

## ***Declaração***

Elsa da Conceição Coutinho da Silva Mesquita de Araújo

Endereço electrónico: [elsaraujo2003@iol.pt](mailto:elsaraujo2003@iol.pt)

Bilhete de identidade: 9918516

Título da tese – Os Padrões Repetitivos como Actividade de Investigação Matemática,  
na sala de 4 Anos do Pré- Escolar

Orientadores: Professor Doutor Pedro Palhares

Professor Doutor Joaquin Gimenez Rodriguez

Ano de conclusão: 2006

*Mestrado em Estudos da Criança – Ensino e Aprendizagem da Matemática*

È autorizada a reprodução integral desta tese apenas para efeitos de investigação,  
mediante declaração escrita do interessado, que a tal se compromete:

Universidade do Minho, de Novembro de 2006

---

## **Agradecimentos**

Ao apresentar este trabalho, como resultado do empenhamento de várias pessoas, tenho que iniciar os meus agradecimentos pelos meus orientadores.

❖ Ao Professor Doutor Pedro Palhares pela sua disponibilidade, incentivo e apoio prestado ao longo de todo este trabalho.

❖ Ao Professor Doutor Joaquin Gimenez Rodriguez, pelo seu profissionalismo, competência, abertura e ajuda, acompanhadas de uma disponibilidade absoluta.

### **Um grande bem haja aos dois**

❖ Aos meus colegas de grupo de Mestrado, pela amizade, carinho e apoio durante este percurso.

❖ À minha família, especialmente através do meu Pai e Irmão e Mãe, sempre disponíveis e incentivadores nos momentos de maior hesitação, ajudando-me a ultrapassar os impasses que iam surgindo.

❖ Às minhas primas, Olga, Adriana e Judite, pela presença e ajuda em todos os momentos de maior “aflição”, compilando, traduzindo, sugerindo, e sobretudo mostrando-se sempre “presentes”.

❖ E porque os últimos serão sempre os primeiros, quero propositadamente deixar para o fim os meus queridos meninos.

Não tenho dúvidas de que sem a colaboração e apoio deste grupo maravilhoso que tive o privilégio de dirigir, jamais teria sido possível esta dissertação.

Impossível esquecer a sua “ajuda”, alegria, espontaneidade, traquinice e entrega durante as várias actividades que fomos desenvolvendo. Deles, as saudades não são de agora, mas a partir do momento em que tive que os deixar para que prosseguissem na sua caminhada para voos mais altos.

❖ Um muito obrigado também aos pais dessas crianças. Que “grupo” maravilhoso formamos!

A um pedido, invariavelmente se seguia um sim, total abertura, empenho e colaboração.

### **Bem hajam todos**

## Resumo:

A incidência deste estudo está focada na introdução de actividades de investigação matemática num contexto de padrões repetitivos junto de crianças com quatro anos.

Começa-se por caracterizar o que são actividades de investigação no Pré-Escolar, e quais os exemplos justificativos no desenvolvimento do trabalho com padrões. Segue-se a especificação de como se desenvolve o processo de actividade de investigação, focando a atenção na curiosidade, no sentido crítico e no relacionamento das crianças durante as actividades realizadas, conteúdos e competências, envolvimento nas actividades e interações, e qual o papel da educadora neste contexto. Finalizando, procura-se dar um contributo para ajudar outros profissionais a aumentarem os seus conhecimentos na área de padrões, e a conhecerem a forma como as crianças enfrentam e exploram as tarefas e as potencialidades desta experiência ao nível da aprendizagem da matemática.

Não se limitando à aplicação de conhecimentos ou procedimentos pré-definidos, as actividades de investigação estimulam uma abordagem globalizante, relacionando diferentes temas, e permitindo um tipo de trabalho de carácter transversal.

No início da intervenção entendeu-se propor às crianças um conjunto de tarefas consistentes com o seu nível de conhecimento, de compreensão ou competência. Assim numa primeira fase as crianças desenvolveram actividades “desafiadoras” a partir dos seus interesses, de cunho progressivamente mais aberto, referentes a contextos variados tais como: rotinas e formação de conjuntos utilizando material manipulativo, reconhecimento das propriedades e formulação de hipóteses sobre a figura geométrica “*o quadrado*”, numa perspectiva de envolvimento futuro com actividades de investigação.

Numa segunda fase temporal, pretendeu-se implementar uma actividade de investigação matemática num contexto de padrões repetitivos, já que é um conceito que é pouco explorado com crianças de 4 anos.

O estudo segue uma abordagem de investigação qualitativa baseada no estudo de caso, configurando trajectórias hipotéticas de aprendizagem.

O investigador assumiu um papel de observador participante, dirigindo e testemunhando presencialmente as sessões de trabalho das crianças. Foi privilegiada a recolha de dados de ordem qualitativa, durante oito meses, incluindo-se nestes os dados recolhidos durante os três meses em que decorreram as investigações com padrões.

A análise dos dados recaiu sobre os processos desenvolvidos durante as actividades investigativas, mais do que sobre os resultados ou produtos obtidos. A finalidade foi a de perceber as questões de relevo, os processos utilizados pelas crianças, as conjecturas, generalizações e argumentações, tendo por base o processo de interacção e de comunicação, na tentativa de perceber as tomadas de decisões e as aprendizagens conseguidas.

Neste contexto, pudemos certificar-nos de que as crianças de quatro anos conseguem envolver-se em actividades de investigação matemática.

## **Abstract**

The present study focuses on the introduction of mathematical investigation activities in a context of repetitive patterns among four year old children.

First, we have characterized preschool investigation activities, and given justifying examples for the development of the work with patterns.

Following, we have specified how to develop the investigation activity process, focusing our attention on the curiosity, critical sense, and relationship of the children during the activities, as well as on the contents, competences, involvement in the activities, interactions, and the role of the educator concerning this matter.

Finally, we tried to make a contribution to help other professionals both to increase their knowledge in the area of patterns, as well as to realise the way that children face and explore the tasks and the potentialities of this experiment considering mathematics learning.

Investigation activities are not limited to the application of knowledge or pre-defined procedures, also stimulating a global approach, relating different subjects, and allowing a transversal kind of work.

At the beginning of the intervention, we have decided to propose to the children some tasks consistent with their level of knowledge, understanding or competence. Thus, the children have first developed challenging activities, according to their own interests, which became more and more open, referring to varied contexts, such as routines, formation of sets using manipulative material, recognition of properties and formulation of hypothesis on the geometrical figure “the square”, into a perspective of future involvement in investigation activities.

Then, we attempted to implement a mathematical investigation activity in a context of repetitive patterns, since it is a concept which is usually not explored with four year olds.

Our study follows a qualitative investigation approach, based on a case-study, configuring hypothetical learning trajectories.

The investigator took the role of participant observer, both directing and witnessing the children's work sessions. It was given priority to the collecting of qualitative data, for a period of eight months, including the data which have been collected during the three months in which the investigations with patterns took place.

The analysis of the data focused more on the investigation process than on its results or obtained products. The main objective of this study was to understand important issues, the procedures used by the children, their conjectures, generalisations and argumentations, emphasising the interaction and communication process, in an attempt to understand their decision making and learning achievements.

In this context, we could conclude that that four year old children can, actually, involve themselves into mathematical investigation activities.

# Índice

<b>Capítulo 1- Problemática e Metodologia</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1.1. Interesse e problemática do estudo	3
1.1.2. O Jardim-de-Infância como lugar de actividade educativa e curricular.	5
<b>1.2. Problema e questões de investigação</b>	<b>8</b>
<b>1.3. Pertinência do estudo</b>	<b>10</b>
1.3.1. Actividade de investigação como actividade matematicamente rica	12
<b>1.4. METODOLOGIA</b>	<b>14</b>
1.4.1. A opção metodológica.	15
1.4.2. O paradigma interpretativo.	16
1.4.3. O processo de análise qualitativa.	16
1.4.4. Análises narrativas.	17
1.4.5. O processo de acção – interpretação participante	18
1.4.6. As trajectórias hipotéticas de aprendizagem	19
1.4.7. As fases, os dados (registos) os instrumentos, organização da acção.	19
1.4.8. Dar especificidades nas narrativas para a busca de objectividade.	21
1.4.9. Elementos para a análise das tarefas.	21
<b>1.5. Instrumentos</b>	<b>21</b>
1.5.1. Contexto do estudo	22
1.5.2. As áreas organizativas da sala.	22
1.5.3. Caracterização do grupo investigativo	23
1.5.3.1. Caracterização das crianças do estudo	24
<b>Capítulo 2 - Quadro teórico</b>	<b>28</b>
<b>2.1. Caracterização das actividades matemáticas</b>	<b>28</b>
<b>2.2. Investigações matemáticas no Pré-Escolar</b>	<b>30</b>
<b>2.3. Actividade de investigação matemática como um estudo estruturado</b>	<b>32</b>
<b>2.4. Interação e produção nas actividades de investigação</b>	<b>33</b>
2.4.1. Papel da educadora	34
2.4.2. As investigações e as normas sociais	35
2.4.3. Auto consciência dos processos envolvidos	36
2.4.4. Investigação e produção	37
2.4.5. A aprendizagem nas actividades de investigação	37
2.4.6. Formas de argumentação nas investigações	38
<b>2.5. Uma tentativa de definição de actividade ou tarefa de investigação.</b>	<b>38</b>
<b>2.6. Padrões: um tema da investigação matemática no Pré-Escolar</b>	<b>40</b>
2.6.1. Os padrões foram importantes na história da matemática	40
2.6.2. Padrões no Pré-Escolar como construção de conhecimento	41
2.6.2.1 O valor específico dos padrões de repetição nas etapas iniciais	42
2.6.3 Estudos sobre padrões repetitivos	42
<b>Capítulo 3 – Das rotinas à atitude de investigação</b>	<b>46</b>
<b>3.1. As rotinas como preparação para a investigação</b>	<b>46</b>

3.1.1 Resultados observados em termos de padrões sociais assumidos	48
3.1.2. Resultados observados em termos de padrões de organização de tarefa	50
3.1.3. Resultados observados na elaboração de padrões na organização do espaço.	52
3.1.4. Resultados finais	55
<b>3.2. Formação de conjuntos, continuação da preparação do trabalho de investigação</b>	<b>56</b>
3.2.1. Padrões estruturados do tipo quantitativo (Formação de conjuntos)	57
3.2.2. As práticas informais fornecem experiências que dão oportunidades de construção padronizada (Formação de conjuntos de cardinal quatro).	58
3.2.3. Resultados finais	62
<b>Capítulo 4 - Primeiras investigações: à descoberta do quadrado</b>	<b>64</b>
<hr/>	
4.1. Resultados na Actividade de completar um quadrado.	64
4.2. Buscar características vira situação que permite padronizar a ideia de medida como característica de atribuição.	67
4.3. Os problemas do desenho e construção são precedentes importantes para um trabalho investigativo	72
4.4. Resultados finais	74
<b>Capítulo 5 - O grupo investiga com padrões de repetição</b>	<b>76</b>
<hr/>	
5.1. Resultados da actividade de padrão do tipo AAAA	77
5.2. Resultados na actividade de padrão do tipo ABB	81
5.3. Resultados na actividade de padrão do tipo ABAB	82
5.4 Resultados na actividade de padrão do tipo A-B/ B-A	84
5.5. Resultados na actividade de padrão do tipo AABBA	85
5.6. Resultados da actividade de padrão do tipo ABCABCA	87
5.7. Resultados finais	91
<b>Capitulo 6 - Algumas características das investigações com padrões. Resultados em pequeno grupo.</b>	<b>95</b>
<hr/>	
6.1. Resultados na actividade com Padrão do tipo ABC	96
6.2. Resultados na Actividade de Padrão com alternância de posição	97
6.3. Resultados na Actividade com Padrão tipo AABB	98
6.4. Resultados na Actividade com padrão do tipo AABBC	100
6.5. Resultados na Actividade com padrão do tipo ABCCB	103
6.6. Resultados finais	109
<b>Capítulo 7- Padrões elaborados pelo grupo de crianças</b>	<b>115</b>
<hr/>	
7.1. Resultados da proposta de padrão, do tipo AB	115



<b>7.2. Proposta de padrão do tipo AABB</b>	<b>118</b>
<b>7.3. Proposta de padrão do tipo ABCDEF</b>	<b>120</b>
<b>7.4. Proposta de padrão do tipo ABBB</b>	<b>124</b>
<b>7.5. Resultados finais</b>	<b>126</b>
<b>Capítulo 8 - Conclusões e Recomendações.</b>	<b>130</b>
<b>8.1. Caracterização das actividades de investigação no Pré-Escolar</b>	<b>130</b>
<b>8.2. Processos matemáticos utilizados pelas crianças</b>	<b>134</b>
<b>8.3. Investigações na perspectiva profissional da educadora</b>	<b>137</b>
<b>8.4. Recomendações</b>	<b>138</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>140</b>
<b>Anexos</b>	<b>147</b>
<b>Anexo 1.</b> - Quadro das tarefas	<b>148</b>
<b>Anexo 2</b> – Transcrição da actividade medir quadrados	<b>149</b>
<b>Anexo 3</b> – Transcrição do padrão do tipo AB BA	<b>155</b>
<b>Anexo 4</b> – Transcrição do padrão do tipo AABB	<b>157</b>

## Índice de Tabelas

Tabela 1: As características investigativas – instrumentos de análise	<b>21</b>
Tabela 2: Caracterização do grupo de pesquisa	<b>23</b>
Tabela 3: Actividades de rotina	<b>47</b>
Tabela 4: Soluções apresentadas para resolução do problema	<b>52</b>
Tabela 5: Formação de conjunto	<b>56</b>
Tabela 6: Soluções apresentadas na resolução do problema	<b>60</b>
Tabela 7: Actividades propostas na fase inicial, preparatórias da investigação com padrões	<b>64</b>
Tabela 8: Características matemáticas do quadrado	<b>67</b>
Tabela 9: Actividades de investigação em grande grupo com padrões repetitivos.	<b>77</b>
Tabela 10: Acções das crianças e educadora que se mostram nas actividades com padrões	<b>91</b>
Tabela 11: Tipo de Interação entre crianças nas actividades com padrões	<b>92</b>
Tabela 12: Exemplos que mostram o uso de processos matemáticos de conjectura e prova nas actividades com padrões	<b>93</b>
Tabela 13: Exemplos que mostram o uso de processos matemáticos de generalizações nas actividades com padrões	<b>93</b>
Tabela 14: Formas de identificação da unidade de repetição nas actividades com padrões	<b>94</b>
Tabela 15: Actividades de investigação em pequeno grupo com padrões repetitivos	<b>95</b>
Tabela 16: Tipo e acções de interações com crianças nos padrões	<b>110</b>

Tabela 17: Tipo de acções interactivas entre crianças e educadora que ocorreram nas actividades com padrões em pequeno grupo	112
Tabela 18: Alguns exemplos de generalização elaboradas pelas crianças	113
Tabela 19: Exemplos de conjecturas e provas realizadas pelas crianças	113
Tabela 20: Formas de Identificação da unidade de repetição na descoberta de padrões	114
Tabela 21: Actividades de investigação com padrões repetitivos propostos pelas crianças	114
Tabela 22: Acções das crianças e educadora que se mostram nas actividades com padrões	126
Tabela 23: Tipo de interacção entre crianças nas actividades de investigação com padrões	128
Tabela 24: Exemplos que mostram o uso de processos matemáticos, as generalizações nas actividades com padrões	128
Tabela 25: Formas de identificação da unidade de repetição na actividade com padrões	129

## Índice de Figuras

<b>Figura n.º1: Completar o quadrado utilizando três lápis</b>	<b>65</b>
<b>Figura n.º2: Colocação dos numerais no quadrado</b>	<b>66</b>
<b>Figura n.º3: Quadrado por estimativa e dobragem</b>	<b>72</b>
<b>Figura n.º4: Formação de dois triângulos e corte</b>	<b>73</b>
<b>Figura n.º5: Formação do quadrado por contorno e corte</b>	<b>73</b>
<b>Figura n.º6: Formação do quadrado por estimativa e dobragem</b>	<b>73</b>

## Índice de Ilustrações

<b>Ilustração 1:</b> Padrão proposto com alternância de género	<b>81</b>
<b>Ilustração 2:</b> Padrão elaborado	<b>81</b>
<b>Ilustração 3:</b> Padrão proposto com alternância de posição e género	<b>82</b>
<b>Ilustração 4:</b> À descoberta da unidade de repetição	<b>83</b>
<b>Ilustração 5:</b> Padrão proposto com alternância de pares	<b>84</b>
<b>Ilustração 6:</b> Padrão proposto com alternância de género	<b>85</b>
<b>Ilustração 7:</b> Continuação do padrão proposto.	<b>86</b>
<b>Ilustração 8:</b> Padrão proposto: menina com chapéu, menino sem chapéu e menina sem chapéu	<b>87</b>
<b>Ilustração 9:</b> Continuação do padrão, identificação da unidade de repetição	<b>90</b>

<b>Ilustração 10:</b> Padrão proposto com alternância de cor	<b>97</b>
<b>Ilustração 11:</b> Padrão proposto com alternância de posição	<b>97</b>
<b>Ilustração 12:</b> Padrão proposto com alternância de cor.	<b>98</b>
<b>Ilustração 13:</b> Padrão proposto com alternância de posição e cor	<b>100</b>
<b>Ilustração 14:</b> Unidade de repetição formada	<b>100</b>
<b>Ilustração 15:</b> Padrão corrigido para AABBC	<b>100</b>
<b>Ilustração 16:</b> Demonstração da teoria do Gonçalo	<b>101</b>
<b>Ilustração 17:</b> Continuação da unidade de repetição no sentido descendente	<b>102</b>
<b>Ilustração 18:</b> Padrão proposto com alternância de cor	<b>103</b>
<b>Ilustração 19:</b> Padrão proposto ABCCB	<b>104</b>
<b>Ilustração 20:</b> Foi proposto um padrão de crescimento	<b>105</b>
<b>Ilustração 21:</b> Elementos referidos pela Inês	<b>105</b>
<b>Ilustração 22:</b> Padrão elaborado ABCCBA	<b>106</b>
<b>Ilustração 23:</b> Continuação proposta, uma abordagem simétrica, reproduzindo a última unidade mas ao contrário	<b>107</b>
<b>Ilustração 24:</b> Padrão proposto com alternância de tamanho	<b>115</b>
<b>Ilustração 25:</b> Padrão proposto com alternância de tamanho	<b>118</b>
<b>Ilustração 26:</b> Padrão proposto utilizando todos os elementos	<b>120</b>
<b>Ilustração 27:</b> Abordagem simétrica, reprodução da última unidade mas ao contrário	<b>122</b>
<b>Ilustração 28:</b> Padrão proposto com alternância de tamanho	<b>124</b>
<b>Ilustração 29:</b> Padrão elaborado do tipo ABCD	<b>124</b>

