

## MODELAÇÃO DE VIGAS REFORÇADAS COM LAMINADOS DE CFRP INSERIDOS NO BETÃO DE RECOBRIMENTO



**J. SENA CRUZ**  
Assistente  
Univ. do Minho  
Guimarães



**J. BARROS**  
Prof. Auxiliar  
Univ. do Minho  
Guimarães



**A. AZEVEDO**  
Prof. Auxiliar  
FEUP  
Porto

### SUMÁRIO

São descritas as principais características do modelo numérico desenvolvido, que no âmbito do presente trabalho é aplicado na análise de estruturas de betão reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento. O desempenho do modelo é avaliado por intermédio da simulação do comportamento registado em ensaios experimentais.

### 1. INTRODUÇÃO

A técnica baseada na inserção de laminados de CFRP no betão de recobrimento tem sido objecto de estudo nos últimos anos, tendo-se revelado promissora no reforço à flexão e ao corte de estruturas de betão. Os laminados utilizados no âmbito do presente trabalho têm secção transversal rectangular de dimensões aproximadas de  $10 \times 1.5 \text{ mm}^2$  e são colados ao betão de recobrimento por intermédio de um adesivo epoxy. O estado do conhecimento relativo a esta técnica poderá ser encontrado em [1].

A partir do final da década de sessenta assistiu-se a um considerável esforço no desenvolvimento de modelos numéricos para a simulação de estruturas de betão armado. A mecânica da fractura não linear tem sido utilizada na simulação do comportamento de materiais frágeis, tais como o betão, sendo os modelos de fendilhação discreta e distribuída os mais comuns tendo em vista a simulação do fenómeno da fendilhação [2]. Por outro lado, a teoria da plasticidade tem sido amplamente utilizada na modelação da componente elasto-plástica do comportamento do betão [3]. A fusão de modelos da mecânica da fractura

com modelos de plasticidade parece constituir um desafio interessante e já foi alvo de várias tentativas bem sucedidas [4-6], apesar das dificuldades encontradas, quer na fase de desenvolvimento do código computacional, quer na fase da modelação.

Os elementos de interface constituem uma poderosa ferramenta para a simulação de fenómenos, tais como, a simulação do comportamento de estruturas cuja rotura é governada pela ocorrência de um número reduzido de fendas ou a simulação da aderência betão/reforço [7].

O presente trabalho descreve as principais características do modelo numérico desenvolvido e que aqui foi aplicado na análise de estruturas de betão reforçadas com a técnica proposta. Na actual fase de desenvolvimento, o modelo permite analisar em regime não linear material, estruturas submetidas a estado plano de tensão. É possível modelar armaduras convencionais, bem como reforços em CFRP. A ligação destes ao betão pode ser efectuada admitindo aderência perfeita, ou a ocorrência de deslizamento, sendo neste último caso utilizados elementos de interface. A lei constitutiva dos elementos de interface relaciona a tensão tangencial com o deslizamento na interface laminado/betão. Esta lei foi calibrada por intermédio de resultados obtidos em ensaios de arranque em flexão. O comportamento não linear do betão à compressão é simulado com recurso a um modelo baseado nas teorias da plasticidade e da mecânica da fractura não linear, em que se admite fendilhação distribuída. As armaduras e os laminados são modelados por intermédio de leis uniaxiais definidas com base em resultados obtidos experimentalmente. O desempenho global do modelo é avaliado com recurso a resultados obtidos em diversos ensaios experimentais.

## **2. MODELO NUMÉRICO**

Nesta secção procede-se a uma breve descrição dos modelos constitutivos implementados no programa de elementos finitos FEMIX [8], tendo em vista a simulação de estruturas de betão reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento.

### **2.1 Modelo constitutivo para o betão**

Os principais aspectos do modelo material para a simulação do betão são apresentados nesta secção, podendo ser encontrada noutra publicação [9] uma descrição detalhada do mesmo. Neste modelo, após fendilhação e/ou plastificação do betão num ponto de amostragem (ponto de integração), admite-se que a deformação ocorrida, resulta da variação da deformação associada às fendas, bem como da variação da deformação elástica e plástica do betão entre fendas. A variação da deformação nas fendas é governada pelos parâmetros de fractura do material, enquanto que a variação da deformação do betão entre fendas é obtida usando um modelo baseado na teoria da plasticidade.

Foram usadas duas superfícies de cedência distintas: o critério de Rankine para o betão à tracção e a superfície de cedência Owen & Figueiras [10] para o betão à compressão.

No modelo elasto-plástico com endurecimento isotrópico, foi adoptada uma lei de escoamento plástico associada. Como parâmetro de endurecimento é utilizada a deformação plástica equivalente que consiste no trabalho plástico por unidade de volume. A lei de endurecimento adoptada pode ser encontrada noutra publicação [9].

O comportamento do betão fendilhado é regido pelo modelo de multi-fendas distribuídas de orientação fixa. Em cada ponto de integração podem surgir várias fendas não ortogonais. A propagação da fractura em modo I é simulada por diagramas de 'tension-softening' ou 'tension-stiffening'. No presente trabalho foi adoptada uma lei tri-linear para simular estes diagramas [9]. O modo II de fractura é simulado por intermédio do factor de retenção de rigidez de corte do betão fendilhado [6]. A largura da banda de fendilhação pode ser estimada através de três alternativas distintas: área do elemento finito, área do ponto de amostragem ou um valor constante.

As equações de equilíbrio resultantes do modelo constitutivo correspondem a um sistema de equações não lineares, que é resolvido pelo método de Newton-Raphson. O modelo foi desenvolvido de acordo com os conceitos actuais da plasticidade, incluindo operadores tangentes consistentes [9].

Com o objectivo de calibrar o modelo incluído no código computacional, procedeu-se à realização de diversos testes numéricos e simulações de ensaios experimentais. Neste trabalho são apresentados os resultados relativos à simulação de uma viga simplesmente apoiada com rotura por corte, tendo a viga de referência sido testada experimentalmente por Walraven [11]. Os parâmetros materiais utilizados na simulação podem ser encontrados noutra publicação [9]. Na Figura 1 são apresentados os padrões de fendilhação experimental e numérico. No padrão de fendilhação proveniente do modelo numérico observa-se a existência de duas fendas de corte predominantes, reproduzindo o que foi registado experimentalmente. Na Figura 1(b) estão também indicados os pontos de integração onde ocorreram deformações plásticas (representados por intermédio de pequenos círculos). É possível observar que alguns desses pontos se encontram simultaneamente fendilhados e plastificados.

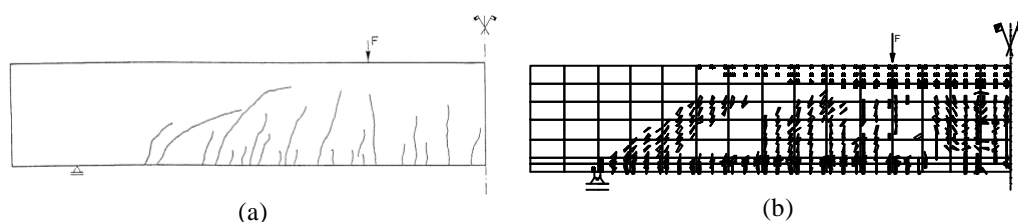


Figura 1: Padrão de fendilhação observado experimentalmente (a) e obtido por intermédio do modelo numérico (b) (apenas são representadas as fendas em 'abertura')

Na Figura 2 apresenta-se a relação entre o deslocamento a meio vão e a força aplicada obtidas quer experimental quer numericamente. Observa-se que a resposta numérica acompanha os resultados experimentais. Contudo, em vez da rotura por corte obtida experimentalmente, na simulação numérica ocorreu plastificação da armadura.

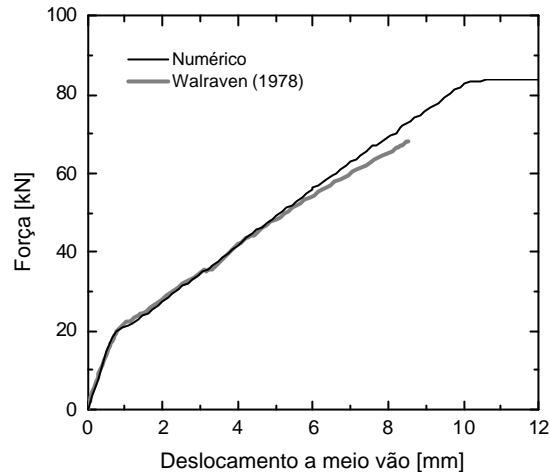


Figura 2: Relação entre o deslocamento a meio vão e a força aplicada obtidas experimental e numericamente

## 2.2 Modelo constitutivo para os elementos de interface

No código computacional desenvolvido a ligação do laminado de CFRP ao betão pode ser simulada por intermédio de elementos de interface 2D. A correspondente formulação de elementos finitos, implementada no programa FEMIX, encontra-se detalhada noutra publicação [12]. As leis adoptadas na simulação do comportamento não linear material do elemento de junta foram definidas por intermédio de um método de análise inversa [13] com base nos resultados de uma campanha de ensaios de arranque em flexão [14]. Na Figura 3(a) representa-se a geometria, o carregamento e a malha de elementos finitos utilizada na simulação de um dos ensaios de arranque. Os resultados obtidos no ensaio e determinados com o modelo numérico são comparados na Figura 3(b), onde se pode observar o bom desempenho do modelo.

## 3. SIMULAÇÃO DE VIGAS COM ROTURA POR FLEXÃO

A campanha de ensaios efectuada por Barros e Fortes [15], em vigas com rotura por flexão reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento, foi simulada numericamente com o presente modelo numérico. Na Figura 4 representa-se a malha de elementos finitos utilizada, tendo o betão sido modelado com recurso a elementos finitos de oito nós em estado plano de tensão. As armaduras longitudinais e transversais, bem como os laminados de CFRP foram simulados por elementos finitos de três nós unidireccionais embebidos nos elementos finitos planos. Na primeira análise efectuada considerou-se que as armaduras e o CFRP estavam em condições de aderência perfeita ao betão. As propriedades que definem o diagrama que simula o modo I, de fractura obtidas de acordo com a formulação de um modelo de “tension-stiffening” [6], foram consideradas tendo em vista a maior retenção de tensões de tracção do betão fendilhado sob influência da armadura longitudinal de tracção

(duas primeiras faixas de elementos finitos). O modo I de fractura dos restantes elementos finitos foi simulado por um diagrama de amolecimento “tension-softening” (ver Tabela 1).

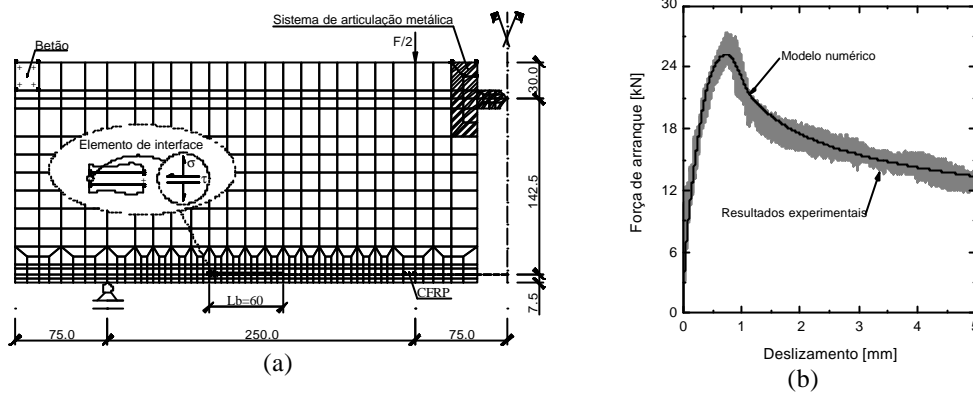


Figura 3: (a) Geometria, carregamento e malha de elementos finitos; (b) relação entre o deslizamento e a força de arranque obtida experimental e numericamente

Para simular o comportamento uniaxial das armaduras e do laminado de CFRP utilizou-se um diagrama tensão-extensão, que na sua configuração mais geral é constituído por dois ramos lineares, seguidos de um terceiro ramo exponencial [9]. Os valores dos parâmetros necessários para definir as leis uniaxiais do aço das armaduras longitudinal e transversal, assim como do laminado de CFRP, encontram-se indicados na Tabela 2.

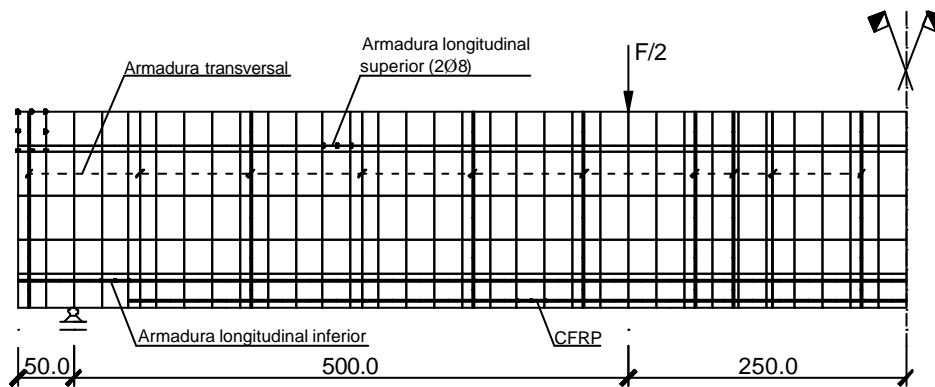


Figura 4: Geometria, carregamento e malha de elementos finitos

Relativamente às simulações numéricas efectuadas, apresentam-se nas Figuras 5 e 6 as respostas obtidas em termos de carga aplicada *versus* deslocamento vertical a meio vão. Os resultados experimentais são também incluídos. De uma forma geral observa-se que o modelo numérico consegue simular de forma adequada os ensaios experimentais. Os principais pontos notáveis, nomeadamente a carga de fendilhação e a carga correspondente à plastificação das armaduras longitudinais, são simulados com suficiente rigor. A excepção ocorre na viga V3

(Figura 6(a)), na qual se verifica uma discrepância considerável entre a carga de fendilhação numérica e experimental. Atendendo ao valor da carga de fendilhação obtido experimentalmente nas restantes vigas, pode concluir-se que a viga V3, antes de ter sido ensaiada, foi provavelmente sujeita a condições que lhe diminuam a resistência ao início da fendilhação. As simulações numéricas foram interrompidas quando deixou ser possível garantir a convergência do processo iterativo do modelo material.

Tabela 1 - Propriedades do betão [9]

Extensão de pico	$2.2 \times 10^{-3}$
Tensão máxima de compressão	46.0 N/mm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade longitudinal	35757.0 N/mm <sup>2</sup>
Tensão máxima de tracção	3.0 N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0.15
Largura da banda de fendilhação	Raiz quadrada da área do elemento finito
Diagrama tri-linear de 'tension-softening'	$G_f = 0.087$ N/mm ; $x_1 = 0.02$ ; $a_1 = 1/3$ ; $x_2 = 0.48$ ; $a_2 = 1/6$
Diagrama tri-linear de 'tension-stiffening' para as vigas V1, V2, V3 e V4	$G_f = 0.24$ N/mm ; $x_1 = 0.05$ ; $a_1 = 0.5$ ; $x_2 = 0.8$ ; $a_2 = 0.4$
Diagrama tri-linear de 'tension-stiffening' para as vigas V1R1, V2R2, V3R2 e V4R3	$G_f = 0.7$ N/mm ; $x_1 = 0.1$ ; $a_1 = 0.6$ ; $x_2 = 0.45$ ; $a_2 = 0.3$

Tabela 2 - Parâmetros que definem as leis uniaxiais do aço e do laminado de CFRP [9]

	$e_{yv}$ [‰]	$s_{yv}$ [MPa]	$e_{sh}$ [‰]	$s_{sh}$ [MPa]	$e_{st}$ [‰]	$s_{st}$ [MPa]	$p$
Varões Ø3	0.897	175	144	288	144	288	1.0
Varões Ø6	3.5	700	5.0	760	31.7	800	1.0
Varões Ø8	2.62	524	30.0	554	150	614	2.6
CFRP	2.7	2700	2.7	2700	2.7	2700	1.0

Foi efectuada uma segunda análise admitindo a possibilidade de ocorrer deslizamento entre o CFRP e o betão. A resposta obtida foi semelhante àquela em que se considerou aderência perfeita entre as armaduras e o betão. Conclusões similares foram obtidas por outro investigador em estudos de aderência com armaduras convencionais [16]. De acordo com este investigador, desde que o processo de fractura seja convenientemente modelado, parece ser desnecessária, neste tipo de estruturas, a modelação do comportamento não linear da interface armadura/betão.

#### 4. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentado um modelo numérico aplicado à análise de estruturas de betão reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento. Com base nos resultados obtidos, conclui-se que o modelo simula com rigor suficiente os principais fenómenos observados em vigas de betão armado reforçadas com a presente técnica. Se o modelo de fractura simular com rigor suficiente os fenómenos de iniciação e propagação da

fendilhação em elementos de betão armado, torna-se desnecessário modelar o comportamento não linear da interface laminado/betão.

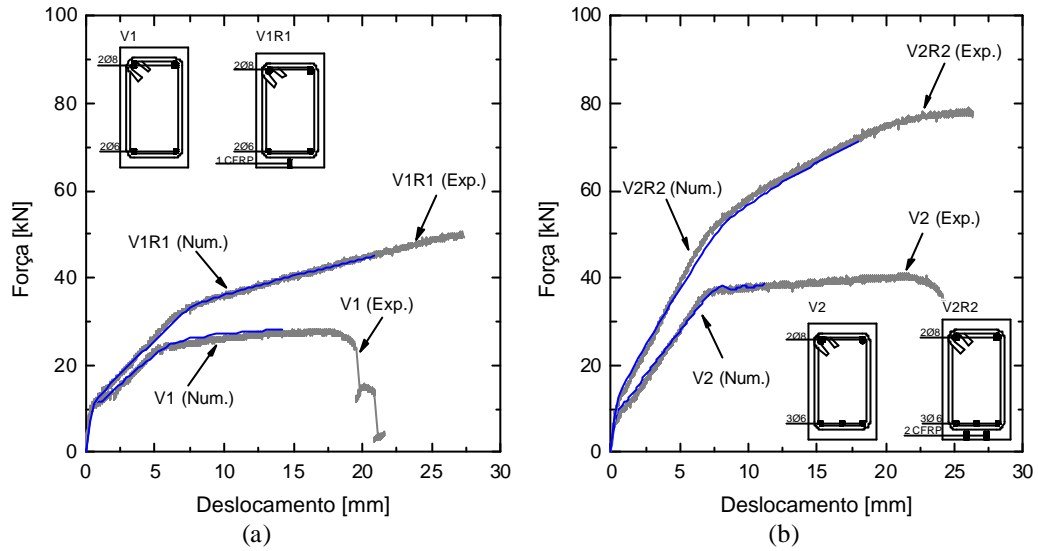


Figura 5: Relação deslocamento vertical a meio vão *versus* carga aplicada para as vigas V1 e V1R1 (a) e vigas V2 e V2R2 (b)

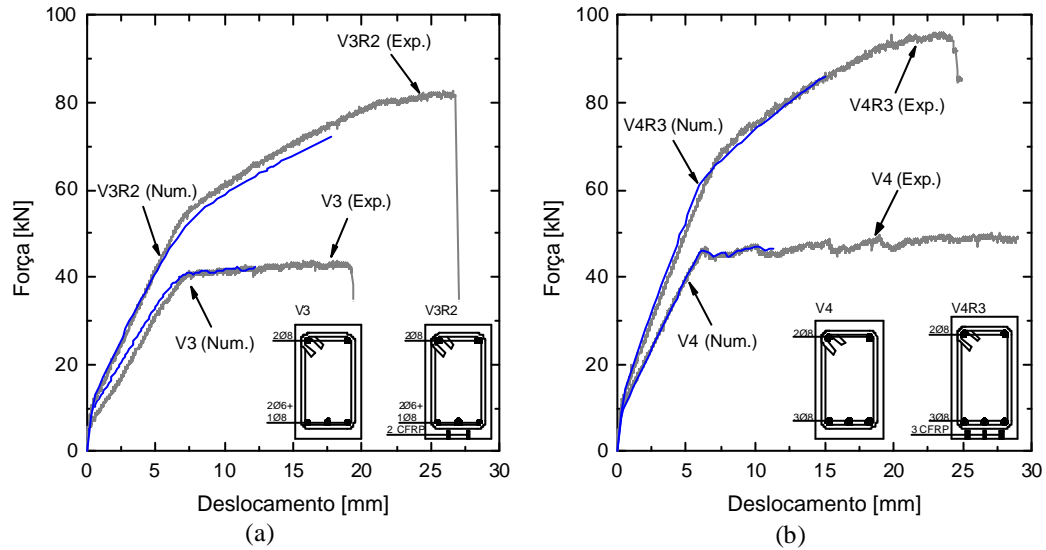


Figura 6: Relação deslocamento vertical a meio vão *versus* carga aplicada para as vigas V3 e V3R2 (a) e vigas V4 e V4R3 (b)

## 5. REFERÊNCIAS

- [1] Barros *et al.* – “Investigação no âmbito da utilização de materiais compósitos no reforço de estruturas de betão.” em *V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*, Universidade de São Paulo, Rio de Janeiro, Brasil, 2003, 19 p.
- [2] ACI Committe 446. – “Finite Element Analysis of Fracture in Concrete Structures: State-of-the-Art.” *Report N°ACI 446.3R-97*, American Concrete Institute, 1997, 33 p.
- [3] ASCE. – “State of the art report on finite element analysis of reinforced concrete.” *ASCE Task Committee on FEA of RC Structures of the Structural Division Committee on Concrete and Masonry Structures*, ASCE, New York, US, 1982, 553 p.
- [4] de Borst, R., and Nauta, P. – “Non-orthogonal cracks in smeared finite element model.” *Engineering Computations Journal*, Vol. 2, 1985, p. 35-46.
- [5] Crisfield, M.A., and Wills, J. – “Analysis of R/C panels using different concrete models.” *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 115, N°3, 1989, p. 578-597.
- [6] Barros, J.A.O. – “Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica.” *Tese de Doutoramento*, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 1995.
- [7] Schellekens, J.C.J., – “Interface elements in finite element analysis.” TU-Delft report 25.2-90-5-17/TNO-IBBC report BI-90-165, October, 1990, 82 p.
- [8] Azevedo *et al.* – “Software no ensino e no projecto de estruturas.” em *III Congresso de Luso-Moçambicano de Engenharia*, Eds. J.S. Gomes, C.F. Afonso, C.C. António e A.S. Matos, Maputo, Moçambique, 2003, p. 81-92.
- [9] Sena-Cruz *et al.* – “Elasto-plastic multi-fixed smeared crack model for concrete.” *Relatório técnico N°04-DEC/E-05*, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, 2004, 80 p.
- [10] Owen, D.R.J.; Figueiras, J.A. – “Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells.” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1983, Vol. 19, p. 323-350.
- [11] Walraven, J.C. – “The influence of depth on the shear strength of light-weight concrete beams without shear reinforcement.” *Technical Report N°5-78-4*, Stevin Laboratory, Delft University of Technology, Delft, 1978.
- [12] Sena-Cruz *et al.* – “Stress-crack opening relationship of enhanced performance concrete.” em *9th Portuguese Conference on Fracture*, Setúbal, 2004, p. 395-403.
- [13] Sena-Cruz, J.M.; Barros, J.A.O. – “Modeling of bond between near-surface mounted CFRP laminate strips and concrete.” *Computers & Structures*, ELSEVIER, Special issue: Computational Mechanics in Portugal, Eds. C. Mota Soares e J. Barbosa, 2004, Vol. 82/17 19, p. 1513-1521.
- [14] Sena-Cruz, J.M.; Barros, J.A.O. – “Bond between Near-Surface Mounted CFRP laminate strips and concrete.” *Journal of Composites in Construction*, ASCE, 2004. (Em fase de publicação)
- [15] Barros, J.A.O.; Fortes, A.S. – “Concrete beams reinforced with carbon laminates bonded into slits.” em *5º Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Madrid, 2002, 16 p.
- [16] Noghabai, K. – “Effect of tension softening on the performance of concrete structures. Experimental, analytical and computational analysis.” *PhD Thesis*, Luleå University of Technology, Sweden, 1998.