

DIVERSIFICAÇÃO DE MATERIAIS E DE ESTRATÉGIAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM A “TEORIA DOS NÚMEROS”(*)

*Manuel A. Melo Alves, Leandro S. Almeida
& António M. Barros*

Universidade do Minho, Portugal

Resumo

Descreve-se um programa de facilitação das aprendizagens na matemática, centrado na diversificação de materiais e de estratégias de ensino com alunos do 7º ano de escolaridade. Este programa, centrado na "teoria dos números", foi aplicado nalgumas turmas de escolas públicas do distrito de Braga, havendo outras turmas de controlo quer leccionados por professores aplicadores do programa, quer por outros professores. Vários indicadores de aquisições na matemática ou de desempenho cognitivo, recorrendo a material numérico, foram usados no pré-teste e pós-teste. Os resultados nas provas de desempenho apontam para a eficácia do programa, no entanto os alunos do grupo experimental apresentavam no final auto-percepções e atitudes em relação à matemática mais negativas. Este facto parece sugerir que o programa terá aumentado a consciência crítica dos alunos no auto-confronto ao longo das sessões entre as capacidades possuídas e as exigências das tarefas matemáticas, efeito que importa aprofundar e atender em futuras aplicações de programas similares.

Toda a correspondência relativa a este artigo deve ser enviada para: Manuel A. Melo Alves, Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710 Braga, Portugal.

(*) Este artigo retoma parte da tese de mestrado do primeiro autor apresentada na Universidade do Minho, tese orientada pelos outros dois autores. Projecto de investigação inscrito no Centro de Estudos em Educação e Psicologia (CEEP - UM).

«[...] comparou o Sr. Doutor Gomes Teixeira o domínio das Ciências Matemáticas a uma extensa região de variada orografia, com planícies e suaves colinas por onde qualquer viandante pode deambular para deleite do seu espírito, mas, a breve trecho, eriçada de montanhas abruptas, só acessíveis a experimentados montanhese e, sobrepujando-as, picos escarpados, domínio exclusivo das águias» (Caraça, 1978, p.13).

Introdução

O insucesso escolar de um número significativo de alunos na matemática é bem conhecido. Os professores queixam-se que os alunos não aprendem, que não andam motivados, que não são capazes de cumprir os objectivos programáticos ou que não possuem as bases correspondentes ao ano escolar que frequentam. O grupo de alunos nestas condições não pára de engrossar. Assim, sentimos o interesse em conhecer melhor algumas das variáveis envolvidas e, se possível, dar algum contributo ao ensino-aprendizagem da matemática neste grupo de alunos.

As dificuldades dos alunos na matemática podem assentar em aspectos mais ligados às características dos alunos e em aspectos mais associados com os programas e as metodologias empregues pelos professores na sua leccionação. Ao nível das variáveis pessoais do aluno, podemos apontar as variáveis mais estritamente psicológicas (cognitivas e sócio-motivacionais) e as variáveis decorrentes dos seus métodos e bases de conhecimentos na matemática.

Quanto às variáveis cognitivas, os resultados obtidos em alguns estudos apontam para ligações entre o rendimento na matemática e os níveis de realização em testes de aptidão intelectual, nomeadamente no que se refere às capacidades de cálculo e realização de algoritmos matemáticos por parte dos alunos na escolaridade básica (Efklides, 1991). As interpretações avançadas pelos autores na explicação de tais coeficientes de correlação apontam para a simultaneidade entre os processos e as estratégias cognitivas avaliadas nos testes psicológicos e aqueles que são exigidos nas aprendizagens da matemática. Tais coeficientes, no entanto, não são elevados e explicam pouco mais que 20% da variância das classificações escolares nesta disciplina.

Não tendo sido cabalmente satisfatórios os estudos centrados nas variáveis cognitivo-intelectuais, outros surgiram considerando as dimensões sócio-cognitivo-motivacionais da aprendizagem e da realização escolar. Incluem-se, neste caso, variáveis como o locus de controlo, as atribuições causais, o desânimo aprendido, a expectativa de auto-eficácia e a ansiedade (Barros & Almeida, 1991). De novo, a capacidade preditiva deste conjunto de variáveis é baixa, sobretudo junto dos alunos com maiores dificuldades (Almeida *et al.*, 1992).

A análise das dificuldades na matemática não podem exclusivamente centrar-se no aluno, muito menos em variáveis de cariz psicológico. A própria linguagem

matemática, com os seus símbolos e o seu vocabulário carregado de palavras com significados e leituras específicas e precisas, exige conhecimentos prévios na área, para além da alguma capacidade de abstracção para a sua compreensão e manipulação (Almeida *et al.*, 1992). As metodologias utilizadas pelo professor encontram-se fortemente associadas com as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Podemos ver essas dificuldades em turmas de professores que organizam o ensino nesta disciplina como um somatório de unidades isoladas, o fazem através do livro e da exposição oral sem o apelo à realidade ou um mínimo atendimento aos interesses dos alunos, o assentam na mecanização de algoritmos e procedimentos sem qualquer atenção aos ritmos de trabalho e às dificuldades individuais (Almeida *et al.*, 1993).

Para atender à globalidade dos alunos na sua especificidade, o professor deverá diversificar as metodologias e as estratégias, procurando novas formas de organizar os assuntos, de os problematizar e concretizar de acordo com os alunos na sala. Em turmas numerosas a tarefa não é fácil, no entanto outro proceder apenas engrossa o número de alunos que, ao longo da escolaridade, expressam atitudes negativas em relação à matemática (Mourão & Almeida, 1994).

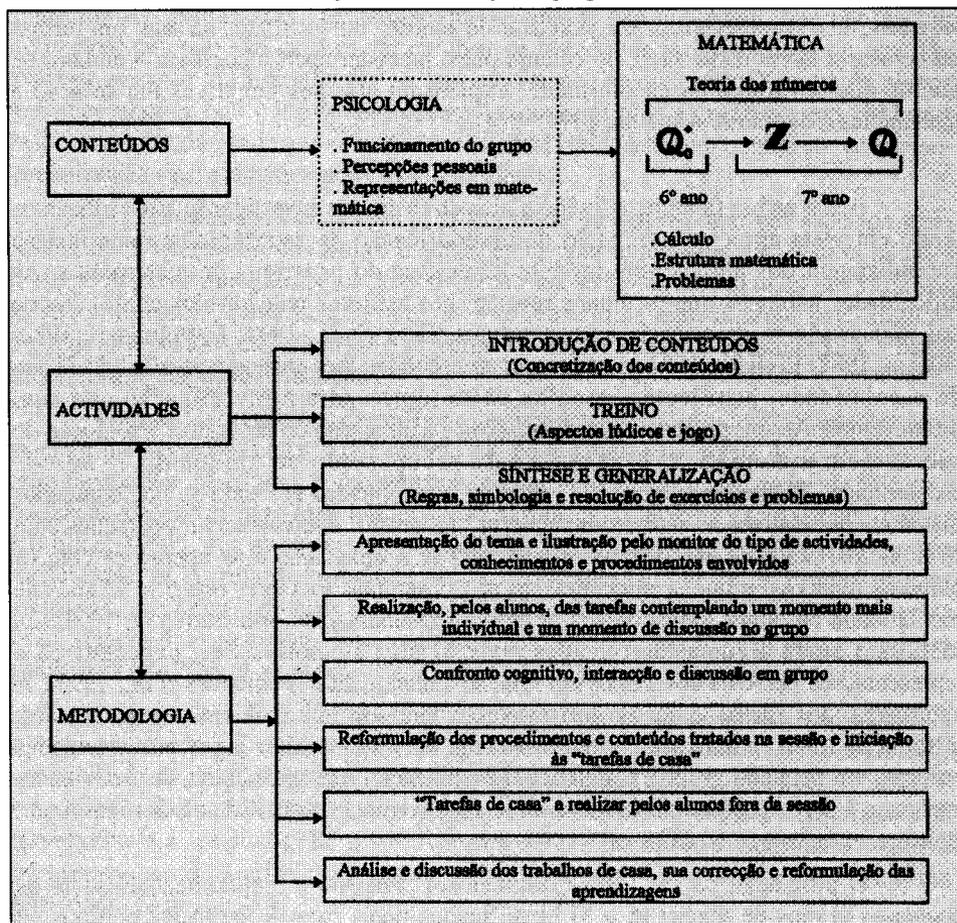
Neste artigo faremos referência a um trabalho de investigação que realizámos tendo em vista apreciar o impacto da diversificação de estratégias e materiais na aprendizagem dos alunos num módulo específico do programa de matemática. As dificuldades habituais que os alunos revelam nos assuntos relacionados com a "teoria dos números" e a importância que os autores (Behr *et al.*, 1993; Castelnuovo, 1980; Discrol, 1982; Efkliides, 1991) e os programas escolares lhes atribuem ao nível do 7º ano de escolaridade, justificam a escolha deste tópico para a investigação que aqui descrevemos. Assim, procedemos a adaptações e à aplicação do programa "Promoção do sucesso em matemática: Programa para recuperação de alunos do 7º ano de escolaridade" (Almeida *et al.*, 1991). O programa (Quadro I) centra-se nos conteúdos matemáticos relativos à "teoria dos números" (conceito, equivalência e operações com os números racionais não negativos, seguindo-se a ordenação e as operações com os números relativos) e que se enquadravam nos programas escolares dos 6º e 7º anos de escolaridade em vigor à data da sua primeira implementação (ano lectivo de 1991/92), incluindo ainda algumas actividades mais ligadas às motivações, expectativas e representações pessoais dos alunos em relação à matemática (Fernandes *et al.*, 1993). A abordagem dos vários temas do programa era feita em três momentos sequenciados: introdução (conceptualização), treino (exercícios lúdicos, tipo jogos ou actividades práticas, em pequeno grupo), e síntese e generalização das aquisições. As actividades apelavam à participação, ao confronto sócio-cognitivo e ao espírito de ajuda mútua entre alunos e, entre estes e o professor.

O programa, na sua versão original, foi planeado e experimentado junto de pequenos grupos de alunos (6 a 8) identificados pelas suas dificuldades notórias na matemática. Essa aplicação esteve a cargo de professores preparados para o efeito e decorreu em espaços extra-aula. Os resultados dessa aplicação e o envolvimento conseguido por parte dos professores e alunos levaram-nos a pensar que o referido

programa, com algumas adaptações, era susceptível de ser usado, com vantagem, na situação formal de aprendizagem e aplicado a toda a turma. O programa sofreu assim algumas alterações e deixou de se destinar exclusivamente à recuperação de alunos com dificuldades. Neste estudo ele foi assumido, sobretudo, como uma proposta de diversificação de estratégias e de materiais na leccionação do professor.

Os objectivos da dissertação de mestrado em que este artigo se baseia foram vários. Para o efeito deste artigo, os objectivos limitaram-se a: (i) avaliar os efeitos da aplicação do referido programa, e (ii) contribuir para a compreensão das dificuldades na matemática e para a discussão em torno das estratégias e das reais possibilidades para a sua superação.

Quadro I - Descrição do programa



Metodologia

Amostra

O programa foi aplicado em turmas do 7º ano de escolaridade do distrito de Braga, cujo conjunto de alunos designamos por grupo experimental (GE). O plano de avaliação incluía ainda dois grupos de alunos, da mesma área geográfica e do mesmo ano de escolaridade, para efeitos de controlo: um grupo constituído por alunos de turmas de escolas alheias à experiência, da responsabilidade de professores que não conheciam o programa (GC1); um outro grupo constituído por alunos de turmas das escolas onde decorria a aplicação e que estavam a ser leccionadas por professores aplicadores (GC2). Ambos estes grupos seguiram a metodologia de ensino habitual.

Nos quadros II, III e IV descreve-se a amostra de alunos, separada pelos três grupos, considerando o sexo, a idade, o número de repetências e as classificações a matemática no final do 2º Ciclo. Esta descrição mais minuciosa da amostra serve para apreciar a equiparação dos grupos no início do programa.

Quadro II - Amostra segundo o sexo e a idade dos alunos

GRUPO	MASCULINO		FEMININO		TOTAL	
	N	%	N	%	N	%
GC1	43	43,4	56	56,6	99	33,3
GC2	50	51,0	48	49,0	98	33,0
GE	44	44,0	56	56,0	100	33,7
TOTAL	137	46,1	160	53,9	297	100

GRUPO	11 anos	12 anos	13 anos	14 anos	15 anos	M	DP
GC1	23,3	63,6	11,1	1,0	1,0	11,9	0,69
GC2	7,1	43,9	23,5	22,4	3,1	12,7	1,00
GE	7,0	61,0	25,0	6,0	1,0	12,3	0,78
TOTAL	12,8	56,2	19,9	9,8	1,3		

Quadro III - Número de reprovações anteriores (valores percentuais)

GRUPO	0	1	2 ou mais
GC1	87,9	10,1	2,0
GC2	64,3	16,4	19,3
GE	75,0	21,0	4,0
TOTAL	75,8	15,8	8,4

Quadro IV - Nota no final do 2º ciclo, na escala de 1 a 5 (valores percentuais, média e desvio-padrão)

GRUPO	1	2	3	4	5	M	DP
GC1	0,0	11,1	50,5	27,3	11,1	3,4	0,83
GC2	0,0	19,4	53,1	16,3	11,2	3,2	0,88
GE	0,0	7,0	61,0	23,0	9,0	3,3	0,74
TOTAL	0,0	12,5	59,4	22,2	10,4		

Como se pode verificar pela leitura dos quadros anteriores, o grupo GC1 apresenta os alunos mais novos e com menor número de reprovações anteriores, seguindo-se o grupo GE e, finalmente, o grupo GC2. Estes valores concordam, ainda, com a classificação na disciplina de matemática no final do 6º ano de escolaridade, porém, inverte-se a posição dos grupos GC1 e GE no que se refere ao número de negativas. Se em relação às notas de matemática no final do 2º Ciclo, as diferenças intergrupos não se revelaram estatisticamente significativas, tal não aconteceu em relação ao número de reprovações anteriores. As diferenças são sempre favoráveis ao grupo GC1 e a diferença é ainda mais acentuada tomando o par (GC1-GC2) ($t=-4,83$; $p=0,001$) do que o par (GC2-GE) ($t=3,17$; $p=0,001$), não sendo significativa a diferença entre GE e GC2.

Instrumentos

A par do programa atrás descrito, importa mencionar as variáveis dependentes e que servem o objectivo de avaliação dos efeitos. Quanto às variáveis mais ligadas à aprendizagem na matemática, tomamos as classificações regulares dos alunos na disciplina e os seus desempenhos em provas construídas no âmbito desta investigação. As provas de índole matemática foram elaboradas após consulta de várias escolas a fim de determinar a tipologia das questões mais habituais, bem como os conteúdos que geralmente merecem mais atenção por parte dos professores. Vários juízes externos apreciaram a adequabilidade da primeira versão das provas. Feitas as alterações recomendadas, as provas foram aplicadas a uma turma do 7º ano de escolaridade para apreciar o tempo necessário à sua realização, a clareza de linguagem e o grau de dificuldade das questões. Desta aplicação decorreram os últimos acertos nas provas (agradecemos ao Dr. José António Fernandes toda a assessoria prestada na construção destas provas).

Na sua versão final estas provas constam de dois testes: (i) um teste sobre conteúdos relacionados com números racionais fraccionários, designado por *tf* (teste fracções), e (ii) outro relativo aos restantes conteúdos matemáticos, designado por *tb* (teste background). Cada teste, previsto para 50 minutos, integrava componentes de três domínios diferentes (Travers *et al.*, 1977): (i) domínio de conhecimento, situações que envolvem basicamente a evocação de factos e skills; (ii) domínio de compreensão, situações que implicam a aplicação de conhecimentos; e (iii) domínio da resolução de problemas, situações pautadas por alguma perplexidade e novidade. A inclusão desta última componente, embora não explicitamente treinada no programa, é assumida como um aspecto fundamental na dinâmica das sessões. Segue-se a lista dessas variáveis e sua avaliação:

tfnh: rendimento ao nível de conhecimento em provas matemáticas relativas a números fraccionários;

tfcmp: rendimento ao nível de compreensão em provas matemáticas relativas a números fraccionários;

tfrpr: rendimento ao nível de resolução de problemas em provas matemáticas relativas a números fraccionários;

tbcnh: rendimento ao nível de conhecimento em provas relativas ao background matemático;

tbcmp: rendimento ao nível de compreensão em provas relativas ao background matemático;

tbrpr: rendimento ao nível de resolução de problemas em provas relativas ao background matemático;

rn: rendimento em provas de raciocínio numérico (séries de números a completar);

pdn: rendimento em provas de pensamento divergente com números (obtenção de um total combinando algarismos e operações);

cap: capacidade pessoal percebida em relação à matemática;

mot: motivação em relação à matemática e sua aprendizagem;

util: percepção da utilidade dos conhecimentos matemáticos.

Procedimento

Em face dos objectivos, procedemos à avaliação dos alunos, quer do grupo experimental (GE) quer dos grupos de controlo (GC1, GC2), em dois momentos: antes da aplicação do programa (pré-teste) e após a sua conclusão (pós-teste). Esta avaliação tomou as variáveis anteriormente descritas, e as classificações dos alunos na disciplina de matemática.

Nas análises estatísticas utilizou-se o programa informático SPSS (versão para *windows*), assumindo-se os resultados nas diferentes provas como intervalares. As análises comparativas das médias consideraram, simultaneamente, as diferenças entre os três grupos de alunos (análise inter-grupos) e as evoluções dentro de cada grupo (análise intra-grupos).

Resultados

Os resultados que vamos apresentar dizem respeito ao rendimento dos alunos na disciplina de matemática, seja tomando as suas classificações nos finais dos períodos lectivos, seja a realização em provas de matemática por nós elaboradas. Incluem-se, ainda, os resultados obtidos em provas psicológicas avaliando quer aptidões cognitivas (raciocínio numérico e pensamento divergente com números) quer as atitudes em relação à disciplina em causa. Os alunos foram avaliados num momento anterior à

implementação do programa (pré-teste) e no seu final (pós-teste). As análises efectuadas consideram as comparações entre grupos (análise intergrupos) e, simultaneamente, as evoluções havidas ao longo da aplicação do programa em cada um dos grupos (análise intragrupos).

Rendimento na matemática

No quadro V encontram-se as classificações (média e desvio padrão) na disciplina de matemática ao longo dos três períodos lectivos, na escala de 1 a 5 em vigor no 3º Ciclo do Ensino Básico, para os alunos de todos os grupos envolvidos.

Quadro V - Média e desvio-padrão das notas dos alunos nos três períodos lectivos (notas de 1 a 5)

GRUPO	N	1º PERÍODO		2º PERÍODO		3º PERÍODO	
		M	DP	M	DP	M	DP
GE	100	2,8	0,80	2,8	0,78	3,0	0,86
GC1	99	3,1	0,73	3,2	0,79	3,3	0,82
GC2	98	3,0	0,72	2,8	0,85	3,0	0,88

As classificações dos três grupos não se afastam, verificando-se no grupo GC1 uma subida na média ao longo dos três períodos (o grupo sempre com média mais elevada de aproveitamento). A análise estatística intergrupos relativa às classificações dos alunos em cada um dos três períodos lectivos, por aplicação do teste t, permitiu constatar o seguinte: o par (GC1, GE), na sua evolução temporal ao longo dos três períodos, apresentou sempre diferenças significativas favoráveis ao grupo GC1 ($t=2,36$, $p<0,05$; $t=3,50$, $p<0,01$; $t=2,92$, $p<0,01$); no par (GC2, GE) verificou-se uma proximidade nos valores (diferenças não significativas nos três períodos); no par (GC1, GC2) verificaram-se diferenças significativas no 2º e 3º períodos ($t=2,99$, $p<0,05$; $t=2,32$, $p<0,05$), favoráveis ao grupo GC1. Assim, olhando a evolução do 1º para o 3º período lectivo em cada um dos três grupos (análise intragrupos) verificamos que o grupo GC2 não alterou significativamente os seus desempenhos, enquanto que o grupo GC1 ($t=-4,70$; $p=0,001$) e o grupo GE ($t=-2,12$; $p=0,05$) melhoraram significativamente.

Paralelamente aos resultados na disciplina, os alunos foram avaliados em provas, próprias ao projecto, de matemática. As provas elaboradas para avaliação do programa, como já se referiu, são constituídas por dois testes (tf - teste sobre números fraccionários; tb - teste relativo aos restantes conteúdos matemáticos), versando ambos os seguintes domínios: (i) conhecimentos; (ii) compreensão; (iii) resolução de problemas. Cada teste foi cotado para 100 pontos, distribuídos pelos diferentes domínios e questões, de acordo com o previsto nos respectivos racionais. Em ambos os testes foi atribuído igual peso aos domínios homónimos; o resultado obtido por cada aluno em cada domínio foi traduzido em percentagem do valor total atribuído a esse domínio.

Nos Quadros VI e VII, apresentamos, respectivamente, os valores obtidos nos testes tf e tb (média e desvio padrão), nos dois momentos de avaliação (pré-teste e pós-teste).

Quadro VI - Resultados no teste tf nos três grupos (média e desvio-padrão)

DOMÍNIO	GRUPO	N	PRE-TESTE		POS-TESTE	
			M	DP	M	DP
Conhecimento (tfcn)	GC1	99	49,5	23,04	63,4	24,61
	GC2	98	45,6	29,83	41,7	29,67
	GE	100	34,0	26,45	63,5	23,38
Compreensão (tfcmp)	GC1	99	49,3	18,01	44,0	21,38
	GC2	98	44,6	19,05	40,4	23,58
	GE	100	41,3	22,17	47,2	22,35
Resolução de problemas (tfrpr)	GC1	99	9,8	20,28	22,0	28,97
	GC2	98	20,1	28,46	16,1	26,24
	GE	100	16,5	22,39	23,8	30,82

Os valores obtidos no pré-teste tf permitem-nos constatar que os alunos do grupo GC1 partem de um melhor desempenho quer no domínio de conhecimento quer no domínio de compreensão, posicionando-se em segundo lugar o grupo GC2 e, por último, o grupo GE; porém, na resolução de problemas a situação altera-se, destacando-se agora o grupo GC2, seguido do grupo GE, que, por sua vez, suplanta o grupo GC1. Este último resultado é, de certo modo, estranho e não temos uma explicação clara para ele, sobretudo porque o grupo GC1 suplanta os outros dois quer nas classificações finais dos períodos lectivos quer ainda nos domínios de conhecimento e de compreensão dos conceitos relacionados com os números fraccionários (o comportamento deste grupo ao longo dos vários parâmetros e provas de avaliação faz-nos pensar em algum factor ocasional explicativo deste rendimento "atípico" até por causa da média conseguida no pós-teste).

Passando agora à análise dos valores obtidos no pós-teste tf e tendo ainda em conta os resultados do pré-teste, as oscilações observadas permitem-nos destacar o seguinte: o grupo GE foi o único que melhorou o rendimento em todos os domínios, suplantando no final, em pontuação, os outros dois grupos; o grupo GC2 desceu em todos os domínios, posicionando-se em último lugar; o grupo GC1, embora tendo aumentado o rendimento nos domínios de conhecimento e de resolução de problemas, apenas conseguiu ultrapassar o grupo GC2, verificando-se ainda uma descida no domínio de compreensão.

Quadro VII - Resultados no teste tb nos três grupos (média e desvio-padrão)

DOMÍNIO	GRUPO	N	PRE-TESTE		POS-TESTE	
			M	DP	M	DP
Conhecimento (tbcn)	GC1	99	47,6	20,36	66,1	22,44
	GC2	98	52,4	27,14	52,9	22,09
	GE	100	50,6	25,79	61,5	22,56
Compreensão (tbcmp)	GC1	99	75,8	18,15	72,8	20,94
	GC2	98	56,6	24,35	56,8	23,67
	GE	100	57,7	25,93	63,7	24,59
Resolução de problemas (tbrpr)	GC1	99	43,9	25,81	48,7	27,94
	GC2	98	34,0	30,30	32,7	27,17
	GE	100	26,5	21,24	34,5	25,68

No pré-teste tb verifica-se alguma diversidade nas posições relativas dos três grupos comparando com o pré-teste tf. Assim, no domínio de conhecimento, aparece em primeiro lugar o grupo GC2, seguido do grupo GE e, por último, o grupo GC1. No domínio de compreensão, os grupos GC1 e GC2 trocam posições, enquanto que o grupo GE continua no segundo lugar. Na resolução de problemas, o grupo GC1 apresenta o melhor resultado, seguido do grupo GC2, ficando o grupo GE na última posição.

Ainda em relação ao pré-teste tb, somos tentados a realçar o facto de, no domínio de conhecimento, os níveis de rendimento se apresentarem na mesma ordem dos níveis etários e do número de reprovações anteriores, o que, tendo em conta tratar-se de conteúdos de carácter geral já abordados no programa do 2º Ciclo, poderá estar ligado a uma maior familiarização dos alunos com o tipo de questões apresentadas, sem que isso implique maior compreensão ou capacidade de utilização dos conhecimentos na resolução de problemas; de facto, nestes domínios apresentam melhores resultados os alunos mais novos e com melhores desempenhos anteriores (GC1).

Tomando agora os valores observados no pós-teste tb e considerando ainda os resultados do pré-teste homónimo, constatamos o seguinte: o grupo GE foi o único que melhorou o rendimento em todos os domínios; o grupo GC1 baixou no domínio de compreensão, embora tenha melhorado nos outros dois; o grupo GC2 apenas subiu muito ligeiramente nos domínios de conhecimento e de compreensão, baixando na resolução de problemas; em todos os domínios, o grupo GC1 apresentou os melhores resultados, seguindo-se o grupo GE e, por último, o grupo GC2.

Para uma análise da significância estatística das oscilações observadas entre os três grupos no primeiro momento de avaliação de ambas as provas de matemática, procedemos a uma análise de variância (teste t intergrupos) das pontuações obtidas no pré-teste dos testes tf e tb. Analisando os coeficientes obtidos no pré-teste tf, podemos assinalar diferenças estatisticamente significativas entre os grupos GC1 e GE, favoráveis ao primeiro nos domínios de conhecimento (tfcn) (GC1-GE: $t=4,13$; $p=0,001$) e de compreensão (tfcmp) (GC1-GE: $t=2,87$; $p=0,05$) e favoráveis ao segundo no domínio de resolução de problemas (trpr) (GC1-GE: $t=-1,95$; $p=0,05$). Por outro lado, o grupo GC2 apresenta resultados superiores aos do grupo GE em todos os domínios; porém, a diferença apenas é significativa no domínio de conhecimento (GC2-GE: $t=3,07$; $p=0,01$); por sua vez, o grupo GC1 obteve melhores resultados do que o grupo GC2, salvo no domínio de resolução de problemas, em que a situação se inverte, sendo aqui a diferença estatisticamente significativa (GC1-GC2: $t=-3,01$; $p=0,01$).

Reportando-nos ao teste de *background* em matemática (prova tb), e mais concretamente ao pré-teste, o grupo GC1 apresenta valores significativamente superiores nos domínios de compreensão e de resolução de problemas, quer em relação ao grupo GE (GC1-GE: $t=5,53$, $p=0,001$; $t=4,73$, $p=0,001$), quer em relação ao grupo GC2 (GC1-GC2: $t=5,48$, $p=0,001$; $t=2,67$, $p=0,01$), invertendo-se a situação no domínio de conhecimento apesar de não ser neste caso significativa. O grupo GC2, em relação ao grupo GE, obteve melhores resultados no domínio de conhecimento e de resolução de problemas, mas apenas neste último a diferença se apresenta estatisticamente significativa (GC2-GE: $t=2,04$; $p=0,05$); no nível de compreensão, a situação inverte-se, embora não atinja significado estatístico.

Reportando-nos apenas às diferenças significativas, os grupos de controlo (GC1 e GC2) apresentam-se globalmente com melhores desempenhos do que o grupo GE, excepto no domínio de resolução de problemas no teste tf, em que o grupo GE supera o grupo GC1. Nestas condições, no momento de aplicação dos pré-testes de matemática, os grupos não se apresentam perfeitamente comparáveis, o que levanta problemas nas comparações intergrupos no pós-teste. No pós-teste tf, o grupo GE obteve resultados superiores aos dos grupos de controlo (GC1 e GC2); embora a diferença apenas seja significativa em relação ao grupo GC2 e nos domínios de conhecimento (tfnh) (GC2-GE: $t=-5,88$; $p=0,001$) e de compreensão (tfcmp) (GC2-GE: $t=-2,12$; $p=0,05$). O grupo GC1 obteve melhores desempenhos quando comparado com o grupo GC2, mas a diferença apenas é significativa no domínio de conhecimento (tfnh) (GC1-GC2: $t=5,85$; $p=0,001$).

No pós-teste tb constatámos que o grupo GC1 supera o grupo GE (GC1-GE) em todos os domínios, mas ao nível de conhecimento a diferença não é significativa (tbcmp: $t=2,78$; $p=0,01$) (tbrpr: $t=3,74$; $p=0,001$). O grupo GC1 também supera, e de forma significativa, o grupo GC2 em todos os domínios (GC1-GC2) (tbcnh: $t=4,14$; $p=0,001$) (tbcmp: $t=4,86$; $p=0,001$) (tbrpr: $t=4,19$; $p=0,001$). O grupo GE ultrapassa o grupo GC2 (GC2-GE) em todos os domínios, mas na resolução de problemas a diferença não é estatisticamente significativa (tbcnh: $t=-2,71$; $p=0,01$) (tbcmp: $t=-2,10$; $p=0,05$).

Nestas condições, nos conteúdos trabalhados no programa e avaliados nos testes tf (números fraccionários), o grupo GE ultrapassa os grupos de controlo (GC1 e GC2), muito embora a diferença só seja significativa em relação ao grupo GC2 e apenas nos domínios de conhecimento e de compreensão. O grupo GC2 mantém a posição menos favorável em relação ao grupo GC1, perdendo até a vantagem do pré-teste no domínio da resolução de problemas.

Nos conteúdos não trabalhados no programa e avaliados no teste tb (teste *background*), o grupo GE continua em posição inferior ao grupo GC1; o grupo GC2 mantém a posição menos favorável em relação ao grupo GC1, perdendo até a vantagem não significativa que possuía no domínio de conhecimento; o grupo GE, em relação ao grupo GC2, consegue agora melhores resultados em todos os domínios, embora na resolução de problemas não atinjam significância estatística, o que anteriormente (pré-teste) apenas acontecia a nível de compreensão e de forma estatisticamente não significativa.

Os resultados da comparação intragrupos, tomando as pontuações obtidas no pré-teste e no pós-teste, permitem-nos constatar que o grupo GE foi o único que progrediu significativamente do início para o fim do programa em todos os domínios de ambos os testes (tfnh: $t=-11,73$; $p=0,001$) (tfcmp: $t=-2,78$; $p=0,01$) (tfrpr: $t=-2,61$; $p<0,05$) (tbcnh: $t=-3,76$; $p=0,01$) (tbcmp: $t=-2,48$; $p=0,01$) (tbrpr: $t=-2,76$; $p=0,01$). O grupo GC2 apenas conseguiu melhorar os seus desempenhos nos níveis de conhecimento e de compreensão do teste tb, mas mesmo assim de forma estatisticamente não significativa. Finalmente, o grupo GC1 também progrediu, excepto no domínio de compreensão de ambos os testes onde, mesmo com alguma estranheza, se

verifica um melhor desempenho no pré-teste, além de que na resolução de problemas do teste tb a melhoria não atingiu significância estatística (tfcn: $t=-4,47$; $p=0,001$) (tfrpr: $t=-4,18$; $p=0,01$) (tbcnh: $t=-7,10$; $p=0,01$).

O efeito do programa parece reflectir-se em todos os domínios contemplados, principalmente no que se refere aos conteúdos nele trabalhados e avaliados nos testes tf (números fraccionários). Em todos eles, o grupo GE partiu da posição menos favorável e atingiu a média mais elevada. Aliás, importa mencionar que a mudança positiva mais acentuada foi alcançada pelo grupo GE ao nível de conhecimentos sobre números fraccionários ($t=-11,37$; $p=0,001$). Ao mesmo tempo, as mudanças do pré-teste para o pós-teste podem ter explicações plausíveis.

No domínio de conhecimento, os resultados obtidos parecem indicar que uma melhor preparação anterior facilita as futuras aprendizagens (o grupo GC1 partiu de uma posição inicial mais favorável e conseguiu evoluir favoravelmente, o que não aconteceu com o grupo GC2, apesar deste ter professores presumivelmente bastante empenhados pela adesão voluntária e entusiástica à aplicação do programa noutra turma). Os bons resultados obtidos pelo grupo GE poderão ser imputados à criação e organização de ambientes ricos de informação e de experiências interactivas de confronto e de aprendizagem, partindo de conceitos concretos e/ou intuitivos para os alunos, através de situações práticas, de jogos e de materiais manipulativos.

No domínio de compreensão, apesar das variações não serem tão acentuadas como no domínio de conhecimento, é de salientar que apenas o grupo GE evoluiu favoravelmente e de modo significativo, o que reforça a nossa percepção de que tal se ficou a dever às condições criadas pela aplicação do programa (ambiente facilitador do diálogo aluno/professor e aluno/aluno, dinâmica de confronto cognitivo e partilha de experiências). Dado que a compreensão apela à interiorização, organização e (re)construção de conhecimento, tais condições podem ser efectivamente importantes pelas possibilidades que criam aos alunos de um discurso interno reflexivo e avaliativo.

Por último, os três grupos apresentaram maiores dificuldades na componente de resolução de problemas, traduzida pelas médias mais baixas, quer nos testes tf quer nos testes tb. Neste domínio, só o grupo GC2 não conseguiu melhorar o desempenho; porém, o grupo GE foi o único que evoluiu significativamente nesta dimensão em ambos os testes, embora o grupo GC1 tenha obtido ganhos mais elevados no pós-teste tf. Apesar dos dados não nos permitirem uma clara interpretação, pensamos que os resultados positivos obtidos pelo grupo GE ficaram a dever-se aos efeitos da metodologia subjacente à aplicação do programa, que embora não contemple de forma explícita o treino da resolução de problemas, o assume como aspecto fundamental na dinâmica das sessões.

Resultados nas provas psicológicas

Estes resultados dizem respeito aos três tipos de provas psicológicas aplicadas quer no pré-teste quer no pós-teste: pensamento divergente com números, raciocínio numérico e atitudes em relação à matemática. A escala de atitudes está construída de modo que as atitudes mais favoráveis correspondem a uma média mais baixa na escala. Os resultados reportados aos itens desta prova foram submetidos a uma análise factorial, o que levou ao isolamento de três factores a que já fizemos referência: cap (percepção de capacidades), mot (aspectos motivacionais) e util (percepção de utilidade). A consistência interna dos itens de cada uma das três sub-escalas foi satisfatória - factor cap: $a = 0,78$; factor mot: $a = 0,77$; e factor util: $a = 0,59$ (registra-se nesta última um número reduzido de itens).

No quadro VIII estão indicados os valores da média e desvio-padrão obtidos nos três grupos e nos dois momentos de avaliação (pré-teste e pós-teste), nas provas psicológicas.

Quadro VIII- Resultados nas provas psicológicas nos três grupos e dois momentos de avaliação

PROVAS	PRÉ-TESTE						PÓS-TESTE					
	GC1		GC2		GE		GC1		GC2		GE	
	M	DP	M	DP	M	DP	M	DP	M	DP	M	DP
P. div. (pd)	2,6	1,57	1,9	1,68	2,0	1,70	3,4	1,99	2,5	1,72	3,5	2,71
R. num. (nr)	10,5	4,65	10,6	4,62	9,1	5,60	13,1	4,97	11,5	4,43	11,9	5,60
Atitude												
cap	14,2	5,52	15,7	6,07	16,2	5,27	13,4	5,44	15,9	6,91	17,4	6,74
mot	14,2	5,83	14,9	5,69	15,6	5,75	14,8	6,62	16,4	5,81	17,5	5,28
util	6,9	3,26	7,4	3,51	7,6	3,48	6,5	2,71	7,4	3,48	8,3	3,18

Sem considerações sobre níveis de significância estatística, os valores obtidos permitem assinalar que todos os grupos melhoraram o nível de desempenho nas provas de pensamento divergente e de raciocínio numérico, na passagem do pré-teste para o pós-teste (o grupo GE obteve os maiores ganhos, seguindo-se o grupo GC1 e, finalmente, o grupo GC2). Relativamente às atitudes, e em cada um dos factores, quer no pré-teste quer no pós-teste, o grupo GC1 apresenta as atitudes mais favoráveis em relação à matemática, seguindo-se o grupo GC2 e, finalmente, o grupo GE. Na passagem do pré-teste para o pós-teste, o grupo GE foi o único que apresentou um agravamento nas suas atitudes em todas as sub-escalas, situação não esperada e que posteriormente será objecto de maior discussão.

Os resultados obtidos no pré-teste, e reportando-nos apenas às diferenças estatisticamente significativas, mostram que na prova de pensamento divergente o grupo GC1 supera os outros dois (GC2 e GE) ($t=2,76$, $p>.01$ e $t=3,01$, $P<.01$, respectivamente). Na prova de raciocínio numérico, o grupo GE apresenta pior

desempenho que os grupos de controlo (GC1 e GC2) ($t=1.99$, $p<.5$ e $t=2.04$, $p<.5$, respectivamente). Na escala de atitudes, só o grupo GC1 apresenta atitudes mais favoráveis do que o grupo GE ($t=2.52$, $p<.05$), mas apenas no factor relacionado com a capacidade.

Nestas condições, não podemos afirmar que os grupos sejam idênticos ou similares à partida, em termos das variáveis de carácter psicológico. O grupo de alunos GC1 apresenta no início do programa níveis de desempenho mais elevados e atitudes mais favoráveis em relação à matemática. O grupo GE tende a apresentar níveis de desempenho mais baixos, nomeadamente no raciocínio numérico. Este grupo apresenta, ainda, atitudes menos favoráveis em relação à matemática (e isto ao nível das percepções pessoais de capacidade, de motivação ou de utilidade).

Quanto ao pós-teste, considerando apenas as diferenças estatisticamente significativas, os resultados apresentam já uma configuração diferente em relação ao pré-teste. O grupo GE suplanta o GC2 ($t=-3.58$, $p<.001$) na prova de pensamento divergente, não sendo significativa a diferença em relação ao GC1 (este grupo suplanta a um nível de $p<.05$ o desempenho do GC2). Na prova de raciocínio numérico apenas a diferença entre GC1 e GC2 se apresenta estatisticamente significativa ($t=2.25$, $p<.05$). Nas percepções pessoais de capacidade o GC1 apresenta atitudes mais positivas e estatisticamente significativas em relação ao GE ($t=-4.45$, $p<.001$) e em relação a GC2 ($t=-2.76$, $p<.01$). Valores favoráveis ao GC1 encontram-se, ainda, nos itens motivacionais e de percepção de utilidade da matemática, mas neste caso apenas estatisticamente significativos em relação ao grupo GE ($t=-3.19$, $p<.01$ e $t=-3.97$, $p<.001$, respectivamente). O grupo GE, relativamente a GC2, apresenta também atitudes menos favoráveis no que diz respeito à utilidade da matemática ($t=2.05$, $p<.05$).

Em face destes resultados, numa primeira análise intergrupos, a influência do programa em termos de variáveis de índole psicológica parece reflectir-se de forma positiva apenas no caso da prova de pensamento divergente e, embora com menos ênfase, na prova de raciocínio numérico. No pensamento divergente, o grupo GE, na passagem do pré-teste para o pós-teste caminhou de uma situação significativamente inferior à do grupo GC1 para uma situação superior, apesar de neste último caso a diferença não ter atingido significância estatística, conseguindo ainda tornar significativa a diferença a seu favor em relação ao grupo GC2. Se atendermos a que esta prova avaliava as destrezas de cálculo dos alunos através da combinação de números e operações para se atingir um determinado total, então parece que o programa teve o mérito de “desinibir” os alunos de GE para tarefas numéricas. Na prova de raciocínio numérico, o grupo GE não conseguiu ultrapassar o grupo GC1, embora tenha passado de uma diferença desfavorável estatisticamente significativa para uma diferença sem significância estatística; porém, conseguiu passar de uma situação significativamente inferior à do grupo GC2 para uma situação de superioridade, mesmo que não estatisticamente significativa.

Relativamente às atitudes (atitudes mais favoráveis, pontuação mais baixa), só o grupo GC1 progrediu de forma significativa, mas apenas no factor capacidade. Em todos os outros factores, os resultados parecem indiciar retrocesso ou estagnação. Ainda

em relação às atitudes, pensamos ser de realçar que as mudanças observadas no grupo GE, na passagem do pré-teste para o pós-teste, em todas as sub-escalas são significativas e desfavoráveis, o que não seria de esperar em face dos resultados nas provas de desempenho académico e cognitivo. Face a esta situação, não prevista inicialmente, importa pensar que o programa pode contribuir para um aumento da consciência crítica (auto-avaliação) dos participantes. Se esta consciência crítica não se pode assumir a priori como necessariamente negativa, importa ponderar efeitos negativos daí decorrentes, sobretudo se nenhum outro acompanhamento ou apoio é dispensado aos alunos.

Conclusões

Em resumo, tomando os resultados nas provas de matemática aplicadas aos três grupos de alunos e nos dois momentos de avaliação, podemos afirmar que algumas melhorias foram observadas no desempenho dos alunos do grupo experimental. Essas melhorias assumiram significância estatística e situaram-se em todos os domínios de ambas as provas, com particular ênfase no domínio de conhecimento do teste sobre números fraccionários. Comparativamente aos resultados obtidos pelos alunos dos grupos de controlo, o grupo experimental conseguiu inverter a situação que lhe era globalmente desfavorável no pré-teste, ultrapassando os grupos de controlo, sobretudo a nível dos conteúdos trabalhados no programa e avaliados nos testes com números fraccionários (embora nem sempre as diferenças tenham atingido significância estatística). A supremacia inicial de um dos grupos de controlo (GC1) acaba por manter-se a nível dos resultados não trabalhados e avaliados no teste de *background*, aspecto que poderá salientar a importância dos conhecimentos prévios nas novas aprendizagens.

Tomando agora o conjunto das provas psicológicas aplicadas, os eventuais efeitos do programa aparecem neste caso menos nítidos e mais difíceis de explicar. De facto, embora o grupo experimental tenha obtido ganhos estatisticamente significativos nas provas de pensamento divergente com números e de raciocínio numérico, verificou-se uma mudança de sentido desfavorável nos padrões atitudinais em relação à matemática. Estes últimos valores, para além de não esperados, levantam-nos algumas reservas quer no sentido da questionação da qualidade dos instrumentos de avaliação e/ou das condições em que foram utilizados, quer dos efeitos secundários deste tipo de programas junto de alunos com maiores dificuldades. Uma maior consciência crítica, decorrente dos auto-confrontos promovidos entre as reais capacidades e conhecimentos possuídos com as exigências das tarefas matemáticas, poderá explicar os valores obtidos e as mudanças do pré-teste para o pós-teste sempre negativas e estatisticamente significativas nos três factores atitudinais.

Em resumo, observaram-se ganhos substanciais e estatisticamente significativos favoráveis aos alunos do grupo experimental, na passagem do pré-teste para o pós-teste, em todos os domínios das provas matemáticas aplicadas, bem como nas provas de pensamento divergente e de raciocínio. Comparativamente aos grupos de

controlo, podemos afirmar que tais melhorias não foram tão nítidas e se apresentaram apenas estatisticamente significativas em relação ao grupo GC2 nos conteúdos matemáticos mais trabalhados no programa (números fraccionários) e na prova de pensamento divergente de conteúdo numérico.

Dado que os grupos não eram idênticos à partida, o que sempre dificulta a interpretação das comparações no pós-teste (o grupo GC1 apresenta, no início, níveis de desempenho e atitudes mais favoráveis em relação à matemática), podemos reter, pelo menos, que o grupo experimental foi o único que apresentou ganhos estatisticamente significativos em todos os domínios das provas de matemática e nas provas de pensamento divergente e de raciocínio numérico. Sendo os professores dos alunos do grupo GC2 os aplicadores do programa noutra turma, o que de certo modo controla os efeitos das variáveis relacionadas com o professor, e se atendermos a que o grupo GC1 se apresentou desde início com melhores desempenhos, os resultados nas provas centradas nos conhecimentos e competências (com exceção da escala de atitudes) permitem-nos afirmar o impacto positivo do programa na aprendizagem e no rendimento dos alunos.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. S., Barros, A. M. & Mourão, A. P. (1992). Factores pessoais e situacionais no rendimento na Matemática: Avaliação e intervenção. *Quadrante*, 1, 163-183.
- Almeida, L. S., Fernandes, J. A. & Mourão, A. P. (Orgs.) (1993). *Ensino-Aprendizagem da matemática-Recuperação de alunos com baixo desempenho*. Riba d'Ave: Didáxis.
- Almeida, L. S., Fernandes, J. A., Mourão, A. P. & Campelo, M. C. (1991). *Promoção do Sucesso em Matemática (Programa para alunos do 7º Ano de Escolaridade)*. Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação.
- Barros, A. M & Almeida, L. S. (1991). Dimensões Sociocognitivas do Desempenho Escolar. In Leandro S. Almeida (Coord.), *Cognição e Aprendizagem Escolar*. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh & L. Marsha (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press.
- Caraça, B. J. (1978). *A vida e a obra de Evaristo Galois. Conferências e outros escritos*. Lisboa.
- Castelnuovo, E. (1980). *Didáctica da matemática Moderna*. México: Editorial Trillas.
- Discroll, M. (1982). *Research Within Reach: Secondary School Mathematics-A Research-Guided Response to the Concerns of Educators*. Reston, VA: NCTM.
- Efkliides, A. (1991). Aptidões cognitivas e o desempenho na Matemática. In Leandro S. Almeida (Coord.), *Cognição e Aprendizagem Escolar*. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses.
- Fernandes, J. A., Almeida, L. S., Mourão, A. P. & Campelo, M. C. (1993). Caracterização e apresentação do programa. In L. S. Almeida, J. A. Fernandes & A. P. Mourão (Org.), *Ensino-Aprendizagem da Matemática: Recuperação de alunos com baixo desempenho*. Riba d'Ave: Didáxis.

Mourão, A. P. & Almeida, L. S. (1994). Os alunos face à Matemática: Relevância na formação de professores. Comunicação apresentada nas *Primeiras Jornadas sobre Formação de Professores de Ciências e Matemática em Espanha e Portugal*. Badajoz: Universidade da Extremadura.

Travers, K., Suydam, M. & Reunion, G. (1977). *Mathematics teaching*. New York: Harper & Row.

MATERIALS AND STRATEGIES IN MATHEMATICS TEACHING/LEARNING: AN EXPERIMENT WITH "NUMBER THEORY"

Abstract

The paper describes a program aimed at facilitating Mathematics learning by 7th grade school students, which was focussed on "number theory" and involved experimental and control classes in schools from the district of Braga. Several indicators of acquisition and cognitive performance were measured in pre/post-tests. The results confirm the program effectiveness, although the students in the experimental group revealed more negative self-perceptions and attitudes towards Mathematics at the end of the experiment. This may suggest that the program promoted the students' critical awareness through the confrontation of perceived capacities and task demands, an effect which should be further studied in future applications of similar programs.

DIVERSIFICATION DE MATÉRIAUX ET DE STRATÉGIES POUR L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Résumé

On décrit un programme pour faciliter les apprentissages en mathématiques, centré sur la diversification de matériels et de stratégies d'enseignement avec des élèves de la 7^e année de scolarité. Ce programme, centré sur la "théorie des nombres", a été appliqué dans quelques classes de l'enseignement public du district de Braga; il y avait aussi d'autres classes de contrôle dont l'enseignement était assuré soit par des enseignants qui ont appliqué le programme, soit par d'autres enseignants. Plusieurs indicateurs d'acquisitions en mathématiques ou de réalisation cognitive, ayant recours à du matériel numérique, ont été utilisés lors du prétest et du post-test. Les résultats des épreuves de réalisation indiquent l'efficacité du programme, cependant les élèves du groupe expérimental présentaient à la fin des auto-perceptions et des attitudes plus négatives en relation aux mathématiques. Ce fait semble suggérer que le programme a augmenté la conscience critique des élèves au niveau de l'aut-confrontation durant les sessions entre les capacités possédées et les exigences des tâches mathématiques, effet qu'il faut approfondir et auquel il faut faire attention lors d'applications futures de programmes similaires.