

## Capítulo 6

### Algumas características das investigações com padrões. Resultados em pequeno grupo.

Segundo Threlfall (1999), os padrões repetitivos ajudam a desenvolver uma apreciação do poder de generalização e permitem o acesso a elementos do pensamento matemático que não estão disponíveis através de qualquer outro meio em matemática.

Atendendo à experiência anterior das crianças, aos conteúdos matemáticos, aos objectivos e às competências a desenvolver, a educadora seleccionou um conjunto de tarefas com sucessivo grau de dificuldade, que irão proporcionar a participação de um grupo de crianças em actividades de investigação, num contexto de padrões repetitivos.

A descrição recai sobre os processos desenvolvidos durante as actividades investigativas, mais do que sobre os resultados ou produtos obtidos. A finalidade é a de perceber as questões de relevo, os processos utilizados pelas crianças, as conjecturas, generalizações e argumentações tendo por base o processo de interacção e de comunicação na tentativa de perceber as tomadas de decisões e as aprendizagens conseguidas. A educadora irá favorecer a participação de crianças com diferentes níveis de competência, procurando estar atenta aos êxitos e dificuldades e estar pronta para os ajudar sempre que necessário.






Tipo de Actividade	Tarefa
7: ABC	A educadora propõe um padrão de massas com alternância de três cores. 
8: AB	A educadora propõe um padrão uma só cor com alternância de posição (de pé/deitadas). 
9:AABB	Utilizando massas de duas cores, a educadora inicia o padrão duas massas laranjas, duas massas brancas na posição vertical. 
10: AABCC	Utilizando massas de três cores, com alternância de posição. 
11: ABCCB	Utilizando massas de três cores No primeiro a educadora acrescentou aos elementos ABC os elementos C B, depois de terem surgido duas opiniões contrárias para a sua continuação. 

Tabela 15: Actividades de investigação em pequeno grupo com padrões repetitivos

## 6.1. Resultados na actividade com padrão do tipo ABC

A educadora, sentada com as crianças à volta de uma mesa redonda, começa por questionar sobre o trabalho desenvolvido nos últimos dias. Durante a exploração das tarefas com padrões de repetição, houve sempre a preocupação do esclarecimento do conceito, da identificação da unidade de repetição e sua continuidade.

A educadora/pesquisadora pretende que as crianças se envolvam numa tarefa, que as faça pensar e reflectir acerca de um conceito que devem desenvolver e entender. Quando foram propostas estas actividades em pequeno grupo, todas as crianças excepto a Inês já tinham tido uma experiência relacionadas com o tema. Tinham desenvolvido três actividades de resolução de padrões repetitivos em grande grupo.

**AP<sub>25</sub>) A criança usa correctamente um conceito, numa situação concreta, mas achará difícil exprimir esse conceito por palavras, e a definição verbal será, na maior parte dos casos, muito mais reduzida do que seria de esperar, pela maneira como ela usou esse conceito** (Mason & Wilder, 2004).

As crianças iniciam a actividade explicando à Inês o conceito de padrão e em que situações ocorrem. Em termos de conhecimento, as crianças demonstram níveis diferentes. Existem respostas muito evasivas e que pouco esclarecem o significado do conceito inicial. No entanto existe a tentativa de definição do que é um padrão repetitivo utilizando um exemplo para melhor esclarecimento.

Hugo: - **É sempre uma coisa igual.** (Pouco ou nada define, não dá um esclarecimento do que é o conceito)

A Luana refere: - **É uma coisa igual à outra que se vai repetindo; é uma coisa igual à outra.** (Já introduz uma nova vertente (vai repetindo), mas continua evasiva na sua explicação)

A Bruna tenta explicar melhor o conceito dizendo: - **Tens três coisas; uma branca, uma cor de laranja e outra cor verde. Depois repetes e fica branca, laranja, verde, branca, laranja, verde, repete a Bruna unindo os dedos da mão e imaginando montinhos.** (Associa o movimento à linguagem verbal, consciência do conceito)

**AP<sub>26</sub>) Com o propósito de verificar se existe mudança no raciocínio quando se muda o contexto, a educadora, utilizando massas de três cores, apresenta um novo padrão do tipo ABC.**



**Ilustração 10:** Padrão proposto com alternância de cor

Durante a actividade as crianças mostram muita curiosidade, e espírito de interajuda. Para explicar as suas ideias, recorrem aos elementos do padrão apontando-os.

O Hugo propõe-se a ajudar a Inês. **Olha para o padrão e mantém-se silencioso.**

Depois diz: - **O padrão tem cores diferentes, é de massas, [e volta a calar-se].** (Não dá solução apenas identifica características do material, massa e as cores).

A Luana diz que sabe, e afirma: - **O padrão começa com a cor de laranja, vindo depois a verde e depois a branca, [diz apontando as três primeiras massas uma a uma.** Aponta depois a parte final e para dar continuidade ao padrão] diz: - **Aqui tem que ser igual, é cor de laranja.**

Apresentaram sugestões, mas nem sempre conseguiram explicar o porquê, demonstrando que nesta idade as crianças têm muita dificuldade em explicar **o que fizeram e como o fizeram** (Baroody & Coslick, 1998).

Educadora: - **O que vem a seguir?**

Hugo responde: - **Cor de laranja.**

Educadora: - **Porquê?**

**O Hugo volta a não responder fixando o olhar nas massas.**

## 6.2. Resultados na actividade de padrão com alternância de posição



**Ilustração 11:** Padrão proposto com alternância de posição

AP<sub>27</sub>) Ao apresentar este padrão a educadora queria abordar a posição dos elementos na série padronizada. Houve a **construção** de um padrão semelhante **utilizando o movimento corporal**, enquanto era referida a posição dos elementos na sequência do padrão.

A Bruna gesticulando diz: - **De pé deitado, de pé deitado**. Entretanto a Luana levanta e **deita a cabeça à medida que a Bruna refere, de pé deitada, de pé deitada**.

O grupo mostra-se atento e colaborante, procurando respeitar as normas de convivência obedecendo ao princípio de que só deve falar um de cada vez, levantando o dedo quando pretendiam tomar a palavra, demonstrando serenidade quando manifestavam as suas opiniões.

A Bruna e a Luana **levantam a mão dizendo que sabem**, e a Luana **antecipa-se dizendo: - De pé, deitado, de pé, deitado**.

**AP<sub>28</sub>) Identificam a possibilidade de fazer um padrão igual, apenas mudando a característica cor.**

A Bruna reforça: - **Podes é fazer outro padrão igual a este mas com uma cor diferente, pondo massa cor de laranja de pé, massa cor de laranja deitada**.

### **6.3. Resultados na actividade com padrão tipo AABB**

Quando a educadora inicia o padrão duas massas laranjas, duas massas brancas na posição vertical, todas as cabecinhas se inclinam com curiosidade olhando o centro da mesa. (**Anexo 4**)



**Ilustração 12:** Padrão proposto com alternância de cor.

**AP<sub>29</sub>) As actividades de investigação devem-se multiplicar, com possibilidades diferentes, mudar as perguntas promove novas reflexões e novas conjecturas.** Diversas crianças apresentam unidades de repetição utilizando o gesto e quantificam os elementos em conjuntos de dois.

Perante a questão: “**E agora Marta achas que temos um padrão?**”

A Marta diz: - **Acho que sim**. (Muito supérflua, não dá justificação)

Luana antecipa-se, junta o dedo indicador e médio e diz: - **O padrão é duas massas cor de laranja, duas massas brancas**.

Apresentam certezas quanto à continuação do padrão. Apenas algumas crianças apresentam o carácter geral **sempre**.

A Joana diz: - **Continuava sempre com dois laranjas e dois brancos.**

Inês responde: - **É a cor laranja, e são duas.**

Procuram ajudar o colega na identificação da unidade, apontando os elementos do padrão, sem os referir oralmente.

O Hugo, **ao lado e sem falar, junta os dedos indicador e médio de cada mão, e mostra-os à Marta, apontando para os dois laranjas e depois para os dois brancos.**

Identificam as características do padrão: **cor e posição.**

A Bruna refere: - **É um padrão de duas cores que estão de pé.**

**AP<sub>30</sub>**) A aprendizagem investigativa é um processo social gerido com conflitos. As crianças aprendem umas com as outras através do discurso, quando comunicam ou partilham ideias. Ao compararem informações elas próprias reflectem no seu modo de pensar e tentam perceber o modo de pensar do outro através de uma “negociação” de um consenso (Olivier, 1999).

Conflito provocado por um elemento do grupo. Durante a actividade, foram introduzidos novos elementos no sentido de dificultar a tarefa, e para ver até que ponto as crianças assimilavam e resolviam as várias situações com que eram confrontadas.

O Gonçalo **lança a piada “ verde”. Pode ser verde porque ainda não foi o verde.**

Educadora:- **Neste padrão colocavam a cor verde para dar continuidade?**

A Inês acena com não com a cabeça.

A Bruna olha para o Gonçalo e faz a sequência do padrão ao mesmo tempo que o aponta dizendo: - **É sempre dois laranja e dois branco. Achas, achas que pode ser o verde, olha! Olha!**

Em outro momento, a educadora sugere **um erro**, as crianças **detectam-no e corrigem-no**, não provocando alterações no padrão. No caso parece que a segurança de **quantidade é força de confirmação** sobre a validade de resposta.

Educadora repete: - **E no fim não podia ser só um branco?**

A Inês diz que não, e **apontando com os dedos as duas laranjas diz: - Aqui tem duas massas laranjas.** (Justificação recorrendo à unidade)

A Educadora diz à Inês: - **É verdade que são duas massas laranjas, mas não pode ser só uma massa branca?** (Confirmação da opinião da criança, mas lança nova dúvida)

Hugo afirma: - **Aqui tem dois [apontando para massas laranjas], e depois mais dois [apontando para as massas brancas] pelo que se devem seguir mais dois laranjas e dois brancos.**

Gonçalo diz: - **Assim ficaria diferente, porque para ser igual tinham que ser dois.**

## 6.4. Resultados na Actividade com padrão do tipo AABBC

O padrão seguinte é do tipo AABBC utilizando massas de três cores, com alternância de posição. Para maior visibilidade, mostramos graficamente a seguir.



**Ilustração 13:** Padrão proposto com alternância de posição e cor

**AP<sub>31</sub>) Uma criança dá continuidade ao padrão, são formadas as primeiras conjecturas, surge uma nova unidade de repetição.**



**Ilustração 14:** Unidade de repetição formada

As crianças lêem o padrão do Gonçalo, identificam erros e alteram os elementos da sequência segundo as suas conjecturas, dando justificações para a alteração.

A Bruna chama a atenção dizendo: - **Há ali uma passagem que está mal. Há dois verdes que estão mal pois no seu lugar deviam estar dois cores de laranja. Os laranjas têm que ser primeiros.**

A Joana diz: - **E também faltam dois brancos a seguir ao verde. Porque os brancos estão à frente dos verdes**



**Ilustração 15:** Padrão corrigido para AABBC

A educadora provoca justificações. Gonçalo apresenta argumentos e justificações quanto à sua conjectura.

Educadora questiona o Gonçalo: - **Estás a concordar com a opinião das tuas colegas?**

O Gonçalo refere: - **Não, porque assim as massas ficam muito juntas.**

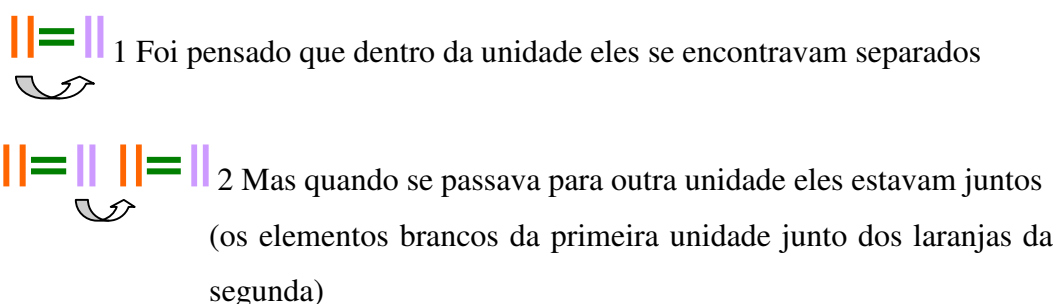
A educadora: - **O que é que queres dizer com muito juntas?** (Faz a pergunta, utilizando a própria resposta, provocando reflexão)

O Gonçalo, olhando para a **primeira unidade de repetição**, refere: - **Os laranjas estão separados dos brancos, e aqui [na segunda unidade de repetição] os laranjas estão à beira dos brancos[da primeira unidade], e continuam o padrão sempre à beira dos brancos.**

A Joana diz: - **Não te esqueças que este padrão também leva os verdes.**

(Relembra elemento intermédio)

**AP<sub>32</sub>) Nas actividades de investigação aparecem muitas dúvidas que devem ser geridas adequadamente identificando tanto quanto possível os processos de construção de conjecturas das crianças.** A criança que fez a primeira sequência não concorda com a criança que fez a correcção, em virtude de na primeira unidade de repetição os elementos AA estarem separados dos elementos CC, enquanto que na segunda unidade de repetição, os elementos AA se encontravam próximos dos CC da primeira unidade.



**Ilustração 16:** Demonstração da teoria do Gonçalo

**AP<sub>33</sub>) As crianças resolvem às vezes com argumentos locais de pontos referenciais** (Analogamente ao que acontece com raciocínios aproximativos).

A educadora procura compreender a dúvida da criança. Pede explicações do processo de construção da sua conjectura.

A resposta do Gonçalo é: - **Eu pus os verdes a separar os laranjas dos brancos. Isto está diferente.**

Educadora: - **O que é que quer dizer com isto está diferente?**

O Gonçalo retira **todos os laranjas que estão junto aos brancos.**

Educadora: - **Mas retirando os laranjas não estás alterar o padrão?**

**Não porque os laranjas não estão à beira dos brancos,** – refere o Gonçalo.





Para ajudar a clarificar o problema, a educadora sugere a construção das unidades de repetição isoladamente. Após ter feito várias unidades, mas separadas umas das outras, quando as junta verifica que era impossível os AA não ficarem próximos dos CC.

**O Gonçalo coloca os laranjas atrás dos verdes e os brancos à frente dos verdes; laranjas, verdes e brancos.**

**AP<sub>34</sub>) Aparece um novo desafio com nível de dificuldade superior, uma criança propõe a continuação do padrão no sentido descendente (direita, esquerda).** Por tentativa e erro foram dando continuidade ao padrão. O Gonçalo faz uma verificação deliberada do padrão, envolvendo uma vista de olhos no início para verificar.

Gonçalo **coloca dois verdes, depois dois brancos e pára para observar o padrão.**

O tipo de padrão proposto no sentido descendente foi:

- 1   
LLVVBB (Padrão proposto no início).
- 2   
BB VV Introdução dos elementos BBVV.
- 3   
(BB) Introdução dos elementos BB entre a primeira unidade (LLVVBB) e segunda unidade (BBVV).
- 4   
Introdução dos elementos LL entre os BB e VV da segunda unidade, completando-a, dando sempre continuidade com os elementos VVBLL.(leitura da direita para esquerda)

**Ilustração 17:** Continuação da unidade de repetição no sentido descendente



De novo surgiu interagida entre as crianças, na construção da sequência, colocando uma massa de cada vez. A educadora “obriga à reflexão” mostrando um pormenor na sequência.

[O Gonçalo afasta os laranjas, e coloca um branco e vai buscar outro branco para colocar entre os laranjas e os verdes, mas quando chega, **já o Hugo tinha colocado em silêncio o outro branco**].

Bruna: - **Está um bocadinho mal.**

A Educadora chama a atenção do Gonçalo para o facto de ter dois brancos, dois verdes e outra vez dois brancos.

**AP<sub>35</sub>) Utilizando a evidência visual, a criança refere a posição dos elementos no sentido descendente.** Demonstram agrado e compreendem que no sentido ascendente o padrão foi mais fácil do que no sentido descendente. **Padrão com maior nível de dificuldade**, em que a criança mais nova do grupo não emite qualquer opinião. **Dando destaque ao que vários autores referem, que as crianças aprendem ouvindo as crianças mais capazes** (Vygotsy, 1978; Baroody & Coslick, 1998).

**Gonçalo conclui com uma sequência correcta, dizendo: - para este lado[ sentido direita esquerda]** tem que ser primeiro os **laranjas depois os brancos, e depois os verdes** continuando sempre, **laranjas, brancos, verdes** [tendo em atenção a observação visual do padrão].

A Joana e a Luana **dizem que está correcto** e ajudam o Gonçalo na continuação da sequência, ao mesmo tempo que vão referindo: - **Dois laranjas, dois brancos, dois verdes.**

Inês: - **O padrão foi mais fácil para lá do que para cá.**

Educadora: - **Gostaram do padrão?**

O grupo: - **Sim, mas este padrão foi mais difícil que o anterior.**

## 6.5. Resultados na actividade com padrão do tipo ABCCB

**AP<sub>36</sub>) A fim de complicar um pouco mais a execução dos padrões, a Educadora propôs novo padrão do tipo ABC que teve várias fases de elaboração.**



**Ilustração18:** Padrão proposto com alternância de cor

É identificado o “padrão” como repetição de cores. Formação das primeiras conjecturas, desacordo quanto às escolhas não justificando as mesmas.

Luana: - **Estás a fazer um padrão porque estás a repetir as cores.**

O Hugo responde: - **É a cor de laranja.** (Repetição do ultimo elemento)

Logo a Luana diz: - **Não pode ser porque deve começar com o branco.**

(Repetição do primeiro elemento sequência)

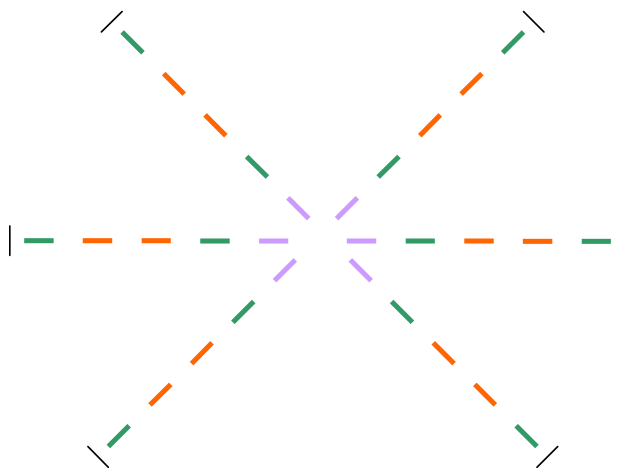
Gonçalo: - **Temos que pôr mais brancos, mais verdes, e mais cor de laranja.**

(Refere o modelo da unidade)

A educadora vai contra a opinião das crianças, embora defendam que não pode ser cor de laranja, a Educadora insiste, colocando os elementos CB, com a pretensão de perceber a simetria da unidade mais complexa, ficando um padrão do tipo ABCCB.

Picard defende que a figura da educadora é percebida pelas crianças como autoridade máxima no Jardim-de-Infância o que as leva a reconhecer que em última instância a decisão cabe à educadora (Ventura, 2004).

**A Luana, o Hugo e a Inês, dizem: - Está bem, a Elsa sabe fazer padrões.**



**Legenda: A= Verde B = Branco C= Branco**

**Ilustração19:** Padrão proposto ABCCB

Questionadas uma a uma, quanto à continuação do padrão, a maioria defende a cor branca, não explicando o porquê das suas escolhas. Apenas uma criança defende a cor verde, justificando.

A Inês refere o branco, e o Hugo também defende o branco embora muito tenazmente. A Marta olha mas não responde, mas o Gonçalo diz que é o branco, assim como a Joana que aceita e diz: - Pode ser o branco. Quando chega a vez da Bruna esta diz: - Eu acho que pode ser o verde, porque aqui atrás estão dois cor de laranja, [diz apontando com os dedos]. (Mostrando mais uma vez um desenvolvimento de nível superior na capacidade de argumentar)

**AP<sub>37</sub>) Durante toda a actividade houve diálogos interessantes entre os pares, tentando elucidar não só os colegas, mas a própria educadora. Há uma proposta de um novo padrão de nível superior (Padrão de crescimento).**

Gonçalo diz: - Já sei porquê, é que tem que ser mais um verde e depois é que vem dois brancos.

A Educadora refere: - Não estou a perceber muito bem.

A Joana levanta-se e diz para a educadora: - Olha bem, aqui só tem um verde, vamos pôr outro e ficam dois, e depois pomos dois brancos, e já fica igual à cor de laranja.



Elementos propostos na continuação do padrão (BAA)

**Ilustração 20:** Foi proposto um padrão de crescimento

Frente ao desacordo com os colegas, a criança defende a sua conjectura atendendo ao número total de elementos de cada cor existentes, e não à posição dos mesmos na sequência.

A Inês lembra à Bruna: - Tens aqui um verde [apontando para o segundo da fila], e já tem outro verde [apontando para o último da fila], logo já tem dois verdes. A seguir tem que ser um branco.



**Ilustração 21:** Os elementos verdes referidos pela Inês

Uma outra perspectiva de visionamento do padrão. Novas propostas quanto à continuação do padrão, defendendo a cor branca, com recurso ao número de elementos.

A Inês diz: - **É porque só tem um branco.** Por sua vez a Luana refere: - **Só existe uma fila com quatro brancos, logo temos que pôr naquele padrão mais brancos.**

A Bruna acaba por reconhecer que a Luana e a Inês têm razão porque só existe branco ao meio.

A Educadora pergunta: - **É só por estar um bocadinho de branco ao meio?**

Em unísono a Luana, a Inês e a Bruna respondem: - **Sim, agora temos que pôr mais brancos.**

A Bruna fazendo um gesto circular envolvendo todo o padrão diz: - **Olha as outras já se repetiram, e o branco só está no meio.** (Não tem consideração a unidade de repetição apenas atende à cor que ainda não foi repetida)



**Ilustração 22:** Padrão elaborado ABCCBA

As crianças analisam outras respostas e justificam criticamente quando não concordam.

A Inês diz: - Oh, Bruna mas já tem dois brancos como os laranjas e os verdes, logo tem que ser novamente os laranjas.

O Hugo responde: - **É cor de laranja** e logo a Luana diz: - **Não pode ser porque deve começar com branco.**

Foi-lhes pedido que continuassem a sequência, nova discordância, cada um tenta dar sequência ao padrão aproveitando as ramificações do sol que o desenho compunha.

O Gonçalo **por sua vez coloca dois verdes, num dos braços do padrão.**

A Inês e a Luana **colocam dois laranjas a seguir aos brancos, cada uma no seu raio.**

A Marta **coloca um branco.**

A Bruna refere: - **Cada vez os padrões são mais difíceis.**

Após varias interações o padrão é continuado para

- ❖ **ABCCBA/CCBA**, demonstrando que a criança atende à última unidade de repetição, corresponde à segunda fase de Rustigan.

❖ Depois foi continuado para /CCABCC, atendendo á unidade



ABCCBA/CCBA/CCABCC

**Ilustração 23:** Continuação proposta, uma abordagem simétrica, reproduzindo a ultima unidade mas ao contrário.

**AP<sub>38</sub>) A educadora faz a revisão do trabalho desenvolvido até momento, lendo a sequência utilizando o gesto.**

Nota-se que as crianças dão continuidade ao padrão sem que tivessem a percepção correcta quanto à unidade, estão a entender os processos não a propriedade. Vão fazendo por tentativa no pressuposto de que irão encontrar a solução. Depois de muita discussão, e de um pouco de saturação, foi identificada a unidade de repetição ABCC e o padrão foi continuado sempre ABCC/ABCC/ABCC.

O grupo segue a ordem desde o início acompanhando os movimentos da Educadora que **com um ou dois dedos aponta: - Um branco, um verde e dois laranjas, um verde, um branco e dois laranjas, um verde um branco e dois laranjas, um branco, um verde e dois laranjas .**

O Gonçalo diz: - **A seguir tem que ser um branco, um verde e dois cor de laranjas. Vamos sempre fazer, um branco um verde e dois laranjas**

Educadora diz: - **O padrão é composto por....**

A Bruna responde: - **Um branco um verde e dois laranjas.**

Mais uma vez é demonstrado o espirito de cooperação. O grupo tenta explicar à Marta a sequência do padrão.

Marta: **Eu não estou a perceber nada deste padrão.**

A Educadora pede à Bruna para explicar o padrão à Marta

A Bruna diz: - **Olha com atenção o padrão, pois repete sempre cores. Temos um branco, um verde e dois cor de laranja, e repetimos sempre um branco, um verde e dois cor de laranja.**

O Gonçalo entretanto diz à Marta: - **É repetir sempre, um branco, um verde e dois cor de laranja.**

A educadora interrompe a acção da criança, para dar oportunidade aos outros de manifestarem opiniões

A Educadora pega no punho do Gonçalo e aconselha calma.: - **Vamos ver o que a Inês está a fazer.**

A Educadora pega na mão da Bruna e diz: - **Calma, vamos deixar os outros também pensarem.**

**AP<sub>39</sub>**) Identificam a unidade de repetição, demonstrando diferentes níveis de representação, desenho e cântico.

Hugo: - **Branco, verde laranja, laranja, verde, branco.**

A Bruna responde: - **Um branco um verde e dois laranjas.**

O Gonçalo continua: - **Com branco verde, laranja [cantarolando sempre], branco, verde, laranja, branco, verde, laranja.**

Cooperam no trabalho de grupo. A Bruna mostra ao Gonçalo a unidade, referindo a posição ordinal dos elementos na sequência.

**No final a Bruna e o Gonçalo dialogam.** O Gonçalo diz: - Estás a fazer mal.

A Bruna responde: - **Ora vê bem, o branco está sempre atrás do verde, é sempre o primeiro, os verdes os segundos e os laranja os terceiros.**

O Gonçalo aceita dizendo: - **Agora já está bem.**

**AP<sub>40</sub>**) Enquanto o padrão era desenvolvido, as crianças formaram analogias com objectos do seu quotidiano.




**Agora parece uma estrela,** para depois dizerem: - **Agora parece um sol,** ou ainda: - **Agora parece um sol de várias cores. Assim, fica mais faísca; assim o sol fica com mais brilho.**

## 6.6. Resultados Finais

Estas actividades proporcionaram momentos de intenso envolvimento em tarefas matemáticas a crianças de diversos níveis de competências e de diferentes níveis etários. Das narrativas elaboradas neste projecto temos fortes testemunhos do entusiasmo e da riqueza das experiências por elas vividos, contribuindo muitas vezes para a ideia de uma comunidade matemática.

Foram várias as interações estabelecidas entre as crianças, com vista à solução das actividades propostas pela educadora. A proposta despertou bastante interesse e houve um grande envolvimento por parte das crianças.

Durante a exploração das tarefas, verificou-se facilidade na compreensão do que era pedido, e uma grande abertura entre as crianças. Apresentaremos de seguida um resumo das interações estabelecidas entre as crianças.

Tipo de Interação	Acções observadas nas trajectórias com as crianças	Actividade
<b>É ajudada pelo grupo quando demonstra alguma dificuldade.</b>	A Educadora diz à Bruna para explicar o padrão à Marta A Bruna diz: - <b>Olha com atenção o padrão, pois repete sempre cores. Temos um branco, um verde e dois cor de laranja, e repetimos sempre um branco, um verde e dois cor de laranja.</b> O Gonçalo entretanto diz à Marta: - <b>É repetir sempre, um branco, um verde e dois cor de laranja.</b>	<b>11: Padrão tipo ABCCB</b> 
<b>Interage com os colegas manifestando a sua opinião.</b>	Inês: - <b>O padrão foi mais fácil para lá do que para cá.</b> Gonçalo, Olhando para a outra extremidade diz: - <b>Podemos continuar o padrão para ali (direita para a esquerda).</b>	<b>10: Padrão tipo AABBCC</b> 
	A Bruna diz: - <b>Eu acho que pode ser o verde, porque aqui atrás estão dois cor de laranja [diz apontando com os dedos].</b>	<b>11: Padrão tipo ABCCB</b> 







<p><b>Interage com os seus pares, elucidando-os quando têm dificuldade</b></p>	<p>No final a Bruna e o Gonçalo dialogam. O Gonçalo diz: - <b>Estás a fazer mal.</b> A Bruna responde – <b>Ora vê bem, o branco está sempre atrás do verde, é sempre o primeiro, os verdes os segundos e os laranja os terceiros.</b> O Gonçalo aceita dizendo: - <b>Agora já está bem.</b></p>	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 
<p><b>As crianças analisam outras respostas e justificam criticamente quando aplicável, discordar respeitosamente.</b></p>	<p>A Inês diz: - Oh, Bruna mas já tem dois brancos como os laranjas e os verdes, logo tem que ser novamente os laranjas. O Hugo responde: - <b>É cor de laranja</b> e logo a Luana diz: - <b>Não pode ser porque deve começar com branco.</b></p>	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 
	<p>A Bruna olha para o Gonçalo e faz a sequência do padrão ao mesmo tempo que apontando o padrão diz: -<b>Achas, achas que pode ser o verde, olha, olha!</b></p>	<p><b>9: Padrão tipo AABB</b></p> 
	<p>A Bruna chama à atenção dizendo – <b>Há ali uma passagem que está mal, há dois verdes que estão mal pois no seu lugar deviam estar dois cor de laranja.</b></p>	<p><b>10. Padrão tipo AABBC</b></p> 
<p><b>Tenta explicar as suas ideias recorrendo à unidade repetição.</b></p>	<p>O Hugo afirma: - <b>Aqui tem dois [apontando para massas laranjas], e depois mais dois [apontando para as massas brancas]</b> pelo que se devem seguir <b>mais dois laranjas e dois brancos.</b></p>	<p><b>9: Padrão tipo AABB</b></p> 
	<p>Luana diz que sabe e afirma: - <b>O padrão começa com cor de laranja, vindo depois a verde e depois a branca, [diz apontando as três primeiras massas uma a uma. Apontando depois a parte final, e para dar continuidade ao padrão] diz: - Aqui tem que ser igual, é cor de laranja</b></p>	<p><b>7: Padrão do tipo ABC</b></p> 
<p><b>Tentam elucidar o conceito “padrão”, explicando o processo fazendo-se acompanhar do movimento físico.</b></p>	<p>Gonçalo diz: - <b>É uma coisa azul, uma verde, uma coisa azul, uma verde.</b> A Bruna olhando para o Gonçalo diz: - <b>Mas também pode ser assim: todas as cores, vermelho, rosa, azul, verde, branco, depois as cores vão-se repetindo sempre, sempre, diz, gesticulando.</b> A Bruna tenta explicar melhor o conceito dizendo: - <b>Tens três coisas, uma branca, uma cor de laranja e outra cor verde. Depois repetes e fica branca, laranja, verde, branca, laranja, verde, repete a Bruna [unindo os dedos da mão e imaginando montinhos].</b></p>	<p><b>7: Padrão do tipo ABC</b></p> 



Tabela 16: Tipo e acções de interacções com crianças nos padrões



Como foi mostrado imensas vezes, a educadora tem, naturalmente, um papel determinante na selecção das propostas de investigação e na condução das tarefas em que as crianças se empenham. A realização deste tipo de tarefas na sala requer o desenvolvimento de competências profissionais relacionadas com um domínio mais profundo dos conteúdos matemáticos, os modos de questionamento e acompanhamento das crianças e a condução de discussões colectivas (Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira & Oliveira, 1999).

Durante o desenrolar das actividades a educadora manteve sempre uma postura de interacção com o grupo, colocando questões provocadoras de reflexão, introduzindo conflitos com o propósito de testar os argumentos das crianças face às suas ideias.

Apresentaremos um quadro resumo da interacção entre a educadora e as crianças durante todo o processo de desenvolvimento das actividades de investigação

<b>Acções educativas</b>	<b>Descrição da actividade e papel das crianças</b>	<b>Actividade</b>
<b>A Investigadora provoca o conflito com a intenção de verificar as reacções das crianças e as suas justificações.</b>	<p>A Educadora pergunta: - <b>E não podia ser só um branco?</b></p> <p>A Inês diz que não, e apontando com os dedos as duas laranjas diz: - <b>Aqui tem duas massas laranjas»</b></p> <p>A Educadora pergunta: - <b>porquê?</b> A Bruna diz: - <b>Assim se alteraria o padrão.</b></p> <p>A Educadora pede para ouvirem a explicação do Hugo, que afirma: - <b>Aqui tem dois [apontando para massas laranjas], e depois mais dois [apontando para as massas brancas] pelo que se devem seguir mais dois laranjas e dois brancos.</b></p>	<p><b>9: Padrão tipo AABB</b></p> 
<b>A investigadora usa nova estratégia para ajudar a clarificar o problema.</b>	<p>A Educadora sugere a construção das unidades de repetição isoladamente.</p> <p><b>O Gonçalo coloca os laranjas atrás dos verdes e os brancos à frente dos verdes; laranjas, verdes e brancos</b></p> <p>Após ter feito várias unidades, mas separadas umas das outras, quando as junta verifica que era impossível os AA não ficarem próximos dos CC.</p>	<p><b>10: Padrão tipo AABBC</b></p> 




<p><b>A investigadora vai contra a atitude da criança, com a intenção de ajudar o grupo a obter uma melhor visualização do padrão.</b></p>	<p>A Educadora pega na mão da Bruna e diz: - <b>Calma, vamos deixar os outros também pensarem.</b></p>	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 
<p><b>A investigadora lança questões de carácter investigativo.</b></p>	<p>Educadora questiona o Gonçalo: - <b>Estás a concordar com a opinião das tuas colegas?</b></p> <p>O Gonçalo refere: - <b>Não porque assim as massas ficam muito juntas.</b></p> <p>A Educadora: - <b>O que é que queres dizer com muito juntas?</b></p>	<p><b>10: Padrão tipo AABCC</b></p> 
	<p>Educadora: - <b>Estamos a fazer um padrão?</b></p> <p>Luana: - <b>Estás a fazer um padrão porque estás a repetir as cores.</b></p> <p>Educadora: - <b>Agora para continuar o padrão do sol o que terá de ser feito?</b> (Questão de particularização)</p> <p>Gonçalo: - <b>Temos que pôr mais brancos, verdes e mais laranjas.</b></p> <p>Educadora: - <b>Hugo vais completar o padrão, qual a cor que colocavas?</b></p> <p>Hugo: - <b>Cor de laranja, Luana: Não pode ser porque deve começar com o branco.</b></p> <p>Educadora: - <b>Será a cor de laranja ou o branco?</b></p>	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 

Tabela 17: Tipo de acções interactivas entre crianças e educadora que ocorreram nas actividades com padrões em pequeno grupo

Ajudar a criança a trabalhar com modelos de repetição permite o acesso a elementos do pensamento matemático que não estão disponíveis através de qualquer outro meio em matemática, incluindo conhecer previsões e a generalização e comunicação de regras. Ao ser capaz de operar com padrões com os quais se sentem à vontade, as crianças podem ser capazes de trabalhar a um nível mais elevado, o que não aconteceria noutros casos (Threfall, 1999).



<b>Generalizações observadas</b>	<b>Actividade</b>
A Joana diz: - <b>Continuava sempre com dois laranjas e dois brancos.</b>	<b>9: Padrão tipo AABB</b> 
Gonçalo: - <b>Para este lado tem que ser primeiro os laranjas depois os brancos, e depois os verdes continuando sempre, laranjas, brancos, verdes [ sentido direita esquerda].</b>	<b>10: Padrão tipo AABBC</b> 

Tabela 18: Alguns exemplos de generalização elaboradas pelas crianças

Outro dos objectivos das actividades investigativas é a condução das crianças a graus progressivos de generalização e de abstracção, conseqüentemente, a justificação das conjecturas apresentadas é uma componente importante do seu trabalho. O grau de formalização dessa justificação depende do nível de desenvolvimento matemático da criança. No entanto, é tarefa do professor fazer notar à criança a necessidade de esta se convencer a si própria, e aos outros, dos seus argumentos de forma que pouco a pouco o faça espontaneamente (Mason, 1991 in Ponte, Segurado & Oliveira, 1999a).



<b>Conjectura</b>	<b>Argumentação/ Prova</b>	<b>Actividade</b>
<b>O Gonçalo lança a piada “ verde”. Pode ser verde porque ainda não foi o verde.</b>	A Bruna olha para o Gonçalo e faz a sequência do padrão ao mesmo tempo que o aponta dizendo: - <b>Achas, achas que pode ser o verde, olha! olha!</b> Gonçalo: - <b>Não, estava mal.</b>	<b>9: Padrão tipo AABB</b> 
<b>A Inês refere o branco, e o Hugo também defende o branco embora muito tenazmente. A Marta olha mas não responde, mas o Gonçalo diz que é o branco, assim como a Joana que aceita e diz: - Pode ser o branco. Quando chega a vez da Bruna esta diz: - eu acho que pode ser o verde, porque aqui atrás estão dois cor de laranja [diz, apontando com os dedos].</b>	A Joana levanta-se e diz para a Educadora: - <b>olha bem, aqui só tem um verde, vamos pôr outro e ficam dois, e depois pomos dois brancos, e já fica igual à cor de laranja.</b>	<b>11: Padrão tipo ABCCB</b> 

Tabela 19: Exemplos de conjecturas e provas realizadas pelas crianças

A partir das observações concluímos que os modelos expostos pelas crianças relativamente à forma de identificação da unidade de repetição foram mais diversificados, de maior consistência, e de maior objectividade.

Nestas acções reconhecemos algumas etapas que foram modeladas por diversos pesquisadores, porém nem todas aparecem e surgem novas competências.

<p><b>Uma memória da unidade de repetição é sempre ensaiada para decidir a posição correcta na repetição por comparação.</b></p>	<p>Gonçalo: - Coloca dois verdes, depois dois brancos e pára para observar o padrão</p>	<p><b>10: Padrão tipo AABCC</b></p> 
<p><b>Um ritmo ou sistema de contagem, um cântico com ênfase, através do qual a pessoa sabe o ponto na sequência que foi alcançado pelo valor que tem.</b></p>	<p>A Bruna gesticulando diz: - de pé deitado, de pé deitado.</p>	<p><b>8: Padrão tipo AB</b></p> 
	<p>O Gonçalo começa cantarolando: - dois laranjas, dois verdes, dois brancos, dois laranjas, dois brancos</p>	<p><b>10: Padrão tipo AABCC</b></p> 
<p><b>Uma fase de repetição do último elemento.</b></p>	<p>ABCCBA/CCBA</p>	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 
<p><b>Uma abordagem simétrica.</b></p>	<p>ABCCBA/CCBA/CCABCC</p> 	<p><b>11: Padrão tipo ABCCB</b></p> 

Tabela 20: Formas de Identificação da unidade de repetição na descoberta de padrões