

Capítulo 2

Quadro teórico

Neste capítulo, começamos por lembrar que as investigações matemáticas são parte daquilo que podemos designar por “actividade matemática”. O capítulo reporta-se às actividades de investigação e sua caracterização, assim como à interacção e produção do conhecimento pela criança nas mesmas actividades.

Procurar-se-á ainda focar a aprendizagem através das tarefas de investigação, dando ênfase às trajectórias da criança, na tentativa de definição de uma actividade matemática, bem como à sua análise e conhecimento.

Serão abordados temas como os padrões (nem sempre numéricos) na matemática e sua importância na construção do conhecimento, e o tipo de influência que poderão exercer na atitude da criança, fase ao seu desenvolvimento matemático especificamente aos processos de generalização e prova. Descrever-se-á a importância dos padrões na educação matemática, através da análise dos estudos realizados sobre os mesmos.

2.1. Caracterização das actividades matemáticas

As crianças no Pré-Escolar vão adquirindo um conjunto de conhecimentos, capacidades, crenças e conceitos que significativamente influenciam a forma como percebem o ambiente, organizam, e interpretam a informação. Este conhecimento afecta a sua capacidade de recordar, raciocinar, resolver problemas e adquirir novos conhecimentos (Bransford, Brown e Cocking, 2000) através de tarefas propostas ou inventadas.

A visão dos alunos sobre a Matemática condiciona o modo como se envolvem nas tarefas matemáticas. Além disso, fornece exemplos de relação estreita entre a evolução das concepções e de aspectos cognitivos e afectivos como tornar-se competente em vários aspectos no estudo desta disciplina ou verificar que, em Matemática, há lugar para uma variedade de estilos pessoais de trabalhar (Ponte, Matos & Abrantes, 1998, pág. 206).

O termo actividade é corrente entre os professores, sendo as vezes confuso com tarefa, referindo tanto as propostas que são apresentadas aos alunos como o desenvolvimento destas pelos mesmos. Mas a actividade diz o que o grupo faz na aula de matemática num determinado contexto.

As tarefas matemáticas que o professor propõe aos alunos – problemas, investigações, exercícios, projectos, construções, jogos, apresentações orais – constituem o ponto de partida para o desenvolvimento da sua actividade matemática.

A actividade do aluno, tanto física como mental, diz respeito ao que ele faz num dado contexto. Qualquer actividade inclui a execução de numerosas acções. O objectivo da actividade é precisamente a tarefa, algo exterior ao aluno. Uma tarefa, embora seja na maior parte dos casos proposta pelo professor, tem de ser interpretada pelo aluno e pode dar origem a actividades muito diversas – ou nenhuma actividade – conforme a disposição deste e o ambiente de aprendizagem da sala de aula. Assim a actividade é realizada pelo aluno e constitui a base fundamental da sua aprendizagem (Ponte & Serrazina, 2000, pág.112).

O nosso posicionamento fica na linha de Yackel & Cobb (1996, págs.459-460) ao situar a **construção de significados compartilhados**. Estes autores salientam como ideias particularmente relevantes o entendimento de que “*o desenvolvimento do raciocínio dos indivíduos e os processos de construção de sentido não podem ser separados da sua participação na constituição interactiva de significados matemáticos partilhados*” (interaccionismo simbólico), e ainda que “*os objectivos e crenças sobre a actividade matemática e a aprendizagem se desenvolvem em conjunto como um sistema dinâmico*” (reflexividade da etnometodologia).

A aprendizagem e a actividade matemática é vista “*tanto como um processo de construção activa individual, como um processo de aculturação das práticas matemáticas a uma sociedade mais alargada*” (Yackel & Cobb, 1996, pág.460) e como “*uma reconstrução subjectiva dos saberes sociais e dos modelos através da negociação de significados em interacção social*” (Cobb and Bauersfeld, 1995, pág. 9).

2.2. Investigações matemáticas no Pré-Escolar.

Existem diversos tipos de tarefas matemáticas segundo objectivo dos processos que são privilegiados: exploração; desenho; investigação; demonstração; controlo; síntese, etc... (Giménez & Fortuny 1993). O que define um trabalho investigativo, segundo diversos autores, é um conjunto de características que o aluno põe em funcionamento como actividade matemática: **reconhecimento da situação pelo próprio indivíduo, a formulação de questões, a formulação de conjecturas, o seu teste e refinamento e a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado** (segundo Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira & Oliveira, 1999).

Investigação envolve assim exploração como uma necessidade para a produção de conjecturas. É importante a metáfora de investigação matemática como **uma viagem ao desconhecido**. Embora ela já possa ter sido feita por outros, dá a oportunidade de fazer matemática do mesmo modo que os matemáticos a fazem, pois será a criança quem terá de escolher qual a direcção a seguir, assim é um percurso.

Ernest, citado por Ponte (1994), defende que uma **actividade de investigação é explorar um terreno desconhecido, mais do que uma viagem com um objectivo específico**. Mas também é uma situação aberta.

Uma actividade de investigação utiliza vários processos matemáticos tais como: - explorar uma situação aberta, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, argumentar e comunicar resultados, generalizar novos conhecimentos matemáticos. Caracteriza-se também por uma mudança no “poder” do professor que deixa de ter controlo sobre as respostas, sobre os métodos aplicados pelos alunos. Existe assim uma maior autonomia e auto-regulação do aluno (Ernest, 1996, pág. 31).

A investigação também tem questionado progressivamente que existam pré-requisitos nas aquisições de competências e hoje a tónica incide no uso das mesmas mais que no domínio progressivo de rotinas e técnicas. Os processos de aprendizagem, entendidos como um processo de construção activa, são actualmente percebidos como envolvendo três aspectos inseparáveis: **a) conhecimento, b) capacidade e c) atitudes**. Isto pressupondo mecanismos em que as crianças são estimuladas a expressar e usar o seu pensamento e a exercer o seu juízo crítico sobre as tarefas realizadas.

Ser-se matematicamente competente na realização de uma tarefa implica não só ter os conhecimentos necessários como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta e ainda a disposição de fazê-lo efectivamente.(...)

Se é certo que as capacidades se desenvolvem sobre conhecimentos concretos, não é menos verdade que a ausência de elementos de resolução de problemas e de hábitos de pensamento é, muitas vezes, um obstáculo intransponível para se adquirirem mesmo as competências usualmente consideradas mais básicas. (...)
A escola tem justamente a função de ajudar os alunos a desenvolver as suas capacidades e de cultivar a sua disposição para usá-las mesmo que isso envolva algum esforço de pensamento (Abrantes, Serrazina, Oliveira, 1999, pág.21-22).

Os conhecimentos a adquirir ganham tanto mais relevância quanto mais forem integrados em conjuntos alargados e significativos de competências, que para além de proporcionarem o desenvolvimento de hábitos de pensamento e atitudes positivas face a esta área do conhecimento, contribuam para uma melhor compreensão do mundo.

Não se limitando à aplicação de conhecimentos ou procedimentos predefinidos, as actividades de investigação **estimulam uma abordagem globalizante, relacionando diferentes temas e permitindo um tipo de trabalho de carácter transversal.** Sabendo que as aprendizagens elementares *“Difícilmente se consolidam ou perduram na ausência de processos de pensamento e resolução de problemas que lhes dêem significado”* (Abrantes, Ponte, Fonseca, & Brunheira, 1999, pág.1), as actividades de investigação reforçam essas aprendizagens, apesar de envolverem aspectos complexos do pensamento.

Ponte (2003) defende que as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula. A introdução de tarefas desta natureza não deve, contudo, ser interpretada com exclusividade, tal como defende Goldenberg (1998). Para este autor, este tipo de tarefas introduz alguma variedade na “dieta” da aula e ***permite aos alunos conjecturar, explorar conexões matemáticas existentes entre vários conceitos e matérias, descobrir processos de resolução e resultados, bem como diversificar actividades.***

Para Ponte (2003), por sua vez, uma tarefa de investigação tem quatro dimensões a serem consideradas básicas: a) ***O grau de dificuldade***, b) ***a estrutura***, c) ***o contexto referencial*** e d) ***o tempo requerido para a sua resolução.***

Os exercícios são tarefas de dificuldade reduzida e de estrutura fechada. Os problemas também têm uma estrutura fechada, mas têm um grau de dificuldade mais

elevado. As explorações são tarefas que têm um grau de dificuldade reduzida, mas têm uma estrutura aberta, à semelhança das investigações. Estas *são tarefas de estrutura aberta, mas com um grau de dificuldade elevada*. Podemos distinguir exploração de investigação consoante o grau de dificuldade da tarefa, designando por exploração uma investigação fácil, tendo em conta que o que as distingue é o seu grau de dificuldade.

A provocação de complexidade e conexionismo são características importantes no trabalho de investigação. Além disso, a separação da percepção é outra característica.

2.3. Investigação matemática como um estudo estruturado.

Se do ponto de vista da concepção do que é Matemática e da sua aprendizagem a introdução de actividades investigativas adquire todo o significado, a estruturação dessas actividades e a forma como são apresentadas às crianças deverá ter em consideração as convicções destas e por objectivo uma reflexão, desde muito cedo, sobre o que é Matemática, a partir das experiências de aprendizagem proporcionadas.

Uma experiência matemática rica e diversificada permite que todos as crianças tenham oportunidade de vivenciar diversos tipos de experiências de aprendizagem, nomeadamente as actividades de investigação.

Numa aula de trabalho investigativo, distinguem-se, de um modo geral, três etapas fundamentais: **a formulação da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e o momento de síntese, a conclusão final** (Christiansen e Walther, 1986; Mason, 1996). No arranque da actividade, o professor procura envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a actividade, verifica se eles estão a trabalhar de modo produtivo, formulando questões, representando a informação dada, ensaiando e testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais as conclusões a que os alunos chegaram, como as justificam e se tiram implicações interessantes. O professor tem de manter um diálogo com os alunos enquanto eles vão trabalhando na tarefa proposta, e no final cabe-lhe conduzir a discussão colectiva. Ao longo de todo este processo, precisa criar um ambiente propício à aprendizagem, estimular a comunicação entre as crianças e assumir uma variedade de papéis que favoreçam a sua aprendizagem (Ponte, Oliveira, Cunha & Segurado, 1998).

As investigações dão a oportunidade de trabalhar em matemática de modo criativo. Por vezes as perguntas que se colocam não levam a soluções, mas sim a outras perguntas. Procura-se sempre saber quais as razões porque acontecem as coisas.

As tarefas de investigação pressupõem o envolvimento dos alunos num processo de investigar. No entanto os processos de resolução de problemas e de investigação tem muitos pontos em comum, envolvem processos complexos de pensamento, e mobilizam níveis cognitivos elevados dos alunos:

Resolver problemas significa envolver-se numa tarefa para a qual o método de solução não é conhecido, os alunos devem usar o seu conhecimento como um recurso, e através deste processo desenvolver novas compreensões matemáticas. Resolver problemas não é só um objectivo da aprendizagem da Matemática, mas é um dos seus significados mais relevantes. (Principles of Standards for School Mathematics, 2000, pág.52).

A fase exploratória da investigação envolve alguma alteração da relação de forças na sala de aula e é uma situação que envolve riscos e inseguranças. Em princípio é o professor que coloca a questão, mas são os alunos que definem as metas a atingir e os caminhos a seguir em função da abertura da situação.

Alguns destes caminhos podem conduzir a novas e excitantes revelações bem como a matemática que é novidade para as crianças, outros rapidamente conduzem a impasses com poucas conclusões. As crianças precisam experimentar a frustração e o desalento bem como a satisfação e o prazer da descoberta quando exploram novos territórios.

2.4 Interacção e produção nas actividades de investigação.

Concordamos com Yackel que o melhor para a compreensão do que ocorre nas aulas, quando entendidas como uma comunidade de aprendentes, é o interaccionismo simbólico. Nesta perspectiva, a interacção envolve os interesses e as interpretações da acção pelos participantes, bem como o facto do significado atribuído ser uma construção social. Ao definir ambiente como o meio envolvente dos participantes, a natureza deste é formado pelos e através dos significados que os objectos adquirem nesse mesmo ambiente (Amaral 2003, pág. 30).

2.4.1 Papel da educadora

É hoje consensualmente reconhecido que a educadora tem um papel decisivo no processo de ensino-aprendizagem. Ela tem de ser capaz de propor às crianças uma diversidade de tarefas de modo a atingir os diversos objectivos curriculares.

Tem de se preocupar tanto com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos propriamente ditos como com o desenvolvimento da capacidade geral de aprender (dimensões 1 e 2 da aprendizagem de Christiansen e Walther, 1986). Tem de ser capaz de equilibrar os momentos de acção com os momentos de reflexão, ajudando as crianças a construir os conceitos matemáticos (Bishop & Goffree, 1986).

Nas investigações as educadoras podem activar a zona de desenvolvimento proximal (Vygotsky 1978), o que passa por provocar perguntas que permitam ultrapassar a:

... A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da resolução independente de problemas e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (Vygotsky, 1978, p.86).

E o papel da educadora diz respeito a ajudar as crianças a relacionar situações novas com outras que lhe sejam familiares e fornecer estruturas para o seu desempenho.

Para promover o envolvimento das crianças nas tarefas, a educadora tem de criar um ambiente em que todas as crianças se sintam à vontade para apresentar as suas conjecturas, argumentar contra ou a favor das ideias dos outros, sabendo que o seu raciocínio será valorizado. Wood, Merkel & Uerkwitz (1996), apontam a necessidade de que a Matemática desenvolvida na sala de aula constitua uma actividade com significado para as crianças, considerando que, para isso, é essencial que se crie um ambiente em que elas interajam umas com as outras, em que possam exprimir os seus pensamentos e em que questionem as ideias apresentadas pelos colegas. Para que seja possível e proveitosa esta nova “maneira de viver” na sala de aula é necessária a negociação e estabelecimento de um conjunto de normas de relacionamento entre as crianças e educadores, que indiquem, com clareza, o que se espera de cada um e o que é e não é permitido (Ponte & Serrazina, 2000).

A criação de um ambiente favorável à actividade de investigação é apenas um dos aspectos do trabalho da educadora. Outro aspecto, não menos importante, é servir de modelo às crianças no que se refere ao modo de trabalhar em Matemática. Para Mason (1996), o professor deve ter presente que na sala de aula ele é um representante da comunidade dos matemáticos e que, conseqüentemente, a forma como se envolve nos problemas constitui um modelo para as crianças. Ao observar a educadora a raciocinar matematicamente de forma pública, as crianças poderão focar a sua atenção na formulação e resolução de problemas, na especialização, na generalização, na elaboração de conjecturas e na argumentação. Assim, reforça-se a importância da educadora **ser matematicamente confiante:**

Essa confiança reside, não em saber as respostas, ou mesmo as técnicas correctas, mas antes em ser capaz de obter uma conjectura plausível, de saber especializar, generalizar e explorar em torno da questão, talvez alterando-a um pouco, ou mesmo drasticamente, até que se possam realizar alguns progressos (Mason, 1996, p. 80).

2.4.2 As investigações e as normas sociais

Nesse ambiente acontecem **normas sociais específicas**. As normas sócio matemáticas são específicas da actividade matemática e dizem respeito a aspectos normativos tais como o que é reconhecido como “*matematicamente diferente, sofisticado, eficaz ou elegante*”, bem como o que constitui uma justificação ou explicação matemática aceitável (Yackel & Cobb, 1996, pág. 461).

O conhecimento, e as capacidades e atitudes a desenvolver ao longo das actividades de investigação devem pressupor:

- A predisposição e a aptidão para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar as situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- O gosto e a confiança pessoal em desenvolver actividades intelectuais que envolvam raciocínio matemático e a concepção que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica e não com alguma autoridade exterior;
- A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação. (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, pág. 41)

2.4.3 Auto consciência dos processos envolvidos nas investigações

A investigação por si só pode promover vários problemas interessantes, que envolvam actividades de exploração, criação, adaptação, que de uma forma activa permitam a aquisição de novos conhecimentos. Torna-se então necessário promover hábitos de pensamento e de resolução de problemas, para que estes não se tornem obstáculo à aquisição das competências mais elementares.

Uma actividade de investigação **dá ênfase a processos matemáticos complexos** tais como procurar “procurar regularidades, argumentar sobre, formular, testar, justificar e provar conjecturas, reflectir e generalizar, existindo assim múltiplas oportunidades para o trabalho criativo e significativo durante uma investigação” (NTCM, 1991; Ponte, Oliveira, Cunha & Segurado, 1998).

Identificar os processos matemáticos nas investigações terá por finalidade desenvolver nas crianças o conhecimento das relações que existem entre eles e de como uns conduzem os outros.

O poder matemático inclui a capacidade para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente; para resolver problemas não rotineiros, para comunicar sobre a Matemática e através dela; e para estabelecer conexões dentro da Matemática e entre a Matemática e outras actividades intelectuais. Também envolve o desenvolvimento da auto-confiança e predisposição para procurar, avaliar e usar informação quantitativa e espacial na resolução de problemas e na tomada de decisões (NCTM, 1991, pág. 6).

Entre os processos a considerar temos: estabelecimento de relações, interpretação, e conexão de conteúdos de forma que seja visível o papel das ideias para indicar realidades em concreto, atribuições preferenciais, identificação de elementos comuns, invariâncias, reconhecimento de entidades.

Para que ocorram actividades de investigação, as crianças deveriam de:

- Apresentar e interpretar.
- Definir metodologias e estratégias a seguir (Levantar conjecturas).
- Realizar a tarefa com supervisão do educador, testar as suas hipóteses e as suas ideias (Testar conjecturas).
- Apresentar as suas conclusões aos colegas e educador (Provar conjectura).
- Reflectir e generalizar novos conhecimentos matemáticos (Lester, Lambdin & Preston, 1997; Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira & Varandas, 1999).

O processo investigativo, em que as crianças se envolvem durante a fase de desenvolvimento da tarefa, compreende diversas etapas fundamentais. Primeiramente, tentam compreender a situação proposta, organizam os dados e formulam questões. Depois, fazem conjecturas, procuram testá-las e, em alguns casos demonstrá-las.

2.4.4 Investigação e produção

A base da investigação está na construção de ideias, portanto na produção do conhecimento, a partir da curiosidade e gosto em resolver problemas, recolher dados e organizá-los, explorar, transformar, explicar e confrontar as suas ideias com as dos companheiros, justificar as suas opiniões e descrever processos utilizados na realização de actividades, entre outros, mas nitidamente em consonância com o desenvolvimento de processos fundamentais para a actividade matemática significativa.

Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira & Varandas (1999) afirmam que é necessário começar por ajudar as crianças a colocar questões produtivas (Boero et al 2001) e formular e testar as primeiras conjecturas. Este processo pode mostrar a necessidade de recolher mais dados, de abandonar as conjecturas formuladas inicialmente e de formular novas conjecturas. Torna-se então importante procurar estabelecer argumentos plausíveis e provas de forma a poder rejeitar ou validar as conjecturas do processo anterior segundo a heurística de Polya. Saliente-se que ao longo deste processo poderão emergir novas questões para investigar.

2.4.5 A aprendizagem nas actividades de investigação.

A aprendizagem não resulta simplesmente da actividade, mas sim da reflexão sobre a actividade. Deste modo, é fundamental proporcionar às crianças momentos onde possam pensar e sobretudo reflectir sobre a actividade realizada. Por um lado esta reflexão permite, por exemplo, valorizar os processos de resolução em relação aos produtos, mesmo que estes não conduzam a uma resposta final correcta, criando nas crianças uma visão mais verdadeira da matemática. Permite ainda estabelecer conexões com outras ideias matemáticas, com questões extra matemáticas e pode constituir um ponto de partida para outras investigações (Oliveira, Segurado & Ponte, 1999b).

A criança pequena avança na formalização progressiva (**matematização vertical**) e na descontextualização (**matematização horizontal**). Esta ideia é muito bem

representada por aquilo que designamos por Matemática Realista, A consideração de trajectória de Gravemeijer (2004) é bem próximo dos nossos objectivos, neste ponto, também enquanto a considerar a actividade de investigação na linha do vertical. Realmente, o que estamos interessados é em saber qual é a trajectória hipotética das crianças, para construir uma teoria de aprendizagem sobre a pratica.

2.4.6 Formas de argumentação nas investigações

Ao seleccionar ou criar uma tarefa, o investigador deve definir bem os objectivos a atingir e ter em atenção o nível etário e o desenvolvimento matemático das crianças. A familiaridade ou não com este tipo de actividades é um factor muito importante (Oliveira, Segurado & Ponte, 1999b).

Muitas vezes as solicitações feitas pelas crianças à educadora vão no sentido de validar os seus processos ou ideias. Como resposta a educadora não deverá emitir opiniões muito concretas mas sim incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura de argumentos e razões que permitam às crianças confirmar ou não as suas conjecturas.

Durante a fase de discussão a educadora, na sua função de moderadora e orientadora, cabe-lhe estimular a comunicação entre as crianças. Nesta fase as crianças são confrontadas com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado, são estimuladas a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar as asserções dos seus pares. (Oliveira, Segurado & Ponte, 1999a).

Ao confrontarem as suas diferentes conjecturas e justificações, os elementos da sala constituem-se como uma pequena comunidade matemática, na qual o conhecimento matemático se desenvolve em conjunto. Assim, o desenvolvimento da capacidade das crianças para comunicar matematicamente e do poder de argumentação são dois dos objectivos destacados desta fase da actividade investigativa (Oliveira, Segurado & Ponte, 1999a).

2.5 Uma tentativa de definição de actividade ou tarefa de investigação.

Consideramos as actividades de investigação como: (1) didácticas no sentido de Brousseau. (2) Surgem como um meio que permite às crianças uma **experiência**

matemática relevante, num contexto de aprendizagem onde se aposta na dialéctica estabelecida entre a necessidade de memorizar factos e de dominar técnicas de cálculo e a de realizar "actividades envolvendo resolução de problemas e pensamento crítico" (Abrantes, Leal & Ponte, 1996). (3) Permitem que as **competências básicas e as de ordem superior** coexistam e se desenvolvam em interacção enquanto as crianças realizam actividades significativas para o seu desenvolvimento integral enquanto pessoas. (4) Implicam **processos complexos de pensamento** e requerem **o envolvimento e a criatividade** das crianças (Abrantes, Leal & Ponte, 1996). (5) Caracterizam-se por partirem de **enunciados e de objectivos pouco precisos e estruturados**, possibilitando às crianças a definição dos objectivos, a condução de experiências, a formulação e a testagem de hipóteses (Abrantes, Serrazina & Oliveira 1999).

As características fundamentais que complementam esta definição, além da significatividade (no sentido que promovem construção de conhecimento matemático previamente definido) são: (6) **que envolvem competências reflexivas e críticas de tipo superior** (Resnick 1987 Gimenez, & Fortuny 1993, Gimenez 1997, Abrantes 1993) (7) **são fundamentalmente um produto da interacção com colegas**, (8) **apresentam enunciados não totalmente estruturadas** (Abrantes, Ponte, Fonseca & Brunheira, 1999), **de maneira que forçam o envolvimento e a criatividade das crianças** (Abrantes, Leal & Ponte, 1996). (9) **tem como propósito reconhecer um estilo investigativo** (no sentido que se formulam perguntas, formulam conjecturas, testam hipóteses), chamado de lakatosiano (Lopes 1997), (10) **a criança fica legitimada nas suas escolhas mediante um discurso de confrontação dialógico** (Flecha & Vargas , 2000).

Depois de tudo isto, consideramos no nosso estudo *actividade de investigação* como.

Um conjunto de acções sociais didácticas, integradas, de experiência matemática investigativa aberta, relevantes e significativas para as crianças, focalizadas numa atitude basicamente lakatosiana em que a criança é legitimada pelo seu discurso dialógico no processo do seu desenvolvimento pessoal e social para que sejam melhores cidadãos democráticos.

2.6 Padrões: um tema da investigação matemática no Pré-Escolar

2.6.1 Os padrões foram importantes na história da matemática

O físico John Polkinghorne, de Cambridge, escreveu em 1986: “ *A matemática é a chave abstracta que abre as portas ao universo físico*” (Devlin, 2002, pág. 13). Na nossa era, dominada pela informação, a matemática está a descobrir novas portas que tem que abrir. Como ciência dos padrões abstractos poucos são os aspectos das nossas vidas que não são afectados, em maior ou menor grau pela matemática, pois os padrões abstractos são a verdadeira essência do pensamento, da comunicação, do cálculo, da sociedade e da própria vida (Devlin, 2002).

Os padrões abstractos que os seres humanos estão preparados para reconhecer, e utilizam, não se encontram apenas no mundo físico; existem padrões abstractos envolvidos nos nossos actos de pensar e de comunicar uns com os outros (Ibidem, pág. 44).

Os antigos Gregos foram os primeiros a tentar explicar o valor dos padrões, especialmente Aristóteles. O seu trabalho sempre manteve um grande valor histórico, pois não só procurou identificar os padrões nas argumentações correctas, como na realidade encontrou alguns. Foram necessários quase dois mil anos até que aparecesse alguém capaz de introduzir algum avanço significativo no estudo de padrões de argumentação racional. As normas lógicas que Aristóteles identificava como sendo os padrões que deveriam ser seguidos na construção de uma demonstração correcta (utilizando as preposições sujeito - predicado) são conhecidas por silogismos.

Seguiu-se Boole que pretendia representar os padrões de pensamento de forma algébrica, e daí a identificação de adição e multiplicação. A tradução de padrões lógicos em padrões algébricos não altera a essência dos padrões. Mas altera a forma como as pessoas pensam sobre esses padrões. O que não é natural e é difícil numa estrutura poderá tornar-se natural e fácil noutra. Em matemática como noutros ramos de actividade, muitas vezes não é apenas o que se diz que é importante, mas a forma como se diz. Boole passa ainda pela lógica proposicional, que passando pela conjugação de proposições, originam os “ padrões de verdade” a partir do facto de esta proposição ser verdadeira ou falsa (Devlin, 2002)

Nos últimos 20 anos, a visão do que é matemática tem ido de encontro à definição de matemática como a ciência dos padrões:

O que o matemático faz é examinar padrões abstractos, padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas da mente humana (Devlin, 2002, pág. 9).

Isto tem levado a que na educação matemática também se comece a falar da procura de padrões como actividade a promover.

2.6.2 Padrões no pré-escolar como construção de conhecimento

Kamii & Housman (2002), referem, baseados na sua experiência, que as crianças constroem activamente conhecimentos matemáticos ao interagirem com a realidade física e social. E estudos internacionais demonstram que as dificuldades de aprendizagem advêm da distância entre o ensino formal e o conhecimento informal.

Uma das metas da introdução dos padrões, é conseguir que as crianças vejam a matemática como um jogo útil que lhes dá poder para resolver problemas. Podemos tanto apresentar padrões para descobrir a lógica subjacente como pedir para inventar padrões. Quando as crianças usam conhecimento para construir um novo conhecimento matemático, estão a aprender matemática (NCTM, 1991).

Barros & Palhares (1997) defendem que os padrões vão facilitar o desenvolvimento do raciocínio lógico inicial, salientando ainda a sua importância para as heurísticas. Também as Orientações Curriculares salientam que:

O desenvolvimento do raciocínio lógico supõe oportunidades de encontrar e estabelecer padrões, ou seja, formar sequências que têm regras lógicas subjacentes. Estes padrões podem ser repetitivos ou não repetitivos (DEB, 1997, pág. 74).

Ao nível da prática educativa, Orton (1999) defende que os padrões atraem as crianças, permitem o estabelecimento de conexões, ajudam a desenvolver a capacidade de classificar e de ordenar informações.

Os padrões contribuem para o desenvolvimento do valor da própria matemática (para o educador e criança) como estrutura de relações sobre o mundo real (Orton, 1999).

A todas as crianças deve ser dada a oportunidade de aprender matemática de um modo que faça sentido. Elas serão usuárias de muita matemática nas suas vidas diárias. Se nós desejamos que as crianças compreendam a matemática, então teremos que encontrar o melhor ajuste entre o ensino das crianças e a sua relação com o mundo quotidiano.

2.6.2.1 O valor específico dos padrões de repetição nas etapas iniciais

Segundo Threlfall (1999), os padrões repetitivos ajudam a desenvolver uma apreciação do poder de generalização e permitem o acesso a elementos do pensamento matemático que não estão disponíveis através de qualquer outro meio em matemática.

Owen, referido por Threlfall (1999), sugere que os padrões repetitivos oferecem um veículo de aprendizagem para a interpretação de símbolos e ajudam a preparar a criança para a aventura de álgebra.

Segundo o NTCM (1991) o facto de se observarem muitas representações do mesmo padrão ajuda a criança a aprender a fazer generalizações, fazer conjecturas, reconhecer padrões num contexto mais amplo, desenvolvendo um tipo de pensamento matemático, que a ajuda a resolver problemas e a pensar de forma abstracta.

O que importa no estudo da matemática não é tanto o campo específico que se estuda mas a presença nestes campos de exemplos significativos de variedade e profundidade suficientes no revelar de padrões. Ao encorajar as crianças a explorar padrões provando o seu poder e significância oferecemo-lhes “ombros” sobre os quais se podem “apoiar” para ver o mais longe possível (Steen, 1990).

2.6.3 Estudos sobre padrões repetitivos.

Piaget, citado por Palhares (2000), estudou os padrões repetitivos, com quatro cores e seis cores alternadas e depois repetidas. O seu estudo baseou-se no uso de um prisma quadrangular para as quatro cores e um hexagonal para as seis cores, rodando ambos sobre um eixo. As crianças teriam de formar um padrão igual ao do prisma. Concluiu que as crianças com média de idades 4:3 não conseguiram traduzir para uma

série linear. Já as crianças com media de idades 5:2 conseguem traduzir sem conseguir prever qual virá a seguir tendo em conta a série modelo. As crianças com médias de idades de seis anos conseguem prever a sequência cíclica desde que se comece pelo termo inicial.

Rawson, referido por Garrick, Threlfall & Orton (1999), implementou um estudo que tinha como objectivo entender a percepção dos padrões pelas crianças. Assim, forneceu um conjunto variado de objectos padronizados tendo os grupos que dividi-los por dois sacos; um saco “padrão” um saco “não padrão”. Houve discussão e verificou-se que encontraram um número de critérios comuns para aceitar ou recusar itens como exemplos de padrões. Os critérios mencionados frequentemente para padrões incluíam: a repetição de uma forma ou motivo; mudança de direcção do padrão repetido; repetição de uma sequência de número ou de forma; equilíbrio de formas e motivos: e a cor como elemento de mudança.

Muitas crianças tentavam encontrar palavras para descrever os materiais para a elaboração de padrão. Rawson comenta a dificuldade das crianças mais novas em verbalizar tais observações. Ele sugere que é particularmente difícil às crianças mais novas comentarem sobre as inter-relações das características com um padrão. Parece ser difícil a muitas crianças de 3 a 4 anos e meio “reconhecer” padrões e, ainda mais difícil falar sobre as características específicas do padrão. Muitas crianças acham mais interessante e significativo falar sobre as características das suas próprias actividades de padrões antes de se focarem em padrões criados pelos outros (Ibidem). Essa dificuldade deve-se ao facto de a criança ter de saber como é feito o padrão, é obrigada a fazer o raciocínio do porquê.

Rustigan defende que é mais fácil para as crianças lidarem com o movimento físico do que com representações pictóricas (icónicas), tal como é mais fácil lidar com a forma do que com a cor (Threlfall, 1999). Rustigan encontrou ainda fases de progressão dos padrões (Threlfall 1999). **O nosso estudo quer também verificar se as crianças de quatro anos investigando com padrões têm estes comportamentos.**

- 1) Inexistência de qualquer referência a elementos da sequência, escolha causal de novos elementos.
- 2) Uma fase de repetição do último elemento.

- 3) Uso dos elementos utilizados anteriormente mas sem qualquer ordem definida.
- 4) Uma abordagem simétrica, reproduzindo a sequência mas ao contrário.
- 5) Uma verificação deliberada do padrão, envolvendo uma vista de olhos no início para verificar.

Garrick, Threlfall & Orton (1999), realizaram um estudo para verificar em detalhe a maneira como as crianças de três e quatro anos estruturam os materiais de jogo e desenvolvem as competências de execução de padrões iniciais.

Numa tentativa de simplificar a exigência, decidiram restringir os materiais utilizados no estudo a blocos lógicos, através dos quais se pode observar as crianças a estruturarem os seus padrões, tanto na organização de espaço como de cor.

Durante a investigação verificaram que a recolha de elementos básicos e a fase inicial de desenvolvimento é a forma mais simples de combinação. Os elementos básicos são colocados em cadeia, repetidos, alternados, multiplicados e colocados simetricamente. A intercepção de elementos básicos de organização espacial parece surgir mais tarde no desenvolvimento do que a recolha, repetição ou ligação de elementos básicos.

Entre os três e quatro anos, as crianças ganham controlo, em vários graus e várias proporções, de um número de elementos básicos lineares e não lineares de organização espacial que, entre os quatro e cinco anos, utilizam em execução de modelos mais complexos (Ibidem).

Pretendemos, também neste estudo verificar se acontecem aspectos semelhantes usando outros materiais.

Greeno e Simon, defendem que há três formas de gerar uma sequência repetitiva:

- 1) Um procedimento que relaciona itens a itens adjacentes relembrando todas as relações, e que depois constrói a sequência executando pares, com modelo.
- 2) Uma memória da unidade de repetição é sempre ensaiada para decidir a posição correcta na repetição por comparação.

- 3) Um ritmo ou sistema de contagem, um cântico com ênfase, através do qual a pessoa sabe o ponto na sequência que foi alcançado pelo valor que tem Garrick, Threlfall & Orton (1999).

Estes estudos ajudam a estabelecer o conhecimento que as crianças têm sobre padrões, o que conseguem desenvolver, como o fazem e quais as dificuldades que apresentam.

Não podemos no entanto deixar de mencionar que os contextos são diferentes, podendo obter outros resultados. Estes estudos funcionam no entanto, como ponto de referência para quem pretende desenvolver actividades de investigação com padrões.