Universidade do Minho
Instituto de Educação

Marta Filipa Lobo de Melo

O ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º ciclo do ensino básico

outubro de 2015

Marta Filipa Lobo de Melo **O ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º ciclo do ensino básico**
UMinho|2015

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Marta Filipa Lobo de Melo

O ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º ciclo do ensino básico

Relatório de Estágio
Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação do
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

outubro de 2015

Nome: Marta Filipa Lobo de Melo

Endereço Eletrónico: martaflmelo@gmail.com

Telemóvel: 911035865

Número do Cartão de Cidadão: 14228457

Título do Relatório:

O ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º ciclo do ensino básico

Supervisor:

Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Ano de conclusão: 2015

Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico

Universidade do Minho, ____/____/____

Assinatura:____

AGRADECIMENTOS

A elaboração deste estudo não teria sido possível sem a colaboração, estímulo e empenho de diversas pessoas. Gostaria, por conseguinte, expressar toda a minha gratidão e apreço a todos aqueles que, direta ou indiretamente contribuíram para que este trabalho passasse de uma idealização a uma realidade.

Ao Professor Doutor Floriano Viseu pela sua acessibilidade, competência, disponibilidade, incentivo e colaboração no auxílio e orientação da conceção de todo o trabalho;

Às professoras orientadoras das escolas onde estagiei, Tita Pinto e Sandra Rodrigues, pelo auxílio, pelo modo com que me receberam, pelo carinho, amizade e acima de tudo, por se revelarem uns bons modelos a seguir;

A todos os professores com os quais tive o privilégio de contactar ao longo da minha vida académica, tanto na UM como na ESEV;

Aos alunos com quem desenvolvi este estudo, que sem dúvida, me ajudaram e muito. Sem eles não seria possível;

Aos diretores das Escolas onde desenvolvi o meu estágio;

À minha colega de estágio, Paula Rodrigues pelo apoio e incentivo que me foi dando ao longo deste ano;

Aos meus pais, pelo esforço que fizeram ao longo de todos estes anos para me proporcionarem a oportunidade de concretizar mais um dos meus sonhos;

À minha irmã, por se revelar um exemplo que tento seguir todos os dias da minha vida;

Ao meu namorado, pela paciência, amor e incentivo ao longo de todo o meu percurso académico;

À minha grande amiga Joana, companheira e colega de licenciatura pela amizade, apoio e pelo trabalho desenvolvido ao longo da licenciatura.

Às minhas colegas de curso Débora Pereira e Catarina Sousa que, sem dúvida, foram uma mais-valia durante os anos em que tive a oportunidade de trabalhar/conviver com elas.

A todos, sem exceção, o meu Muito Obrigada!

O ENSINO EXPLORATÓRIO NA APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 1.º E 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Marta Filipa Lobo de Melo

Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico

Universidade do Minho, 2015

RESUMO

O presente estudo teve por objetivo averiguar o contributo do ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria com alunos do 1.º e 2.º ciclos. Para responder a este objetivo colocaram-se as seguintes questões de investigação: Que atividades realizam os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria através do ensino exploratório? Que dificuldades revelam os alunos nas atividades que realizam nas fases do ensino exploratório? Que perceções têm os alunos sobre o ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria? Para dar resposta às questões formuladas procedeu-se à recolha de informação através dos seguintes métodos de recolha de dados: gravações áudio e vídeo de aulas; questionários; entrevista; grelha de observação; e análise documental.

A análise de dados permitiu retirar diversas conclusões. Relativamente à fase de introdução, conclui-se que as atividades dos alunos centraram-se na leitura, interpretação e formulação de questões sobre aspetos dos enunciados. Durante a fase de desenvolvimento da tarefa, identificaram-se diferentes estratégias utilizadas pelos alunos: tentativa e erro, contagem e formulação de generalizações. Os alunos tiveram a oportunidade de manipular diferentes recursos didáticos e trabalhar em pares e em pequenos grupos. Durante a fase de discussão, os alunos partilharam resultados, justificaram os seus raciocínios e avaliaram os raciocínios dos colegas. Durante a fase de sistematização de conhecimentos resultantes da resolução das tarefas, os alunos reconheceram a importância das conjeturas encontradas na definição de conceitos e de propriedades em grande grupo.

Durante este estudo, os alunos apresentaram algumas dificuldades, tais como: interpretação de enunciados; argumentação de resultados e de processos; e compreensão de conceitos específicos. Relativamente às fases do ensino exploratório, os alunos deram especial importância à fase de introdução da tarefa, considerando que a interpretação dos enunciados é fundamental para o desenvolvimento das diferentes fases. Salientaram também a importância da utilização de materiais, a exploração em pares e em pequenos grupos das tarefas propostas, a partilha de ideias, o esclarecimento de dificuldades e a partilha de métodos de resolução.

THE EXPLORATORY EDUCATION IN THE LEARNING OF TOPICS OF GEOMETRY: A STUDY WITH STUDENTS FROM THE 1ST AND 2ND CYCLE OF BASIC EDUCATION

Marta Filipa Lobo de Melo

Master's in Teaching in the 1st and 2nd Cycle of Basic Education

University of Minho, 2015

ABSTRACT

The present study was aimed to understand what is the contribution of exploratory education in the learning of topics of Geometry with students from the 1st and 2nd cycle. To answer this need, the following research questions were posed: What type of activities do students complete when learning topics of Geometry through exploratory education? What difficulties do students present in the activities they complete during the exploratory education? What perceptions do students have on the exploratory education in the learning of geometry contents? To answer these questions, it was carried out the collection of information through the following methods of data collection: video and audio recording of classes, questionnaires, interviews, observation grids and documentary analysis.

The data analysis helped reach various conclusions. In relation to the introductory phase, it can be concluded that students focus on the reading, interpretation and formulation of questions on the aspects of the problem. In the execution stage of the task, it was identified different strategies used by the students: trial and error, counting and formulation of conjectures. The students had the opportunity to use different teaching resources and to work in pairs and in different groups. While in the discussion phase, the students shared results, justified their thinking and analyzed their colleagues'. During the phase of systemization of the knowledge resulting from the completion of the tasks, the students, in a large group, acknowledged the importance of the conjectures found in the definition of concepts and properties.

Throughout this study, the students presented difficulties, such as the interpretation of problems, the argumentation of results and processes, and the comprehension of specific concepts.

Concerning the phases of exploratory education, the students gave special relevance to the introductory phase of the task, considering the interpretation of the problems as fundamental to the execution of the other phases. They highlighted as well, the importance of using other materials, the exploring in pairs or small groups of the proposed tasks, the sharing of ideas, the clarification of doubts and the sharing of methods for the resolution of the tasks.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FÍGURAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O presente estudo foi desenvolvido em duas turmas distintas, uma do 2.º ano e outra do 6.º ano de escolaridade. Neste capítulo, apresentam-se os objetivos e as questões de investigação do estudo, justifica-se a escolha do tema, realçando a sua pertinência, e faz-se uma breve descrição da estrutura do relatório.

1.1. Objetivo e questões do estudo

O tema deste estudo recai sobre o ensino exploratório de tópicos de Geometria com alunos do 1.º e 2.º ciclos de escolaridade. A razão da escolha deste tema deve-se, em primeiro lugar, por acreditar nas potencialidades desta metodologia de trabalho. Em segundo lugar, por verificar durante o período de observação de contextos, antes da intervenção pedagógica, que os alunos revelavam interesse em comunicar e em resolver tarefas que implicavam a discussão. E, por último, por constatar que os alunos, devido à faixa etária em que se encontravam, eram dependentes do professor, o que me levou a considerar tal metodologia de ensino como forma de colmatar este aspeto, apelando a valorização da sua atividade na construção do seu conhecimento. Para isso é pertinente valorizar o trabalho dos alunos e "se queremos valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, teremos de criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades" (Abrantes, 1999, p. 25).

Neste sentido, Ponte (2005), da análise a vários documentos de orientação curricular, como o Relatório de Matemática 2001 (APM, 1998) e as Normas profissionais (NCTM 1994), defende que o professor deve diversificar "na medida do possível, as tarefas a propor aos alunos. No entanto, diversificar, só por isso, não constitui uma orientação clara sobre as tarefas a selecionar" (p. 11). Para além da natureza das tarefas, este autor advoga uma prática de ensino em que o professor não explica tudo o que ocorre nas aulas. No ensino exploratório, o professor deixa para o aluno grande parte de descoberta e de construção do conhecimento (Ponte, 2005). Assim, a aprendizagem é ao mesmo tempo individual e coletiva, pois resulta da interação com os outros e consequentemente da partilha de conhecimento matemático na realização de determinada tarefa, negociando processos que procuram dotar de significado os conteúdos que se aprende (Canavarro, 2011).

Partindo destes pressupostos, este trabalho tem como objetivo averiguar o contributo do ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria com alunos do 1.º e do 2.º ciclo. Para responder a este objetivo colocam-se as seguintes questões de investigação:

- Que atividades realizam os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria através do ensino exploratório?
- Que dificuldades revelam os alunos nas atividades que realizam nas fases do ensino exploratório?
- Que perceções têm os alunos sobre o ensino exploratório na aprendizagem de tópicos de Geometria?

1.2. Pertinência do estudo

Nos dias de hoje, é socialmente visível que muitos alunos revelam desinteresse pela disciplina de Matemática. Uns porque ouvem dizer que esta é uma disciplina muito difícil, outros porque os próprios professores tendem a passar essa mensagem. Admitindo que o professor é um modelo para os seus alunos, deve contrariar o que outrora acontecera e ser o grande impulsionador da mudança, levando o aluno a querer e a acreditar na possibilidade de aprender e fazer Matemática, envolvendo-o nas atividades a desenvolver. Uma forma de envolver o aluno nas atividades da aula desta disciplina é através do ensino exploratório (Ponte, 2005), método que será o foco da minha intervenção pedagógica supervisionada na aprendizagem de tópicos de Geometria.

Da análise ao novo programa de Matemática (Ministério da Educação, 2013) verifica-se que a Geometria confere um papel importante no currículo português, uma vez que faz parte integrante de todos os ciclos de ensino. Segundo Viseu, Menezes e Almeida (2013), "esta revalorização da Geometria nos currículos de Matemática justifica-se por vivermos e nos movimentarmos num mundo que não é abstrato, mas concreto e tridimensional" (p. 160).

O desinteresse e dificuldade apresentados pelos alunos na área da Matemática, nomeadamente no domínio da Geometria, derivam de várias razões, entre as quais a importância que se dá aos temas matemáticos nos métodos de ensino. Para Viseu et al. (2013), "até meados da década de noventa do século XX era comum tratar o tema da Geometria próximo do final do ano letivo, o que significava que muitos dos tópicos ou eram tratados à pressa ou nem sequer eram tratados" (p. 157). Este facto tende a fazer com que as dificuldades em Geometria possam ser passadas de geração em geração. Assim, é urgente que os professores proporcionem momentos e estratégias estimulantes para colmatar este problema.

Analisando os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), é percetível que os princípios se incluem na prática de ensino exploratório. O princípio da equidade relaciona-se com uma prática de ensino para todos, promovendo a aprendizagem matemática para a generalidade dos alunos. Por outro lado, o princípio do Currículo diz-nos que "um currículo bem articulado estimula os alunos a aprender conceitos matemáticos cada vez mais aprofundados, à medida que progridem nos seus estudos" (NCTM, 2007, p. 15). É importante articular o currículo, para que o aluno compreenda os conteúdos em exploração, e não apresentar os mesmos isoladamente. O princípio do ensino defende que o aluno deve compreender aquilo que realmente aprende, sendo apoiado e estimulado de forma flexível nas diferentes tarefas propostas. No ensino exploratório, o aluno vai em busca do seu próprio conhecimento, ao passo que o professor o acompanha, levando-o pelo 'caminho' mais coerente. Em consonância, o princípio da aprendizagem defende que "os alunos devem aprender matemática com compreensão, construindo ativamente novos conhecimentos a partir da experiência e de conhecimentos prévios" (NCTM, 2007, p. 21). O ensino exploratório oferece a oportunidade a todos os alunos de aprenderem através do envolvimento em diferentes atividades, e ainda de desenvolverem a auto confiança, a comunicação matemática e o desenvolvimento do raciocínio matemático, que fazem parte integrante do programa de Matemática de 2007 e do atual programa de Matemática de 2013 (Ministério da Educação, 2007, 2013).

1.3. Organização do estudo

Este estudo encontra-se dividido em quatro capítulos. O capítulo 1, Introdução, enquadra a pertinência do tema, a justificação da sua escolha, o objetivo, as questões de investigação e ainda a organização do relatório.

O capítulo 2, Enquadramento Contextual e Teórico, encontra-se dividido em três partes: Enquadramento contextual, que contém a caraterização geral do Agrupamento, das escolas e das turmas onde este estudo foi implementado; Enquadramento teórico, que está organizado em quatro secções: (i) A Geometria no currículo do ensino do 1.º e 2.º ciclos; (ii) O ensino exploratório; (iii) Aspetos didáticos ligados ao ensino exploratório; e (iv) Análise de alguns estudos empíricos sobre o ensino exploratório. Foca ainda, as estratégias de intervenção, que abordam a metodologia de ensino e de aprendizagem e as estratégias de avaliação da ação utilizadas neste estudo.

O capítulo 3, Intervenção Pedagógica, foca a intervenção pedagógica no 1.º e 2.º ciclos através da análise das aulas que lecionei segundo o meu projeto de intervenção pedagógica e ainda, a avaliação das estratégias, que se decompõe nas perceções dos alunos referente ao 1.º ciclo, através da análise de um questionário, e as perceções dos alunos referente ao 2.º ciclo, através de um questionário e de uma entrevista semiestruturada.

O Capítulo 4, Conclusões, apresenta uma discussão dos resultados obtidos, que dão resposta às questões de investigação inicialmente enunciadas, algumas implicações e limitações do estudo, e possíveis recomendações para estudos futuros.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E TEÓRICO

Este capítulo tem por finalidades efetuar a caraterização dos contextos de intervenção pedagógica supervisionada, designadamente as escolas referentes ao 1.º e 2.º ciclos e as turmas onde se realizou esta intervenção, e descrever o enquadramento teórico e as estratégias de intervenção, mais concretamente as que dizem respeito à metodologia de ensino e de aprendizagem e à avaliação da intervenção.

2.1. Enquadramento contextual

O Agrupamento de escolas onde se concretizou o meu estágio pedagógico é uma unidade educativa situada no concelho de Guimarães, que envolve alunos desde a educação pré-escolar ao 12.º ano de escolaridade. Trata-se de um agrupamento constituído por uma escola do 1.º ciclo do ensino básico, três escolas do 1.º ciclo do ensino básico com jardim-de-infância, um centro escolar e ainda uma escola que agrupa alunos do 2.º e do 3.º ciclos do ensino básico e alunos do ensino secundário, a escola sede do Agrupamento. O número de alunos que constituía o Agrupamento, em 2013, era 1612. Relativamente ao número de professores, o Agrupamento contava com 143 no total, dos quais 126 eram docentes do quadro e os restantes 42 eram contratados.

No que compete à oferta formativa, o Agrupamento abrange uma grande diversidade, sendo que no ensino básico existe uma oferta que vai desde a Educação pré-escolar ao 9.º ano de escolaridade, garantindo ainda o ensino artístico de música e os cursos de Educação e Formação de Jovens. No que compete ao ensino secundário, existem duas vias por onde os alunos podem envergar, a dos cursos científicos-humanísticos e a dos cursos profissionais. De entre as ofertas formativas, o Agrupamento de Escolas dispõe de diversos projetos, clubes e atividades. Assim, o Agrupamento é composto por quatro bibliotecas escolares que têm por objetivo, segundo o Projeto Educativo do Agrupamento, fomentar competências ao nível da literacia, da comunicação e informação, de modo a promover a cultura cívica, científica, tecnológica e artística, e formar cidadãos críticos, reflexivos e responsáveis. Existem ainda atividades de enriquecimento curricular e a componente de apoio à família, sendo que no 1.º ciclo são atividades de apoio ao Estudo, designadamente Inglês, Atividade Física e Desportiva e Expressão Musical para todos os anos de escolaridade.

A par desta oferta formativa, o Agrupamento dinamiza vários programas que têm por finalidade envolver os intervenientes no processo educativo na realização de diversas atividades: (i) Programa Eco-Escolas, embora seja de âmbito europeu, a nível nacional é da responsabilidade da Fundação para a Educação Ambiental (FEE), que se destina essencialmente às escolas do ensino básico. Este projeto pretende gratificar o trabalho desenvolvido pelas escolas no âmbito do seu desempenho ambiental, da gestão do seu espaço escolar e da sensibilização da comunidade para adotar comportamentos, medidas e atitudes adequados ao dia a dia. A escola básica do 1.º ciclo onde estagiei foi reconhecida com bandeira verde pelo envolvimento favorável neste projeto; (ii) Projeto Educação para a Saúde, centrado na promoção de estilos de vida saudáveis, foca-se nas temáticas Higiene, Saúde, Desporto e Educação Sexual e é desenvolvido em articulação com o Centro de Saúde. No âmbito da higiene pretende desenvolver essencialmente a higiene corporal, oral e alimentar. Na vertente do desporto pretende promover a prática de exercício físico. Ao nível da educação sexual o objetivo passa por dar a conhecer a informação essencial, de modo a desenvolver atitudes e comportamentos responsáveis. O Desporto Escolar integra o conjunto de práticas desportivas e de formação que visa o enriquecimento cultural e cívico, a educação física e desportiva, a educação artística e a inserção dos educandos na comunidade escolar; (iii) O Projeto Comenius visa melhorar e reforçar a dimensão europeia do Agrupamento, atingindo todos os intervenientes da atividade educativa, destacando-se a participação em projetos Multilaterais com escolas de outros países, com viagens financiadas para discentes e docentes envolvidos; (iv) O Parlamento Jovem é um Projeto dinamizado pela Assembleia da República e tem por objetivo desenvolver a educação para a cidadania, despertando o interesse dos jovens para debates de temas atuais numa fase inicial e terminando com a realização de sessões ao nível nacional com a presença no Parlamento das escolas vencedoras; (v) Testes intermédios é um Projeto que abrange todos os níveis de ensino do Agrupamento, que tem por objetivo familiarizar os alunos dos instrumentos de avaliação externa; (vi) O Projeto "O 4.º no 5.º" é direcionado para alunos que transitem do 1.º ciclo para o 2.º ciclo. O objetivo deste projeto é integrar os alunos do 1.ºciclo no ambiente do2.º ciclo, promovendo um conjunto de atividades com que os alunos futuramente se depararão diariamente; (vii) O Projeto Gatil Simãozinho incute nos alunos o respeito pelos animais, pela vida e pela natureza, promovendo diversas aprendizagens.

O Projeto Educativo do Agrupamento tem como tema "A Escola e o Mundo", sendo que no presente ano letivo 2014/2015 assenta na temática "Objetivos de Desenvolvimento do

Milénio". O objetivo do mesmo é preparar os alunos para o futuro, fomentando conhecimentos que lhes serão úteis num futuro próximo.

A escola onde intervim numa turma do 1.º ciclo fazia parte integrante do Agrupamento e foi construída em 1991. Em 2002/2003 foi ampliada e reconstituída, o que lhe permitia ter boas condições estruturais, estando adaptada desde 2008 para crianças com deficiência motora. Apresentava um total de 136 alunos, distribuídos por duas turmas do 1.º ano, duas do 2.º ano, uma do 3.º ano e uma turma do 4.º ano. O número de docentes existentes na escola era 9, sendo que 6 deles eram professores titulares de turma, um deles encontrava-se na biblioteca, outro docente dava apoio e ainda contavam com uma educadora de infância dos alunos do ensino pré-escolar. Ao nível de infraestruturas, a escola possuía sete salas de aula, sendo que uma delas estava ocupada pela Educação pré-escolar, um polivalente, uma cozinha, uma cantina, uma sala de professores e uma biblioteca escolar. A zona exterior possuía um espaço de recreio amplo, um campo de jogos propício a diferentes atividades e ainda, um parque infantil.

A escola sede do Agrupamento foi onde estagiei ao nível do 2.º ciclo de escolaridade. Em 2013, o número de alunos que a constituía era aproximadamente 1000, distribuídos por um total de 47 turmas. Ao nível de infraestruturas dispunha de 37 salas, das quais 10 eram destinadas a disciplinas específicas, tais como Laboratórios de Química, Física e Biologia; salas de Informática, Desenho e Educação Tecnológica; uma Biblioteca Escolar que dispunha de recursos áudio, vídeo, informáticos e ligação à internet; um Centro de Aprendizagem, que dispunha igualmente de recursos informáticos e uma basta variedade de manuais; uma cantina, um bar para professores e alunos, uma sala de professores, um ginásio, um Anfiteatro com lotação para 70 pessoas, diversos espaços verdes e um campo de futebol e de volley no recinto exterior. Dispunha ainda de vários serviços de apoio aos alunos, nomeadamente o Serviço de Psicologia e Orientação que por vezes era alargado à família dos alunos.

Turma do 1.º ciclo. A turma do 1.º ciclo onde realizei a minha prática pedagógica era do 2.º ano de escolaridade, constituída por 20 alunos, entre os quais 6 eram rapazes e 14 eram raparigas, com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos. Com o decorrer das atividades letivas, no início do 2.º período, a turma integrou mais uma aluna. Esta turma não apresentava alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), mas incluía um aluno proveniente da Ucrânia que apresentava dificuldades na área disciplinar de Português. De um modo geral, tratava-se de uma turma heterogénea, visto que continha alunos com aptidões muito diferentes e níveis cognitivos igualmente diferenciados.

No que diz respeito à disciplina de Matemática, a seguinte tabela ilustra os níveis de avaliação da turma durante o ano letivo.

Tabela 1. Frequência dos níveis de avaliação da turma por período a Matemática.

Nível de Avaliação	**1.ºPeríodo**	**2.º Período**	**3.º Período**
Muito Bom	5	6	8
Bom	12	11	9
Suficiente	3	3	3
Insuficiente	0	0	0

A análise da tabela revela que a turma teve um bom desempenho ao nível da Matemática, que foi evoluindo durante o ano letivo. No final do 1.° período nenhum dos alunos obteve uma classificação insuficiente. Apenas 3 alunos obtiveram Suficiente no aproveitamento, enquanto 12 tiveram Bom e os restantes 5 Muito bom. No 2.° período, o aproveitamento da turma melhorou. Aumentou o número de alunos que obtiveram classificação de Muito bom, que passaram a ser 6 no total. No último período do ano, a média das classificações aumentou, sendo que o número de alunos que obtiveram Muito Bom subiu para 8 e manteve-se o número de alunos que obtiveram nível Suficiente.

A avaliação global da turma foi de bom, tanto ao nível do aproveitamento como do comportamento. Os alunos eram participativos, interessados, comunicativos e empenhados. Quase 80% da turma preferia trabalhar em grupo. A maioria dos alunos revelou gostar de Matemática, sendo que apenas 3 alunos da turma referiram não gostar porque, como afirma um aluno, "a Matemática é difícil". Por outro lado, a disciplina que os alunos apontam ter mais dificuldades é o Português. No entanto, através da análise dos questionários iniciais preenchidos pelos alunos, a disciplina de Matemática assume igualmente uma boa percentagem no que compete à disciplina com mais dificuldade (aproximadamente 47%). É de salientar que apenas um aluno da turma considera desnecessário partilhar e discutir os resultados com os colegas, mas 85% dos alunos referem que têm dificuldades em fazê-lo.

No que respeita à participação dos encarregados de educação na vida escolar dos seus educandos, durante o presente ano letivo todos compareceram nas reuniões de avaliação dos seus educandos e envolveram-se ativamente nas atividades desenvolvidas no contexto escolar, nomeadamente na festa de final de ano, no Dia da Mãe, no Dia do Pai, na Semana da Leitura, na Semana dos Afetos, na Festa de Reis e ainda participaram na comemoração do Outubro Rosa.

Turma do 2.º ciclo. No âmbito do estágio no 2.º ciclo, desenvolvi o meu projeto pedagógico numa turma do 6.º ano de escolaridade. Tratou-se de uma turma pequena, constituída por apenas 18 alunos, entre os quais 11 eram rapazes e 7 eram raparigas, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos, à exceção de um aluno com 16 anos de idade que entrou para a turma no início do 3.º período. Este aluno apresentava um histórico de quatro retenções. Um dos alunos da turma tinha paralisia cerebral, logo pertencia ao grupo de alunos com NEE (Necessidades Educativas Especiais) e um outro tinha problemas de hiperatividade. O aluno com NEE raramente estava presente nas aulas da turma, sendo que não compareceu em nenhuma das sessões em que implementei o meu estudo. Tratava-se de uma turma heterogénea, constituída por alunos com um nível cognitivo diferenciado, simpáticos, empenhados, trabalhadores e interessados, mas um pouco agitados e pouco comunicativos na realização das atividades da sala de aula.

Através da análise ao questionário inicial preenchido pelos alunos, constatou-se que 78% gostam de Matemática, ainda que esta seja a disciplina em que os alunos apresentam mais dificuldades, sendo que 7 do total têm apoio e nível inferior a 3. Aproximadamente 89% dos alunos consideram pertinente partilhar os resultados e as ideias obtidas com os colegas e 83% salientam que têm dificuldade em fazê-lo. Estes dados comprovam que o grande grupo apresenta dificuldades ao nível da comunicação. Durante a aplicação deste estudo senti uma evolução considerável no que diz respeito a este aspeto. Os alunos revelaram-se mais desinibidos e participativos, envolvendo-se nas atividades propostas, cooperando uns com os outros. A avaliação global da turma contemplou o nível de bom, tanto no comportamento, no aproveitamento dos diferentes alunos e na assiduidade, uma vez que os alunos estiveram presentes em 99 % das aulas ao longo do ano.

Tabela 2. Frequência dos níveis de avaliação dos alunos da turma por período, da disciplina de matemática.

Nível de avaliação	1.º Período	2.º Período	3.º Período
1	0	0	0
2	4	6	7
3	6	3	5
4	5	7	5
5	1	0	0

No que concerne à disciplina de Matemática, verifica-se que a avaliação da turma está um pouco abaixo da global. Através da análise da Tabela 2 verifica-se que o número de negativas foi aumentando com o decorrer do ano, enquanto o número de alunos que obtiveram nível 3, 4 e 5 diminuiu durante o ano letivo. Assim, no final do ano, aproximadamente 41 % dos alunos da turma obtiveram um nível de aproveitamento 2. Por outro lado, aproximadamente 59% obtiveram nível 3 e 4, com igual percentagem nos dois níveis de avaliação e ainda nenhum aluno obteve nível 1 e nível 5.

Relativamente ao envolvimento dos encarregados de educação na vida escolar dos seus educandos, à semelhança da turma do 1.º ciclo, todos os encarregados de educação participaram nas reuniões dos primeiros dois períodos, à exceção da referente ao último período, que contou com a presença de 95% dos encarregados de educação.

2.2. Enquadramento Teórico

Esta secção apresenta a fundamentação teórica do projeto que orientou a intervenção pedagógica supervisionada, estando organizada em quatro partes: (i) A Geometria no currículo do ensino do 1.º e 2.º ciclos; (ii) O ensino exploratório; (iii) Aspetos didáticos ligados ao ensino exploratório; e (iv) Análise de estudos empíricos sobre o ensino exploratório. Na primeira parte, analisa-se a Geometria no Currículo Escolar dos dois ciclos inerentes a este estudo, através da confrontação do programa atual com o anterior, bem como através da análise das normas do NCTM (2007). Na segunda parte, aborda-se o ensino exploratório, procurando distinguir este tipo de ensino do ensino direto, as fases que lhe são inerentes, bem como elencando as cinco práticas para orquestrar discussões matemáticas (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Na terceira parte, destacam-se alguns aspetos didáticos inerentes ao ensino exploratório, como é o caso da tipologia das tarefas, a utilização de materiais didáticos e ainda o desenvolvimento da comunicação matemática. Por último, na quarta parte analisam-se alguns estudos realizados sobre o ensino exploratório, evidenciando algumas das potencialidades e desvantagens deste tipo de ensino.

2.2.1. A Geometria no currículo do 1º e 2º ciclos

A Geometria é um dos temas que contempla as sucessivas reformulações dos programas de Matemática do ensino básico, integrando, neste nível de ensino, o currículo escolar do 1.º ano até ao 9.º ano. Atendendo aos anos de escolaridade que delimitaram a minha prática pedagógica, efetuei uma comparação entre o programa que se encontra em vigor (Ministério da Educação, 2013) e o programa anterior (Ministério da Educação, 2007). De um modo geral, o programa em vigor apresenta uma clarificação dos tópicos a abordar em cada um dos anos de escolaridade, enquanto o programa anterior agrupa os tópicos em dois anos de escolaridade distintos, competindo ao professor gerir a abordagem dos diferentes tópicos, tendo em consideração a turma, a escola, apoiando-se nas notas metodológicas que constam no programa. As orientações metodológicas gerais faziam parte integrante do programa anterior, o que não acontece no programa atual, uma vez que se acredita que desta forma se desenvolve autonomia pedagógica dos professores (Ministério da Educação, 2013). No programa atual, os conteúdos organizam-se por domínios, que são integrados com as metas curriculares, ao passo que no programa anterior se designam de tópicos e objetivos específicos, respetivamente. Independentemente do programa vigente, relativamente ao domínio da Geometria, o propósito principal de ensino visa desenvolver o sentido espacial dos alunos:

> Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a noção de grandeza e respetivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos (Ministério da Educação, 2007, p. 20).

Em Geometria, o sentido espacial merece especial atenção, pois acompanha os alunos no decorrer do ensino básico. Com o estudo de tópicos geométricos, os alunos podem "aprender as formas e estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações" (NCTM, 2007, p. 44). De acordo com Rodrigues (2011), o sentido espacial reporta-se a "um conjunto complexo de competências que se interligam, dando origem à capacidade de perceber distâncias, direções, movimentos e relações que o indivíduo estabelece com o espaço circundante, com os objetos ou estes entre si" (p. 20). Para que os alunos possam desenvolver o seu sentido espacial, é necessário que tenham oportunidade de vivenciar/experienciar diversas experiências que lhes possibilite comparar, classificar e agrupar objetos. O sentido espacial tem como alicerce primordial, desde o 1.º ciclo, a visualização e a compreensão das relações espaciais e das noções de orientação e de movimento.

As indicações metodológicas sugerem uma diversificação de tarefas que ofereçam momentos de observação, análise, estabelecimento de relações e construção de figuras geométricas e de operar com elas. É de salientar a pertinência do uso de materiais manipuláveis no ensino da Geometria e Medida, uma vez que a sua utilização desenvolve o sentido espacial, possibilitando estabelecer relações, tirar conclusões e compreender os conceitos. Devem ser igualmente usados instrumentos de medida e de desenho, bem como programas computacionais de Geometria Dinâmica e de *applets*, que favorecem a compreensão dos conceitos e relações geométricas.

No que se confere aos conteúdos abordados ao longo dos dois ciclos de escolaridade em estudo, verifica-se que existe uma consonância entre os conteúdos propostos no programa de 2007 e de 2013. No entanto, verifica-se a existência de novos conteúdos no programa em vigor comparativamente ao programa anterior, ou seja, no programa atual existem conteúdos que no anterior, ainda que abordados não eram tópicos. O conteúdo "Localização e orientação no espaço", denominado "orientação espacial" no programa de 2007, está presente em todos os anos de escolaridade do 1.º ciclo, mostrando assim a pertinência que concerne a sua abordagem ao longo deste ciclo.

Tabela 3. Comparação entre os conteúdos abordados nos programas de 2007 e 2013 no domínio da Geometria e Medida.

Conteúdos	**Programa de 2007**	**Programa de 2013**
Localização e orientação no espaço	✓	✓
Figuras geométricas	✓	✓
Distâncias e comprimentos	✓	✓
Áreas	✓	✓
Tempo	✓	✓
Dinheiro	✓	✓
Volume e capacidade	✓	✓
Massa	✓	✓
Problemas	X	✓
Comprimento	✓	✓
Propriedades geométricas	✓	✓
Ângulos, paralelismo e perpendicularidade	✓	✓
Triângulos e quadriláteros	X	✓
Amplitude de ângulos	✓	✓
Figuras geométricas planas	X	✓
Sólidos geométricos e propriedades	✓	✓
Isometrias do plano	✓	✓

Legenda: ✓ Tópico explícito X Tópico implícito

O estudo do conteúdo "Figuras geométricas" é igualmente transversal a todos os anos do 1.º ciclo de escolaridade, sendo que no 2.º ciclo apenas se aborda no 6.º ano de escolaridade, passando a denominar-se "Figuras geométricas planas". A abordagem do tópico "Figuras geométricas planas" surge no atual programa no 6.º ano de escolaridade, enquanto no programa anterior surgia mais tardiamente, designadamente no 3.º ciclo, ainda que esteja contemplado no mesmo, mas implicitamente.

No âmbito da Medida, existem em ambos os programas conteúdos comuns aos três primeiros anos de escolaridade, designadamente "Distâncias e comprimentos", "Áreas", "Tempo" e "Dinheiro". É de salientar que no programa atual surge um conteúdo intitulado "Volume e capacidade" no 2.º ano de escolaridade, contrariamente ao programa de 2007 que aliava o volume ao tópico "Comprimento, massa, capacidade e área". De acordo com o programa em vigor, os conteúdos "Área" e "Volume" surgem igualmente em todos os anos dos níveis de ensino em estudo, à exceção do 1.º e 5.º anos de escolaridade. Neste último ano, surge a abordagem do conteúdo "Amplitude de ângulos", em que o programa de 2007 sugere a exploração dos tópicos em observação ao longo do 1.º e 2.º ciclos.

Importa focar que com o programa que se encontra em vigor surge um novo conteúdo, "Problemas", que no programa de 2007 constava dos objetivos específicos dos diferentes tópicos. Este novo conteúdo surge transversalmente no 1.º ciclo, à exceção do 1.º ano de ensino. No programa atual, o conteúdo "Propriedades geométricas" denominava-se no programa de 2007 "Figuras no plano e Sólidos Geométricos". Relativamente ao conteúdo "Triângulos e quadriláteros", o mesmo está integrado no 6.º ano de escolaridade, enquanto no programa antigo este tópico apenas era abordado no 3.º ciclo, mais propriamente no 7.º ano de escolaridade. Ainda assim, este é um tópico implícito no programa anterior, uma vez que os triângulos e os quadriláteros eram abordados ao longo dos conteúdos referentes ao 1.º e 2.º ciclo.

Em ambos os programas em análise, o conteúdo "Isometrias no plano" surge mais evidente no 2.º ciclo. No entanto, os mesmos sugerem uma abordagem simples dos diferentes conceitos ao longo do 1.º ciclo de escolaridade. O programa de 2007 sugeria uma exploração do tópico denominado "Reflexão, rotação e translação" contrariamente ao programa atual, que não explora o estudo da translação neste ciclo de ensino. A reflexão e a rotação mantêm-se, mas a translação é abordada apenas no 3.º ciclo.

Em jeito de síntese, importa referir que o programa atualmente em vigor e o programa anterior diferem no que compete à sua estrutura organizacional. No entanto, da análise do domínio da Geometria, verifica-se que os conteúdos propostos em ambos os programas são semelhantes. Ambos os programas valorizam o desenvolvimento da localização e orientação no espaço, especialmente no 1.º ciclo. É de salientar que a maior parte dos conteúdos, ainda que designados de modo diferente, estão inerentes em ambos os programas. Existem conteúdos que no programa de 2007 surgiam no 3.º ciclo de ensino básico que no programa atual são abordados no 2.º ciclo de ensino básico, enquanto outros conteúdos acontece precisamente o contrário, como é o exemplo da translação.

2.2.2. O ensino exploratório

Comparando os programas de 2007 e o atual é percetível que o atual não aponta quaisquer orientações metodológicas, o que para um jovem professor, no início da sua prática pedagógica, seria útil. Porém, o mesmo não se verifica no programa de 2007, resultando da sua análise e dos princípios que lhes estão inerentes a emergência da mudança no que compete à prática dos professores em sala de aula. Torna-se pertinente pensar numa prática que proporcione aos alunos oportunidades de desenvolver o seu próprio conhecimento. Com esta preocupação, emerge a estratégia de ensino-aprendizagem exploratório que se vem opor à prática do tradicional ensino direto.

O ensino exploratório, também designado por ensino-aprendizagem exploratório (Ponte, 2005), é uma prática de ensino em que "o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem" (p. 13). Para Canavarro (2011) esta prática de ensino leva os alunos a aprenderem através do envolvimento em tarefas matematicamente exigentes, que são discutidas e sistematizadas em grande grupo, o que favorece o desenvolvimento de capacidades transversais, tais como a comunicação matemática, a resolução de problemas e o raciocínio matemático. Esta estratégia de ensino opõe-se ao ensino direto (Ponte, 2005), centrado na atividade do professor na transmissão do conhecimento e na validação ou refutação das respostas dos alunos. Nesta prática de ensino, o professor tende a proporcionar aos alunos tarefas de natureza fechada em sala de aula, ao passo que o aluno tem como tarefa principal ouvir as explicações do professor e responder a questões que lhe são colocadas. Já o ensino exploratório proporciona aos alunos aprendizagens através da resolução de tarefas desafiantes, que sugerem o aparecimento de diferentes ideias, diferentes conceitos e procedimentos matemáticos, que posteriormente são discutidos, compreendidos e sistematizados em grande grupo (Canavarro, 2011; Ponte, 2005; Stein et al., 2008). Esta estratégia de ensino centra a sua atividade no aluno, que procura e constrói o seu próprio conhecimento, envolvendo-se em tarefas ricas e valiosas, discutindo-as coletivamente e a pares, assumindo deste modo um papel fulcral na sua própria aprendizagem (Ponte, 2005; Stein et al., 2008). Como refere Ponte (2005) "a aprendizagem decorre assim, sobretudo, de não ouvir diretamente o professor ou de fazer esta ou aquela atividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da atividade que realizou" (p. 15).

Para facilitar a compreensão da divergência destas duas estratégias de ensino, Ponte (2010) evidencia o tipo de tarefas propostas, os distintos papéis dos alunos e do professor e o tipo de comunicação utilizada nas duas situações.

Tabela 4. Diferenças entre o Ensino exploratório e o Ensino direto (Ponte, 2010, p. 24).

	Ensino direto	**Aprendizagem exploratória**
Tarefas	▪ Tarefa padrão: Exercício ▪ As situações são artificiais ▪ Para cada problema existe uma estratégia e uma resposta certa	▪ Variedade: Exploração, Investigação, Projetos, Exercícios ▪ As situações são realísticas ▪ Existem várias estratégias para lidar com um problema.
Papéis	▪ Os alunos recebem "explicações" ▪ O professor e o manual escolar são as únicas autoridades na sala de aula ▪ O professor mostra "exemplos" para os alunos "aprenderem a fazer"	▪ Os alunos exploram tarefas para descobrirem estratégias para as resolver ▪ O professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio ▪ O aluno é autoridade se usar raciocínio lógico para fundamentar as afirmações
Comunicação	▪ O professor coloca questões e fornece feedback imediato (sequência I-R-F). O aluno coloca dúvidas.	▪ Os alunos são encorajados a discutir com os colegas (trabalhando em grupos ou em pares) ▪ No fim de um trabalho significativo, fazem-se discussões com toda a turma ▪ Significados negociados na sala de aula.

O ensino exploratório distingue-se do ensino direto através do tipo de tarefas que são utilizadas, dos papéis que os professores e os alunos desempenham e ainda do modo de promoção da comunicação na sala de aula. No ensino direto evidencia-se a prática de exercícios, que restringem a diversidade de estratégias a utilizar e o número de soluções. Ao passo que no ensino exploratório se verifica uma diversidade de tarefas, designadamente de exploração, investigação, projetos e exercícios. Aquando do envolvimento com as diferentes tarefas referenciadas, surgem diferentes estratégias de resolução que são úteis para o desenrolar da discussão em grande grupo.

Relativamente aos papéis atribuídos ao professor e aos alunos, no ensino direto é percetível a ideia que o professor é o principal interveniente deste processo de ensino, assumindo-se como um transmissor do conhecimento. O professor transmite a informação, assumindo um papel principal em sala de aula, mostra exemplos para que os alunos possam compreender, transmite aos alunos informação relevante de modo claro e sucinto (Ponte, 2005). No ensino exploratório, percebe-se que tanto o aluno como o professor desempenham diferentes papéis ao longo da aula. Nesta prática de ensino, o aluno procura o seu conhecimento através da descoberta de estratégias para a resolução da tarefa proposta pelo professor (Canavarro, 2013), da justificação e explicação dos raciocínios utilizados. Estas atividades promovem o desenvolvimento da comunicação matemática, na medida em que no momento da discussão coletiva surgem ideias matematicamente relevantes, que são sistematizadas (Canavarro, 2011).

No que concerne à comunicação matemática, no ensino direto o aluno apenas tem a oportunidade de colocar dúvidas que possam surgir, enquanto o professor coloca questões e oferece imediatamente o seu feedback. Este rápido processo inibe a promoção do conflito cognitivo que pode ser útil na compreensão de diversos conceitos. Na aprendizagem exploratória, a resolução das tarefas é normalmente desenvolvida a pares ou em pequenos grupos, o que contribui para a discussão, inicialmente em pequeno grupo e posteriormente no grupo turma. Assim, verifica-se que a aprendizagem exploratória é concomitantemente individual e coletiva, uma vez que através da partilha de ideias, entre os alunos, e entre os alunos e o professor, surgem processos de negociação de conhecimentos (Canavarro, 2011; Ponte, 2005).

Assim sendo, é de salientar que o ensino exploratório é desenvolvido através de três ou quatro fases distintas. Stein et al. (2008) apresentam a seguinte estrutura de aula: (1) Lançamento da tarefa; (2) Exploração; e (3) Discussão e sintetização.

Aquando da primeira fase, fase de *lançamento* ou *introdução da tarefa*, o professor apresenta a tarefa a desenvolver, que será interpretada pelos alunos, geralmente tratando-se de um problema, de uma investigação ou de uma tarefa de exploração. O papel do professor passa por introduzir a tarefa, fornecer os materiais necessários para a sua resolução, bem como referir a natureza dos produtos que espera que os alunos produzam (Stein et al., 2008).

Na segunda fase da aula, fase de *exploração* ou *desenvolvimento da tarefa*, os alunos têm a oportunidade de, como o próprio nome indica, se envolverem na resolução da tarefa proposta, geralmente a pares ou em pequenos grupos (Stein et al., 2008). Nesta fase, o professor sugere aos alunos que realizem a tarefa, utilizando diferentes estratégias, e se preparem para as explicitar aos seus colegas da turma, desempenhando o professor o papel de moderador, sem dar grandes palpites para evitar reduzir o nível cognitivo da tarefa em questão (Stein & Smith, 1998), evitando assim comprometer uma possível discussão interessante.

Posteriormente, em grande grupo surge a terceira e última fase, a *discussão e sintetização*, em que são discutidos e sintetizados os raciocínios gerados pelos alunos, de modo a resolver a tarefa. Durante esta discussão, o objetivo é criar regras para que as produções dos alunos sejam ouvidas e valorizadas (Stein et al., 2008). Durante esta fase, a fase de discussão, o professor desempenha um papel de mediador, através da gestão das diferentes intervenções e interações dos alunos, promovendo a clarificação das explicações por parte dos mesmos (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). O trabalho desenvolvido em grupo é fulcral para promover momentos de discussão e de partilha de conhecimentos, que deverão ser sistematizados e institucionalizados, cabendo ao professor garantir a participação de todos os alunos (Ministério da Educação, 2007). No momento desta fase importa institucionalizar as aprendizagens, dando-as a conhecer a toda a turma, podendo surgir novos conceitos ou procedimentos, bem como serem afinados conhecimentos prévios, estabelecendo conexões e valorizando as diferentes capacidades transversais, designadamente a representação, o raciocínio matemático, a resolução de problemas e a comunicação matemática. O professor assume um papel relevante, na medida em que deve orientar a discussão, de modo a dar significado aos conceitos que surgem dela (Anghileri, 2006).

Há outros autores que se apropriaram desta perspetiva, sugerindo uma estrutura da aula semelhante à anterior. Assim, Canavarro et al. (2012) propõem uma estrutura de aula subdividida em quatro fases, nomeadamente: (1) Introdução da tarefa; (2) Desenvolvimento da tarefa; (3) Discussão da tarefa; e (4) Sistematização das aprendizagens matemáticas. Menezes, Oliveira e Canavarro (2013) referem-se à discussão da tarefa e à sistematização das aprendizagens matemáticas referindo que "a primeira mais local e ligada às resoluções da tarefa pelos alunos, e a segunda mais geral e destinada à institucionalização do conhecimento matemático e de aspetos das capacidades transversais" (p. 5797).

Antes da passagem pelas fases acima mencionadas, o professor tem de selecionar tarefas ricas que promovam aprendizagens matemáticas (Canavarro, 2013). Paralelamente, tem também que organizar o trabalho a desenvolver pelos diferentes alunos, estabelecendo o tempo previsto para o envolvimento em cada fase, gerindo os recursos a utilizar, e definir os estilos e trabalho dos alunos, trabalho de grupo ou a pares (Anghileri, 2006).

Canavarro (2011) apresenta uma terminologia semelhante à anterior, concordando com a subdivisão da última fase proposta por Stein et al (2008), uma vez que os intervenientes (alunos e professor) sistematizam e institucionalizam as aprendizagens estabelecidas. Segundo Ponte (2005), as discussões são momentos cruciais de uma aula, na medida em que dão a oportunidade aos alunos e professor de negociar conceitos e procedimentos, através da interação e das questões lançadas uns aos outros que proporcionam o desenvolvimento da comunicação matemática. Ainda que o professor desempenhe um papel de moderador, o aluno influencia consideravelmente o desenrolar das discussões e do conteúdo que possa surgir, sendo importante que seja garantida a participação ativa de todos os alunos (Canavarro et al., 2012). Neste sentido, o aluno tem a oportunidade de expor as suas resoluções, as suas estratégias, bem como as suas perspetivas, defendendo-as perante os outros. Assim, poderá desenvolver uma atitude crítica, tendo a oportunidade de ouvir e debater as ideias dos seus colegas. As discussões matemáticas promovem a compreensão de determinada temática, através de práticas discursivas dos alunos, que são úteis para o entendimento coletivo, bem como para desenvolver as suas ideias matemáticas e as dos outros (Stein et al., 2008).

Orquestrar discussões matemáticas na sala de aula não é uma tarefa fácil para a maioria dos professores, principalmente para os professores pouco experientes (Stein et al., 2008), devido à improvisação que as mesmas requerem por parte deles. Com o propósito de atenuar esta dificuldade, evidenciando aspetos que podem ser planeados, Stein et al. (2008) propõem um conjunto de cinco práticas para facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas cognitivamente exigentes por parte do professor. Nas cinco práticas propostas, os autores destacam a improvisação na discussão, que pode ser atenuada através da antecipação de acontecimentos possíveis dos alunos. O facto de aumentar o tempo de preparação contribuirá para o sucesso nas discussões, na medida em que os professores têm a oportunidade de se prepararem. As cinco práticas propostas são as seguintes:

1. Antecipar as respostas prováveis dos alunos a tarefas matemáticas cognitivamente exigentes.
2. Monitorizar as respostas dos alunos às tarefas durante a fase de exploração.
3. Selecionar os alunos específicos para apresentar as suas respostas matemáticas durante a fase de discussão e sintetização.
4. Sequenciar propositadamente as respostas dos alunos que serão apresentadas.
5. Ajudar os alunos a estabelecer conexões matemáticas entre as diferentes respostas e entre as respostas e as ideias chave (Stein et al., 2008, p. 321).

A primeira prática, *antecipar*, surge na fase de planificação da aula e tem por objetivo que o docente faça uma previsão do que possa acontecer no desenrolar da aula, revelando-se por isso uma fase muito importante. Para tal, é pertinente que o professor realize a tarefa que está a propor, de modo a identificar as diferentes estratégias que possam surgir, prevendo como as relacionar com os conceitos a desenvolver, e ainda identificar possíveis dificuldades que os alunos possam apresentar. É previsível que um professor que se envolva nesta prática, aquando da lecionação da aula, se sinta mais à vontade comparativamente a outro que não o tenha feito. Para Canavarro (2011) quando o professor antecipa "fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática" (p. 13).

No que diz respeito à segunda prática, *monitorizar*, contrariamente ao que se verifica na fase anterior, ocorre em contexto de sala de aula. O professor deverá percorrer os grupos de trabalho, de modo a analisar as suas produções, ouvindo as suas ideias e recolher informação que poderá ser útil para as fases seguintes. Para Stein et al. (2008), o objetivo de monitorizar é identificar as estratégias e representações que serão úteis para potenciar aprendizagens matemáticas aquando da fase de discussão. Para isso, o professor tem de perceber se as ideias dos alunos fazem ou não sentido, de acordo com o propósito da aula, aprovando-as ou não, dando significado efetivo ao pensamento desenvolvido pelos alunos. Através desta prática, o professor tem a possibilidade de recolher uma diversidade de informação útil para a discussão, que poderá ser realizada através de anotações breves, de modo a facilitar a prestação do professor, no caso das estratégias e das representações não lhes serem familiares. Quando isso acontece torna-se mais fácil para o professor decidir que aspeto deve destacar, bem como o que é pertinente examinar na discussão com a turma, sendo por isso pertinente que o professor verifique as respostas dos alunos, dando ênfase ao potencial de aprendizagem que elas podem promover quando forem discutidas.

Segue-se a prática denominada *selecionar*, que ocorre no final da fase de exploração, momento em que os alunos trabalham autonomamente. Aquando deste momento, o professor deve identificar quais as resoluções que conferem interesse para a discussão, selecionando os grupos que têm resoluções que promovam as ideias adequadas aos objetivos da aula. Para fazê-lo, o professor pode optar por duas formas: selecionar alguns alunos ou aproveitar a voluntariedade de alguns alunos, dos quais o professor pode selecionar um em particular que proporcione uma ideia essencial para a turma (Stein et al., 2008). O facto de ser o professor a selecionar os alunos implica a garantia de serem apresentadas ideias matemáticas pertinentes. Para tal, é pertinente escolher estratégias díspares, bem como explorar eventuais erros que possam suprir vantagens aquando da sua discussão. O professor poderá ainda introduzir uma estratégia que tenha surgido noutra turma ou que surja em resultado da interação com os alunos.

A prática que se sucede, *sequenciar*, surge paralelamente com a anterior, e consiste em ordenar as apresentações selecionadas para a discussão. É importante estabelecer um fio condutor da aula, gerindo a ordem das apresentações, para que o objetivo da aula seja bem concebido. Stein et al. (2008) propõem diversos critérios a utilizar pelo professor na seleção da atividade dos alunos, optando por exibir inicialmente uma estratégia utilizada por vários grupos antes de mostrar a estratégia utilizada por um número reduzido de alunos. Neste sentido, o professor está a dar oportunidade de desenvolver uma discussão acessível a um maior número de participantes. A exploração matemática de um erro comum pode ser fundamental, na medida em que a turma tem a oportunidade de compreender e corrigir esse erro, de modo a interiorizar outras formas de resolver a tarefa proposta. O professor pode ainda optar por escolher uma estratégia particular de fácil entendimento e por isso, acessível a todos os alunos. Assim, é pertinente caminhar do mais informal para o mais formal, no que concerne às representações matemáticas utilizadas, bem como escolher estratégias que permitam generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar conhecimentos (Canavarro, 2011). Para tomar todas estas opções é crucial que o docente conheça verdadeiramente a turma e que tenha em consideração os objetivos que estabeleceu previamente.

Por último, mas não menos importante, segue-se a prática de estabelecer *conexões*, que ocorre a seguir à fase de discussão das diferentes resoluções. Esta prática baseia-se em relacionar as apresentações selecionadas na prática anterior, com o intuito de promover o desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas que resumem as aprendizagens dos alunos (Canavarro, 2011). Mais importante que apresentar as diferentes resoluções é relacioná-las, utilizando, por exemplo, uma estratégia para justificar outra ou para identificar um erro. Ao longo das apresentações o professor pode solicitar aos alunos que identifiquem o que é similar e diferente entre duas representações distintas, bem como identificar ele próprio as semelhanças e diferenças entre elas. Deste modo, torna-se possível desenvolver discussões mais coerentes, que levem o aluno a apropriar-se de novas resoluções para tarefas precedentes (Stein et al., 2008).

Através da análise do diagrama que se segue, percebe-se que as cinco práticas inerentes à orquestração das discussões matemáticas se relacionam, dependendo cada uma delas da anterior (Figura 1).

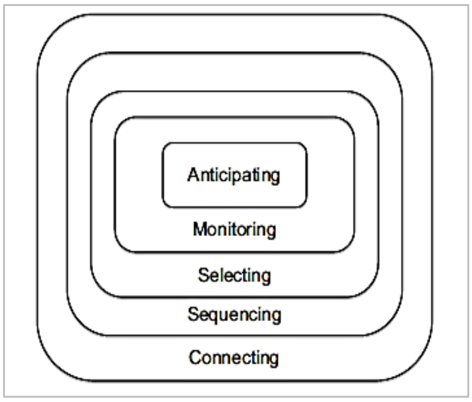


Figura 1: Diagrama esquemático das cinco práticas de orquestração das discussões matemáticas (Stein et al., 2008, p. 322).

Se a prática da antecipação não for realizada com sucesso, a monitorização será igualmente um fracasso. Por outro lado, como referem Stein et al. (2008), "os professores que monitorizam o trabalho dos alunos durante a fase de exploração vão beneficiar da sua preparação pré-aula de antecipar como os alunos podem abordar as tarefas" (pp. 321-322). Importa desenvolver todas as práticas com o máximo cuidado, na medida em que se alguma for evitada ou mal desenvolvida, isso refletir-se-á durante todo o processo, podendo comprometer os momentos de discussão.

2.2.3. Aspetos didáticos ligados ao ensino exploratório

São vários os aspetos didáticos ligados ao ensino exploratório, particularmente a tipologia das tarefas utilizadas, a utilização de materiais didáticos e o desenvolvimento da comunicação matemática através da prática de discussões matemáticas.

Tarefas. Na gestão deste tipo de ensino é relevante ter em consideração a tipologia de tarefas a implementar na sala de aula (Canavarro, 2011). Neste sentido, importa clarificar a distinção dos conceitos atividade e tarefa. Uma atividade implica o envolvimento numa ou várias tarefas, referindo-se ao que o aluno desenvolve, enquanto uma tarefa é o objetivo de uma atividade enquadrada por condições diferentes (Christiansen & Walther, 1986; Ponte, 2005). Determinada tarefa impulsiona a atividade do aluno, promovendo a aprendizagem. Por isso, é possível afirmar que a atividade é desenvolvida unicamente pelo aluno, tratando-se do que o aluno desenvolve na resolução da tarefa que lhe é proposta. Geralmente, as tarefas são propostas pelo professor, mas podem inclusive surgir pelo aluno ou ainda ser concebidas por ambos, alunos e professor. Quando se verifica o primeiro caso, devem ser os alunos a interpretá-las de modo a promover diferentes atividades (Ponte, 2005). Segundo Christiansen e Walther (1986), o propósito do ensino da Matemática centra-se na proposta de tarefas e na orientação da sua resolução. Ponte (2005) refere-se à pertinência da escolha da tarefa, uma vez que dela resulta todo o envolvimento em sala de aula, promovendo a aprendizagem de tópicos que resultam da sua abordagem. Seguindo esta linha de pensamento, importa ressalvar a ideia de que mais importante que a eleição de uma tarefa é a sua gestão e condução ao longo da aula.

Christiansen e Walther (1986) reforçam a ideia de que as tarefas são pertinentes, mas a atividade que resulta das mesmas é preponderante no processo de exploração de conceitos e procedimentos matemáticos, visto que dependem das atitudes e conceções dos alunos e do professor. O NCTM (2007) defende que para o professor escolher tarefas deve ter em conta algumas considerações, designadamente o público a que a mesma se destina, os tópicos matemáticos a desenvolver e ainda considerar os processos de aprendizagem. Importa conhecer efetivamente a turma, optando por definir tarefas atrativas, considerando os interesses dos alunos e os seus conhecimentos prévios. Ponte (2005) propõe diversos tipos de tarefas, tais como problemas, exercícios, investigações e explorações. A classificação de cada uma destas tarefas baseia-se em duas dimensões: o grau de desafio e o de estrutura.

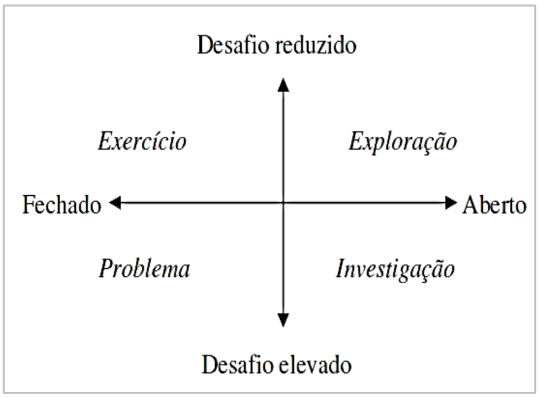


Figura 2: Relação entre as características das tarefas relativamente ao grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005, p. 8).

O grau de desafio relaciona-se precisamente com a dificuldade que a tarefa detém, podendo variar entre desafio reduzido e desafio elevado. Por outro lado, o grau de estrutura baseia-se na compreensão da tarefa, podendo a mesma ser classificada como aberta ou fechada (Ponte,2005). Para o autor, uma tarefa fechada é aquela onde é "claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido ou em ambas as coisas" (pp. 7-8).

Os exercícios são tarefas fechadas de desafio reduzido, enquanto os problemas apresentam um desafio elevado e uma estrutura igualmente fechada. Por sua vez, as explorações detêm um desafio reduzido e uma estrutura aberta, ao passo que as investigações possuem um desafio elevado e uma estrutura aberta.

Analisando cada um destes tipos de tarefas, Christiansen e Walther (1986) designam os exercícios de tarefas rotineiras por serem tarefas que essencialmente apelam à mecanização. A resolução de um exercício pressupõe um conhecimento de um processo imediato, através do qual o aluno consolida os conhecimentos já apreendidos. Estes autores defendem que "a prática e o treino de rotinas já adquiridas não contribuem para um desenvolvimento genuíno do conhecimento e o treino e a prática isoladas são meios especialmente não apropriados para o desenvolvimento/explicação/ensino de novo conhecimento" (pp. 40-41).

A natureza redutora dos exercícios leva Christiansen e Walther (1986) a destacarem a pertinência da prática simultânea de outro tipo de tarefas, que possam contribuir significativamente para a aprendizagem de novos conteúdos, como é o caso dos problemas, os quais designam de tarefas não rotineiras. Neste tipo de tarefa aumenta o grau de dificuldade comparativamente à anteriormente referida. Segundo Pólya (1986), a resolução de problemas desafia os alunos à descoberta, o que pode promover a simpatia pela disciplina de Matemática. Este autor propôs um modelo de resolução de problemas dividido em quatro fases distintas: (1) Compreensão o problema; (2) elaboração de um plano; (3) execução do plano; (4) Retrospeto. Pólya (1986) defende que na primeira fase importa que o aluno compreenda o que é necessário, ou seja identifique a incógnita, os dados, as condições e ainda, que verifique se os dados são suficientes. Na segunda fase é importante compreender a relação entre a incógnita e os dados, isolar o que é desconhecido, pensar numa hipótese de como proceder e nas estratégias a utilizar. Para isso, é importante recordar problemas antigos e estabelecer se se conhece ou não um problema semelhante, se é possível utilizá-lo e ainda se é possível reformula-lo de modo a responder ao problema em questão. Para a conceção da terceira fase são imprescindíveis os conhecimentos prévios dos alunos, o raciocínio e ainda a concentração. Quando o aluno executa a tarefa é pertinente verificar cada passo executado, com o intuito de chegar à solução correta. A quarta e última fase tem por objetivo rever e discutir a resolução do problema. Quando se faz "um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, os alunos poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas" (Pólya, 1986, p. 10). Neste sentido, esta fase implica o confronto da solução com o problema propriamente dito, a verificação da solução, ou seja se é correta ou não. Caso não o seja, deve-se recorrer a um método alternativo, levantando algumas questões, como por exemplo se é possível chegar à solução por um caminho diferente e se é possível utilizar este método ou resultado noutro problema diferente (Pólya, 1986).

A pertinência dos problemas emerge da análise ao programa de Matemática do ensino básico de 2007, que propõe a resolução de problemas ao longo de todos os ciclos, designadamente do 1.º ciclo ao ensino secundário. Segundo o programa de 2007, "a resolução de problemas é uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático" (Ministério da Educação, 2007, p. 6). O programa atualmente em vigor defende ainda que, para resolver problemas os alunos terão de proceder a uma "leitura e interpretação de enunciados, mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais (Ministério da Educação, 2013, p. 5).

No que compete às tarefas de investigação, cabe ao aluno formular as próprias questões, bem como definir as diversas estratégias a utilizar para a sua resolução (Ponte, 2005). Paralelamente aos problemas, as investigações são importantes para o desenvolvimento cognitivo do aluno, sendo que o mesmo se envolve mais na resolução deste tipo de tarefas do que na resolução de problemas, o que acontece não só na conceção de questões na primeira fase de resolução de tarefas de investigação como também na recolha e no tratamento de dados, que lhe permite responder às questões formuladas.

As tarefas de exploração assemelham-se às de investigação, distinguindo-se pelo seu grau de desafio. Quando não há necessidade de planear muito antes de se envolver na resolução trata-se de uma tarefa de exploração (Ponte, 2005). Existem ainda mais duas dimensões que devem ser tidas em consideração aquando da classificação dos tipos de tarefas: a duração e o contexto. A duração da tarefa diz respeito ao tempo dispensado para o envolvimento na mesma, sendo definida de curta e longa duração. A resolução dos diferentes tipos de tarefas pode demorar pouco tempo. Assim, Ponte (2005) propõe outras tarefas que variam na sua duração, como é o caso dos exercícios-curta duração e dos projetos- longa duração. O envolvimento no tipo de tarefas de longa duração pode ser muito rico e profundo, mas ao mesmo tempo, devido à sua longa duração, o aluno pode dispersar-se, seguir caminhos inapropriados ou em casos extremos desistir da resolução da tarefa (Ponte, 2005). Os problemas, bem como as tarefas de investigação e de exploração têm uma duração média.

Já o contexto baseia-se na veracidade das situações que são apresentadas, variando entre tarefas enquadradas na realidade e tarefas baseadas em matemática pura (Ponte, 2005). O autor atribui ainda a uma terceira denominação, semi-realidade, que é muito usual nos problemas e exercícios. Ainda que estas tarefas sejam baseadas na realidade, se o aluno não conhecer o que está em causa, a tarefa passar a ser abstrata para ele. O foco está nas propriedades que interessa para a resolução de que enunciou o problema (Ponte, 2005). É de salientar que as tarefas baseadas neste contexto são maioritariamente os problemas e os exercícios. Por outro lado, as tarefas baseadas no contexto realidade são os problemas e as investigações, bem como as explorações.

Ponte (2005) defende a diversificação das tarefas matemáticas, uma vez que cada tipo de tarefa assume determinado contributo na aprendizagem:

- As tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
- As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança.
- As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática.
- As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas (p. 17).

Assim, todo o tipo de tarefas detém o seu contributo para o desenvolvimento integral do aluno e, por isso, todas devem ser utilizadas na aula de Matemática, ainda que as explorações e as investigações assumam um papel primordial na prática do ensino exploratório. Mais importante que o tipo de tarefas a propor é o contributo que as mesmas oferecem. Por isso, é importante que as mesmas "proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da Matemática" (Ponte, 2005, p. 18).

Materiais didáticos. Um outro aspeto a ter em consideração no desenvolvimento das tarefas mencionadas é a utilização de materiais didáticos. Para facilitar as aprendizagens matemáticas, deve ser dada a oportunidade aos alunos de mobilizar diversos recursos. Esta ideia é suportada pelo programa de Matemática do ensino básico de 2007: "A aprendizagem da Matemática inclui sempre vários recursos. Os alunos devem utilizar materiais manipuláveis na aprendizagem de diversos conceitos, principalmente no 1.º ciclo" (p. 9). Por materiais didáticos entende-se, segundo Vale (2002), "todos os meios de aprendizagem e ensino" (p. 4), ou, na perspetiva de Ribeiro (1995), como sendo todos os recursos utilizados em contexto sala de aula que promovam o ensino-aprendizagem. Entre os materiais didáticos existentes, é possível caraterizá-los em três tipos: concretos, pictorais e abstratos/simbólicos (Vale, 2002). Os materiais concretos dão a oportunidade ao aluno de trabalhar diretamente com eles, possibilitando representações matemáticas através de objetos. Já os materiais pictorais "permitem que os alunos observem apresentações audiovisuais, observem demonstrações pelo professor ou usem desenhos ou imagens de materiais concretos" (Vale, 2002, p. 8). Os materiais simbólicos "permitem que os alunos ouçam, leiam e escrevam com papel e lápis" (Vale, 2002, p. 8). Focando os materiais concretos, é possível subdividi-los em mais dois tipos, designadamente materiais comuns e educacionais (Vale, 2002). Os primeiros referem-se aos materiais utilizados no quotidiano, enquanto os segundos são essencialmente utilizados em contexto de sala de aula, com o objetivo de promoverem aprendizagens matemáticas.

Entre os materiais didáticos, os manipuláveis são considerados materiais concretos (Vale, 2002). Este tipo de materiais são os mais utilizados em contexto educacional, nomeadamente nos níveis iniciais. Os materiais manipuláveis são vistos "como objetos concretos que incorporam conceitos matemáticos, apelam a diferentes sentidos e podem ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelas crianças (Ribeiro, 1995, p. 7). Segundo Serrazina (1991) são "objetos, instrumentos ou outros media que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem" (p. 37). Vale (2002) reforça que os materiais manipuláveis "são modelos concretos que envolvem conceitos matemáticos, apelam aos vários sentidos e podem ser tocados e movimentados pelos alunos" (p. 5). A mesma autora baseia-se nas ideias de Schultz (1989) para classificar estes tipos de materiais, de acordo com o seu modo de utilização, atribuindo a seguinte denominação: manipuláveis ativos, manipuláveis passivos e não manipuláveis. Os primeiros dizem respeito aos materiais que podem ser manipulados diretamente, como é o caso, por exemplo, das barras de Cuisenaire. Os segundos referem-se aos materiais que são manipulados pelos professores, enquanto o aluno é mero observador, enquanto os últimos dizem respeito aos materiais existentes em contexto de sala de aula, mas que não são utilizados.

Atendendo à temática deste trabalho, é pertinente focar a pertinência do uso de materiais concretos ativos no âmbito do ensino da geometria. O programa de Matemática do ensino básico de 2007 sugere que "o ensino e a aprendizagem de Geometria deve privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objetos do mundo real e materiais específicos de modo a desenvolver o sentido espacial" (Ministério da Educação, 2007, p. 20). Neste sentido, admite-se que os materiais manipuláveis são pertinentes no processo de aprendizagem, na medida em que permitem estabelecer conexões e tirar conclusões, elevando a compreensão dos conceitos inerentes. Existem diversos materiais adequados para a aprendizagem no âmbito da Geometria, tais como os geoplanos, miras, tangrans, réguas, esquadros, compassos, entre outros. Vale (2002) destaca a relevância do uso de materiais manipuláveis no ensino da Geometria, admitindo que os conhecimentos são adquiridos através do contacto e da manipulação das figuras. Também Ribeiro (1995) corrobora com esta perspetiva, ao referir que

> Os materiais manipuláveis e as atividades com elas desenvolvidas, desde que impliquem o raciocínio, são apresentados como forma de fomentar a aprendizagem de ideias abstratas, como forma de ajudar as crianças a integrar os processos nos seus esquemas conceptuais e ainda como forma de se apoiar para explicar e justificar o seu raciocínio. (p. 14)

Assim, a utilização dos materiais manipuláveis, essencialmente nos momentos de discussão, em que os alunos os utilizam para explicitarem os seus resultados promove o desenvolvimento da comunicação matemática (Ponte, 2005).

Também o uso de materiais tecnológicos, como os programas de geometria dinâmica, é indispensável na abordagem de tópicos de geometria ao permitirem que, segundo o NCTM (2007), "os alunos trabalhem como modelos e que tenham uma experiência interativa" (p. 44). Esta noção é reforçada pelo programa de Matemática do ensino básico de 2007 ao salientar que "o computador possibilita explorações que podem enriquecer as aprendizagens realizadas no âmbito deste tema, nomeadamente através de applets – pequenos programas ou aplicações disponíveis na Internet – e permitir a realização de jogos e outras atividades de natureza interativa" (Ministério da Educação, 2007, p. 20).

É pertinente questionar quando e com que intuito os materiais didáticos devem ser utilizados na aula. O estudo de Oliveira, Menezes e Canavarro (2012) elucida os momentos em que se devem utilizar os diferentes materiais. Estes autores defendem que os mesmos se devem utilizar aquando da preparação da aula, na fase de introdução da tarefa, na fase de exploração da tarefa propriamente dita e ainda na apresentação dos resultados da mesma. Os autores mencionam que “a preparação dos materiais para o apoio à realização da tarefa é indispensável dado que, na maioria das vezes, eles não estarão disponíveis na aula se a sua utilização não for prevista” (p. 561). Neste sentido, é sublinhada a pertinência do professor conhecer os materiais a utilizar, bem como o modo como pretende mobilizá-los. Aquando do momento de introdução das tarefas, os materiais podem contribuir não apenas para motivar o aluno para a realização das tarefas, mas auxiliar na interpretação e compreensão das mesmas. Na fase de exploração da tarefa, os recursos revelam-se essenciais para apoiar o raciocínio dos alunos, ao passo que se apoiam nos mesmos para explicitar as suas ideias e os seus resultados.

Comunicação matemática. Resultante das interações que se dinamizam na sala de aula, a comunicação matemática é entendida como sendo o processo que caracteriza a comunicação entre os intervenientes que procura a construção de significados de conceitos matemáticos, a consolidação desses conceitos e de procedimentos e veicula a sua divulgação. (NCTM, 2007) Esta ideia é sustentada por Menezes (1996), para quem a comunicação matemática resulta da interação entre indivíduos, nomeadamente um emissor e um recetor, ou mais. Comunicar, partilhar e discutir ideias surge através do conhecimento que o interveniente detém e ainda através de diferentes formas de comunicar (Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014). Dessas formas de comunicar resultam dois tipos de comunicação: escrita (através da redação de textos sobre conteúdos matemáticos) e oral (nos momentos de trabalho de pares, na fase de exploração da tarefa e ainda em grande grupo, nos momentos de discussão). Estes tipos de comunicação complementam-se, uma vez que “a comunicação oral permite uma maior espontaneidade e interação entre os intervenientes, enquanto a comunicação escrita favorece a precisão das ideias e reflexão sobre elas” (Ponte & Sousa, 2010, p. 33). É importante incluir nas salas de aulas estes dois tipos de comunicação de modo a envolver o aluno no confronto e na interpretação de ideias com os outros intervenientes (alunos e professor). Esta perspetiva é evidenciada pelo programa de Matemática do ensino básico de 2007:

> A comunicação envolve as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática. O aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos (Ministério da Educação, 2007, p. 8).

É de salientar a pertinência da promoção da comunicação na aula de Matemática, uma vez que esta prática constitui um objetivo curricular (Ministério da Educação, 2007), fazendo parte integrante de uma das quatro capacidades transversais. O atual programa de Matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2013) preserva esta ideia, referindo que "os alunos devem ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas" (p. 5). A comunicação implica, pelo menos, um emissor e um recetor, que dependem do tipo de estratégia de ensino adotada. Numa aula de cariz exploratório, em que é dada voz aos alunos, o professor e os alunos assumem diversos papéis no decorrer da aula, tanto como emissores como recetores, designando-se por isso comunicação dialógica. Neste sentido, aquando da comunicação dialógica está-se centrado na partilha de ideias, pelos alunos e pelo professor, valorizando as diferentes perspetivas que possam surgir e negociando um conjunto de significados matemáticos. Contrariamente, quando apenas a voz do professor é tida em conta, está-se perante uma comunicação monológica (Menezes, 1996).

Mas, nem sempre se verifica na aula de Matemática uma comunicação dialógica. Importa ressalvar que a comunicação em sala de aula pode surgir de dois diferentes estilos: a comunicação como transmissão e como interação social (Menezes et al., 2014). Estes autores defendem que o primeiro estilo assenta num processo simples e unidirecional, em que o emissor transmite informações ao recetor através de uma linguagem culturalmente aceitável por ambos. Assim, cabe ao emissor transmitir a mensagem, ao passo que o recetor tem como função interpretá-la. Esta prática de comunicação é utilizada em aulas caraterizadas por uma estratégia de ensino direto, em que o professor é o emissor que transmite o conhecimento matemático através de uma linguagem acessível aos alunos Por sua vez, segundo a perspetiva de comunicação como interação social, ocorre uma interação entre os indivíduos envolvidos, nomeadamente entre os alunos e o professor, que trocam informações, influenciando-se mutuamente: "a comunicação resulta da interação entre os sujeitos que procuram entre si entender-se" (Menezes et al., 2014, p. 137).

A comunicação como interação social insere-se na estratégia de ensino exploratório, particularmente através dos momentos de discussão, em que "o conhecimento matemático emerge de uma prática discursiva que se desenvolve na sala de aula, decorrente de processos coletivos de comunicação e interação entre os indivíduos e a cultura da aula" (Ponte, 2014, p. 138). Nesta estratégia, o professor e os alunos interagem entre si na negociação de significados matemáticos e sociais. Ponte (2014) reforça isso mesmo, quando refere que "a comunicação transforma-se num processo social em que os participantes interagem permutando informações e, sobretudo, influenciando-se mutuamente buscando entendimentos" (p. 150). Deste modo, o conhecimento é construído através da interação social, em que os intervenientes têm a oportunidade de expressar as suas ideias, questionando-se entre si e respondendo uns aos outros. O tipo de questões levantadas pelo professor é crucial para a promoção desta prática discursiva, que implementa a ideia de participação ativa dos alunos no processo de ensino-aprendizagem. Deste modo Love e Mason (1995) enunciam três tipos de perguntas que o professor pode colocar aos seus alunos, com o intuito de desenvolver a compreensão e o conhecimento matemático nos mesmos e desenvolver a comunicação matemática: perguntas de *focalização, perguntas de confirmação* e perguntas de *inquirição*. As primeiras "ajudam o aluno a seguir um certo percurso de raciocínio" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 119), captando a atenção dos alunos em algo por ele escolhido; nomeadamente quando o aluno se perde num raciocínio, este tipo de perguntas proporcionam orientação ao aluno, com o objetivo de levar o aluno a completar a tarefa. As segundas têm por objetivo confirmar se o aluno sabe ou não a resposta, assumindo apenas uma resposta única e rápida. Ponte e Serrazina (2000, p. 119) defendem que "quando os alunos conseguem responder correctamente às perguntas do professor, interiorizam melhor as ideias e ganham confiança em si mesmos". As últimas, perguntas de inquirição admitem uma variedade de respostas, em que o aluno expressa as suas ideias, as estratégias utilizadas, justifica as suas opiniões e o professor tem a possibilidade de captar a informação pretendida do aluno, uma vez que por norma se tratam de perguntas abertas. Estas perguntas servem para esclarecer o professor sobre o modo como o aluno pensou, como resolveu o problema, e sobre a opinião dos resultados e estratégias utilizadas (Ponte & Serrazina, 2000, 120). Este último tipo de perguntas merece um especial destaque ao longo das aulas, sendo que prossupõem respostas divergentes por parte dos alunos, contribuindo para a existência de uma diversidade de respostas e promovem a utilização de uma prática de ensino mais rica, o ensino exploratório.

2.2.4 Análise de alguns estudos empíricos sobre o ensino exploratório

Esta secção trata da análise de alguns estudos desenvolvidos no âmbito da temática do ensino exploratório. Um dos estudos analisados refere-se ao que foi realizado por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), enquadrado no Projeto de Investigação P3M, numa turma do 4.º ano de escolaridade. Este estudo teve por objetivo a elaboração de um quadro de referência para a prática de ensino exploratório da Matemática, através de perspetivas teórico-práticas, abordando o tópico *Sequências e regularidades*. Deste estudo retiraram-se alguns resultados, designadamente que a professora adotou uma prática de ensino exploratória para a sua aula e conseguiu promover aprendizagens significativas nos alunos, bem como gerir a aula, criando melhores condições para a aprendizagem dos alunos. Ao longo da aula, a professora e os alunos assumiram diversos papéis, sendo que os alunos contribuíram ativamente para a apreensão do conhecimento matemático e, fundamentalmente, a docente sobressaiu-se apenas na fase de sistematização dos resultados. Através da análise deste estudo, é possível ainda concluir que o ensino exploratório é uma prática muito complexa, uma vez que a professora integra na sequência da sua aula o que surge na própria aula, em detrimento de concretizar, à risca, algo que planeou previamente sem considerar o que resulta do que os alunos fazem e dizem.

Os mesmos autores, Menezes, Oliveira e Canavarro (2013), realizaram um estudo com a mesma natureza, enquadrado igualmente no projeto de investigação P3M, mas desta vez com uma turma do 5.º ano de escolaridade. Uma vez que este estudo está integrado no projeto de investigação referenciado, ambos têm o mesmo objetivo, no entanto abordam tópicos distintos. Neste estudo foi abordado o tópico de Percentagem. As conclusões deste estudo são similares ao anterior: a preocupação da professora em questão foi promover aprendizagem nos alunos, bem como gerir a aula através da divisão da mesma em quatro fases distintas. Estes dois propósitos encontram-se relacionados, sendo que a docente conduziu a aula através do que tinha planeado e das prestações dos alunos, que a levaram a improvisar adequadamente a sua prática.

Um outro estudo surge no seguimento dos dois anteriores, no âmbito do projeto de investigação P3M, enquadrando-se por isso na prática do ensino exploratório. Este estudo foi concretizado por Oliveira et al., (2012) numa turma do 4.º ano de escolaridade. O objetivo deste estudo foi analisar as intenções e ações de uma professora no que diz respeito ao uso de recursos didáticos numa aula de matemática de ensino exploratório. O tópico abordado ao longo do mesmo foi as Sequências e regularidades. Os autores destacam a pertinência do uso de recursos didáticos ao longo de cada fase da aula, mais propriamente desde a planificação da mesma, à introdução e discussão. No entanto, é reconhecida a importância da utilização destes recursos na fase de introdução da tarefa aos alunos, de modo a garantir a interpretação e compreensão da mesma.

Em jeito de síntese, importa salientar que optei por escolher três estudos, com propósitos bastantes semelhantes, que revelam que independentemente do ano de escolaridade é importante implementar aulas de caráter exploratório, sendo que as mesmas proporcionam ao aluno oportunidades fulcrais de aprendizagens matemáticas. No entanto, há um conjunto de considerações a ter em conta que influenciam o sucesso das mesmas, como, por exemplo, a ação do professor, bem como a influência que o uso de recursos didáticos detêm numa aula deste tipo. Da análise dos estudos enunciados surgem algumas potencialidades e desvantagens deste tipo de estratégia de ensino. Como potencialidades, esta prática de ensino promove aprendizagens significativas, através do envolvimento do aluno, desenvolve as diferentes capacidades transversais, designadamente o raciocínio matemático, a resolução de problemas e a comunicação matemática, motiva os alunos a envolverem-se na disciplina de Matemática, promovendo a participação ativa de todos os alunos e a sua autoconfiança. Desenvolve ainda competências ao nível social, inerentes à interação entre os diferentes alunos e o professor, revelando-se uma atividade igualmente pertinente no desenvolvimento ativo dos alunos. No entanto, entre as desvantagens inerentes ao uso deste tipo de ensino salientam-se as que são mais centradas no professor. O professor tem dificuldade em escolher tarefas desafiantes ou adaptá-las consoante as caraterísticas pedidas e os conteúdos que se pretendem desenvolver ao longo da aula. Esta prática exige uma preparação minuciosa da aula e uma capacidade de gerir a orquestração das discussões. Estas discussões são muitas vezes constrangedoras para os docentes, uma vez que as mesmas se baseiam no que surge por parte do aluno na própria aula e compete ao professor gerir todos os imprevistos. Por sua vez, estas desvantagens podem ser colmatadas através da preparação adequada deste tipo de aulas e através da aplicação das cinco práticas acima exploradas para orquestrar discussões.

2.3. Estratégias de intervenção

Nesta subsecção é abordada a metodologia de ensino e de aprendizagem que orientou a minha intervenção pedagógica, bem como as estratégias de avaliação da minha ação pedagógica.

2.3.1. Metodologia de ensino e de aprendizagem.

A minha prática pedagógica foi orientada segundo alguns aspetos didáticos, tais como o papel do professor e do aluno, o tipo de tarefas utilizadas, a utilização de materiais e o trabalho de grupo.

Papel do professor e do aluno. Durante a intervenção pedagógica assumi vários papéis nas diferentes fases da aula, nomeadamente introdução e desenvolvimento da tarefa, discussão sobre a resolução da tarefa e sistematização de conhecimentos. Na fase de introdução de uma tarefa procurei levar os alunos a interpretá-la, questionando-os sobre o que lhes sugeria que fizessem em cada uma delas. Os alunos procediam à leitura cuidada do enunciado e procuravam interpretá-lo, levantando dúvidas de compreensão de alguns conceitos. A desmitificação de alguns conceitos foi igualmente uma preocupação da minha ação, uma vez que a sua incompreensão influenciava o envolvimento nas restantes fases. Como referem Canavarro et al., (2012), a fase de interpretação da tarefa é fundamental para o desenrolar das fases seguintes.

Na fase de desenvolvimento da tarefa, os alunos tiveram a oportunidade de partilhar ideias com o grupo ou com o seu par, levantando questões de dúvidas pontuais à professora. Assim, nesta fase assumi um papel de mera mediadora, em que questionava os alunos com o intuito de os levar a pensar sobre as suas resoluções. Os alunos solicitavam a validade das suas respostas, no entanto eu nem as validava nem refutava, de modo a não uniformizar, como salientam Canavarro et al. (2012), as respostas e raciocínios. A minha preocupação recaía ainda na preparação da fase seguinte, uma vez que percorria os grupos para identificar as resoluções que pretendia que fossem debatidas, bem como a ordem das suas apresentações. No entanto, houve aulas em que solicitei as respostas de todos os alunos, para os motivar.

Na fase de discussão, procurei levantar várias questões, de modo a promover o diálogo entre os alunos, o confronto de diferentes estratégias e soluções, a partilha de ideias, bem como desenvolver o pensamento (NCTM, 2007). Assim, o aluno assumiu um papel primordial enquanto gerador do seu próprio conhecimento, uma vez que a aula foi centrada no trabalho do aluno quando envolvidos na exploração matemática das diferentes tarefas (Ponte, 2005).

A fase final, fase de sistematização, foi evidenciada pela construção de novos conceitos e ainda pela revisão de conceitos anteriormente apreendidos. Os alunos, em conjunto com a professora, redigiam o conceito no quadro e posteriormente registavam-no nos cadernos diários.

Tarefas. A tipologia de tarefas influencia diretamente a prática de ensino subjacente, sendo as tarefas de investigação e os problemas os mais utilizados na prática do ensino exploratório (Ponte, 2014). No entanto, Ponte (2005) defende que se proponha uma diversidade de tarefas aos alunos, uma vez que cada uma tem as suas potencialidades. Durante a minha prática pedagógica procurei diversificar a tipologia de tarefas, variando de tarefas com grau de estrutura fechado e desafio elevado (os problemas), e tarefas com grau de estrutura aberto e desafio reduzido (as tarefas de exploração). A utilização de problemas recaiu no facto destes levarem os alunos a admirarem a Matemática por poderem tratar de coisas da realidade (Pólya, 1986). Já as explorações surgiram com o intuito de envolver efetivamente o aluno no seu processo de ensino aprendizagem, conferindo-lhe uma maior oportunidade de mobilizar conceitos, confrontar diferentes estratégias e raciocínios. A exploração das tarefas enunciadas visaram promover um ensino-aprendizagem baseado na partilha de ideias através dos momentos de discussão. Com estas discussões, acredita-se que os alunos se tornam mais críticos e reflexivos, desenvolvendo a comunicação matemática, autonomia e confiança em si mesmo.

Outro aspeto que tive em consideração na resolução das tarefas foi a utilização de materiais didáticos. Matos e Serrazina (1996) defendem que os materiais didáticos devem ser utilizados porque auxiliam os alunos a resolverem os problemas propostos, desenvolvem a autonomia dos alunos e oferecem a oportunidade de lidar com ideias e relações matemáticas. O programa de 2007 (Ministério da Educação, 2007) defende que o ensino e a aprendizagem da Geometria devem favorecer o uso de materiais específicos para desenvolver o sentido espacial. Assim, no 1.º ciclo utilizou-se o geoplano e os quadrados de cartolina na construção de figuras, para facilitar a sua compreensão. Ao nível do 2.º ciclo utilizou-se o mira, o livro de espelhos, o material de geometria (compasso, régua, transferidor) para ajustar a compreensão de ideias abstratas, como foi o caso das simetrias de rotação e de reflexão. Neste ciclo de ensino foi ainda utilizado um software de Geometria dinâmica (o GeoGebra) com o propósito de facilitar a compreensão do conceito de rotação. As recomendações metodológicas do programa de matemática para a educação básica (Ministério da Educação, 2007) apontam para a utilização deste material devido ao enriquecimento das aprendizagens que proporciona. Oliveira et. al. (2012) propõem a utilização de materiais didáticos nos diferentes momentos da aula. Durante a minha prática pedagógica, foram utilizados alguns materiais didáticos na fase de introdução, para facilitar a interpretação da mesma, na fase de desenvolvimento, para auxiliar o aluno na sua resolução, e na fase de discussão, para ajudar os alunos a explicarem os seus raciocínios.

Organização do trabalho. Durante a minha intervenção pedagógica procurei promover diferentes formas de trabalho, em momentos igualmente distintos (Ministério da Educação, 2007). Durante as diferentes fases do tipo de ensino inerente a este estudo, a organização dos alunos variou. Na fase de introdução das tarefas, os alunos liam os enunciados e interpretavam-no em grande grupo. Durante a fase de desenvolvimento da tarefa, os alunos trabalhavam a pares ou em pequenos grupos. A escolha dos pares e dos grupos foi realizada por mim, de modo a criar grupos heterogéneos, com nível de aproveitamento e de comportamento igualmente diferenciados. Foi desenvolvido o trabalho de pares nas aulas em que os alunos utilizaram o GeoGebra e na primeira aula referente ao 1.º ciclo. O Ministério da Educação (2007) defende que o trabalho de pares permite aos alunos a troca de ideias entre si, o esclarecimento de dúvidas e a partilha de informações, sendo por isso uma mais-valia. A predominância do trabalho de grupo durante esta fase foi evidente, uma vez que se verificou na maioria das aulas. A escolha deste modo de organização advém do meu gosto pelo trabalho de grupo e ainda do facto de ser pertinente ensinar os alunos a viverem em sociedade. Arends (1995) defende que "a sala de aula deve espelhar a sociedade como um todo e ser um laboratório para a aprendizagem da vida real" (p.365). Através dos momentos de trabalho em grupo, os alunos têm a oportunidade de partilhar ideias e modos de pensar, mas também aprendem a respeitar e cooperar com o seu próximo. Tentei promover o respeito pelo trabalho e a opinião dos outros, bem como implementar regras de conduta para permitir um envolvimento positivo dos alunos. O Ministério da Educação (2007) defende que "a organização em grupo é especialmente adequada no desenvolvimento de pequenos projetos que possibilitam uma divisão de tarefas pelos diversos alunos" (p. 10). Cada grupo era composto por quatro elementos.

Os momentos de discussão e sistematização dos conhecimentos foram realizados em grande grupo, com toda a turma, uma vez que pretendia envolver todos os alunos na partilha de ideias, no confronto de resultados e consequentemente, na aprendizagem matemática. O Ministério da Educação (2007) realça que "o trabalho coletivo em turma é muito importante para proporcionar momentos de partilha e discussão bem como para a sistematização e institucionalização de conhecimentos e ideias matemáticas, devendo o professor criar condições para uma efetiva participação da generalidade dos alunos nestes momentos de trabalho" (p. 10). Estes momentos de discussão proporcionaram aos alunos oportunidades para reconhecerem diferentes métodos de resolução das tarefas e de representação e ainda desenvolver a capacidade de comunicação matemática.

2.3.2. Estratégias de avaliação da ação

Na implementação do meu projeto recorri a diversos instrumentos de recolha de informação para avaliação das estratégias de ensino delineadas (Tabela 5).

Tabela 5. Instrumentos de recolha de dados.

Instrumentos de recolha de dados	Descrição
Produções dos alunos	Realização das tarefas propostas.
Gravações áudio e vídeo das aulas	Gravação das aulas recorrendo a duas câmaras de vídeo. Uma delas focava a turma e a outra tinha como enfoque o quadro.
Questionários (inicial e final)	Realização de dois questionários, inicial e final. O inicial visava recolher dados para o enquadramento contextual e o final para evidenciar as perceções dos alunos sobre as estratégias de ensino desenvolvidas.
Entrevista	Realização no final da intervenção pedagógica de uma entrevista semiestruturada a seis alunos do 2.º ciclo
Grelha de observação	Registo de aspetos pontuais durante as aulas.

O primeiro instrumento enunciado, as produções dos alunos serviram para que fosse possível identificar o que os alunos realizaram ao longo das diferentes tarefas propostas. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), é importante referir que os dados produzidos pelos participantes devem fazer parte integrante do estudo.

As aulas foram gravadas com o auxílio de duas câmaras de vídeo. Uma delas encontrava-se no fundo da sala, tendo como foco o quadro. A outra encontrava-se junto ao quadro, tendo como foco a turma. Através das gravações efetuadas pude analisar, detalhadamente, todas as intervenções dos alunos. Pude assim ter a perceção de tudo quanto se passou em contexto de sala de aula. Para tal elaborei previamente pedidos de autorização junto das escolas (Anexo 1), bem como dos encarregados de educação (Anexo 2), para que fosse possível filmar as aulas que pretendia. Todos os registos foram minuciosamente trabalhados, para que fosse possível obter os dados que necessitava. Tudo isto só foi possível através dos registos extraídos através das câmaras de vídeo. De acordo com Patton (1990), é através dos registos vídeo que o observador tem acesso a todos as informações que necessita.

As gravações áudio e vídeo proporcionaram-me a oportunidade de verificar alguns pormenores da minha ação e as atividades que os alunos desenvolveram ao longo das fases do ensino exploratório. De um modo geral, considero que este tipo de instrumento foi uma mais-valia, sendo que reporta a veracidade do que foi a aula propriamente dita. Através das gravações efetuadas tive a oportunidade de recolher a informação de uma forma bastante clara, uma vez que sem este tipo de intervenção não seria possível recolher as intervenções dos alunos.

Foram distribuídos pelos alunos de cada ano de ensino dois questionários distintos, um inicial (Anexo 3 e 4) e um final (Anexo 5 e 6). O questionário inicial foi distribuído antes da implementação do projeto, para recolher informação para a caraterização dos alunos, enquanto o questionário final foi distribuído no final da implementação do projeto pedagógico, com o intuito de recolher as perceções dos alunos sobre a prática do ensino exploratório, estratégia de ensino utilizada ao longo deste estudo. É importante mencionar que o questionário "é uma metodologia indicada quando se pretende ter como informantes um conjunto numeroso de pessoas e as condicionantes de tempo inviabilizam o recurso à entrevista" (Varandas, 2000, p. 72). O questionário realizado no final da intervenção pedagógica do 1.º ciclo era composto unicamente por respostas abertas, enquanto o do 2.º ciclo era composto por dois grupos de questões, umas de resposta fechada e outras de resposta aberta. Relativamente aos questionários do 2.º ciclo, mais especificamente em relação às questões de resposta fechada, os alunos tinham que escolher para cada uma delas uma de cinco opções, de acordo com a escala tipo Likert: DT – Discordo totalmente, D – Discordo, I – Indiferente, C – Concordo, e CT – Concordo Totalmente.

Aquando do preenchimento do questionário final, nomeadamente na turma do 2.º ciclo, vários alunos não responderam a todas as questões e outros responderam ainda que apressadamente. Por esse mesmo motivo, surgiu a necessidade de realizar uma entrevista semiestruturada (Anexo7), para recolher os dados que pretendia com a implementação do inquérito e não consegui. Quivy e Campenhoudt (2008) consideram que neste tipo de entrevista, o entrevistador tem a independência/autonomia para adaptar as suas questões aos entrevistados, utilizando para tal feito uma série de questões-guia, para que assim os entrevistados não se afastem dos objetivos pretendidos pelo entrevistador. Para tal, selecionei seis alunos da turma, com níveis de aproveitamento distintos, nomeadamente dois com nível de aproveitamento muito bom, dois com aproveitamento razoável e ainda dois com um aproveitamento menos bom. De acordo com Tuckman (2000), é através da entrevista que temos a possibilidade de adquirir informações que pretendemos estudar. Através da entrevista, o entrevistador pode perceber de forma mais clara o que o entrevistado pensa face a uma determinada questão.

Devo ainda referir que enquanto professora também desempenhei o papel de investigadora, recorrendo ao método de observação participante. Segundo Quivy e Campenhoudt (2008), é através da observação direta e participante que temos a possibilidade de constatar/observar os comportamentos dos participantes em diversos/distintos momentos. Contudo, estes autores referem limitações para este tipo de observação, tal como o facto do investigador não se poder cingir somente às suas recordações face aos acontecimentos vivenciados, pois a memória do ser humano é seletiva, o que conduziria a que alguns dos acontecimentos presenciados se dissipassem e passassem em branco.

A grelha de observação (Anexo 8) foi um instrumento de recolha de informação muito útil, na medida em que havia sido elaborada para preencher em momento de sala de aula, revelando-se útil para tirar anotações rápidas e coerentes. Atento ainda que a mesma retrata cada uma das fases do ensino exploratório, tendo enunciada diferentes categorias de análise, nomeadamente os aspetos relevantes de cada fase, particularmente o modo como a tarefa foi interpretada, as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos, se formularam ou não conjeturas, a justificação dos processos utilizados pelos mesmos, a sistematização dos conhecimentos apreendidos, bem como as dificuldades averiguadas no decorrer de toda a aula.

Por fim, saliento a análise documental. É através desta que podemos complementar, de forma mais detalhada, a informação recolhida transversalmente pelos outros instrumentos, os quais foram cruciais para a realização deste projeto. Os documentos que analisei foram os seguintes: (i) planos de aula; (ii) reflexões no início e no final de cada intervenção; e (iii) produções dos alunos. Para além disso analisei ainda vários documentos oficiais, os programas de matemática de 2007 e o atual, de 2013 e ainda, o documento referente ao NCTM (2007), para que a minha intervenção fosse a mais proveitosa possível.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Este capítulo tem por finalidade ilustrar momentos da minha intervenção pedagógica no 1.º ciclo e no 2.º ciclo. Das aulas que lecionei nestes ciclos, a Tabela 6 contempla as que se referem à concretização do meu projeto de estágio e os respetivos conteúdos abordados.

Tabela 6. Conteúdos abordados ao longo das aulas do 1.º e 2.º Ciclos.

Ciclo	Aulas	Conteúdos
1º. Ciclo	Aula 1	Distância e comprimento. Área
	Aula 2	Distância e comprimento. Área
	Aula 3	Distância e comprimento.
	Aula 4	Área.
2º. Ciclo	Aula 1	Isometrias do plano: rotação
	Aula 2	Isometrias do plano
	Aula 3	Isometrias do plano: Simetrias de rotação e de reflexão
	Aula 4	Resolução de problemas

3.1. Intervenção pedagógica no 1.º ciclo

No desenvolvimento da minha intervenção pedagógica no 1.º ciclo lecionei os conteúdos Distância e comprimento e Área. Nas duas primeiras aulas foram trabalhados os conteúdos Distância e comprimento e Área, enquanto na terceira aula foi abordado o conteúdo Distância e comprimento e na última, o conteúdo Área.

Distância e comprimento. Área

Na primeira aula da minha intervenção pedagógica os conteúdos estudados foram 'Distância e comprimento e Área' através da exploração de duas tarefas distintas, que foram realizadas pelos alunos em pares (designados por par i, $i \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. A primeira tarefa tratou do conteúdo *Distância e comprimento* e a segunda do conteúdo *Área*.

Relativamente ao primeiro conteúdo, procurou-se desenvolver o conceito de perímetro. A aula iniciou-se com a apresentação da tarefa a toda a turma, prosseguindo com o trabalho dos alunos em pares, seguindo-se uma discussão coletiva de algumas das resoluções apresentadas pelos alunos, através da qual o grande grupo compara e confronta as estratégias utilizadas na resolução da mesma, terminando com uma sistematização dos conhecimentos apreendidos.

Medidas na sala de aula
Utilizando dois objetos do teu estojo, com diferentes tamanhos, determina as seguintes medidas:
1. O perímetro do teu manual de Português.
2. O perímetro do tampo da tua mesa.
3. O perímetro do tampo da cadeira.
4. Explica como procedeste para determinar os perímetros com os objetos que utilizaste.

Introdução da tarefa

Após entregar a tarefa a cada par de alunos, efetuei uma leitura pausada que permitisse aos alunos acompanhá-la. Surgiram de imediato algumas dúvidas de compreensão, designadamente da palavra "tampo" da mesma e da cadeira. Pareceu-me pertinente questionar os alunos sobre o conceito de perímetro, uma vez que a sua compreensão era imprescindível para o envolvimento e resolução da tarefa. Desta questão surgiram respostas de vários alunos:

Aluno 1: O perímetro é o limite de uma figura.
Aluno 2: Sim, é a fronteira.
Aluno 3: É a linha que contorna a figura.
Aluno 4: O perímetro é a medida dos lados todos das coisas.

Os alunos que intervieram revelavam ter presente a noção de perímetro. Como nem todos participaram, procurei verificar se a maioria dos alunos compreendia esta noção.

Professora: Como medimos o perímetro do quadro?
Aluno 3: O perímetro do quadro é a parte cinzenta que contorna o quadro todo.
Aluno 5 Temos de medir o quadro em toda a volta
Aluno 6 Sim, medir a fronteira do quadro, aquela parte cinzenta

A interpretação da tarefa demorou mais tempo do que esperava, mas isso não me preocupou uma vez que a interpretação da tarefa é essencial para o sucesso do desenrolar das fases seguintes (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012).

Desenvolvimento da tarefa

Após a interpretação da tarefa, os pares de alunos começaram a explorá-la, tendo sugerido que registassem as suas resoluções. Os alunos começaram por escolher os dois objetos de tamanhos diferentes, como era sugerido no enunciado. Vários foram os objetos utilizados, como lápis, canetas, afias, borrachas, tubos de cola, corretores e ainda réguas. Posteriormente, começaram por medir o perímetro do manual de português. Houve dois pares de alunos que, inicialmente, utilizaram os dois objetos eleitos simultaneamente, o que me levou a ter de intervir. Questionei-os sobre o modo como iam contabilizar o número de cada um dos objetos. Assim, os alunos aperceberam-se da importância de utilizar uma unidade de medida, neste caso não convencional, de cada vez. Como era de esperar, à medida que os alunos respondiam a cada item solicitavam-me para confirmar a sua resposta. Atendendo ao nível etário, os alunos revelavam dependência do aval do professor sobre o que faziam e diziam.

Durante a resolução da tarefa apercebi-me que um par de alunos confundiu o conceito de comprimento com o de perímetro, dado que apenas media um dos lados do livro, do tampo da mesa, bem como do tampo da cadeira.

Professora:	O que é o perímetro?
Aluno 7:	O perímetro é a fronteira do livro.
Professora:	Então que têm de fazer para determiná-lo?
Aluno 8:	Temos de medir a toda volta o livro
Professora:	É isso que estão a fazer?
Aluno 8:	Não! Nós estávamos a medir só dois lados. Isso era só o comprimento e a largura claro.

A intervenção destes alunos deu-me a entender que tinham percebido o erro cometido e que já estavam aptos para continuarem a resolver a tarefa.

Uma outra estratégia utilizada por alguns pares de alunos foi medir o comprimento e multiplicar por 2, medir a largura e multiplicar por 2. Entre os procedimentos usados pelos alunos para medir objetos, alguns pares utilizavam palmos para medir os respetivos perímetros tal como faziam no ano transato. Como não obedeciam às condições da tarefa, sugeri que relessem o enunciado para se aperceberem que tinham de utilizar objetos que tivessem no porta-lápis.

Discussão da tarefa

No início da discussão sobre a resolução da tarefa comprovei que os alunos revelavam a vontade para comunicarem as suas ideias. Comecei por registar no quadro os diferentes objetos utilizados para efetuar as medições e de seguida provocar a discussão sobre o que fizeram.

Par 1: O perímetro do manual são 12 borrachas. E vimos também que são 20 afias.
Professora: E vocês como fizeram? [Dirigi-me a dois pares de alunos que utilizaram dois objetos diferentes]
Par 2: Nós metemos o lápis e depois pusemos o dedo para marcar onde ficou, depois mais um lápis, mais outro em toda a volta até chegar a 8 lápis.
Professora: E quanto vos deu?
Par 2: O perímetro do manual são 9 réguas. E 8 lápis.
Professora: E ao par 3 quanto deu?
Par 3: Nós medimos e deu-nos 7 lápis.

Como surgiram respostas divergentes devido aos objetos utilizados por cada grupo procurei averiguar a perceção dos alunos sobre a importância da unidade de medida que se considera.

Professora: O que pensam que poderá ter acontecido para obtermos valores diferentes? Um grupo precisou de 7 lápis para medir o manual e o outro de 8, porquê?
Aluno 6: Um dos grupos enganou-se a medir.
Aluno 7: O livro é diferente.
Professora: O livro medido foi o manual de Português.
Aluno 4: Não pode ser por um lápis ser maior que o outro?
Professora: O que acham do que este vosso colega disse?
Aluno 4: Por exemplo, a borracha também é maior que a afia, por isso é que precisamos de mais afias.
Professora: Eu medi o perímetro do manual com o meu lápis e precisei de 9 lápis. Será que tem a ver com os lápis que utilizaram?

Os alunos compararam três valores diferentes (7, 8 e 9) que representavam o tamanho do lápis usado para medir o mesmo manual. As respostas foram consonantes, uma vez que concluíram que o meu lápis era o que estava mais gasto, pois precisei de 9 lápis para medir o mesmo objeto. Uma aluna concluiu que:

> Sabes professora, quando nós estávamos a medir o perímetro da mesa com os palmos, eu demorei muito tempo e depois ele (colega de grupo) foi mais rápido e precisou de menos palmos que eu porque tem a mão maior que a minha. (Aluno 5)

Uma outra estratégia utilizada pelos alunos foi medir o comprimento e a largura do livro e somar as medidas obtidas, como exemplifica a resolução do par 4:

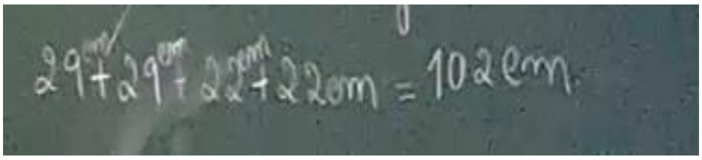


Figura 3- Determinação do perímetro do manual de Português pelo par 4.

Esta estratégia foi utilizada por mais 4 pares de alunos. O par 8, ao verificar que a forma do manual era um retângulo, recorreu à multiplicação para expressar os valores que se repetem.

Surgiu ainda um procedimento diferente para medir o perímetro. O par 10 mediu com a régua a borracha e conclui que ela media 5 cm. Seguidamente foi dispondo a borracha em torno do livro e procedeu à contagem do número de borrachas necessárias. Por fim, procedeu à conversão do número de borrachas utilizadas para cm, obtendo 130 cm.

As respostas ao último item foram apresentadas maioritariamente através do registo escrito e ainda algumas através do desenho e de pequenos esquemas, como se pode verificar através do seguinte exemplo:

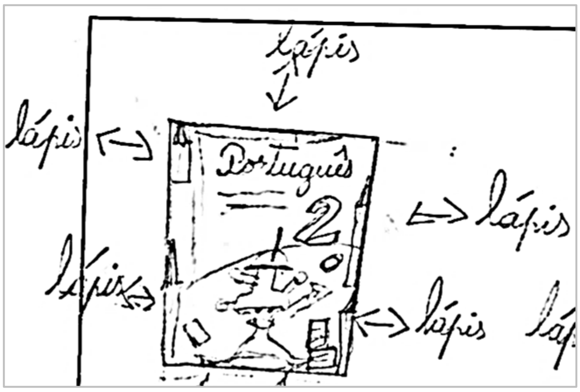


Figura 4- Explicação do par 2 através de um desenho de como determinaram o perímetro de um manual.

Sistematização das aprendizagens matemáticas

Para finalizar o envolvimento na tarefa em estudo tornou-se pertinente tirar algumas conclusões, bem como proceder a algum registo escrito. Durante esta fase levei os alunos a tirarem algumas conclusões inerentes à resolução da tarefa. Salientei que apesar dos valores serem diferentes o perímetro é sempre o mesmo. Houve um momento na fase da discussão em que alguns alunos confundiram o número de objetos que precisavam utilizar com o valor obtido do perímetro. Para finalizar a abordagem desta tarefa, questionei os alunos sobre este conceito:

Aluno 1: O perímetro é a fronteira de uma figura.
Aluno 2: Sim é o seu contorno, por isso temos de somar todas as partes dessa figura.
Aluno 3: Então, o perímetro é a soma de todos os lados dessa figura.
Professora: Como estão a dizer e bem, o perímetro é a medida do comprimento de um contorno, que se calcula através da soma de cada uma das partes que pertencem a esse contorno.

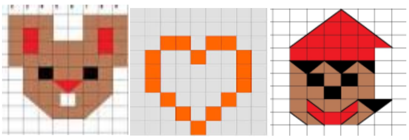
Posteriormente, em grande grupo, no quadro e seguidamente nos seus cadernos diários os alunos redigiram uma definição de perímetro.

Relativamente ao segundo conteúdo abordado nesta aula procurou-se desenvolver o conceito de área através da exploração da seguinte tarefa:

Os quadros do António.

O António é um menino que gosta de ajudar a sua mãe. No fim-de-semana passado, quando observava o seu bloco, apercebeu-se que uma das tarefas que a mãe lhe propôs foi medir a área de alguns desenhos que tinha tirado da Internet para colocar na parede do seu quarto, em quadros que tinha comprado. Depois de saber as medidas da área dos diferentes desenhos, a mãe já saberá qual deles se adequa para os diferentes quadros que comprou.

1-Determina a área de cada um dos seguintes desenhos:



2-Explica como fizeste para determinar a área de cada um dos desenhos.

O envolvimento nesta tarefa implica a abordagem das diferentes fases do ensino exploratório.

Introdução da tarefa

A fase de introdução iniciou-se com a leitura da tarefa por um aluno para o grande grupo. Como a sua leitura não proporcionou dificuldades ao nível da compreensão das palavras, questionei os alunos sobre o conceito de área, ao qual surgiram algumas ideias interessantes:

Aluno 8: A área é um espaço.
Aluno 2: Sim, é a parte de dentro das coisas.
Aluno 5: Por exemplo, a área do quadro então é a parte de dentro do quadro menos o limite?
Aluno 11: A área é tudo!
Aluno 3: Então a área é o limite do quadro, que é o perímetro e também a parte de dentro?
Professora: Exatamente. A área é a medida de uma superfície.

Através deste diálogo verifiquei que alguns alunos tinham bem presente o conceito de área. No entanto considerei pertinente fazer algumas perguntas práticas.

Professora: Se eu quiser determinar a área do manual como tenho de fazer?
Aluno 7: Tem de medir em toda a volta.
Professora: Estamos a falar da área.
Aluno 7: Pois, fazíamos assim mas era para o perímetro.
Professora: No ano passado quando determinavam a área como faziam?
Aluno 5: Tínhamos quadradinhos e contávamo-los.
Professora: Contavam quais quadradinhos?
Aluno 5: Contávamos os quadradinhos todos da figura.
Professora: Então concluímos que a área é o quê?
Aluno 9: A área é a figura toda e não só a fronteira como era no perímetro.

Após dialogar sobre alguns exemplos, como a área do livro, do tampo da mesa e até mesmo do campo de futebol, os alunos envolveram-se na exploração da tarefa.

Desenvolvimento da tarefa

A fase do desenvolvimento da tarefa iniciou-se para os pares de forma diferente. Três dos pares procedeu novamente a uma leitura do enunciado, seguindo-se de uma negociação sobre como determinariam a área dos desenhos, enquanto os restantes sete começaram a contar os quadrados das respetivas figuras. Os alunos não revelaram dificuldade na conceção do seu plano para resolver a tarefa, talvez porque já utilizavam este método no ano antecedente.

Um dos pares procedia incorretamente, determinando o valor do perímetro das figuras. Um outro erro frequente se verificou na determinação da área das duas figuras que tinham triângulos na sua composição. Os pares de alunos consideravam que os triângulos eram uma unidade de medida tal e qual os quadrados.

Para responderem à segunda questão, todos os pares utilizaram o registo escrito. Assim, contrariamente ao que presenciei na exploração da questão 1, não verifiquei dificuldade na exploração desta questão.

Discussão da tarefa

Após ter projetado no quadro as diferentes figuras, iniciou-se o momento de discussão da tarefa. Li rapidamente a questão 1 e solicitei as várias respostas dos diferentes pares à primeira questão. Assim, surgiram diversos resultados:

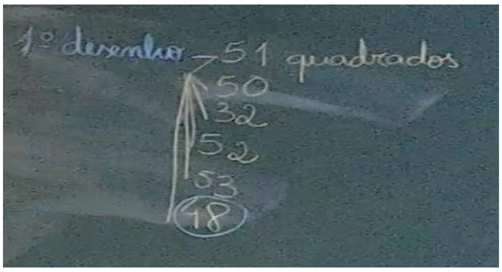


Figura 5- Valores obtidos para responder à primeira imagem da questão 1.

Quando os valores apresentados foram registados no quadro não houve um consenso entre os pares, o que os fez perceber que tinham cometido erros. Como tinha averiguado que grande parte da turma contabilizava os triângulos como sendo quadrados, comecei por trabalhar este aspeto.

Professora: Reparem bem na figura. Essa figura só é constituída por quadrados?
Aluno 18: Não! Tem 4 triângulos.
Professora: Um triângulo corresponde a que parte do quadrado?
Aluno 6: Um triângulo é meio quadrado.
Aluno 14: Sim, um triângulo é metade de um quadrado professora.
Professora: Então o que acontece se eu tiver 2 triângulos?
Aluno 10: Fico com um quadrado, porque é metade mais metade.

Depois deste diálogo percebi que os alunos compreenderam a relação explorada, mas era necessário explorar a adição de números decimais:

Professora: Como se representa metade de um?
Aluno 2: Metade de um é 0,5.
Professora: Quanto é 41 mais 0,5?
Aluno 5: É 45.
Aluno 2: Não. É 41,5.
Professora: Aluno 5 quanto dá 41 mais 4?
Aluno 5: Dá 45.
Professora: Então 41 mais 0,5 pode dar o mesmo valor? Reparem, é como fazem nos euros. Temos a vírgula, contamos o número de casas decimais e o resultado tem de ter o mesmo número de casas decimais.
Aluno 3: 0,5 é sempre metade das coisas.
Professora: Então quanto é metade de 4 aluno 5?
Aluno 5: É 2.
Professora: Essa metade, neste caso representa a metade do quadrado que é o triângulo. Quanto dá 42+0,5?
Aluno 10: Dá 42,5.
Professora: E quanto falta para chegar a 43?
Aluno 5: Mais metade. Mais 0,5.
Professora: Quando eu tinha 2 triângulos o que podiam fazer?
Aluno 2: Contava como um quadrado.

Os alunos revelaram alguma dificuldade na adição de números decimais, o que é perfeitamente normal atendendo ao ano em que se encontravam. Perante esta discussão, a maior parte dos grupos evidenciou que tinha cometido este erro. Sugeri ao par 9, que apresentou o valor de 32 quadrados na sua resposta, que explicasse como tinham procedido para medir a área da figura: "Nós contámos os lados da figura. Já vimos que está mal, porque isso era para o perímetro".

Os restantes valores apresentados surgiram por erros de contagem, nomeadamente de contabilização do mesmo quadrado mais do que uma vez. Após a discussão referente à primeira imagem, os alunos concluíram rapidamente que teriam cometido os mesmos erros na contagem da segunda e da terceira imagem. Consequentemente, proporcionei-lhes a oportunidade de determinar novamente a área da terceira imagem, com o intuito de verificar se a exploração dos erros que tinham cometido tinha fruído efeito.

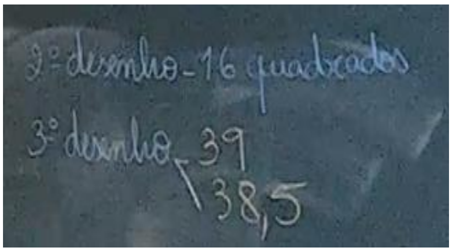


Figura 6- Valores apresentados para responder à segunda e terceira imagens da questão 1

Como se pode verificar, a resposta da segunda figura explorada é consensual. Todos os pares de alunos concluíram que a área era 16 quadrados. No entanto, na terceira figura surgiram dois valores diferentes, ainda que apenas o par 8 referisse o valor 39. O erro cometido por esse grupo foi contabilizar duas vezes o mesmo triângulo, daí obter mais 0,5 do que o valor esperado.

A discussão da aula terminou com a abordagem da questão 2, à qual os diferentes pares deram respostas semelhantes.

Par 2: Nós contámos os quadrados todos e no fim vimos quanto deu.

Par 5: Contámos todos os quadrados e quando tinha triângulos, juntámos dois e formava um quadrado.

Sistematização das aprendizagens matemáticas

Para finalizar a aula, considerei pertinente abordar a importância da unidade de medida utilizada para determinar a área de figuras.

Professora: O que pensam que acontecia se os quadrados fossem maiores?
Aluno 1: Se fossem maiores não iam ser tantos.
Professora: Como assim? Explica melhor aos teus colegas o que queres dizer!
Aluno 1: Se os quadrados fossem maiores, podíamos contá-los e perceber que não ia dar tantos quadrados.
Professora: Mas porquê?
Aluno 3: Porque a figura é esta e se o quadrado fosse maior ia dar menos, porque eles ocupavam mais espaço e o espaço é o mesmo.
Professora: Quer isso dizer, que a unidade de medida que utilizámos, tal como no perímetro, é o que condiciona a determinação da área. Mas, o valor da área alterava-se se utilizássemos quadrados maiores?
Aluno 5: Sim, porque íamos usar menos quadrados. Quando os quadrados são maiores precisamos de menos.
Professora: E se os quadrados fossem mais pequenos que esses?
Aluno 9: Íamos precisar de mais quadrados, claro!
Professora: Mas o valor da área altera-se?
Aluno 7: Sim, ia dar menos quadrados.
Professora: O número de quadrados pode alterar-se conforme o tamanho do meu quadrado, que é a minha unidade de medida. Mas a figura altera-se?
Aluno 5: Não, a figura é sempre a mesma.
Professora: Então volto a perguntar a área altera-se ou não?
Aluno 2: Não. Porque a área é o espaço interior e a figura nunca muda.
Aluno 4: Pois. A área fica igual, porque o desenho é o mesmo.
Professora: Muito bem. Obtemos valores diferentes quando utilizámos diferentes unidades de medida, quadrados de tamanhos diferentes por exemplo, mas o valor da área mantém-se. É por isso que foi muito importante criarem uma unidade de medida universal, o metro quadrado.

A aula terminou com a redação em grande grupo, do conceito de área no quadro, e posteriormente nos respetivos cadernos diários.

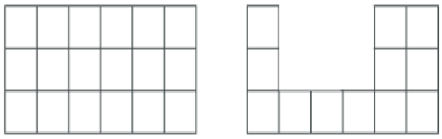
Distância e comprimento. Área

Na segunda aula da minha intervenção pedagógica os conteúdos abordados foram 'Distância e comprimento e Área' através da exploração de uma tarefa, que foi resolvida pelos alunos em grupos de 4 elementos (os grupos são designados de 1 a 5). Com o envolvimento nesta tarefa procurou-se medir perímetros de um polígono e medir áreas em unidades não convencionais.

Jogos no Geoplano.

Ofereceram ao Rui um conjunto de jogos matemáticos, o "GeoMat", com imensos desafios! O Rui gostou muito de um deles, o Geoplano, e como estava a rever os "Perímetros" e as "Áreas" nas aulas de Matemática, resolveu convidar os seus colegas Joana, a Lara, o Luís e o António para jogarem juntos! Foi uma tarde bem divertida!

Um dos jogos que eles fizeram pedia para observar as seguintes formas:



1. Representa as formas no teu Geoplano e desenha-as na tua folha quadriculada. O que podes dizer sobre cada uma das formas?
2. Existem formas que apresentam o valor do perímetro igual ao valor da área. Representa algumas dessas formas no Geoplano e desenha na tua folha quadriculada.
3. Há formas em que o perímetro é maior que a área. Representa algumas dessas formas no teu Geoplano e passa o desenho para a folha quadriculada.
4. Encontra formas em que a área seja superior ao perímetro. Representa no geoplano e desenha na tua folha quadriculada.
5. Representa diferentes formas que tenham perímetro 8, mas valores de área diferentes. Desenha-as na folha quadriculada.
6. Encontra diferentes formas que tenham área 6, mas valores de perímetros diferentes. Passa-as para a folha quadriculada.
7. Será possível representar uma forma em que o valor do perímetro seja o dobro do da área? Se sim, desenha-a na folha quadriculada.
8. Será possível representar uma forma em que o valor da área seja o dobro do perímetro? Se sim, desenha-a na folha quadriculada.

A aula teve início com a revisão do conceito de perímetro e de área em grande grupo. Posteriormente, cada grupo teve a oportunidade de explorar livremente o geoplano na concretização da tarefa. Após a exploração livre propus algumas figuras com determinados valores de área e de perímetro.

Introdução da tarefa

Após entregar a tarefa a cada grupo, solicitei um aluno para proceder à sua leitura, em voz alta. Como os alunos já tinham explorado o material que lhes havia fornecido, questionei o grande grupo sobre o que "lhes pedia" cada uma das questões, com o intuito de me certificar que os mesmos as tinham compreendido. As respostas dadas pelos alunos indicaram que a interpretação das questões não colocou muitas dúvidas.

Aluno 8: Temos de conseguir encontrar formas em que o perímetro seja maior que a área. Pode ser uma forma com perímetro 8 e área 6, por exemplo. Temos é de experimentar qual.
Aluno 16: Temos de encontrar duas ou mais formas que tenham área 6, mas cada uma tem de ter perímetro diferente. Por isso, as formas vão ter de ser diferentes.
Aluno 4: Temos de encontrar formas em que o valor do perímetro seja o dobro da área.
Professora: Consegues dar um exemplo como fez o aluno 8?
Aluno 4: Pode ser perímetro 10 e área 20 por exemplo.
Professora: Concordam com o vosso colega? Porquê?
Aluno 5: Não! É ao contrário. Isso é a metade.

Depois deste diálogo percebi que havia confusão entre o conceito de dobro e de metade. Voltei a levantar algumas questões:

Professora: Quem me quer explicar o que é o dobro?
Aluno 6: O dobro é quando temos duas vezes a mesma coisa.
Professora: Dêem-me exemplos.
Aluno 6: O dobro de 5 é 10, por exemplo.
Aluno 8: O dobro de 10 é 20, porque é 10+ 10.
Aluno 4: O dobro de 20 é 40.
Professora: É isso mesmo. E a metade?
Aluno 1: A metade de 40 é 20.
Aluno 5: Sim, é 40 a dividir por 2.
Professora: Quanto é metade de 100?
Aluno 9: Metade de 100 é 50.
Professora: E o dobro de 50 quanto é?
Aluno 4: É 100.

Inicialmente alguns alunos confundiram os conceitos de metade e dobro, mas este diálogo veio colmatar essa confusão.

Desenvolvimento da tarefa

A maioria dos grupos iniciou a exploração da tarefa, uma vez que anteriormente tinham experimentado a construção de diferentes figuras no geoplano, admitindo algumas condições. Todos os grupos conseguiram resolver as questões, ainda que uns com mais dificuldades do que outros. As estratégias utilizadas pelos grupos foram igualmente comuns, a estratégia de tentativa e erro na construção de figuras e a estratégia de contagem na confirmação do perímetro e da área no final da construção das mesmas. Durante este processo, fui percorrendo os diferentes grupos, com o intuito de perceber o que estavam a desenvolver e ainda para fotografar a respetiva resposta a cada umas das questões para que no momento de discussão as pudesse projetar no quadro interativo.

Discussão da tarefa

A fase de discussão iniciou-se com a projeção das diferentes figuras obtidas pelos grupos, relativas à primeira questão. De seguida fiz o mesmo para as restantes questões. Após projetar as formas obtidas da primeira questão propus aos alunos que explicassem como obtiveram as suas soluções.

Grupo 1: Primeiro fizemos no geoplano as formas e depois contámos o número de quadradinhos e deu 18 de área. Depois contámos os lados de fora dos quadrados e deu também 18. Na outra figura fizemos igual e deu área 12 e perímetro 22.
Grupo 4: A segunda figura tem menos 6 quadradinhos do que a primeira.
Professora: É verdade. Mas que podemos dizer da primeira forma, se tem 18 de área e 18 de perímetro?
Grupo 2: A forma tem a mesma área e o mesmo perímetro.
Professora: Exatamente. O valor do perímetro é igual ao valor da área.
Grupo 4: Na segunda forma então podemos dizer que o perímetro é maior, porque tem mais 10 que a área.

Todos os alunos responderam consensualmente a esta questão, sem levantarem grandes dúvidas. Relativamente à questão número 2, saliento que 4 grupos obtiveram um retângulo 3x5, no entanto houve um grupo que conseguiu um quadrado 4x4.

Professora: Expliquem como fizeram.
Grupo 3: Primeiro fizemos um quadrado mais pequeno, mas não dava, porque o perímetro era sempre maior que a área. Fomos fazendo sempre assim e quando fizemos este contamos e dava certinho.

Através desta resposta é percetível a utilização da estratégia de tentativa e erro.

A questão número 3 não levantou grandes dificuldades, dado que os alunos já tinham experimentado formas que respeitavam estas condições, quando tentavam responder à questão anterior.

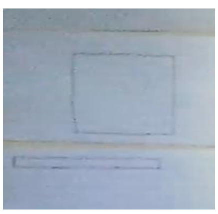


Figura 7- Representação de duas formas representadas pelo grupo 4, em que o perímetro é superior à área.

Relativamente às questões números 4, 5 e 6, os grupos não revelaram grande dificuldade. Todos os grupos encontraram formas adequadas que respeitavam as condições do enunciado. No entanto, o grupo 1 apresentou uma forma com um erro interessante de explorar.

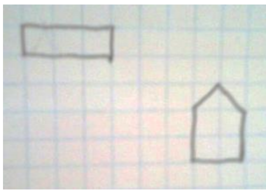


Figura 8. Erro na representação de formas com perímetro 8 mas com áreas diferentes (Grupo 1).

Sugeri ao grupo que explicassem aos colegas o que tinham feito.

Grupo 1: Nós começamos a fazer a forma no geoplano e pensámos que se em cima tem 3 de perímetro, em baixo também vai ter. E, depois só faltam dois para chegar a 8, e como são dois lados, cada um só podia ter 1 de perímetro. Depois contámos e vimos que a área era 3.

Professora: E na outra figura como é que pensaram? Expliquem-se bem!

Grupo 1: Nessa nós começamos a fazer um retângulo primeiro, mas demos conta que ficava 10 de perímetro. Então íamos alagar e fazer outra forma, mas ele (aluno) lembrou-se que para tirarmos 2 ao perímetro e ficar 8, podíamos fazer assim, fazer triângulos e ficamos com área 5. E o perímetro já deu 8.

Professora: Então e vocês (restante turma) concordam com o que os colegas fizeram?

Turma: Sim (em coro).

Professora: Eu também concordo que a área seja 5, até porque a junção de dois triângulos origina um quadrado. No entanto, temos um problema! Desenhem todos no vosso caderno quadriculado um quadrado de medidas 6x6.

Devido ao ano de escolaridade destes alunos, os mesmos não conheciam o conceito de diagonal do quadrado. Por esse motivo, decidi abordar de modo informal esse conceito.

Professora: Quanto mede cada lado do quadrado?

Aluno 1: Mede 6.

Professora: E agora meçam a distância que vai de um vértice ao vértice oposto do quadrado, que se chama diagonal do quadrado.

Aluno 8: O meu mede mais ou menos 8,5

Aluno 3 e 4: O meu também.

Professora: O que concluímos disso?

Aluno 13: O lado do quadrado é maior que o daquele nome que a professora disse à bocado.

Professora: Chama-se diagonal do quadrado. Concordam com o que o aluno 13 disse?

Aluno 5: Não! É ao contrário, porque a diagonal tem 8,5 e o lado só tem 6.
Professora: Então quanto mede a mais a diagonal?
Aluno 3: Mede mais um.
Aluno 2: Mede mais um e meio, porque é 8,5.

Através desta abordagem informal é percetível que os alunos compreenderam que o valor da diagonal é superior ao valor do lado do quadrado. Por esse mesmo motivo, o objetivo era levá-los a entender que não podiam considerar a diagonal como uma unidade na contagem do perímetro, porque o valor é diferente dos restantes.

Retomamos a discussão da resolução do grupo 1 e sugeri aos alunos que pensassem novamente sobre o que os colegas tinham feito.

Grupo 2: Já percebemos. Eles contaram o perímetro e deu lhes 8, porque contaram o número de tracinhos, mas com a régua deve dar mais do que oito.
Professora: Porquê?
Grupo 2: Porque a diagonal é maior que o lado, por isso ultrapassa.
Grupo 3: Pois, a diagonal não é igual ao lado, por isso não pode dar 8.
Grupo 4: Então não se podia fazer assim, porque nós aqui queremos perímetro com 8 lados do quadrado e a diagonal não é um lado é a diagonal, mede mais.
Professora: Se tem medidas diferentes o que podemos dizer sobre as unidades de medida?
Grupo 1: São diferentes. A diagonal é diferente do lado.
Professora: Como a medida da diagonal é superior à medida do lado do quadrado não podemos considerar, porque estamos a misturar diferentes unidades de medida, certo?
Grupo 4: Certo. Não podia ser assim, porque não dá 8 de perímetro. Dava para a área, mas para o perímetro não.

Devido à falta de tempo, apenas dois grupos conseguiram responder à questão 7, desenhando a forma que se segue:

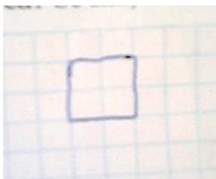


Figura 9- Forma desenhada pelo grupo 2, em que o valor do perímetro é o dobro do valor da área.

Apesar de os alunos apenas terem encontrado uma forma que respeitasse as condições do enunciado, considerei pertinente mostrar-lhes que havia mais possibilidades, desenhando no quadro uma figura com 6 de área e 12 de perímetro.

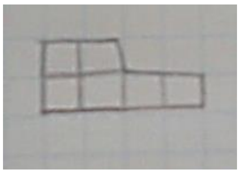


Figura 10. Representação de uma forma com o dobro do perímetro comparativamente ao valor da área.

A questão número 8 não foi explorada por nenhum dos grupos devido ao fator tempo. Mesmo assim, considerei pertinente abordá-la e por isso projetei no quadro um quadrado 8x8 e questionei os alunos sobre o valor da área e do perímetro da figura representada. Depois de contabilizarem o perímetro e a área, os alunos comprovaram a veracidade da minha resposta, compreendendo que a forma que eu desenhei respeita as condições do enunciado.

A discussão permitiu aos alunos compreender que existiam várias formas que podiam ser desenhadas para responder às mesmas condições do enunciado. Assim, apesar da complexidade da tarefa, os alunos encontraram respostas distintas, que através da discussão passaram a conhecer.

Sistematização das aprendizagens matemáticas

Após concluírem que apesar dos grupos obterem formas distintas todas elas eram aceitáveis, constatou-se que havia formas que embora fossem diferentes tinham o mesmo perímetro e a mesma área.

Professora: A que se deve isso?
Aluno 8: Isso depende da maneira como dispomos os quadrados.
Aluno 2: Se juntarmos muito os quadrados o perímetro vai diminuir, se os separarmos o perímetro vai aumentar.

Os alunos concluíram que os valores do perímetro e da área variam devido à disposição dos quadrados e ainda que para cada condição imposta no enunciado havia várias soluções. A aula terminou com uma questão que levantei sobre qual a unidade de medida utilizada para responder a esta tarefa. Todos os alunos aludiram que a unidade de medida da área era o quadrado, enquanto a unidade de medida do perímetro era o lado do quadrado.

Distância e comprimento

Na terceira aula da minha intervenção pedagógica os conteúdos abordados foram "Distância e comprimento" através da abordagem de uma tarefa realizada em grupos de quatro elementos. Através desta tarefa procurou-se encontrar o menor e maior perímetro possível através de uma área fixa.

Quadrados Baralhados A Joana e a Maria são duas primas que gostam muito de Matemática! Todos os dias se juntam na casa da avó e aproveitam para jogar aos "quadrados baralhados". Hoje, decidiram utilizar 8 quadrados coloridos para obter o maior perímetro possível, mas estão com algumas dificuldades. Os quadrados têm de ter pelo menos um lado em comum. Consegues ajudá-las? a) Qual o maior perímetro que consegues obter? b) Qual o menor perímetro que consegues obter? c) Das formas que encontraste com maior perímetro, que semelhança existe entre as disposições dos quadrados? d) Agora que já conheces a regra, consegues determinar rapidamente o maior perímetro possível utilizando 12 quadrados? E com 24? E com 30?

A aula iniciou-se com a revisão dos conceitos de área e perímetro através de exemplos práticos do dia-a-dia. Seguidamente distribui os enunciados e os oito cartões coloridos por cada um dos diferentes grupos.

Introdução da tarefa

Solicitei a um aluno da turma que lê-se o enunciado em voz alta, para o grande grupo. Depois disso, questionei os alunos sobre o que lhes sugeria a tarefa, levando-os a interpretarem a mesma. No entanto, surgiram algumas dúvidas.

Aluno 1:	Professora o que é que quer dizer "os quadrados têm de ter pelo menos um lado em comum"?
Professora:	Alguém sabe explicar ao vosso colega? (Ninguém respondeu)
Professora:	Quantos lados tem um quadrado?
Aluno 10:	Tem 4.
Professora:	Então quando juntámos dois quadrados, um dos lados de ambos os quadrados tem de se tocar.

Considerei que era mais percetível para os alunos compreenderem através de um exemplo prático, o que me levou a utilizar dois dos oito quadrados disponíveis e a exemplificar o que era pretendido. Alguns alunos questionaram se os quadrados podiam ser dispostos de modo a tocarem os vértices. Mostrei que não era possível, visto que desse modo não havia lados em comum. Seguidamente questionei-os sobre qual o valor da área das figuras que iam obter.

Aluno 5:	Temos de contar depois de juntarmos os quadrados todos.

Aluno 15:	Não é preciso. Nós sabemos que usamos sempre estes quadrados, por isso a área vai ser a mesma.
Professora:	Então qual será o valor da área?
Aluno 9:	A área vai ser 8, porque são 8 quadrados.

Os alunos evidenciaram que o valor da área era 8, uma vez que o número de quadrados utilizados seria sempre o mesmo. O objetivo era fazer formas diferentes com aqueles quadrados. A questão c) foi a que gerou maior dificuldade de interpretação. Alguns dos alunos não compreenderam o significado da palavra dispor, que lhes pude explicar.

Desenvolvimento da tarefa

Alguns grupos de trabalho começaram a manusear os quadrados, ainda que utilizando apenas dois dos oito quadrados. Este aspeto aconteceu devido à minha exemplificação na fase de introdução. Depois disto, disse ao grande grupo que tinham de utilizar todos os quadrados em simultâneo. Na exploração da questão a) e b), os alunos utilizaram duas estratégias, a de tentativa e erro, dispondo os quadrados de formas diferentes, e ainda a de contagem, contabilizando o valor do perímetro de cada uma das formas obtidas. Quanto à questão c, todos os alunos chegaram a conclusões interessantes, redigindo-as sem grande dificuldade. A questão d) foi explorada de modo diferente pelos grupos. À exceção de um dos grupos, todos desenharam os 12, 24 e 30 quadrados respetivamente, na folha de registo quadriculada, e contaram o maior perímetro obtido. O grupo 5 utilizou a estratégia da generalização (N°. de lados de cima×2+2).

Discussão da tarefa

Esta fase iniciou-se com a apresentação das respostas à questão a) pelos diferentes grupos. Por uma questão de tempo, optei por desenhar as diferentes formas no quadro:

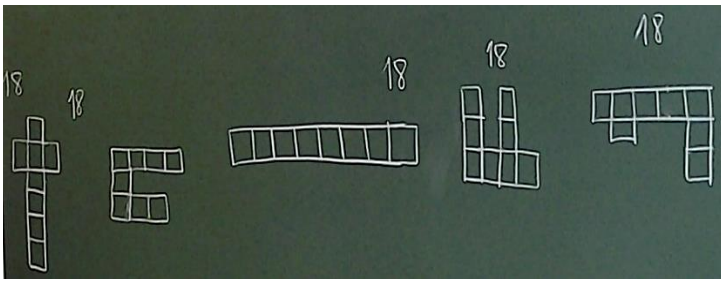


Figura 11- Formas que representam o maior perímetro possível com 8 quadrados.

Os alunos perceberam que o maior perímetro possível era 18. Questionei-os sobre o modo como obtiveram cada forma. Todos os grupos referiram que foram fazendo formas diferentes e contabilizando o valor do perímetro.

Para responder à questão b) foram apresentadas duas formas diferentes, a primeira proposta pelo grupo 2 e a segunda pelo grupo 4.

Figura 12- Representação do menor perímetro possível utilizando 8 quadrados.

A primeira forma representava uma resposta admissível, enquanto a segunda foi obtida através de um erro de contagem.

Professora: Qual é o valor do perímetro?
Grupo 4: É 11.
Professora: Como chegaram a essa resposta?
Grupo 4: Nós contámos os tracinhos em toda volta da figura e deu 11.
Professora: Vamos então contar novamente.
Professora: Afinal deu 14.
Grupo 4: Pois deu, devemos ter contado mal.

O grupo admitiu que o perímetro era 11 quadrados, visto que a parte de cima da figura coincidia com o extremo da folha, logo não contabilizaram os 3 lados referentes aos 3 quadrados de cima.

A questão c) não suscitou grandes dúvidas. Todos os alunos retiraram boas conclusões.

Grupo 1: Todas as formas têm o mesmo perímetro que é 18 lados do quadrado.
Grupo 2: A semelhança é que nas figuras com 18 de perímetro no meio é sempre menos 2 lados escondidos e nas pontas é sempre menos 1.
Professora: Explica melhor a tua ideia.
Grupo 2: Quando nós tínhamos 18 de perímetro os quadrados estavam todos seguidos e então os quadrados das duas pontas perdiam um lado do quadrado, que já não contava como perímetro. Os que estavam no meio perdiam dois, porque era um de um lado e um do outro.
Professora: Então como é que conseguimos obter as figuras com menor perímetro possível?

Aluno 5: Os que estão encaixados só de um lado só perdem um de perímetro. Quando estão mais juntos há mais lados tapados e então perde mais de perímetro.

Professora: O que devemos fazer para obter o menor perímetro possível?

Aluno 4: Temos de tentar juntar, para que o máximo de lados fique escondido e assim não contar como perímetro.

Professora: Quer então dizer que para conseguirmos obter formas com o maior perímetro possível, cada quadrado tinha de tocar quantos lados de outro? Olhem para as figuras!

Aluno 1: Ah...cada quadrado só pode perder um lado ou dois (os do meio), por isso só pode tocar um lado do outro. O grupo 2 tinha razão!

Através deste momento de discussão é percetível que alunos constataram que quanto mais juntos estivessem os quadrados menos lados contavam como perímetro, logo o perímetro era menor. Ao passo que quanto mais dispersos estivessem os quadrados, maior era o valor do perímetro.

A discussão da questão d) começou com a apresentação das respostas de cada um dos diferentes grupos no quadro. Todos os grupos obtiveram respostas certas, dado que desenharam o número de quadrados pedidos, na folha de registo quadriculada, e procederam à contagem. O grupo 3 foi mais além, uma vez que conseguiu formular e justificar a seguinte conjetura.

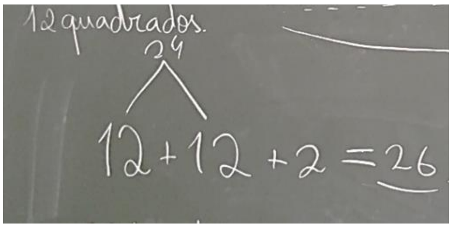


Figura 13- Conjetura sobre o maior perímetro possível com 12 quadrados.

Um dos alunos do grupo 3 foi ao quadro justificar a conjetura que formulou para encontrar o maior perímetro possível com 12 quadrados. Inicialmente apresentou algumas dificuldades na justificação da resposta, no entanto surgiram ideias interessantes.

Aluno 3: Nós conseguimos criar uma regra. Contamos os de cima x 2 (os de baixo) + 2.

Professora: Então explica lá porque multiplicaste por dois e porque somaste igualmente dois?

Aluno 3: Nós sabemos que são 12 quadrados e por isso os lados de cima são 12. Depois multiplicamos por 2 porque os de baixo também vão ser 12 claro.

Professora: Então e o + dois surge de onde?

Aluno 2: O + 2 aparece porque é o lado dos quadros das pontas.

A justificação da conjetura pelo grupo 3 foi bem conseguida. Os alunos concluíram que dispondo os quadrados, de modo a tocarem apenas com um dos lados no quadrado seguinte, obtinha-se a forma com o maior perímetro possível. Assim, sendo a forma obtida um retângulo, consideravam um dos lados referentes à largura e multiplicavam por dois. Como o comprimento era sempre um, contabilizavam um de um lado e outro do outro, obtendo 2.

Professora: E se eu em vez de ter 12 quadrados tivesse 20? Qual seria o maior perímetro possível?
Alunos 5: Era 20 mais 20+ 2, que dá 42.
Professora: Muito bem! E com 50 quadrados?
Aluno 10: Era 50 +50 que dá 100+ 2 e dá 102.
Professora: E com 100 quadrados aluno 7?
Aluno 7: Dá 202 quadradinhos.
Professora: E com 1000 quadrados?
Aluno 8: Dá 2002.

A discussão terminou com a apresentação da resposta do grupo 3 à questão d), que convenceu o grande grupo da validade da conjetura apresentada. Os alunos que tinham desenhado na folha quadriculada as 12, 24 e 30 quadrículas e contabilizado comprovaram a validade da resposta.

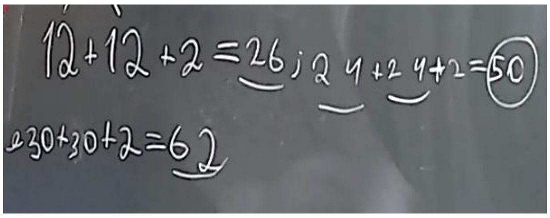


Figura 14. Representação da conjetura para encontrar o maior perímetro possível com 12 quadrados.

Sistematização as aprendizagens matemáticas

No último momento da aula elucidei os alunos da importância da formação de conjeturas, nomeadamente da formulada pelo grupo 3. Ainda que alguns grupos tivessem obtido uma resposta certa, não utilizaram a estratégia mais correta. A maioria dos grupos desenhou o número de quadrados pedidos e no final contabilizou o valor do perímetro. O desafio que propus a esses mesmos grupos foi responder a essa mesma questão, mas para 1000 quadrados. Os alunos aperceberam-se de que não fazia sentido desenhar 1000 quadrados e utilizaram a conjetura que foi validada no grupo turma. Durante esta fase, os alunos entenderam que a cada questão se adequa a utilização de estratégias diferentes, realçando a importância do estabelecimento de conjeturas na questão explorada. Esta fase da aula terminou com o registo da lei de formação em grande grupo no quadro e posteriormente no caderno diário: Número de quadrados × 2+ 2.

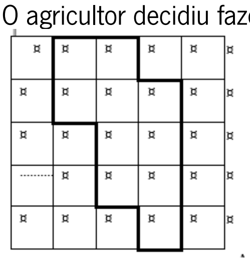
Área

Na quarta e última aula da minha intervenção pedagógica ao nível do 1°. ciclo, o conteúdo estudado foi a 'Área' através da exploração de uma tarefa realizada em pequenos grupos. Procurou-se medir áreas utilizando unidades não convencionais.

A cerca do agricultor.

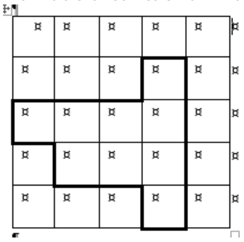
O Senhor José é um agricultor que tem muitas galinhas. Mas, tem um problema. São tantas, que o espaço onde elas estão acaba por se tornar pequeno. Para resolver o problema, o agricultor decidiu cercar o seu terreno com 16 secções de cerca. As várias secções só se podem unir numa linha reta ou em ângulos retos. Consegues ajudá-lo a colocar a cerca, de modo que as galinhas disponham do maior espaço possível?

O agricultor decidiu fazer um plano e começou por dispor as secções da cerca desta forma:



A área no interior da cerca é 10 quadrados.

Fez outra tentativa. Desta vez a área é menor. São 9 quadrados.



a) Consegues descobrir uma maneira melhor de dispor a cerca de forma que as galinhas disponham do maior espaço possível?
b) Mais tarde, o agricultor comprou mais 4 secções de cerca. Qual passa a ser a maior área possível para as galinhas esgravatarem?
c) Utilizando agora 24 secções de cerca qual será a maior área possível? E com 28? E com 32? Explica como pensaste.

Nesta tarefa não foi disponibilizado qualquer tipo de material, uma vez que os conceitos de área e de perímetro já estavam interiorizados.

Introdução da tarefa

A fase de introdução da tarefa começou com a leitura da mesma, em voz alta por um aluno. Depois da leitura surgiram algumas dificuldades, designadamente na interpretação de determinadas palavras. A maioria dos alunos não conhecia a palavra cercar, o que implicou uma explicitação da minha parte. Seguidamente, questionei os alunos sobre o que era um ângulo reto, o que o Aluno 1 ilustrou com a posição de canetas.

Definidas as unidades de medida referentes à área e ao perímetro, solicitei a um aluno a ida ao quadro para que dispusesse, com a ajuda dos colegas, 8 secções de rede, respeitando as condições que eram impostas no enunciado. O aluno revelou ter interpretado corretamente o enunciado, dispondo a cerca de modo a formar ângulos de 90 graus. Questionei a turma sobre o valor da área e do perímetro. Percecionei que alguns alunos tiveram de contar, outros referiram rapidamente que o perímetro era 16, porque era o número de cercas que o agricultor tinha disponíveis.

Desenvolvimento da tarefa

Todos os grupos começaram por desenhar diversas formas na folha de registos quadriculada, sem seguirem qualquer regra. No entanto, o grupo 5 revelou não ter interpretado corretamente o enunciado quando desenhou formas com perímetro superior a 16. Sugeri ao grupo que relesse o enunciado. As estratégias utilizadas pelos grupos foram tentativa e erro, contagem e generalização.

Professora:	Como obtiveram essas formas?
Grupo 1:	Fomos desenhando as figuras com as 16 vedações e contámos os quadradinhos de dentro e deu-nos a maior área, 16.
Grupo 4:	Encolhemos ao máximo a figura.

Os alunos entenderam que quanto mais quadrados juntarem maior é a área da figura. Assim, a maioria dos grupos conseguiu obter a resposta correta, que foi dispor a cerca de modo a formar um quadrado 4×4. Para dar resposta à segunda questão, os alunos utilizaram os mesmos processos, obtendo o quadrado 5×5.

Finalmente, para responderem à questão c), a maior parte dos alunos procedeu de acordo com as estratégias utilizadas anteriormente, à exceção do grupo 1 que generalizou. Outros, por sua vez, concluíram que a figura continuava a ser um quadrado, no entanto utilizaram diferentes estratégias para determinar o valor da área de cada uma das figuras. A maioria procedeu à contagem do número de quadrados de cada uma das figuras. Um dos grupos generalizou, ainda que com erros, determinando a área de cada figura através das seguintes expressões:

6+6+6+6+=24
Temos um quadrado com lado que mede 6.
$6\times 4 = 24$

O grupo conseguiu estabelecer uma regra para encontrar o valor do lado do quadrado. No entanto, para determinar o valor da área utilizou o produto entre o valor do lado e o número de lados do quadrado.

Discussão da tarefa

A fase de discussão da tarefa iniciou-se com o confronto das formas propostas pelos diferentes grupos, que desenhei no quadro no momento final da fase de exploração. Todos os grupos, exceto o que utilizou um perímetro superior a 16, chegaram à conclusão correta. Questionei os alunos sobre como concluíram que a forma que responde à primeira questão era a que está representada no quadro.

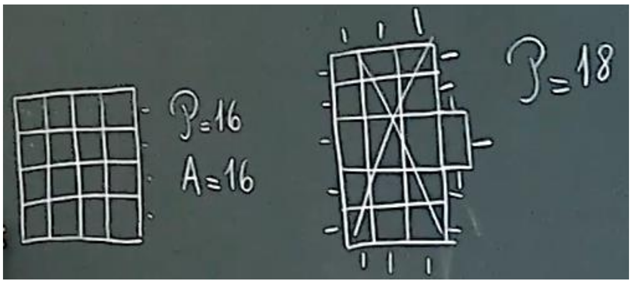


Figura 15- Proposta de otimização da área com perímetro 16.

Após a análise das diferentes respostas, os alunos concluíram que os colegas do grupo 1 se enganaram na contagem do perímetro e portanto a forma não podia ser considerada.

Professora: Como vos deu perímetro 16?
Aluno 8: Nós fizemos a figura e contámos os traços, mas já vi que nos enganámos.
Aluno 1: Não podiam fazer assim, porque só tinham 16 cercas!
Aluno 5: Só podiam desenhar essa forma se tivessem 18 cercas.
Professora: 18 cercas que corresponde ao valor de quê?
Aluno 4: Do perímetro.

Como os restantes grupos apresentaram a forma evidenciada em cima para responder à primeira questão, o aspeto mais pertinente era levar os alunos a explicarem como chegaram à resposta correta, o quadrado 4×4.

Professora:	Expliquem-me como descobriram que a forma era o quadrado com 4 quadradinhos de lado.
Aluno 5:	Nós primeiro desenhamos muitas formas e fomos contando a área de cada uma. Depois vimos que a maior era essa (quadrado 4×4).
Aluno 10:	Nós também foi assim, mas foi um bocado difícil encontrar a resposta certa.
Professora:	Aquele grupo fez de forma diferente. Expliquem aos vossos colegas como fizeram.
Aluno 16:	Primeiro fomos desenhando, mas depois percebemos que se um lado for muito maior que o outro a área vai diminuir.
Professora:	Mas concluíram isso?
Aluno 16:	Desenhamos um retângulo que tinha 5 quadrados de largura e 3 de comprimento e vimos que a área era mais pequena. Depois ainda esticamos mais o retângulo e desenhamos um com 6 de comprimento e 2 de largura e vimos que ainda era mais pequena.

Enquanto o aluno 16 explicitava o raciocínio adotado pelo seu grupo, fui desenhando as formas no quadro para clarificar a sua explicitação.

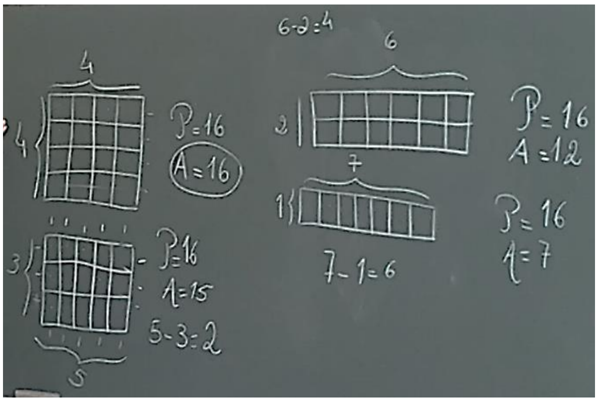


Figura 16- Explicitação do raciocínio pelo grupo 4.

Assim, calculou-se a diferença dos respetivos lados da cada figura apresentada. A turma compreendeu que quanto maior era a diferença entre o valor dos lados da figura menor era a sua área. Este raciocínio foi interessante, pois implicou a decomposição das figuras e transformação noutras. Os alunos compreenderam que se retirassem uma fila de quadrados de um lado, teriam de compensar do outro lado, uma vez que o perímetro era sempre o mesmo. Esta evidência provou que o quadrado é a figura que apresenta maior área possível, atendendo que a diferença entre a medida de cada um dos seus lados é 0.

Seguiu-se a discussão da questão b), questão que se relacionava com a anterior. Não surgiram tantas dificuldades e todos os grupos responderam o quadrado 5×5. Um dos grupos deu uma resposta errada:

Grupo 1: Nós tínhamos encontrado um retângulo com 6 quadrados de largura e 4 de comprimento, mas o vosso dá uma área maior, porque tem os dois lados iguais (comprimento e largura).

Professora: Expliquem como chegaram a essa conclusão.

Grupo 3: Nós contámos os nossos e tinha dado 24 quadrados e este dá 25, por isso a área é maior.

A última questão foi a que gerou mais controvérsia. Os grupos que tinham utilizado a estratégia de tentativa e erro foram os que tiveram mais dificuldades em resolver a questão.

Professora: Expliquem como chegaram a esses valores.

Grupo 2: A nós deu-nos com 24 cercas, 36 de área. Com 28 deu-nos 49. E com 32 cercas deu-nos 64 de área.

Professora: Muito bem! Mas, como chegaram a essa conclusão?

Grupo 2: Quando respondemos às perguntas de cima vimos que dava sempre quadrados e então também nestas tinha de ser. Desenhamos os 3 quadrados e depois contámos a área que cada um tinha.

Após este diálogo, constatei que este grupo tinha concluído que o maior espaço possível era dispor as secções em forma de quadrado. Seguidamente, pedi ao grupo que generalizou que explicasse o seu raciocínio.

Grupo 4: Nós sabíamos que tinha de ser um quadrado e para saber qual era fizemos 24 a dividir por 4 e deu nos 6.

Professora: Mas 24 a dividir por 4, porquê?

Grupo 4: Porque é um quadrado.

Aluno 15: Então tem 4 lados.

Grupo 4: Sim, assim descobrimos o número de quadrados de cada lado do quadrado grande. Depois, vimos que nos outros quadrados (solução da questão a e b) dava para fazer 4×4 que dava 16 de área e contámos e dava mesmo. E no outro 5×4 que deu vinte.

Professora: Mas a área do quadrado que respondemos na questão b) era 25 e não 20. Ora contem lá!

Grupo 4: Enganamo-nos.

Professora: Pensem um pouco. Nós já vimos que num quadrado 4×4 tinha-mos 16 quadradinhos como área. Num quadrado 5×5 tinha-mos 25 de área. Agora os vossos colegas que contaram os quadradinhos do quadrado 6×6 viram que a área dá 36. Por último viram que o quadrado 7×7 deu 49. Não conseguem ver nenhuma regra?

Ao mesmo tempo que interagia com os alunos, fui registando no quadro, para que a visualização fosse mais simples.

Aluno 5: Se calhar dá para ver assim, com 4 de lado dá 16. Com 5 dá 25, então dá mais 9. Com 6 também vai dar mais nove.

Aluno 11: É isso, descobriste!
Professora: Ora contem lá quanto é que vai de 25 para 36.
Aluno 3: Vão 11.
Aluno 5: Já não dá.

Esta dificuldade dos alunos em generalizar era de esperar, uma vez que os alunos, para além de desconhecerem a fórmula dá área do quadrado, não conheciam ainda as tabuadas.

Sistematização das aprendizagens matemáticas

Esta fase centrou-se mais na minha atividade, na medida em que considerei pertinente que os alunos tivessem conhecimento da possível conjetura para responder a esta questão. O raciocínio utilizado pelo grupo 4 para encontrar a medida do respetivo lado de cada quadrado foi muito bom. Assim sendo, aproveitei-o e criámos uma conjetura.

Perímetro dado$\div$ $nº\ de\ lados\ do\ quadrado$ $=$lado do quadrado

Seguidamente, decidi propor-lhes uma regra para calcular o valor da área do quadrado, uma vez que um dos grupos tentou fazê-lo, ainda que sem sucesso. Através das formas que obtivemos anteriormente ilustrei aos alunos que a área de cada quadrado pode ser calculada através do produto do valor de dois lados da figura. Assim, sugeri que calculassem a área do quadrado obtido na questão a). Inicialmente, alguns alunos revelaram dificuldade, visto que ainda não estudaram as tabuadas, no entanto alguns deles referiram "4×4 é o mesmo que fazer 4+4+4+4." Considerei pertinente esta observação e propus aos alunos que calculassem desta forma, porque de facto era a mais acessível para eles. Fizeram o mesmo para a questão b) e para a questão c).

No final, concluíram que a regra fazia sentido, uma vez que contabilizaram os quadrados e deu os mesmos valores. A sistematização da tarefa terminou com o registo no quadro e, posteriormente, nos cadernos diário da regra definida para determinar a área das figuras.

3.2. Intervenção pedagógica no 2.º ciclo

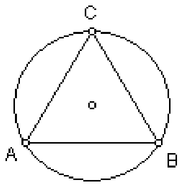
No desenvolvimento da minha intervenção pedagógica no 2.º ciclo, as aulas que lecionei incidiram no estudo de 'Isometrias do plano'.

Isometrias do plano: Rotação

Na primeira aula da minha intervenção pedagógica no 2.º ciclo, os conteúdos estudados foram 'Isometrias do plano' através da resolução de uma tarefa pelos alunos em pares. Procurou-se desenvolver a noção de rotação, reconhecer o sentido de uma determinada rotação e ainda determinar a rotação de uma figura. Para a resolução desta tarefa foi utilizado o GeoGebra. Os alunos já estavam familiarizados com este software.

Explorando isometrias.

1- Marca o ponto M e um centro O e procede à rotação de +45°. De seguida procede a outras rotações, nomeadamente -45°, +90°, -120°, 180°, -315°, +360° e -360°. Explica o que verificaste.
2- Na figura está representada uma circunferência de centro O e um triângulo equilátero nela inscrito. Faz uma rotação de centro O e amplitude de +120° e explica o que aconteceu ao ponto B e ainda ao ponto C.



3- Constrói um triângulo [ABC]. Considerando o centro de rotação exterior ao triângulo, determina a rotação do triângulo com centro num ponto e de amplitude de -50° e 60°. O que concluis relativamente aos triângulos?

A aula iniciou com o levantamento de conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de rotação e de alguns exemplos de rotações. Surgiram diversos exemplos, de entre os quais se destacam os carrosséis, o relógio, a roda gigante, as ventoinhas, as rodas dos carros e o planeta Terra. Através de um relógio de ponteiros e de uma ventoinha eólica, representada em papel, exploraram-se as noções de centro de rotação, sentido de rotação e amplitude de rotação. Era pertinente familiarizar os alunos sobre os conceitos supracitados, uma vez que a exploração da tarefa dependia dos mesmos.

Introdução da tarefa

A fase de introdução da tarefa iniciou-se com a leitura do seu enunciado em voz alta por um aluno. Todos os alunos compreenderam o que era pretendido fazer. Propus aos alunos, organizados em pares, que marcassem no GeoGebra os pontos A e O (centro da rotação) e procedessem a uma rotação de 180° e 360°.

Neste momento inicial de introdução dois alunos conversaram entre si para tentar compreender o objetivo da tarefa.

Aluno 4: Temos de colocar o ponto A e depois o ponto O.
Aluno 7: E depois?
Aluno 4: Este fica como centro e então pedimos a rotação de 180º deste ponto A com centro neste ponto O e depois fazemos o mesmo para 360º.

Desenvolvimento da tarefa

Os alunos começaram a explorar a tarefa, no entanto revelaram algumas dificuldades relativamente aos sentidos de rotação, bem como ao conceito de rotação de meia volta e de 360º.

Aluno 12: Ainda não entendi porque é que ao rodar +180º vai parar ao mesmo sítio quando rodei $-180°$.
Aluno 11: Se calhar fizemos mal.
Aluno 12: Se fizermos 360º positivo ou negativo também vai dar ao mesmo sítio.

Os alunos não perceberam porque rodando 180º o objeto, no sentido positivo ou negativo, iriam obter a mesma imagem. Esta dificuldade pode indicar que os alunos não compreendem o que significa 180º, embora pareçam já compreender o significado da rotação de 360º.

A estratégia utilizada para resolver a tarefa foi a tentativa e erro, sendo que os alunos tentavam verificar o local preciso das imagens do ponto M, ainda que com dificuldades, como expressa o par 1.

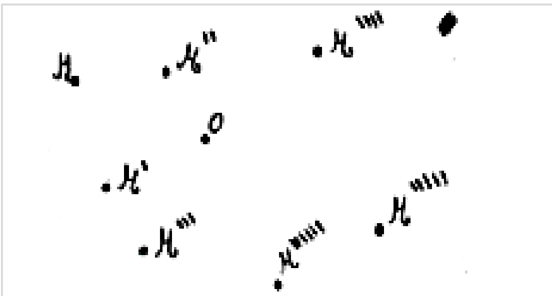


Figura 17- Previsão do local das imagens obtidas pela rotação do ponto M, pelo par 1.

Todos os alunos sentiram dificuldades em proceder à rotação antes da exploração no GeoGebra. Após resolverem a questão no GeoGebra, confrontaram as resoluções e identificaram os erros cometidos.

Par 5: Assim é muito melhor. Conseguimos perceber melhor a rotação e também ver o sítio certo para onde vão os pontos.
Par 7: Se repararmos bem, os pontos que marcamos parecem que estão todos numa linha curva. Os que tinha marcado no meu papel não estavam assim.

Os alunos indiciam denotar que o software os auxilia na visualização da rotação, uma vez que conseguem compreender melhor a distância dos pontos ao centro da rotação e concluir que qualquer ponto que detenha a rotação estará à mesma distância através de “uma linha curva”, como afirma o par 7.

Na rotação de um segmento de reta, as dificuldades persistiram na previsão do local onde se situaria a sua imagem. Após resolverem a questão no GeoGebra, os alunos levantaram algumas questões:

Aluno 8:	Como é possível que este segmento de reta [CA] vá para o sítio do outro [AB]?
Aluno 7:	O centro de rotação é o ponto O e, como é uma circunferência inscrita o segmento de reta gira em torno dela.
Aluno 8:	Vai mesmo para o outro lado do triângulo. É como se o triângulo fosse rodado para o outro lado.

Nenhum par conseguiu prever corretamente o deslocamento do segmento de reta rodado 120º no sentido positivo. Esta dificuldade foi colmatada quando os diferentes pares resolveram a tarefa no GeoGebra. Todos os pares apresentaram respostas através de texto escrito, como exemplificam as efetuadas pelos pares 3 e 5:

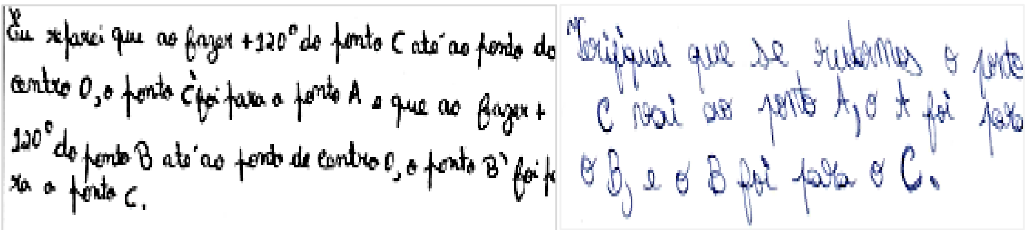


Figura 18- Respostas dos pares 3 e 5 relativamente à rotação do segmento de reta AC.

Ambas as resoluções mostram que os alunos compreenderam a rotação dos diferentes pontos A, B e C, respetivamente.

A última questão da tarefa foi explorada no GeoGebra. A maioria dos alunos apercebeu-se que os triângulos que surgiram (imagens do triângulo [ABC]) eram geometricamente iguais, ainda que sem apresentarem justificações.

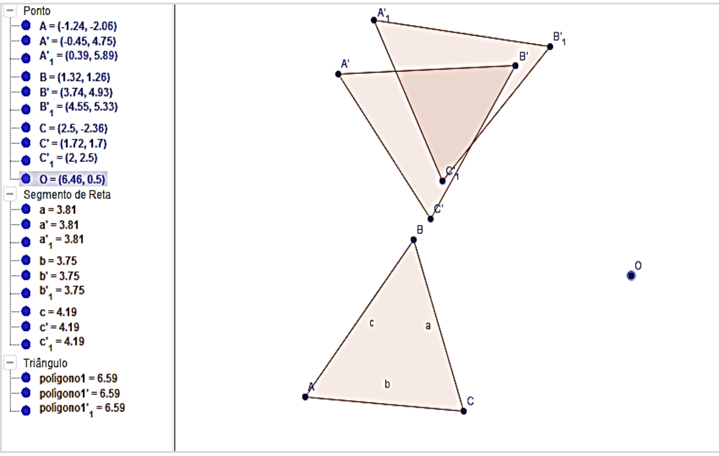


Figura 19- Rotação do triângulo [ABC] com centro O e amplitude +60° e $-50º$.

Os pares que resolveram esta questão concluíram que os triângulos obtidos eram geometricamente iguais.

Figura 20- Conclusão sobre os triângulos obtidos pela rotação do triângulo [ABC].

Desta forma, os alunos puderam, ainda antes da discussão, compreender que a rotação não vai alterar o tamanho dos segmentos de reta que constituem o triângulo nem a área do mesmo, como o aluno do par 1 indica: "Os lados do triângulo continuam a medir o mesmo e o espaço que ele ocupa também é o mesmo. A rotação só o fez mover-se mas, ele continua igualzinho". Este aluno concluiu que, apesar da alteração na posição e da localização, os triângulos [ABC] e [A'B'C'] são geometricamente iguais, ou seja, têm a mesma forma, dimensões e área.

Discussão da tarefa

Esta fase iniciou-se com o seguinte diálogo:

Professora: O que é uma rotação?
Aluno 10: Uma rotação é quando nós rodamos uma figura.
Aluno 2: É quando acontece movimento.
Aluno 15: Rodámos.
Professora: Movimento como?
Aluno 15: Circular.
Professora: Este movimento pode acontecer em que sentidos?
Aluno 3: No positivo ou no negativo (indicando com a mão o sentido).

Durante a fase de exploração da tarefa fotografei as produções dos alunos, para as projetar na fase de discussão. Após esta abordagem inicial foram apresentadas as resoluções dos diferentes grupos.

Professora: O que verificaram?
Par 6: Nós vimos que os pontos rodam e formam um círculo.
Professora: E porque é que isso acontece?
Par 6: Ao fazermos a rotação, como é um movimento giratório podemos rodar os pontos até 360°.
Professora: E o que verificaram quando fizeram a rotação 180° no sentido positivo e negativo?
Par 1: O nosso ponto foi ter ao mesmo sítio.
Par 5 e 6: O nosso também.
Professora: A que se deverá isso?
Par 8: Vai ter ao mesmo sítio porque é 180° para um lado e para o outro.
Professora: E isso acontece porquê?
Par 10: Porque a circunferência tem 360° e a rotação sendo no sentido positivo ou negativo vai ter precisamente ao mesmo sítio.
Professora: É isso mesmo. A rotação de 180° chama-se rotação de meia volta.

Através deste diálogo, apercebi-me da dificuldade que alguns alunos sentiram na conceção do conceito de rotação de meia volta.

Relativamente à segunda questão, todos os alunos conseguiram retirar as conclusões esperadas, ainda que sem perceberem como os pontos coincidiram uns nos outros.

Professora: Então expliquem-me como os pontos foram para os respetivos lugares?
Aluno 8: Porque foi uma rotação de 120°.
Professora: E 120° corresponde a que parte da circunferência?
Aluno 4: À terça parte.
Professora: Este triângulo é equilátero e está inscrito na circunferência cujo centro coincide com o centro da rotação. Se o triângulo fosse escaleno ou isósceles pensam que acontecia o mesmo?
Aluno 4: Não. Os vértices já não iam coincidir, porque os lados iam ser diferentes.

Através desta discussão concluímos que o centro da rotação, bem como a amplitude da rotação e o sentido da mesma influenciam a rotação das figuras. Os alunos verificaram que os vértices do triângulo coincidem uns com os outros, visto que se trata de um triângulo equilátero e a rotação foi de 120°.

A discussão da última questão iniciou-se com a apresentação das respostas dos diferentes pares. Os alunos que responderam a esta questão concluíram que os triângulos eram iguais.

Professora: Como concluíram que os triângulos são iguais?
Aluno 3: Ao olhar para eles dá para ver.
Professora: Essa não é uma boa justificação.
Aluno 10: Podemos dizer que são iguais pois nós fizemos a rotação de amplitude $-50°$ e depois fizemos de +50° e a imagem ficou sobreposta no objeto.
Professora: Isso significa que a imagem obtida através da rotação do objeto é sempre igual ao objeto. Mas porque será?
Aluno 3: Porque seja qual for a amplitude da rotação o triângulo fica igual.
Professora: E isso deve-se ao facto da rotação ser uma isometria.

Denota-se a dificuldade que os alunos revelaram em justificar a igualdade dos triângulos. Deste momento surgiu o conceito de isometria que como um aluno referiu: “então se a rotação é uma isometria podemos fazer muitas rotações e o triângulo vai dar sempre igual só que ter outro nome”. Os alunos concluíram que os triângulos são geometricamente iguais e que a rotação como isometria, mantem as dimensões do triângulo original.

Sistematização das aprendizagens

Na última fase da aula foram definidos em grande grupo os conceitos de rotação, rotação de meia volta, rotação do ângulo giro, rotação de um ângulo e de isometria.

Isometrias do plano: Simetrias de rotação e reflexão

Na terceira aula da minha intervenção pedagógica, os conteúdos trabalhados foram ‘Isometrias do plano’ através da análise de uma tarefa em pares. Procurou-se identificar simetrias de rotação e de reflexão de figuras dadas, através da utilização do mira e do livro de espelhos e de polígonos regulares em cartolina.

Introdução da tarefa

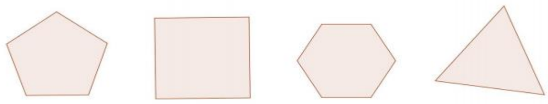
Após entregar a tarefa a cada par de alunos, um dos alunos da turma procedeu à leitura em voz alta da tarefa. A primeira questão suscitou dúvidas de compreensão, uma vez que os alunos não perceberam o que a questão lhes sugeria.

Simetria em polígonos

1- Utilizando o mira será possível obter a figura completa, partindo apenas de uma parte da mesma? Se possível, desenha os eixos de simetria

E como colocarias o livro de Espelhos de modo a obter a figura completa, partindo apenas de uma parte da figura? Se for possível, desenha os eixos e o ângulo de rotação.

2- Vamos identificar simetrias em polígonos regulares.



a) Identifica as simetrias de reflexão de cada um dos polígonos, desenhando o(s) respetivo(s) eixo(s). Preenche a primeira linha da tabela abaixo.
b) Indica todas as simetrias de rotação de cada um das figuras. Identifica o seu centro e amplitude do seu ângulo. Preenche a segunda linha da tabela:

N.º de lados do polígono regular	**3**	**4**	**5**	**6**
N.º de simetrias de reflexão (eixos de simetria)				
N.º de simetrias de rotação (amplitude de rotação)				

c) Analisando a tabela que preencheste, que conclusões podes tirar?

Aluno 1: Não percebi a pergunta 1. Como é que só podemos partir de uma parte da figura?
Professora: Como terás de colocar o mira?
Aluno 5: Temos de o por na figura para ver os eixos da figura.
Professora: Se colocares o mira sobre uma parte da figura o que acontecerá?
Aluno 1: Refletirá do outro lado.
Professora: Então o que representará o mira?
Aluno 5: O eixo de reflexão.

Os alunos não compreenderam a finalidade da utilização do mira, no entanto depois deste diálogo identificaram que o mira representara o eixo de reflexão. As restantes questões não suscitaram dificuldades, sendo que todos os alunos compreenderam o que era pretendido fazer.

Exploração da tarefa

Os alunos iniciaram a exploração da tarefa, utilizando o mira sem grandes dificuldades, uma vez que já tinham utilizado este material no 1.º ciclo. Os diferentes alunos foram colocando o mira numa parte da figura, de modo a obter a parte refletida da mesma.

Figura 21- Colocação do mira de modo a obter os eixos de simetria da figura.

Os alunos reconheceram que o mira representava os eixos de simetria de reflexão e foram-nos identificando sem dificuldades. Por sua vez, a utilização do livro de espelhos revelou-se um entrave na resolução da tarefa, uma vez que os alunos desconheciam este material. Auxiliei os alunos na colocação do livro de espelhos para que conseguissem responder à questão.

Figura 22- Colocação do livro de espelhos sobre uma parte da figura de modo a obter a figura completa.

Os alunos colocaram o livro de espelhos sobre o centro da figura, abrindo e fechando até obterem a figura completa. Para determinar o ângulo da rotação, contavam o número de divisões, que ficava bem visível no livro de espelhos, obtendo a amplitude de 90°.

Depois de familiarizados com ambos os materiais, os alunos identificaram as simetrias de reflexão e de rotação. Utilizaram os mesmos processos para encontrar os eixos de simetria e a amplitude de rotação dos polígonos. A estratégia utilizada pelos alunos para responderem a esta questão foi a tentativa e erro, uma vez que o par 5 tentou identificar os eixos de simetria e a amplitude e só depois utilizou os diferentes materiais, de modo a confrontar a sua resolução. O par 3 dobrou os polígonos de modo a obterem os eixos de simetria dos mesmos. Todos os pares conjeturaram, concluindo que o número de lados dos polígonos regulares é igual ao número de simetrias de reflexão e de rotação e a amplitude da rotação é obtida através da divisão de 360° pelo número de lados do polígono regular.

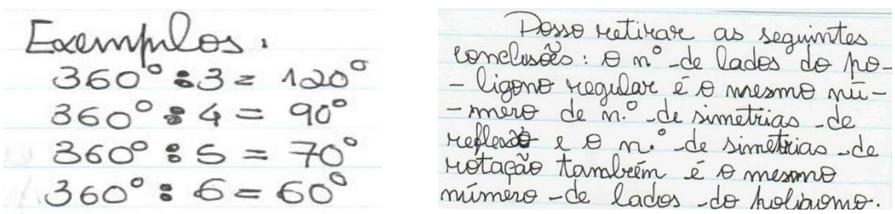


Figura 23- Conclusões retiradas pelos pares 4 e 2 respetivamente, sobre os eixos de simetria de reflexão e de rotação.

Discussão da tarefa

A discussão iniciou-se com a leitura das conclusões dos diferentes alunos. Todos os alunos identificaram os quatro eixos de simetria de reflexão e o ângulo de rotação da figura. A discussão referente à exploração dos eixos de simetria dos polígonos regulares começou com o preenchimento no quadro da respetiva tabela. Todos os grupos obtiveram os mesmos resultados:

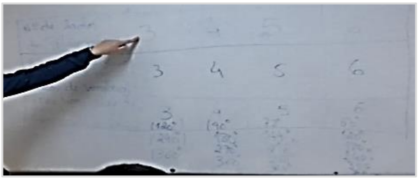


Figura 24- Apresentação da tabela referente às simetrias de reflexão e de rotação.

Através da análise da tabela exposta identifica-se o número de simetrias de reflexão e o número de simetrias de rotação, bem como a respetiva amplitude de cada um dos polígonos regulares.

Aluno 4: Nós utilizámos o mira e encontramos o número de simetrias de reflexão e o livro de espelhos para a rotação.

Professora: Expliquem como fizeram.

Aluno 10: Nós colocamos o livro de espelhos no centro da figura e abrimos até obtermos a figura completa. Depois vimos quantos eixos tinha e dividimos 360° pelo número de eixos.

Professora: Como chegaram a essa conclusão?

Aluno 11: A rotação tem que ver com ângulos. Uma rotação completa tem 360°.

Professora: Mas por que motivo dividiram 360° pelo número de lados do polígono?

Aluno 15: Porque os lados são todos iguais.

Na apresentação da sua atividade emergiu a dificuldade dos alunos em argumentar e justificar os resultados obtidos. Através da análise da tabela preenchida por todos os alunos, retiraram-se algumas conclusões.

Professora: Quais as conclusões que retiram do preenchimento da tabela?

Aluno 8: Nós concluímos que o número de eixos de simetria de reflexão é igual ao número de lados.

Aluno 5: Acontece o mesmo com o número de simetrias de rotação.

Professora: E a amplitude da rotação é obtida de que forma?

Aluno 2: Tem de se dividir 360° pelo número de lados do polígono. No quadrado dá 90°, 180°, 270° e 360°.

Professora: E os eixos de simetria por onde passam?

Aluno 2: Passam pelos vértices.

Professora: Todos eles passam pelos vértices?

Aluno 2: Não. Em alguns casos passam pelo vértice e pelo lado oposto.

Professora: Isso verifica-se em que polígonos?
Aluno 2: No triângulo.
Professora: Em mais nenhum dos polígonos?
Aluno 4: Também no pentágono.
Professora: Nos outros dois polígonos o que acontece?
Aluno 5: Acontece como no triângulo, mas também passam pelos lados.
Professora: Pelos lados como?
Aluno 3: Passa num lado e no oposto.

Verifica-se que os alunos conseguiram retirar ilações, no entanto manifestaram dificuldade em explicitá-las. O número de lados do polígono é determinante para calcular a amplitude das rotações. O número de simetrias de rotação é definido através do número de lados do polígono regular. E, por fim, identificaram por onde passam os eixos de simetria de cada um dos polígonos em análise, mas não perceberam a particularidade que define este aspeto.

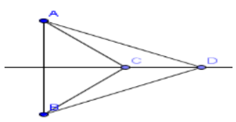
Sistematização da tarefa

Os alunos verificaram que o número de lados dos polígonos interfere com o local por onde passam os respetivos eixos de simetria. Se o número de lados do polígono é par, metade dos eixos de simetria passam por pares de vértices opostos e a outra metade passa pelos pontos médios de pares de lados opostos. Se o número de lados do polígono é impar, cada um dos seus eixos de simetria passa por um vértice e pelo ponto médio do lado oposto a esse vértice.

Resolução de problemas

Na quarta aula da minha intervenção pedagógica os alunos resolveram problemas sobre os conteúdos estudados em grupos de quatro elementos, utilizando raciocínio dedutivo, dos quais se destaca o seguinte:

A mediatriz
Na figura seguinte está representado o segmento de reta [AB] e a respetiva mediatriz CD.



a) O que podes dizer relativamente aos dois triângulos formados [BDC] e [CDA]? Justifica a tua resposta.
b) O que aconteceria se os pontos C e D estivessem contidos na mediatriz, num outro lugar? Justifica a tua resposta.

Introdução da tarefa

Após entregar a tarefa aos diferentes grupos, um aluno da turma procedeu à leitura do enunciado para averiguar se compreendiam o que se pretendia fazer.

Professora: O que nos sugere a primeira pergunta?
Aluno 4: Temos de falar dos dois triângulos, os dois pequeninos.
Professora: Na questão b) o que têm de fazer?
Aluno 7: Temos de pensar se os pontos C e D estivessem mais à frente ou atrás na mediatriz o que acontecia.
Professora: Mas o que acontecia a quem?
Aluno 5: Aos triângulos.
Professora: O que é a mediatriz?
Aluno5: A mediatriz divide ao meio.
Professora: Divide ao meio o quê?
Aluno 9: A reta.
Professora: Um segmento de reta. A mediatriz é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos do segmento de reta.
Aluno 5: O que é equidistar?
Aluno 4: É estar à mesma distância.

A interpretação da tarefa não despoletou grandes dificuldades, no entanto os alunos apresentavam não ter presente a noção de mediatriz de um segmento de reta que já tinha sido explorado anteriormente.

Desenvolvimento da tarefa

Após a interpretação da tarefa, um dos grupos releu o enunciado, enquanto os restantes começaram a resolvê-la. A maior parte dos grupos concluiu que os triângulos [BDC] e [CDA] eram geometricamente iguais, no entanto revelaram dificuldades na sua justificação. O grupo 1 e o grupo 4 utilizaram a régua para medir os respetivos lados dos triângulos. Estes grupos não retiraram interpretações dedutivas, limitando-se apenas a medições a fim de identificar se todos os lados correspondentes tinham o mesmo comprimento.

Os restantes grupos, ainda que com dificuldades, chegaram à conclusão através da propriedade da mediatriz e do critério de igualdade de triângulo (LLL).

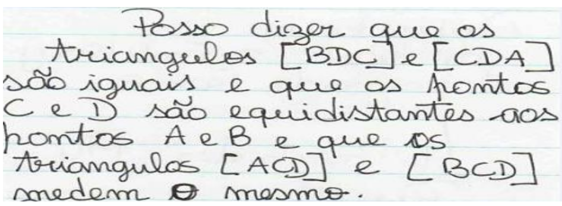


Figura 25- Justificação da igualdade dos triângulos [BDC] e [CDA] pelo grupo 2.

Destaca-se a dificuldade que os alunos têm na justificação de respostas, bem como na escrita das mesmas.

Na exploração da segunda questão, em que os alunos tinham de verificar o que acontecia caso os pontos estivessem, ainda que contidos na mediatriz, num outro lugar, todos os grupos revelaram dificuldades, o que era de esperar, uma vez que este tipo de tarefa pretende desenvolver o raciocínio dedutivo. Os grupos 1 e 4 desenharam no enunciado os respetivos pontos pertencentes à mediatriz e utilizaram novamente a régua para medir. O grupo 3 concluiu que "os triângulos iriam ser maiores ou menores, dependendo do sítio onde os pontos estivessem". O grupo 2 concluiu que "os triângulos continuariam iguais", visto que os pontos continuam a pertencer à mediatriz. Este grupo conseguiu aferir que independentemente da localização dos dois pontos na mediatriz estes triângulos se manteriam iguais apesar de não justificarem esta afirmação.

Discussão da tarefa

A discussão da tarefa iniciou-se com a projeção da figura presente no enunciado, através do GeoGebra. Todos os grupos procederam à leitura das respostas dadas e concluíram que os triângulos eram geometricamente iguais.

Professora:	O que dizem dos triângulos?
Grupo 1:	São geometricamente iguais.
Professora:	Como chegaram a essa conclusão?
Grupo 1:	Nós medimos com a régua os lados dos dois triângulos.
Professora:	Expliquem como fizeram vocês (grupo 3).
Grupo 3:	Nós vimos que os pontos estavam na mediatriz. Como vimos à pouco, a mediatriz passa pelo ponto médio do segmento de reta, por isso é tanto de D a A, como de D a B.
Professora:	Essa é uma das propriedades da mediatriz. Os pontos que pertencem à mediatriz do segmento de reta são equidistantes aos seus extremos.
Grupo 2:	Nós também percebemos isso. O lado [AD] é igual a [BD]. O lado [BC] é igual a [AC].
Professora:	Porquê?
Grupo 2:	Porque ambos os pontos pertencem á mediatriz.
Professora:	Então e o lado [CD]?
Grupo 1:	Esse lado faz parte dos dois triângulos.
Professora:	Quer então dizer que os três lados são iguais. Mas como provam que os triângulos são geometricamente iguais?
Grupo 4:	Se os três lados são iguais, então os triângulos também são iguais.
Grupo 5:	Pode ser pelo LLL.
Professora:	Explica melhor.

Grupo 5: O critério LLL diz-nos que os triângulos são iguais por terem 3 lados iguais.

Da discussão, surgiram as propriedades da mediatriz e um dos critérios de semelhança de triângulos. Os alunos cingiram-se a esses aspetos para justificarem as suas opções. É de salientar que os mesmos têm mais dificuldade em escrever do que em comunicar, ainda que num registo informal.

Os alunos leram as respostas e posteriormente tiveram a oportunidade de no GeoGebra mobilizar os pontos da mediatriz, para percecionar melhor o que acontecia.

Grupo 4: Se os pontos continuam a pertencer à mediatriz acontece o mesmo que na primeira pergunta. Os lados continuam a ser iguais e os triângulos também.

Grupo 1: O que pode acontecer é que os lados fiquem maiores ou menores, dependendo onde estão os pontos.

Consideraram os critérios enunciados anteriormente para justificar a solução apresentada a esta questão. Concluíram ainda que a área dos triângulos poderia aumentar ou diminuir, mas que os dois triângulos iriam ser sempre geometricamente iguais.

Sistematização da tarefa

Para finalizar o envolvimento na tarefa em estudo definimos em grande grupo os conceitos de mediatriz e os critérios de igualdade de triângulos no quadro. Posteriormente, os alunos registaram as definições nos cadernos diários.

3.3. Avaliação da intervenção pedagógica

As perceções dos alunos sobre as estratégias de ensino delineadas, no âmbito do ensino exploratório, foram recolhidas no final da intervenção pedagógica através de um questionário no 1.º Ciclo e de um questionário e de uma entrevista semiestruturada no 2.º Ciclo.

3.3.1. Perceções dos alunos do 1.º Ciclo

O questionário referente aos alunos do 1.º ciclo é constituído por nove questões abertas. Entre estas existem quatro categorias a salientar: a introdução da tarefa, o desenvolvimento da tarefa, a discussão/sistematização da tarefa, as dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como a apreciação das aulas.

Introdução da tarefa. Na fase de introdução das tarefas propostas, designadamente quem interpretava as tarefas e a forma mais viável de o fazer, os alunos salientam que a interpretação das tarefas era feita em conjunto, pelos alunos e pela professora. Os alunos admitem que a responsabilidade da interpretação das tarefas é tanto da professora como dos alunos, como ilustram as seguintes respostas: "A professora e os alunos. Porque nos ajudava a compreender"; "A interpretação foi feita pelos alunos e pela professora, porque fazia-nos pensar."

Desenvolvimento da tarefa. Na concretização das tarefas, a maior parte dos alunos (16) referiu que começavam imediatamente a trabalhar, no entanto uma minoria voltava a ler o enunciado: "Depois de lermos as perguntas resolvíamo-las"; "Às vezes como não percebia a tarefa, tinha que a ler novamente". A preferência dos alunos pelo modo de trabalho a desenvolver apontou para o trabalho de grupo, pela partilha de ideias, interajuda, cooperação e socialização (Tabela 7).

Tabela 7. Aspetos que os alunos valorizam no trabalho de grupo.

Aspetos pertinentes	Frequência
Partilha de ideias	6
Interajuda	5
Cooperação	7
Socialização	2

Alguns alunos referiram que "trabalhar em grupo é uma boa maneira de aprender", outros sustentam que "é melhor ter quatro cabeças a pensar do que só uma", o que evidencia a interajuda e a partilha de ideias. Dois alunos atribuem especial relevância ao fator social, referindo que, como refere um deles, "é bom porque nos ajudamos uns aos outros e ficamos amigos". Relativamente à participação de cada um no trabalho de grupo, os alunos apontaram a responsabilidade de serem participativos (Tabela 8).

Tabela 8. Envolvimento individual no trabalho de grupo.

Participação no trabalho de grupo	Frequência
Participativo	14
Pouco participativo	4
Nada participativo	2

A grande parte dos alunos (14) considerou-se um elemento participativo no grupo, divulgando uma panóplia de exemplos da sua participação, como exemplificam as afirmações dos seguintes alunos:

Aluno 2: "Participei sempre, ajudei o aluno 3 a mexer no geoplano que ele não sabia, por exemplo";

Aluno 4: "Participei muito, porque ajudava os meus colegas quando eles não percebiam alguma coisa";

Aluno 9: "Eu participei, porque explicava a minha maneira de pensar aos meus colegas e isso ajudava-os a perceber"

Outros alunos referiram aspetos gerais das aulas, como foi o caso de quatro alunos que evidenciaram o seu papel no grupo em redigir as respostas, como menciona um deles: "Era sempre eu que escrevia as respostas".

Uma minoria dos alunos referiu que participou mas não tanto como os restantes colegas do seu grupo, tal como refere o aluno 12: "Eu participei mais ou menos, porque de vez em quando distrai-me e ajudava pouco". Estes alunos eram os que tinham um comportamento inadequado na sala de aula e que não participavam de igual modo como os restantes colegas.

Discussão/sistematização da tarefa. Embora frequentassem o 1.º ciclo, os alunos identificaram a importância desta fase do ensino exploratório na sua aprendizagem por poderem confrontar as suas respostas e procedimentos e partilhar saberes. Alguns alunos identificaram os benefícios da justificação das respostas e das estratégias utilizadas na resolução, uma vez que proporcionavam aprendizagens a quem ouvia as explicitações e a interiorização adequada a quem as afirmava. Para alguns alunos, é importante justificar as respostas para a professora identificar se o conteúdo foi ou não compreendido, como ilustra a afirmação de um aluno: "Eu considero muito importante para os outros meninos compreenderem o que estamos a dizer e também porque nós ao explicarmos bem é sinal que soubemos fazer bem as respostas e que compreendemos tudo". Os alunos ponderam que a explicitação dos resultados foi realizada pelos alunos e pela professora.

Dificuldades apresentadas pelos alunos. Entre as dificuldades sentidas pelos alunos durante a minha intervenção pedagógica salientam-se a justificação de resultados e a interpretação dos enunciados das tarefas propostas (Figura 26).

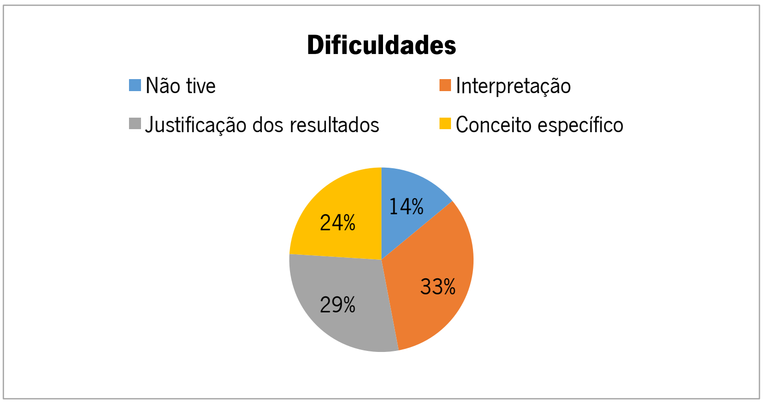


Figura 26- Dificuldades sentidas pelos alunos.

As dificuldades na interpretação da tarefa foram expressas por 33% dos alunos e na explicitação dos resultados durante a fase de discussão por 29%. A compreensão do conceito de área foi igualmente uma dificuldade apontada por vários alunos (24%). Os restantes 14% aludiram não sentir dificuldades.

Apreciação das aulas. No que respeita à apreciação que os alunos fizeram das aulas, o que consideraram mais e menos pertinente, o teor das suas respostas não permite destacar diferenças consideráveis, provavelmente por se tratar de alunos no início da escolaridade em que veem o professor como autoridade inquestionável na sala de aula.

Tabela 9. Apreciação das aulas pelos alunos.

Valor apreciativo das aulas	**Frequência**
Gostaram de tudo	16
Quase tudo	2
Utilização de materiais	2

A maioria dos alunos (18) menciona que gostou de tudo/quase tudo. Os restantes dois alunos destacam a utilização de materiais didáticos, dos quais um deles destaca o geoplano: "Adorei utilizar o geoplano". Relativamente aos aspetos que menos gostaram, só uma aluna apontou um aspeto das aulas ao referir que não apreciou a discussão das tarefas.

3.3.2. Perceções dos alunos do 2.º ciclo

Para analisar os questionários do 2.° ciclo enunciei quatro categorias de análise para as questões de escolha múltipla: apreciação dos alunos sobre o ensino exploratório, introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa e discussão da tarefa. Para as questões abertas enunciei três categorias: Vantagens do ensino exploratório, desvantagens do ensino exploratório e dificuldades sentidas nas aulas.

No que diz respeito à entrevista semiestruturada foram enunciadas seis categorias distintas: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão da tarefa, vantagens e desvantagens, dificuldades sentidas pelos alunos e ainda apreciação das aulas.

Perceções *dos alunos sobre o ensino exploratório*. Para averiguar o grau de satisfação dos alunos sobre o ensino exploratório, questionei-os se gostaram de aprender o conteúdo 'rotação' através do ensino exploratório e se gostavam de aprender outros conteúdos através desta prática de ensino.

Tabela 10. Perceções dos alunos sobre o ensino exploratório.

	Percentagem			
Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**	$\overline{x}$
Gostei de aprender o conteúdo Isometrias do plano através das atividades realizadas segundo o ensino exploratório	0	0	100	4,8
Gostaria de aprender outros conteúdos matemáticos através das fases que integram o ensino exploratório	0	18,8	81,2	4,6

Todos os alunos revelam que gostaram de aprender o conteúdo abordado segundo o ensino exploratório e a maior parte deles gostaria de aprender outros conteúdos matemáticos através deste tipo de ensino.

Perceções dos alunos sobre a fase da introdução das tarefas. A maioria dos alunos da turma concorda que esta fase foi crucial para o seu envolvimento na tarefa, ainda que aproximadamente 6% se mostrem indiferentes. Para o aluno 8, "é preciso perceber muito bem a tarefa antes de fazer as coisas, porque se não percebemos bem podemos resolver mal o problema".

No que compete às dificuldades sentidas pelos alunos, as suas respostam mostram que mais de metade não apresentou dificuldades na interpretação das tarefas. Ainda assim, uma minoria, 12,5%, refuta esta afirmação, revelando que sentiram dificuldades nesta fase. Aproximadamente 19% revelou-se indiferente a esta questão (Tabela 11).

Tabela 11. Perceções dos alunos sobre a fase da introdução das tarefas.

	Percentagem			
Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**	$\bar{x}$
A fase de introdução das tarefas propostas, individualmente e em pares, ajudou-me a compreender o que se pretendia fazer	0	6,3	93,7	4,1
Não tive dificuldades na interpretação das tarefas propostas	12,5	18,8	68,7	3,8
Quando senti dificuldades na interpretação das tarefas propostas tive a ajuda dos meus colegas e da professora para as ultrapassar	0	6,3	93,7	4,7
A fase da introdução das tarefas foi importante para a sua resolução	0	6,3	93,7	4,7
A fase da introdução das tarefas foi desnecessária para a sua resolução	93,7	0	6,3	1,4

Apesar de alguns alunos da turma terem referido anteriormente que não sentiram dificuldades nesta fase, aproximadamente 94% não deixam de destacar a importância da cooperação com os seus colegas na fase de introdução das tarefas para as poderem resolver. Para além da troca de ideias com os seus colegas, alguns alunos consideram crucial o papel do professor na fase da interpretação da tarefa, como afirma o aluno 5: "Devem ser os dois, porque se os alunos lerem percebem melhor o problema, e o professor pode ajudar a compreender também se houver alguma dúvida".

Perceções dos alunos sobre a fase de desenvolvimento das tarefas. Para responder às perceções sobre esta fase de ensino, os alunos foram questionados sobre a pertinência da utilização de estratégias diversificadas, do uso de materiais didáticos e ainda se sentiram dificuldades no que diz respeito a esta fase de ensino.

Tabela12. Perceções dos alunos sobre a fase de desenvolvimento da tarefa.

	Percentagem			
Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**	$\bar{x}$
A fase de desenvolvimento das tarefas propostas foi importante para a compreensão das estratégias a realizar na sua resolução	0	0	100	5
Na fase de desenvolvimento das tarefas tive a oportunidade de partilhar ideias e processos de resolução com o meu grupo	0	6,3	93,7	4,5
Na fase de desenvolvimento das tarefas, o trabalho de pares e de grupo permitiu-me discutir sobre possíveis formas de resolver as tarefas	0	0	100	5
Na fase de desenvolvimento das tarefas utilizei diferentes estratégias	6,3	0	93,7	4,4
Na fase de desenvolvimento das tarefas senti dificuldades na sua resolução	12,5	18,8	68,7	3,5
Na fase de desenvolvimento das tarefas foi importante a utilização de materiais (por exemplo, o mira, o livro de espelhos, o GeoGebra) para a sua resolução	0	0	100	5

Segundo os alunos, a fase de desenvolvimento da tarefa é importante para a compreensão das estratégias a utilizar na sua resolução. Uma percentagem elevada de alunos, 93,7%, admite que esta fase promove a partilha de ideias e de processos de resolução, consideradas fundamentais para o sucesso na aprendizagem. Os alunos reconhecem a importância do trabalho com os colegas na discussão de ideias dentro do grupo. A utilização de diferentes estratégias na resolução das tarefas foi um aspeto que os alunos destacaram das suas atividades. Durante essa resolução, aproximadamente 69% dos alunos sentiram dificuldades. Independentemente dessas dificuldades, os alunos são unanimes em destacar a importância da utilização de materiais didáticos na exploração das tarefas.

Os alunos revelaram estar conscientes da importância do trabalho de grupo, uma vez que salientaram que esta metodologia proporciona momentos de aprendizagens significativos devido à partilha de ideias. Um aluno dá importância ao fator da socialização e outros valorizam a partilha de conhecimentos: "Devemos trabalhar em grupo porque também convivemos mais e ajudamo-nos" (Aluno 10); "Em conjunto porque por exemplo eu sei algumas coisas e o meu par também sabe e assim podemo-nos ajudar uns aos outros" (Aluno 3).

Perceções dos alunos sobre a fase de discussão da tarefa. As afirmações referentes a esta fase do ensino exploratório permitem averiguar se os alunos consideram que esta fase lhes oferece a oportunidade de comparar as diferentes estratégias, justificar as suas ideias e os resultados obtidos, e sistematizar os conhecimentos apreendidos.

Tabela 13. Perceções dos alunos sobre a fase de discussão da tarefa.

	Percentagem			
Afirmações	**DT/D**	**I**	**C/CT**	$\overline{x}$
Na fase de discussão tive a oportunidade de comparar as minhas estratégias e os resultados obtidos com os meus colegas	0	0	100	5
Na fase de discussão tive a oportunidade de justificar as minhas ideias e os resultados obtidos	6,3	0	93,7	4,5
A fase de discussão foi importante para a minha aprendizagem, pude sistematizar conhecimentos sobre conteúdos de Geometria	0	0	100	5
A fase de discussão ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades e a compreender os conteúdos abordados nas aulas	6,3	0	93,7	4,5

Todos os alunos consideram a fase de discussão da tarefa pertinente, uma vez que oferece a oportunidade de confrontar as estratégias e os resultados obtidos. A análise da tabela sugere que os alunos consideram que esta fase de ensino permitiu argumentar e partilhar ideias, bem como ultrapassar dificuldades e compreender os conteúdos abordados nas aulas, tal como refere o aluno 8: “Era importante porque os grupos explicavam o modo como pensavam e às vezes chegávamos à mesma resposta, mas com um raciocínio diferente”.

Vantagens do ensino exploratório. Foram várias as vantagens indicadas pelos alunos relativamente ao ensino exploratório (Tabela 14).

Tabela14. Vantagens do ensino exploratório.

	Frequência
Utilização de materiais	5
Trabalho de grupo	3
Partilha de ideias	4
Aulas mais divertidas	1
Compreender melhor	1
Não respondeu	2

Uma parte considerável dos alunos destaca a utilização de materiais e o trabalho de grupo. Os alunos aludem que a utilização dos materiais proporcionou oportunidades de aprendizagens ao facilitar a compreensão do tópico abordado, tal como afirma o aluno 16: “Foram o uso do GeoGebra, pois podíamos aprender com os desenhos e o uso do livro de espelhos e do mira, pois conseguíamos ver melhor o número de simetrias”.

A partilha de ideias através da fase de desenvolvimento da tarefa e discussão foi um aspeto tido em conta por 4 alunos. Estes alunos reconheceram que o ensino exploratório proporciona a discussão e consequentemente a partilha de ideias com o grupo, no momento do desenvolvimento da tarefa e com o grande grupo, na fase de discussão ao referirem: “Eu consegui perceber melhor porque no grupo havia ideias diferentes, o que ajudava a compreender e tirar dúvidas” (Aluno 5); “Era partilhar as ideias para todos. Às vezes eu não percebia muito bem, mas depois de discutirmos todos já compreendia melhor” (Aluno 10).

O aspeto lúdico, devido à utilização de materiais didáticos, mais propriamente do GeoGebra, foi uma apreciação feita por um dos alunos da turma: “Uma foi ter aprendido, mas de uma forma mais divertida através do GeoGebra” (Aluno 12). O aluno 4 destacou o GeoGebra na realização das suas atividades: “a vantagem é que usamos materiais para nos ajudar a resolver a tarefa, com o GeoGebra foi mais fácil perceber a rotação” (Aluno 10).

Desvantagens do ensino exploratório. A par das vantagens, os alunos também apresentaram algumas desvantagens da prática do ensino exploratório (Tabela 15).

Tabela 15. Desvantagens do ensino exploratório.

	Frequência
Resolver as tarefas	7
Sentidos da rotação	3
Não existem	4
Não respondeu	2

Os alunos apresentaram respostas inadequadas à questão inerente. Mais de metade da turma confundiu o conceito de desvantagens com dificuldades, mencionando os aspetos em que sentiram mais dificuldades, como é o caso da resolução das tarefas e da compreensão do sentido de rotação, como alude um aluno: "Foi difícil perceber o sentido da rotação, porque ao início confundia-os". Quatro alunos consideraram que não existem desvantagens e os restantes dois não responderam a esta questão.

Dificuldades sentidas nas aulas. Entre as dificuldades emanadas pelos alunos destacam-se a utilização de materiais e a compreensão de conceitos específicos (Figura 27).

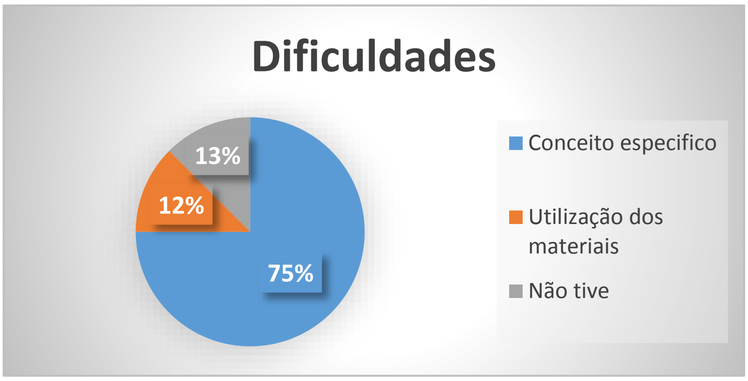


Figura 27- Dificuldades sentidas pelos alunos.

Tais dificuldades vão ao encontro das evidenciadas nas desvantagens mencionadas pelos alunos. Como dificuldades, 75% dos alunos destacam a compreensão de conceitos específicos, nomeadamente a rotação de figuras – "Senti dificuldades a fazer a rotação de triângulos" (Aluno 5) – e ainda no conceito de mediatriz – "Já não me lembrava bem da mediatriz e por isso foi difícil fazer aquela tarefa" (Aluno 10)

A dificuldade na utilização dos materiais foi apontada por 13% dos alunos, mais propriamente o livro de espelhos: "Foi difícil usar o livro de espelhos porque não conhecia este material" (Aluno 12).

Finalmente, alguns alunos apontaram dificuldades na redação das suas respostas, tal como referem os seguintes alunos: "na discussão era difícil justificar algumas questões, também usar os materiais principalmente o compasso e o transferido” (Aluno 10); “tive dificuldades em explicar aos meus colegas como fiz e em escrever as respostas” (Aluno 3).

Apesar das dificuldades sentidas, os alunos reconheceram potencialidades no ensino exploratório ao proporcionar momentos de discussão em grande grupo e a utilização de materiais: “Gostei de ouvir as opiniões dos meus colegas” (Aluno 3); “Gostei de usar materiais novos que me ajudaram a perceber melhor a rotação”. (Aluno 5).

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES, IMPLICAÇÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

Este capítulo encontra-se dividido em três partes: conclusões do estudo com base nas respostas às questões de investigação, na análise dos dados e no quadro teórico que sustenta este estudo; Implicações intrínsecas ao projeto desenvolvido; limitações e recomendações para futuros trabalhos desta natureza.

4.1. Conclusões

As conclusões deste estudo emergem das respostas a cada uma das questões de investigações delineadas à luz da prática e da teoria.

4.1.1. Que atividades realizam os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria através do ensino exploratório?

A análise da informação obtida durante a implementação da prática pedagógica permitiu evidenciar as atividades que os alunos realizam na aprendizagem de Geometria através do ensino exploratório. Assim, começa-se por referir que durante as diferentes fases, os alunos realizaram distintas atividades. Na fase de introdução da tarefa, os alunos leram e procuraram interpretar os enunciados, levantando questões sobre determinados conceitos e expondo dúvidas de compreensão. Assim, os alunos assumiram a tarefa como sua, debatendo o que a mesma lhes sugeria, para a poderem resolver. Um estudo realizado por Canavarro, et al. (2012) defende que esta fase é fundamental para o desenvolvimento do trabalho dos alunos na exploração da tarefa, e que é tão importante que os alunos interpretem a mesma, como que os alunos se envolvam com ela de modo a poderem resolvê-la. Se as tarefas forem propostas pelos professores devem ser os alunos a interpretá-las de modo a promover diferentes atividades (Ponte, 2005).

Durante a fase de desenvolvimento da tarefa, os alunos utilizaram diferentes estratégias, nomeadamente a tentativa e erro, a contagem e ainda a formulação de conjeturas. Como refere Canavarro (2013), no ensino exploratório é através da descoberta de estratégias que o aluno aprende. Na utilização destas estratégias, os alunos utilizaram diferentes formas de representação, nomeadamente a escrita, o desenho e a comunicação verbal. Para explorar as tarefas propostas utilizaram os materiais disponibilizados, nomeadamente o geoplano, o livro de espelhos, o mira e ainda o software dinâmico GeoGebra. O uso destes materiais contribuiu para o sucesso no envolvimento das tarefas, uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de os manipular. O GeoGebra foi utilizado para interiorizar os conceitos, e ainda para explicitar alguns resultados. Como defende Vale (2002) os conhecimentos são adquiridos através do contacto e da manipulação das figuras. O Ministério da Educação (2007) reforça o uso do computador, pois este possibilita explorações que enriquecem as aprendizagens no âmbito da Geometria, designadamente através de programas disponíveis na Internet.

O envolvimento em pares e pequenos grupos contribuiu para que os alunos partilhassem diferentes ideias matemáticas e ao mesmo tempo desenvolvessem a sua comunicação matemática. Segundo Menezes, Ferreiro, Martinho e Guerreiro (2014), "a comunicação resulta da interação entre os sujeitos que procuram entre si entender-se" (p. 137), o que implicou a negociação de ideias comuns entre os alunos.

Durante a fase de discussão das tarefas, os alunos leram as suas respostas, apresentaram as suas justificações, partilharam as suas ideias e os seus raciocínios. Mas, sobressaiu a interação dos alunos, uma vez que os mesmos partilharam ideias, discutiram-nas, aceitaram e refutaram algumas, revelando-se críticos neste processo. Ao passo do que fora referido, as apresentações das soluções serviram igualmente para explorar erros cometidos.

Estes aspetos são pertinentes, sendo reforçados pelo Ministério da Educação (2007) ao referir que os alunos devem expressar as suas ideias, mas também interpretar e compreender as ideias dos outros, participando de forma construtiva sobre as ideias, os processos e os resultados. Alguns alunos, ainda que em pequena percentagem, utilizaram os materiais didáticos para explicitarem os seus raciocínios e as suas resoluções, o que se revelou um aspeto pertinente para o desenvolvimento da comunicação matemática. Ponte (2005) reforça esta perspetiva ao referir que quando os alunos utilizam materiais manipuláveis nos momentos de discussão para explicitarem os seus resultados, desenvolvem a sua capacidade de comunicação matemática. Apurou-se que todos os alunos, ainda que uns mais que outros, participaram de forma ativa nas discussões, o que permitiu a conceção de conteúdos e conceitos negociados por todos. Assim, o aluno tem uma influência direta nas discussões, uma vez que influencia consideravelmente o desenrolar das mesmas e do conteúdo que possa surgir, sendo por isso pertinente que todos os alunos participem ativamente nestes momentos (Canavarro et. al., 2012). Estes momentos de discussão promoveram a compreensão das temáticas lecionadas, através do discurso dos alunos, que se revelou útil para a compreensão e desenvolvimento das ideias matemáticas de cada um (Stein et al., 2008).

Na fase de sistematização das tarefas, os alunos reconheceram a pertinência das conjeturas encontradas, definiram conceitos em grande grupo e registaram as suas definições no quadro e, posteriormente, no caderno diário. Esta fase dependia da fase de discussão, pois quanto mais rica foi a discussão, igualmente mais rica foi a fase de sistematização. Canavarro (2011) reforça que esta fase é propícia para a sintetização e institucionalização das aprendizagens matemáticas, dependendo do trabalho realizado na fase de desenvolvimento e de discussão da tarefa.

4.1.2. Que dificuldades revelam os alunos nas atividades que realizam segundo as fases do ensino exploratório?

Durante a implementação deste estudo surgiram algumas dificuldades sentidas pelos alunos a diversos níveis. Um dos objetivos gerais do ensino da matemática que consta no programa (Ministério da Educação, 2007) é o desenvolvimento da comunicação matemática, que defende que o aluno deve ser capaz de "interpretar enunciados matemáticos formulados oralmente e por escrito" (p. 5). Neste estudo, a dificuldade na interpretação dos enunciados das tarefas foi visível em ambos os ciclos, ainda que mais acentuada no 1.º ciclo devido ao ano de escolaridade em que os alunos se encontravam. A redação das respostas foi igualmente um aspeto a ter em consideração em ambos os ciclos. Os alunos apresentaram respostas pouco desenvolvidas na fase de desenvolvimento da tarefa, o que implicou uma dificuldade ao nível da comunicação escrita. Boavida, Cebola, Vale e Pimentel (2008) reforçam a evidência desta dificuldade ao referirem que "se comunicar oralmente o nosso pensamento a terceiros exige um esforço de organização de ideias, passá-lo ao formato escrito é ainda mais exigente" (p. 68). Estes autores defendem que escrever matematicamente é deveras exigente, não sendo fácil para os alunos fazê-lo.

Os momentos de discussão em grande grupo permitiram a compreensão dos conceitos pelos alunos, partilha de ideias, formulação de conjeturas, no entanto a comunicação revelou ser uma dificuldade evidente em ambos os ciclos de ensino, uma vez que "comunicar uma ideia ou um raciocínio a outro, de forma clara, exige a organização e clarificação do nosso próprio pensamento" (Boavida, et. al., 2008, p. 62). No 2.º ciclo esta dificuldade foi mais patente devido à falta de hábito de comunicar dos alunos, à timidez que os caraterizava e ainda porque "à medida que amadurecem, a sua comunicação deverá refletir uma estruturação crescente das formas de justificar os procedimentos e resultados" (NCTM, 2007, pp. 68-69). Sousa, Cebolo, Alves e Mamede (2009) enfatizam que os alunos sentem dificuldade ao nível da argumentação de resultados ao referirem que é comum "que os alunos demonstrem algumas dificuldades em verbalizar as suas justificações" (p. 19).

A formulação de conjeturas faz parte de um dos objetivos gerais do ensino da matemática presentes no Programa de Matemática (Ministério da Educação, 2007), raciocinar matematicamente, em que é referido que os alunos devem ser capazes de "formular e investigar conjeturas matemáticas" (p. 5). No entanto, neste estudo apenas uma minoria dos alunos de cada turma o conseguiu fazer.

A dinâmica de trabalho de grupo revelou-se uma dificuldade durante este estudo, mais concretamente ao nível do 1.º ciclo, dado que "trabalhar em grupo exige que se aprenda a trabalhar em grupo, com respeito por princípios e regras" (Freitas & Freitas, 2002, p. 25) e a turma em estudo pertencia ao 2.º ano de escolaridade, logo ainda não estava familiarizada com esta forma de trabalho.

Os materiais didáticos, ainda que se tenham relevado serem úteis para a promoção das aprendizagens matemáticas, suscitaram algumas dificuldades de manipulação por parte dos alunos. No 1.º ciclo, alguns alunos, ainda que em pequena percentagem, sentiram dificuldades em manusear o geoplano. No 2.º ciclo, esta dificuldade foi mais clara, nomeadamente na utilização do livro de espelhos e do software dinâmico GeoGebra. O uso de materiais tecnológicos, como este programa, revela-se indispensável na abordagem de tópicos de geometria por permitirem que os alunos "trabalhem como modelos e que tenham uma experiência interativa" (NCTM, 2007, p. 44). Esta noção é reforçada pelo programa de Matemática do ensino básico (2007) que salienta a pertinência do uso de materiais tecnológicos, designadamente o computador.

Por último, as dificuldades na compreensão de conceitos específicos foram visíveis em ambos os ciclos, surgindo numa percentagem considerável. No 1.º ciclo, o conceito que suscitou mais dificuldades foi a área, ao passo que no 2.º ciclo foi a rotação de uma dada figura geométrica e ainda a mediatriz de um segmento de reta.

4.1.3. Que perceções têm os alunos sobre o ensino exploratório na aprendizagem de conteúdos de Geometria?

No final deste estudo, os alunos do 1.º e 2.º ciclos preencheram um inquérito e os últimos responderam a uma entrevista, apresentando deste modo as suas perspetivas sobre esta prática de ensino na aprendizagem de Geometria. Desta análise surgiram alguns aspetos que os alunos tiveram em consideração: a importância da interpretação do enunciado na fase de introdução da tarefa, o uso de materiais didáticos na fase de desenvolvimento da tarefa, a relevância do trabalho de grupo, a pertinência da fase de discussão para partilha de ideias, estratégias e para comunicar.

Os alunos apreciaram aprender os conteúdos abordados através desta prática de ensino, o ensino exploratório, dado que apenas uma aluna desvalorizou a fase de discussão das tarefas e todos os alunos afirmaram que os materiais os auxiliaram nas resoluções das tarefas para compreenderem os conceitos abordados. Esta ideia encontra-se evidente no programa de Matemática da 2007 e ainda no programa de Matemática de 2013. O NCTM (2007) destaca o uso da tecnologia, referindo que possui um papel importante no ensino e aprendizagem da geometria, uma vez que permite que os alunos trabalhem com modelos e que interajam com várias formas bidimensionais.

Os alunos deram especial importância ao trabalho de grupo, evidenciando a partilha de conhecimentos, a cooperação e ainda a socialização. Ponte et al. (2010) reforçam isso mesmo, quando referem que "a comunicação transforma-se num processo social em que os participantes interagem permutando informações e, sobretudo, influenciando-se mutuamente buscando entendimentos" (p. 150).

A comunicação matemática foi um outro aspeto considerado pertinente pelos alunos na prática de ensino exploratório, sendo que os alunos admitem que tiveram oportunidade de trocar ideias entre si e aprenderem uns com os outros. Esta ideia é evidenciada pelo NCTM (2007), que menciona que "os alunos que têm oportunidade, encorajamento e apoio para falar, escrever, ler e ouvir, nas aulas de matemática, beneficiam duplamente: comunicam para aprender matemática e aprendem a comunicar matemática" (p. 66).

4.2. Implicações para o ensino e aprendizagem

As conclusões deste estudo revelam a pertinência que o ensino exploratório tem na aprendizagem de conteúdos matemáticos. É emergente que os professores proporcionem um ensino que dê a oportunidade aos alunos de participarem ativamente na sua aprendizagem, através da exploração de diferentes tipos de tarefas, da utilização de recursos didáticos na aprendizagem e ainda, através dos momentos de discussão em grande grupo. Estes momentos proporcionam grandes oportunidades de aprendizagem, uma vez que promovem a compreensão de determinada temática, através de práticas discursivas dos alunos, que são úteis para o entendimento coletivo, bem como para desenvolver as suas ideias matemáticas e as dos outros (Stein et al., 2008). As discussões serviram para colmatar diversas dificuldades, designadamente na conceção de alguns conceitos e ainda no desenvolvimento da comunicação matemática.

Este estudo evidencia a pertinência do uso de recursos didáticos no ensino e na aprendizagem de tópicos matemáticos, mais propriamente de Geometria, uma vez que proporciona momentos de aprendizagem valiosos para os alunos, tanto no 1.º como no 2.º ciclo.

Da análise das perceções dos alunos surgiu a ideia de que os alunos gostaram de abordar os conteúdos através do ensino exploratório e ainda consideraram que este tipo de ensino podia vigorar na exploração de outros conteúdos.

Este estudo foi significante para a minha formação enquanto profissional de educação, uma vez que me demonstrou os benefícios do ensino exploratório, designadamente a aprendizagem ativa dos alunos, o que me levou a definir a prática de ensino que irei adotar futuramente com os meus alunos.

4.3. Limitações e Recomendações do estudo

Apesar das conclusões retiradas acerca das questões de investigação, durante este estudo deparei-me com algumas limitações. A maior limitação foi o facto de os alunos, mais precisamente os do 2.º ciclo, não estarem familiarizados com este tipo de ensino, em que a argumentação está constantemente em evidência. Inicialmente, os alunos revelaram-se tímidos e com pouca vontade de comunicar. Este aspeto foi-se diluindo à medida que as aulas foram lecionadas. Carvalho (2009) reforça que é essencial que os alunos entendam que a formulação de uma resposta implica a apresentação e explicitação da mesma.

O número de sessões limitou igualmente este estudo, uma vez que a prática de um ensino exploratório exige uma abordagem durante um período longo de tempo para suprir resultados concretos. Poderia ter aplicado mais tarefas, mas devido à calendarização das atividades pela professora responsável da turma tal não foi possível.

Considero ainda a minha inexperiência profissional como uma limitação do estudo, uma vez que senti grandes dificuldades em encontrar e adaptar tarefas que fossem ao encontro daquilo que desejava, designadamente tarefas que implicassem a utilização de diferentes estratégias e consequentemente que promovessem momentos de discussão e institucionalização de aprendizagens matemáticas.

Para estudos posteriores proponho algumas recomendações, designadamente que o ensino exploratório seja abordado noutros conteúdos ligados à Geometria e ainda, noutros domínios da Matemática, de modo a identificar os seus contributos no ensino e na aprendizagem dos alunos.

Considero interessante conceber um estudo semelhante a este noutros anos de ensino, tanto ao nível do 1.º como do 2.º ciclo, para averiguar se o mesmo frui ou não efeito na aprendizagem dos alunos.

Por último, saliento que em qualquer investigação da prática do ensino exploratório seja disponibilizado mais tempo, com o intuito de verificar uma evolução considerável dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação.

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33-52.

Arends, R. I. (1995). *Aprender a Ensinar.* Lisboa: McGraw-Hill de Portugal.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico. Programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação- DGIDC.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora: Porto

Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Revista Educação & Matemática, 115*, 11-17.

Canavarro, A. (2013). Um caso multimédia na formação inicial: Contributos para o conhecimento sobre o ensino exploratório da Matemática. *Da investigação às práticas*, 3(2), 125-149.

Canavarro, A., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In L. Santos, A. Canavarro, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Atas do EIEM2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp.255-266). Portalegre: SPIEM.

Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da estatística: O exemplo dos gráficos. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II encontro de probabilidades e estatística na escola.* Braga: Centro de Investigação em Educação.

Christiansen, B. & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & Motte (Eds.), *Perspectives on mathematics education.* Dordrecht: D. Reidel

Freitas, M. & Freitas, C. (2002). *Aprendizagem Cooperativa.* Porto: Edições ASA.

Love, E. & Mason, J. (1995). Telling and asking. *Subject learning in primary curriculum*. London: Routledge

Matos, J. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Menezes, L. (1996). A comunicação na aula de Matemática. *Millenium*, 3, 20-28.

Menezes, L., Oliveira, H. & Canavarro, A. P. (2013). Descrevendo as práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso da professora Fernanda. In *Atas do VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática* (pp. 5795-5803), Montevideo, Uruguay.

Menezes, L., Tomás Ferreira, R., Martinho, M. H. & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 135-161). Instituto de Educação: Lisboa.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, H., Menezes, L. & Canavarro, A. (2012). Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório da prática à representação de uma prática. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 557-570). Portalegre: SPIEM.

Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods.* Newbury Park, CA: Sage Publications.

Pólya, G. (1986). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Ponte, J. & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. (2010). Explorar e Investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem*. Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 13-30.

Ponte, J. (2014) *Práticas profissionais de professores de matemática*. Lisboa: instituto da educação da universidade de Lisboa.

Quivy, R. & Campenhoudt, L. V. (2008). *Manual de investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Ribeiro, A. (1995). *Concepções de professores do 1º ciclo. A Matemática, o seu Ensino e os Materiais Didácticos.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Rodrigues, M. (2011). *Histórias com matemática: sentido espacial e ideias geométricas.* Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa.

Serrazina, L. (1991) Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de materiais. *NOESIS*, 21, 37-38. Lisboa: IIE

Sousa, F., Cebolo, V., Alves, B. & Mamede, E. (2009). *Comunicação matemática: contributos do PFCM na reflexão das práticas de professores*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Stein, M. & Smith, M. (2009). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3 (4)*, 268-275.

Stein, M., Engle, R., Smith, M. & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10,* 313-340.

Tuckman, B. (2000). *Manual de investigação em educação.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vale, I. (2002). *Materiais manipuláveis.* Viana do Castelo: ESE.

Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas: Uma experiência*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.

Viseu, F., Menezes, L. & Almeida, J. (2013). Conhecimento de Geometria e perspetivas de professores do 1.º ciclo do ensino básico sobre o seu ensino. *REVEMAT*, 8 (1), 156-178.

ANEXOS

Anexo 1

(Pedido de autorização ao Diretor do Agrupamento)

Exmo. Senhor

Diretor do Agrupamento da Escola

No âmbito do Mestrado em ensino do 1.º e 2.º Ciclos do ensino básico, da Universidade do Minho, Marta Filipa Lobo de Melo, professora estagiária, pretendo desenvolver experiências de ensino que potenciem a aprendizagem dos alunos de duas turmas, uma do 2.º e outra do 6.º anos dos tópicos Geometria. O desenvolvimento dessas experiências implica a recolha de dados que resultam da atividade dos alunos às tarefas propostas na sala de aula. Para uma melhor compreensão dessas atividades necessito de proceder à recolha de dados através de gravações (áudio e vídeo). Para esse fim, solicito a sua autorização para proceder ao registo em suporte áudio e vídeo dos dados necessários à concretização das experiências de ensino e de aprendizagem na sala de aula.

Comprometo-me a usar os dados apenas para fins académicos e a não divulgar o nome da escola e dos alunos. Só me interessa a informação que me possa ajudar a melhorar a minha estratégia de ensino e desenvolver o meu projeto de estágio. Os dados das gravações serão apenas usados para efeitos do estudo a realizar e não terão qualquer influência nas classificações escolares dos alunos. Comprometo-me ainda a proceder à destruição de todas as gravações após a realização dos trabalhos.

Informo V. Exia que, caso me autorize, pretendo solicitar a autorização dos Encarregados de Educação dos alunos para a participação destes, no meu projeto de investigação.

Grata pela colaboração, com os melhores cumprimentos,

Escola, 7 de janeiro de 2015

A estagiária,

____

(Marta Melo)

Anexo2

(Pedido de autorização aos encarregados de educação)

Exmo (a) Senhor(a)
Encarregado(a) de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Universidade do Minho, enquanto professora estagiária, pretendo desenvolver experiências de ensino que potenciem a aprendizagem dos alunos de tópicos de Geometria que me permita elaborar o meu relatório de estágio. O desenvolvimento dessas experiências implica a recolha de dados, que serão obtidos através da resolução de tarefas e da observação das atividades dos alunos durante as aulas que vou lecionar. Para uma melhor compreensão dessas atividades, necessito de proceder à recolha de dados através de gravações (áudio e vídeo). Para esse fim, venho desta forma solicitar a sua autorização para proceder ao registo em suporte áudio e vídeo dos dados necessários à concretização das experiências de ensino e de aprendizagem na sala de aula do seu educando.

Comprometo-me a usar os dados apenas para fins académicos e a não divulgar o nome da escola e dos alunos, nem expor qualquer indicador que envolva o seu educando. Apenas me interessa a informação que me ajude a melhorar as minhas estratégias enquanto jovem professora. Os dados das gravações serão apenas usados para efeitos do estudo a realizar e não terão qualquer influência nas classificações escolares dos alunos. Serão confidenciais e só usados para evidenciar as experiências de ensino que pretendo realizar. Comprometo-me ainda a proceder à destruição de todas as gravações após a realização dos trabalhos.

Agradeço a sua colaboração.

15 de janeiro de 2015

A professoras estagiária,

____

(Marta Melo)

------------------------------ ✂ -------------------------------------

Autorizo que se faça o registo em áudio e vídeo das atividades de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática que envolvem o meu educando ....

O Encarregado de Educação,

____

Anexo 3

(Questionário inicial-1.º ciclo)

1. Gostas de matemática? Porquê?

2. Das áreas disciplinares que estudas quais são as que mais gostas? Porquê?

3. Das áreas disciplinares que estudais quais são as que tens mais dificuldades?

4. O que mais gostas de fazer na aula de matemática?

5. Quando resolves uma tarefa na aula de matemática, costumas envolver-te na discussão dos resultados ou esperas que te deem a resposta?

6. Achas importante partilhar e discutir os teus resultados com os teus colegas? Porquê?

7. Como gostas mais de trabalhar na aula de matemática?

   Trabalho Individual ☐ Trabalho de Grupo ☐ Trabalho de pares ☐

Anexo 4

(Questionário inicial-2.º ciclo)

1. Gostas de Matemática? Justifica a tua resposta.

2. Quais são as tuas disciplinas preferidas?

3. Quais as disciplinas que menos aprecias?

4. Em que disciplinas que tens mais dificuldades?

5. Ao longo do teu percurso escolar tiveste alguma retenção? Se sim, em que ano (s)?

6. Qual foi a tua classificação no final do 1.º período a Matemática?

7. Consideras pertinente partilhar os resultados e as ideias obtidas com os teus colegas? Justifica a tua resposta.

10. Tens dificuldades em justificar as tuas respostas? Justifica a tua resposta.

Anexo 5

(Questionário final 1.º ciclo)

O presente questionário é realizado no âmbito do estágio Profissional do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, da Universidade do Minho, e tem por objetivo conhecer as perceções de alunos do 2.º ano sobre as estratégias desenvolvidas na aprendizagem dos tópicos de Geometria.

1- A interpretação das tarefas foi feita pela professora, pelos alunos ou pelos alunos e pela professora? Qual destas formas te ajudou melhor a compreender o que tinhas de fazer?

2- Após a interpretação das tarefas, o que fazias nas aulas?

3- Preferias resolver as tarefas que te foram propostas sozinho ou em grupo? Justifica a tua resposta.

4- Como avalias a tua participação no teu grupo na resolução das tarefas?

5- Quando resolvias as tarefas nas aulas, envolvias-te na discussão dos resultados ou esperavas que te dessem a resposta? Porquê?

6- Achaste importante partilhar e discutir os resultados com os teus colegas? Porquê?

7- Consideras importante justificar as tuas respostas na resolução das tarefas? Porquê?

8- Quem explicava os resultados? Só a professora? A professora e os alunos? Ou só os alunos?

9- Que dificuldades sentiste nas aulas em que trabalhaste com o perímetro e a área de figuras?

10- O que gostaste mais de fazer nas aulas em que resolveste tarefas sobre o perímetro e a área de figuras? E que menos gostaste?

Anexo 6

(Questionário final-2.º ciclo)

No âmbito do estágio Profissional do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, da Universidade do Minho, pretende-se com este questionário recolher as tuas perceções sobre as estratégias que integraram o ensino exploratório na tua aprendizagem de tópicos de Geometria. A informação recolhida será usada apenas para fins académicos, garantindo o anonimato da mesma.

1. Perceções sobre as estratégias de ensino de tópicos de Geometria

Responde a cada uma das seguintes afirmações, assinalando a opção que se adequa ao teu grau de concordância atendendo à seguinte escala:

DT: Discordo Totalmente; D: Discordo; I: Indiferente; C: Concordo; CT: Concordo Totalmente.

Afirmações	**DT**	**D**	**I**	**C**	**CT**
Gostei de aprender o tópico **rotação** através das atividades realizadas segundo o ensino exploratório	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de interpretação das tarefas propostas, individualmente e em pares, ajudou-me a compreender o que se pretendia fazer	☐	☐	☐	☐	☐
Não tive dificuldades na interpretação das tarefas propostas	☐	☐	☐	☐	☐
Quando senti dificuldades na interpretação das tarefas propostas tive a ajuda dos meus colegas e da professora para as ultrapassar	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de introdução das tarefas foi importante para a sua resolução	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de introdução das tarefas foi desnecessária para a sua resolução	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de desenvolvimento das tarefas propostas foi importante para a compreensão das estratégias a realizar na sua resolução	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de desenvolvimento das tarefas tive a oportunidade de partilhar ideias e processos de resolução com o meu grupo	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de desenvolvimento das tarefas, o trabalho de pares e de grupo permitiu-me discutir sobre possíveis formas de resolver as tarefas	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de desenvolvimento das tarefas utilizei diversas estratégias	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de desenvolvimento das tarefas senti dificuldades na sua resolução	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de exploração das tarefas não foi importante a utilização de materiais (por exemplo, o mira, o livro de espelhos e o GeoGebra) para a sua resolução	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de discussão tive a oportunidade de comparar as minhas estratégias e os resultados obtidos com os meus colegas	☐	☐	☐	☐	☐
Na fase de discussão tive a oportunidade de justificar as minhas ideias e os resultados obtidos	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de discussão foi importante para a minha aprendizagem, pude sistematizar conhecimentos sobre conteúdos de Geometria	☐	☐	☐	☐	☐
A fase de discussão ajudou-me a clarificar as minhas dificuldades e a compreender os conteúdos abordados nas aulas	☐	☐	☐	☐	☐
Gostaria de aprender outros tópicos matemáticos através das fases que integram o ensino exploratório	☐	☐	☐	☐	☐

2. Vantagens/desvantagens sobre as estratégias de ensino exploratório no estudo de conteúdos de Geometria

2.1. Indica, **justificando**, três vantagens do ensino exploratório na tua aprendizagem durante as aulas.

2.2. Refere, **justificando**, três desvantagens do ensino exploratório na tua aprendizagem durantes as aulas.

3. Que dificuldades sentiste nas aulas? Caso tenhas sentido alguma dificuldade, como a ultrapassaste?

Obrigada pela participação!
A professora estagiária, Marta Melo.

Anexo 7

(Guião da entrevista)

Ao longo das aulas que lecionei, os tópicos estudados sobre a rotação de figuras geométricas resultaram da resolução de tarefas que foram trabalhadas seguindo o seguinte método: os alunos leram e interpretaram as tarefas, de seguida os alunos exploraram em pares os dados das tarefas e, por fim, discutiram no grupo turma as suas resoluções.

1. Que importância tem para ti o momento de leitura e interpretação de uma tarefa que te é proposta? A quem compete fazer essa leitura e interpretação, ao aluno ou ao professor? Porquê?

2. Na exploração da tarefa, tentaste resolvê-la sozinho ou com a colaboração do teu colega? Aprendes mais a trabalhar sozinho ou em conjunto com os teus colegas? Porquê?

3- Quais os benefícios do ensino de tópicos matemáticos que incentive os alunos a ler e interpretar as tarefas, a resolvê-las e a discutir os resultados e processos em grande grupo? E que desvantagens identificas?

4- Consideras interessante abordar outros temas matemáticos através deste tipo de aulas, em que os alunos interpretam a tarefa, resolvem-na com o (s) colega (s) e finalmente discutem em grande grupo? Justifica a tua resposta.

5- Quais as dificuldades que sentiste ao longo das quatro aulas que exploramos? Como procedeste para as ultrapassar?

Anexo 8

(Grelha de observação)

Atividades dos alunos	Simbologia
Introdução	
▪ Interpretação da tarefa (individualmente, em grande grupo, com a ajuda do professor) ▪ Clarificação (dúvidas/questões dos alunos…)	
Desenvolvimento	
▪ Organização dos dados ▪ Utilização de diferentes estratégias pelos grupos ▪ Formulação de conjeturas e justificação das mesmas ▪ Interação entre os elementos do grupo	
Discussão/Sistematização	
▪ Explicitação correta dos processos utilizados e dos resultados ▪ Argumentação de resultados e de processos ▪ Confrontação de processos e de resultados ▪ Formulação de novas conjeturas ▪ Sistematização de conceitos	
Dificuldades	

Simbologia

Verifica-se (T1+; T2+ ...)

Não se verifica (T1-; T2- ...)

Anexo 9

(Plano de aula n.º 1 do 1.º ciclo)

Tópico: Distância e comprimento e área.

Objetivos: Comparar medidas de comprimento em dada unidade. Medir perímetros de um polígono e medir áreas em unidades não convencionais.

Formato da aula: Ensino exploratório em trabalho de pares e de grande grupo.

Tarefa 1: *Medidas na sala de aula.*

Utilizando dois objetos do teu estojo, com diferentes tamanhos determina as seguintes medidas:

1- O perímetro do teu manual de Português.

2- O perímetro do tampo da tua mesa.

3- O perímetro do tampo da cadeira.

4- Explica como procedeste para determinar os perímetros com os objetos que utilizaste.

Tarefa 2: *Medidas fora da sala de aula.*

Dos objetos que te são fornecidos, utiliza os que consideras mais adequados para determinares as seguintes medidas:

1- O perímetro do campo de jogos do recreio da escola. Regista os resultados.

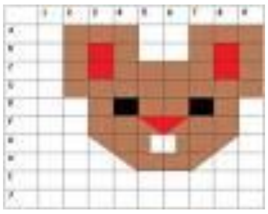
2- O perímetro da zona de recreio. Regista os resultados.

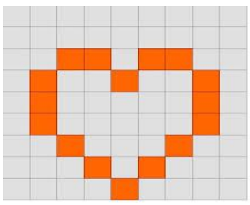
3- Explica como determinaste o perímetro do campo de jogos e da zona de recreio.

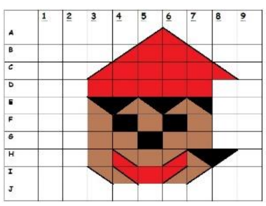
Tarefa 3: *Os quadros do António*

O António é um menino que gosta de ajudar a sua mãe. No fim-de-semana passado, quando observava o seu bloco, apercebeu-se que uma das tarefas que a mãe lhe propôs foi medir a área de alguns desenhos que tinha tirado da Internet para colocar na parede do seu quarto, em quadros que tinha comprado. Depois de saber as medidas da área dos diferentes desenhos, a mãe já saberá qual deles se adequa para os diferentes quadros que comprou.

1-Determina a área de cada um dos seguintes desenhos;







2-Explica a estratégia que utilizaste para determinar a área de cada um dos desenhos.

Materiais:

Enunciados das tarefas, objetos do estojo dos alunos, cordas com diferentes comprimentos e fitas métricas.

Comentários

Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em quatro fases distintas, designadamente introdução da tarefa, exploração, discussão e sistematização da mesma. Antes de iniciar a sessão, o docente procede à formação de pares.

Antes da realização desta atividade, o docente distribuirá pelos alunos um enunciado com uma proposta da tarefa e procederá à sua leitura em voz alta para o grande grupo, que interpretará o que é pedido.

Aquando da fase de desenvolvimento da tarefa 1, pretende-se que o aluno seja capaz de medir perímetros através de unidades de comprimento diferenciadas, utilizando diferentes estratégias.

Posto isto, em grande grupo segue-se a fase de discussão, em que será explorado o conceito de perímetro e confrontadas as diferentes resoluções que possam surgir.

Para finalizar a abordagem desta tarefa, deverá ser sistematizado o conceito de perímetro.

Aquando do envolvimento da tarefa 2, o professor procede à leitura do enunciado da tarefa em voz alta, seguida de uma interpretação por parte do grande grupo.

Neste momento, os alunos devem deslocar-se para o exterior da escola e cabe ao docente fornecer algum material, nomeadamente cordas com diferentes medidas e fitas métricas, bem como incentivar os alunos a utilizarem outros instrumentos de medição, designadamente através de passos por exemplo.

Aquando da fase de desenvolvimento da tarefa, espera-se que o aluno compreenda que poderá obter valores diferentes aos dos restantes colegas, visto que as unidades utilizadas podem ser igualmente diferenciadas.

Posto isto, na sala de aula, em grande grupo surgirá a fase de discussão desta tarefa. Espera-se que os alunos confrontem os resultados obtidos e compreendam o que levou a essa diferenciação de valores.

Segue-se a tarefa 3, que iniciará com a distribuição dos enunciados pelos diferentes pares de alunos e leitura em voz alta por parte do professor, seguida de interpretação pelo grande grupo.

Na fase de desenvolvimento pretende-se que os alunos sejam capazes de medir a área das diferentes figuras utilizando unidades não convencionais, neste caso as quadriculas.

Em grande grupo, será criado um espaço para discussão. Pretende-se que os alunos confrontem os resultados obtidos, as diferentes estratégias utilizadas para a medição da área e debatam a veracidade dos resultados apresentados.

Para terminar a sessão é importante que se proceda à sintetização dos conteúdos, realçando que a condicionante da determinação do perímetro e da área é a unidade de medida utilizada.

Anexo 10

(Plano de aula n.º 2 do 1.º ciclo)

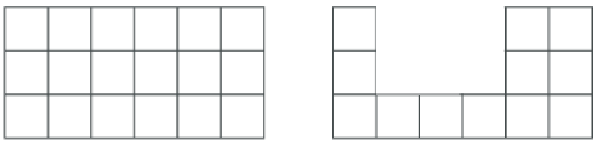
Tópico: Distância, comprimento e área.

Objetivos: Medir perímetros de um polígono e medir áreas em unidades não convencionais.

Formato da aula: Ensino exploratório em trabalho de pequenos e grande grupo.

Tarefa: *Jogos no Geoplano.*

Ofereceram ao Rui um conjunto de jogos matemáticos, o "GeoMat", com imensos desafios! O Rui gostou muito de um deles, o Geoplano, e como estava a rever os "Perímetros" e as "Áreas" nas aulas de Matemática, resolveu convidar os seus colegas Joana, a Lara, o Luís e o António para jogarem juntos! Foi uma tarde bem divertida!
Um dos jogos que eles fizeram pedia para observar as seguintes formas:



1. Representa as formas no teu Geoplano e desenha-as na tua folha quadriculada. O que podes dizer sobre cada uma das formas?
2. Existem formas que apresentem o valor do perímetro igual ao valor da área. Representa algumas dessas formas no Geoplano e desenha na tua folha quadriculada.
3. Há formas em que o perímetro é maior que a área. Representa algumas dessas formas no teu Geoplano e passa o desenho para a folha quadriculada.
4. Encontra formas em que a área seja superior ao perímetro. Representa no Geoplano e desenha na tua folha quadriculada.
5. Representa diferentes formas que tenham perímetro 8 mas valores de área diferentes. Desenha-as na folha quadriculada.
6. Encontra diferentes formas que tenham área 6, mas valores de perímetros diferentes. Passa-as para a folha quadriculada.
7. Será possível representar uma forma em que o valor do perímetro seja o dobro do da área? Se sim, desenha-a na folha quadriculada.
8. Será possível representar uma forma em que o valor da área seja o dobro do perímetro? Se sim, desenha-a na folha quadriculada.

Comentários

Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em três fases distintas, nomeadamente introdução da tarefa, desenvolvimento e discussão/sistematização.

Antes de iniciar a sessão, o docente procede à disposição dos alunos em grupos de 4 elementos cada.

Aquando do início da aula, o professor distribuirá pelos alunos um enunciado com uma proposta da tarefa, solicitando a um aluno que proceda à sua leitura em voz alta para o grande grupo. Cabe ao grande grupo interpretar a mesma- Fase de introdução.

Posto isto, distribui um Geoplano por cada grupo.

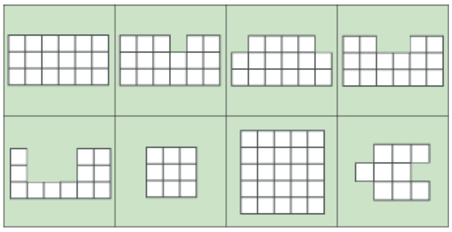
Aquando da fase de desenvolvimento pretende-se que o aluno seja capaz de medir perímetros e áreas, através de unidades não convencionais.

Espera-se que a unidade de medida seja definida pelo aluno.

Ao longo desta fase é esperado que o aluno compreenda que os valores das áreas e dos perímetros variam consoante as formas que surgirem, ou seja conforme a disposição dos quadrados.

A fase de discussão será realizada em grande grupo.

Espera-se que cada grupo apresente as diferentes formas obtidas, explicitando como encontrou cada uma delas. Deste modo, os diferentes grupos familiarizar-se-ão de uma diversidade de formas existentes para cada uma das alíneas da tarefa explorada, bem como têm a oportunidade de debater a veracidade dos

Tarefa adicional: O que podes dizer sobre estas formas? Elabora um pequeno texto em que fales de cada uma delas.  **Materiais**: Enunciados das tarefas, Geoplanos, elásticos e folhas quadriculadas.	resultados. Aquando deste momento, haverá ainda, o desenvolvimento de conteúdos transversais, nomeadamente a comunicação matemática. Na sistematização desta sessão, reforçar-se-á que os valores do perímetro e da área se alteram devido à disposição de cada um dos quadrados, ou seja dependendo de cada forma que possa surgir.

Anexo 11

(Plano de aula n.º 3 do 1.º ciclo)

Tópico: Perímetro e área de polígonos. **Objetivos**: Medir perímetros e áreas de polígonos, em unidades não convencionais. **Formato da aula:** Ensino exploratório em trabalho de pequenos e grande grupo.	*Comentários* A tarefa proposta para esta aula foi adaptada do livro "Matemática divertida" de Andrew King. Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em três fases distintas, nomeadamente introdução da tarefa, desenvolvimento e discussão da mesma. Antes de iniciar a sessão, o docente procede à disposição dos alunos em grupos de 4 elementos cada.
Tarefa: *Quadrados Baralhados* A Joana e a Maria são duas primas que gostam muito de Matemática! Todos os dias se juntam na casa da avó e aproveitam para jogar aos "quadrados baralhados". Hoje, decidiram utilizar 8 quadrados coloridos para obter o maior perímetro possível, mas estão com algumas dificuldades. Os quadrados têm de ter pelo menos um lado em comum. Consegues ajudá-las? a) Qual o maior perímetro que consegues obter? b) Qual o menor perímetro que consegues obter? c) Das formas que encontraste com maior perímetro, que semelhança existe entre as disposições dos quadrados? d) Agora que já conheces a regra, consegues encontrar rapidamente a forma que com 12 quadrados tenho o maior perímetro possível? E com 24? E com 30?	Aquando do início da aula, o professor distribuirá pelos alunos um enunciado com a proposta da tarefa e solicitará a sua leitura e explicitação em voz alta para o grande grupo- Fase de introdução. Distribuirá neste momento 8 quadrados feitos em cartolina de duas cores e as respetivas folhas de registo quadriculadas. Aquando da fase de desenvolvimento pretende-se que o aluno seja capaz de encontrar o maior e o menor perímetro possível, admitindo uma área fixa, neste caso 8 quadrados. Espera-se que o aluno compreenda que a área se mantém e o perímetro varia, devido ao número de lado que cada quadrado partilha com o quadrado vizinho.
Tarefa adicional: Depois de teres encontrado o menor perímetro possível com 8 quadrados, descobre justificando o teu raciocino, o que acontece com: a) 10 quadrados; b) 15 quadrados. **Materiais**: Enunciados das tarefas, quadrados coloridos de cartolina e folhas de registo quadriculada.	A fase de discussão será realizada em grande grupo. Espera-se que cada grupo apresente os resultados obtidos, explicitando como os obteve. Deste modo, pretende-se que os grupos compreendam que para obter o maior perímetro possível, a disposição dos quadrados deve ser feita de modo que apenas um lado do quadrado toque o quadrado seguinte. Serão sistematizados os conceitos acima trabalhados.

Anexo 12

(Plano de aula n.º 4 do 1.º ciclo)

Tópico: Perímetro e área de um polígono.

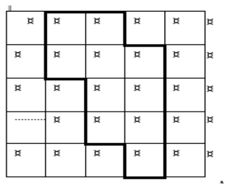
Objetivos: Medir perímetros de um polígono e medir áreas em unidades não convencionais.

Formato da aula: Ensino exploratório em trabalho de pequenos e grande grupo.

Tarefa: A cerca do agricultor.

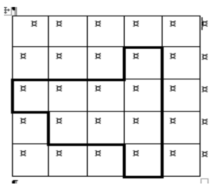
O Senhor José é um agricultor que tem muitas galinhas. Mas, tem um problema. São tantas, que o espaço onde elas estão acaba por se tornar pequeno.
Para resolver este problema, o agricultor decidiu cercar o seu terreno com 16 secções de cerca. As várias secções só se podem unir numa linha reta ou em ângulos retos.
Consegues ajudá-lo a colocar a cerca, de modo que as galinhas disponham do maior espaço possível?

O agricultor decidiu fazer um plano e começou por dispor as secções da cerca desta forma:



A área no interior da cerca é 10 quadrados.

Fez outra tentativa. Desta vez a área é menor. São 9 quadrados.



a) Consegues descobrir uma maneira melhor de dispor a cerca de forma que as galinhas disponham do maior espaço possível?
b) Mais tarde, o agricultor comprou mais 4 secções de cerca. Qual passa a ser a maior área possível para as galinhas esgravatarem?

Tarefa adicional:

Utilizando agora 24 seções de cerca, qual será a maior área possível? E com 28? E com 32? Explica como pensaste.

Materiais:

Enunciados das tarefas e folhas de registos quadriculadas.

Comentários

A tarefa trabalhada nesta sessão foi adaptada do livro "Matemática divertida" de Andrew King.
Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em três fases distintas, nomeadamente introdução da tarefa, desenvolvimento e discussão/sistematização.
Antes de iniciar a sessão, o docente procede à disposição dos alunos em grupos de 4 elementos cada.

Aquando do início da aula, o professor distribuirá pelos alunos um enunciado com uma proposta da tarefa, bem como uma folha quadriculada de registos.
Um dos alunos da turma procederá à sua leitura em voz alta para o grande grupo- Fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento pretende-se que o aluno seja capaz de encontrar a maior área possível, admitindo um valor de perímetro fixo, designadamente 16.

Ao longo desta fase é esperado que o aluno compreenda que existem figuras que apresentam valores de áreas distintos, no entanto admitem o mesmo valor de perímetro. E ainda que otimizem o valor da área para o valor de perímetro de 16 e posteriormente de 20.

A fase de discussão será realizada em grande grupo.
Espera-se que cada grupo apresente os resultados obtidos, explicitando cada um deles. Desta forma, devem ser mostradas as diferentes formas obtidas até encontrar a ideal. Deverá ainda ser debatida e comprovada através da experimentação, a veracidade dos resultados, estabelecendo assim um debate entre todos os alunos.
Os conceitos explorados deverão ser sistematizados, registando os conceitos no caderno diário.

Anexo 13

(Plano de aula n.º 1 do 2.º ciclo)

Tópico: Isometrias do plano: rotação.

Objetivos: Compreender a noção de rotação. Reconhecer o sentido de uma determinada rotação. Determinar a rotação de uma figura.

Formato de ensino: Ensino exploratório em trabalho de pares e de grande grupo.

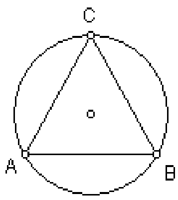
Exploração

1- Em várias situações do dia-a-dia usa-se o termo rotação. Em que consiste uma rotação? Dá alguns exemplos.
2- A docente apresenta aos alunos algumas situações que contemplam a noção de rotação.
3- Considerando um relógio de ponteiros, relativamente às 12 horas, o que acontece ao ponteiro dos minutos quando são 12:10 horas e 11:50 horas?

Tarefa 1: Explorando isometrias.

a) Marca o ponto M e um centro O e procede à rotação de +45°. De seguida procede a outras rotações, nomeadamente -45°, +90°,- 120°, 180°, -315°, +360° e -360°. Explica o que verificaste.

b) Na figura está representada uma circunferência de centro O e um triângulo equilátero nela inscrito. Faz uma rotação de centro O e amplitude de +120° e explica o que aconteceu ao ponto B e ainda ao ponto C.



Comentários

Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em três fases distintas, designadamente introdução da tarefa, exploração e discussão/sistematização da mesma.

O software dinâmico GeoGebra será utilizado para a resolução das tarefas.

Antes da realização das diferentes tarefas propostas para esta aula, serão levantados os conhecimentos prévios dos alunos, registando-os no quadro.

De acordo com o que surgir no ponto 1, a docente no ponto 2 apresentará situações concretas, nomeadamente uma ventoinha e um relógio de ponteiros, por exemplo.

Aquando do ponto 3 serão explorados a noção de centro de rotação, amplitude do ângulo, bem como o sentido da rotação, positivo e negativo.

Seguidamente, o professor distribuirá pelos pares de alunos um enunciado com uma proposta de tarefa que contém 3 questões. Será feita a leitura em voz alta da questão a) para o grande grupo, que a interpretará.- Fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento da questão a) da tarefa 1, os alunos devem inicialmente produzir no papel os seus resultados, e posteriormente no GeoGebra. No final poderão confrontá-los. Pretende-se que os alunos compreendam a rotação de meia volta e de ângulo nulo ou ângulo giro.

Após a resolução desta questão, deverá haver uma discussão em grande grupo, onde se confrontam os resultados dos diferentes pares, bem como se validam ou refutam os resultados.

Posteriormente serão sistematizados alguns conceitos, designadamente rotação de um ponto, rotação de meia volta, rotação de um ângulo nulo ou giro. Aquando desta fase, em grande grupo, os alunos devem propor os conceitos supracitados, registando-os no quadro, sendo que de seguida os mesmos deverão ser comparados com os que estão apresentados no manual e registados nos cadernos diários.

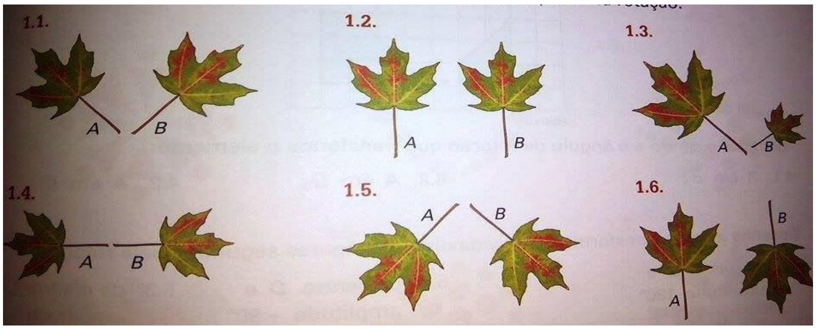
Aquando do envolvimento na questão b), um dos alunos da turma procederá à leitura do enunciado, que será interpretado pelo grupo- fase de introdução da tarefa

Nada fase de desenvolvimento, os alunos deverão proceder à semelhança do que acontecera na questão anterior. Estimar os seus resultados e registar na folha de

c) Constrói um triângulo [ABC]. Considerando o centro de rotação exterior ao triângulo, determina a rotação do triângulo com centro num ponto e de amplitude de -50° e 60°. O que concluis relativamente aos triângulos?

Tarefa adicional: Aplica o que aprendeste.

Descobre se é possível obter a figura B da figura A por uma rotação, justificando e aplicando os conceitos explorados anteriormente.



T.P.C: Em casa, descobre objetos que admitam rotação e traz esses exemplos para a sala de aula.

Materiais: Enunciados das tarefas, Computador com software GeoGebra instalado, cadernos diários, e folhas de registo.

registos e de seguida proceder à resposta no GeoGebra.

Pretende-se que o aluno compreenda a rotação de um segmento de reta, bem como que verifique que a rotação é uma isometria, sendo que mantém a distância entre pontos.

Posto isto, haverá um espaço para discussão, em que os diferentes pares confrontam os seus resultados, debatendo a sua veracidade.

Aquando da fase de sistematização da questão b), surgirá o conceito de rotação de um segmento de reta. Para efetuarem o registo do conceito deverão proceder do mesmo modo da questão a).

Leitura por parte de um aluno da questão c) e interpretação da mesma pelos alunos- Fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento da tarefa, os alunos deverão resolver a questão utilizando o GeoGebra. Espera-se que os alunos compreendam que os triângulos são geometricamente iguais, dado que um se trata do objeto e os outros são as suas imagens, logo os respetivos ângulos serão geometricamente iguais.

Posto isto, em grande grupo será criado um espaço de discussão, em que serão confrontados os resultados dos alunos e debatida a veracidade dos mesmos.

Na fase de sistematização, o aluno compreenderá o conceito de rotação de um ângulo. Para efetuarem o registo do conceito no caderno diário deverão proceder do mesmo modo da questão a).

Caso ainda haja tempo de aula, aquando do envolvimento da tarefa adicional, o professor procede à leitura do enunciado da tarefa em voz alta, seguida de uma interpretação por parte do grande grupo- fase de introdução.

Segue-se a fase de desenvolvimento da tarefa a pares. Aquando deste momento, espera-se que o aluno identifique as alíneas em que se verifica que ocorreu a rotação, bem como que explicitem o motivo pelo qual assumem as suas afirmações. Deverão surgir ideias diversificadas através da aplicação dos conceitos explorados na tarefa 1.

Em grande grupo surgirá a fase de discussão da tarefa. Cada par de alunos apresentará os seus resultados, debatendo sobre a veracidade de todos eles.

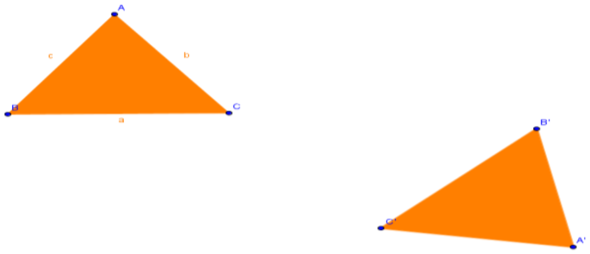
A fase de sistematização ocorrerá paralelamente à fase de discussão, em que serão sintetizados os conceitos anteriormente abordados.

Anexo 14

(Plano de aula n.º 2 do 2.º ciclo)

Tópico: Isometrias do plano: rotação. **Objetivos:** Consolidar a noção de rotação. Construir imagens de figuras geométricas planas por rotação, utilizando régua, transferidor e compasso. **Formato de ensino**: Ensino exploratório em trabalho de pares e de grande grupo. **Tarefa 1:** O Senhor Joaquim tem um terreno grande em torno de sua casa, onde pretende construir um jardim em forma triangular. Ao idealiza-lo verificou que o melhor sitio para o jardim resulta de uma rotação de +90º ou de 180º, tendo a casa como centro da rotação. Como poderás ajudar o Senhor Joaquim? **Exploração:** **1-** Questionar os alunos em que consiste rodar a figura. **2-** Questionar o que acontecerá à figura numa rotação. **3-** Sugerir que os alunos tracem com o compasso as três circunferências. **4-** A docente deve desenhar no GeoGebra um triângulo (polígono) e as respetivas circunferências, definindo um seletor que varia entre -360º e 360º, mobilizando o triângulo em torno das mesmas através de uma rotação. **5-** Propor aos alunos a produção da resposta ao enunciado através do GeoGebra. **6-** Propor aos alunos que utilizem o material de Geometria. **7-** Na resolução da tarefa desenhar um triângulo [ABC] **8-** Construir, utilizando transferidor e compasso, o triângulo [A´B´C´] transformado do triângulo [ABC] por uma rotação de centro O e amplitude +90º e 180º.	*Comentários* Esta sessão será do tipo exploratório e, como tal será divida em quatro fases distintas, designadamente introdução da tarefa, exploração e discussão/sistematização da mesma. O software dinâmico GeoGebra será utilizado para a resolução das tarefas. A aula iniciará com um diálogo acerca do que fora explorado na sessão anterior, nomeadamente os conceitos deverão ser brevemente consolidados. Posto isto, será distribuído aos alunos um enunciado da tarefa 1, que será lido e interpretado pelos alunos-Fase de introdução. De seguida, os alunos devem explorá-la e espera-se que os mesmos compreendam que para desenhar a imagem de um qualquer triângulo é necessário utilizar material de geometria, bem como que consigam aplica-lo aquando do desenho da imagem do triângulo de uma rotação de +90º e de meia volta. É ainda esperado que os alunos confrontem a sua resolução da tarefa, com uma outra, no GeoGebra. Após a resolução haverá uma discussão em grande grupo, onde se confrontam os resultados dos diferentes pares, bem como se validam ou refutam os mesmos. Posteriormente serão sistematizados alguns conceitos, designadamente rotação de meia volta. Aquando desta fase, os alunos deverão compreender o motivo pelo qual as construções são feitas de determinada forma. A tarefa 2 será lida por um aluno em voz alta- Fase de introdução. .Aquando da fase de desenvolvimento da tarefa, os alunos deverão explorar a tarefa inicialmente no GeoGebra, e de seguida utilizando o material de Geometria. Pretende-se que o aluno compreenda que para obter o centro da rotação terá de traçar segmentos de reta, bem como as suas respetivas mediatrizes. A interseção das 3 mediatrizes será um ponto,

Tarefa 2:



Na figura 1, o triângulo [A´B´C´] é o transformado do triângulo [ABC] por uma rotação. Qual é o centro e a amplitude da rotação? Explica como obtiveste a tua resposta.

Exploração:

1- Perguntar aos alunos onde se encontra o centro.
2- Caso os alunos não respondam adequadamente sugerir que construam os segmentos de reta que unem os objetos e as imagens.
3- Construir a mediatriz de cada um dos segmentos. O que verificas?
4- Verificar qual a medida da amplitude do ângulo de rotação. Como foi determinada?
5- Questionar os alunos sobre como se obteve o centro de rotação da qual se conhece o objeto e a imagem?

Tarefa adicional: Aplica o que aprendeste.

1- Na figura 1 estão representados 3 hexágonos regulares (G, H, I).

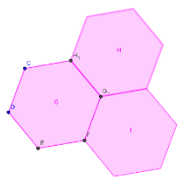


Figura 1

O hexágono H pode ser obtido do hexágono G por duas rotações. Indica o centro e o ângulo de cada rotação.

Materiais: Enunciados das tarefas, Computador com software GeoGebra instalado, cadernos diários, e folhas de registo.

designadamente o centro da rotação. De Seguidamente, para medir a amplitude do ângulo, os alunos devem compreender que têm de traçar 2 segmentos de reta, por exemplo [CO] e [OC], medindo o ângulo por eles formado.

Posto isto, haverá um espaço para discussão, em que os diferentes pares confrontam os seus resultados, debatendo a sua veracidade, e explicitando o processo que utilizaram.

Aquando da fase de sistematização serão mobilizados os conceitos, mediatriz, centro e amplitude da rotação. Todas as construções deverão ser registadas nos cadernos diários, bem como guardadas num documento do GeoGebra, denominado "Construções".

Posteriormente, caso existia tempo, a docente distribuirá uma ficha de trabalho, através da qual os alunos podem consolidar os conhecimentos apreendidos ao longo das duas sessões, a 1 e a 2.

Os alunos procederão à sua leitura e interpretarão em conjunto cada uma das questões- Fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento da tarefa, em pares, os alunos deverão resolver a respetiva ficha, mobilizando o conceito de noção de rotação, sentido positivo e negativo, amplitude do ângulo, propriedades das figuras, bem como a construção de figuras.

Posto isto, em grande grupo será criado um espaço de discussão, em que serão confrontados os resultados dos alunos e debatida a veracidade dos mesmos.

A fase de sistematização ocorrerá paralelamente à de discussão, sendo que se fará uma abordagem aos conceitos anteriormente abordados.

Anexo 15

(Plano de aula n.º 3 do 2.º ciclo)

Tópico: Isometrias do plano: simetrias de rotação e de reflexão.

Objetivos: Compreender a noção de simetria. Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas.

Formato de ensino: Ensino exploratório em trabalho de pares e de grande grupo.

Tarefa 1: Noção de simetria

Em cada uma das seguintes figuras verifica se existe alguma simetria:





Exploração:

1- Apresentação aos alunos de algumas fotografias ligadas à natureza que têm simetria de rotação e de reflexão.

2- Os alunos são solicitados a referir os elementos que se repetem.

3- Discussão com os alunos sobre as caraterísticas presentes nas diferentes imagens.

Tarefa 2: Simetria em polígonos

1. Utilizando um mira será possível obter a figura completa, partindo apenas de uma parte da mesma? Se possível, desenha os eixos de simetria.

E como colocarias o livro de Espelhos de modo a obter a figura completa, partindo apenas de uma parte da figura? Desenha os eixos e o ângulo de rotação.

2- Vamos identificar simetrias em polígonos regulares.

Comentários

A tarefa 2 foi adaptada de NPMATEB 2009/10.

Esta aula segue um formato de ensino exploratório, divida em três fases distintas: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa e discussão/sistematização da tarefa

A aula iniciará com a proposta da primeira tarefa. A docente projetará diversas imagens ligadas à natureza. Os discentes interpretam a tarefa que lhes é proposta- Fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento espera-se que os alunos compreendam a noção de simetria, nomeadamente simetria de rotação e de reflexão.

Na última fase, os pares de alunos apresentarão a sua resposta que será debatida em grande grupo. Deverá ser definido o conceito de simetria, redigindo em grande grupo, no quadro, uma definição própria dos alunos. Esta definição deverá ser passada para o caderno diário dos alunos.

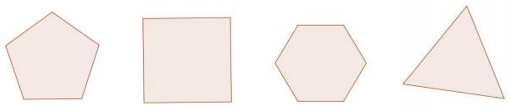
No envolvimento da tarefa 2, o docente distribuirá os enunciados e um aluno procederá à sua leitura em voz alta para o grande grupo, que a interpretará- Fase de introdução.

De seguida, a pares, os alunos deverão na 1.ª questão compreender a simetria de reflexão e de rotação.

Na 2ª questão espera-se que o aluno identifique a simetria de reflexão e a simetria de rotação das diferentes figuras e ainda que compreenda a relação existente entre o número de lados com o número de simetrias e entre o número de lados e a amplitude do ângulo de rotação, em polígonos regulares.

Em grande grupo será criado um espaço de discussão, em que serão confrontados os resultados dos alunos e debatida a veracidade dos mesmos.

Posteriormente serão sistematizados alguns conceitos, nomeadamente simetria de rotação e simetria de reflexão. Os conceitos deverão ser definidos pelo grande grupo e devem ser registados nos cadernos diários.

a)-  Identifica as simetrias de reflexão de cada um dos polígonos, desenhando o(s) respetivo(s) eixo(s). Preenche a primeira linha da tabela abaixo.

b)- Indica todas as simetrias de rotação de cada um das figuras. Identifica o seu centro e amplitude do seu ângulo. Preenche a segunda linha da tabela:

N.º de lados do polígono regular	**3**	**4**	**5**	**6**
N.º de simetrias de reflexão (eixos de simetria)				
N.º de simetrias de rotação (amplitude de rotação)				

c) Analisando a tabela que preencheste, que conclusões podes tirar?

Tarefa adicional: Vamos identificar simetrias em polígonos irregulares. Quantos eixos de simetria tem um triângulo escaleno? E um triângulo isósceles? E um circulo?

Materiais: Enunciados das tarefas, cadernos diários, folhas de registos, mira, livros de espelhos e polígonos regulares feitos em cartolina.

Caso haja tempo para continuar a aula, aquando do envolvimento da tarefa adicional, um dos alunos procederá à leitura do enunciado da tarefa em voz alta, seguida de uma interpretação por parte do grande grupo- fase de introdução.

Segue-se a fase de desenvolvimento da tarefa a pares. Espera-se que os alunos percebam que ao contrário dos polígonos regulares, nos irregulares não existe relação entre o número de lados e o número de simetrias, bem como entre o número de lados e a amplitude dos ângulos de rotação.

Em grande grupo surgirá a fase de discussão. Cada par de alunos apresentará os seus resultados, debatendo sobre a sua veracidade.

A fase de sistematização ocorrerá paralelamente à fase de discussão, em que serão sintetizados os conceitos anteriormente abordados.

Anexo 16

(Plano de aula n.º 4 do 2.º ciclo)

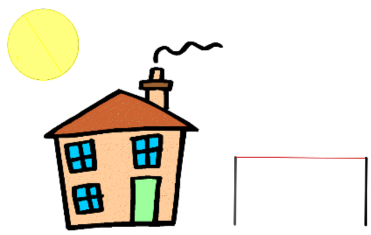
Tópico: Isometrias do plano: simetrias de rotação e de reflexão.

Objetivos: Saber que a imagem de um segmento de reta por uma isometria é o segmento de reta cujas extremidades são as imagens das extremidades do segmento de reta inicial. Resolver problemas envolvendo as propriedades das isometrias, utilizando raciocínio dedutivo.

Formato de ensino: Ensino exploratório em trabalho de pares e de grande grupo.

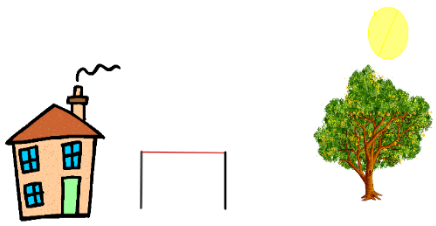
Tarefa 1: Imagem de um segmento de reta.

A D. Maria tem a sua corda de estender a roupa, esticada na horizontal, num local onde nem sempre dá sol. Assim, pretende mudá-la de sítio. Para isso, pensou que a melhor maneira de o fazer era através de uma reflexão axial, em relação a um eixo r que dista 2 cm da extremidade direita da corda.



a) Como poderias ajudar a D. Maria a resolver o seu problema?

b) Uns dias depois, o Sol parecia teimar esconder-se por detrás de uma árvore. Nesse dia, a D. Maria viu-se confrontada com um novo problema. Para a ajudares, efetua uma rotação de centro O, que dista 1 cm da extremidade direita da corda, e com amplitude de - 75°.



c) O que podes dizer em relação ao comprimento da corda de estender a roupa nas duas diferentes situações?

Exploração:

Comentários

A tarefa 2 é uma adaptação do manual escolar.

Esta aula segue um formato de ensino exploratório, divida em quatro fases distintas: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa e discussão/sistematização da mesma.

A sessão iniciará com a proposta da primeira tarefa. Será realizada uma leitura do enunciado por parte dos alunos, que em conjunto interpretarão a tarefa- Fase de introdução.

De seguida, na fase de desenvolvimento espera-se que os alunos compreendam que a corda representa um qualquer segmento de reta e que desenhem o segmento d reta [A´B´] por uma reflexão axial de eixo r e uma rotação de centro O e amplitude + 75°. Na alínea c, pretende-se que concluam que os segmentos de reta obtidos têm o mesmo comprimento que [AB], tratando-se de uma isometria.

Aquando da terceira fase, os pares de alunos apresentarão a sua resposta e serão confrontados e debatidos os resultados em grande grupo.

Serão sistematizados os critérios das isometrias, redigindo-os em grande grupo. Posteriormente deveram ser registados no caderno diário dos alunos.

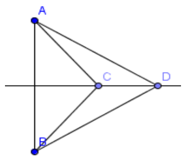
Segue-se a segunda tarefa, denominada "A mediatriz", em que a docente distribuirá os enunciados, e os alunos procederão à sua leitura e interpretação- Fase de introdução da tarefa.

Aquando da fase de desenvolvimento espera-se que os alunos usem os conhecimentos prévios da mediatriz, como os critérios de semelhança de triângulos, estabelecendo uma ligação entre ambos. Na resposta à alínea a) importa realçar que os triângulos são

1- Considerar um segmento de reta que representa a corda de estender roupa.
2- Desenhar um eixo r que diste 2 cm da extremidade direita da corda [AB].
3- Traçar o segmento de reta [A´B´], imagem de [AB] por uma reflexão de eixo r.
4- Desenhar o segmento de reta [A´B´], imagem de [AB] por uma rotação de centro O e amplitude -75°.
5- -Determinar as propriedades das isometrias consideradas (reflexão e rotação), relativamente aos segmentos de reta.

Tarefa 2: A mediatriz

Na figura seguinte está representado o segmento de reta [AB] e a respetiva mediatriz CD.



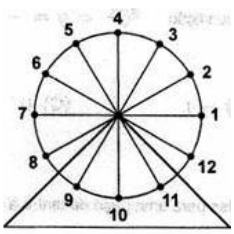
a) O que podes dizer relativamente aos dois triângulos formados [BDC] e [CDA]? Justifica a tua resposta.
b) O que aconteceria se os pontos C e D estivessem contidos na mediatriz, num outro lugar? Justifica a tua resposta.

Exploração:

1- Questionar a turma sobre o significado de mediatriz de um dado segmento de reta.
2- Analisar com os alunos os critérios de igualdade de triângulos.
3- Aplicar estes conhecimentos na justificação de que os triângulos formados com os extremos do segmento de reta AB e por pontos sobre a mediatriz deste segmento são iguais.

Tarefa adicional: Roda gigante.

Observa a roda de uma feira de diversões.



a) Quem vai estar no ponto mais alto da roda, depois dela rodar 120° no sentido dos ponteiros do relógio?

b) E se rodar meia volta?

c) O que acontece se rodar 5 voltas e meia?

Material utilizado:

Enunciado das tarefas, caderno diário, folhas de registos e material de geometria (compasso, régua e transferidor).

semelhantes, atendendo aos diferentes critérios de semelhança de triângulos. Porém, na alínea b) pretende-se que os alunos compreendam que, independentemente de alterar o ponto C e D de lugar, os triângulos formados serão sempre semelhantes.

Em grande grupo segue-se a fase de discussão da tarefa, em que os grupos exporão as ideias aos seus colegas e debaterão os diferentes resultados.

Deverão ser sintetizados os conceitos de mediatriz e os critérios de semelhança de triângulos.

Caso haja tempo para continuar a aula, aquando do envolvimento da tarefa adicional, um aluno procederá à leitura do enunciado da tarefa em voz alta-fase de introdução.

Na fase de desenvolvimento da tarefa, espera-se que os alunos identifiquem a rotação, nos diferentes sentidos.

Em grande grupo surgirá a fase de discussão. Cada par de alunos apresentará os seus resultados, debatendo sobre a sua veracidade.

A fase de sistematização ocorrerá paralelamente à fase de discussão, em que serão sintetizados os conceitos anteriormente abordados.