Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Rita Garrido Silva

A utilização das Barras Cuisenaire no ensino e aprendizagem da Matemática: Uma experiência com alunos do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico

outubro de 2019

A utilização das Barras Cuisenaire no ensino e aprendizagem da Matemática:
Uma experiência com alunos do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico
Ana Rita Garrido Silva

UMinho|2019

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Rita Garrido Silva

A utilização das Barras Cuisenaire no ensino e aprendizagem da Matemática: Uma experiência com alunos do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Ensino do 1° Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2°Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Maria Helena Martinho

outubro de 2019

Direitos de Autor e Condições de Utilização do Trabalho por Terceiros

Agradecimentos

Este relatório de estágio constitui o término de uma das fases mais desafiante da minha vida. Posto isto, resta-me agradecer a quem sempre me apoiou nestes tempos e a quem, de uma forma ou de outra, contribuiu para que os últimos cinco anos corressem da melhor forma possível.

À minha orientadora, Professora Doutora Maria Helena Martinho, pela disponibilidade e dedicação que sempre demonstrou desde o primeiro dia em que entrei no gabinete, mostrando prontidão no esclarecimento dúvidas e dando sugestões para que fosse sempre possível melhorar.

Às professoras cooperantes, professora Teresa Fernandes e professora Maria de Deus Lages, agradeço por todos os ensinamentos que com certeza levarei para a vida profissional. As suas contribuições para o desenvolvimento de todo o projeto foram fulcrais merecendo por isso toda a minha consideração.

À minha família. Não só à minha mãe e ao meu pai, pilares fundamentais da minha vida, mas aos restantes seis, que acompanharam bem de perto todo o meu percurso, apoiando-me incondicionalmente durante a minha estadia em Braga.

À Inês, que embora incluída na família, merece um agradecimento especial, por toda a paciência e dedicação nas horas de rever tudo o que escrevi, contribuindo com muitas das ideias, assim como à Filipa.

Ao Luís Bernardo, pela paciência, dedicação e ajuda em todas as tarefas tecnológicas, um agradecimento muito especial.

À Cristina, à Patrícia, à Rita, à Raquel, à Andreia e ao Venâncio por terem tornado estes anos melhores do que aquilo que esperava. Obrigada pelas partilhas e por toda a amizade.

Aos Rekterinos, por estarem sempre presentes à distância de um clique, obrigado por animarem sempre os meus dias.

Dedico todos os meus feitos nesta academia à minha avó, que por pouco não conseguiu assistir a entrega deste relatório, mas que certamente estará orgulhosa da sua neta.

A todos o meu muito obrigada por me terem feito acreditar que seria capaz e por fazerem parte da minha vida.

Declaração de Integridade

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Título: *A utilização das Barras Cuisenaire no ensino e aprendizagem da Matemática: Uma experiência com alunos do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico*

Resumo

O presente projeto de intervenção pedagógica supervisionada foi realizado no âmbito da unidade curricular de Estágio, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Neste sentido, foi implementado numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico e numa turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Para além de proporcionar aos alunos uma experiência didática com as Barras Cuisenaire tornando a aprendizagem da matemática mais significativa, este projeto procurou perceber de que forma é que este material manipulável ajudou os alunos a compreender melhor os conceitos matemáticos abordados ao longo das intervenções. Para isso foram definidas as seguintes questões de investigação: Q1 – De que forma é que as Barras Cuisenaire foram utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas propostas? Q2 - De que forma é que a utilização das Barras Cuisenaire em sala de aula ajudou os alunos na realização das tarefas propostas? Q3 - Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos durante a utilização das Barras Cuisenaire? Q4 - Os alunos conseguem transferir as aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire para outras questões curriculares? O presente projeto de intervenção procurou adotar uma metodologia que se identifica com as caraterísticas do modelo de investigação-ação seguindo um processo cíclico que integra as seguintes etapas: observar, planificar, agir e avaliar. Os principais instrumentos de recolha e analise de dados, no decorrer de todo o projeto, foram: produções realizadas pelos alunos, notas de campo, registos reflexivos, registos fotográficos e registos de áudio e também foram aplicados dois questionários a ambas as turmas.

O presente projeto de intervenção pedagógica supervisionada revelou, de um modo geral, que a manipulação e a observação das Barras Cuisenaire, seguida de uma ação interativa e reflexiva acerca das tarefas executadas com as mesmas, contribuiu para o desenvolvimento da abstração matemática e do pensamento lógico dos alunos, encorajando-os a descobrirem conceitos que são os alicerces da maioria dos conteúdos a estudar.

Palavras-chave: Barras de Cuisenaire; Materiais Manipuláveis; Multiplicação; Padrões e Regularidades.

Title: *The application of Cuisenaire Bars in the teaching and learning of Mathematics: An experience with students from the 1st and 2nd cycles of basic education.*

Abstract

The present project consists on a supervised pedagogical intervention developed in the context of the course unit Internship, from the master's degree in the Teaching of the 1st cycle of Basic Teaching and of Mathematics and Natural Science of the 2nd cycle of Basic Teaching. The project was, thus, implemented in a class from the 3rd grade of the 1st cycle of Basic Teaching, as well as on a class from the 6th grade of the 2nd cycle of Basic Teaching.

Besides allowing the students to have a didactic experience with Cuisenaire Bars and a more significant mathematical learning, the purpose of this project was to try to understand in what way this manipulable object helped the students to better understand the mathematical concepts studied throughout all the interventions. In order to do that, the following research questions were defined: Q1 – In what way were the Cuisenaire Bars used by the students during the execution of the proposed tasks? Q2 – In what extent did the using of the Cuisenaire Bars in the classroom helped the students in the execution of the proposed tasks? Q3 – What were the difficulties felt by the students during the use of the Cuisenaire Bars? Q4 – Can the students transfer the learning they deleveloped with the help of the Cuisenaire Bars to other curricular questions? In this context, the intervention project sought to adopt an appropriate methodology for the characteristics of the investigation-action model, following a cyclic process that integrates the following stages: observe, plan, act and evaluate. The main instruments used for the gathering and analysis of data during the entire project were productions executed by the students, field notes, reflective records, photographic records and audio records, as well as the application of two questionnaires to both classes.

The present project of supervised pedagogical intervention revealed, in a general sense, that the manipulation and observation of the Cuisenaire Bars, followed by an interactive and reflective action regarding the executed tasks using these bars, contributed to the development of mathematical abstraction, as well as the students' logical thinking, encouraging them to discover and explore concepts that are the foundation of the majority of the studied contents.

Keywords: Cuisenaire Bars; Manipulable Materials; Multiplication; Patterns and Regularities.

Índice

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Capítulo I – Introdução

O presente projeto de intervenção pedagógica supervisionada insere-se no âmbito da unidade curricular de Estágio, do 2.º ano do Ciclo de estudos conducente ao grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, no ano letivo de 2018/2019.

O projeto intitula-se "A utilização das Barras Cuisenaire no ensino e aprendizagem da Matemática: Uma experiência com alunos do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico" e será implementado em duas turmas distintas, nomeadamente, numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico e, posteriormente, numa turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Ambas as escolas se situam no centro da cidade de Braga.

Os principais objetivos deste projeto são: proporcionar aos alunos uma experiência didática com as Barras Cuisenaire tornando a aprendizagem da matemática mais significativa e perceber de que forma é que este material manipulável ajuda os alunos a compreender melhor os conceitos matemáticos que irão ser abordados ao longo das intervenções planificadas.

No primeiro ponto deste capítulo irá ser abordada a pertinência do tema escolhido e a justificação para a sua escolha. De seguida será feita referência aos objetivos e às questões de investigação que orientaram a realização deste projeto de intervenção e, por fim, no último ponto será apresentada a estrutura deste relatório.

1.1. Contextualização e pertinência do tema

O nosso mundo está a mudar, tornando-se cada vez mais tecnológico. Neste sentido, os cidadãos que estamos a formar nas escolas necessitam de gostar e de compreender as abordagens matemáticas pois é necessário que, para acompanhar a evolução tecnológica que estamos a testemunhar, os alunos sejam matematicamente alfabetizados (Associação Professores de Matemática, 1993).

Para que os alunos sejam bem sucedidos na aprendizagem da matemática, é necessário que novas estratégias sejam utilizadas e que, por sua vez, o ensino tradicional e mecanizado da matemática seja afastado.

> Os professores estão a encorajar os alunos a investigar, discutir, questionar, verificar. Estão a dar maior incidência às explorações e à comunicação. Estão a utilizar variadas estratégias para avaliar o progresso dos alunos. Estão a tornar a matemática acessível a todas as crianças, ao mesmo tempo que lhes mostram o seu valor e beleza (APM, 1993, p. 6).

Neste sentido, o presente projeto recorreu à utilização das Barras Cuisenaire como estratégia de intervenção para que os alunos fossem agentes ativos na construção do próprio saber e desenvolvessem competências que lhes vão ser úteis no seu dia-a-dia. Através da manipulação do material escolhido para a realização deste projeto, espera-se que os alunos "façam conjeturas, cheguem a conclusões e argumentem em defesa dos seus raciocínios" (APM, 1993, p. 7), atribuindo sentido às experiências que estão a vivenciar assim que forem estabelecidas "conexões entre tópicos da matemática, entre o concreto e o abstrato, entre conceitos e destrezas, e entre a matemática e outras áreas do currículo" (APM, 1993, p. 7).

O projeto procura então salientar que a aprendizagem de conceitos matemáticos deve ser realizada de um modo informal, baseando-se em experiências pessoais do mundo real das crianças, proporcionando ao aluno uma reflexão sobre a sua construção de conhecimentos (Candeias, 2008; Rocco & Flores, 2010).

Assim sendo, a escolha do tema prendeu-se com as carateristicas das duas turmas onde o projeto foi implementado e com o ano de escolaridade em que cada uma delas se encontrava. Este projeto foi bastante relevante para ambas as turmas, no entanto, o que me levou a realizá-lo foi precisamente o tipo de ensino observado no 1.º Ciclo. Durante o período de observação no 1.º Ciclo percebi que na turma era conservado o paradigma de que "o professor era o detentor do conhecimento e o aluno aprendia ao repetir e memorizar o conteúdo passivamente" (Rocco & Flores, 2010, p. 74), acontecendo uma transmissão do conhecimento de uma geração mais velha para uma geração mais nova, o que me levou à conclusão de que os alunos necessitavam de vivenciar novas experiências matémáticas.

Neste contexto do 1.º Ciclo, a utilização das Barras Cuisenaire esteve intimamente relacionada com a operação de multiplicar e com conceitos matemáticos que lhe são próximos, como por exemplo: a multiplicação como adição de parcelas iguais, o reconhecimento (utilizando uma disposição retangular) da propriedade comutativa da multiplicação e também a noção de múltiplo e de fator. O objetivo do projeto no âmbito do 1.º Ciclo foi que os alunos percebessem como se podem construir os produtos através de experiências físicas com as Barras Cuisenaire, dando sentido à tabuada que já sabiam de uma forma memorizada.

Por sua vez, no 2.º Ciclo, a intervenção foi realizada com base no capítulo das Sequências e Regularidades. A identificação de padrões com o auxílio das Barras Cuisenaire ajudou os alunos na compreensão de conceitos tais como: termo, ordem de um termo, lei de formação e expressão geradora.

A compreensão destes conceitos irá, certamente, favorecer a compreensão de conceitos algébricos mais abstratos que serão desenvolvidos em anos posteriores (APM, 1994).

Com tudo isto, este projeto pretende também evidenciar que "o manual escolar é apenas um, entre muitos, dos recursos do professor. O desenvolvimento dos conceitos pelas crianças é estimulado pelo uso extensivo de materiais concretos para representar e descrever ideias matemáticas" (APM, 1993, p. 8).

1.2. Objetivos e questões de investigação

Através da realização deste projeto pretende-se perceber de que forma é que as Barras Cuisenaire ajudam os alunos a compreender os conceitos matemáticos abordados ao longo das intervenções planificadas. Para tal, foram definidas as seguintes questões de investigação:

Q1 – De que forma é que as Barras Cuisenaire são utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas propostas?

Q2 - De que forma é que a utilização das Barras Cuisenaire em sala de aula ajuda os alunos na realização das tarefas propostas?

Q3 - Quais são as dificuldades sentidas pelos alunos durante a utilização das Barras Cuisenaire?

Q4 - Os alunos conseguem transferir as aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire para outras questões curriculares?

1.3. Organização do relatório

O presente relatório encontra-se dividido em cinco capítulos.

No primeiro capítulo consta a introdução e uma breve contextualização do tema em estudo evidenciando a sua pertinência nas turmas onde foi implementado. Faz também menção às questões de investigação a que se pretende dar resposta no decorrer do projeto.

O segundo capítulo trata do enquadramento teórico do tema escolhido e, como tal, procura destacar os referenciais teóricos que sustentaram este estudo. O segundo capítulo subdivide-se em três secções sendo que, em primeiro lugar faz-se uma abordagem às potencialidades e às limitações dos materiais manipuláveis em geral passando depois para uma visão mais especifica das Barras Cuisenaire, indicando igualmente tanto as suas potencialidades como as suas limitações. A terceira secção prende-se com as referências que interligam o material manipulável escolhido aos conteúdos programáticos trabalhados.

O terceiro capítulo fala-nos das estratégias de intervenção e das opções metodológicas que foram tomadas para que o os alunos retirassem o máximo aproveitamento da intervenção, assim como os instrumentos escolhidos para recolher os dados que permitiram a avaliação da mesma. Neste capítulo é também caracterizado o agrupamento onde o projeto foi implementado bem como as turmas onde foram realizadas as intervenções. Por fim, é feita referência à dimensão ética da investigação.

O quarto capítulo trata do desenvolvimento da intervenção pedagógica quer no 1.º Ciclo como no 2.º Ciclo. Em cada um dos ciclos encontramos a descrição de cada uma das aulas planificadas seguida de quatro secções que permitirão dar resposta às questões de investigação no final do projeto. Estas secções apresentam-se como: Utilização, efeitos, dificuldades e transferência de aprendizagens.

No quinto e último capítulo são apresentadas as conclusões deste relatório. Tendo por base as quatro secções de cada aula são respondidas as questões de investigação propostas para este projeto. Neste capítulo são ainda apresentadas algumas limitações do projeto, bem como algumas recomendações que servem como advertência a quem um dia o quiser aplicar.

Capítulo II – Enquadramento Teórico

Este capítulo procura evidenciar a pertinência da utilização dos materiais manipuláveis em contexto de sala de aula tendo por base os ideais de vários autores. No decorrer da sua leitura é possível encontrar três secções distintas. A primeira secção aborda os materiais manipuláveis na generalidade e encontra-se subdividida em duas partes. A primeira parte procura evidenciar as potencialidades deste recurso pedagógico e a segunda parte remete para as suas limitações.

A segunda secção deste capítulo centra-se, em específico, nas Barras Cuisenaire, mencionando em primeiro lugar e, à semelhança do que encontramos na secção anterior, as suas potencialidades e em segundo lugar, as suas limitações.

Na terceira e última secção são referenciados os dois conteúdos curriculares escolhidos para trabalhar com as Barras Cuisenaire ao longo do presente projeto de intervenção. No 1.º Ciclo tratamos da multiplicação e dos seus diversos aspetos e no 2.º Ciclo as sequências e regularidades. Esta última secção procura assim salientar as vantagens das Barras Cuisenaire para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos associados a tais conteúdos.

1.1. A utilização de materiais manipuláveis na sala de aula

De acordo com Gattegno (s.d.), existem dois tipos de conhecimento: um consiste em «saber como» e o outro em fixar por meio da memória. Já nos anos 60, este autor constatava que o ensino da matemática envergava por um caminho que valorizava sobretudo a memorização dos conteúdos.

Na atualidade, de forma a contornar a tendência mecanicista da matemática, vários são os autores que advertem para o facto de que, logo desde muito cedo no percurso escolar das crianças, o ensino da matemática se centra bastante nos símbolos e fórmulas e na construção dedutiva a partir desses símbolos. Este método de ensino mais tradicional leva a que os alunos memorizem as fórmulas e depois as apliquem conforme solicitadas, executando processos mecânicos para obter a resposta certa, comprometendo a aprendizagem futura e o uso da matemática (APM, 1998; Candeias, 2008; Nabais, s.d.).

Neste sentido, de forma a contrariar a ideia de que o professor é o detentor do conhecimento e de que os alunos aprendem repetindo e memorizando passivamente, têm-se utilizado estratégias que "têm vindo, ao longo das últimas décadas, a ganhar relevo como meio facilitador de uma aprendizagem significativa de diversos conceitos e relações matemáticas" (Oliveira, 2008, p. 25), permitindo que os alunos possam ter um papel ativo na aquisição do conhecimento matemático.

Uma destas estratégias trata-se da utilização de materiais manipuláveis em sala de aula.

1.1.1. Potencialidades dos materiais manipuláveis

Os materiais manipuláveis permitem que o conhecimento matemático seja construído a partir de objetos concretos, pois, desta forma, o aluno consegue observar, confrontar e relacionar os múltiplos aspetos que o envolvem. Esta estratégia constitui uma vantagem para a aquisição do conhecimento matemático, sobretudo, quando são utilizados de uma forma constante interligando as diversas experiências com as vivências dos alunos permitindo que estes sejam um agente autónomo na construção do saber (Candeias, 2008; Nabais, s.d.).

Os materiais manipuláveis constituem um recurso poderoso, uma vez que, permitem às crianças atribuir com mais facilidade significado às aprendizagens que decorrem durante a sua utilização. Sendo os alunos parte envolvente no processo de aprendizagem, todos os seus sentidos acabam por ser trabalhados através da utilização deste recurso (Reys, 1971; Moreira e Martinho, 2015). Deste modo, a sala de aula torna-se um lugar de estímulo para os alunos, visto que estes, através da utilização dos materiais manipuláveis, podem "criar situações variadas e ricas em elementos de intuição" (Nabais, 1968, p. 61), diminuindo, assim, a constatação de "uma transmissão de conhecimento de uma geração mais velha para uma geração mais nova" (Rocco e Flores, 2010, p. 74).

Importa referir que as operações matemáticas foram, antes de tudo, ações realizadas em objetos físicos. Seguindo esta mesma lógica, Rocco e Flores (2010) recomendam que nas salas de aula, antes de que um dado conteúdo seja abordado pela primeira vez, os alunos tenham a possibilidade de observar e manipular objetos físicos para chegarem aos conceitos que são a base do mesmo. Desta forma, a utilização de materiais manipuláveis possibilita não só que a abstração matemática seja desenvolvida de uma forma mais intuitiva, mas também o desenvolvimento do espírito investigativo e científico, o que, de certa forma, aproxima a Matemática das Ciências (Rocco e Flores, 2010).

A abstração matemática não resulta apenas da manipulação dos materiais. "Nota-se que a abstração matemática é vista como resultado de uma ação interativa e reflexiva sobre os objetos, não bastando simplesmente manipulá-los e observá-los" (Rocco e Flores, 2010, p. 70) e por isso torna-se fundamental que o aluno seja capaz de refletir sobre a forma como constrói o conhecimento. Desta forma, ele será capaz de compreender os conteúdos trabalhados e, consequentemente, os símbolos e fórmulas são apenas utilizados em resultado de uma necessidade de expressão das ideias matemáticas. Em suma, estes símbolos traduzirão a atividade mental dos alunos e não uma aplicação mecânica resultante da memorização (Candeias, 2008; Nabais, s.d.), pois

> Raramente perdura a recordação de alguma coisa que não percebemos, enquanto que dificilmente esqueceremos o que fazemos por nós próprios, do princípio ao fim. Se fazemos qualquer coisa certa, é porque temos dentro de nós tudo o que precisamos para fazê-lo, e não

> devemos ter medo de esquecer, porque não se trata de nada que seja preciso lembrar. Depois de o termos vivido inteiramente, podemos revivê-lo uma e outra vez (Gattegno, s.d., p. 86).

Neste sentido, é necessário que a relação dos alunos com o material seja mediada, com vista a que estes possam retirar desta experiência o máximo da sua potencialidade com a criação de situações problemáticas que os alunos devem resolver e analisar (Nabais, 1965). Desta forma, os materiais manipuláveis serão benéficos para o aluno pois "a experiência, que adquirir, ajudá-lo-á a resolver os problemas que lhe apresentem na escola, porque compreenderá melhor o sentido do que faz e saberá o que tem a fazer e como deve actuar" (Gattegno, s.d., p. 52).

Para o atingir de uma "abstração" é essencial que, numa primeira fase, o aluno tenha presente suportes dos elementos concretos com que aprendeu a realidade, mesmo que o objetivo final seja o "afastar" de qualquer coisa concreta. Isto é, o aluno necessita de apreender a realidade através do recurso a objetos e modelos concretos relacionados com o mundo real para que, mais tarde, estes evoluam e se transformem em conceitos presentes na sua mente. Deste modo, é importante que os alunos tenham acesso a atividades orientadas para a adaptação às necessidades da comunidade e a utilização de recursos locais, de forma a que este tire proveito da grande variedade de situações oferecidas pelo meio envolvente. É feita, assim, uma interligação entre a matemática e situações da vida prática do estudante (Moreira e Martinho, 2015; Ponte e Serrazina, 2000; Rocco e Flores, 2010).

Através de explorações de situações matemáticas, os alunos vão repetindo a resolução de problemas, errando e corrigindo os seus erros à medida que os repetem. Este processo, permite que os alunos vão aprendendo através da "tentativa-erro", construindo o conhecimento e ganhando confiança na resolução de problemas mais complexos.

Para atingir este objetivo, é fundamental que os alunos trabalhem com o material, ao mesmo tempo que comunicam com os seus colegas. Este exercício de comunicação favorece a discussão, a troca de argumentos e, consequentemente, uma aprendizagem mais significativa. Por outro lado, esta comunicação funciona também como uma ferramenta que ajuda os professores a perceber se os alunos estão a compreender ou não as noções em estudo (Abreu, 2013; Almiro, 2004).

Neste sentido, os materiais manipuláveis vão ao encontro das orientações para a aprendizagem da matemática, uma vez que, como explica Caldeira (in Ponte, 2017, p. 17), apontam para um processo ativo, onde a criança possa construir, modificar e integrar ideias com o mundo físico, materiais e com os seus pares.

1.1.2. Limitações dos Materiais Manipuláveis

Rocco & Flores (2010) defendem que a manipulação de objetos concretos é um caminho privilegiado para a descoberta mental e a abstração matemática, pois "o aluno que constrói o conhecimento matemático a partir da realidade consegue observar, confrontar e relacionar os seus múltiplos aspetos" (Candeias, 2008, p. 52), no entanto, para Almiro (in Abreu, 2013, p. 18) cabe ao professor o papel de mediador de toda esta atuação, pois é este que tem de decidir como, quando e porquê determinado material deve ser utilizado.

Importa referir que o material manipulável não pode ser visto como um substituto do professor, isto porque a manipulação deste, por si só, não garante uma aprendizagem significativa. Este recurso cumpre as suas funções quando é aliado a uma ação reflexiva onde os alunos alcançam uma atividade mental e não somente manipulativa. Para que tal aconteça, é fundamental que exista um grande nível de conhecimento em relação ao material, bem como das suas potencialidades e limitações. Só desta forma poderá ser utilizado corretamente, facilitador do processo de ensino e aprendizagem (Abreu, 2013; Lorenzato, 2006). No entanto, se o material não se adequar às relações matemáticas trabalhadas ou, por exemplo, se for "usado apenas pelos alunos com maiores dificuldades, os alunos vão ser relutantes em utilizá-los" (Pinheiro, 2012, p. 21), comprometendo a eficácia dos materiais em contexto de sala de aula.

Neste contexto, é necessário compreender que "os materiais não são mágicos e não detêm o significado e discernimento por si só" (Botas, 2008, p. 35). Por isso, existem outros fatores que contribuem para o sucesso desta estratégia, nomeadamente, o papel do professor, assim como a predisposição dos alunos para trabalharem com os materiais. Assim,

> se os alunos não trazem com eles os conhecimentos que o professor espera, não é fácil para os alunos relacionarem as suas interações com os materiais e com as estruturas existentes. Eles não interpretam os materiais como o professor espera e o uso de materiais concretos dará provavelmente apenas a conexões ao acaso (Matos e Serrazina, 1996, p. 196).

Pode-se, então, concluir que o possível insucesso da utilização dos materiais manipuláveis na sala de aula se deve especialmente a dois fatores. Se, por um lado, os alunos podem não estar dispostos a colaborar com este modelo de aprendizagem, por outro lado, o professor pode não estar devidamente familiarizado com o material para poder retirar o máximo aproveitamento deste recurso, não dominando os conhecimentos científicos e didáticos que irão permitir ao aluno ter um papel ativo e reflexivo na construção do seu saber (Abreu, 2013; Vale, 2000). Para além destas, é ainda possível referir que "o eventual uso de algum material diferente na sala de aula pode acarretar um risco de dispersão dos alunos durante a atividade" (Vale, 2000, p. 71), bem como alguma agitação, o que pode constituir um impedimento para o bom rendimento da utilização de materiais.

Apesar destas limitações, "os materiais manipuláveis, são bons facilitadores para representar e descrever ideias matemáticas. Assim, a sua manipulação e exploração propiciam um ambiente de experiência Matemática, onde os alunos podem testar e provar as suas conjeturas, bem como comunicar as suas ideias" (Abreu, 2013, p. 5).

1.2. Barras Cuisenaire

São vários os materiais manipuláveis que se apresentam como recursos poderosos no contexto de aprendizagem em sala de aula, como, por exemplo, os Blocos Lógicos, o Tangram, o Geoplano, bem como as Barras Cuisenaire. Este último material manipulável foi o escolhido no âmbito deste projeto de intervenção. Assim, as Barras Cuisenaire foram utilizadas de forma a que os alunos passassem a assumir um papel de agentes ativos na construção do próprio conhecimento em vez de serem apenas recetores passivos.

1.2.1. Referência Histórica

As Barras Cuisenaire, como o próprio nome indica, foram inventadas por Georges Cuisenaire, um professor primário e músico belga. Durante as suas aulas, Cuisenaire reparou na facilidade que os seus alunos tinham em aprender e memorizar letras de músicas e, em contrapartida, na dificuldade que sentiam no que tocava às questões relacionadas com a matemática. Ao observar este paradigma, resolveu criar algo que diminuísse a antipatia das crianças por esta ciência e foi então que pensou nas barras, semelhantes a um instrumento musical, para auxiliar o ensino da matemática de uma forma que não tivesse por base a memorização (Gattegno, s.d.).

Mais tarde, Caleb Gattegno aliou-se a Cuisenaire e impulsionou a utilização deste material um pouco por todo o mundo, afirmando que a sua missão era "desenvolver e aperfeiçoar" o aproveitamento das barras de forma a que esta "solução" chegasse a quem dela necessitasse (Gattegno, s.d.).

Este material "é constituído por prismas quadrangulares regulares que formam subconjuntos de barras com a mesma cor e com o mesmo tamanho" (Material fornecido na disciplina de Ensino e Aprendizagem da Matemática dos 6 aos 12 anos, 2017). Todas as alturas são múltiplas da do cubo branco que representa o número 1, em 10 cores diferentes e em 10 tamanhos proporcionais. Sendo assim, estas barras podem ser usadas como modelo para os números de 1 a 10, se a barra branca for associada ao valor 1, a vermelha ao valor 2 e assim sucessivamente.

1.2.2. Potencialidades das Barras Cuisenaire

Vale (2000) refere que, num ensino de caráter construtivista, a matemática como construção dedutiva a partir de fórmulas e símbolos não é suficiente para que os alunos alcancem o pensamento abstrato, pelo que se recorre a bases concretas. Estas bases concretas com que se aprende matemática necessitam de ser movíveis, permitindo que os alunos as possam transformar, descobrindo e visualizando interessantes relações que não são possíveis de perceber de igual forma se a matemática for ensinada através de desenhos e recursos estáticos, uma vez que o espírito investigativo do aluno acaba por não ser estimulado.

Neste sentido, de acordo com Gattegno (s.d.), as Barras Cuisenaire satisfazem a condição de mobilidade pois permitem que os alunos descubram muitos processos matemáticos durante a sua manipulação. Por ser um material que permite ser manipulado, os alunos vão errando e corrigindo as suas respostas aos desafios propostos, sempre com confiança e sem desmotivarem, desenvolvendo um alto nível de interesse e potencializando o espírito de iniciativa.

Ao proporcionar aos alunos a oportunidade de aprender matemática através da manipulação das Barras Cuisenaire está-se a fomentar uma atividade lúdica. A ludicidade deste material manipulável ganha sentido quando a professor distribui as barras pelos alunos e não as relaciona diretamente com aspetos matemáticos, dando-lhes a oportunidade de se familiarizarem com o material e descobrirem por eles mesmos as relações matemáticas que lhes são subjacentes. Esta familiarização dos alunos com as Barras Cuisenaire consegue-se normalmente através de jogos livres, uma vez que, só se conseguirá o máximo rendimento desta atividade se não for dirigida pelo professor (Gattegno, s.d.).

Ao utilizar as Barras Cuisenaire como estratégia de ensino “todos os processos matemáticos se apresentam como facetas de divertidos jogos de aplicação das pedras, dando lugar a uma contínua e coerente ilustração que desenvolve a penetração matemática da criança” (Gattegno, s.d., p. 102).

Durante este processo de familiarização com o material a criança fica a conhecer as carateristicas das Barras Cuisenaire através de construções representativas dos seus próprios interesses. A partir dos momentos de exploração livre, os alunos percebem que as barras da mesma cor são do mesmo comprimento e vice-versa. Desta forma, alcançam a noção de que as barras de cores diferentes têm comprimentos diferentes e que só é possível conseguir comprimentos iguais entre estas diferentes barras se determinadas barras forem unidas pelas suas extremidades. Compreendem, também, que é possível substituir qualquer barra por um número equivalente de barras brancas (que vale 1). Por exemplo, a barra rosa, representativa do número 5, pode ser substituída por cinco barras brancas

(Gattegno, s.d.). No entanto, “é importante não ensinar estas coisas à criança, nem esperar que ela diga que as sabe” (Gattegno, s.d., p. 15), uma vez que, o aluno é aqui a origem do seu próprio conhecimento.

As Barras Cuiseanire possuem um caráter polivalente que vai muito para além de serem apenas um instrumento de ensino que descura a tendência mecanicista da matemática. Desenvolvem a motricidade fina, o sentido de espaço, a atenção e a memória. São um contexto ideal para que as crianças desenvolvam a criatividade, a capacidade de associação e de dedução, a comunicação e o raciocínio matemático. Facilitam a aquisição e a compreensão do saber por parte da criança. Desenvolvem uma grande variedade de ideias e relações matemáticas em diferentes conteúdos e com diferentes graus de complexidade (Material fornecido na disciplina de Ensino e Aprendizagem da Matemática dos 6 aos 12 anos, 2017). A exploração das Barras Cuisenaire revela diversos traços dos alunos, como por exemplo: “a capacidade de invenção, a inesgotável capacidade de renovação dos jogos, o sentido das formas (...) (Gattegno, s.d., p. 10).

Desta forma, relembrando que os alunos necessitam de se envolver na atividade e no processo de reflexão, não bastando apenas a manipulação dos materiais para que a apropriação de novas ideias e conhecimentos seja alcançada, Gattegno (s.d.) sugere que ao utilizar as Barras Cuisenaire como material manipulável, primeiramente se deve deixar que os alunos explorem todas as hipóteses que se prendem com o tipo de manipulação a ser trabalhada, e só depois de testarem todas as aplicações possíveis é que se deverá pedir para comunicarem todas as suas descobertas, quer verbalmente, quer por escrito. Desta forma, através da manipulação das barras Cuisenaire, os alunos serão capazes de atribuir significado às experiências vivenciadas e transpô-las para a matemática formal, compreendendo assim o sentido dos símbolos e fórmulas utilizados. Com as barras de Cuisenaire, “o tipo de conhecimento baseado na aptidão precede a escrita e dá-lhe sentido” (Gattegno, s.d., p. 87).

Gattegno (s.d.) menciona que as Barras Cuisenaire são um material manipulável que abrange todos os níveis de escolaridade. É errado pensar-se que, por parecerem brinquedos para crianças pequenas, não podem ser um instrumento de auxílio para os alunos mais velhos quando estes apresentam dificuldades em compreender os conceitos que se pretende trabalhar. Além de ajudar a clarificar conceitos matemáticos, as Barras Cuisenaire têm como mais valia, que é também comum a outros materiais manipuláveis, o facto de que, cada tarefa proposta com base neste material, poder ser formulada de acordo com o grau de desenvolvimento dos alunos, podendo oscilar entre graus bastante distantes uns dos outros. Independentemente da idade, se os alunos forem estimulados através de uma correta utilização das Barras Cuisenaire, desde logo perceberão que este recurso os poderá ajudar a pensar e a resolver problemas que consideravam difíceis.

A matemática pode ser abordada de uma forma não sequencial, método este que pode também ser aplicado durante a utilização das barras Cuisenaire. Visto que a aplicação deste recurso se centra bastante em jogos matemáticos, as crianças podem trabalhar qualquer parte do currículo mediante uma serie de jogos não obedecendo a uma ordem especifica, retirando de cada um deles uma experiência diferente. Contudo, este material também permite que se comece pelos temas iniciais e, conforme as crianças vão estruturando o seu pensamento abstrato, vai-se transitando de um campo para outro, tendo sempre como base o que se foi percebendo anteriormente (Gattegno, s.d.), indo ao encontro da "estrutura curricular sequencial" (MEC, 2013, p. 1), partindo do principio de que a "aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente" (MEC, 2013, p. 1), ou seja, para que o aluno vá adquirindo conhecimentos mais avançados, é essencial que antes tenha aprendido outros conteúdos basilares.

1.2.3. Limitações das Barras Cuisenaire

A utilização das Barras Cuisenaire ao longo dos anos, em contexto de sala de aula, permitiu que diversos professores e investigadores da área percecionassem que, apesar das inúmeras vantagens que residem neste material, também existem aspetos que não o tornam exímio na sua função.

Posto isto, são diversos os autores que convergem na identificação de limitações a ter em conta na sua utilização.

Primeiramente, e apesar deste projeto de investigação se centrar exclusivamente no estudo de tarefas com Barras Cuisenaire, aconselha-se que, no dia-a-dia de uma sala de aula se verifique a utilização de diversos materiais manipuláveis. A utilização restrita das Barras Cuisenaire é considerada desapropriada pois "a criança precisa de numerosas experiências concretas , em numerosas situações diferentes. Caso contrário, corre-se o risco de ela se prender demasiadamente a determinada propriedade concreta do material, dificultando-lhe e até impedindo-lhe o processo normal da abstração" (Gattegno, s.d., p. 12). Por sua vez, também Nabais chama a atenção para "o uso exclusivo deste material e a sobrevalorização das competências percetivas, com a memorização do código de cores" (Candeias, 2008, p. 68). Ainda sobre esta limitação, Brissiaud (in Candeias, 2007, p. 198) refere "o facto da aprendizagem com o material Cuisenaire poder resultar apenas da memorização do código de cores e não do estabelecimento de relações entre as diferentes pedras do material".

Gattegno (s.d.) refere que outra das limitações deste material aparece no facto de as barras serem apresentadas às crianças já contruídas e com um número atribuído impedindo as crianças de serem elas a construí-lo, acabando por lhes ser imposto o tamanho da barra em si.

Este inconveniente leva a que, para decifrarem o número que cada barra representa, os alunos necessitem de as medir com barras brancas. Este autor defende, ainda, que, por não terem um acesso direto ao cardinal de cada uma das barras, as crianças acabam, muitas vezes, por se prenderem demasiado à cor das barras e fixarem-se nesta propriedade concreta do material. Para que as crianças usufruam de uma aprendizagem significativa com as Barras Cuisenaire, necessitam de desenvolver a capacidade de abstração que lhes permite associar a barras distintas números distintos.

Ainda, tendo em conta que "os alunos têm sempre que medir a pedra, comparando-a com a unidade, antes de contarem" (Candeias, 2008, p. 68), é possível constatar o facto deste material não ser adequado a idades em que as crianças ainda não aprenderam a contar, pois para que seja possível medir alguma coisa é necessário, em primeiro lugar, saber contar, não parecendo lógica esta sequência de acontecimentos.

Gattegno (s.d.) refere ainda que, por não se encontrarem definidas as unidades em cada uma das barras, estas são muitas vezes tratadas pelas crianças como um conjunto singular, inibindo-as de contar os seus elementos. "O cardinal de cada conjunto ressalta dele espontaneamente como qualquer outra propriedade (a cor por exemplo), anteriormente a qualquer manipulação ou medida" (Gattegno, s.d, p. 22). Por último, o mesmo autor menciona que, a relação entre números e cores, em muitos dos casos não é vantajosa para as crianças, pois, frequentemente associam uma cor, que é algo concreto, a um número, que por sua vez, é algo abstrato. Assim, quando ouvimos alguma criança a mencionar que, por exemplo, o número quatro é rosa é necessário trabalhar o pensamento abstrato para que esta ideia imprópria não se traduza num conceito errado de número (Gattegno , s.d.).

Muitas destas limitações têm maior significado em idades do pré-escolar, porém, algumas destas fraquezas foram também observadas nas faixas etárias onde este projeto foi desenvolvido, nomeadamente, o facto das barras serem já apresentadas aos alunos com um tamanho definido, impossibilitando muitas vezes que estes soubessem que número era atribuído a cada barra de uma forma espontânea, acabando muitas vezes por se auxiliarem da ilustração estampada na caixa do material recorrendo à legenda do material.

Independentemente dos problemas associados às Barras Cuisenaire, este material continua a ser detentor de um potencial que se traduz em diversos momentos de aprendizagem significativos para os alunos. Porém, nunca é demais ressalvar as suas limitações de modo a que os professores sejam conscientes das questões acima referidas no momento da sua escolha, pois "a seleção dos materiais a serem usados na sala de aula deve ser feita de forma contextualizada, onde deverão ser tidos em conta aspetos como o conteúdo a ser trabalhado, os objetivos que se pretendem atingir, o tipo de aprendizagem que se espera alcançar, assim como o contexto escolar" (Abreu, 2013, p. 11).

1.3. Barras Cuiseanire na aprendizagem de conceitos: exemplos

As barras Cuisenaire apresentam uma grande variedade de potencialidades e de uso no contexto da sala de aula. Assim, podem ser utilizadas como auxílio na aprendizagem de diversos conteúdos.

Neste projeto de intervenção este material foi utilizado na abordagem de dois temas em particular. No 1.º Ciclo, foi trabalhada a multiplicação. No 2.º Ciclo, por outro lado, foi desenvolvido o tem dos padrões e regularidades.

1.3.1. Multiplicação

Gattegno (s.d.) afirma que o ensino da matemática começa sempre pela aprendizagem da contagem. "Começamos pela unidade e, aprendendo a contar, supomos que estamos a adquirir o «sentido dos números» (Gattegno, s.d., p. 7). Neste seguimento, o autor reconhece que os professores perdem algum tempo na habilidade de contar pelos dedos. Assim que esta competência está mecanizada, os alunos devem ser capazes de dar respostas sem voltar a esta operação através da qual aprenderam a contar, passando imediatamente para um nível de abstração que lhes permite responder corretamente usando os números como objetos mentais.

Com a multiplicação passa-se o mesmo. Os alunos memorizam as tabuadas e aprendem a "cantá-las", socorrendo-se de uma atividade rítmica para que a resposta a uma qualquer pergunta seja rapidamente respondida. Porém, se queremos que a tendência mecanicista da matemática desapareça e que os alunos deixem de percorrer as tabuadas para chegarem a um produto entre dois fatores, temos que eliminar a sua aprendizagem memorística e proporcionar atividades onde os alunos comprovem empiricamente as propriedades das operações, neste caso mais específico, as propriedades da multiplicação (Cascallana, 1988; Gattegno, s.d.).

As Barras Cuisenaire permitem trabalhar a multiplicação através de jogos. Nestes jogos, as crianças não sentem a necessidade de memorizar a tabuada pois, através da manipulação do material e de uma ação reflexiva sob este objeto concreto, conseguem chegar rapidamente ao produto de dois fatores escolhidos ao acaso, descobrindo muitas e interessantes relações entre eles (Gattegno, s.d.). Esta predisposição para conhecer os produtos e os fatores sem que seja necessário terem a tabuada memorizada, através de jogos, potencia aos alunos o conhecimento de muitos mais produtos do que aqueles que se abordam normalmente no 1.º Ciclo, onde as tabuadas acabam, normalmente, no 10x10=100 (Gattegno, s.d.).

Cascallana (1988) evidencia ainda que com as Barras Cuisenaire podem ser abordados vários aspetos da multiplicação, como por exemplo, a multiplicação como adição de parcelas iguais, o reconhecimento (utilizando uma disposição retangular) das propriedades comutativa e distributiva, bem como as noções de fatores e de múltiplos, exemplificados nas intervenções descritas no Capítulo IV. A nível da multiplicação, este material pode ainda ser usado como instrumento para desenvolver o sentido tridimensional e o sentido de número.

Por serem um material que permite alternar a sequência dos conteúdos trabalhados, a multiplicação, quando trabalhada com as Barras Cuisenaire, não tem de aparecer relacionada com as restantes operações. "Por exemplo, a divisão pode derivar-se diretamente da adição, não exigindo, como antes, o prévio conhecimento da tabuada de multiplicar" (Gattegno, s.d., p. 102).

Neste sentido, considera-se que as Barras Cuisenaire são um recurso que diminui o desânimo pela matemática, ajudando os alunos na destreza do cálculo de produtos.

A multiplicação com as Barras Cuisenaire pode ser trabalhada nos diversos níveis de escolaridade, pois em todos eles se encontram alunos com dificuldades no domínio desta operação. Estas dificuldades, por sua vez, não se prendem necessariamente com o facto dos alunos não saberem a tabuada, pois, em muitos dos casos, memorizam-na. A dificuldade das crianças reside sim em entenderem o sentido desta operação, daí existir alguma antipatia pela matemática (Gattegno, s.d.).

1.3.2. Padrões e Regularidades

O tópico de Padrões e Regularidades possibilita que as crianças estabeleçam conexões entre a Matemática e o mundo real, pois quando estas são estimuladas a observar padrões que encontram presentes no seu dia-a-dia e a exprimi-los matematicamente, atribuem um significado ao que aprendem na escola, alimentando "o tipo de pensamento matemático que constitui a base para ideias mais abstratas estudadas nos níveis posteriores" (APM, 1994, p. 72).

Esta aprendizagem torna-se ainda mais significativa quando este tópico é trabalhado com materiais manipuláveis, neste caso específico com as Barras Cuisenaire. "Deve-se usar materiais concretos e figuras para ajudar as crianças a reconhecerem e a criarem padrões e relações" (APM, 1994, p. 72).

As crianças necessitam de estímulos visuais que as prendam à Matemática e as façam interessar-se pelo que estão a aprender. Neste sentido, as Barras Cuisenaire constituem um recurso visual e tátil que permite aos alunos analisarem e descreverem as relações matemáticas que depreendem através da sua manipulação, bem como explorar o uso de variáveis e de frases abertas para exprimirem essas mesmas relações (APM, 1998).

A utilização das Barras Cuisenaire neste tópico do currículo é bastante enriquecedora, uma vez que as propriedades que as constituem, como por exemplo as suas diferentes cores, são benéficas para a construção de regularidades e para a sua generalização. Neste sentido, ao utilizarem as barras Cuisenaire, os alunos conseguem criar as suas próprias regularidades, generalizando-as e, a partir daqui ser capazes de prever respostas empregando uma fórmula que permita obter, para cada ordem, o termo da regularidade que lhe corresponde (Gattegno, s.d.).

Se repararmos, ambos os tópicos escolhidos para trabalhar com as Barras Cuisenaire relacionam-se entre si. A multiplicação não é, nada mais nada menos, do que a soma de parcelas iguais, ou seja, uma regularidade. "As crianças devem começar a aperceber-se que a regularidade é a essência da matemática" (APM, 1994, p. 72). Neste sentido, com a utilização das Barras Cuisenaire, as relações matemáticas podem "ser desenvolvidas intuitivamente através da observação de regularidades e do trabalho com padrões generalizáveis" (APM, 1994, p. 72).

Capítulo III - Estratégias de Intervenção

O presente projeto de intervenção procurou adotar uma metodologia que se identifica com as caraterísticas do modelo de investigação-ação.

> A investigação-ação parte do pressuposto de que o profissional é competente e capacitado para formular questões relevantes no âmbito da sua prática, para identificar objetivos a prosseguir e escolher as estratégias e metodologias apropriadas, para monitorizar tanto os processos como os resultados (Máximo-Esteves, 2008, pp. 9-10).

É de referir que a metodologia escolhida para a implementação deste projeto se carateriza por ser um processo cíclico e, por isso, os ciclos de intervenção deste projeto descreveram sempre a mesma ordem de ações: observar, planificar, agir e avaliar.

À luz do que referem Latorre (2004) e Moreira (2017), através da observação realizada em ambas as turmas, foram formuladas quatro questões às quais o projeto deve responder. As questões formuladas tiveram por base problemas verificados durante o período de observação e que considerei serem relevantes para serem tratadas ao longo deste projeto.

Assim que as questões de investigação foram decididas, foi traçado um plano de intervenção para que os constrangimentos verificados fossem ultrapassados. Este plano sofreu alguns ajustes à medida que ia sendo implementado, adaptando-se deste modo a situações que não estavam previstas. No decorrer de todo o projeto foram recolhidas evidências que possibilitaram uma reflexão mais detalhada das intervenções, permitindo a avaliação dos resultados obtidos com vista a perceber o que correu menos bem. Estes momentos de reflexão foram sempre imprescindíveis para a elaboração de novas planificações que, por sua vez, procuraram sempre melhorar os aspetos mais indigentes.

De acordo com o que foi referido anteriormente, este projeto foi cíclico sendo todo o processo desenvolvido como se mostra na Figura 1.

Figura 1 - Esquema da intervenção (Moreira, 2017, p. 20).

De modo a que fosse possível proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa através da manipulação das Barras Cuisenaire, foram previstas algumas estratégias de intervenção que permitiram que estes pudessem retirar o máximo aproveitamento das experiências físicas vivenciadas ao longo do projeto.

As estratégias de intervenção delineadas consistiram em:

Antecipação. Planificar atempadamente as tarefas a implementar, bem como prever as respostas dos alunos a determinadas questões. O facto de antever algumas respostas ou possíveis dúvidas da turma, durante a planificação das sessões, contribuiu para que fosse possível um melhor aproveitamento de todos os raciocínios apresentados e uma aprendizagem matemática mais significativa para os alunos.

Exploração livre. Permitir a manipulação e a exploração livre das Barras Cuisenaire. Neste projeto foi fundamental proporcionar aos alunos a oportunidade de explorarem e de se familiarizarem com o material antes de começarem a executar as tarefas propostas. Durante esta exploração foram relevantes as questões colocadas acerca das construções que os alunos iam fazendo, com o propósito de as aproveitar para ir aplicando os conteúdos matemáticos que foram desenvolvidos posteriormente. As Barras Cuisenaire estiveram sempre à disposição dos alunos para que fosse possível a sua utilização sempre que cada aluno achasse necessário.

Tarefas diversificadas. No decorrer do projeto foi importante recorrer a tarefas diversificadas. Foram proporcionadas algumas tarefas de exploração, outras onde os alunos tiveram de aplicar conhecimentos e ainda alguns problemas.

Comunicação. Estabelecer um diálogo com a turma de forma a relacionar a exploração livre com os conceitos matemáticos a serem trabalhados. Realização das tarefas propostas em pares. O trabalho em pares contribuiu para momentos de reflexão e discussão das tarefas. Desta forma, os alunos trabalharam a comunicação matemática explicando os seus raciocínios. Apresentação e partilha dos resultados obtidos a partir das tarefas. Nos momentos de partilha foi fundamental perceber o impacto da ação planificada. Durante a partilha dos resultados o foco foram sempre as dificuldades que os alunos apresentaram.

Sistematização das aprendizagens realizadas. No final de cada sessão, no momento da síntese final, procurou-se fazer uma sistematização das aprendizagens realizadas em diálogo com os alunos.

Reflexão ao longo da implementação do projeto. Além de refletir sobre a ação implementada, foi importante perceber o que era necessário adaptar relativamente às estratégias utilizadas. É de referir ainda que foi fundamental identificar atitudes nos alunos que mostraram que estes desenvolveram uma experiência que lhes foi significativa, "dado que aprender matemática fazendo-a significa não só manipular objetos, mas também pensar e refletir sobre as tarefas realizadas" (Serrazina, 1990, p. 1).

3.1. Instrumentos de recolha de dados

Para proceder à avaliação do processo de aprendizagem dos alunos ao longo deste projeto recorreu-se a instrumentos de recolha de dados que possibilitaram não só o levantamento de evidências, mas também uma posterior reflexão tanto da prática educativa como dos constrangimentos sentidos pelos alunos. Todos os instrumentos de recolha de dados foram uma mais valia para o melhoramento da intervenção pois permitiram proceder aos ajustes necessários.

De acordo com a classificação de Latorre (2004), os instrumentos de recolha de dados utilizados basearam-se na observação, uma vez que se centraram em fenómenos presenciados por mim, basearam-se também na conversação, tendo em conta a perspetiva dos participantes e por fim na análise de documentos, considerando as produções dos alunos.

Sendo assim, as *produções realizadas pelos alunos* foram recolhidas ao longo das intervenções, tendo como objetivo analisar as respostas relativas às atividades que foram desenvolvendo. Este recurso foi uma mais valia para responder às questões de investigação do projeto, visto que estas fontes de informação permitiram a avaliação do desempenho dos alunos ao longo das intervenções.

As *notas de campo* permitiram, de uma forma mais ligeira, registar momentos considerados relevantes. Estas anotações serviram como auxiliares de memória para que fosse feita uma análise mais detalhada de determinados momentos.

Por sua vez, os *registos reflexivos fruto da observação participante* foram fundamentais na aquisição de informações exatas que, por sua vez, foram complementados com registos de áudio. Estes registos áudio possibilitaram que a interação dos alunos com os materiais e os diálogos fossem analisados com calma, percebendo assim todas as observações, reflexões, interpretações e explicações dos episódios que foram ocorrendo durante as intervenções. A fotografia foi bastante utilizada na medida em que serviu como evidência das situações ocorridas ao longo da intervenção (Latorre, 2004).

A elaboração de um *questionário* contribuiu para perceber se as atividades realizadas motivaram os alunos de alguma forma ao trabalhar com materiais manipuláveis. Aqui, a opinião dos alunos foi bastante importante no sentido de perceber as dificuldades que sentiram na manipulação e exploração das Barras Cuisenaire. Este questionário foi constituído por perguntas fechadas e por espaços para que os alunos pudessem escrever as suas próprias opiniões.

Todas estas fontes de informação tiveram, tal como já foi dito, como objetivo recolher dados que permitissem responder as seguintes questões de intervenção:

Q1 – De que forma é que as Barras Cuisenaire foram utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas propostas?

Q2 - De que forma é que a utilização das Barras Cuisenaire em sala de aula ajudou os alunos na realização das tarefas propostas?

Q3 - Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos durante a utilização das Barras Cuisenaire?

Q4 - Os alunos conseguem transferir as aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire para outras questões curriculares?

A Tabela 1 ilustra os diferentes instrumentos de recolha de dados utilizados para dar resposta a cada uma das questões de investigação.

Tabela 1 - Instrumentos de recolha de dados

	Produções dos alunos	Notas de campo	Observação participante (registo áudio)	Questionário
Q1	✓	✓	✓	
Q2	✓	✓	✓	✓
Q3		✓	✓	✓
Q4		✓	✓	

3.2. Participantes

Este projeto será implementado em duas turmas distintas, nomeadamente, numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico e, posteriormente, numa turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Ambas as escolas onde o projeto será implementado se situam no centro da cidade de Braga, na freguesia de S. Victor.

O agrupamento onde estas duas escolas estão inseridas é composto por sete estabelecimentos de educação e ensino: uma escola básica com 2.º e 3.º Ciclos, um jardim de infância e cinco Escolas Básicas do 1.º Ciclo, três das quais apresentam educação pré-escolar. Apesar das duas escolas pertencerem ao mesmo agrupamento, funcionam em edifícios autónomos e mantêm a sua identidade e denominação própria.

O agrupamento rege-se por três pilares que considera fundamentais para promover a concretização de estratégias educativas centradas nos alunos: ser um agrupamento TEIP (Território Educativo de Intervenção Prioritária), ter um Contrato de Autonomia e ser uma Escola da Rede de Educação Intercultural. Através destes três pilares o sucesso educativo é estabelecido assim como a igualdade de oportunidades, uma vez que, a população adjacente a este agrupamento é bastante heterogénea tanto em termos culturais como económicos.

3.2.1. Caraterização da turma do 3.º ano de escolaridade

A turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico era constituída por vinte e dois alunos, catorze do sexo feminino e oito do sexo masculino, com idades compreendidas entre os oito e os nove anos. Nesta turma existiam quatro alunos que beneficiavam de medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão dos quais dois deles apresentavam medidas universais e seletivas, um aluno com medidas universais, seletivas e adicionais e um outro aluno com um plano individual de estudos tanto a português como a matemática. Neste sentido, o currículo destes quatro alunos era adaptado consoante as necessidades de cada um, sendo que, durante o todo o período de estágio foi desenvolvido um acompanhamento individualizado com cada um deles.

No decorrer deste projeto, os alunos com Necessidades Educativas Especiais foram integrados nas atividades planificadas para toda a turma, no entanto, as tarefas que lhes eram destinadas beneficiaram de algumas adaptações, consoantes as dificuldades apresentadas. Importa referir que, enquanto desenvolvia as atividades com a restante turma, estes quatro alunos foram acompanhado pela professora titular e pela colega de estágio que os auxiliaram de uma forma mais próxima para também conseguirem ser parte integrante nas atividades da restante turma.

Nesta turma existiam também três alunos com Português Língua Não Materna, quatro alunos com Escalão A e sete alunos com Escalão B, indo ao encontro do Projeto Educativo do Agrupamento, no que diz respeito á heterogeneidade cultural e económica.

A turma, de uma forma geral, evidenciou um bom comportamento na sala de aula, podendo, em casos pontuais, ter proferido observações inoportunas a colegas. Por vezes demonstravam-se pouco concentrados aquando da explicação e realização de tarefas propostas. Nenhum aluno apresentava retenções nos anos anteriores.

3.2.2. Caraterização da turma do 6.º ano de escolaridade

A turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico era constituída por vinte e dois alunos, dos quais catorze eram do sexo masculino e oito do sexo feminino, com idades compreendidas entre os onze e os doze anos.

Esta turma apresentava bastantes dificuldades, pelo que oitos dos seus alunos estavam referenciados com planos individuais de estudo a diversas disciplinas, nomeadamente português, matemática e inglês. Os planos individuais de estudo eram atribuídos a alunos com mais de três níveis inferiores a 3. Estes alunos beneficiavam de um apoio mais individualizado por parte dos professores de cada disciplina, porém, só na disciplina de matemática é que a turma contava com a ajuda de uma professora coadjuvante, o que tornou a ajuda um processo mais fácil do que nas restantes disciplinas. Durante as aulas deste projeto de intervenção, os alunos com mais dificuldades formavam pares com alunos que se sentiam mais à vontade com a matemática, partilhando raciocínios entre eles e desenvolvendo o princípio da cooperação entre pares.

A nível de comportamento, esta era uma turma com bastantes problemas pelo que três alunos foram identificados por comportamentos desajustados pois adotavam frequentemente atitudes incorretas e perturbavam o normal funcionamento das aulas.

Nesta turma existiam quatro alunos com Português Língua Não Materna e um aluno de etnia cigana comprovando uma vez mais a interculturalidade do agrupamento onde a escola estava inserida.

3.3. Dimensão ética da investigação

No decorrer deste projeto não foram realizados pedidos de autorização aos Encarregados de Educação para que se procedesse à recolha de dados, pois tal já tinha sido efetuado pelas professoras cooperantes no início do ano letivo.

No entanto, a identidade dos alunos foi sempre salvaguardada ao longo deste relatório. Tanto nos registos fotográficos como nos diálogos apresentados a confidencialidade e o anonimato foram sempre princípios a manter, sendo que foram utilizados nomes fictícios para referir todas as produções elaboradas pelos participantes deste projeto.

Capítulo IV – Desenvolvimento da Intervenção Pedagógica

Neste capítulo serão apresentadas as intervenções realizadas em cada Ciclo de ensino.

Cada intervenção segue uma estrutura que engloba uma parte inicial correspondente à descrição global do que foi realizado nessa mesma intervenção. De seguida serão analisados os tópicos Utilização, Efeitos, Dificuldades e Transferência de Aprendizagens que permitirão responder às questões de investigação. As situações escolhidas mereceram uma análise mais detalhada pois permitiram perceber de que forma é que as Barras Cuisenaire foram utilizadas pelos alunos durante a realização das tarefas propostas, assim como de que forma é que este material manipulável ajudou os alunos na realização das tarefas em sala de aula. Também serão analisadas as dificuldades sentidas pelos alunos aquando da utilização das Barras Cuisenaire, bem como o facto dos alunos terem ou não conseguido transferir as aprendizagens construídas com o auxílio deste recurso pedagógico para outras questões curriculares.

Sendo assim, na primeira secção deste capítulo serão apresentadas as quatro intervenções realizadas no 1.º Ciclo, numa turma do 3.º ano de escolaridade, onde as Barras Cuisenaire se interligou com a multiplicação.

Na segunda secção deste capítulo serão apresentadas as cinco intervenções realizadas no 2.º Ciclo, numa turma do 6ª ano de escolaridade, onde, por sua vez, as Barras Cuisenaire se interligaram com o capítulo das Sequências e Regularidades.

4.1. Desenvolvimento da Intervenção Pedagógica no 1.º CEB

No 1.º Ciclo, como já foi referido anteriormente, realizaram-se quatro intervenções. Ao longo destas quatro intervenções, os principais conceitos a serem desenvolvidos com o auxílio das Barras Cuisenaire foram conceitos relacionados com a multiplicação, tais como: a multiplicação como adição de parcelas iguais, o reconhecimento (utilizando uma disposição retangular) da propriedade comutativa da multiplicação e também a noção de múltiplo e de fator. Todos estes conceitos foram trabalhados com base em jogos onde os alunos tivessem acesso aos diversos produtos e fatores da multiplicação sem que necessitassem de ter a tabuada memorizada.

A primeira intervenção teve como principal objetivo familiarizar os alunos com o material manipulável escolhido para a dinamização deste projeto. Na segunda intervenção, uma vez que já conheciam bem as carateristicas fundamentais das Barras Cuisenaire, começaram a ser desenvolvidos conceitos tais como: múltiplo de um número. Por sua vez, na terceira intervenção, o principal objetivo centrou-se na abordagem do modelo retangular da multiplicação e no reconhecimento da propriedade comutativa da multiplicação. Na quarta e última intervenção destacou-se a resolução de problemas, onde os alunos tiveram a oportunidade de "mostrar" todos os conhecimentos trabalhados ao longo das sessões anteriores. Por fim, ainda nesta intervenção, foram também realizados dois questionários com o propósito de perceber qual da intervenção na turma.

Apesar de todas as aulas estarem previamente planificadas, sempre que se revelou necessário, a planificação sofreu ajustes com o propósito de melhorar ao máximo as potencialidades das tarefas realizadas e o aproveitamento dos alunos na realização destas, adequando-se as estratégias pensadas às necessidades e exigências que iam surgindo no decorrer das intervenções.

De forma a clarificar as sessões deste projeto no 1.º Ciclo, segue o desenho global da intervenção, na Tabela 2, para uma melhor interpretação dos objetivos desenvolvidos, bem como dos materiais utilizados como suporte para uma melhor fluência das sessões.

Tabela 2 - Desenho global da intervenção no 1.º CEB

Materiais Manipuláveis	Sessões	Experiências de Aprendizagem	Objetivos	Outros Recursos
Barras Cuisenaire	1ª Intervenção (150 min)	Familiarização com o material	• Explorar livremente o material manipulável; • Perceber que as barras da mesma cor têm o mesmo comprimento e que as barras de cores diferentes têm comprimentos diferentes; • Reconhecer que cada barra representa um número de 1 a 10, e que cada um destes números corresponde, por sua vez, a uma determinada barra. • Entender o aspeto aditivo da multiplicação.	• Ficha de trabalho; • Telemóvel.
	2ª Intervenção (150 min)	Constatar interessantes relações entre fatores e produtos das multiplicações	• Construir e desenvolver conceitos a partir das atividades realizadas; • Estudar os casos em que os números de 11 até 20 podem ou não ser compostos por fatores mais pequenos; • Perceber que cada comprimento é múltiplo do das carruagens que o formam; • Utilizar os termos "múltiplo" e "fator".	• Quadro interativo; • Fotografias das produções feitas pelos alunos na aula anterior; • Plataforma Hypatiamat.
	3ª Intervenção (150 min)	Organização retangular da multiplicação	• Reconhecer o sentido da multiplicação como uma organização retangular; • Identificar que a multiplicação pode ser vista como a repetição de uma quantidade.	• Quadro interativo; • Fotografias das produções dos alunos; • Ferramenta: NumBlox Freeplay | Cuisenaire Rods at MathToybox.com; • Ficha de trabalho; • Telemóvel.
	4ª Intervenção (150 min)	Resolução de problemas	• Resolver problemas envolvendo a mobilização dos conceitos anteriormente trabalhados. • Analisar estratégias variadas de resolução, e apreciar os resultados obtidos. • Analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.	• Quadro interativo; • Ferramenta: NumBlox Freeplay | Cuisenaire Rods at MathToybox.com; • Ficha de trabalho; • Telemóvel.

4.1.1. Primeira Intervenção

Descrição

Nesta primeira aula do projeto de intervenção pedagógica supervisionada no âmbito do 1.º Ciclo, de forma a iniciar a minha intervenção, decidi que faria sentido que os alunos ficassem a conhecer bem o material manipulável que iriam utilizar nas próximas aulas de matemática.

Para começar distribui logo no início da aula as malas com as Barras Cuisenaire. Depois de explicar aos alunos que iriam trabalhar em pares e de os alertar para o facto de serem responsáveis com o material, foram-lhes dados quinze minutos para explorarem as Barras Cuisenaire como entendessem, pois, tal como referido no enquadramento teórico, é importante que os alunos sejam autónomos na familiarização com as Barras Cuisenaire e que o professor não relacione de imediato o material com conteúdos matemáticos (Gattegno, s.d.).

À medida que ia circulando pela sala para observar o que os alunos estavam a construir, ia colocando questões acerca do que via, como por exemplo "Então, o que vais construir?", "O que representa a tua construção?", "O que construíste?", "No que estavas a pensar quando construíste?", "Que nome davas à tua construção?" Fui obtendo uma variedade de respostas, tais como "A construção do equilíbrio", "Casa de Gelo", "Casa Colorida", "Muro Colorido".

Assim que peguei no telemóvel para tirar uma foto à construção de um par, os restantes, sempre que acabavam uma construção, chamavam-me e pediam para que tirasse uma foto às construções que tinham acabado de fazer. Fui tirando estas fotos com o objetivo de as utilizar como exemplos nas aulas seguintes, promovendo a autoestima dos alunos. Por vezes, os alunos não queriam destruir as suas próprias construções, tal como previu Gattegno (s.d) ao dizer que as crianças se mostravam tão orgulhosas das suas próprias e originais combinações que era necessário um esforço bastante grande para que desmanchassem essas para formar novas construções. No entanto, como tirei sempre fotografias às construções dos alunos, estas acabaram por nunca serem destruídas pois o seu registo fotográfico tornou-as perduráveis.

Figura 2 - Construções realizadas pelos alunos aquando da exploração livre

A certa altura, ainda no momento de exploração livre, um dos pares construiu a sequência das Barras Cuisenaire sem nenhuma indicação minha. Aproveitei este momento para chamar a atenção da turma, pois era algo importante para as próximas atividades. Tal como aconteceu anteriormente, tirei uma foto para poder utilizar como exemplo nas aulas seguintes.

Figura 3 - Construções realizadas pelos alunos aquando da exploração livre

Após o tempo de exploração livre, lancei à turma alguns desafios com o propósito de ir trabalhando conteúdos que iriam ser abordados posteriormente, como é o caso das barras terem tamanhos diferentes e, por sua vez, cada um destes tamanhos corresponder a um número de 1 a 10. Estes desafios foram ainda aproveitados para introduzir o modelo retangular da multiplicação numa das aulas seguintes.

O primeiro desafio consistiu na construção de um quadrado com cores diferentes, ou seja, com os lados todos diferentes. Os alunos foram tentando até que conseguiram perceber que tal não era possível. Segue, em baixo, uma situação de diálogo que ilustra a aprendizagem realizada no momento em que testavam as suas conjeturas com o auxílio das Barras Cuisenaire.

Marlene: Mas professora não dá para fazer.

Professora: Porque que não dá?

Marlene: Por causa que têm de ser todas do mesmo tamanho.

Professora: Olhem, a Marlene disse aqui uma coisa muito importante. Diz lá à turma o que é que tu disseste.

Marlene: Não dá para fazer o quadrado porque todas as partes têm de ser de tamanhos iguais.

Professora: Muito bem. Então o que retiramos daqui?

Frederica: Não dá para fazer o quadrado com cores diferentes.

Luísa: Pois não. Tem de ser com todos os lados iguais.

Através deste diálogo é possível perceber que os alunos foram capazes de entender, através da manipulação do material, que não era possível procederem à construção de um quadrado com barras de diferentes cores, uma vez que a cada barra correspondia um tamanho diferente e, por sua vez, os quadrados apresentam os lados todos congruentes.

Na Figura 4 vemos uma tentativa de construção de um quadrado com os lados todos diferentes. Posto isto, aproveitei as construções realizadas pelos alunos neste desafio para iniciar o próximo.

Figura 4 - Tentativa de construção de um quadrado com os lados todos diferentes

Após terem chegado à resposta pretendida para o primeiro desafio, perguntei aos alunos quantas cores diferentes (Barras Cuisenaire) precisavam para fazer um retângulo. Através da experimentação, os alunos perceberam que necessitavam de pelo menos duas cores diferentes, duas a duas, para conseguirem construir um retângulo, tal como mostra a Figura 5.

Figura 5 - Constatação do número de cores necessárias para a construção de um retângulo

No fim destes desafios, com o objetivo de perceber se os alunos tinham retirado alguma aprendizagem desta exploração livre questionei-os, tal como mostra o diálogo abaixo, acerca do que tinham descoberto sobre as Barras Cuisenaire. Foram várias as respostas e todas elas suficientes para eu perceber que sem lhes explicar nada chegaram à conclusão que cada uma das barras representava um comprimento diferente.

Professora: Encontraram alguma relação entre as cores das barras e os seus comprimentos?

Frederica: Cada barra tem o seu comprimento.

Professora: Explica melhor isso.

Frederica: A branca tem 1 cm, a vermelha tem 2, a verde claro tem 3, rosa tem 4, a amarela tem 5, a verde escura tem 6, a preta tem 7, a castanha tem 8, a azul tem 9 e a laranja tem 10.

Segundo a planificação, de seguida estava previsto a realização de jogos e posteriormente, a realização da ficha de trabalho (Anexo I) com o objetivo de comparar os tamanhos das barras e as relações existentes entre as cores de cada barra e o número que cada uma representa, consolidando assim as aprendizagens retiradas desta atividade lúdica. Porém, no decorrer da aula percebi que faria mais sentido inverter a ordem, ou seja, primeiro os alunos fariam a ficha de trabalho e só depois os jogos planeados. Esta decisão teve por base o facto da ficha funcionar como uma conclusão e reflexão das explorações livres do início da aula, bem como o facto dos jogos a realizar exigirem que o material se encontrasse oculto. Nesta fase da aula considerei que os alunos ainda não se encontravam devidamente familiarizados com o material para que as Barras Cuisenaire se encontrassem longe do campo de visão destes.

Deste modo, após completarem a ficha (Anexo I), os alunos procederam, então, à realização dos jogos planificados. Assim, o primeiro jogo foi realizado em pares. Um dos elementos do par (jogador 1) tinha na sua mão, atrás das costas, quatro Barras Cuisenaire (uma vermelha, uma verde clara, uma rosa e uma amarela). O outro elemento do par (jogador 2) tinha de pedir ao colega que segurava as barras atrás das costas (jogador1) que mostrasse a barra da cor que ele próprio tivesse escolhido, como por exemplo a barra verde clara. O par ia alternando de posição: uma vez era um dos elementos a pedir a barra e da vez seguinte era o outro. O jogo ia-se tornando mais complexo à medida que eu ia pedindo para acrescentarem barras, ou, por exemplo, pedia para fazerem sequências mais distantes em vez de pegarem em barras seguidas.

Neste jogo, para que os alunos compreendessem bem o que era pretendido evitando que a informação não fosse explicita, adotei uma estratégia que tinha sido pensada previamente. Em primeiro lugar, esperei que toda a turma ficasse em silêncio. Para isso, de forma a prender a atenção da turma peguei nas quatro barras necessárias para jogar e disse: "Olhem, reparem. Tenho aqui quatro barras. Ouçam-me com atenção que vamos fazer um jogo. Vão fazer dois a dois um jogo". Pedi, então, a uma aluna que se encontrava no fundo da sala para jogar comigo. Esta escolha permitiu que a turma ficasse em silêncio, aumentando assim a sua concentração na explicação do jogo e o seu envolvimento nesta. Conseguida a atenção de toda a turma disse: "A Isabel vai jogar comigo. Tenho aqui estas quatro barras. Vou escondê-las atrás das minhas costas". Ao mesmo tempo que disse isto, virei-me de costas para a turma para que eles pudessem observar as barras que estavam nas minhas mãos a serem misturadas. De seguida, pedi à aluna escolhida para me pedir uma das barras que eu tinha na mão de forma a que eu, sem ver, mostrasse à turma a barra que ela me tinha pedido. Quando toda a turma visualizou o que se pretendia que fizessem no jogo, começaram a atividade sem dúvidas. Segundo Gattegno (s.d), este jogo proporciona na criança a capacidade de adivinhar pelo tato, através da comparação, de que barra se trata.

Assumindo uma postura reflexiva e tendo em conta que "a investigação-ação parte do pressuposto de que o profissional é competente e capacitado para formular questões relevantes no âmbito da sua prática, para identificar objetivos a prosseguir e escolher as estratégias e metodologias apropriadas, para monitorizar tanto os processos como os resultados" (Máximo-Esteves, 2008, pp. 9-10), ao longo da aula verifiquei a necessidade de ir modificando algumas questões relativamente ao que tinha planificado anteriormente e fui ajustando algumas estratégias conforme as reações da turma.

Assim, existiram certamente aspetos que foram repensados e melhorados nas aulas seguintes. No entanto existiram também aspetos, que na minha opinião, funcionaram bastante bem e que, por isso, continuaram nos mesmo moldes. Exemplo disso foi a inclusão dos alunos com Necessidades Educativas Especiais nas tarefas que toda a turma realizou. Esta aula constituiu, portanto, uma mais valia para eles. No seu dia a dia faziam sempre trabalhos distintos dos colegas e que por vezes acabavam por não ser de grande interesse para eles. Nesta aula, contudo, mostraram-se tão entusiasmados com as atividades, chegando ao ponto da professora que os acompanha os ter deixado ficar na sala de aula durante a hora destinada ao apoio que recebem todas as semanas.

Fazendo um balanço das dificuldades sentidas, penso que o ponto de mais esforço da minha parte acontecia sempre que necessitava de mudar de atividade. Era difícil que os alunos deixassem de "brincar" com as barras e me ouvissem. Havia sempre alguém que se distraía a fazer construções ou a colocar as barras na caixa enquanto eu explicava algo à turma. Esta situação mereceu um pouco de reflexão, de modo a arranjar uma estratégia para as aulas seguintes.

Utilização

Num primeiro momento, a exploração livre das Barras Cuisenaire permitiu que os alunos se familiarizassem com o material apelando à criatividade na construção de composições representativas de objetos familiares, tal como se pode observar acima na Figura 2, onde são apresentadas diversas casas com janelas, portas e flores.

> As composições horizontais podem consistir em superfícies cheias ou em figuras lineares. As primeiras costumam fazer-se para disfrutar as belas combinações resultantes das cores, isto é, com um fim puramente estético, ou para representar objetos familiares, tais como uma escada ou a parede de uma casa, com as suas portas e janelas (Gattegno, s.d, p. 14).

Durante a realização da ficha de trabalho (Anexo I), os alunos tinham possibilidade de comparar os tamanhos de todas as barras e perceber as carateristicas de cada uma delas por si mesmos, uma vez que tinham o material disponível para poderem visualizar, tal como nos mostra a Figura 6. Sempre que ocorressem dúvidas na realização da ficha, os alunos tinham o material à sua disposição para poderem comparar as barras umas com as outras, visualmente, e ir preenchendo a sequência pretendida. Assim, tiveram oportunidade de consolidar o conhecimento das características das Barras Cuisenaire, iniciada já no momento de exploração livre para que fosse possível realizarem os jogos seguintes com uma maior eficácia. Desta forma, os alunos construíram o conhecimento por si mesmos, uma vez que, foram tendo a perceção das carateristicas do material sem a minha intervenção.

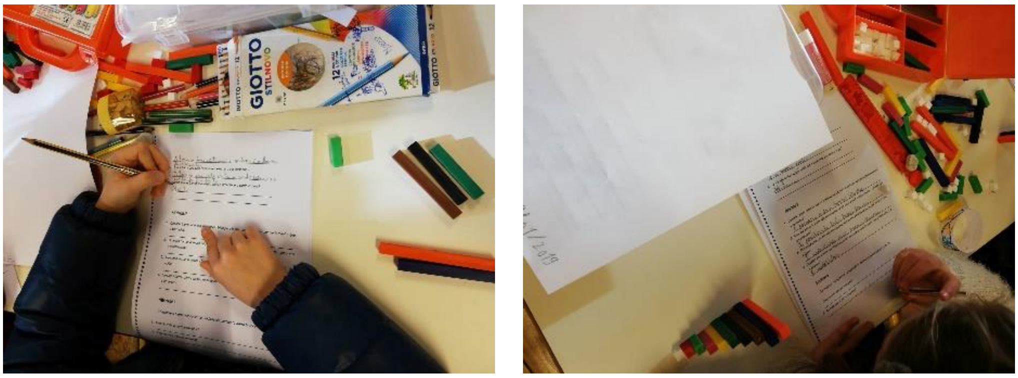


Figura 6 - Momento da realização da ficha de trabalho com auxílio das Barras Cuisenaire

No decorrer dos jogos, as Barras Cuisenaire foram utilizadas como um recurso lúdico que permitiu aos alunos manter a motivação e o interesse nas atividades. Desta forma, estiveram sempre envolvidos na realização das tarefas, uma vez que a ludicidade do material potenciou a diversão ao mesmo tempo que punham à prova os seus conhecimentos e a destreza que adquiriram durante a exploração livre.

Durante a aula, a motivação gerada pelo material ajudou a que as crianças não se dispersassem na realização das atividades. No entanto, nem sempre foi possível manter os alunos concentrados, uma vez que, as Barras Cuisenaire potenciavam momentos de brincadeira por terem carateristicas que se assemelham a brinquedos.

Posto isto, é importante referir que no decorrer desta primeira aula as Barras Cuisenaire ajudaram, essencialmente, os alunos a pensar e a resolver desafios que à primeira vista lhes pareciam ser realizados de uma forma diferente da correta. A manipulação deste material permitiu, neste sentido, o acesso a uma ilustração coerente das tarefas de forma a que os alunos progredissem no processo de abstração matemática, testando as suas próprias conjeturas, construindo e desconstruindo todas as possibilidades, uma vez que as Barras Cuisenaire, por serem um material móvel facilitam a obtenção de conclusões acerca das tarefas. Tal se verificou nos primeiros desafios da aula, onde foi pedido aos alunos que construíssem um quadrado com barras de cores diferentes como nos mostra a Figura 4.

Através da manipulação das Barras Cuisenaire a turma compreendeu os conceitos trabalhados sem necessitar de ler uma definição e sem que fosse preciso a professora debitar a explicação. Os alunos construíram o seu próprio conhecimento participando ativamente nesse mesmo processo.

Efeitos

Durante a realização das atividades os alunos tiveram sempre à sua disposição um estojo com diversas Barras Cuisenaire. Esta disponibilidade de material ajudou bastante na realização das tarefas propostas e na transição dos conceitos, uma vez que, sempre que os alunos necessitavam de testar as suas conjeturas, facilmente acediam às barras. Importa referenciar que não era imposto aos alunos que utilizassem as Barras Cuisenaire. Estas encontravam-se sempre à disposição, no entanto só utilizavam conforme necessitassem.

A utilização das Barras Cuisenaire em contexto de sala de aula e, nomeadamente, em contexto de pares, possibilitou a interação entre os alunos e consequentemente a comunicação matemática. A troca de argumentos, testando-os e construindo-os, enquanto faziam as suas tentativas contribuiu para aprendizagens significativas, embora às vezes a relação entre os próprios alunos não fosse pacífica, acontecendo atritos durante a manipulação do material.

As Barras Cuiseanire suscitaram nos alunos uma grande motivação e um grande empenho para realizarem as suas construções. A esta motivação juntou-se ainda o facto de serem tiradas fotos às construções, o que ainda estimulou mais os alunos para a realização das tarefas propostas.

Dificuldades

As crianças não apresentaram grandes dificuldades na manipulação do material manipulável. No entanto, registaram-se algumas dificuldades de compreensão da tarefa durante o momento em que foram desafiadas a construir um quadrado com todos os lados diferentes assim como quando foram questionadas acerca de quantas cores eram necessárias para construir um retângulo. Estas questões funcionaram como provocações, isto é, tinham como objetivo que as crianças entendessem que não é possível construir quadrados com lados diferentes. Contudo, as crianças compreenderam que a diferença de lados pedida se prendia com a cor das barras usadas e não com o comprimento. Consequentemente, não tiveram em atenção que só deveriam utilizar uma barra para cada um dos lados dos quadriláteros. Deste modo surgiram construções em que cada lado era composto por um comboio de barras ao invés de ser composto apenas por uma barra que perfazia o cumprimento total de cada lado.

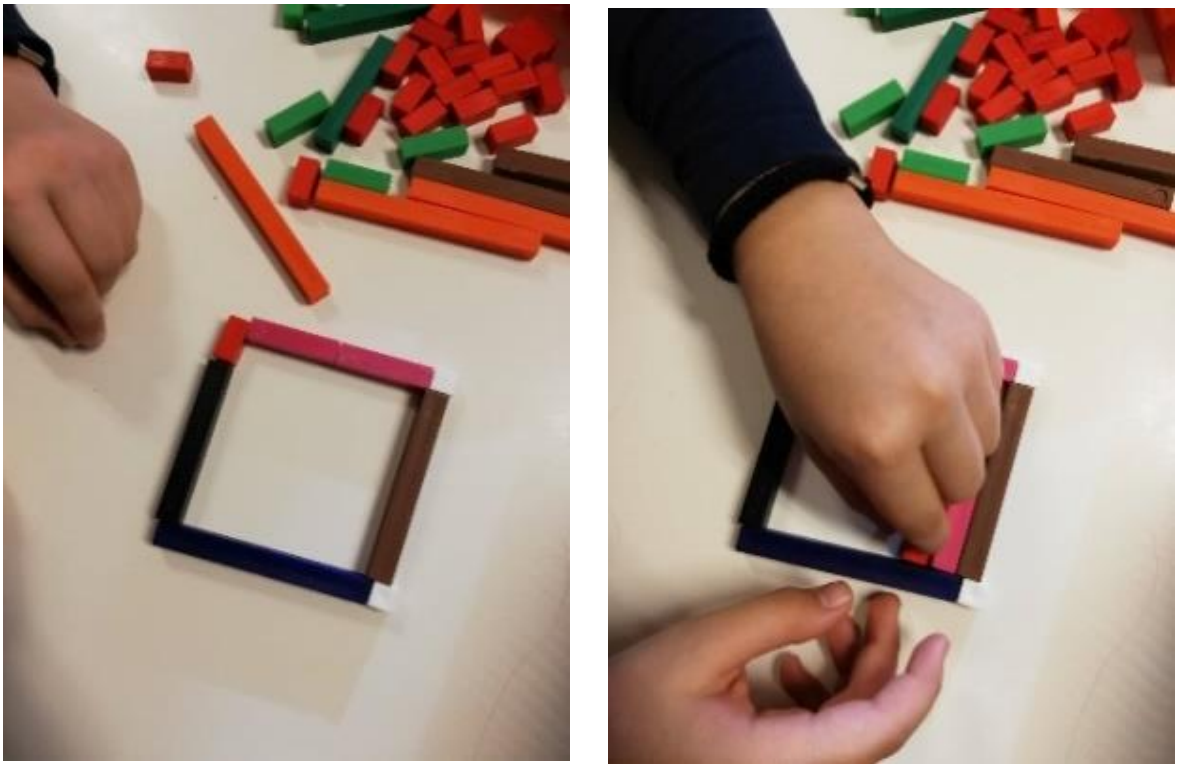


Figura 7 - Tentativa de construção de quadrados com os lados todos diferentes

Nestas imagens é possível verificar que os alunos construíram quadrados com os lados todos diferentes, assim como foi pedido, no entanto, a questão colocada detinha um significado ambíguo. A linguagem utilizada para lançar estes desafios às crianças pode ter influenciado o modo como estas pensaram, uma vez que as questões concretizadas não remetiam para o uso de uma só cor por lado. Ao invés, foram proferidas com uma entoação que possibilitou uma certa liberdade para que as crianças fossem criativas e testassem as suas próprias conjeturas, o que neste caso acabou por afastá-las ligeiramente do pretendido. Neste sentido, adverti para a situação explicando de uma outra forma o que era desejado, tal como mostra o diálogo abaixo transcrito.

Professora: Só podem usar uma barra por lado. Não são comboios. É só uma.

Ricardo: Ah então é sem a parte de dentro.

Marlene: Tenho de usar 6 barrinhas no total, porque se usar 4 fica um quadrado.

Com este diálogo verificamos que tanto a Marlene como o Ricardo possuíam ideias diferentes acerca do que era pretendido. A Marlene já tinha alcançado que para fazer um quadrado necessitava de quatro barras, porém se quisesse fazer um retângulo este teria que ter pelo menos dois lados maiores do que o quadrado e por isso achou que precisaria de mais duas barras para poder aumentar esses dois tamanhos. Teve dificuldade em visualizar que poderia utilizar apenas uma barra para perfazer esses cumprimentos que desejava que fossem maiores do que os outros. Por sua vez, o Ricardo não tinha alcançado que era esperado que só construíssem os lados dos quadriláteros e foi preenchendo o interior das figuras.

A utilização de comboios para construírem cada lado dos quadriláteros pode estar igualmente relacionada com o facto dos alunos não unirem pelas extremidades as barras, deixando sempre um espaço onde poderiam encaixar outra barra, como visualizamos na Figura 7.

Na realização da ficha de trabalho os alunos não apresentaram grandes dificuldades relativamente à manipulação do material. A questão que mereceu mais atenção da minha parte prendeu-se com a questão 8 (Anexo I) que pedia para dizer qual era a barra que vinha imediatamente a seguir à barra preta. A resistência sentida pelos alunos a esta questão centrou-se sobretudo no significado da palavra “imediatamente”. Após a minha explicação todos os alunos perceberam o que era pretendido.

Relativamente aos jogos com as Barras Cuisenaire, decidi antecipar possíveis dificuldades que os alunos pudessem vir a ter. Neste sentido, e tendo em conta a falta de agilidade dos alunos para segurar em várias barras ao mesmo tempo, estipulei, um limite de quatro barras por ronda de jogo. As quatro barras escolhidas não foram sempre selecionadas seguindo a ordem das Barras Cuisenaire. Quando o exercício se tornou simples para os alunos fui colocando sequências mais distantes. Alguns alunos até conseguiam albergar mais do que quatro barras nas suas mãos, mas optei por não alargar o limite estipulado porque como o jogo era a pares, o par trocava e este podia não ter tanta facilidade como o colega.

Transferência de Aprendizagens

Sendo a primeira aula deste projeto de intervenção relacionada, de uma forma geral, com a familiarização das Barras Cuisenaire, não existiram atividades referentes a questões curriculares especificas, pelo menos de uma forma evidente.

Através da exploração livre das Barras Cuisenaire, que ocorreu durante todos os momentos desta aula, os alunos descobriram aquelas que são as carateristicas fundamentais deste material manipulável. A descoberta de características como o facto de que a cada tamanho está associado um número de 1 a 10 e uma determinada cor, foram de elevada importância para que, nas restantes aulas, os alunos conseguissem compreender o sentido das atividades e atribuíssem significado às tarefas realizadas.

Todas as atividades realizadas nesta aula foram detentoras de um caráter lúdico, cheias de significados e valor matemático, que possibilitaram, para além da diversão, que os alunos experienciassem pessoalmente, através dos sentidos do tato e da visão, das cores e dos comprimentos, raciocínios que permanecerão nas suas mentes.

4.1.2. Segunda Intervenção

Descrição

A segunda aula do projeto no 1.º Ciclo teve como objetivo elucidar os alunos para o facto de que a operação da multiplicação pode ser vista como uma adição de parcelas iguais. Para isto foi fulcral a utilização das Barras Cuisenaire para que competências matemáticas tais como a capacidade de abstração e generalização, a compreensão e elaboração de raciocínios lógicos e outras formas de argumentação matemática fossem exploradas. Esta aula teve também como propósito abordar conceitos como números primos e múltiplos.

A aula começou com a distribuição do material. Enquanto ligava o computador e o projetor, os alunos puderam explorar as Barras Cuisenaire fazendo as suas próprias construções.

Assim que o tempo para utilizarem o material livremente chegou ao fim, conversamos um pouco sobre o que estivemos a ver na aula passada, dando lugar a um diálogo entre mim e os alunos. À medida que ia mostrando as fotos das suas produções, capturadas durante a última aula, estes foram-se lembrando dos conteúdos abordados anteriormente.

Durante este diálogo introdutório, os alunos mostraram-se bastantes entusiasmados e orgulhosos devido ao facto de verem as suas próprias construções serem utilizadas como exemplo para a turma, fazendo questão de salientar quando as suas resoluções eram projetadas.

Professora: Alguém me sabe dizer o que estivemos a ver na última aula?

Gustavo: Primeiro usamos a barra laranja e tínhamos de pegar em várias maneiras de completar.

Frederica: Tínhamos de pegar em barrinhas para formar o tamanho.

Professora: Olhem aqui para a foto. Tínhamos a barrinha laranja.

Emanuel: É do Ricardo. Está ali escrito.

Professora: Que barras usamos para completar o comprimento da barra laranja?

Luísa: Duas barras amarelas.

Liliana: Cinco vermelhas.

Professora: E agora para a barra castanha? Que barras usamos para completar o comprimento da barra castanha?

Liliana: Duas rosas.

Ricardo: E quatro vermelhas.

Frederica: E oito brancas.

Professora: O que quer dizer que a barra castanha vale quanto?

Alunos: Oito.

Aproveitando este diálogo, de seguida, pedi aos alunos que formassem os comprimentos correspondentes aos números de 11 até 20, uma vez que na última aula só foram trabalhados os números até 10, continuando a utilizar barras da mesma cor para perfazer esses mesmos comprimentos.

Figura 8 – Construção dos tamanhos superiores a 10

Na Figura 8 podemos verificar que os alunos construíram os números superiores a 10 utilizando sempre a barra laranja como suporte, acrescentando apenas a barra correspondente ao algarismo das unidades.

Com este exercício os alunos chegaram à conclusão de que todos os comprimentos que representam números pares podem ser substituídos por barras mais pequenas da mesma cor e que isso também acontece com alguns números ímpares. Assim que chegaram a estas conclusões registei as possibilidades encontradas pela turma no quadro. Durante este registo fui perguntando que comprimentos, entre 11 e 20, conseguiram "partir" utilizando barras de 2, barras de 3, barras de 4 e por aí em diante. Através destas questões os alunos chegaram à noção de múltiplo percebendo que cada comprimento é múltiplo do das carruagens que o formam.

No final destas conclusões, em jeito de síntese, coloquei no quadro todos os números com os quais os alunos tiveram a trabalhar e, por sua vez, estes tinham de me dizer que soluções encontraram par cada um deles, nomeando quais e quantas barras utilizaram para perfazer os comprimentos em questão, tal como se encontra na

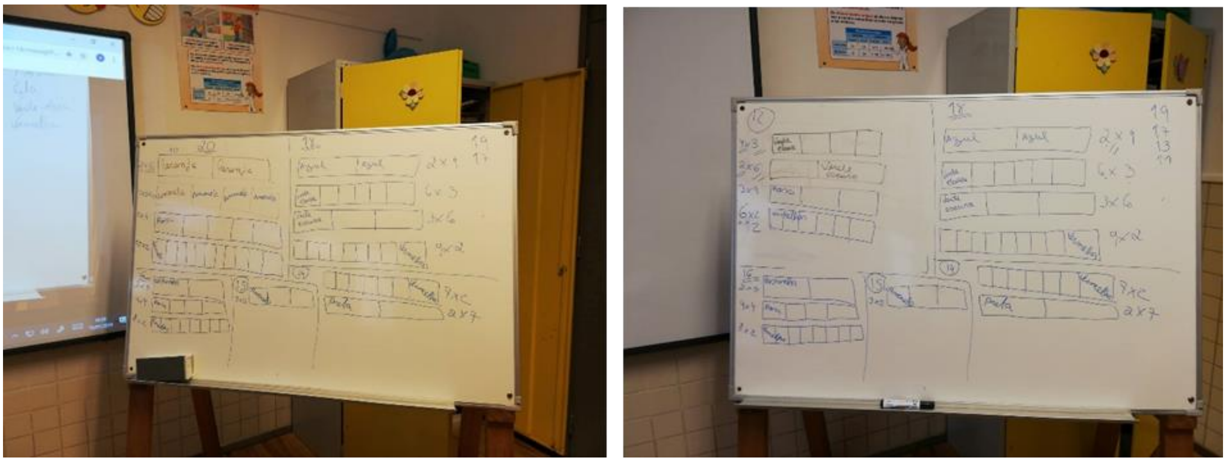


Figura 9 - Momento de síntese acerca dos múltiplos encontrados

Aproveitei o momento de síntese para abordar também a noção de número primo, ou seja, os números que não são possíveis de serem substituídos por barras da mesma cor e de comprimento mais pequeno (11,13,17,19), uma vez que estes foram os números que "sobraram" da tarefa anterior.

O seguinte diálogo procura ilustrar o momento em que os alunos perceberam o conceito de número primo através de questões colocadas por mim.

Professora: Nós tínhamos visto que existiam barras cujo comprimento não dava para substituir por barras mais pequenas e da mesma cor.

Luísa: Só davam pelas brancas.

Professora: E que barras são essas?

Luísa: A amarela.

Alunos: A preta. A verde clara. A vermelha

Professora: E porque é que nós não conseguimos substituir o comprimento destas barras por barras da mesma cor?

Luísa: Porque os números delas são números ímpares.

Professora: Toda a gente concorda com o que a Luísa disse?

Alunos: Sim.

Professora: Não há ninguém que pense outra coisa? Porque é que não podemos substituir o comprimento destas barras?

Ricardo: Porque não há barras mais pequenas que completem aquele resultado.

Frederica: Há as brancas. Mas sem ser as brancas não.

Professora: E o dois? O dois é um número ímpar?

Alunos: Não.

Professora: Então descobrimos números que são especiais por só poderem ser desconstruídos por barras brancas.

No meu parecer os alunos perceberam exatamente em que consiste um número primo, porém não chegaram a designação correta deste termo. Considero que, apesar de não ter conseguido ouvir o termo "número primo" vindo dos próprios alunos, esta reflexão acerca dos comprimentos que não conseguiram substituir por barras mais pequenas e da mesma cor para além da barra branca, foi bastante enriquecedora; contribuiu para a abstração matemática da turma que, tal como defendem Rocco e Flores (2010), deve resultar de uma ação interativa e reflexiva dos alunos sobre os objetos. Para isso não basta apenas uma simples observação e manipulação dos materiais. É fundamental "proporcionar ao aluno uma reflexão sobre a sua construção do conhecimento" (Candeias, 2008, p. 53) para que compreenda melhor os conteúdos trabalhados.

No fim do que havia planificado ainda sobrou tempo de aula. Para ocupar este tempo decidi entrar na plataforma "Hypatiamat" e fazer dois jogos de multiplicação com a turma. No princípio comecei por questionar os alunos um a um, porém notei pouco empenho da parte deles a responder e decidi mudar de estratégia, colocando alguma competição no jogo de forma a aumentar a motivação da turma. Assim sendo, cada mesa de quatro era uma equipa e podiam conferenciar entre si antes de responderem a uma questão. No entanto, este tempo de negociação tinha de ser rápido pois esgotava rapidamente. À medida que iam acertando nas questões a pontuação da turma aumentava. Se um grupo errasse a pontuação voltava ao zero e a turma tinha de começar o jogo de novo. Esta estratégia proporcionou uma certa responsabilidade nos diversos grupos pois se um grupo errasse, a turma toda perdia o jogo. A atividade acabou por correr bem, no entanto não considero que os jogos apresentados fossem suficientemente desafiantes para os alunos, uma vez que o que necessitavam de fazer era saber a tabuada. Considero que aqui os fatores chamativos foram o facto de os exercícios estarem em formato de jogo e a utilização do quadro interativo, que é algo a que os alunos têm pouco acesso.

Nesta aula senti bastante falta de uma aplicação interativa que me permitisse utilizar as Barras Cuisenaire de uma forma mais intuitiva. Senti que alguns raciocínios interessantes não foram aproveitados por toda a turma por não existir nenhum suporte mais interativo que pudesse auxiliar nesta questão. Sendo assim, num momento de posterior reflexão e de pesquisa, encontrei a plataforma "NumBlox" que terá sido uma mais valia para as aulas seguintes, uma vez que, permitiu que os alunos desenvolvessem a "capacidade de raciocinar matematicamente, bem como a capacidade de analisar os raciocínios de outros" (ME, 2018, p.5). Com a ajuda do quadro interativo e desta aplicação, os próprios alunos puderam experimentar momentos de partilha de raciocínios bastante significativos para a compreensão dos conteúdos. Espero que esta nova estratégia também ajude nas questões da argumentação.

O professor necessita de estar em constante reflexão com o objetivo de melhorar a sua prática educativa. Posto isto, quer durante a aula, quando as coisas corriam menos bem, quer no fim, refleti acerca da minha prática e do que poderia melhorar para que os alunos atingissem o sucesso esperado. A "prática e reflexão assumem no âmbito educacional uma interdependência muito relevante, na medida em que a prática educativa traz à luz inúmeros problemas para resolver, inúmeras questões para responder, inúmeras incertezas, ou seja, inúmeras oportunidades para refletir" (Coutinho et al., 2009, como referido em Moreira, 2017).

Utilização

No primeiro momento da aula, ou seja, durante a exploração livre, à semelhança do que aconteceu na aula anterior, os alunos utilizaram as Barras Cuisenaire para darem asas à imaginação e construírem elementos que lhes eram familiares. Nestes minutos onde lhes era possibilitada a total liberdade para utilizarem o material como lhes apetecesse era facilmente observável a motivação que as Barras Cuisenaire lhes proporcionavam. Por este motivo, e de forma a aproveitar essa motivação para as restantes atividades da aula, considerei fundamental destinar sempre os primeiros minutos da aula para este tipo de exploração.

Nesta aula, as Barras Cuisenaire foram utilizadas pelos alunos, sobretudo, com o intuito de comparar os seus tamanhos de forma a concluírem de quantas barras menores, todas da mesma cor, necessitavam para poderem perfazer o tamanho de uma determinada barra maior. Assim, os alunos perceberam que a multiplicação pode ser vista como uma adição de parcelas iguais.

Por exemplo, o par Liliana e Martim concluiu que para perfazer o tamanho associado a duas barras laranja, ou seja, o comboio de barras representativo do número 20, necessitavam de quatro barras amarelas, dez barras vermelhas ou cinco barras rosa. Para chegarem a estas conclusões compararam os tamanhos entre as diferentes barras e foram adicionando barras menores até completarem o tamanho pretendido.

Figura 10 - Constatações do par Liliana e Martim

Durante este processo em que perceberam que números eram múltiplos de quais, o par Ricardo e Daniela foi registando no seu caderno todas as hipóteses encontradas através da manipulação das Barras Cuiseanire. Assim, no momento de síntese desta atividade contribuíram bastante com as suas respostas uma vez que já tinham a informação toda organizada, tal como se verifica na Figura 11.

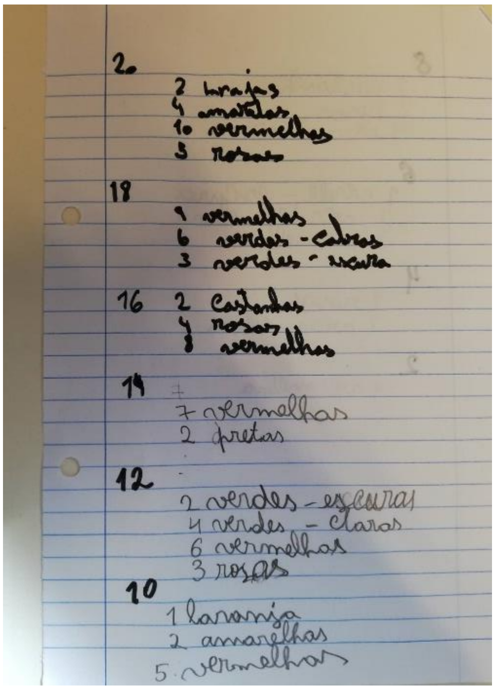


Figura 11 - Informação recolhida pelo par Ricardo e Daniela

Nesta aula todos os alunos utilizaram as Barras Cuisenaire, uma vez que só conseguiriam responder às questões colocadas se tivesse acontecido uma manipulação consciente e refletida sob o material. Sendo assim, nesta aula não se verificou que algum par tenha deixado de recorrer ao material durante a realização das tarefas.

Apesar de nos apontamentos do Ricardo e da Daniela aparecerem somente as cores das barras, na síntese desta atividade achei importante colocar a operação de multiplicar ao lado de cada hipótese, tal como se verifica na Figura 9, para que os alunos não se esquecessem que estávamos a tratar de aspetos relacionados com números e não com cores.

A utilização das Barras Cuisenaire nesta aula revelou-se adequada, uma vez que possibilitou que os alunos conseguissem testar com mais facilidade as várias possibilidades que as tarefas potenciavam.

Efeitos

A manipulação das Barras Cuisenaire durante esta aula permitiu que os alunos, ao manipularem o material e ao refletirem sobre a sua ação, percebessem que a multiplicação pode ser vista como uma adição de parcelas iguais. Através da adição de barras da mesma cor para que completassem o tamanho de uma determinada barra, os alunos puderam observar que a multiplicação não se trata apenas da tabuada e da memorização que esta implica para que saibam todos os seus produtos de uma forma mecanizada. Neste sentido, a utilização das Barras Cuisenaire nesta aula possibilitou que os alunos comprovassem empiricamente o aspeto aditivo da multiplicação.

Em todas as aulas deste projeto os alunos foram agrupados em pares, e por isso esta aula não foi exceção. A utilização das Barras Cuisenaire, para além de ajudar os alunos a estabelecer um raciocínio, promoveu a cooperação no trabalho em pares, uma vez que os alunos interagiam uns com os outros, cooperavam e testavam as suas hipóteses chegando a um resultado em conjunto. No entanto, nem sempre existia harmonia entre os pares no momento de utilizarem as barras, acabando por existir alguma agitação na turma. Estes conflitos entre eles aconteciam tanto por não estarem habituados a trabalhar com recursos diferentes do manual escolar como também por não estarem habituados a trabalhar em grupo.

As tarefas realizadas com as Barras Cuisenaire promoveram uma síntese final que proporcionou um momento de comunicação matemática e de partilha de ideias e raciocínios, possibilitando desta forma, que os alunos tivessem acesso a diferentes formas de pensar.

A realização do jogo da multiplicação na plataforma "Hypatiamat" promoveu nos alunos um sentido de responsabilidade considerável, uma vez que, a resposta certa ou errada dada por cada grupo influenciava o jogo de toda a turma.

Dificuldades

Nas aulas deste projeto, uma das maiores dificuldades da turma era trabalhar em pares.

Existiam pares que em vez de trabalharem em conjunto, trabalhavam individualmente, ou seja, chegava a um ponto em que não existiam barras suficientes para os dois elementos do par conseguirem formar os comprimentos pretendidos. Apesar dos alunos, no dia a dia, se encontrarem dispostos em grupos de quatro, a turma tinha bastante dificuldade em trabalhar em grupo pois raramente o faziam. Quando os alunos me chamavam ao lugar para ver o que tinham feito e para tirar fotografia, notava que falavam individualmente. O diálogo abaixo entre a Liliana e o Emanuel espelha uma situação referente à falta de cooperação no trabalho em pares.

Professora:	Porque é que vocês não trabalham em pares?
Liliana:	Ele é que não quer.
Professora:	Porque é que não queres trabalhar em grupo?
Liliana:	Ele queria trabalhar com o Ricardo.
Emanuel:	Não estou a perceber.
Professora:	O que não estas a perceber diz lá.
Emanuel:	Tudo.
Professora:	Sabes o que é que eu pedi para fazerem?
Emanuel:	Para fazer uma barra de 20.
Professora:	Para fazerem os comprimentos dos números de 11 até 20. Como se constroem então?
Liliana:	Eu posso lhe ajudar. Só que já não temos mais barras laranjas. Eu consegui fazer até ao 16.
Professor:	Desfaz essas e façam em conjunto outra vez.
Liliana:	Uma barra de 10 com mais uma quanto fica Eduardo?
Emanuel:	11.
Liliana:	Agora uma barra laranja com mais duas quanto fica?
Emanuel:	12.

Liliana: Estas a ver como sabes.

Reparei, sobretudo nesta segunda aula, em que a argumentação era uma competência bastante trabalhada, que os alunos não se sentiam à vontade para partilharem os seus raciocínios, uma vez que, o tipo de tarefas que estavam habituados a fazer eram sobretudo tarefas onde tinham de aplicar os conhecimentos absorvidos nas aulas expositivas e poucas vezes as suas opiniões eram consideradas, uma vez que, o que se verificou durante o tempo de observação é que "o professor era o detentor do conhecimento, e o aluno aprendia repetindo e memorizando passivamente" (Rocco e Flores, 2010, p. 74) e, no caso desta turma, fazendo, consecutivamente, exercícios do manual.

Transferência de Aprendizagens

Durante esta aula foram essencialmente três os conceitos abordados. Com a utilização das Barras Cuisenaire, os alunos atribuíram um significado mais explicito á noção de múltiplo e também à de número primo, bem como tiveram perceção de que a multiplicação pode ser vista como uma repetição de uma quantidade.

A noção de múltiplo foi alcançada no momento em que os alunos verificaram que barras menores e da mesma cor podiam completar o tamanho de barras maiores. À medida que foram testando que barras podiam "caber" no tamanho da barra maior foram percebendo que cada comprimento é múltiplo do das carruagens que o formam.

Quanto à noção de número primo, esta foi entendida tendo por base a noção de múltiplo. Assim que os alunos perceberam que existiam comprimentos que não podiam ser completados por nenhumas barras de tamanho inferior, que fossem todas da mesma cor, compreenderam a definição deste conceito através da própria experiência utilizando as Barras Cuisenaire.

4.1.3. Terceira Intervenção

Descrição

A terceira aula deste projeto procurou criar condições para que os alunos, dispostos em pares, tivessem a oportunidade de realizar duas investigações matemáticas (Anexo II e Anexo III) utilizando materiais manipuláveis e outros recursos, tais como o quadro interativo e uma aplicação chamada "NumBlox".

As investigações matemáticas realizadas ao longo da aula tiveram como objetivo fazer com que os alunos percebessem que a multiplicação, para além de poder ser vista como uma adição de parcelas iguais, tal como percecionaram na aula anterior, pode também ser vista no sentido de uma organização retangular, enfatizando a propriedade comutativa desta mesma operação.

No início desta terceira aula, à semelhança do que aconteceu nas duas aulas anteriores, os alunos puderam explorar livremente o material durante uns minutos. Após este momento de exploração livre, procedeu-se a um diálogo que tinha como objetivo relembrar os conceitos abordados nas aulas passadas, nomeadamente as questões relacionadas com a construção de retângulos vistas durante a primeira sessão deste projeto. Este diálogo teve o auxílio das fotos das produções dos alunos para que estes se relembrassem do que tínhamos falado anteriormente.

Posto isto, aproveitei a conversa com os alunos para introduzir a noção de que a multiplicação pode ser vista como uma organização retangular, daí ter aproveitado as questões relacionadas com os retângulos.

Antes de lhes entregar a investigação matemática, resolvi, de modo a evitar confusões no pensamento dos alunos, colocar-me em frente da turma e, utilizando as Barras Cuisenaire, explicar o que era pretendido. Desta forma todos os alunos compreenderam o que era esperado.

Peguei então numa barra à minha escolha e fui juntando longitudinalmente mais barras iguais, pedindo-lhes para imaginarem que poderíamos fazer um retângulo através desta estratégia, bastava apenas ir juntando sempre barras iguais. Penso que ao formar o retângulo diante do campo de visão dos alunos distanciei as possíveis ideias de construírem apenas os limites da figura geométrica com as barras, como se fosse o perímetro, uma vez que já o tinham feito no desafio da primeira aula.

No fim da explicação, procedeu-se à entrega da primeira investigação matemática (Anexo II). O que era esperado era que cada membro do par escolhesse uma barra, tal como eu fiz, e que fosse adicionando barras iguais à que escolheu até formar um retângulo igual ao do seu colega, que por sua vez escolheu outra barra diferente. Quando ambos tivessem construído um retângulo com as mesmas dimensões teriam de pensar qual seria o número que ambos representavam. Aqui o objetivo foi só mostrar-lhes como fazer o retângulo, de forma a evitar equívocos, depois os pares é que teriam de investigar o número que cada retângulo representava, sem instruções da minha parte, tal como mostra a Figura 12.

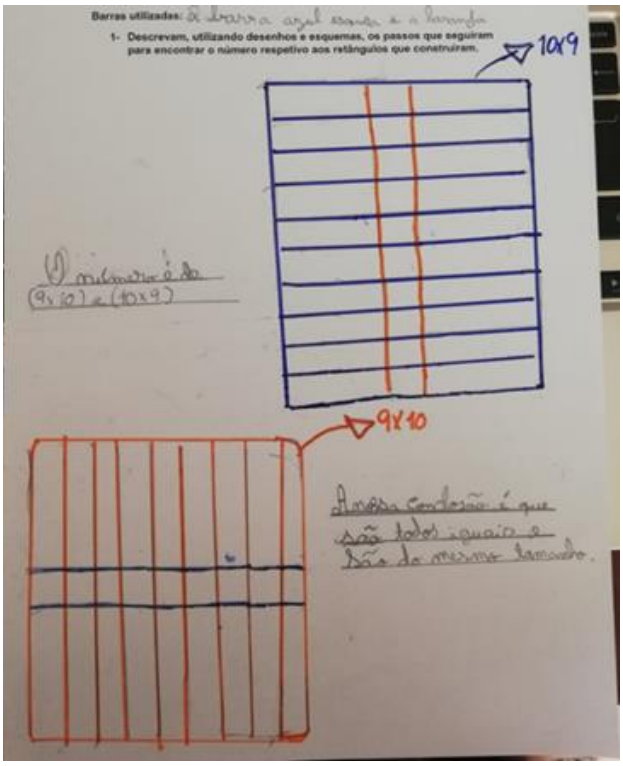


Figura 12 - Retângulos com as mesmas dimensões construídos pelo par Liliana e Emanuel

Na Figura 12 verificamos que o par Liliana e Emanuel escolheu, respetivamente, as barras azul e laranja. Os dois alunos foram adicionando barras longitudinalmente, formando deste modo um retângulo. Assim que ambos os retângulos se encontraram com as mesmas dimensões, os alunos reuniram as condições para passar ao resto da atividade.

De seguida, era esperado que os alunos colocassem em comboio todas as barras que utilizaram para cada retângulo. Quando cada membro do par formou o comboio respetivo ao retângulo que construiu perceberam que os dois comboios eram do mesmo tamanho. Posto isto, tiveram de pensar no número que ambos os comboios representavam.

Para a segunda investigação matemática (Anexo III) o esperado era que os alunos, à medida que os alunos fossem terminado a primeira investigação, retirassem de um saco escuro um papel. Por sua vez, esse papel continha um número.

Aqui, pretendia-se que os alunos fizessem o processo inverso do primeiro. Através do número sorteado, os alunos teriam de formar todos os comboios que o representassem utilizando apenas barras da mesma cor. Assim que construíssem todos os comboios possíveis referentes ao número sorteado teriam de formar os retângulos com as barras que foram utilizadas para perfazer o comprimento desse mesmo número. Muitos pares repetiram este processo para diversos números, uma vez que iam acabando com alguma rapidez a tarefa.

Figura 13 - Representação de todas as hipóteses dos comboios referentes ao número 20

Na Figura 13 observamos um aluno a construir todas as representações referentes ao número 20 para depois conseguir construir os retângulos correspondentes a este número, utilizando os comboios que descobriu durante a manipulação do material.

No decorrer desta aula, penso que o uso da tecnologia foi bastante significativo para a compreensão do modelo retangular da multiplicação. Recorri à aplicação "NumBlox" sempre que foi necessário explicar algum raciocínio menos explicito aos pares. Esta ferramenta foi muito útil no momento de síntese das investigações pois os alunos puderam dirigir-se ao quadro para explicarem os seus raciocínios, tal como vemos na Figura 13.

Esta figura regista um momento referente a um exemplo da primeira investigação (Anexo II) onde um aluno procedia à explicação do processo que ele e o seu par seguiram para descobrir que número representava o produto das barras que tinham escolhido, neste caso, a barra amarela e a barra castanha. Após construírem os retângulos e os comboios respetivos, o par percebeu que se tratava do número 40.

Figura 14 - Momento de síntese da aula utilizando a plataforma NumBlox

Utilização

Nesta aula, as Barras Cuisenaire foram sobretudo utilizadas pelos alunos como forma de testarem as hipóteses que as investigações matemáticas lhes suscitavam. Neste sentido, os alunos iam explorando o material e adaptando estratégias com o objetivo de chegarem ao resultado pretendido. Assim que achavam que a resposta estava correta desenhavam na ficha de trabalho as suas resoluções.

No momento de síntese notou-se que os alunos se desprenderam um pouco das Barras Cuisenaire enquanto material físico pois, a plataforma interativa utilizada disponibilizou uma versão digital deste material para que os seus raciocínios fossem apresentados à turma sem precisarem das barras como suporte concreto.

Importa sempre relembrar que nos momentos em que os alunos se encontravam mais dispersos da atividade utilizavam as Barras Cuisenaire como suporte para as suas construções, demonstrando nestes momentos os seus gostos pessoais.

Efeitos

No decorrer desta terceira aula, à medida que ia circulando pela sala ia estando atenta aos raciocínios dos alunos. Para resolverem a primeira investigação matemática (Anexo II), alguns alunos adotaram uma estratégia diferente. Em vez de irem adicionando barras longitudinalmente, assim como eu tinha demonstrado no início da aula, até perfazerem as mesmas dimensões do retângulo do par, os alunos resolveram fazer uma cruz com as duas barras escolhidas por cada elemento, tal como se pode verificar na Figura 14, no momento de síntese em turma, e também na Figura 15 e na Figura 16.

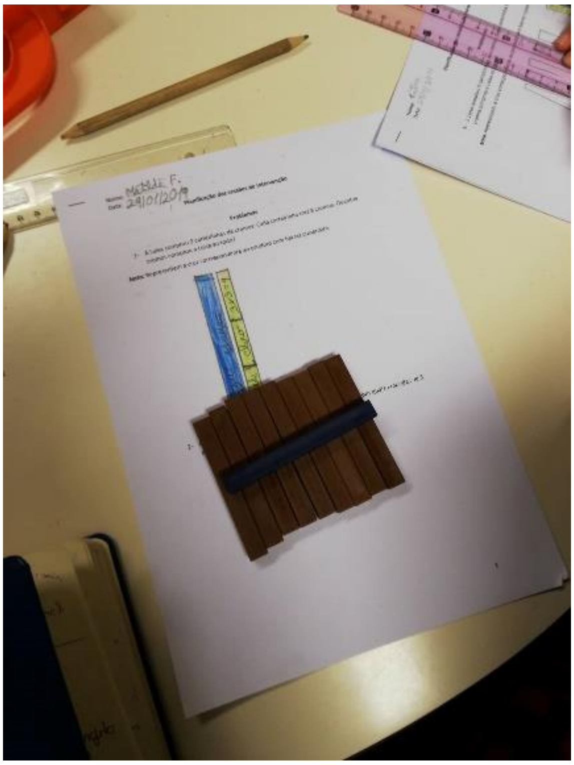


Figura 15 - Estratégia utilizada para construir retângulos com as mesmas dimensões

Deste modo, tal como também nos mostra a Figura 15, os alunos colocavam a barra escolhida por eles na horizontal e posteriormente pegavam em barras iguais à escolhida pelo colega, colocando-as na vertical, e desta forma averiguavam de quantas necessitavam para perfazer o comprimento da barra que tinham colocado na horizontal. Através desta estratégia conseguiram facilmente construir retângulos com dimensões iguais.

A utilização desta estratégia com o suporte físico das Barras Cuisenaire possibilitou que, posteriormente, os alunos desenhassem também esta estratégia aquando do momento de representarem as suas resoluções na ficha de trabalho.

No momento de colocarem as barras utilizadas na construção dos retângulos em formato de comboios para que identificassem de que número se tratava, os alunos adotaram a estratégia de medir o comboio utilizando a barra laranja como unidade de medida. Desta forma, quando o comboio representativo do número em questão era grande, os alunos chegavam ao seu cardinal de uma forma mais rápida, ao invés de utilizarem as barras brancas como unidade de medida.

Dificuldades

As dificuldades sentidas pelos alunos nesta aula não se relacionaram diretamente com a manipulação das Barras Cuisenaire.

No decorrer do sorteio dos números, durante a segunda investigação matemática (Anexo III), foram sorteados números "grandes". Os alunos a quem esses números "grandes" saíram, sentiram dificuldades no momento de reproduzirem as suas resoluções na ficha de trabalho. Esta dificuldades fez-se notar uma vez que, no final das investigações existia um espaço onde os alunos podiam mencionar as dificuldades sentidas na resolução da ficha. O aspeto que mais mencionaram foi exatamente o referido acima: o facto de não terem espaço para desenharem o comboio de barras que desejavam. No lado direito da figura abaixo verifica-se essa dificuldade.

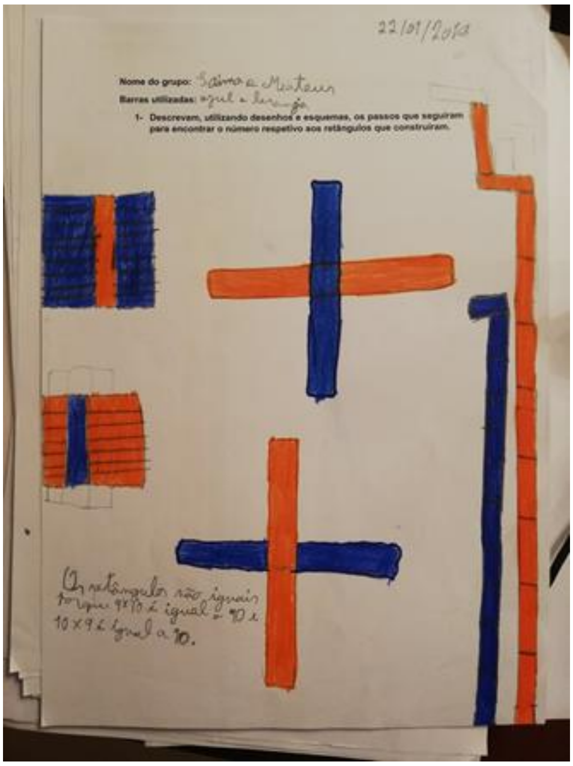


Figura 16 - Dificuldade dos alunos ao representarem o comboio referente a um número "grande"

Transferência de Aprendizagens

Além de terem percecionado o modelo retangular da multiplicação, com estas duas investigações matemáticas, os alunos tiveram a possibilidade de comprovar empiricamente a propriedade comutativa desta mesma operação. Através da construção de dois retângulos iguais utilizando barras distintas os alunos conseguiram chegar ao mesmo número verificando desta forma que a ordem pela qual se multiplicam os fatores não altera o produto final. Tais constatações podem ser verificadas nos comentários feitos pelos alunos na Figura 17.

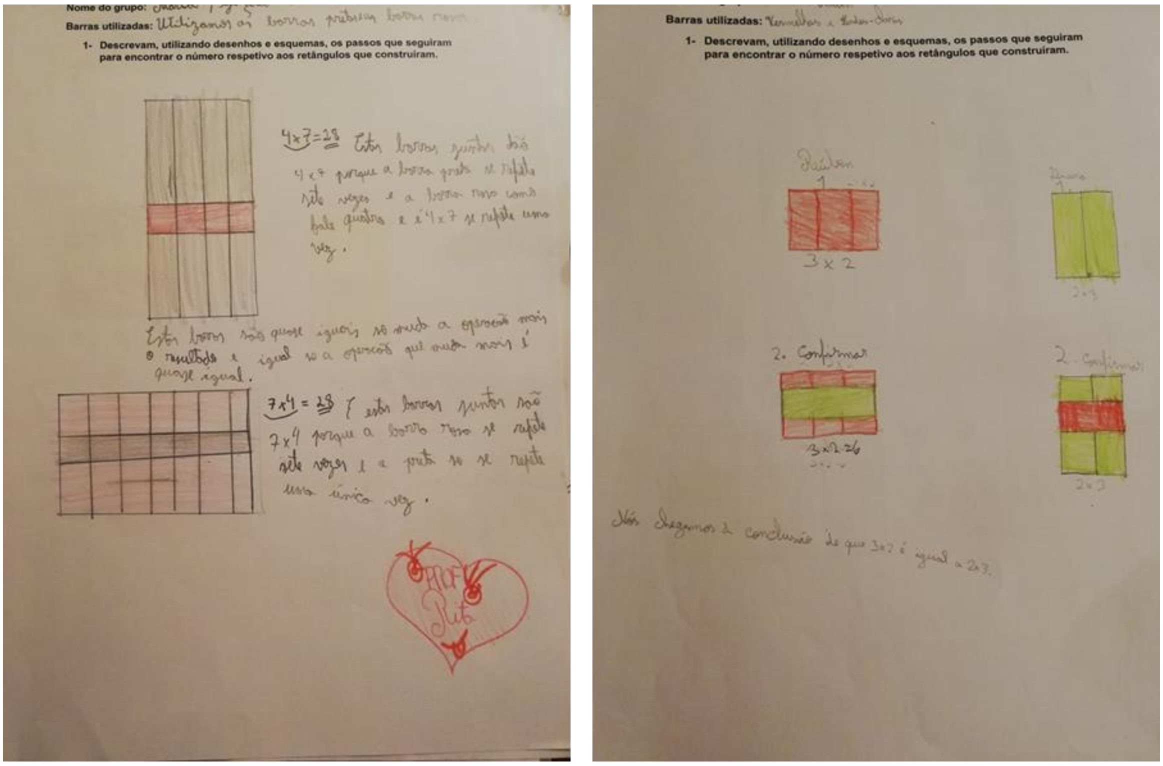


Figura 17 - Conclusões acerca da propriedade comutativa da multiplicação

4.1.4. Quarta Intervenção

Descrição

A quarta aula deste projeto de intervenção no âmbito do 1.º Ciclo teve como objetivo principal a resolução de problemas relacionados com a multiplicação. Os problemas propostos foram realizados com o intuito de verificar se os alunos conseguiam transferir as aprendizagens adquiridas através da manipulação das Barras Cuisenaire durante as aulas passadas para os resolverem. A organização da turma para a resolução dos problemas foi, mais uma vez, em pares.

A ficha de trabalho (Anexo IV) continha duas partes. Na primeira parte encontravam-se quatro problemas e na segunda parte encontravam-se mais dois problemas. A divisão da ficha em duas secções prendeu-se com a preocupação da tarefa não se tornar desmotivadora para os alunos. Durante a primeira parte da aula fizeram a primeira secção e depois do intervalo realizaram a segunda secção.

Posteriormente, de forma a perceber o impacto que as aulas do projeto de intervenção proporcionaram na turma, foram entregues aos alunos dois questionários: um de resposta aberta (Anexo VIII) e outro de resposta fechada (Anexo IX). Estes questionários vão ser analisados num outro capítulo onde serão apresentadas as considerações finais do projeto.

Utilização

Nesta aula não foi pedido aos alunos que utilizassem as Barras Cuisenaire, no entanto, tal como em todas as aulas, o material foi distribuído pelos pares. A utilização deste recurso pedagógico ficou ao critério de cada par. Se achassem necessário utilizar o material, este encontrava-se à disposição.

À medida que ia circulando pela sala notei que alguns pares utilizaram as Barras Cuisenaire empregando as estratégias e conceitos abordados no decorrer das aulas passadas para resolver os problemas, enquanto outros se desprenderam completamente deste suporte físico, resolvendo os problemas propostos de uma forma intuitiva, sem necessitarem do material para comprovarem as suas conjeturas.

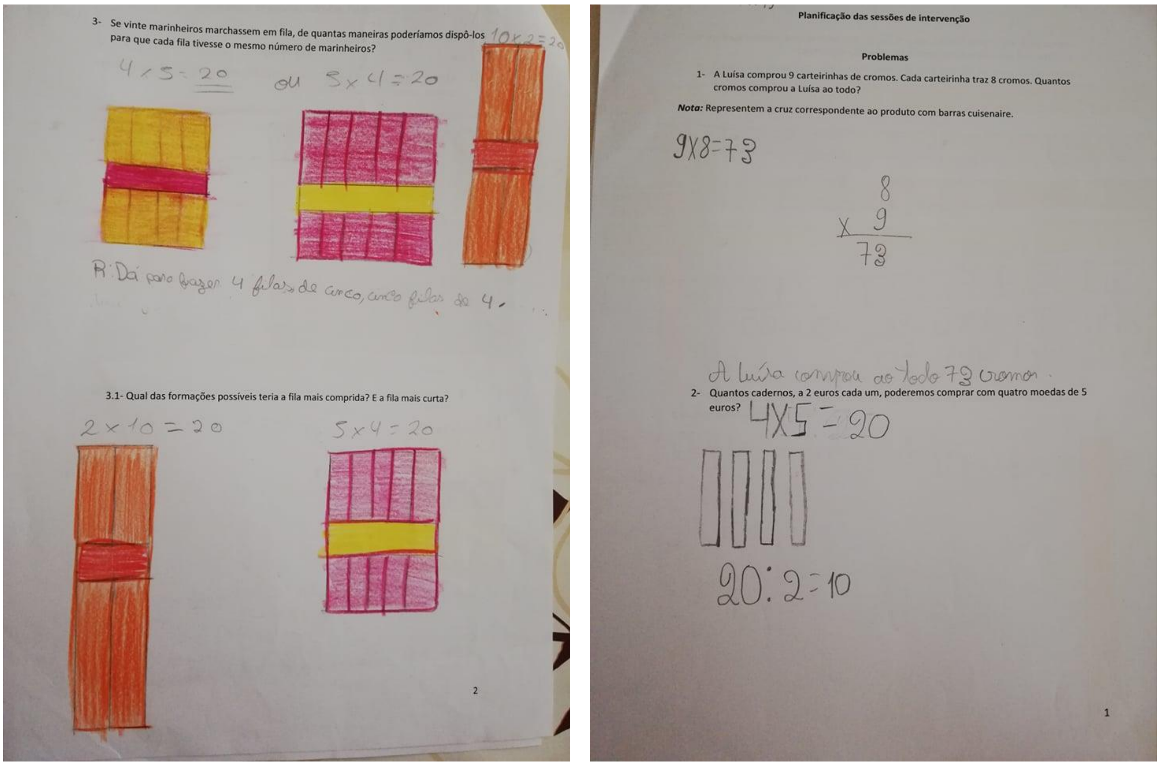


Figura 18 - Estratégias distintas de resolução de problemas

Na Figura 18, podemos verificar ambas as estratégias. No exemplo do lado esquerdo os alunos utilizaram o modelo retangular da multiplicação para resolverem os problemas. Neste sentido, construíram três dos quatro retângulos possíveis referentes ao número 20. Construíram o retângulo referente ao produto 4x5, 5x4 e 2x10, ficando a faltar o produto 10x2. Podemos ainda verificar que houve um erro ao indicarem o último retângulo construído na questão 3 (Anexo IV). Os alunos construíram o retângulo referente ao produto 2x10, porém indicaram o produto 10x2 na legenda da figura. Em contrapartida, no problema seguinte (problema 3.1) legendaram corretamente o mesmo retângulo.

No problema 3.1 (Anexo IV), uma vez que o par em questão não procedeu à construção do retângulo referente ao produto 10x2 no problema anterior, responderam corretamente apenas à disposição que teria a fila mais comprida, admitindo que a disposição que teria a fila mais curta seria a referente à disposição de filas de 4 elementos, não percebendo que haveria uma ainda em que se faria filas de 2 elementos.

Por sua vez, do lado direito, observamos que outros alunos utilizaram o algoritmo convencional da multiplicação para procederem à resolução dos problemas. No exemplo da figura 17 notamos que o resultado do produto 9x8 não está correto. A manipulação das Barras Cuisenaire e o facto de testarem as próprias conjeturas poderia ter ajudado estes alunos a responderem corretamente a esta questão em vez de se terem desprendido do material manipulável na resolução dos problemas.

Importa ainda referir que, à semelhança do que aconteceu na resolução das fichas de trabalho anteriores, os alunos que utilizaram as Barras Cuisenaire para estabelecer os seus raciocínios, em primeiro lugar testavam as suas conjeturas, e posteriormente é que representavam as conclusões a que chegaram, desenhando-as.

Efeitos

Como em todas as aulas, ao serem organizados em pares, os alunos conseguiram estabelecer raciocínios e partilhá-los de uma forma intuitiva e neste caso, as Barras Cuisenaire foram um recurso que fortaleceram ainda mais essa interação.

Visto que esta aula se prendeu com a resolução de problemas, a troca de ideias foi fundamental para que os alunos construíssem as suas conclusões.

Para os alunos que utilizaram as Barras Cuisenaire, este material proporcionou um grande envolvimento nas tarefas, podendo a partir deste recurso físico comprovar empiricamente as suas ideias e os conteúdos matemáticos em questão.

As Barras Cuisenaire constituíram para todos os alunos um fator de motivação, mesmo para aqueles que nesta aula não sentiram falta de as utilizar. Nos momentos em que se encontravam mais parados, construíam retângulos e sequências das Barras Cuisenaire que, apesar de não serem abordados nesta intervenção, ficaram na mente dos alunos pois estes reproduziam-nos muitas vezes em momentos de exploração livre.

Dificuldades

Durante as aulas do projeto os alunos mostraram-se bastante à vontade ao manipularem as Barras Cuisenaire. O fator que causava mais adversidades centrava-se na reprodução das estratégias para a ficha de trabalho e nesta aula não foi exceção.

Os alunos apresentavam certas dificuldades em desenhar os comboios. Tornava-se uma dificuldade para eles reproduzirem o que viam, pois, tinham tendência em pegar nas barras e decalcá-las no espaço indicado, que por sua vez, acabava por ser insuficiente dadas as dimensões de alguns comboios de barras. Desta forma, a proporção entre barras não era a mais cuidada e para combater esse obstáculo os alunos pintavam-nas, acabando por perder algum tempo nessa tarefa.

Na segunda secção da ficha de trabalho com os problemas propostos, os alunos sentiram alguma dificuldade na compreensão do problema 2 (Anexo IV), chamando por mim algumas vezes para lhes explicar por outras palavras o que era pretendido que fizessem.

Como já foi mencionado anteriormente, esta turma apresentava alguns problemas em trabalhar em grupo, o que as vezes prejudicava o rendimento de um dos elementos. Verificava-se muitas vezes que as raparigas, especialmente, tinham como hábito decidirem as estratégias a serem utilizadas sem consultar o colega, o que muitas vezes anulava o raciocínio e o empenho do outro elemento.

Transferência de Aprendizagens

Ao analisar as resoluções dos alunos identifiquei em muitas delas a utilização dos conceitos que abordamos nas aulas passadas. A propriedade comutativa da multiplicação e o modelo retangular estiveram bastante presentes, comprovando assim que os alunos conseguiram, através da manipulação das Barras Cuisenaire, transferir as aprendizagens adquiridas anteriormente para a resolução de problemas.

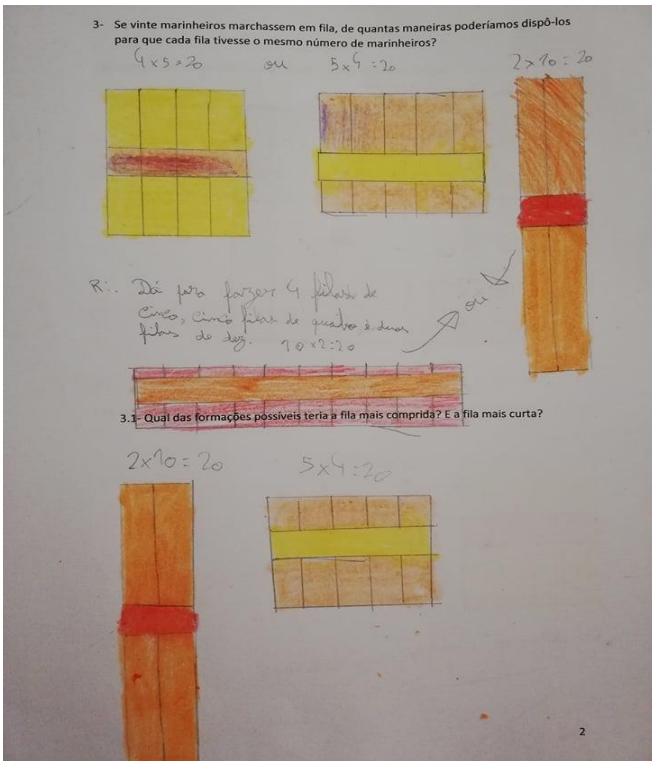


Figura 19 - Aplicação de conteúdos abordados anteriormente na resolução de problemas

Na Figura 19 - Aplicação de conteúdos abordados anteriormente na resolução de problemas verificamos que para resolver o problema número 3 (Anexo IV), os alunos Ricardo e Daniela utilizaram o modelo retangular da multiplicação e a propriedade comutativa para perceberem de quantas maneiras poderiam dispor os marinheiros em fila, mantendo o mesmo número em cada uma delas.

Em suma, a intervenção no 1.º Ciclo foi desenvolvida com o objetivo de que os alunos percebessem a essência dos conceitos matemáticos trabalhados ao longo das quatro sessões e não os memorizassem sem entenderem a sua base. Estes conceitos traduziram-se, tal como já foi mencionado anteriormente, na multiplicação como adição de parcelas iguais, no reconhecimento (utilizando uma disposição retangular) da propriedade comutativa da multiplicação e também nas noções de múltiplo e de fator.

Tal foi possível através da manipulação de objetos físicos capazes de ajudarem os alunos no processo de abstração e no raciocínio matemático. Para trabalhar estas competências recorreu-se a tarefas diversificadas onde os alunos tiveram a oportunidade de explorar e testar conjeturas, mas também a possibilidade de aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo das sessões.

A comunicação matemática foi fundamental no decorrer das sessões tendo em conta que

> El razonamiento matemático se produce en nuestro cérebro, y para poder compartirlo debemos comunicar nuestras ideas matemáticas. En el aula es aún más importante comunicar lo que

razonamos porque es un elemento esencial en la evolución de las competencias matemáticas (Albarracín, Badillo, Giménez, Vanegas, Vilella, 2018, p. 61).

4.2. Desenvolvimento da Intervenção Pedagógica no 2.º CEB

No 2.º Ciclo, como já foi referido anteriormente, realizaram-se cinco intervenções. Ao longo destas cinco intervenções, os principais conceitos desenvolvidos foram sobretudo conceitos relacionadas com o domínio das sequências e regularidades, tais como: os conceitos de termo, ordem de um termo e lei de formação; Foram também analisadas relações entre os diversos termos de uma sequencia com o propósito dos alunos indicarem uma lei de formação, bem como, foram determinadas expressões geradoras definidas através de uma lei de formação recorrente.

A primeira intervenção teve como principal objetivo familiarizar os alunos com as Barras Cuisenaire tal como iniciar a abordagem dos conceitos de termo, ordem de um termo e lei de formação. Na segunda intervenção, uma vez que já conheciam bem as carateristicas fundamentais das Barras Cuisenaire e já sabiam em que consistiam os principais conceitos das sequências e regularidades, foi realizada uma ficha de trabalho onde os alunos relacionaram o material manipulável com os conceitos falas na primeira intervenção: de termo, ordem de um termo e lei de formação. Por sua vez, na terceira intervenção, realizou-se uma investigação matemática com o intuito de explorarem os conhecimentos que os alunos adquiriram durantes as duas primeiras aulas. Na quarta intervenção, dado que os conteúdos base já estavam bem consolidados, iniciou-se a abordagem do conceito de expressão geradora. Por fim, na quinta e última aula procedeu-se a realização de uma ficha de trabalho, que à semelhança da realizada na segunda intervenção, teve o objetivo de relacionar o conceito trabalhado, determinação de uma expressão geradora, com as Barras Cuisenaire. No final desta última aula foram também realizados dois questionários, um de resposta aberta e outro de resposta fechada, com o propósito de perceber qual o impacto deste projeto na turma onde foi implementado.

Apesar de todas as aulas estarem previamente planificadas, sempre que se revelou necessário, a planificação sofreu ajustes com o propósito de melhorar ao máximo as potencialidades das tarefas realizadas e o aproveitamento dos alunos na realização destas, adequando-se as estratégias pensadas às necessidades e exigências que iam surgindo no decorrer das intervenções.

De forma a clarificar as sessões deste projeto no 2.º Ciclo, segue o desenho global da intervenção para uma melhor interpretação dos objetivos desenvolvidos, bem como a descrição dos materiais utilizados como suporte para que as sessões fossem desenvolvidas de forma eficiente.

Tabela 3 - Desenho global da intervenção no 2.º CEB

Materiais Manipuláveis	Sessões	Experiências de Aprendizagem	Objetivos	Outros Recursos
Barras Cuisenaire	1.ª Intervenção (50 min)	Familiarização com o material e introdução dos conceitos base do domínio das sequências e regularidades	• Conhecer as relações entre as cores e o número que cada barra representa; • Identificar exemplos de sequências e regularidades numéricas e não numéricas; • Determinar termos de ordens variadas, assim como o termo seguinte ou o anterior a um dado termo de uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação; • Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando linguagem natural e simbólica.	• Telemóvel; • PowerPoint.
	2.ª Intervenção (50 min)	Resolução de uma ficha de trabalho	• Investigar regularidades em sequências; • Completar, desenhar e explorar sequências; • Determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo e ampliar uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação; • Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando a linguagem natural e simbólica.	• Ficha de Trabalho.
	3.ª Intervenção (50 min)	Investigação matemática	• Investigar regularidades em sequências; • Completar, desenhar e explorar sequências; • Determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo e ampliar uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação; • Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando a linguagem natural e simbólica.	• Ficha de Trabalho.
	4.ª Intervenção (50 min)	Introdução do conceito de expressão geradora	• Determinação de termos de uma sequência definida por uma expressão geradora; • Determinação de expressões geradoras de sequências definidas por uma lei de formação recorrente.	• Telemóvel; • PowerPoint.
	5.ª Intervenção (50 min)	Resolução de uma ficha de trabalho	• Determinação de expressões geradoras de sequências definidas por uma lei de formação recorrente.	• Ficha de Trabalho.

4.2.1. Primeira Intervenção

Descrição

A primeira aula teve como objetivo principal analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação. Mas mais do que isso, o que era esperado era que os alunos interiorizassem estes conceitos através de experiências pessoais.

Através da manipulação das Barras Cuisenaire ambicionava-se que a turma chegasse à compreensão dos conceitos termo, ordem de um termo e lei de formação sem necessitar de ler uma definição e sem que fosse a professora a debitar a explicação. Sendo assim, para além dos alunos acederem a estes conhecimentos, outro grande objetivo a cumprir centrava-se no facto de serem estes a construírem o seu próprio conhecimento e serem parte envolvente nesse mesmo processo, uma vez que, "o conhecimento matemático não se transmite, mas ele é essencialmente construído pelos alunos" (Matos e Serrazina, 1988, p. 1). Tal foi possível porque as Barras Cuisenaire facilitam a compreensão de conceitos através da sua manipulação, permitindo uma aprendizagem significativa.

Neste sentido, consegui captar o interesse da turma no momento imediato em que entreguei a cada par uma caixa com as Barras Cuisenaire. A motivação dos alunos foi evidente. Começaram logo a retirar todas as barras da caixa e a construírem o que o material lhes sugeria, acabando mesmo por me perguntarem onde poderiam comprar as Barras Cuisenaire.

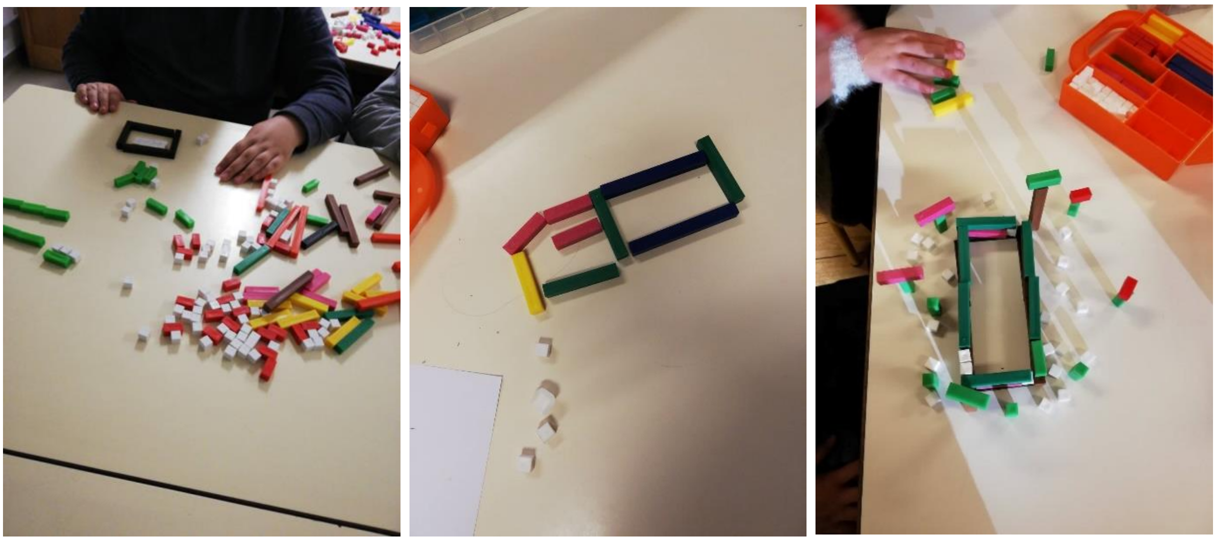


Figura 20 - Momento de exploração livre

Após alguns minutos de exploração livre, onde os alunos construíram as mais diversas estruturas, tal como observamos na Figura 20, sugeri que tentassem encontrar alguma sequência, uma vez que as suas construções não se assemelhavam a sequências, contrariamente ao que se sucedeu no

1.º Ciclo, onde sem nenhuma indicação da minha parte a escada das Barras Cuisenaire surgiu nas construções dos alunos (Figura 3).

As sequências não apareciam porque os alunos foram construindo representações alusivas aos seus interesses pessoais. Deste modo, após a sugestão para que encontrassem alguma sequencia, estas começaram imediatamente a aparecer representando a escada das Barras Cuisenaire, como nos mostra a Figura 21.

Figura 21 - Construção da sequência da escada das Barras Cuisenaire

Neste momento de exploração, como não tinha o projetor disponível para mostrar o PowerPoint preparado, tive de pensar numa alternativa para que a aula desenrolasse com normalidade. Fui pedindo aos alunos para irem registando no quadro as sequências que iam descobrindo, de forma a aproveitá-las para introduzir o conceito de sequência. Como não tínhamos marcadores de diferentes cores para representar cada barra, pedi aos alunos que foram ao quadro para escrever em cada uma das barras a sua cor, como podemos ver na Figura 22.

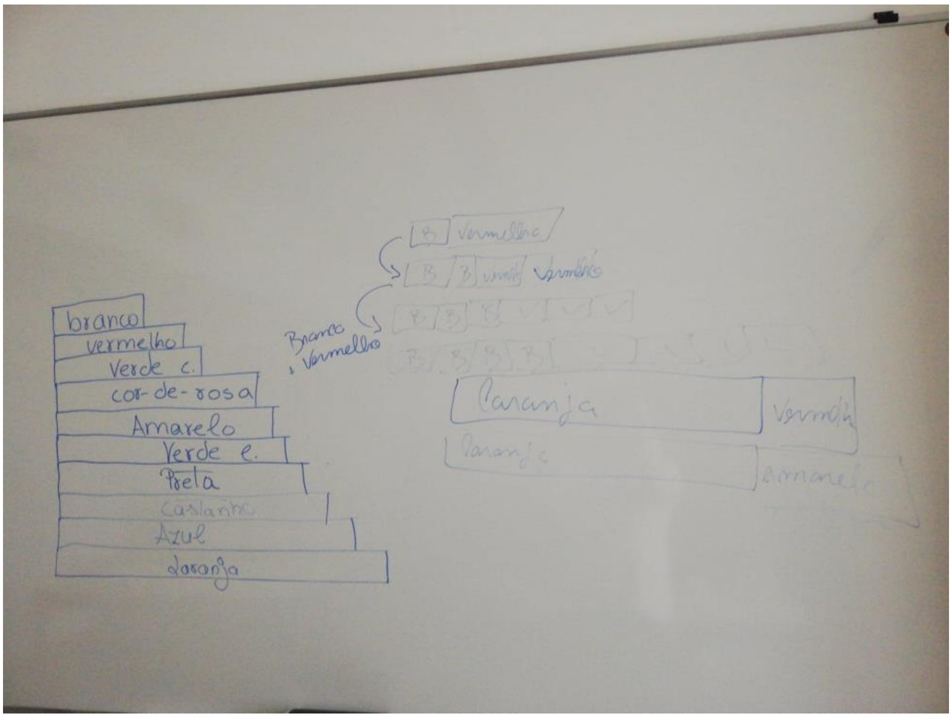


Figura 22 - Representação da sequência da escada das Barras Cuisenaire

Apesar dos conceitos presentes no slide 1 (Figura 23) e no slide 2 (Figura 24) terem sido abordados sem recurso ao PowerPoint, achei importante reforçá-los novamente quando o material tecnológico se tornou funcional.

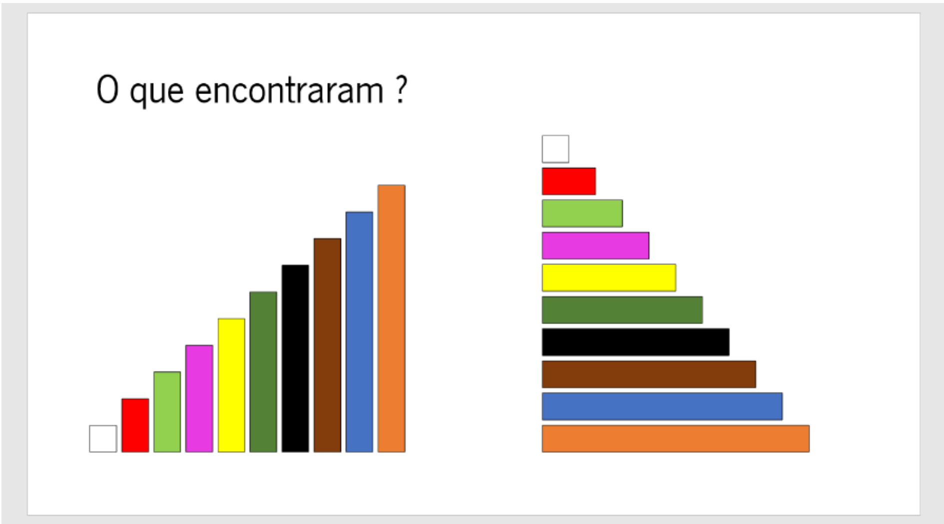


Figura 23 - Demonstração de uma sequência - Escada das Barras Cuisenaire

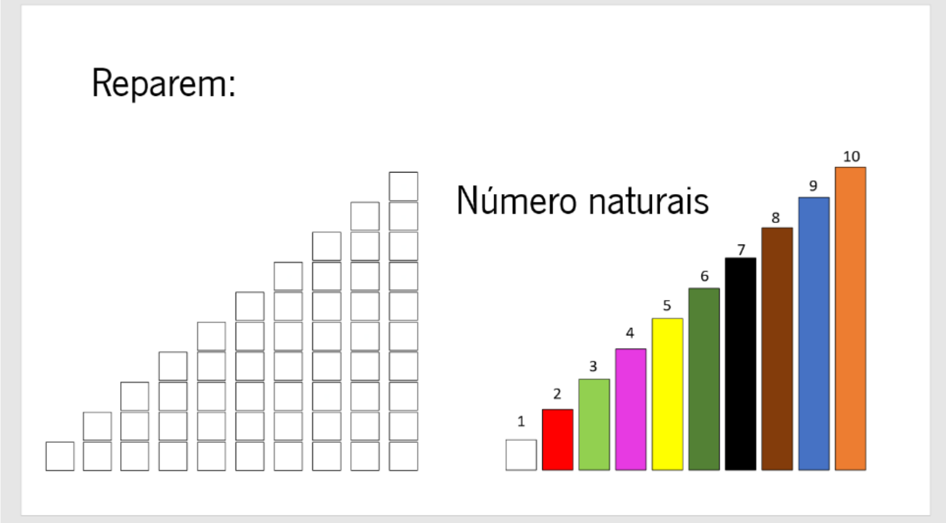


Figura 24 - Correspondência entre as Barras Cuisenaire e o número que cada um representa

Sendo assim, questionei a turma acerca de quem mais tinha encontrado a sequência das Barras Cuisenaire. Várias foram as respostas dos pares que tinham encontrado. Alguns representaram da barra mais pequena para a barra maior, outros representaram da barra maior para a barra mais pequena, mas no geral todos chegaram à sequência da escada das Barras Cuisenaire.

Posteriormente mostrei o slide 2 (Figura 24) onde era apresentada a correspondência entre os números e as barras, complementando desta forma o registo feito anteriormente no quadro pelos alunos (Figura 22).

De seguida perguntei à turma como se chamava o conjunto de números que as Barras Cuisenaire representavam. Os alunos sabiam perfeitamente qual era a resposta que eu esperava obter da parte deles, porém não se lembravam da designação correta.

Professora: Como chamamos a estes números? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Irina: Números normais.

Professora: Normais?

Gisela: Não. É outro nome.

Isabel: Naturais.

Professora: O que são os números naturais?

Gisela: São os números de 0 a 9…

Gustavo: O 0 não conta.

Beatriz: De 0 a 10.

Isabel: Eu acho que o 0 não é.

Gisela:	O 0 é um número negativo, por isso não é.
Professora:	É negativo o 0?
Gustavo:	Não, é neutro.
Professora:	Esta sequência vocês conhecem bem certo?
Alunos:	Sim.
Professora:	Isto são os 10 primeiros números de um conjunto de números. Como se chama esse conjunto de números?
Isabel:	Naturais.

Quando os alunos já estavam familiarizados com as carateristicas fundamentais das Barras Cuisenaire, como as cores e os tamanhos, seguiu-se o momento de abordarmos os conceitos matemáticos referentes ao domínio das sequências e regularidades. Mais propriamente os conceitos de termo e lei de formação.

Neste sentido, aproveitei a sequência que os alunos construíram no momento de exploração com as Barras Cuisenaire para que a transição entre a experiência física vivenciada e esses mesmos conceitos fosse feita de uma forma mais intuitiva, uma vez que, esta ação interativa dos alunos com o material manipulável beneficia a compreensão dos conceitos matemáticos na medida em que se desenvolve no aluno o pensamento abstrato. "Ao proporcionar aos alunos a oportunidade de aprender matemática através da manipulação de materiais está-se a fomentar uma atividade lúdica, mas, mais do que isso, está-se a criar condições para o desenvolvimento do pensamento abstrato" (Moreira e Martinho, 2015, p. 24).

Sendo assim, após terem percebido que cada barra correspondia a um termo, questionei a turma acerca de como podíamos passar de um termo para o seguinte, utilizando ainda o slide 2 (Figura 24).

Professora:	Como passamos de um termo da sequência para o seguinte termo da sequência? Alguém tem alguma ideia?
Isabel:	Adicionou-se mais um cubinho e formou o 2.
Professora:	Então de um termo para o próximo o que fazemos?
Alunos:	Adicionamos um cubo.
Professora:	Adicionamos um cubo e é assim que se forma esta sequência, certo?
Professora:	Já percebemos o que é uma lei de formação. Qual é a lei de formação daqui?
Gisela:	Temos de adicionar sempre um bloquinho.

Através do diálogo acima transcrito percebemos que os alunos alcançaram os conceitos de termo de uma sequência e lei de formação, uma vez que, mostram entender a regra que permite passar de um termo para o seguinte da sequência.

Uma vez que os conceitos principais desta aula estavam assimilados, apresentei à turma duas sequências diferentes, uma de cada vez. No momento em que idealizei estas duas sequências tentei pensar em algumas cujo os alunos conheciam e até podiam ter representado na sala de aula no momento de exploração livre, porém, tal não aconteceu, pois, a única sequência que representaram foi a escada das Barras Cuisenaire.

Em cada uma das sequências o que se pretendia era que os alunos chegassem aos próximos dois termos, dado que no slide estavam apenas representados os três primeiros. Era igualmente esperado que mencionassem também qual a lei de formação encontrada para cada um dos casos.

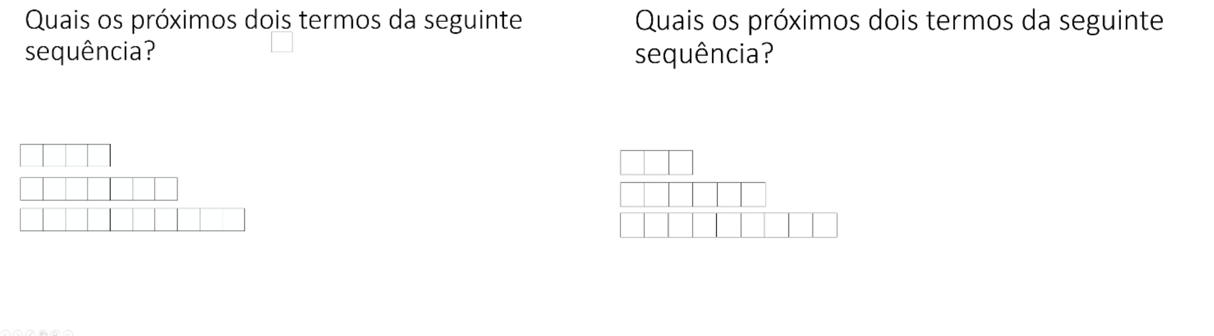


Figura 25 - Sequências apresentadas aos alunos para que ampliassem e descobrissem a sua lei de formação

Apesar de ter solicitado aos alunos que construíssem apenas os próximos dois termos de cada sequência, após terem percebido o que era pretendido, foram construindo mais termos do que os pedidos, tal como mostra a Figura 26.

Figura 26 - Ampliação da segunda sequência apresentada aos alunos

Na síntese conclusiva de cada um dos dois exemplos, resolvi mostrar através dos slides do PowerPoint outras possíveis construções dessas mesmas sequências. Desta forma pudemos dialogar e fazer comparações entre as sequencias apresentadas por mim e as sequencias construídas pelos alunos, criando um momento de comunicação matemática e desenvolvimento de raciocínio.

A síntese final foi um momento de partilha de raciocínios, no entanto, penso que não utilizei a melhor linguagem para o expressar, uma vez que, ao mostrar as hipóteses de sequências registadas no PowerPoint colocava sempre a seguinte questão: "Ninguém chegou aqui, pois não?" Julgo que o tipo de pergunta utilizada tendeu para uma conotação um tanto ou quanto negativa pois pareceu que o objetivo principal era que toda a turma chegasse às hipóteses que mostrei no PowerPoint, o que não era de todo o objetivo pois o mais relevante eram as construções diferenciadas.

Num momento de reflexão acerca da síntese final, considero que os alunos deveriam ter tido acesso a outras leis de formação que não implicassem apenas somar, pois o que sobressaiu no final foi o facto de somar constantemente barras para obterem a lei de formação pretendida.

Utilização

Nesta primeira aula, como o material era novidade para a turma, os alunos passaram muito do seu tempo a construir as suas próprias estruturas, representando maioritariamente os seus interesses pessoais através das Barras Cuisenaire.

A utilização do material manipulável foi fundamental no momento em que apresentei à turma os primeiros três termos das sequências utilizando apenas barras brancas. Como não havia barras brancas suficientes para construírem todos os termos das sequências, os alunos tiveram de pensar e utilizar as restantes barras percebendo quais seriam aquelas que mais se adequavam para conseguirem realizar a tarefa proposta.

Desta forma, uma vez que os alunos tinham liberdade para construírem as sequências propostas com as barras que achassem mais indicadas, surgiram distintas resoluções para a mesma sequência, tornando a síntese final um momento de grande partilha entre a turma.

Efeitos

Como já mencionei anteriormente, as sequências foram todas apresentadas, numa primeira estância, apenas por barras brancas, de modo a que os alunos tivessem liberdade para as poderem construir com as barras que achassem mais indicadas e assim obter distintas resoluções para a mesma sequência.

Neste sentido, as Barras Cuisenaire permitiram que os alunos utilizassem estratégia distintas para representarem a mesma sequência.

Durante a síntese da primeira sequência, um dos pares apresentou uma hipótese diferente das restantes que tínhamos pensado e resolvi representá-la no quadro para que toda a turma pudesse refletir acerca do raciocínio destes dois colegas (Figura 28)

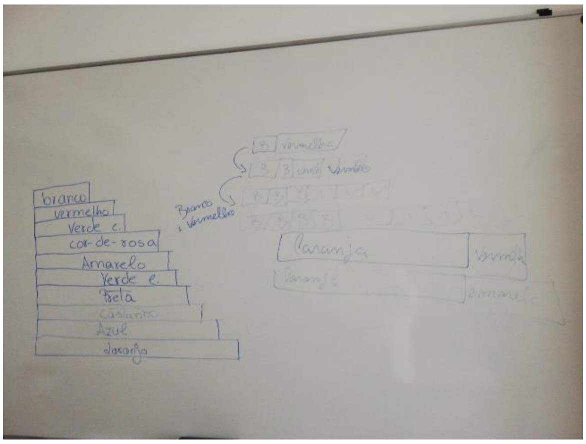


Figura 27 - Representação da sequência dos múltiplos de 3 elaborada pelo par Daniel e Leandro

Como a foto representativa da sequência no quadro não está muito clara, resolvi reproduzir a ideia deste par em papel para que se percebesse melhor neste relatório (Figura 28).

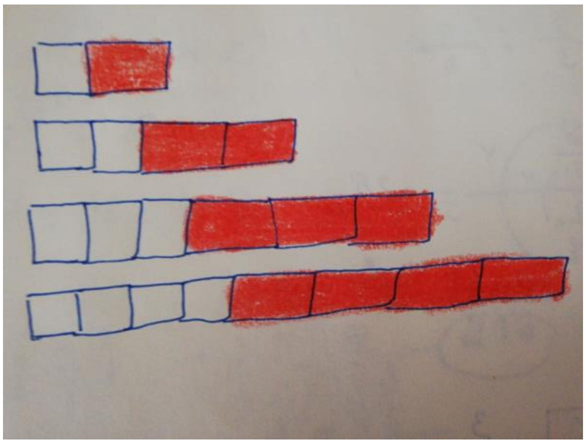


Figura 28 - Reprodução da sequência dos múltiplos de 3 elaborada pelo par Daniel e Leandro

Sendo que a primeira sequência se tratava da sequência dos múltiplos de 3, uma das hipóteses apresentada por mim, em síntese, consistia em representar todos os termos apenas com barras verde claras, representativas do número 3. Porém, o par em questão foi mais longe e representou a sequência dos múltiplos de 3 da seguinte forma: o primeiro termo foi construído utilizando uma barra branca e uma barra vermelha e à medida que iam construindo os próximos termos, iam acrescentando sempre mais uma barra branca à sequência e mais uma barra vermelha. (Figura 28).

No momento em que este exemplo foi apresentado à turma, os alunos refletiram sobre a forma como este par tinha estabelecido o seu raciocínio, aproveitando esta ideia para melhorarem as suas próprias sequências construídas utilizando as Barras Cuisenaire.

Exemplo disso foi a sequência pensada pelo par Paulo e Gustavo, representada na Figura 29.

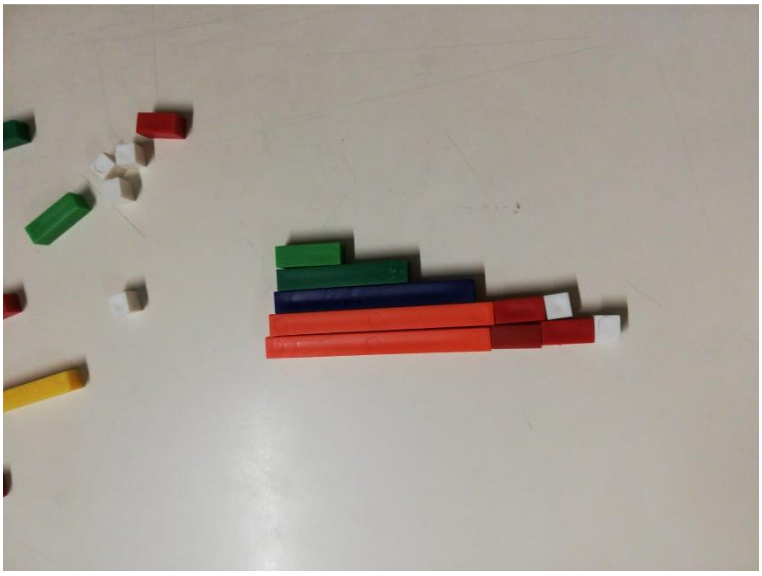


Figura 29 - Representação de uma sequência cuja lei de formação era adicionar sempre mais três unidades ao termo anterior, elaborada pelo par Paulo e Gustavo

Na resolução deste par podemos constatar que nesta sequência, onde a lei de formação se definia com a adição de três unidades, existiam barras capazes de o representar até ao terceiro termo; a partir do terceiro termo da sequência o par optou por iniciar outra regularidade. No entanto, nesta regularidade existem aspetos que não se encontravam corretos e que posteriormente foram corrigidos.

O par em questão, no momento de pensar no quarto termo, pensou corretamente ao adicionar três unidades que se fazem notar na imagem acima (uma barra vermelha e uma barra branca). No entanto em vez de manter a barra azul e adicionar as três unidades pensadas, decidiu trocá-la por uma barra laranja, o que acabou por originar uma unidade a mais do que o pretendido na sequência.

No entanto, apesar do quarto termo se encontrar errado, o quinto termo por sua vez está certo. O par adicionou apenas uma barra vermelha ao quarto termo quando, seguindo a mesma lógica, deveria ter adicionado uma barra vermelha e uma branca.

No momento de reflexão acerca das sequências apresentadas, este par percebeu quais foram os erros cometidos a partir das ideias dos colegas e reformulou a sua sequência.

Assim sendo, a síntese que acontecia no fim de trabalharmos cada uma das sequências era um momento de extrema pertinência pois consistia também num momento de reflexão para os alunos, no sentido em que a aprendizagem da matemática deve ser

> realizada de modo informal a partir de modelos concretos relacionados com o mundo real das crianças, sendo que a exploração e manipulação de materiais, assim como a reflexão sobre as atividades realizadas desempenham um papel fundamental na construção de conceitos. (Ponte & Serrazina, 2000, como referido em Moreira & Martinho, 2015)

Dificuldades

As aulas de matemática no 2.º Ciclo ocupavam cinquenta minutos. Por este motivo o momento de familiarização dos alunos com as Barras Cuisenaire não permitiu ser tão extenso como no 1.º Ciclo, o que acabou por trazer alguns inconvenientes.

No decorrer da primeira aula reparei que os alunos tiveram alguma dificuldade em saber de imediato que número era representado por cada barra. Para contornarem esta dificuldade recorriam muitas vezes à imagem estampada na caixa do material para esclarecerem as suas dúvidas.

Assim que apresentei a primeira sequência para que os alunos a ampliassem e descobrissem qual a sua lei de formação, começaram a surgir algumas dificuldades, especialmente na questão em que era pedido para formarem os próximos dois termos das sequências.

Os alunos não perceberam bem a questão pois quando chamavam por mim para me mostrarem o que tinham pensado reparei que, em muitos dos casos, tinham apenas transformado os primeiros três termos da sequência, que já estavam no quadro, em barras de uma só cor, uma vez que, no quadro a sequência estava representada apenas com barras brancas. Ao verificar esta confusão formulei novamente a questão chamando a atenção de que o que era pretendido que construíssem eram os termos a seguir aos que já se encontravam no quadro, ou seja, o termo número 4 e o termo número 5.

Outra questão que também gerou confusão na turma foi o facto de só existirem barras até ao número 10. Como os termos 4 e 5 de ambas as sequências eram números maiores do que 10, os alunos não associaram imediatamente que tinham de juntar barras para formarem esses números, apesar de na cabeça deles já terem percebido quais os termos que eram pretendidos que descobrissem, apenas não sabiam como formá-los.

Isabel: Fiquei confusa porque as barrinhas acabam no número 10.

Professora: Vocês repararam que as barrinhas acabam no número 10, certo?

Professora: Para construirmos o número 13, temos de usar uma barrinha.

Isabel: Laranja e uma verde clarinha.

Transferência de Aprendizagens

Apesar de, como já referido, o tempo de familiarização com as Barras Cuisenaire ter sido curto os alunos conseguiram descobrir bastantes relações através da manipulação deste material durante o momento de exploração livre.

Os alunos descobriram, por exemplo, o facto de a barra laranja representar o número dez. Neste caso a barra laranja encontrava-se dividida em dez cubinhos, que representavam cada um deles, uma barra branca, ou seja, uma unidade. Ao constatarem esta relação foi fácil ordenarem as barras segundo a sequência dos seus tamanhos e chegarem ao pretendido para iniciar a discussão acerca das sequências e regularidades que tinham encontrado no momento de exploração livre.

Professora: Como ordenaram as barras?

Gisela: Do mais fininho para o mais gordinho.

Isabel: Do menor para o maior.

Gustavo: Descobri uma coisa.

Professora: O que descobriste? Mostra lá.

Isabel: Descobrimos os tamanhos.

Beatriz: As barras correspondem aos números e a laranja tem os números todos.

Um momento fulcral para perceber se os alunos conseguiram transferir as aprendizagens constituídas através da manipulação das Barras Cuisenaire foram sempre as sínteses finais, onde os alunos refletiam acerca da sua ação sob os materiais e construíam o seu próprio conhecimento através das experiências físicas que vivenciavam no decorrer da aula.

Nesta aula, através da síntese final, foi então possível verificar que os alunos tinham percebido os conteúdos abordados, nomeadamente lei de formação, termo e ordem de um termo. À medida que mostrava o PowerPoint com as representações das sequências os alunos foram dizendo como é que estas se formavam e também quais os termos seguintes que as constituíam. Esta tarefa de acompanharem o que eu ia mostrando tornou-se simples pois os alunos contactaram com as sequências trabalhadas de uma forma bastante envolvente e ativa.

O diálogo com os alunos foi sempre muito fluído pois estes participaram bastante, complementando as ideias uns dos outros.

4.2.2. Segunda Intervenção

Descrição

A segunda aula deste projeto foi planeada com o principal objetivo de consolidar os conhecimentos construídos pelos alunos na aula anterior, tais como: termo, ordem de um termo e lei de formação. Inicialmente estava um tanto ou quanto apreensiva relativamente ao desempenho dos alunos, uma vez que esta intervenção só foi possível após um intervalo superior a uma semana. No final o feedback obtido foi bastante positivo.

Através da realização de uma ficha de trabalho (Anexo V), onde os alunos trabalharam sequências com as Barras Cuisenaire, consegui extrair dados que me permitiram perceber se realmente os alunos entenderam ou não os conceitos da aula passada, bem como ter perceção e refletir acerca das dúvidas que estes iam colocando enquanto realizavam a tarefa proposta.

Nas aulas deste projeto optei por agrupar a turma em pares. Durante as aulas observadas reparei que se os grupos fossem constituídos por mais de dois elementos a maioria não colaborava na tarefa, acabando por se distraírem uns aos outros e não se envolverem na atividade.

Sendo assim, a aula iniciou com a entrega das Barras Cuisenaire. Enquanto preparava as fichas para serem distribuídas, os alunos iam edificando as suas construções potenciando-se assim um momento de exploração livre. Quando estava tudo pronto para iniciar a realização das fichas pedi a um aluno que as entregasse aos colegas. Optei por pedir aos alunos que lessem as questões em voz alta, um a um, de forma a que se existissem dúvidas estas pudessem ser esclarecidas para toda a turma.

A ficha de trabalho (Anexo V) abordava essencialmente duas sequências distintas. Em primeiro lugar os alunos tinham de representar os termos seguintes aos que já se encontravam descritos na ficha, depreendendo através deste exercício qual a lei de formação de ambas as sequências (questão 1.1 e 2.1). De seguida, como já conheciam a lei de formação, era pedido que generalizassem as sequências, na primeira até ao quarto termo e na segunda até ao oitavo termo, com o auxílio de uma tabela (questão 1.2 e 2.2). Posteriormente, utilizando linguagem natural e simbólica, era solicitado aos alunos que descrevessem a lei de formação das sequências trabalhadas (questão 1.3 e 2.3).

No final de trabalharem estas duas sequências, era descrita uma lei de formação e o que se pretendia era que os alunos construíssem eles próprios uma sequência com as Barras Cuisenaire respeitando a lei de formação descrita no enunciado (questão 3).

Utilização

Nesta aula, tal como já foi referido, o principal objetivo era perceber se os alunos tinham conseguido adquirir os conceitos trabalhados na sessão anterior, tais como o conceito de termo, ordem de um termo e lei de formação, transitando as experiências físicas vivenciadas através da manipulação das Barras Cuisenaire para o intelecto.

Posto isto, a utilização das Barras Cuisenaire no decorrer da aula prendeu-se com as questões que se encontravam na ficha de trabalho (Anexo V). Através da manipulação das barras os alunos testavam as suas próprias conjeturas acerca das sequências e regularidades para que depois transpusessem essas descobertas para as respostas da ficha de trabalho (Anexo V).

Enquanto realizavam a primeira questão, ilustrada na Figura 30, reparei que tratavam a primeira sequência como se a barra de cima fosse completamente independente da barra de baixo e assim dentro de uma só sequência existiam duas sequências distintas.

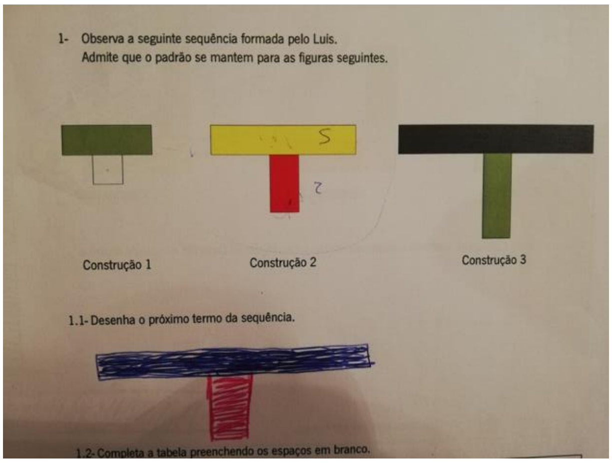


Figura 30 - Questão 1 da ficha de trabalho - primeiros três termos da primeira sequência da ficha.

Tal também se verificou na questão 1.3, presente na Figura 31, onde era pedido que descrevessem a lei de formação da sequência. As respostas obtidas falavam de duas leis de formação distintas, uma correspondente à sequência de cima e outra correspondente à sequência de baixo, indo ao encontro do raciocínio estabelecido na questão 1.1.

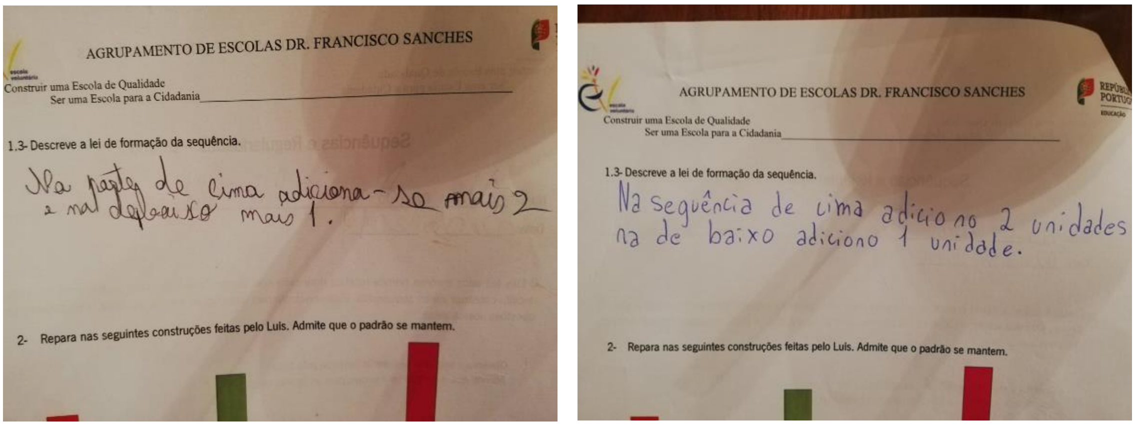


Figura 31 - Respostas de diversos alunos à questão relacionada com a lei de formação da primeira sequência da ficha de trabalho

Relativamente à questão 1.3, não considerei que os alunos tivessem respondido errado, pois utilizaram a estratégia que lhes pareceu mais adequada, uma vez que utilizaram sempre duas barras distintas para formarem os termos da sequência referida. Desta forma, ao descreverem a lei de formação, utilizaram a linguagem que melhor representou o raciocínio que construíram.

Professora: Então vamos ver. Que regularidade observamos na sequência? (1.2)

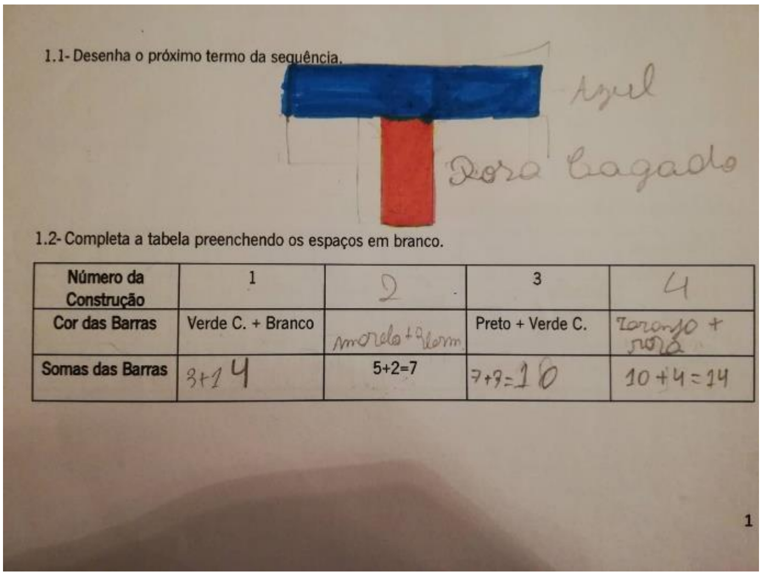
Gustavo: Na de baixo é 1. Na de cima é sempre mais 2.

Professora: Então qual é o termo a seguir?

Gustavo: É este (apontando para a barra preta) mais 2 e em baixo é mais 1.

Gustavo: É o 4 e é o 9.

No decorrer da ficha de trabalho (Anexo V) os alunos utilizaram sempre as Barras Cuisenaire para testarem as suas ideias e responderem às questões solicitadas, porém existam algumas destas questões, como é o caso da 1.2, que requisitavam mais a utilização do material do que outras. Um exemplo disto eram as tabelas que auxiliavam os alunos a generalizar as sequências, tal como mostra a Figura 32Figura 32.


1.1- Desenha o próximo termo da sequência.

Azul

Rosa Cagado

1.2- Completa a tabela preenchendo os espaços em branco.

Número da Construção	1	2	3	4
Cor das Barras	Verde C. + Branco	amarelo + branco	Preto + Verde C.	laranja + rosa
Somas das Barras	3+1 4	5+2=7	7+3=10	10+4=14

1

Figura 32 - Tabela presente na ficha de trabalho para auxiliar a generalização das sequências

Os alunos utilizavam bastante as Barras Cuisenaire para preencherem as tabelas, pois numa das colunas era pedido que mencionassem a cor das barras que constituíam os termos da sequência.

Considero que ter colocado nas tabelas uma coluna para que os alunos indicassem as cores das duas barras utilizadas potenciou o facto dos alunos terem estabelecido o raciocínio de que existiam duas sequências distintas dentro daquilo que seria só uma sequência.

Efeitos

Como se tem vindo a constatar ao longo da implementação deste projeto, as Barras Cuisenaire têm cumprido a sua função e têm sido um bom recurso para que os alunos compreendam os conceitos trabalhados na sua essência.

Durante esta aula, para perceber se os alunos estavam realmente a compreender os conteúdos trabalhados através da manipulação deste material, decidi adotar uma estratégia que consistia em pedir a um dos membros do par que explicasse o seu raciocínio ao outro membro, caso estes me chamassem para esclarecer alguma dúvida da ficha. Ou seja, em vez de ser eu a esclarecer a dúvida, ouvia primeiro o raciocínio deles e tentava chegar ao pretendido através da partilha de ideias entre os próprios alunos.

Desta forma, através da estratégia referida no parágrafo anterior, as Barras Cuisenaire ajudaram os alunos a expor o próprio raciocínio, tornando-se uma mais valia no âmbito da cooperação entre pares. Esta estratégia veio também combater o facto dos pares partilharem apenas o material e não o raciocínio, acabando em muitos dos casos por efetuarem um trabalho mais individualizado.

Dificuldades

Durante a realização da ficha, reparei que alguns dos alunos mais distraídos continuavam a cometer o mesmo erro da aula passada logo na primeira questão. Em vez de construírem os termos imediatamente a seguir aos que já se encontravam representados na ficha de trabalho, pegavam nas Barras Cuisenaire e reproduziam esses mesmos termos, já conhecidos, em vez de construírem os próximos.

Importa também referir que alguns alunos ainda não conheciam muito bem as Barras Cuisenaire. Constatei que muitas vezes não sabiam a que número correspondia cada barra, auxiliando-se da imagem presente na caixa do material para esclarecer as próprias dúvidas e dar resposta às questões. Penso que o facto de ainda não dominarem as carateristicas das Barras Cuisenaire se prende com o facto de, na aula passada, enquanto abordava estes mesmos conceitos com toda a turma, alguns dos alunos estarem mais interessados em construir as suas próprias produções. Esta ação é fruto de se encontrarem perante um material novo e estimulante ao qual não estavam habituados numa sala de aula.

Lourenço: O próximo termo é o castanho com o rosa (falando da sequência 1)

Professora: Porque é que é o castanho?

Lourenço: Porque depois do preto vem o castanho.

Professora: Vamos lá ver uma coisa. Do verde claro para o amarelo quantos vão?

Lourenço: 1.

Professora: Vamos pensar! O verde claro corresponde a que número?

Lourenço: A 3 cubinhos pequenos.

Professora: Então o verde claro é o 3. Certo?

Lourenço: Sim.

Professora: E o branco?

Alunos: 1.

Professora: E aqui?

Alunos: 4.

Professora: O amarelo representa que número?

Lourenço: (olhando para a caixa) 5.

No decorrer da aula pude também constatar que os alunos tiveram algumas dificuldades nos exercícios onde era necessário desenhar, pois não conseguiam desenhar as barras à escala. Muitas vezes representavam as barras com tamanhos bastante desproporcionais e coloriam com a cor correta para que eu entendesse que barra desejavam simbolizar. No decorrer da ficha de trabalho observei também que a turma perdia algum tempo a pintar as barras e então sugeri que poderiam apenas escrever dentro delas os nomes das suas cores, de forma a agilizar o processo.

A questão onde considero que existiram mais dificuldades foi sem dúvida a última questão da ficha de trabalho, questão 3. Aqui foi pedido que, através da lei de formação descrita, os alunos construíssem uma sequência escolhida por eles, utilizando as Barras Cuisenaire.

Ao verificar as resoluções da turma, considero que não tiveram qualquer problema em descrever numericamente a sequência. Os alunos compreenderam a lei de formação e estabeleceram o raciocínio correto para alcançar quais os termos que a constituíam. Por sua vez, a dificuldade traduziu-se em representar através das Barras Cuisenaire a sequência pensada. Como já mencionei acima, alguns alunos apresentavam bastantes dificuldades em desenhar as barras acabando por se desleixarem na sua representação. Este constrangimento incentivava a que, muitas das vezes, preferissem então traduzir o raciocínio numericamente, tal como podemos observar na Figura 33, descurando a sua representação.

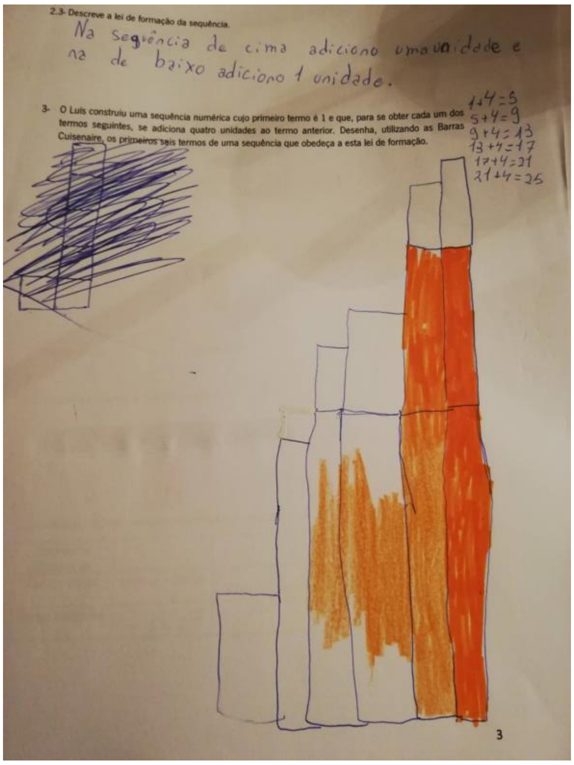


Figura 33 - Resolução da última questão da ficha de trabalho

Analisando as dificuldades demonstradas pelos alunos na realização da ficha de trabalho, considero que algumas delas sejam propicias da falta de motivação dos alunos para a execução das tarefas propostas. Com isto não quero dizer que os alunos não se mostraram motivados para realizar as tarefas com as Barras Cuisenaire, no entanto existiam sempre alguns que em vez de testarem as suas próprias conjeturas e responderem ao que era solicitado na ficha de trabalho, preferiam "brincar" com o material e fazer as suas próprias construções, acabando por perder o fio condutor da aula e desmotivar, originando assim algumas destas dificuldades.

Transferência de Aprendizagens

Ao circular pela sala e posteriormente, aquando da análise das produções dos alunos, reparei que a maioria da turma olhava para a ambas as sequências e percebia quantas unidades necessitava de adicionar para obterem o termo seguinte, percebendo qual a lei de formação de ambas as sequências.

Porém, no momento em que realizavam as questões referentes à primeira sequência, ao circular pela sala, constatei que duas alunas pensaram na sua lei de formação de uma forma diferente dos seus colegas, mostrando que conseguiram transferir as aprendizagens construídas através das Barras Cuisenaire.

Professora: Como estão a pensar?

Isabel: Nós estamos a pensar assim: Nós fizemos esta (mostrando a barra amarela do 2.º termo) menos esta (apontando para a barra verde claro do 1.º termo) e deu a diferença e essa diferença nós começamos a somar com esta daqui (barra amarela do 2.º termo) para dar esta (barra preta do 3.º termo).

Professora: Como?

Isabel: Então 5-3 dá 2, que é a diferença entre eles os dois (Amarela – Verde C.), então 3+2 é igual a 5 e está aqui (apontando para a barra amarela do 2.º termo). E depois para o de baixo fizemos exatamente a mesma coisa.

O que as alunas fizeram foi subtrair o segundo termo ao primeiro de modo a perceberem qual a diferença entre ambos. Essa diferença seria o que tinham de somar ao segundo termo para que chegassem ao terceiro e assim sucessivamente.

4.2.3. Terceira Intervenção

A terceira intervenção deste projeto recaiu sobre uma investigação matemática (Anexo VI). Através desta atividade, os alunos puderam desenvolver o pensamento matemático, devido ao esforço realizado para que fossem os próprios a procurar as respostas às questões propostas. Assim, não lhes foram indicados métodos para chegarem a estas, apenas algumas instruções para que não se afastassem do propósito da tarefa. O trabalho dos alunos foi autónomo na medida em que tinham a responsabilidade de descobrir e justificar as suas próprias descobertas.

Com os alunos organizados em pares, a aula iniciou pela entrega das Barras Cuisenaire. Enquanto preparava a investigação matemática (Anexo VI) para ser distribuída, os alunos iam edificando as suas construções potenciando-se um momento de exploração livre.

Assim que estava tudo pronto para iniciar a realização desta atividade, adotei a estratégia da última aula e pedi a um aluno que a entregasse aos colegas. De seguida, optei por pedir aos alunos que lessem as questões em voz alta, um a um, de forma a que se existissem dúvidas estas pudessem ser esclarecidas para toda a turma.

Esta investigação matemática (Anexo VI) incidiu apenas numa única sequência. As duas primeiras questões da investigação matemática consistiam na construção e posterior ilustração do primeiro termo da sequência. Através da representação deste termo os alunos foram motivados a percecionar quais os próximos termos da sequência para que, posteriormente, a sua lei de formação fosse melhor compreendida.

Neste sentido, os alunos tinham de formar, na questão 1, uma escada com uma barra de cada cor e de seguida, na questão 1.1, tinham de ajustar outra escada no sentido inverso, formando deste modo um retângulo com onze linhas, como mostra a Figura 34.

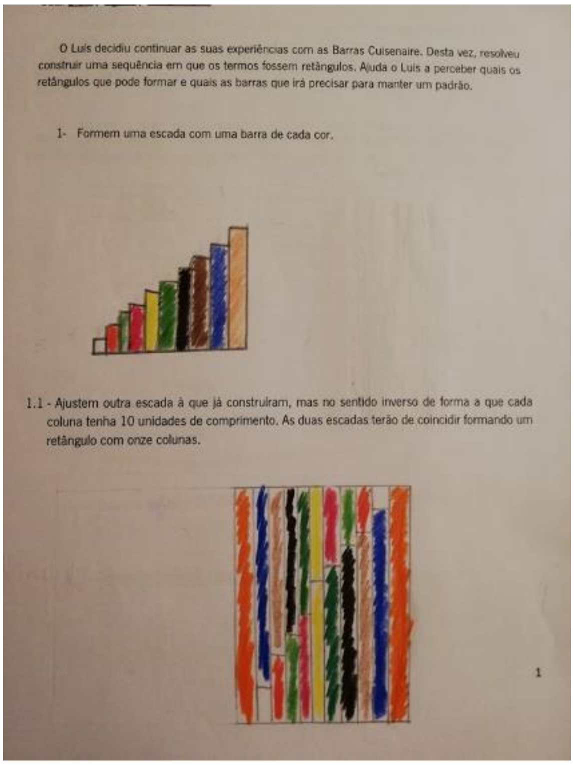


Figura 34 - Representação do primeiro termo da sequência

Após terem construído e ilustrado o primeiro termo da sequência com o auxílio das Barras Cuisenaire, os alunos tinham de exprimir numericamente o número “escondido” no retângulo representado na questão anterior, bem como na escada das Barras Cuisenaire que, por sua vez, representava metade do retângulo (questão 2.1 e 2.2).

A questão seguinte, questão 3, remetia para outra possibilidade de construção do primeiro termo da sequência. Aqui os alunos tiveram de encaixar as duas escadas das Barras Cuisenaire de forma a que a primeira e a última linha do retângulo fossem compostas por uma barra branca e uma barra laranja. Posteriormente, o processo foi o mesmo. Os alunos tiveram de exprimir numericamente o número que o retângulo representava, assim como o da escada que representava a sua metade, como verificamos na Figura 35.

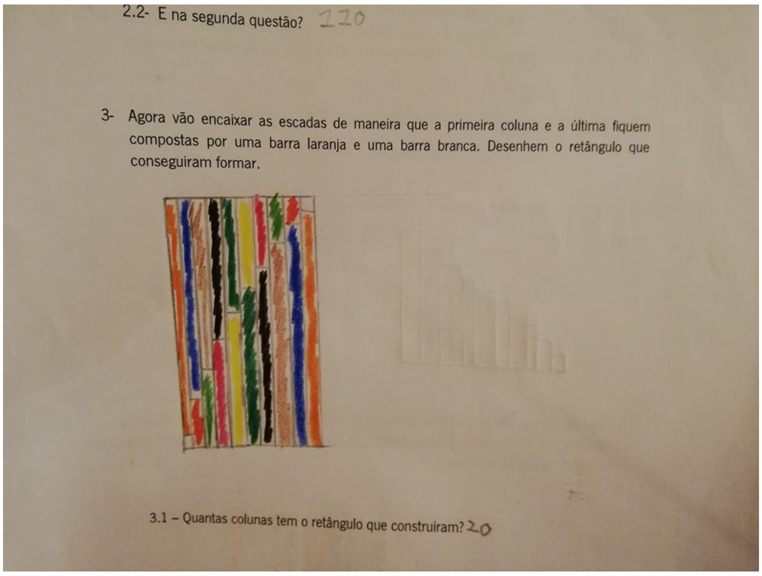


Figura 35 - Segunda possibilidade de construção do primeiro termo da sequência

Esta segunda hipótese de retângulo construído para o primeiro termo foi a utilizada para proceder à generalização da sequência. Posto isto, os alunos tiveram de perceber não só que número é que este primeiro termo representava, mas também quantas colunas o constituíam, assim como qual era a soma das barras que constituíam cada uma das suas colunas.

A partir daqui os alunos começaram a perceber a essência desta sequência. Para construírem o segundo termo retiraram ao retângulo do primeiro termo as duas barras brancas. Desta forma, a primeira e a última coluna ficaram compostas por uma barra vermelha e uma barra laranja, tal como vemos na Figura 36. Após a construção do retângulo representativo do segundo termo, o processo voltou a repetir-se: os alunos descobriram qual era o número que este segundo termo representava, assim como cada uma das suas escadas constituintes. Além disso, à semelhança da tarefa anterior, percecionaram quantas colunas constituíam o retângulo e qual era soma de cada uma delas.

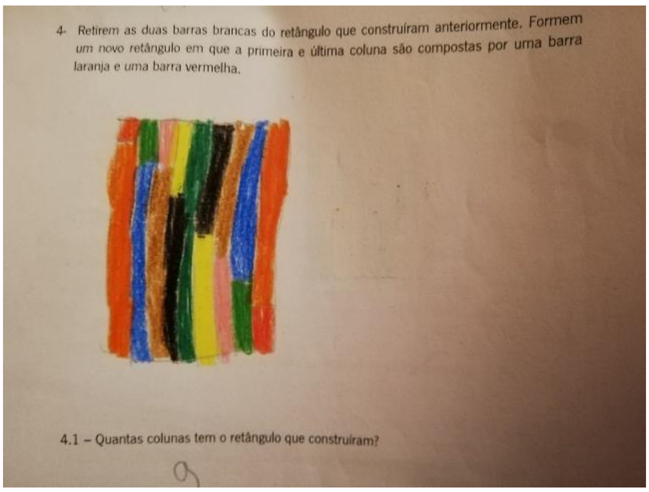


Figura 36 - Construção do segundo termo da sequência

De seguida foi a vez dos alunos retirarem ao retângulo as barras vermelhas e construírem assim o terceiro termo da sequência.

O processo de construção da sequência foi orientado até á construção do terceiro termo. A partir do quarto termo e até ao último, onde o retângulo construído figurava com apenas duas barras laranjas, o processo foi autónomo.

A penúltima questão da investigação matemática, questão 6, consistia numa tabela que tinha como função auxiliar os alunos na generalização desta sequência sem se desviarem do que era pretendido.

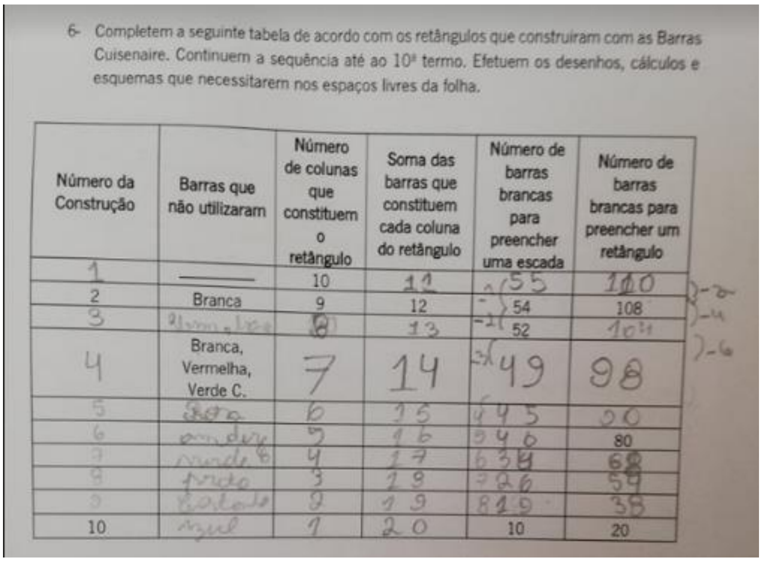
Por último os alunos tiveram de pensar numa lei de formação que descrevesse com clareza a regra de construção que os permitiu passar de um termo para o outro da sequência.

Utilização

No decorrer desta aula as Barras Cuisenaire auxiliaram os alunos na construção dos termos da sequência trabalhada bem como na perceção da sua lei de formação.

Através da manipulação deste material foi possível que os alunos visualizassem e testassem as suas conjeturas ao mesmo tempo que iam assimilando a regra de construção que permitiu que passassem de um termo para o outro da sequência.

Até ao quinto termo da sequência os alunos procederam à construção dos respetivos retângulos, porém, do quinto termo em diante, os alunos começaram a reparar nas regularidades existentes na tabela que tinham de preencher e isso gerou um desapego das Barras Cuisenaire, uma vez que, completaram facilmente a tabela, Figura 37, sem necessitarem de construir os restantes retângulos.


6- Completem a seguinte tabela de acordo com os retângulos que construíram com as Barras Cuisenaire. Continuem a sequência até ao 10º termo. Efetuem os desenhos, cálculos e esquemas que necessitarem nos espaços livres da folha.

Número da Construção	Barras que não utilizaram	Número de colunas que constituem o retângulo	Soma das barras que constituem cada coluna do retângulo	Número de barras brancas para preencher uma escada	Número de barras brancas para preencher um retângulo
1	—	10	11	55	110
2	Branca	9	12	54	108
3	[illegible]	8	13	52	104
4	Branca, Vermelha, Verde C.	7	14	49	98
5	[illegible]	6	15	45	90
6	[illegible]	5	16	40	80
7	[illegible]	4	17	34	68
8	Preto	3	18	26	54
9	[illegible]	2	19	19	38
10	Azul	1	20	10	20

Figura 37 - Tabela preenchida pela Maria no decorrer da investigação matemática

Efeitos

A utilização das Barras Cuisenaire permitiu que os alunos utilizassem diversas estratégias para construírem os termos da sequência trabalhada.

À medida que ia circulando pela sala fui reparando na forma como os alunos interligavam o material com o próprio raciocínio. Ia reparando sobretudo nas estratégias utilizada para descobrirem o número que cada retângulo representava.

No momento em que preparei esta aula pensei que os alunos para descobrirem o número representativo de cada termo poderiam utilizar barras brancas para procederem à contagem, no entanto tal não se verificou. Os alunos repararam desde cedo, através das questões iniciais da investigação matemática, que o retângulo se construía a partir do encaixe de duas escadas iguais. O que fizeram, maioritariamente, foi utilizar a calculadora para procederem à soma dos números compreendidos entre a primeira e a última barra de uma das metades do retângulo em questão e multiplicar por dois.

Outra estratégia utilizada pelos alunos, com o auxílio das Barras Cuisenaire, evidenciou-se assim que no momento de descobrirem qual o número representativo de um determinado termo, os alunos subtraíam ao termo anterior a soma das duas barras retiradas.

Além das estratégias mencionadas em cima, o Paulo utilizou as Barras Cuisenaire para descobrir o número correspondente ao primeiro termo de uma forma distinta das dos restantes colegas. Neste sentido, o aluno começou então por construir a escada das Barras Cuisenaire, pois no primeiro termo todas as barras faziam parte da sua constituição. A partir daqui foi movendo a barra branca que se encontrava numa das extremidades do retângulo, para junto da barra azul de forma a perfazer o comprimento da barra laranja (9+1=10), que se encontrava na extremidade oposta; de seguida moveu a barra vermelha para junto da barra castanha de forma a perfazer também o cumprimento da barra laranja (8+2=10) e assim sucessivamente até sobrar apenas a barra amarela. Deste modo, o aluno reparou que a soma de cada coluna era igual a 10 e que por sua vez tinha 5 colunas. Multiplicou 10 x 5 e somou a barra amarela que sobrava obtendo o resultado de 55 correspondente a uma das escadas do primeiro termo. Após esta descoberta, bastou que o aluno multiplicasse este resultado por 2 e obtivesse assim o valor do primeiro termo desta sequência. A Figura 38 mostra-nos a estratégia do Paulo.

Figura 38 - Estratégia utilizada pelo Paulo para proceder à contagem do número representativo do primeiro termo da sequência

Tal como já foi mencionado anteriormente, estas estratégias só se verificaram até ao quinto termo, sensivelmente. Após o quinto termo os alunos utilizaram apenas a tabela para procederem à descoberta dos termos seguintes.

Alguns alunos foram acabando relativamente cedo a investigação matemática prestando-se para ajudarem os colegas a resolver as questões onde tinham mais dificuldade. Neste sentido, as Barras Cuisenaire proporcionaram também um momento de interajuda e de dinâmica de trabalho entre os pares, onde puderam discutir as suas ideias dando origem a uma atitude ativa de cooperação, tornando possível o desenvolvimento do raciocínio matemático e a descoberta de estratégias para dar resposta às questões.

Dificuldades

No decorrer desta investigação matemática fui observando a destreza dos alunos quanto à manipulação das Barras Cuisenaire e também os seus embaraços. Neste sentido, reparei que os alunos mostraram algumas dificuldades em perceber que retângulo utilizavam como sendo o primeiro termo da sequência trabalhada.

Esta dificuldade prendeu-se com o facto dos alunos terem construído duas hipóteses para o primeiro termo da sequência nas primeiras questões da investigação matemática (1.1 e 3). Assim que chegou a altura de preencherem a tabela esta dificuldade fez-se notar pois os alunos tiveram dúvidas ao completarem o campo onde tinham de mencionar o número de colunas que constituíam o retângulo, assim como a soma das barras que constituíam cada coluna deste. O impasse surgiu uma vez que nas duas hipóteses do retângulo representativo do primeiro termo da sequência estas modalidades variavam, embora o número representado fosse o mesmo. Se utilizassem o retângulo construído na questão 1.1, os alunos teriam de responder que o primeiro termo era composto por 11 colunas e que a soma de cada coluna correspondia a 10. Caso determinassem que o primeiro termo da sequência era o retângulo construído na questão 3, os alunos tinham de responder que o retângulo era composto por 10 colunas e que cada uma delas correspondia a uma soma de 11.

Nesta aula transpareceu por parte de alguns alunos uma certa dificuldade em manterem-se motivados para a realização desta atividade com as Barras Cuisenaire. Penso que este desinteresse se prendeu com o facto de se encontrarem muitas vezes dispersos, construindo com o material estruturas do seu interesse pessoal, descurando deste modo a atividade proposta. Assim que eram advertidos para a realização da investigação matemática já se encontravam bastante atrasados comparado com os colegas, acabando por não serem cuidadosos na organização das ideias e na justificação das respostas dadas.

Transferência de Aprendizagens

Nesta intervenção foi evidente a transferência das aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire, uma vez que, os alunos só necessitaram de recorrer ao material manipulável até à construção do quinto termo da sequência, como já foi várias vezes mencionado anteriormente.

A tabela posicionada no final da investigação matemática permitiu concluir que os alunos percecionaram as regularidades presentes no seu preenchimento à medida que a iam completando acabando por descurar a utilização do material manipulável a partir de um dado momento e recorrendo por sua vez a sequências numéricas.

4.2.4. Quarta Intervenção

Descrição

A quarta intervenção deste projeto procurou beneficiar o debate acerca da construção de diversas sequências, apresentadas num PowerPoint logo no início da aula, de forma a preparar os alunos para uma abordagem mais formal relativamente a conceitos como a determinação de expressões geradoras definidas através de uma lei de formação recorrente.

Sendo assim, esta aula iniciou com a apresentação de uma sequência através de um slide de PowerPoint, conforme nos mostra a Figura 39. Aqui os alunos tiveram de observar a sequência e construir, utilizando as Barras Cuisenaire, os próximos dois termos uma vez que só eram apresentados os primeiros três.

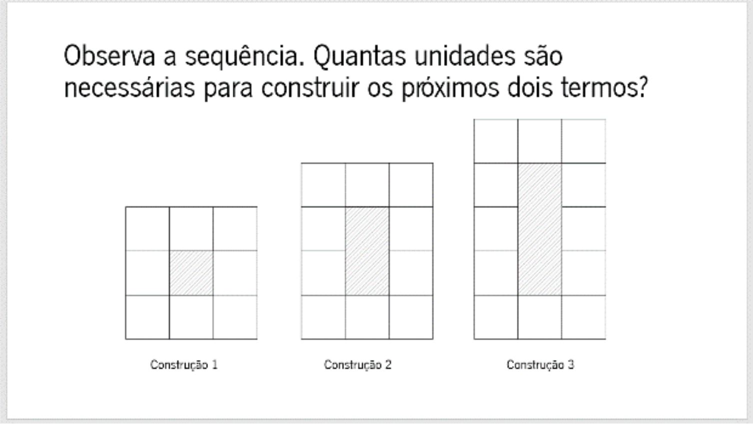
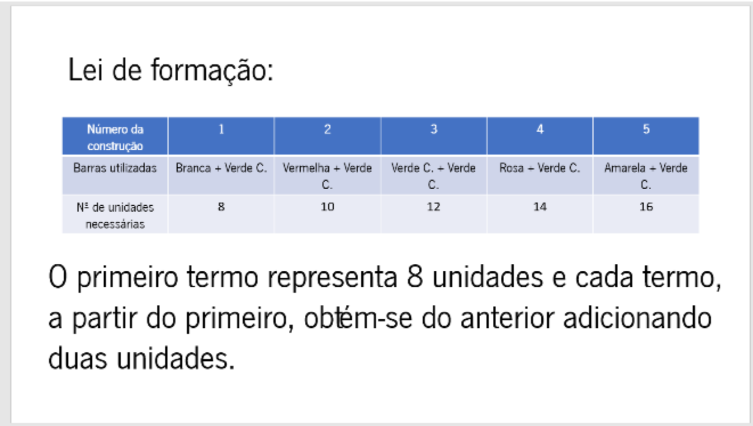


Figura 39 - Sequência apresentada à turma num primeiro momento

Após construírem os primeiros cinco termos da sequência era pedido aos alunos que pensassem e descrevessem a sua lei de formação utilizando linguagem natural e simbólica. No PowerPoint existia uma tabela, Figura 40, com campos por preencher que auxiliava os alunos na determinação da lei de formação num momento posterior de discussão em turma.



Lei de formação:

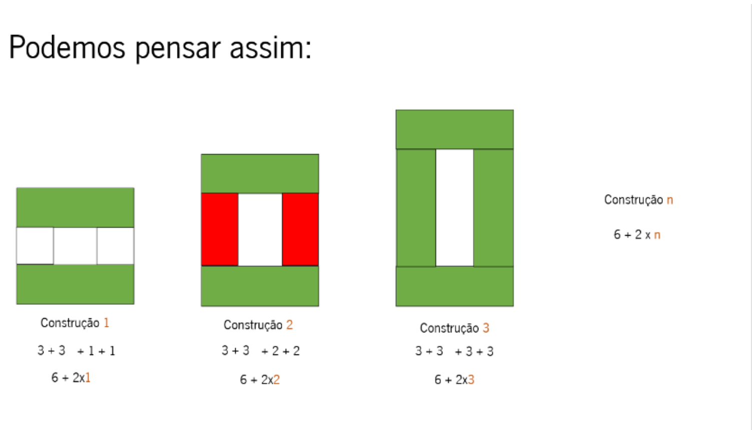
Número da construção	1	2	3	4	5
Barras utilizadas	Branca + Verde C.	Vermelha + Verde C.	Verde C. + Verde C.	Rosa + Verde C.	Amarela + Verde C.
Nº de unidades necessárias	8	10	12	14	16

O primeiro termo representa 8 unidades e cada termo, a partir do primeiro, obtém-se do anterior adicionando duas unidades.

Figura 40 - Tabela e lei de formação apresentadas após discussão em turma

Posteriormente, de forma a introduzir a determinação da expressão geradora desta sequência foi lançado à turma o desafio de descobrirem quantas unidades eram necessárias para construírem o termo 100 da sequência.

Depois de algumas tentativas em pares para descobrirem a resposta a este desafio, mostrei à turma, através do PowerPoint, dois esquemas distintos para que visualizassem duas estratégias de forma a compreenderem como poderiam pensar no termo 100 da sequência, como nos mostra a Figura 41.



Também podíamos pensar assim:

Número da construção	1	2	3	4	5
Barras utilizadas	Branca + Verde C.	Vermelha + Verde C.	Verde C. + Verde C.	Rosa + Verde C.	Amarela + Verde C.
Nº de unidades necessárias	8	10	12	14	16

- Para passar de um termo para o seguinte adiciona-se 2.
- Se existisse uma construção 0, esta teria 6 barras brancas (8-2=6).

- O termo de ordem n é dado por:

6 + 2 x n

Termo de ordem 0, se existir

A diferença entre um termo e o anterior

Figura 41 - Esquemas elaborados para auxiliar os alunos na construção da expressão geradora

Assim que visualizaram e compreenderam como se poderia formar qualquer termo da sequência, em grupo turma, chegamos a uma expressão geradora que traduzisse os esquemas que foram apresentados anteriormente.

De seguida, apresentei à turma uma nova sequência para que, desta vez, fossem eles a descobrir uma expressão geradora que lhes permitisse obter, para cada ordem, o termo da sequência que lhe corresponde, repetindo todo o processo que realizaram para a primeira sequência apresentada.

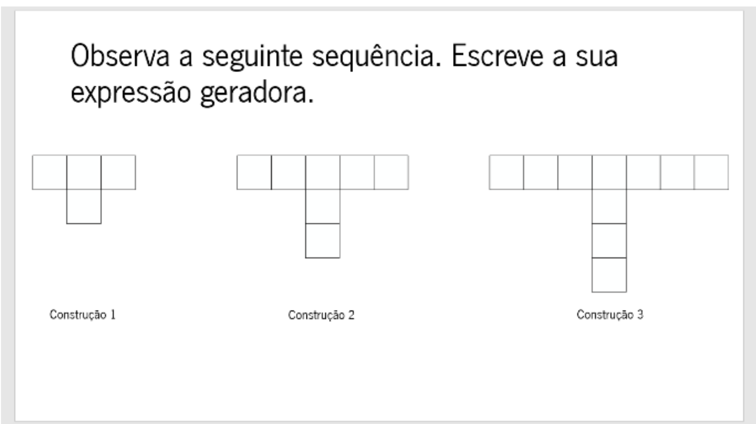


Figura 42 - Segunda sequência apresentada à turma

De forma a concluir a aula, à semelhança do que foi feito para a primeira sequência, também nesta segunda foi apresentado um esquema em PowerPoint, Figura 43, que permitiu que os alunos visualizassem como poderiam chegar à expressão geradora, promovendo um momento de comunicação matemática. No entanto, este esquema só foi apresentado após os alunos testarem as suas conjeturas com as Barras Cuisenaire.

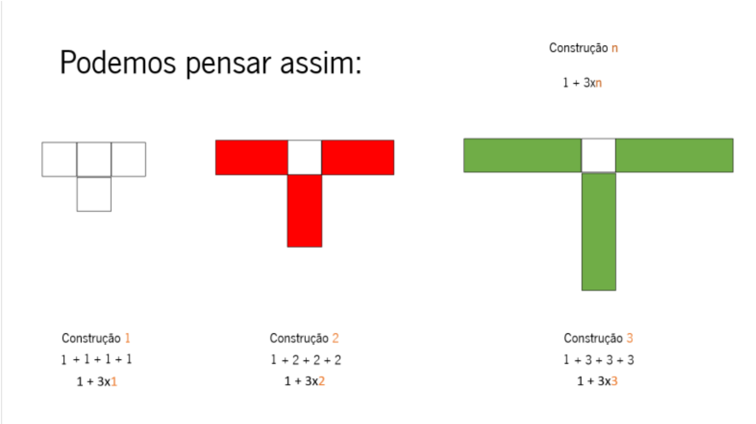


Figura 43 - Esquema referente à construção da expressão geradora da 2ª sequência

Utilização

No decorrer desta intervenção os alunos utilizaram sempre as Barras Cuisenaire durante as atividades. Como a aula se centrou maioritariamente à volta de momentos de exploração e manipulação do material, e não existiu qualquer tipo de suporte em papel, não houve muito espaço para que os alunos se desprendessem da utilização das Barras Cuisenaire. Deste modo, para conseguirem construir os termos das sequências tinham mesmo de utilizar o material de forma a conseguirem comprovar empiricamente os seus raciocínios e testar conjeturas.

Nesta aula foi novamente adotada a estratégia de apresentar à turma as sequências através de barras brancas. Deste modo os alunos puderam utilizar as barras que melhor lhes pareceram adequar-se para retratar a sequência apresentada, proporcionando-lhes assim uma certa liberdade para serem criativos e apresentarem sequências distintas dos seus colegas, tal como observamos na Figura 44.

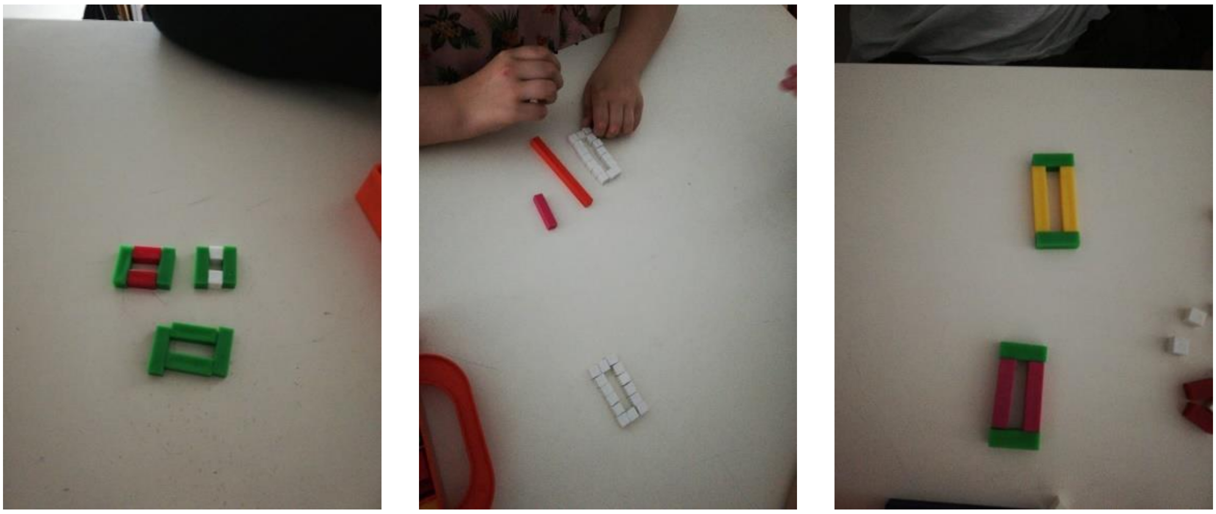


Figura 44 - Termos da 2ª sequência construídos pelos alunos num momento de exploração

No momento em que apresentei os esquemas elaborados para que os alunos compreendessem melhor como se formavam as expressões geradoras de cada sequencia, Figura 41 e Figura 43, respetivamente, as Barras Cuisenaire não foram utilizadas fisicamente pelos alunos, uma vez que estavam atentos à sucessão dos esquemas, porém foram utilizadas em formato digital nos slides do PowerPoint.

Efeitos

No decorrer desta aula os alunos utilizaram os materiais manipuláveis para procederem à generalização de duas sequências e através da sua lei de formação chegar a uma expressão geradora que permitisse obter qualquer termo destas.

Tal como já foi mencionado anteriormente os alunos puderam comprovar empiricamente os seus raciocínios e testar conjeturas manipulando as Barras Cuisenaire.

A utilização das Barras Cuisenaire durante os momentos de exploração promoveu, posteriormente, uma partilha de ideias em grupo turma bastante enriquecedora, onde a participação de todos os alunos foi bastante notória. Um exemplo deste empenho gerado pelas Barras Cuisenaire aconteceu assim que pedi auxílio aos alunos para preenchermos em conjunto a tabela que permitia expandir a primeira sequência apresentada. Os alunos mostraram-se bastante entusiasmados e confiantes das suas respostas uma vez que tinham comprovado através da manipulação do material o que nesse momento partilhavam com o grupo turma.

Dificuldades

Esta aula potenciou sobretudo, um contacto constante entre alunos e professora que por sua vez foi otimizado através da constante partilha gerada através dos slides do PowerPoint em conjunto com a exploração dos raciocínios através das Barras Cuisenaire.

Neste sentido, dado que a proximidade foi iminente e o diálogo constante, foi-me permitido constatar algumas dificuldades reveladas pelos alunos no decorrer das tarefas propostas. Assim, considero que a determinação das expressões geradoras foi o conteúdo onde os alunos se mostraram menos à vontade, uma vez que se tornou complicado para eles transformar as experiências vivenciadas, através de objetos físicos, em linguagem matemática.

Como já previa esta dificuldade pensei previamente em construir esquemas que facilitassem a compreensão da expressão geradora, apelando à atenção dos alunos através de animações criadas no PowerPoint. Sendo assim, esta dificuldade sentiu-se, principalmente, nos momentos em que tinham de ser os alunos autonomamente a tentarem chegar à expressão esperada.

Transferência de Aprendizagens

A participação ativa dos alunos no decorrer desta aula demonstrou que existiam conteúdos abordados nas aulas anteriores que estavam devidamente assimilados, como é o caso dos conceitos de lei de formação, ordem de um termo e termos de uma sequência. As tarefas que envolviam a determinação dos conceitos supracitados eram facilmente realizadas pelos alunos.

No entanto a determinação de uma expressão geradora foi um conteúdo que considero que não ficou totalmente esclarecido, pelo que, na aula seguinte tomei a liberdade de rever este conceito através de exercícios com as Barras Cuisenaire.

4.2.5. Quinta Intervenção

Descrição

A quinta e última aula deste projeto de intervenção no 2.º Ciclo teve como objetivo consolidar os conteúdos que não ficaram tão bem esclarecidos nas aulas passadas, nomeadamente a determinação de uma expressão geradora. Esta consolidação procedeu-se através de uma ficha de trabalho (Anexo VII) onde foi apresentada apenas uma sequência que os alunos tinham de explorar com o propósito de no final conseguirem pensar numa regra que lhes permitisse obter, para cada ordem, o termo da sequência que lhe corresponde.

A aula iniciou com um momento de exploração livre que se procedeu enquanto preparava os materiais de suporte para esta intervenção. Assim que tudo ficou operacional , como é habitual, pedi a um aluno que entregasse as fichas de trabalho aos colegas e lemos em voz alta as questões constituintes desta, para que se existisse alguma dúvida esta pudesse ser esclarecida para toda a turma.

A ficha de trabalho (Anexo VII) apresentava em primeiro lugar uma sequência (questão 1). Posteriormente, os alunos tinham de completar a tabela que auxiliava na generalização da sequência e na perceção da sua lei de formação (questão 1.1). De seguida, os alunos teriam de pensar em quantas barras brancas eram necessárias para completar o termo 23 da sequência e explicar como obtiveram essa resposta (questão 1.2). Por fim, era pedido que escrevessem uma expressão geradora que definisse a sequência que tinham acabado de explorar (questão 1.3).

Nesta aula não existiu um momento final em que discutimos as respostas em conjunto. Como estava sempre a circular pela sala fui tirando as dúvidas aos alunos de forma mais individualizada, para ter a certeza que os constrangimentos sentidos pela determinação da expressão geradora eram compreendidos.

No final da realização da ficha de trabalho, os alunos tiveram a possibilidade de responder a dois questionários, um de resposta aberta (Anexo VIII) e outro de resposta fechada (Anexo IX), dando a sua opinião sobre o contributo das aulas deste projeto para a sua aprendizagem. Os resultados destes questionários serão analisados juntamente com os do 1.º Ciclo no capítulo das conclusões.

Utilização

Durante esta tarefa notou-se um desprendimento considerável dos alunos para com as Barras Cuisenaire. No decorrer da aula verificou-se que estes não recorreram a este material como suporte físico para resolverem as questões da ficha de trabalho.

No entanto, como a sequência apresentada na ficha de trabalho foi construída com recurso às Barras Cuisenaire, os alunos não utilizaram o material, mas pensaram acerca dele para resolver as questões propostas. Tal aconteceu, uma vez que, a sequência trabalhada em vez de ser representada com material concreto e palpável, foi representada na ficha de trabalho em duas dimensões.

Apesar deste desprendimento, as barras foram utilizadas pelos alunos durante o momento de exploração livre do início da aula para construírem aquilo que a imaginação lhes suscitava.

Efeitos

Nesta aula, durante a realização da ficha de trabalho, os alunos conseguiram desenvolver o seu pensamento sem recorrer constantemente às Barras Cuisenaire, uma vez que, na ficha encontravam todos os dados que necessitavam para proceder à sua realização.

Enquanto ia circulando pela sala de aula, auxiliando os alunos na compreensão das dúvidas que surgiam, assim como no posterior momento de análise das respostas dadas por estes, fui reparando nas estratégias utilizadas para responderem às questões da ficha de trabalho.

Os alunos recorreram bastante à representação da sequência na ficha de trabalho (questão 1), construída através de barras brancas, para determinarem a sua expressão geradora. Tal como já foi mencionado anteriormente, os alunos não utilizaram o material manipulável em si, mas pensaram acerca dele para resolver as questões propostas.

Como podemos observar na Figura 45, uma estratégia utilizada pelos alunos, foi precisamente assinalar as barras brancas que se mantinham de termo para termo. Posteriormente, os alunos repararam que existia uma quantidade de barras brancas que se repetia três vezes ao longo da figura: uma vez para cima, outra vez para o lado direito e outra vez para o lado esquerdo. Essa quantidade de barras que se repetia três vezes traduzia-se conforme o número da construção. Por exemplo, na construção 1, ou seja, no termo 1, tínhamos uma barra branca em cima, uma do lado esquerdo e uma do lado direito em relação às duas barras brancas que se mantinham sempre inalteráveis. Na construção 2 tínhamos, da mesma forma, duas barras brancas do lado direito, duas barras brancas do lado esquerdo e duas barras brancas em cima das duas barras que nunca se alteravam de termo para termo, e assim sucessivamente.

Através desta estratégia os alunos conseguiram pensar em qualquer termo que lhes perguntassem, pois perceberam exatamente como cada um deles se formava.

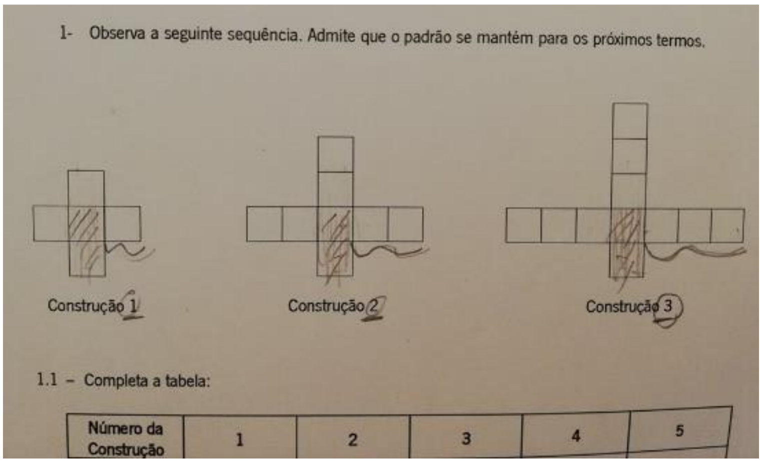


Figura 45 - Estratégia utilizada pelos alunos para determinarem a expressão geradora da sequência apresentada

Dificuldades

Ao analisar as respostas dos alunos às questões da ficha de trabalho, notei que estes, apesar de terem conhecimento de que para obterem, para cada ordem, o termo da sequência que lhe corresponde, podem recorrer a uma expressão geradora, dificilmente o faziam.

Em vez disso optavam por utilizar a lei de formação e percorrerem a sequência até chegarem ao termo pretendido, que no caso da ficha de trabalho foi o termo 23, tal como mostra a Figura 46.

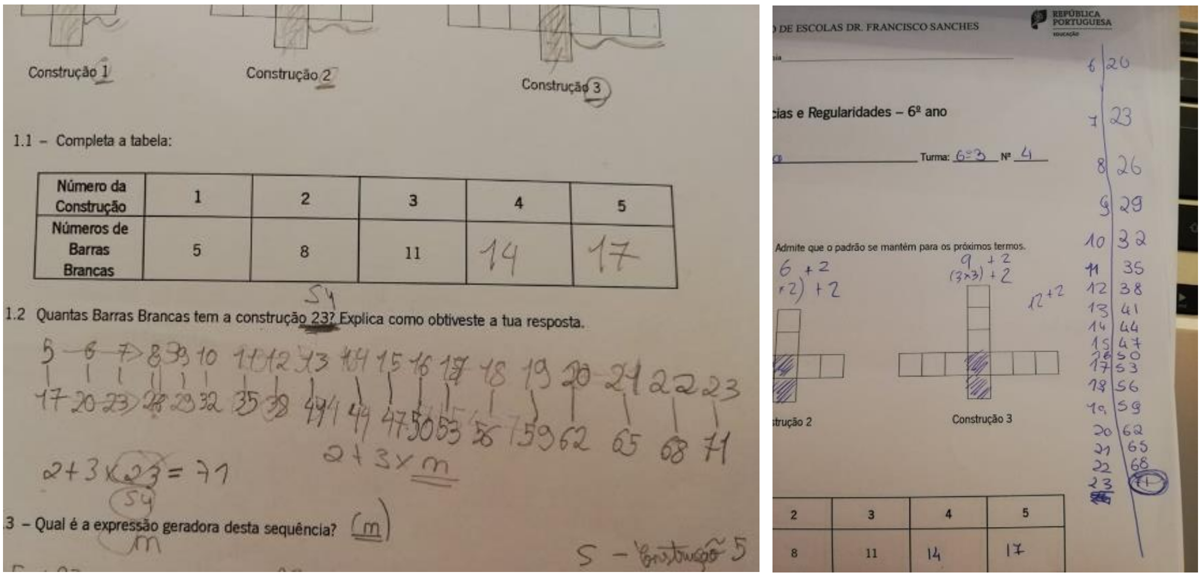


Figura 46 - Respostas dos alunos à questão que perguntava quantas barras brancas eram necessárias para formar o termo 23 da sequência

Esta resistência em determinarem e utilizarem a expressão geradora de uma sequência prendeu-se, a meu ver, com o facto de não estarem habituados a transferir para linguagem matemática os seus próprios raciocínios e por isso sentiam-se pouco à vontade com esta tarefa, preferindo utilizar um percurso mais demorado para obter a resposta.

Outra dificuldade apresentada pelos alunos e que estava diretamente relacionada com a dificuldade referida no parágrafo anterior prendia-se com a presença de letras em expressões matemáticas, falando da letra n presente na expressão geradora. Os alunos ainda não se encontravam familiarizados com este tipo de questões, causando-lhes um pouco de estranheza.

Transferência de Aprendizagens

Tal como na aula anterior, os alunos mostraram que dominavam bastante bem os conceitos relacionados com a lei de formação de uma sequência, ordem de um termo, e termo da sequência, pois as primeiras questões da ficha de trabalho estavam relacionadas com esses conceitos e os alunos responderam ao pretendido sem qualquer tipo de constrangimento.

Relativamente à questão fulcral desta aula, que se estendia à determinação de uma expressão geradora, considero que os alunos compreenderam melhor do que na última aula o que este conteúdo pretendia representar. Isso notou-se no momento em que definiram uma estratégia para conseguir perceber como se formavam os termos da sequência trabalhada, tal como foi descrito na secção dos efeitos nesta mesma intervenção.

Capítulo V - Conclusões

Neste capítulo, serão feitas as considerações finais acerca da intervenção realizada. Considerações estas que considero merecerem algum destaque pela forma como permitiram que este projeto decorresse com eficácia.

Posteriormente, serão retomadas as questões de investigação que o presente projeto se propôs responder. As respostas obtidas tiveram como base os dados recolhidos no decorrer das intervenções bem como as respostas aos questionários preenchidos pelos alunos. Esta análise será feita tendo em consideração os estudos referidos no enquadramento teórico.

No final, serão ainda referidas algumas limitações que se foram verificando ao longo das intervenções e que merecem ser referidas para que em posteriores estudos sejam tidas em atenção.

5.1. Considerações finais acerca da intervenção realizada

Primeiramente é de salientar que a Prática de Ensino Supervisionada constituiu uma grande mais valia para este projeto. Deste modo, pretendo exaltar os conhecimentos que adquiri acerca de ambas as turmas antes de começar a implementação das aulas com as Barras Cuisenaire. Considero que foi fulcral o tempo de observação e de prática realizada antes de passar à implementação do projeto pois, desta forma, pude ambientar-me às carateristicas de ambas as turmas, percebendo que estratégias se adaptavam melhor a cada uma delas, assim como os ritmos de aprendizagem dos alunos e o modo de funcionamento da sala de aula. Todos estes aspetos foram tidos em conta para que as intervenções decorressem da melhor forma possível.

Durante todo o estágio e principalmente durante a realização do projeto considero que fui uma professora reflexiva, na medida em que tentava sempre antecipar possíveis dificuldades sentidas pelos alunos de forma a dispor sempre de alguma estratégia caso alguns contratempos se verificassem, como foi o caso da terceira intervenção no 1.º Ciclo, em que demonstrei perante a turma qual a forma correta de agrupar as barras para a construção dos retângulos.

Para além da antecipação de possíveis dificuldades, o final de cada aula serviu também para uma reflexão acerca dos aspetos menos bem sucedidos desta. Tal foi o caso da implementação da plataforma digital NumBlox no 1.º Ciclo, quando percebi que necessitava de um recurso que me ajudasse a aproveitar o raciocínio dos alunos nos momentos de síntese. Para além de tudo isto considero que também apresentei uma postura reflexiva no decorrer das próprias intervenções, pois muitas vezes também necessitei de adaptar estratégias enquanto implementava o projeto, como se verificou na primeira intervenção do 1.º Ciclo assim que percebi que faria sentido inverter a ordem das tarefas propostas.

No decorrer de todo o projeto considero que a minha postura como professora foi evoluindo. Tal foi possível graças às aprendizagens e aos conselhos dados pelas professoras cooperantes que em muito me ajudaram para que tudo corresse pelo melhor.

A intervenção realizada merece algumas considerações no que toca à recetividade dos alunos. Verifiquei que os alunos no 1.º Ciclo tiveram muito mais abertura para a manipulação das Barras Cuisenaire do que no 2.º Ciclo. No 2.º Ciclo notava-se uma grande desmotivação no comportamento dos alunos quando lhes era pedido que desenhassem ou que através de esquemas representassem o próprio raciocínio. No entanto, no que toca à minha opinião pessoal, considero que o projeto foi detentor de um maior significado no 2.º Ciclo uma vez que estava relacionado com um conteúdo programático, Sequências e Regularidades, e no 1.º Ciclo abordamos conceitos mais amplos relacionados com a operação da multiplicação.

A consideração acima referida pode também estar relacionada com o facto de que, no 1.º Ciclo, os conteúdos abordados já eram conhecidos pelos alunos. Considero que por já saberem de uma forma memorizada as tabuadas, o projeto não teve tanto impacto como se estivessem a contactar com elas pela primeira vez. Por sua vez, no 2.º Ciclo, os conteúdos abordados foram trabalhados pela primeira vez na turma, o que permitiu uma introdução mais eficaz dos conceitos com recurso às Barras Cuisenaire.

O projeto realizado valorizou bastante o aluno como construtor do próprio conhecimento.

5.1.1. De que forma é que as Barras Cuisenaire foram utilizadas pelos alunos durante a realização das tarefas propostas?

No decorrer de todo o projeto, as Barras Cuisenaire constituíram um fator fundamental para a aprendizagens dos alunos, uma vez que, este material despertou a curiosidade destes à medida que o manipulavam e observavam o concreto, podendo desfazer e construir, possibilitando que os alunos criassem os seus próprios conceitos acerca dos conteúdos matemáticos trabalhados (Ponte, 2017).

Ao longo de todas as intervenções houve sempre espaço para a exploração livre. Desta forma, os alunos tinham a possibilidade de construir as suas próprias produções, muitas vezes representativas dos seus gostos pessoais.

A exploração livre e, por conseguinte, a familiarização com as Barras Cuisenaire foi o principal objetivo da primeira aula, quer no 1.º Ciclo, quer no 2.º Ciclo. Porém, a decisão de reservar sempre uns minutos para este momento durante todas as intervenções relacionou-se sobretudo com a motivação que a possibilidade de explorarem livremente o material conferia aos alunos, pois como muitos deles mencionaram no questionário, aquilo que mais gostaram no decorrer das aulas foi de “brincar com as Barras Cuisenaire”. Esta motivação foi muitas vezes aproveitada para iniciar a aula, abordando novos conceitos e promovendo o debate em grupo turma, providenciando deste modo a comunicação matemática na sala de aula.

Importa referir que no decorrer destes momentos de exploração livre e de familiarização com o material, os alunos, muitas das vezes nem se inteiravam da aprendizagem que estava a decorrer pois para eles estavam simplesmente a brincar com as barras.

Neste sentido, durante todo o projeto, o carater lúdico das Barras Cuisenaire foi uma mais valia para que os alunos se mantivessem interessados e motivados nas atividades propostas. O contacto, a movimentação e a exploração do material contribuíram para a estimulação dos vários sentidos e, principalmente para a capacidade de se exprimirem oralmente (Almiro, 2004, Velosa 2008, Abreu, 2013).

Tal como referem Almiro (2004),Velosa (2008) e Abreu (2013), através da manipulação do material os alunos conseguiram observar e compreender os processos matemáticos trabalhados para que depois os pudessem expressar utilizando linguagem natural e simbólica de uma forma mais espontânea, permitindo-lhes conhecer a gênese dos conceitos abordados.

Posto isto, os alunos utilizaram as Barras Cuisenaire para testarem as suas conjeturas acerca dos desafios propostos, mantendo sempre o diálogo com os pares. Assim que chegavam a uma resposta que consideravam ser a correta procediam à explicação da hipótese na ficha de trabalho, ilustrando o que tinham pensado.

Como já foi mencionado anteriormente, não basta uma ação interativa dos alunos sob o material, é necessários que reflitam acerca da aprendizagem que estão a construir. Neste sentido, nos momentos de síntese e de reflexão conjunta acerca das atividades propostas, as Barras Cuisenaire foram utilizadas a partir de uma plataforma digital, servindo de suporte às explicações dadas pelos alunos, principalmente no 1.º Ciclo. Apesar de, neste momento, não terem utilizado o material como um objeto concreto que pudessem manipular, este recurso interativo suscitou bastante o interesse dos alunos e por isso também o mencionaram no questionário final dizendo que nas aulas o que mais gostaram foi das ”correções porque usaram o quadro interativo”.

Nas últimas aulas do projeto, tanto no 1.º Ciclo como no 2.º, notou-se um desprendimento dos alunos para com o material. Considero que por já conhecerem bem as carateristicas fundamentais das

Barras Cuisenaire, conseguiram estabelecer os próprios raciocínios sem necessitarem de recorrer constantemente a este recurso, apesar deste se encontrar sempre ao alcance dos alunos.

> "Para "afastar" ou "pôr de lado" mentalmente estes elementos concretos da realidade, é indispensável que eles existam na mente, isto é, que a realidade tenha sido aprendida com eles" (Nabais, s.d, p. 4).

De salientar ainda que o material constituiu várias vezes um fator de distração para alguns alunos, uma vez que a motivação para construírem produções relativas aos seus gostos pessoais era grande. Para conseguir a atenção de ambas as turmas nestes momentos mais complicados a nível de concentração adotei uma estratégia que consistia em pedir-lhes que colocassem todos as mãos no ar de forma a que ninguém se encontrasse a movimentar as barras e prestassem atenção às informações que pretendia passar-lhes. Só quando via que todos os alunos se encontravam concentrados é que procedia com a aula.

As Barras Cuisenaire foram assim utilizadas pelos alunos ao longo de todo o projeto como um recurso bastante poderoso para a aprendizagem. Tal como uma aluna referiu no questionário: "era melhor construir com as barras do que estar a pensar tanto".

5.1.2. De que forma é que a utilização das Barras Cuisenaire em sala de aula ajudou os alunos na realização das tarefas propostas?

A utilização das Barras Cuisenaire providenciou a aplicação das mais variadas estratégias para a realização das tarefas propostas. As estratégias utilizadas basearam-se essencialmente nas conjeturas comprovadas empiricamente através da manipulação deste material. Tal foi possível pois, como mencionou uma aluna no questionário preenchido no final do projeto, o material ajudou os alunos a perceber melhor os conteúdos trabalhados "porque foram exemplos reais".

Neste sentido, os alunos puderam visualizar e interpretar os conceitos matemáticos trabalhados construindo o seu próprio conhecimento ao verificarem o que era verdadeiro em vez de aceitarem simplesmente as explicações com que eram equipados (Ponte, 2017), o que levou a um aumento substancial de confiança por parte destes para partilhar os seus raciocínios com a turma.

Deste modo, é de salientar que as Barras Cuisenaire potenciaram a comunicação matemática em ambas as turmas, ajudando na realização das tarefas propostas. A explicação de raciocínios em grande grupo foi muito importante, pois todos os alunos tiveram acesso a formas de pensar distintas das próprias e ainda a possibilidade de dissipar conceções erróneas.

A cooperação entre pares foi notória e bastante gratificante, uma vez que no 1.º Ciclo principalmente, a relação entre alunos não era fácil. De salientar que este material manipulável foi fundamental para que o diálogo acerca da interpretação do que viram fluísse com naturalidade e motivação ajudando-se mutuamente na construção de raciocínios e na decisão das estratégias a utilizar para resolver os desafios propostos.

De um modo particular, no 1.º Ciclo, a utilização das Barras Cuisenaire ajudou os alunos a perceber algumas das especificidades da multiplicação, nomeadamente que esta operação pode ser vista como uma adição de parcelas iguais, que pode ser apresentada segundo um modelo retangular e ainda auxilia os alunos na compreensão de conceitos como múltiplos, números primos e também a propriedade comutativa.

No 2.º Ciclo, este material prendeu-se sobretudo com questões relacionadas com o capítulo das sequências e regularidades. Através das Barras Cuisenaire os alunos puderam analisar relações entre os termos de uma sequência e indicar a lei de formação respetiva, bem como puderam determinar expressões geradoras de sequências definidas por uma lei de formação recorrente. Nas intervenções planificadas para este ciclo, as Barras Cuisenaire foram ainda um fator que estimulou bastante a criatividade dos alunos pois as sequências apresentadas foram sempre construídas a partir de barras brancas o que possibilitou que os próprios alunos utilizassem as barras que entendessem para as suas próprias produções.

Sendo assim, no decorrer de todo o projeto, as Barras Cuisenaire constituíram um recurso fundamental para a construção de conceitos uma vez que, através da sua utilização os alunos foram autónomos nas suas próprias experiências, desenvolvendo competências transversais tais como o espírito investigativo e a criatividade que os ajudou a ponderar a veracidade das suas conjeturas.

5.1.3. Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos durante a utilização das Barras Cuisenaire?

Durante a realização deste projeto a proximidade com os alunos foi um fator primordial pelo que algumas das dificuldades sentidas por estes foram rapidamente identificadas e resolvidas através de explicações mais claras e concisas.

Tal como já foi mencionado anteriormente, em ambas as turmas os alunos estiveram sempre agrupados em pares. Muitas vezes a relação entre eles não era a melhor, uma vez que não estavam habituados a este tipo de cooperação, e em vez de trabalharem em conjunto acabavam por resolver as tarefas individualmente. Este aspeto acabou por causar algum transtorno pois o material disponível não era vasto acabando por não chegar para todos quando os pares optavam por cada elemento trabalhar sozinho.

Os momentos de partilha de ideias e comunicação matemática fizeram parte de todas as intervenções do projeto, no entanto verificou-se alguns constrangimentos por parte dos alunos em expressarem os seus raciocínios. Esta dificuldade fez-se notar aquando dos momentos de síntese e de discussão em grupo, mas também na realização das fichas de trabalho, em que muitas vezes os alunos em vez de desenharem as conjeturas percecionadas através das Barras Cuisenaire, traduziam o pensamento utilizando apenas linguagem simbólica, à qual estavam habituados.

A decisão de traduzirem o raciocínio numericamente prendeu-se bastante com o facto de não gostarem de desenhar sempre a mesma coisa, neste caso as Barras Cuisenaire, e também com o facto de terem alguma dificuldade em representarem as barras com as devidas dimensões. Alguns alunos optavam por desenhar as barras de uma forma mais descuidada, para agilizar o processo de realização das fichas de trabalho, e colorir com a cor respetiva.

Um exemplo da dificuldade dos alunos em se expressarem foi notória na turma do 2.º Ciclo no momento em que tiveram de determinar uma expressão geradora para a sequência apresentada recorrendo a uma lei de formação. Os alunos puderam visualizar através da manipulação das Barras Cuisenaire como se formavam as sequências, porém não apresentavam destreza em traduzir o que observaram no momento de escrever a expressão geradora.

Outro aspeto a referir prende-se com a capacidade de interpretação. No decorrer do projeto, em ambas as turmas, as dúvidas durante a realização das fichas de trabalho existiam porque os alunos tinham dificuldade em interpretar enunciados. Apesar de no início de cada aula ter adotado a estratégia de ler em voz alta todas as questões das fichas de trabalho, para que as dúvidas pudessem ser retiradas a toda a turma, os alunos chamavam sempre por mim para lhes explicar novamente o que era pretendido que fizessem.

Importa ainda salientar que no 2.º Ciclo o tempo dedicado à familiarização com as Barras Cuisenaire foi mais reduzido e por isso verificaram-se algumas dificuldades sentidas pelos alunos do decorrer do projeto quanto à utilização deste material. Reparei que durante as primeiras aulas, alguns alunos necessitavam de recorrer à imagem estampada na caixa do material para saberem qual o número que cada barra representava.

Para além do pouco tempo dedicado à familiarização do material considero que algumas destas dificuldades relativas ao conhecimento das Barras Cuisenaire foram fruto de alguma distração por parte dos alunos pois alguns deles preferiam construir edificações relativas aos seus gostos pessoais, inibindose de estabelecer raciocínios e conexões relacionadas com os assuntos abordados, acabando por perder o fio condutor da aula. No entanto, os momentos de reflexão em conjunto possibilitaram que estes aspetos fossem contornados e os alunos menos motivados conseguiram atribuir sentido à manipulação do material e às tarefas propostas (Matos & Serrazina, 1996; Vale, 2000; Moreira, 2017).

5.1.4. Os alunos conseguem transferir as aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire para outras questões curriculares?

Tal como refere Cascallana (1988), sabemos que um aluno conseguiu transferir as aprendizagens construídas através da manipulação das Barras Cuisenaire se observamos que este é capaz de utilizar esses conceitos e aplicá-los em situações diversas.

O ponto inicial deste projeto, quer no 1.º Ciclo, quer no 2.º Ciclo consistiu sempre na exploração livre do material manipulável. Através destes momentos, os alunos tiveram a possibilidade de se familiarizarem com o material sem que fosse necessária uma ação interventiva da minha parte. Posto isto, todas as carateristicas inerentes às Barras Cuisenaire foram depreendidas pelos alunos e transferidas para as tarefas que se seguiram no decorrer do projeto.

Apesar da maioria dos alunos ter correspondido a este processo de familiarização, existiram outros que apresentaram algumas fragilidades na transferência das aprendizagens relativas às carateristicas do material, contudo estas acabaram por ser alcançadas após algumas concretizações elaboradas com o intuito dos alunos perceberem esses mesmos conceitos.

Através dos desafios propostos no decorrer do projeto, os alunos do 1.º Ciclo, por exemplo, tiveram acesso a noções de múltiplos, números primos e propriedade comutativa. Estes conceitos foram igualmente alcançados através de experiências físicas e pessoais que facilmente os alunos conseguiram transferir para o intelecto por terem visualizado como a matemática se processa.

A transferência de aprendizagens construídas com o auxílio das Barras Cuisenaire foi possível de verificar nas aulas onde os alunos tinham de aplicar os conhecimentos nas resoluções das fichas de trabalho. Na última aula do 1.º Ciclo, em que apenas foram entregues problemas para resolverem, sem nenhuma indicação de como deveriam fazê-los, os alunos utilizaram as diversas aprendizagens construídas com o auxílio do material manipulável.

Outro exemplo de que realmente esta transferência de aprendizagens foi alcançada, desta vez no 2.º Ciclo, foi o facto dos alunos terem chegado a um ponto em que já não necessitavam das Barras Cuisenaire, uma vez que os conceitos construídos através da sua manipulação e posterior reflexão ficaram bem evidentes na mente dos alunos mostrando assim que “Se escuto, esqueço; se vejo, lembro; mas se faço, aprendo” (Lorenzato, 2006, p.71).

Importa ainda referir que as sínteses finais constituíam momentos que permitiam verificar se os alunos tinham facilmente conseguido associar à manipulação das Barras Cuisenaire um raciocínio matemático. Assim, estes momentos eram de extrema importância para os alunos, uma vez que desenvolviam a comunicação matemática, mas também para mim que, tal como foi referenciado no enquadramento teórico, ajudam a percecionar se os alunos retiraram experiências significativas destas aulas.

5.2. Limitações do projeto e recomendações para eventuais estudos posteriores

No decorrer deste projeto de intervenção existiram aspetos que considero que constituíram limitações para o melhor desenvolvimento das intervenções planificadas.

O principal aspeto que desde logo estabelece um impedimento para que este projeto seja continuado pelos professores cooperantes centra-se na falta de material manipulável nas escolas, nomeadamente as Barras Cuisenaire. Esta escassez de recursos verificou-se quer no 1.º Ciclo, quer no 2.º Ciclo e para conseguir levar a cabo todo o projeto idealizado necessitei de recorrer ao material disponibilizado pela Universidade do Minho, que levava comigo sempre que as intervenções decorriam.

A par desta limitação, também importa mencionar que no 2.º Ciclo os recursos tecnológicos falhavam bastantes vezes, como é o caso do projetor, obrigando a uma reorganização do plano de aula.

Considero ainda que, em estudos posteriores seria interessante introduzir outras tipologias de materiais manipuláveis de forma a proporcionar aos alunos experiências mais diversificadas.

No decorrer deste projeto, as intervenções não foram pensadas de forma a se interligarem com as restantes áreas curriculares, pois o foco principal era perceber de que forma é que as Barras Cuisenaire ajudavam os alunos a construírem os raciocínios e de que forma se procedia essa aprendizagem. No entanto, todas as tarefas propostas incentivaram ao espírito investigativo dos alunos, o que contribui para toda a sua formação, não só enquanto aluno, mas também como membro da sociedade. Além disso, em todas as intervenções os alunos foram desafiados a desenhar e a colorir o que respeitou os conteúdos programáticos da área curricular de expressão plástica.

Referências Bibliográficas

Abreu, A. C. F. (2013). *O ensino e a aprendizagem da Geometria com recurso a materiais manipuláveis: uma experiência com alunos do 9.º ano de escolaridade*. Relatório de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

Alborracín, L.; Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y., Vilela, X. (2018). *Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria*. Madrid: Editorial Sintesis.

Almiro, J. (2004). *Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de Matemática*. Consultado em junho, 16, 2019 em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/gti-joao-almiro.pdf.

Associação de Professores de Matemática. (1993). *Normas pra o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, 5.º ano, Coleção de Adendas, Anos de Escolaridade K-6.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Associação de Professores de Matemática. (1994). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Associação de Professores de Matemática. (1998). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, 1.º ano, Coleção de Adendas, Anos de Escolaridade K-6.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional

Botas, D. (2008). *A utilização de materiais didáticos nas aulas de Matemática. Um estudo no 1.º ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Candeias, R. (2007). *Contributo para a história das inovações no ensino da matemática no primário: João António Nabais e o ensino da matemática no colégio Vasco da Gama*. Relatório de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa – Faculdade de Ciências.

Candeias, R. (2008). Contributo para a história das inovações no ensino da Matemática no Primário: João António Nabais e o desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos. *Quadrante, 17*(1), 49-75.

Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didáticos*. Madrid: Santillana.

Gattegno, C. (s.d.). *O Zeca já pode aprender matemática: Guia para o método dos números em cor* (2ªed.). Meleças: Éduca – material didático.

Latorre, A. (2004). *La investigacion-acción*. Barcelona: Editorial Graó.

Lorenzato, S. (2006). Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: S. Lorenzato. *Laboratório de ensino da matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados.

Matos, J., & Serrazina, M (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013). Programa de Matemática para o Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Moreira, M. H. (2013). *A utilização de materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem da Matemática: Uma experiência com alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Relatório de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

Moreira, M. H., & Martinho, M. H. (2015). A utilização do geoplano no ensino e aprendizagem da geometria. Uma experiência com alunos do 4.º ano do ensino básico. *Jornal das Primeiras Matemáticas, 4,* 23-24.

Nabais, J. A (1965). Cadernos de Psicologia e de Pedagogia: Revista de Ciência da Educação, 1(3,4) Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A (1968). *Número especial sobre o Ensino da Matemática*. Cadernos de Psicologia e de Pedagogia, Revista de Ciência da Educação. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A. (s.d). *À descoberta da matemática com os cubos: Barras de cor (cores Cuisenaire)*. Coleção: Constrói a tua matemática 1. Meleças: Éduca material didático.

Oliveira, M. (2008). A importância dos materiais manipuláveis. In E. Mamede (Coord.), *Matemática ao encontro das práticas: 1.º Ciclo* (pp. 25-30). Braga: Universidade do Minho, IEC.

Pinheiro, C. (2012). *Os materiais manipuláveis e a geometria: Um estudo no 6.º ano de escolaridade do Ensino Básico num contexto de isometrias*. Relatório de Mestrado. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Ponte, A. R. (2017). *Os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria: Um estudo com alunos do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Relatório de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Rocco, C. M. K., & Flores, C. R. (2010). Análise histórica das práticas e discursos escritos sobre o ensino de Geometria e o uso de materiais didáticos. *Quadrante, 19*(2),59-79.

Vale, I. (2000). Didática da Matemática e Formação Inicial de Professores num Contexto de Resolução de Problemas e de Materiais Manipuláveis. Tese de Doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro

Anexos

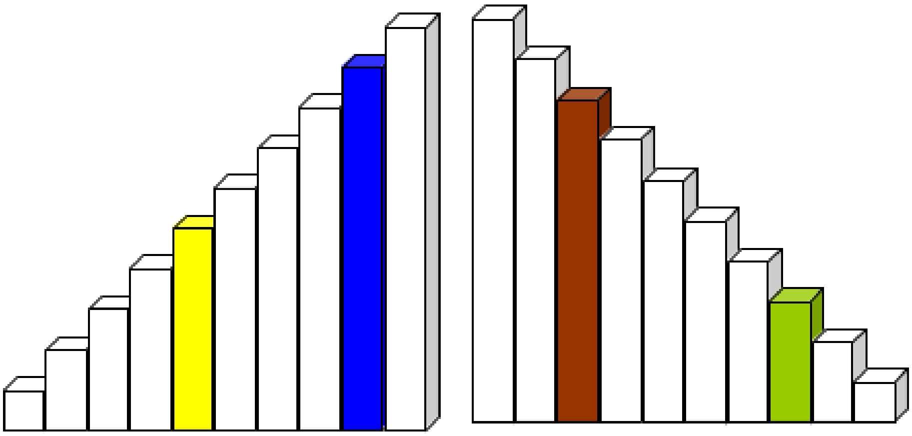
Anexo I - Ficha de Trabalho acerca da familiarização com as Barras Cuisenaire

Atividade de Familiarização com as Barras Cuisenaire

Nome:____

Data:____

1. Pinta com as cores correspondentes as barras que se encontram por colorir.



2. Retira da caixa das Barras Cuisenaire uma barra de cada cor.

   Coloca cada uma dela na tua secretária, pela ordem de tamanhos, da menor para a maior.

3. De que cor é a barra menor?

   ____

4. De que cor é a barra maior?

   ____

5. De que cor são as barras mais pequenas do que a barra amarela?

   ____

1

6. De que cor é a barra imediatamente mais pequena do que a barra amarela?

____

7. Quais são as barras maiores do que a barra preta?

____

8. Qual a barra imediatamente maior do que a barra preta?

____

9. Qual é a barra que se encontra entre a barra verde-escura e a barra castanha?

____

10. Quais são as barras que se encontram entre a barra amarela e a barra verde escura?

____

Atividade 2

1. Quantas barras brancas são necessárias para formar uma barra do mesmo comprimento que a barra vermelha?

____

2. Quantas barras brancas são necessárias para formar uma barra do mesmo comprimento que a barra verde claro?

____

3. Quantas barras brancas são necessárias para formar uma barra do mesmo comprimento que a barra rosa?

____

4. Quantas barras brancas são necessárias para formar uma barra do mesmo comprimento que a barra amarela?

____

2

Atividade 3

Considera a barra branca como unidade de medida.

1. Quanto vale a barra vermelha?

____

2. Quanto vale a barra amarela?

____

3. Quanto vale a barra castanha?

____

Anexo II – Primeira Investigação Matemática´

Nome:____

Data:____

1. Escolhe duas das Barras Cuisenaire e menciona no espaço abaixo a cor das barras escolhidas.

   Barras utilizadas:

2. Descrevam, utilizando desenhos e esquemas, os passos que seguiram para encontrar o número respetivo aos retângulos que construíram.

3. Mencionem quais as principais dificuldades sentidas neste processo.

Anexo III – Segunda Investigação Matemática

Nome:____

Data:____

1. Retira do saco um papel e menciona no espaço abaixo qual o número retirado.

   Número sorteado:

2. Descrevam, utilizando desenhos e esquemas, os passos que seguiram para encontrar os retângulos respetivos ao número que vos saiu no sorteio.

3. Mencionem quais as principais dificuldades sentidas neste processo.

Anexo IV – Ficha de Trabalho: Resolução de Problemas

Nome:

Data:

Planificação das sessões de intervenção

Problemas

1- A Luísa comprou 9 carteirinhas de cromos. Cada carteirinha traz 8 cromos. Quantos cromos comprou a Luísa ao todo?

Nota: Representa a cruz correspondente ao produto com barras cuisenaire.

2- Quantos cadernos, a 2 euros cada um, poderei comprar com quatro moedas de 5 euros?

Nome:
Data:

3- Se seis marinheiros marchassem em fila, de quantas maneiras poderíamos dispô-los para que cada fila tivesse o mesmo número de marinheiros?

Nota: Utiliza as barras brancas para chegares à tua conclusão.

3.1- Qual das formações possíveis teria a fila mais comprida? E a fila mais curta?

Nome:
Data:

4- Quantas tabletes de chocolate, a 3 euros cada uma, poderás comprar com 10 euros?

4.1- Gastarias o dinheiro todo?

Nome:
Data:

Problemas

1- Uma semana tem 7 dias. Quantas semanas há em 20 dias?

1.1- Quantos dias precisavam para fazer mais uma semana?

2- Se três amigos tiverem 2 canetas cada um quantas canetas têm os três amigos?

Anexo V - Ficha de Trabalho acerca de Sequências e Regularidades

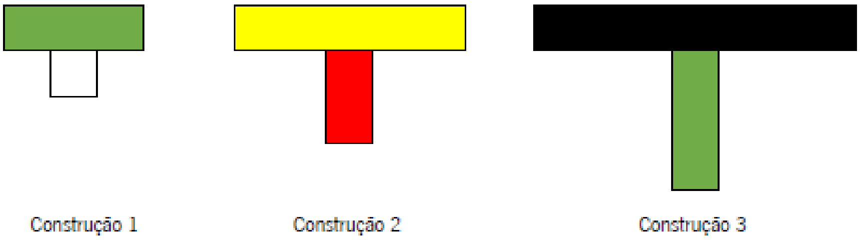
Sequências e Regularidades – 6º ano

Nome: ____ Turma: ________ Nº. ______

Data: ____ / _____ / __________

O Luis fez anos e como prenda recebeu uma caixa com Barras Cuisenaire. Para experimentar a prenda decidiu construir várias sequências. Repara nas diversas construções e tenta responder corretamente às questões acerca delas.

1- Observa a seguinte sequência formada pelo Luis.
Admite que o padrão se mantem para as figuras seguintes.



1.1- Desenha o próximo termo da sequência.

1.2- Completa a tabela preenchendo os espaços em branco.

Número da Construção	1		3	
Cor das Barras	Verde C. + Branco		Preto + Verde C.	
Somas das Barras		5+2=7		

1

1.3- Descreve a lei de formação da sequência.

2- Repara nas seguintes construções feitas pelo Luis. Admite que o padrão se mantem.

2.1- Que Barras Cuisenaire são necessárias para formar a construção 5? Desenha no espaço abaixo a construção.

2.2- Completa a tabela preenchendo os espaços em branco.

Número da Construção	1		3					8
Cor das Barras	Vermelha + Verde C.		Rosa + Amarela					
Somas das Barras		3+4=7						

2

2.3- Descreve a lei de formação da sequência.

3- O Luís construiu uma sequência numérica cujo primeiro termo é 1 e que, para se obter cada um dos termos seguintes, se adiciona quatro unidades ao termo anterior. Desenha, utilizando as Barras Cuisenaire, os primeiros seis termos de uma sequência que obedeça a esta lei de formação.

Anexo VI - Investigação Matemática

Sequências e Regularidades – 6º ano

Nome: ______________________________ Turma: ________ Nº ______

Data: ____ / _____ / __________

O Luis decidiu continuar as suas experiências com as Barras Cuisenaire. Desta vez, resolveu construir uma sequência em que os termos fossem retângulos. Ajuda o Luis a perceber quais os retângulos que pode formar e quais as barras que irá precisar para manter um padrão.

1- Formem uma escada com uma barra de cada cor.

1.1 - Ajustem outra escada á que já construiram, mas no sentido inverso de forma a que cada coluna tenha 10 unidades de comprimento. As duas escadas terão de coincidir formando um retângulo com onze colunas.

1

2- Reparem que conseguiam preencher totalmente as duas figuras das questões acima com barras brancas.

2.1 De quantas barras brancas necessitavam para preencher totalmente a figura que desenharam na primeira questão?

2.2- E na segunda questão?

3- Agora vão encaixar as escadas de maneira que a primeira coluna e a última fiquem compostas por uma barra laranja e uma barra branca. Desenhem o retângulo que conseguiram formar.

3.1 – Quantas colunas tem o retângulo que construíram?

3.2 – Qual a soma das barras que constituem cada coluna do retângulo?

3.3 –Quantas barras brancas serão necessárias para preencher totalmente a figura que desenharam?

3.4 – E de quantas barras brancas precisariam para preencher apenas uma das escadas que constituem o retângulo?

4- Retirem as duas barras brancas do retângulo que construíram anteriormente. Formem um novo retângulo em que a primeira e última coluna são compostas por uma barra laranja e uma barra vermelha.

4.1 – Quantas colunas tem o retângulo que construíram?

4.2 – Qual a soma das barras que constituem cada coluna do retângulo?

4.3 –Quantas barras brancas serão necessárias para preencher totalmente a figura que desenharam?

4.4 – E de quantas barras brancas precisariam para preencher apenas uma das escadas que constituem o retângulo?

5- De seguida retirem as barras vermelhas e formarem, tal como nas vezes anteriores, um retângulo.

5.1 – Quantas linhas tem o retângulo que construíram?

5.2 – Qual a soma das barras que constituem cada linha do retângulo?

5.3 –Quantas barras brancas serão necessárias para preencher totalmente a figura que desenharam?

5.4 – E de quantas barras brancas precisariam para preencher apenas uma das escadas que constituem o retângulo?

6- Completem a seguinte tabela de acordo com os retângulos que construiram com as Barras Cuisenaire. Continuem a sequência até ao 10º termo. Efetuem os desenhos, cálculos e esquemas que necessitarem nos espaços livres da folha.

Número da Construção	Barras que não utilizaram	Número de colunas que constituem o retângulo	Soma das barras que constituem cada coluna do retângulo	Número de barras brancas para preencher uma escada	Número de barras brancas para preencher um retângulo
	————	10			
2	Branca	9	12	54	108
				52	
	Branca, Vermelha, Verde C.				
					80
10				10	20

7- Descreve a lei de formação desta sequência.

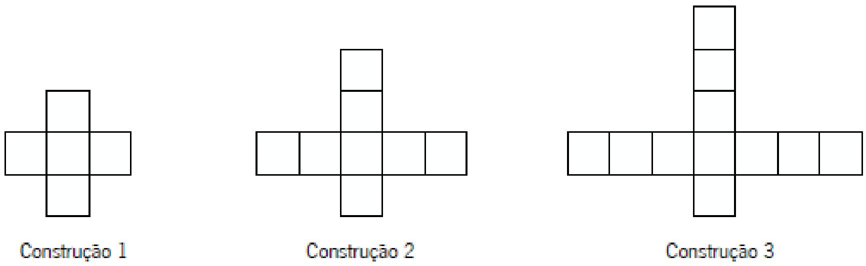
Anexo VII – Ficha de Trabalho

Sequências e Regularidades – 6º ano

Nome: ____ Turma: ________ Nº ______

Data: ____ / _____ / __________

1- Observa a seguinte sequência. Admite que o padrão se mantém para os próximos termos.



1.1 – Completa a tabela:

Número da Construção	1	2	3	4	5
Números de Barras Brancas	5	8	11		

1.2 Quantas Barras Brancas tem a construção 23? Explica como obtiveste a tua resposta.

1.3 – Qual é a expressão geradora desta sequência?

Anexo VIII – Questionário de Resposta Aberta

Questionário

1- O que mais gostaste nestas aulas? O que menos gostaste nestas aulas? Porquê?

2- Achas que os materiais utilizados ao longo das atividades te ajudaram a perceber melhor os conteúdos matemáticos explorados? Porquê?

3- Quando utilizaste os materiais que dificuldades sentiste?
-

4- O que aprendeste com as barras Cuisenaire?

Anexo IX – Questionário de Resposta Fechada

			
1- Com o trabalho em pares pude discutir ideias com o meu colega.			
2- Explicar o meu raciocínio ao colega ajudou-me a compreender melhor os conteúdos.			
3- Acho importantes discutir ideias com os meus colegas.			
4- A discussão com a turma ajudou-me a refletir sobre as atividades e a compreender melhor os conteúdos.			
5- Preferia ter realizado as atividades sozinho, porque aprendo melhor.			
6- Compreendo melhor os conteúdos quando uso materiais manipuláveis.			
7- Percebo melhor os conteúdos quando resolvo exercícios no manual.			
8- As resoluções de fichas de trabalho ajudaram-me a consolidar os conhecimentos que adquiri com a exploração dos materiais.			
9- Gostei da forma como foi feita a correção das fichas.			
10- A correção das fichas e a discussão em grande grupo ajudaram-me a perceber melhor os conteúdos.			
11- Aprendi conteúdos novos.			
12- Compreendi as tarefas e as explicações dadas pela Rita.			
13- Compreendi melhor quando a Rita me tirava dúvidas no lugar.			
14- Percebi melhor quando a Rita explicava as tarefas para toda a turma.			