoperability in building design: Methods and tools,” *CAD Computer Aided Design*, vol. 38, nº 10, pp. 1099-1112, Outubro 2006.
- [54] J. Steel, R. Drogemuller e B. Toth, “Model interoperability in building information modelling,” *Software and Systems Modeling*, vol. 11, nº 1, p. 99–109, 2012.
- [55] O. Minho, L. Jaewooka, H. Seung Wanb e J. Yongwookc, “Integrated system for BIM-based collaborative design,” *Automation in Construction*, pp. 196-206, Outubro 2015.
- [56] Institute of Electrical and Electronics Engineers, “IEEE Standard Computer Dictionary: A Compilation of IEEE Standard Computer Glossaries,” *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 1990.
- [57] D. Chen, G. Doumeingts e F. Vernadat, “Architectures for enterprise integration and interoperability: Past, present and future,” *Computers in Industry*, vol. 59, pp. 647-659, Setembro 2008.
- [58] Z. - Z. Hu, X. - Z. Zhang, H. - W. Wang e M. Kassem, “Improving interoperability between architectural and structural design models: An industry foundation classes-based approach with web-based tools,” *Automation in Construction*, pp. 29-42, 2016.
- [59] L. Qin, X. - Y. Deng e X. Liu, “Industry foundation classes based integration of architectural design and structural analysis,” *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, vol. 16, nº 1, p. 83–90, Fevereiro 2011.
- [60] C. Robinson, “Structural BIM: Discussion, case studies and latest developments,” *The structural design of tall and special buildings*, 2007.
- [61] R. Pukl, P. Pálek e J. Červenka, “The possibility of using BIM for nonlinear life-cycle analysis of concrete structures” .*Life-Cycle of Engineering Systems: Emphasis on Sustainable Civil Infrastructure*.
- [62] A. A. Griffith, “The phenomena of rupture and flow in solids,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, pp. 163-198, 1920.

- [63] G. R. Irwin, "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate," *Journal of Applied Mechanics*, 1957.
- [64] D. S. Dugdale, "Yielding of steel sheets containing slits," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, nº 2, pp. 100-104, Maio 1960.
- [65] G. I. Barenblatt, "The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture," *Advances in Applied Mechanics*, vol. 7, pp. 55-129, 1962.
- [66] J. G. Rots, "Computational modeling of concrete fracture," Delft, 1988.
- [67] A. Hillerborg, M. Modeer e P. E. Petersson, "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cement and Concrete Research*, vol. 6, nº 6, pp. 773-782, Novembro 1976.
- [68] D. Ngo e A. C. Scordelis, "Finite element analysis of reinforced concrete beams," *J. Am. Concrete Inst.*, vol. 64, nº 14, pp. 152-163, 1967.
- [69] Y. R. Rashid, "Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 7, pp. 334-344, 1968.
- [70] M. Cervera e M. Chiumenti, "Mesh objective tensile cracking via a local continuum damage model and a crack tracking technique," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, nº 1-3, pp. 304-320, Dezembro 2006.
- [71] Z. P. Bažant e B. H. Oh, "Crack band theory for fracture of concrete," *Materials and Structures*, vol. 16, pp. 155-177, 1983.
- [72] A. Ern e J. -L. Guermond, *Theory and Practice of Finite Elements*, Springer, 2004.
- [73] M. S. Gockenbach, *Understanding and Implementing the Finite Element Method*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- [74] J. G. Rots, P. G. Nauta, G. M. A. Kuster e J. Blaauwendraad, "Smeared crack approach and fracture localization in concrete," Janeiro 1985.
- [75] J. G. Rots e J. Blaauwendraad, "Crack models for concrete : discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating?," vol. 34, nº 1, p. 59, 1989.
- [76] T. Rabczuk, J. Akkermann e J. Eibl, "A numerical model for reinforced concrete structures," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, nº 5-6, pp. 1327-1354, Março 2005.
- [77] V. Cervenka, "Inelastic finite element analysis of reinforced concrete panels under in-plane loads," Boulder, 1970.
- [78] I. D. Lefas, M. D. Kotsovos e N. N. Ambraseys, "Behavior of reinforced concrete structural walls: strength, deformation characteristics, and failure mechanism," *ACI Structural Journal*, vol. 87, nº 1, pp. 23-31, 1990.

- [79] R. W. Litton, "A contribution to the analysis of concrete structures under cyclic loading," Berkeley, 1974.
- [80] R. de Borst e P. Nauta, "Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model," *Engineering Computations*, vol. 2, nº 1, pp. 35-46, 1985.
- [81] H. R. Riggs e Powell G. H., "Rough crack model for analysis of concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 112, nº 5, pp. 448-464, 1986.
- [82] G. -. J. Schreppers, "Validation report Maekawa-Fukuura model and Cracked Concrete curves in Total Strain Crack model in DIANA," 2017.
- [83] R. Hill, "The mathematical theory of plasticity".1950.
- [84] C. A. Coulomb, "Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture," *Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savans*, vol. 7, pp. 343-382, 1776.
- [85] O. Mohr, "Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials?," *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, vol. 44, p. 1524–1530, 1900.
- [86] "DIANA FEA," TNO, [Online]. Available: <https://dianafea.com/upload/files/DIANA/Revit-Plugin-User-Guidelines.pdf>.
- [87] M. A. Crisfield, "A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles "Snap-Through"," vol. 13, nº 1-3, pp. 55-62, Junho 1981.
- [88] H. Matthies e G. Strang, "The solution of nonlinear finite element equations," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, nº 11, p. 1613–1626, 1979.
- [89] Z. Kron, "Autodesk University - Dynamo : Visual Programming for Design," 2013.
- [90] K. K. Sobon, "Archi-Lab," [Online]. Available: <http://archi-lab.net/>.
- [91] W. Ritter, "Die Bauweise Hennebique," *Schweizerische Bauzeitung*, vol. 3, 1899.
- [92] E. Mörsch, "Theorie der Betoneisenkonstruktionen," 1903.
- [93] M. P. Collins e D. Kuchma, "The Influence of Concrete Strength, Distribution of Longitudinal Reinforcement, and Member Size, on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams," 1997.
- [94] Comité Euro-International Du Béton, CEB-FIP MODEL CODE 1990: DESIGN CODE, 1993.
- [95] CT 115 (LNEC), "Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão," 2010.
- [96] ACI, "Building code requirements for structural concrete. ACI Committee 318.," Farmington Hills, 2011.

- [97] J. M. Sena-Cruz, J. A. O. Barros, M. R. F. Coelho e L. F. F. T. Silva, "Efficiency of different techniques in flexural strengthening of RC beams under," *Construction and Building Materials*, vol. 29, pp. 175-182, Abril 2012.
- [98] J. M. Sena-Cruz, J. A. O. Barros, A. Azevedo e G. A. Ventura, "Numerical simulation of the nonlinear behavior of RC beams strengthened with NSM CFRP strips," *CNME 2007- Congress on Numerical Methods in Engineering and XXVIII CILAMCE – Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, 2007.
- [99] H. A. W. Cornelissen, D. A. Hordijk e H. W. Reinhardt, "Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete," 1986.
- [100] H. Nakamura e T. Higai, "Compressive fracture energy and fracture zone length of concrete," *Modelling of inelastic behaviour of RC structures under seismic loads*, pp. 471-487, Janeiro 2001.
- [101] Z. P. Bažant e P. A. Pfeiffer, "Shear fracture tests of concrete," *P.A. Materials and Structures*, vol. 19, nº 110, p. 11, 1986.
- [102] J. A. O. Barros, H. Baghi, S. J. E. Dias e A. Ventura-Gouveia, "A FEM-based model to predict the behaviour of RC beams shear strengthened according to the NSM technique," *Engineering Structures*, pp. 1192-1206, Novembro 2013.
- [103] W. -. F. Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete*, 1982.
- [104] R. de Borst, M. A. Crisfield, J. J. C. Remmers e C. V. Verhoosel, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Segunda Edição ed., Wiley Series in Computational Mechanics, 2012.

Anexo I

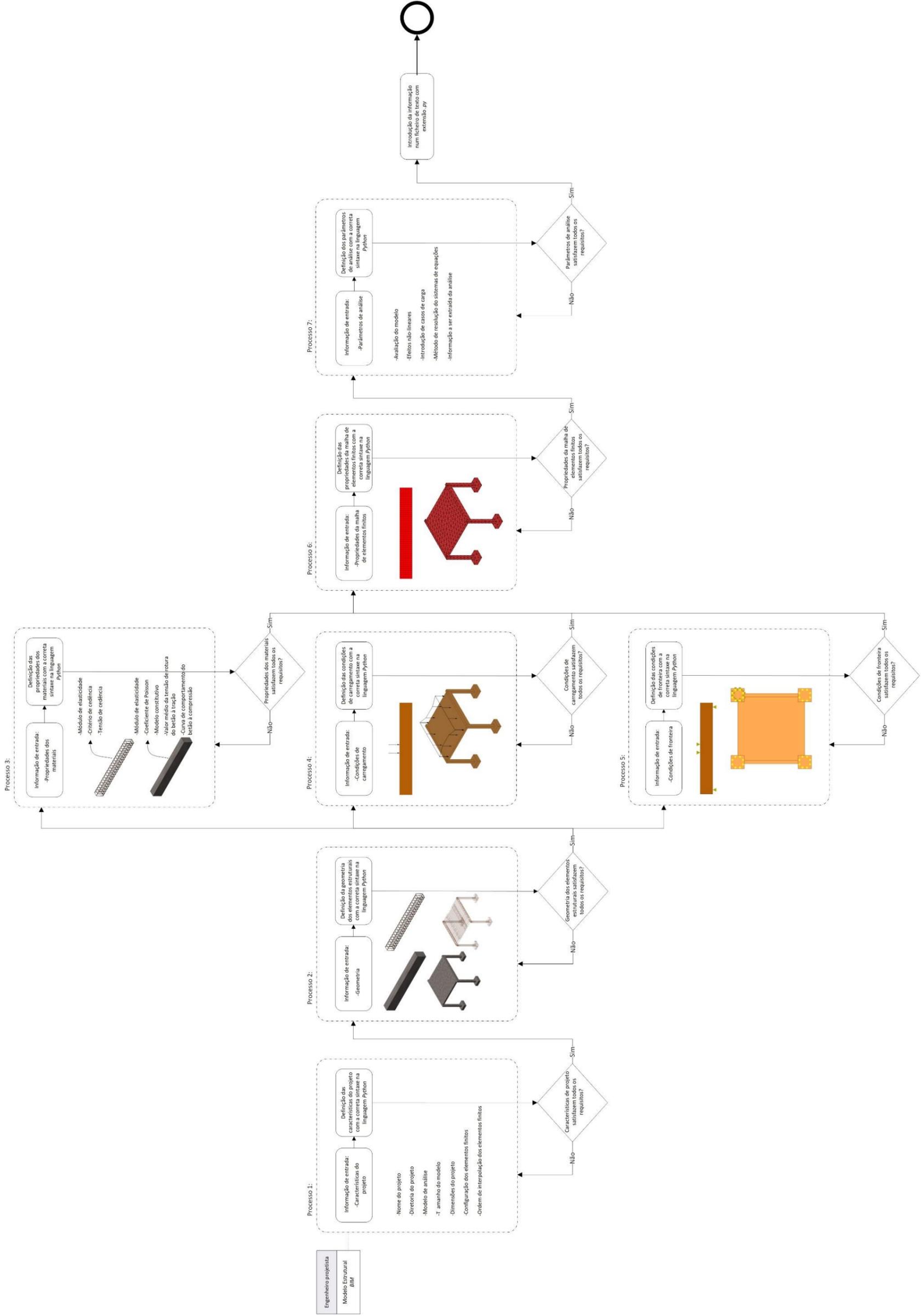


Ilustração I.1 – Faseamento de informação

Anexo II

#Características do Projeto

```

newProject(' ',Beam,NonLinear Analysis',100)
setModelAnalysisAspects(['STRUCT'])
setModelDimension('2D')
setDefaultMeshOrder('LINEAR')
setDefaultMesherType('HEXQUAD')
setUnit('FORCE','KN')

```

#Geometria

```

createSheet('Beam',[[-8.59798532602317,-0.3000000000000002,0],[[-8.49798532602317,-0.3,0],[[-6.49798532602317,-0.3,0],[[-6.39758532602317,-0.3000000000000002,0],[[-6.39758532602317,0,0],[[-7.39758532602317,0,0],[[-7.59798532602317,0,0],[[-8.59798532602317,0,0]])
addGeometry('Thickness','SHEET','MEMBRA',[])
setParameter(GEOMET,'Thickness','THICK',0.2)
setElementClassType(SHAPE,['Beam'],'MEMBRA')
assignGeometry('Thickness',SHAPE,['Beam'])
createLine('LongReinforcement0',[-6.41758532602317,-0.269,0],[[-8.57798532602317,-0.269,0])
createLine('LongReinforcement1',[-6.41758532602317,-0.031,0],[[-8.57798532602317,-0.031,0])
addGeometry('TopReinforcement','RELINE','REBAR',[])
setParameter(GEOMET,'TopReinforcement','REIEMB/CROSSE',0.000157)
addGeometry('BotReinforcement','RELINE','REBAR',[])
setParameter(GEOMET,'BotReinforcement','REIEMB/CROSSE',0.000235)
assignGeometry('TopReinforcement',SHAPE,['LongReinforcement0'])
assignGeometry('BotReinforcement',SHAPE,['LongReinforcement1'])
createLine('Stirrup0',[-6.42058532602317,-0.277,0],[[-6.42058532602317,-0.023,0])
createLine('Stirrup1',[-6.49781154510483,-0.277,0],[[-6.49781154510483,-0.023,0])
createLine('Stirrup2',[-8.49827389225376,-0.277,0],[[-8.49827389225376,-0.023,0])
createLine('Stirrup3',[-8.39822236755772,-0.277,0],[[-8.39822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup4',[-8.29822236755772,-0.277,0],[[-8.29822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup5',[-8.19822236755772,-0.277,0],[[-8.19822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup6',[-8.09822236755772,-0.277,0],[[-8.09822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup7',[-7.99822236755772,-0.277,0],[[-7.99822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup8',[-7.89822236755772,-0.277,0],[[-7.89822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup9',[-7.79822236755772,-0.277,0],[[-7.79822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup10',[-7.69822236755772,-0.277,0],[[-7.69822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup11',[-7.59822236755772,-0.277,0],[[-7.59822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup12',[-7.49822236755772,-0.277,0],[[-7.49822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup13',[-7.39822236755772,-0.277,0],[[-7.39822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup14',[-7.29822236755772,-0.277,0],[[-7.29822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup15',[-7.19822236755772,-0.277,0],[[-7.19822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup16',[-7.09822236755772,-0.277,0],[[-7.09822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup17',[-6.99822236755772,-0.277,0],[[-6.99822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup18',[-6.89822236755772,-0.277,0],[[-6.89822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup19',[-6.79822236755772,-0.277,0],[[-6.79822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup20',[-6.69822236755772,-0.277,0],[[-6.69822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup21',[-6.59822236755772,-0.277,0],[[-6.59822236755772,-0.023,0])
createLine('Stirrup22',[-8.57498532602317,-0.277,0],[[-8.57498532602317,-0.023,0])
addGeometry('Stirrup Area','RELINE','REBAR',[])
setParameter(GEOMET,'Stirrup Area','REIEMB/CROSSE',2.827E-05)
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup0'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup1'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup2'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup3'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup4'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup5'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup6'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup7'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup8'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup9'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup10'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup11'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup12'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup13'])

```

```

assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup14'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup15'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup16'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup17'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup18'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup19'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup20'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup21'])
assignGeometry('Stirrup Area',SHAPE,['Stirrup22'])

```

#Condições de Fronteira

```

addSet(GEOMETRYSUPPORTSET,'Support')
createPointSupport('SupportY0','Support')
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY0','AXES',[1,2])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY0','TRANSL',[0,1,0])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY0','ROTATI',[0,0,0])
attach(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY0','Beam',[[ -6.49798532602317,-0.3,0]])
createPointSupport('SupportY1','Support')
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY1','AXES',[1,2])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY1','TRANSL',[0,1,0])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY1','ROTATI',[0,0,0])
attach(GEOMETRYSUPPORT,'SupportY1','Beam',[[ -8.49798532602317,-0.3,0]])
createPointSupport('LoadSupport0','Support')
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'LoadSupport0','AXES',[1,2])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'LoadSupport0','TRANSL',[0,1,0])
setParameter(GEOMETRYSUPPORT,'LoadSupport0','ROTATI',[0,0,0])

```

#Condições de Carregamento

```

addSet(GEOMETRYLOADSET,'Load')
createPointLoad('Deformation','Load')
setParameter(GEOMETRYLOAD,'Deformation','LODTYP','DEFORM')
setParameter(GEOMETRYLOAD,'Deformation','DEFORM/TR/VALUE',-0.001)
setParameter(GEOMETRYLOAD,'Deformation','DEFORM/TR/DIRECT',2)
attach(GEOMETRYLOAD,'Deformation','Beam',[[ -7.59798532602317,0,0]])
attach(GEOMETRYLOAD,'Deformation','Beam',[[ -7.39758532602317,0,0]])

```

#Propriedades dos Materiais

```

addMaterial('Concrete','CONCR','MDFC',[])
setParameter(MATERIAL,'Concrete','LINEAR/ELASTI/YOUNG',31170000)
setParameter(MATERIAL,'Concrete','LINEAR/ELASTI/POISON',0.2)
setParameter(MATERIAL,'Concrete','LINEAR/MASS/DENSIT',2.509)
setParameter(MATERIAL,'Concrete','MDFIX/CRACK',2)
setParameter(MATERIAL,'Concrete','MDFIX/CRK2VA/CRKVAL',[2900,53080])
setParameter(MATERIAL,'Concrete','MDFIX/TENSIO',5)
setParameter(MATERIAL,'Concrete','MDFIX/TENSI4/GF',0.09)
assignMaterial('Concrete',SHAPE,['Beam'])
addMaterial('LongReinforcement','REINFO','VMISES',[])
setParameter(MATERIAL,'LongReinforcement','LINEAR/ELASTI/YOUNG',200000000)
setParameter(MATERIAL,'LongReinforcement','PLASTI/YLDTYP','EPSSIG')
setParameter(MATERIAL,'LongReinforcement','PLASTI/HARDI4/EPSSIG',[0.00253,455000,0.16,475000])
setReinforcementAspects(['LongReinforcement0'])
assignMaterial('LongReinforcement',SHAPE,['LongReinforcement0'])
setReinforcementDiscretization(['LongReinforcement0'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['LongReinforcement1'])
assignMaterial('LongReinforcement',SHAPE,['LongReinforcement1'])
setReinforcementDiscretization(['LongReinforcement1'],'ELEMENT')
addMaterial('Stirrup','REINFO','VMISES',[])
setParameter(MATERIAL,'Stirrup','LINEAR/ELASTI/YOUNG',200000000)
setParameter(MATERIAL,'Stirrup','PLASTI/YLDTYP','EPSSIG')
setParameter(MATERIAL,'Stirrup','PLASTI/HARDI4/EPSSIG',[0.00236,452000,0.13575,475000,])

```

```
setReinforcementAspects(['Stirrup0'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup0'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup0'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup1'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup1'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup1'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup2'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup2'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup2'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup3'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup3'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup3'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup4'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup4'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup4'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup5'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup5'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup5'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup6'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup6'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup6'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup7'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup7'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup7'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup8'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup8'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup8'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup9'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup9'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup9'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup10'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup10'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup10'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup11'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup11'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup11'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup12'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup12'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup12'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup13'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup13'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup13'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup14'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup14'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup14'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup15'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup15'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup15'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup16'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup16'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup16'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup17'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup17'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup17'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup18'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup18'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup18'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup19'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup19'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup19'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup20'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup20'])
```

```
setReinforcementDiscretization(['Stirrup20'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup21'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup21'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup21'],'ELEMENT')
setReinforcementAspects(['Stirrup22'])
assignMaterial('Stirrup',SHAPE,['Stirrup22'])
setReinforcementDiscretization(['Stirrup22'],'ELEMENT')
```

#Propriedades da Malha de Elementos Finitos

```
setElementSize(['Beam'],0.01,-1,True)
setMesherType(['Beam'],'HEXQUAD')
generateMesh([])
```

#Parâmetros de Análise

```
addAnalysis('Nonlinear Analysis')
addAnalysisCommand('Nonlinear Analysis','NONLIN','Structural nonlinear')
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/LOAD/STEPS/EXPLIC/SIZES','')
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/ITERAT/MAXITE','1000')
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/ITERAT/METHOD/METNAM','SECANT')
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/ITERAT/CONVER/DISPLA',False)
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/ITERAT/CONVER/ENERGY',True)
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/ITERAT/CONVER/FORCE',False)
addAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/LOAD/LOADNR')
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','EXECUT(1)/LOAD/LOADNR',1)
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','TYPE/PHYSIC/CREEP',False)
setAnalysisCommandDetail('Nonlinear Analysis','Structural nonlinear','TYPE/PHYSIC/CRACKI/TOLDIR',89)
runSolver('Non Linear')
```

Anexo III

Rotura por corte/flexão

A capacidade resistente ao corte da viga foi determinada segundo a expressão 6.2.a e 6.2.b da norma Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2010) [95].

$$V_{Rm,c} = \left[C_{Rm,c} k (100 \rho_l f_{cm})^{\frac{1}{3}} + k_l \sigma_{cp} \right] b_w d \leq (v_{min} + k_l \sigma_{cp}) b_w d$$

$$\Leftrightarrow V_{Rm,c} = \left[0.18 \times \left(1 + \sqrt{\frac{200}{459}} \right) \left(100 \times \frac{8 \times \pi \times 16^2}{169 \times 500} \times 53 \right)^{\frac{1}{3}} + 0 \right] \times 169 \times 459$$

$$\leq \left(0.035 \times \left(1 + \sqrt{\frac{200}{459}} \right)^{\frac{3}{2}} \times 53^{\frac{1}{2}} + 0 \right) \times 169 \times 459$$

$$\Leftrightarrow V_{Rm,c} = 107.91 \text{ kN} \leq 41.06 \text{ kN}$$

Por sua vez, a tensão resistente de corte do betão sugerida pela norma ACI [96] é descrita por:

$$v_c = 0.17 \sqrt{f'_c}$$

$$\Leftrightarrow v_c = 0.17 \sqrt{53}$$

$$\Leftrightarrow v_c = 1.238 \text{ MPa}$$

A capacidade resistente ao corte pode ser obtida por:

$$V_{Rm} = v_c b_w d$$

$$\Leftrightarrow V_{Rm} = 1.238 \times 169 \times 459$$

$$\Leftrightarrow V_{Rm} = 96.00 \text{ kN}$$

Rotura dúctil por flexão

As forças resistentes a atuar na secção transversal são:

$$F_c = 53.08 \times 10^3 \times 0.8x \times 0.2 = 8492.8x$$

$$F_{s1} = \frac{3\pi \times 0.01^2}{4} \times 455 \times 10^3 = 107.21 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{x - 0.031}{x} \times 3.5 \times 10^{-3}$$

Por equilíbrio de forças, a posição do eixo neutro é:

$$F_c + F_{s2} = F_{s1}$$

$$\Leftrightarrow 8492.8x - 109.96 \times \frac{x - 0.031}{x} = 107.207$$

$$\Leftrightarrow x = 0.01987 \text{ m}$$

O momento resistente é:

$$M_{R,m} = 8492.8 \times 0.01987 \times (0.3 - 0.4 \times 0.01987 - 0.031) - 61.59 \\ \times (0.3 - 0.031 - 0.031)$$

$$\Leftrightarrow M_{R,m} = 29.395 \text{ kN.m}$$

Por sua vez, a força resistente é obtida por:

$$F_{R,m} = \frac{M_{R,m} \times 2}{0.9} = 65.32 \text{ kN}$$

Rotura por flexão com esmagamento do betão

As forças resistentes a atuar na secção transversal são:

$$F_c = 16 \times 10^3 \times 0.8x \times \frac{0.2}{2} = 1280x$$

$$F_{s1} = \frac{4\pi \times 0.02^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{0.3 - x - 0.038}{x} \times 1.653 \times 10^{-3}$$

$$F_{s2} = \frac{2\pi \times 0.008^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{x - 0.032}{x} \times 1.653 \times 10^{-3}$$

Por equilíbrio de forças, a posição do eixo neutro é:

$$F_c + F_{s2} = F_{s1}$$

$$\Leftrightarrow 1280x + 33.236 \times \frac{x - 0.032}{x} = 415.444 \times \frac{0.262 - x}{x}$$

$$\Leftrightarrow x = 0.16618 \text{ m}$$

O momento resistente é:

$$M_{R,m} = 1280 \times 0.16618 \times \left(0.3 - \frac{1}{3} \times 0.16618 - 0.038\right) + 33.236 \\ \times \frac{0.16618 - 0.032}{0.16618} \times (0.3 - 0.032 - 0.038)$$

$$\Leftrightarrow M_{R,m} = 50.12 \text{ kN.m}$$

Por sua vez, a força resistente é obtida por:

$$F_{R,m} = \frac{M_{R,m} \times 2}{0.9} = 111.38 \text{ kN}$$

Anexo IV

		Força máxima [kN]	Razão	Observações	
Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	96.89	1.23	Excelente	
	Com redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	156.17	1.98	Inaceitável	
Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais	Constante	0.2	189.38	2.40	Inaceitável
		0.05	168.44	2.14	Inaceitável
		0.01	140.61	1.78	Inaceitável
	Tamanho do agregado		195.49	2.48	Inaceitável
	Dano		101.85	1.29	Excelente
	<i>Al-Mahaidi</i>		163.79	2.08	Inaceitável
	<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	166.04	2.11	Inaceitável
		Contacto de densidade com redução da transferência de corte	159.04	2.02	Inaceitável
	Multilinear	0.4	109.63	1.39	Aceitável
		0.2	103.07	1.46	Aceitável
		0.05	115.18	1.31	Aceitável

Tabela IV.1 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.

		Força máxima [kN]	Razão	Observações	
Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	63.69	0.89	Aceitável	
	Com redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	64.34	0.90	Aceitável	
Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais	Constante	0.2	72.12	1.01	Excelente
		0.05	69.92	0.98	Excelente
		0.01	68.75	0.96	Aceitável
	Tamanho do agregado		73.13	1.03	Excelente
	Dano		64.73	0.91	Aceitável
	<i>Al-Mahaidi</i>		71.10	1.00	Excelente
	<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	71.03	1.00	Excelente
		Contacto de densidade com redução da transferência de corte	70.64	0.99	Excelente
	Multilinear	0.4	67.38	0.95	Excelente
		0.2	65.31	0.92	Aceitável
		0.05	64.35	0.90	Aceitável

Tabela IV.2 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

		Força máxima [kN]	Razão	Observações	
Modelo de fendas rotativas baseado nas extensões totais	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	107.75	0.97	Excelente	
	Com redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	100.08	0.90	Aceitável	
Modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais	Constante	0.2	111.24	1.00	Excelente
		0.05	104.05	0.93	Aceitável
		0.01	99.08	0.89	Inaceitável
	Tamanho do agregado		116.73	1.05	Excelente
	Dano		102.73	0.92	Aceitável
	<i>Al-Mahaidi</i>		104.89	0.94	Aceitável
	<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	108.29	0.97	Excelente
		Contacto de densidade com redução da transferência de corte	111.61	1.00	Excelente
	Multilinear	0.4	81.51	0.73	Inaceitável
		0.2	80.11	0.72	Inaceitável
		0.05	80.76	0.73	Inaceitável

Tabela IV.3 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo baseado nas extensões totais para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de múltiplas fendas fixas	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	209.58	2.66	Inaceitável
			0.05	182.97	2.32	Inaceitável
			0.01	156.57	1.99	Inaceitável
			0	61.61	0.78	Inaceitável
	Ângulo limite 30°	Constante	0.2	118.08	1.50	Inaceitável
			0.05	120.70	1.53	Inaceitável
			0.01	93.62	1.19	Inaceitável
			0	61.61	0.78	Inaceitável

Tabela IV.4 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de múltiplas fendas fixas	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	71.57	1.00	Excelente
			0.01	69.72	0.98	Excelente
	Ângulo limite 45°	Constante	0.2	69.03	0.97	Inaceitável
			0.01	62.95	0.88	Inaceitável
	Ângulo limite 30°	Constante	0.2	71.67	1.01	Inaceitável
			0.01	68.99	0.97	Inaceitável

Tabela IV.5 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de múltiplas fendas fixas	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	84.04	0.75	Inaceitável
			0.01	80.84	0.73	Inaceitável
	Ângulo limite 45°	Constante	0.2	78.79	0.71	Inaceitável
			0.01	83.42	0.75	Inaceitável
	Ângulo limite 30°	Constante	0.2	108.08	0.97	Inaceitável
			0.01	81.18	0.73	Inaceitável

Tabela IV.6 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de múltiplas fendas fixas para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	251.03	3.19	Inaceitável
			0.01	176.32	2.24	Inaceitável
	Ângulo limite 10°	Constante	0.2	241.54	3.07	Inaceitável
			0.01	135.72	1.72	Inaceitável
		Dano		92.06	1.17	Excelente
		<i>Al-Mahaidi</i>		153.17	1.94	Inaceitável
		<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	160.13	2.03	Inaceitável
			Contacto de densidade com redução da transferência de corte	145.45	1.85	Inaceitável
		Multilinear	0.4	108.34	1.38	Aceitável
			0.2	111.26	1.41	Aceitável
	0.05		127.39	1.62	Inaceitável	
	Ângulo limite 30°	Multilinear	0.4	91.21	1.16	Excelente
			0.2	95.59	1.21	Excelente
			0.05	94.04	1.19	Excelente

Tabela IV.7 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de *Maekawa-Fukuura* para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	72.03	1.01	Excelente
			0.01	68.10	0.96	Excelente
	Ângulo limite 10°	Constante	0.2	71.14	1.00	Excelente
			0.01	67.48	0.95	Excelente
		Dano		65.20	0.91	Aceitável
		<i>Al-Mahaidi</i>		65.26	0.92	Aceitável
		<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	66.56	0.93	Aceitável
			Contacto de densidade com redução da transferência de corte	66.63	0.93	Aceitável
		Multilinear	0.4	66.21	0.93	Aceitável
			0.2	67.57	0.95	Excelente
			0.05	66.14	0.93	Aceitável
		Ângulo limite 30°	Multilinear	0.4	67.13	0.94
	0.2			65.90	0.92	Aceitável
	0.05			66.44	0.93	Aceitável

Tabela IV.8 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de *Maekawa-Fukuura* para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

				Força máxima [kN]	Razão	Observações
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Ângulo limite 89°	Constante	0.2	125.25	1.12	Aceitável
			0.01	102.99	1.12	Aceitável
	Ângulo limite 10°	Constante	0.2	120.62	1.08	Aceitável
			0.01	117.97	1.06	Excelente
		Dano		104.02	0.93	Aceitável
		<i>Al-Mahaidi</i>		115.44	1.04	Excelente
		<i>Maekawa</i>	Contacto de densidade	126.30	1.13	Aceitável
			Contacto de densidade com redução da transferência de corte	125.05	1.12	Aceitável
		Multilinear	0.4	111.16	1.00	Excelente
			0.2	109.46	0.98	Excelente
	0.05		120.88	1.09	Aceitável	
	Ângulo limite 30°	Multilinear	0.4	104.17	0.94	Aceitável
			0.2	106.64	0.96	Aceitável
			0.05	110.29	0.99	Excelente

Tabela IV.9 – Resumo das forças máximas obtidas com o modelo de *Maekawa-Fukuura* para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

Anexo V

		Força máxima obtida no modelo simplificado [kN]	Força máxima obtida no modelo avançado [kN]	Razão em relação ao modelo avançado	Razão em relação ao modelo adotado no artigo científico	Observações
Modelo de fendas rotativas	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	98.23	96.89	0.52	1.25	Excelente
Modelo de fendas fixas	Constante	98.19	189.38	0.50	1.25	Aceitável
	Tamanho do agregado	98.19	195.49	0.96	1.25	Aceitável
	Dano	98.27	101.85	1.01	1.25	Excelente
Modelo de múltiplas fendas fixas	Constante	180.78	209.58	0.86	2.29	Não Aceitável
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Constante	417.78	251.03	1.66	5.30	Não Aceitável
	Multilinear	106.04	95.59	1.11	1.35	Aceitável

Tabela V.1 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura por corte/flexão.

		Força máxima obtida no modelo simplificado [kN]	Força máxima obtida no modelo avançado [kN]	Razão em relação ao modelo avançado	Razão em relação à curva experimental	Observações
Modelo de fendas rotativas	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	72.34	71.67	1.01	0.97	Excelente
Modelo de fendas fixas	Constante	72.34	72.12	1.00	0.97	Excelente
	Tamanho do agregado	72.34	73.13	0.99	0.97	Excelente
	Dano	72.34	64.73	1.12	0.97	Excelente
Modelo de múltiplas fendas fixas	Constante	74.30	72.03	1.03	1.00	Excelente
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Constante	71.65	66.56	1.08	0.96	Excelente
	Multilinear	71.87	65.90	1.09	0.97	Excelente

Tabela V.2 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

		Força máxima obtida no modelo simplificado [kN]	Força máxima obtida no modelo avançado [kN]	Razão em relação ao modelo avançado	Razão em relação à solução analítica	Observações
Modelo de fendas rotativas	Sem redução do coeficiente de <i>Poisson</i>	126.23	107.75	1.17	1.13	Aceitável
Modelo de fendas fixas	Constante	126.22	111.24	1.13	1.13	Aceitável
	Tamanho do agregado	126.22	116.73	1.08	1.13	Aceitável
	Dano	126.22	102.73	1.23	1.13	Aceitável
Modelo de múltiplas fendas fixas	Constante	141.79	84.04	1.69	1.27	Inaceitável
Modelo de <i>Maekawa-Fukuura</i>	Constante	164.41	125.25	1.31	1.48	Inaceitável
	Multilinear	86.17	110.29	0.78	0.77	Inaceitável

Tabela V.3 – Resumo das forças máximas obtidas na análise simplificada para a viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

Anexo VI

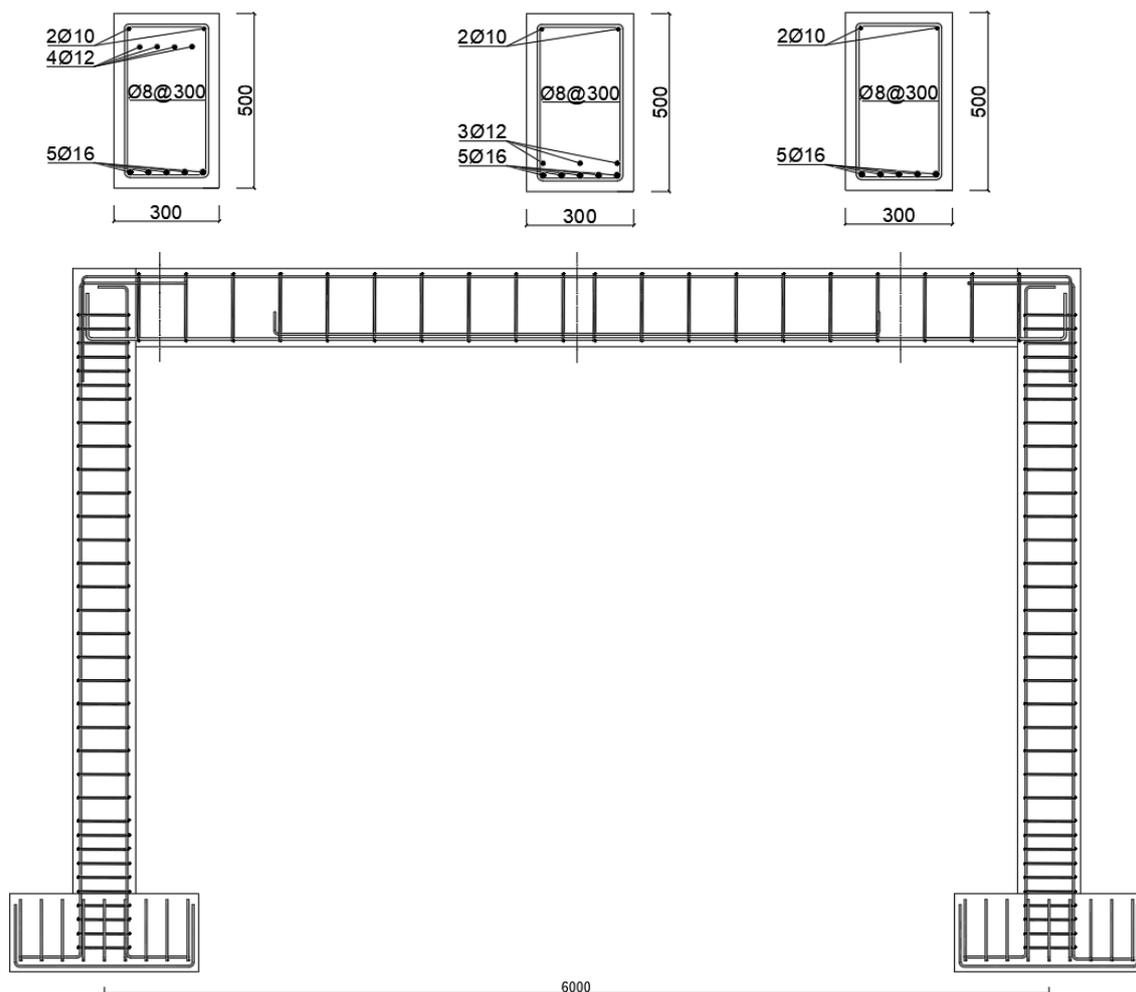


Ilustração VI.1 – Representação esquemática da estrutura porticada e secções transversais de um elemento viga. Indicação das armaduras longitudinais e transversais do elemento viga. Dimensões em milímetros.

Vista frontal.

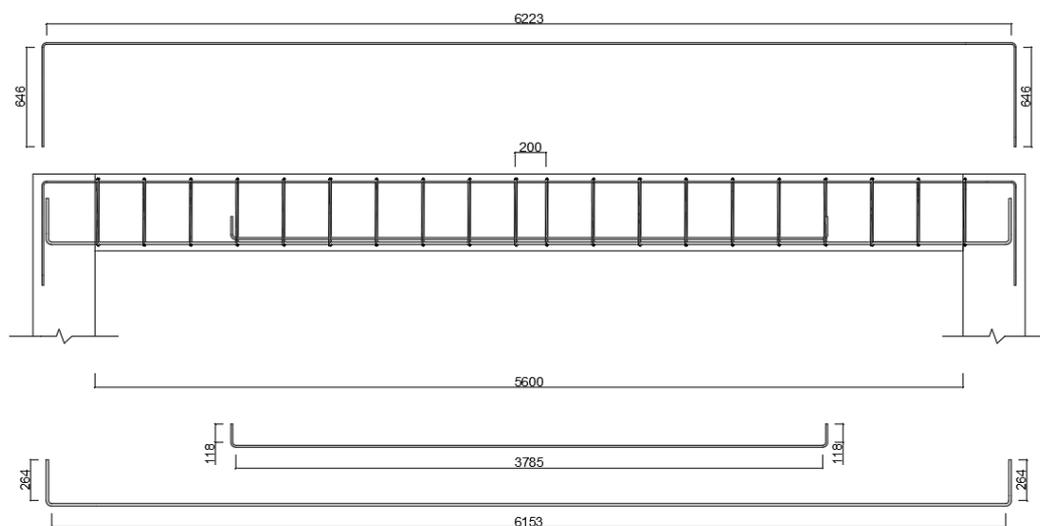


Ilustração VI.2 – Representação esquemática de um elemento viga. Indicação dos comprimentos das armaduras longitudinais superiores e inferiores e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista frontal.

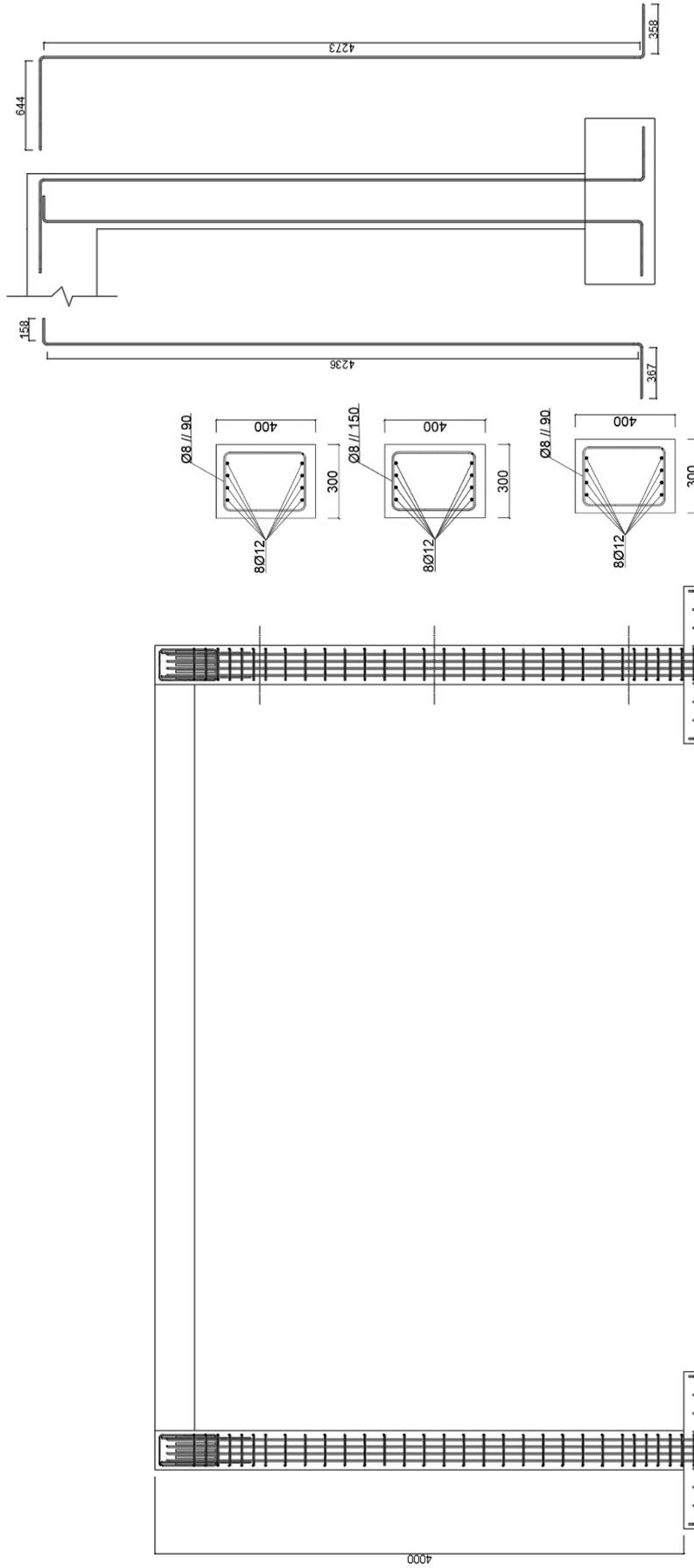


Ilustração VI.3 – Representação esquemática de um elemento pilar. Indicação dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista lateral.

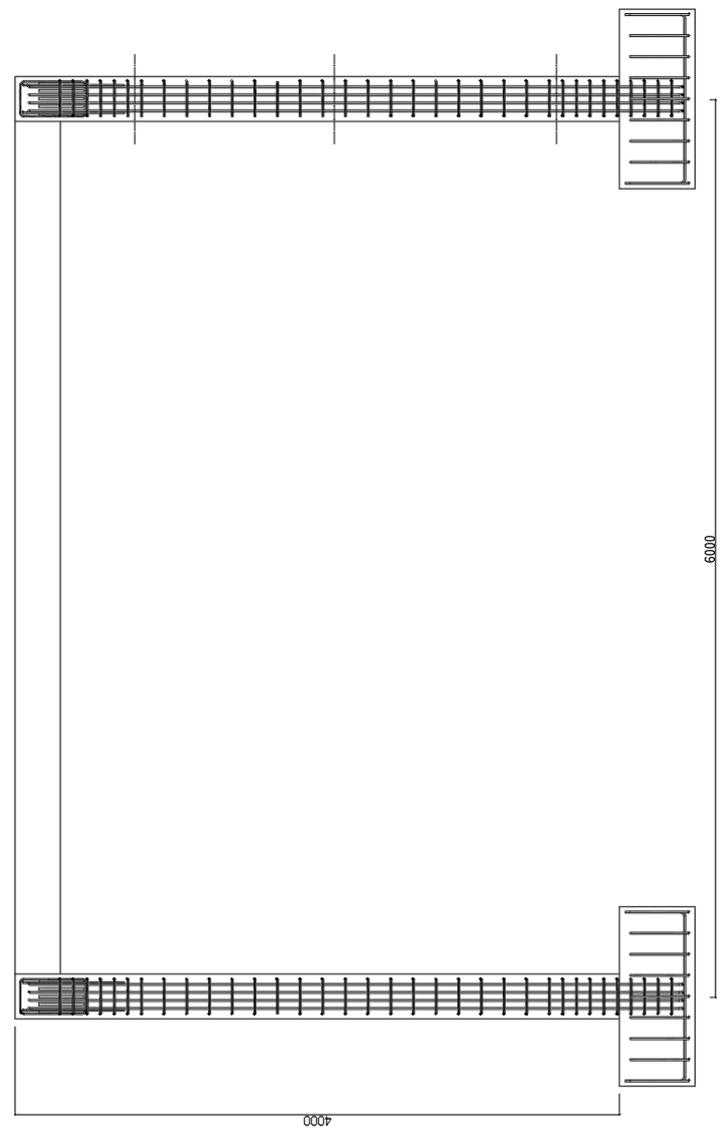


Ilustração VI.4 – Representação esquemática da estrutura porticada e secções transversais de um elemento pilar. Indicação das armaduras longitudinais e transversais do elemento pilar. Dimensões em milímetros. Vista lateral.

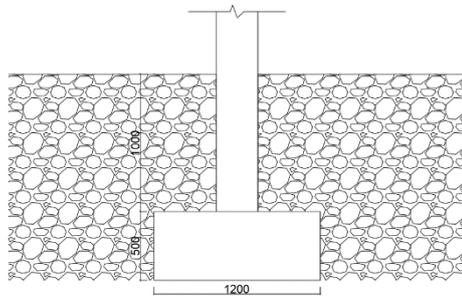


Ilustração VI.5 – Representação esquemática de um elemento sapata. Indicação das dimensões principais dos elementos sapata e da profundidade. Dimensões em milímetros. Vista lateral.

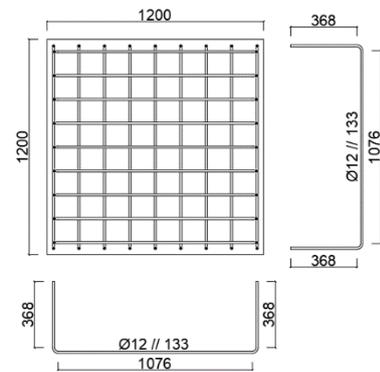


Ilustração VI.6 – Representação esquemática de um elemento sapata. Indicação das dimensões principais dos elementos sapata e dos comprimentos das armaduras longitudinais e comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros. Vista em planta.

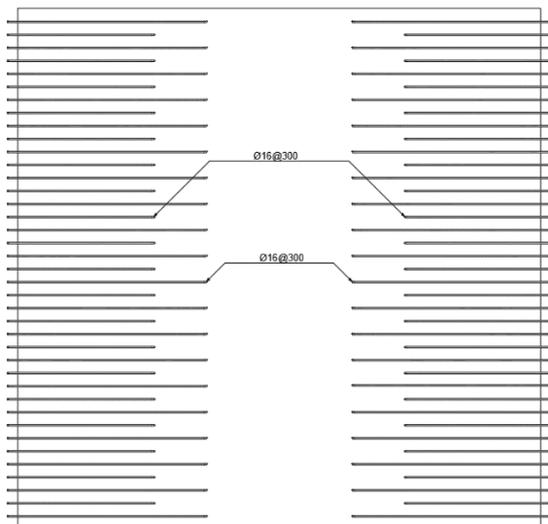


Ilustração VI.7 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação dos diâmetros e espaçamentos da armadura longitudinal superior. Dimensões em milímetros. Vista em planta.

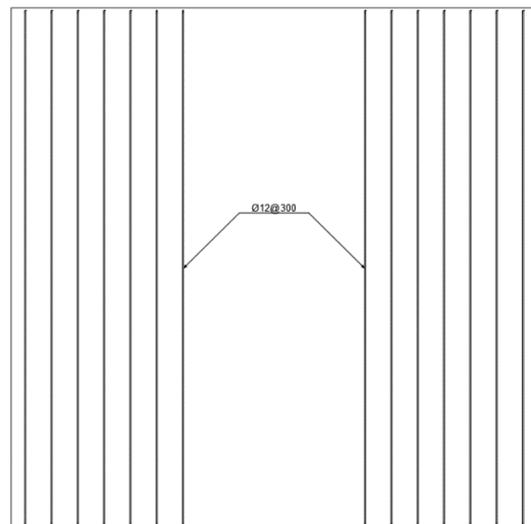


Ilustração VI.8 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação do diâmetro e espaçamento da armadura longitudinal superior de distribuição. Dimensões em milímetros. Vista em planta.

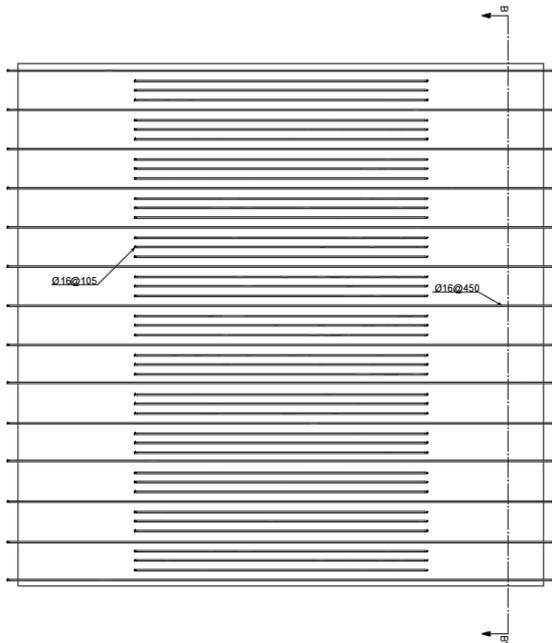


Ilustração VI.9 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação dos diâmetros e espaçamentos da armadura longitudinal inferior. Dimensões em milímetros. Vista em planta.

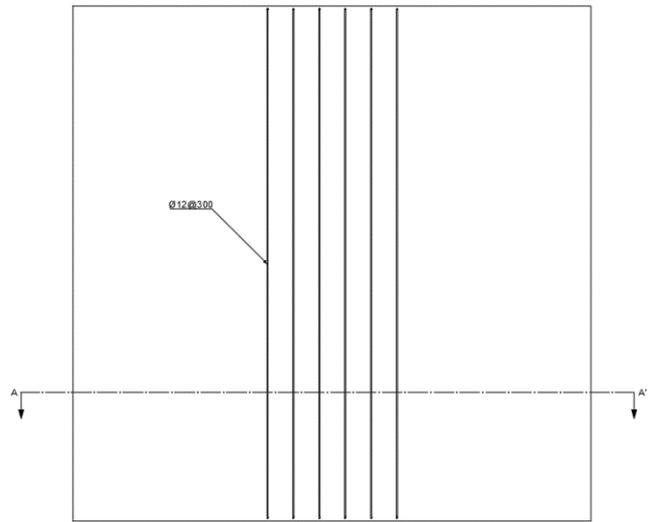


Ilustração VI.10 – Representação esquemática do elemento laje. Indicação do diâmetro e espaçamento da armadura longitudinal inferior de distribuição. Dimensões em milímetros. Vista em planta.

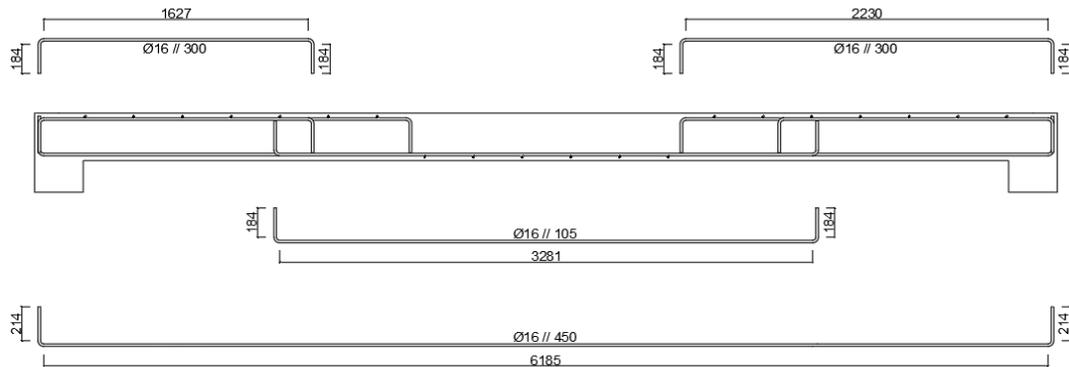


Ilustração VI.11 - Corte AA'. Indicação dos diâmetros e espaçamentos das armaduras longitudinais, dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros.

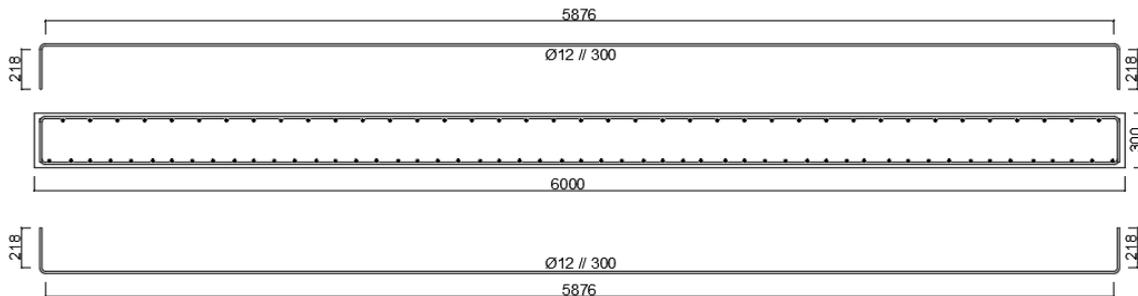


Ilustração VI.12 - Corte BB'. Indicação dos diâmetros e espaçamentos das armaduras longitudinais, dos comprimentos das armaduras longitudinais e dos comprimentos de amarração. Dimensões em milímetros.

Anexo VII

Banzo efetivo

A largura efetiva do banzo foi determinada segundo as equações 5.7, 5.7a e 5.7b da norma Eurocódigo Parte 1-1. A largura da viga é de 0.3 m e a distância entre o eixo da viga e o meio-vão da laje é de 3 m.

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \quad (\text{VII.1})$$

$$b_{eff,i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0 \text{ e } b_{eff,i} \leq b_i \quad (\text{VII.2})$$

$$l_0 = 0.85l_1 \quad (\text{VII.3})$$

Em que:

$$b_w = 0.3 \text{ m}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

Sendo:

$$b_1 = 3 - \frac{0.3}{2} = 2.85 \text{ m}$$

$$l_0 = 0.85 \times 2.85 = 2.42 \text{ m}$$

$$b_{eff,1} = 0.2 \times 2.85 + 0.1 \times 2.42 \leq 0.2 \times 2.42$$

$$\Leftrightarrow b_{eff,1} = 0.81 \text{ m} \leq 0.48 \text{ m e } 0.81 \text{ m} \leq 2.85 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow b_{eff,1} = 0.48 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 0.3 + 0.48 = 0.78 \text{ m} \leq 3 \text{ m}$$

Vão efetivo

O vão efetivo da viga foi determinada segundo a equação 5.8 da norma Eurocódigo 2 Parte 1-1. Admitiu-se um caso possível: elementos sem continuidades (a).

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2 \quad (\text{VII.4})$$

Em que:

$$a_i = \min\left(\frac{1}{2} \times 0.5; \frac{1}{2} \times 0.2\right) = 0.1 \text{ m}$$

Sendo:

$$l_{eff} = (6 - 0.4) + 0.1 \times 2 = 5.8 \text{ m}$$

Modelo original

Momento de fendilhação da viga

Em condições de serviço, admitiu-se que o aço tem um comportamento elástico, que o betão tracionado apresenta um comportamento elástico até a tensão atingir o valor de f_{ctm} e que o betão comprimido apresenta um comportamento elástico. Na ilustração VII.1, está representado a secção transversal de uma viga.

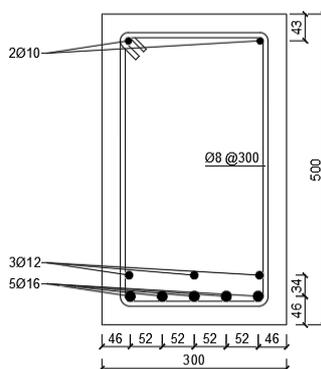


Ilustração VII.1 – Secção transversal da viga. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.

Coeficiente de homogeneização:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{200}{31} = 6.451$$

Área homogeneizada:

$$A_{c,hom} = A_c + (\alpha - 1)A_s$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow A_{c,hom} &= 0.5 \times 0.3 + (6.451 - 1) \times \frac{5\pi \times 0.016^2}{4} + (6.451 - 1) \\ &\quad \times \frac{3\pi \times 0.012^2}{4} + (6.451 - 1) \times \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} = 0.158 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Centro de massa da secção homogeneizada:

$$y_G = \frac{0.5 \times 0.3 \times \frac{0.5}{2} + (6.451 - 1) \times \frac{5\pi \times 0.016^2}{4} \times 0.046 + (6.451 - 1) \times \frac{3\pi \times 0.012^2}{4} \times 0.08 + (6.451 - 1) \times \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} \times 0.457}{0.158}$$

$$\Leftrightarrow y_G = 0.242 \text{ m}$$

Momento de inércia da secção homogeneizada:

$$\begin{aligned} I &= \frac{0.3 \times 0.5^3}{12} + 0.5 \times 0.3 \times \left(\frac{0.5}{2} - 0.242\right)^2 + (6.451 - 1) \times \frac{5\pi \times 0.016^2}{4} \\ &\quad \times (0.242 - 0.046)^2 + (6.451 - 1) \times \frac{3\pi \times 0.012^2}{4} \\ &\quad \times (0.242 - 0.08)^2 + (6.451 - 1) \times \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} \\ &\quad \times (0.457 - 0.242)^2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow I = 3.433 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Momento fletor que inicia a fendilhação da secção:

$$f_{ctm} = \frac{M_{fend}}{I} \times y_G$$

$$\Leftrightarrow \max \left\{ \left(1.6 - \frac{500}{1000} \right) \times 2.6; 2.6 \right\} = \frac{M_{fend}}{3.433 \times 10^{-3}} \times 0.242$$

$$\Leftrightarrow M_{fend} = 36.89 \text{ kN.m}$$

Admitindo uma viga simplesmente apoiada, a carga para a qual se inicia a fendilhação da secção é dada por:

$$M_{fend} = \frac{PL^2}{8}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{36.89 \times 8}{5.8^2} = 8.77 \text{ kN/m}$$

$$P_{Total} = 8.77 \times \frac{2}{3} = 5.85 \text{ kN/m}^2$$

Secção crítica para momento positivo

A secção crítica para momento positivo situa-se a meio-vão da viga. Na secção transversal resistente foi contabilizado o acréscimo do banzo efetivo e as armaduras longitudinais e transversais da laje.

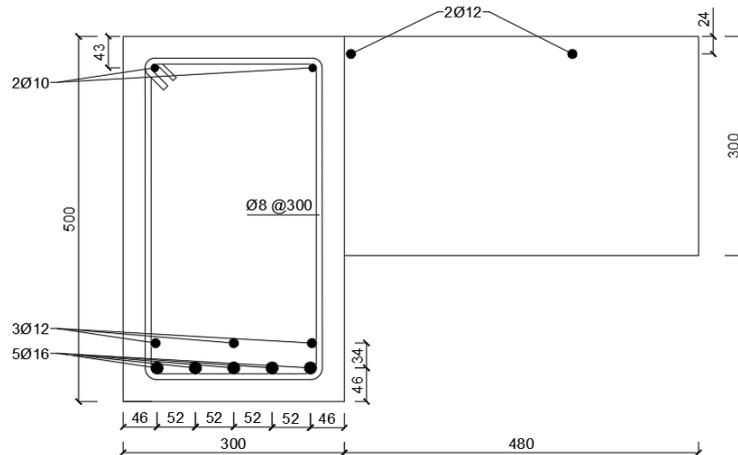


Ilustração VII.2 – Secção transversal da viga com acréscimo do banzo efetivo. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.

Forças resistentes:

$$F_c = 33 \times 10^3 \times 0.8x \times (0.3 + 0.48) = 20592x$$

$$F_{s1} = \frac{5\pi \times 0.016^2}{4} \times 400 \times 10^3 = 402.12 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = \frac{3\pi \times 0.012^2}{4} \times 400 \times 10^3 = 135.72 \text{ kN}$$

$$F_{s3} = \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{(0.043 - x) \times 3.5 \times 10^{-3}}{x}$$

$$= 109.96 \times \frac{(0.043 - x)}{x}$$

$$F_{s4} = \frac{2\pi \times 0.012^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{(x - 0.024) \times 3.5 \times 10^{-3}}{x}$$

$$= 158.34 \times \frac{(x - 0.024)}{x}$$

Equilíbrio de forças:

$$F_C + F_{s4} = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3}$$

$$\Rightarrow x = 0.03 \text{ m}$$

Momento resistente:

$$\begin{aligned} M_{R,m} &= 20592 \times 0.03 \times (0.5 - 0.4 \times 0.03 - 0.046) + 158.34 \\ &\quad \times \frac{(0.03 - 0.024)}{0.03} \times (0.5 - 0.024 - 0.046) - 109.96 \\ &\quad \times \frac{(0.043 - 0.03)}{0.03} \times (0.5 - 0.043 - 0.046) - 135.72 \times 0.034 \\ &= 253.49 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Secção crítica para momento negativo

A secção crítica para momento negativo foi considerada na zona de ligação viga-pilar. Na secção transversal resistente foi contabilizado o acréscimo do banzo efetivo e as armaduras longitudinais da laje.

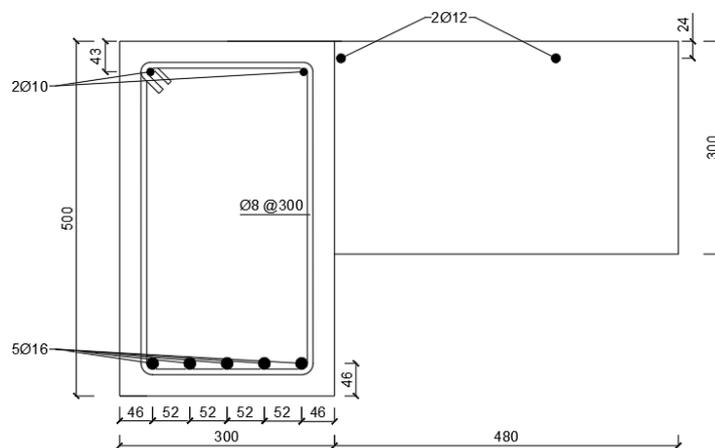


Ilustração VII.3 – Secção transversal da viga com acréscimo do banzo efetivo. Indicação das armaduras longitudinais e transversais. Dimensões em milímetros.

Forças resistentes:

$$F_c = 33 \times 10^3 \times 0.8x \times 0.3 = 7920x$$

$$\begin{aligned} F_{s1} &= \frac{5\pi \times 0.016^2}{4} \times 200 \times 10^6 \times \frac{(0.046 - x) \times 3.5 \times 10^{-3}}{x} \\ &= 703.72 \times \frac{(0.046 - x)}{x} \end{aligned}$$

$$F_{s2} = \frac{2\pi \times 0.01^2}{4} \times 400 \times 10^3 = 62.83 \text{ kN}$$

$$F_{s3} = \frac{2\pi \times 0.012^2}{4} \times 400 \times 10^3 = 90.48 \text{ kN}$$

Equilíbrio de forças:

$$F_c = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3}$$

$$\Rightarrow x = 0.038 \text{ m}$$

Momento resistente:

$$\begin{aligned} M_{R,m} &= 7920 \times 0.038 \times (0.5 - 0.4 \times 0.038 - 0.043) - 703.72 \\ &\quad \times \frac{(0.046 - 0.038)}{0.038} \times (0.5 - 0.046 - 0.043) - 90.48 \\ &\quad \times (0.043 - 0.024) = 70.35 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Plastificação da armadura longitudinal inferior da viga

De seguida, procede-se à validação analítica do nível de carga que induz plastificação da armadura longitudinal inferior da viga. As simulações numéricas do modelo avançado e do modelo simplificado obtiveram cargas de 37.28 kN/m² e 35.53 kN/m², respetivamente.

$$M_{R,m} = \frac{PL^2}{8}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{253.49 \times 8}{5.8^2} = 60.28 \text{ kN/m}$$

$$P_{Total} = 60.28 \times \frac{2}{3} = 40.19 \text{ kN/m}^2$$

Força de colapso

A força de colapso foi determinada pelo método das rótulas plásticas e admitiu-se a criação de três rótulas plásticas: duas nas zonas de ligação viga-pilar e uma a meio-vão da viga.

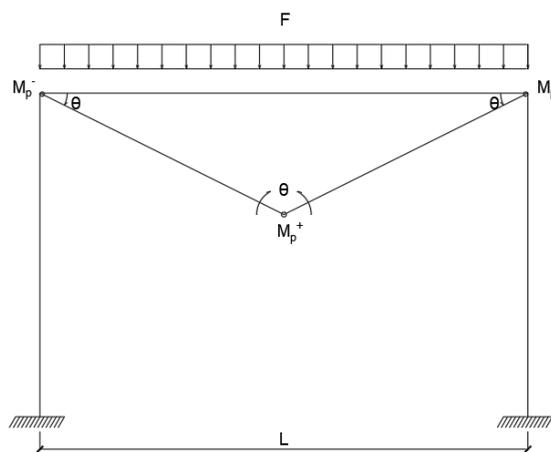


Ilustração VII.4 – Representação esquemática do método das rótulas plásticas.

$$W_{int} = M_p^+ \times 2\theta + 2 \times M_p^- \times \theta$$

$$W_{ext} = F \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \theta$$

$$W_{int} = W_{ext} \Rightarrow M_p^+ \times 2\theta + 2 \times M_p^- \times \theta = F \times \frac{L^2}{4} \times \theta$$

$$F = \frac{(2M_p^+ + 2M_p^-) \times 4}{L^2} = \frac{(2 \times 253.49 + 2 \times 70.35) \times 4}{5.8^2} = 77.01 \text{ kN/m}$$

A carga máxima obtida pela análise não-linear foi de, aproximadamente, 50 kN/m^2 , o que dá uma solitação de $\frac{50}{2} \times 3 = 75 \text{ kN/m}$. Complementarmente, nas

zonas de momentos negativos, as armaduras longitudinais dos pilares que amarram nas vigas podem contribuir significativamente para o momento negativo resistente.

Tabela-resumo

De seguida, é apresentado uma tabela com o resumo dos momentos resistentes nas secções críticas, das forças que introduzem plastificação nas armaduras longitudinais inferiores das vigas e das forças de colapso para os diferentes modelos.

	Momento resistente a meio-vão [kN.m]	Momento resistente na ligação viga-pilar [kN.m]	Força que induz plastificação nas armaduras longitudinais inferiores das vigas [kN/m ²]	Força de colapso [kN/m ²]
Modelo original	253.49	70.35	40.19	51.34
Modelo anómalo (armadura longitudinal mínima)	111.41	70.48	17.66	28.84
Modelo anómalo (armadura longitudinal inferior à mínima)	36.24	63.77	5.75	23.78
Modelo anómalo (omissão da armadura longitudinal superior)	233.57	47.56	37.03	44.57

Tabela VII.1 – Resumo das capacidades resistentes das vigas para os diversos modelos.

Anexo VIII

Momento atuante na viga, a meio-vão [modelo avançado]

O cálculo do momento atuante na viga, a meio-vão e com base na análise não-linear, para a carga última foi idealizada atendendo à distribuição de tensões atuantes nas armaduras longitudinais, bem como o bloco de tensões atuantes no betão. As tensões axiais nas armaduras e no betão podem ser visualizadas na ilustração VIII.1.

Na carga última, a armadura longitudinal inferior encontra-se em regime plástico, enquanto que a armadura longitudinal superior, da viga e da laje, situa-se em regime elástico. A largura do banzo efetivo da viga foi determinada mediante a minoração da diferença entre as forças de compressão atuantes e as forças de tração atuantes. O momento atuante, a meio-vão da viga, foi de 227.26 kN.m.

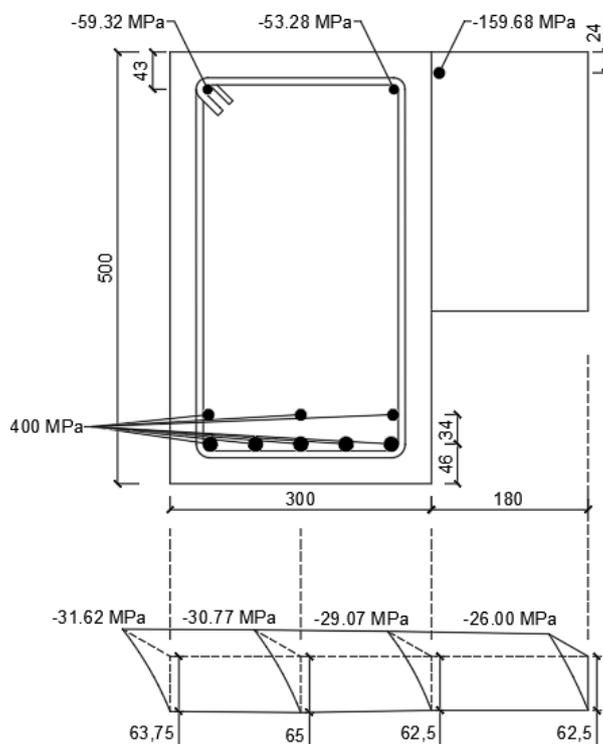


Ilustração VIII.1 – Seção transversal da viga com identificação das tensões atuantes nas armaduras longitudinais, do bloco de tensões atuantes no betão. Dimensões em milímetros.

Momento atuante na viga, a meio-vão [modelo simplificado]

Similarmente ao cálculo do momento atuante na viga, a meio-vão, do modelo avançado descrito anteriormente, a distribuição das tensões axiais atuantes nas armaduras e o bloco de tensões atuantes no betão podem ser visualizadas na ilustração VIII.2.

Na carga última, a armadura longitudinal inferior encontra-se em regime plástico, enquanto que a armadura longitudinal superior, da viga e da laje, situa-se em regime elástico. O eixo neutro localiza-se acima da armadura longitudinal superior da viga. O momento atuante, a meio-vão da viga, foi de 231.34 kN.m.

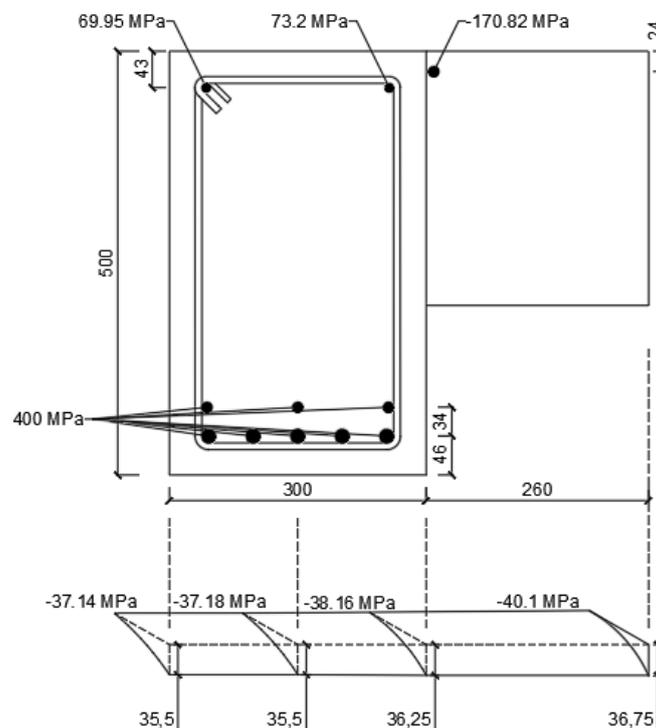


Ilustração VIII.2 – Secção transversal da viga com identificação das tensões atuantes nas armaduras longitudinais, do bloco de tensões atuantes no betão.

Dimensões em milímetros.

Momento atuante na viga, a meio-vão [modelo simplificado – ferramenta automática]

Por sua vez, para a análise não-linear com a ferramenta automática acoplada do modelo simplificado, obteve-se a distribuição das tensões axiais atuantes nas armaduras e o bloco de tensões atuantes no betão representados na ilustração VIII.3.

Na carga última, a armadura longitudinal inferior encontra-se em regime plástico, enquanto que a armadura longitudinal superior, da viga e da laje, situa-se em regime elástico. O momento atuante, a meio-vão da viga, foi de 228.22 kN.m.

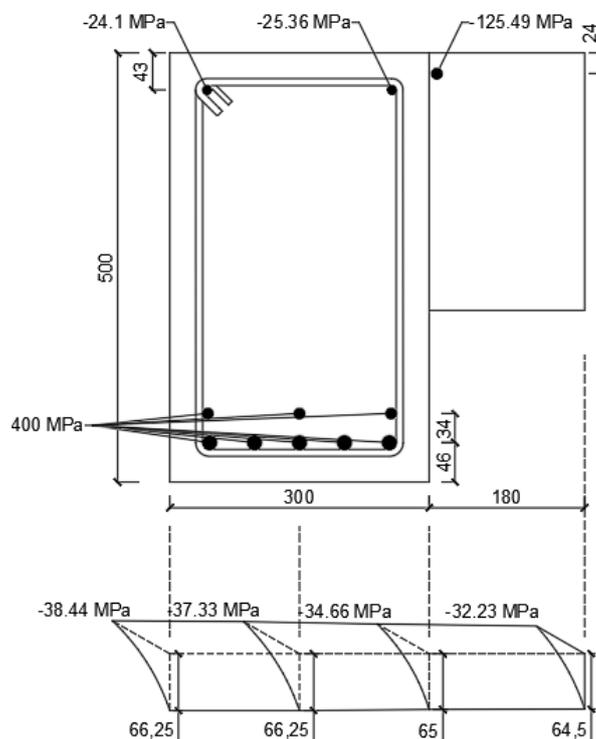


Ilustração VIII.3 – Secção transversal da viga com identificação das tensões atuantes nas armaduras longitudinais, do bloco de tensões atuantes no betão.

Dimensões em milímetros.

Momento atuante na viga, a meio-vão [modelo Anómalo – armadura longitudinal mínima]

A análise não-linear do modelo anómalo com armadura longitudinal mínima, com a ferramenta automática acoplada do modelo simplificado, obteve a distribuição de tensões axiais atuantes nas armaduras e o bloco de tensões atuantes no betão representados na ilustração VIII.4.

Na carga última, a armadura longitudinal inferior iniciou o regime plástico, enquanto que a armadura longitudinal superior se encontra em regime elástico. Complementarmente, não foi introduzido a largura do banzo efetivo dado que as forças de compressão e de tração atuantes nas armaduras e no betão se equilibram na secção transversal da viga. O momento atuante, a meio-vão da viga, foi de 106.54 kN.m. O momento resistente da viga é de 106.63 kN.m.

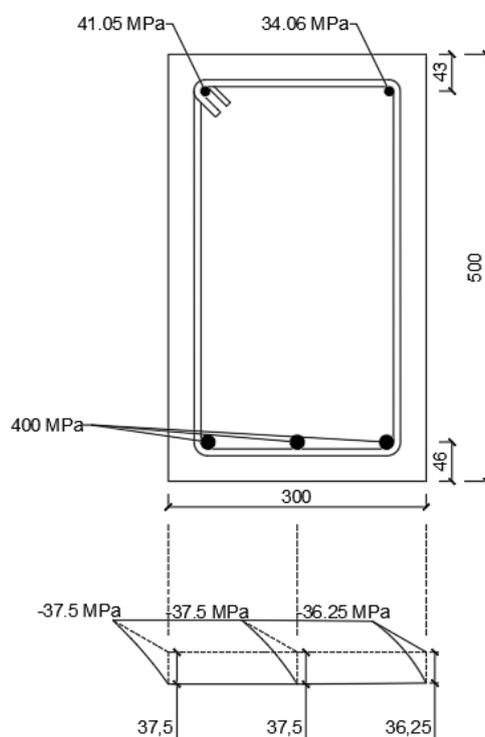


Ilustração VIII.4 – Secção transversal da viga com identificação das tensões atuantes nas armaduras longitudinais, do bloco de tensões atuantes no betão.

Dimensões em milímetros.

Momento atuante na viga, a meio-vão [modelo anómalo – omissão da armadura longitudinal superior da viga]

A análise não-linear do modelo anómalo sem armadura longitudinal superior da viga, com a ferramenta automática acoplada do modelo simplificado, obteve a distribuição de tensões axiais atuantes nas armaduras e o bloco de tensões atuantes no betão representados na ilustração VIII.5.

Na carga última, a armadura longitudinal inferior encontra-se em regime plástico, enquanto que a armadura de distribuição de momentos negativos da laje, situa-se em regime elástico. O momento atuante, a meio-vão da viga, foi de 143.15 kN.m.

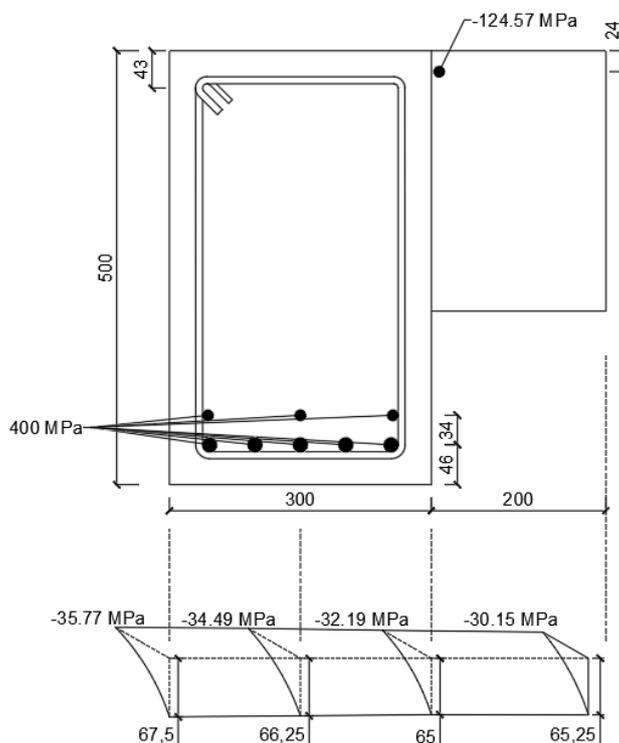


Ilustração VIII.5 – Secção transversal da viga com identificação das tensões atuantes nas armaduras longitudinais, do bloco de tensões atuantes no betão. Dimensões em milímetros.