Uma recensão italiana dos *Princípios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha

João Caramalho Domingues[†]
Centro de Matemática da Universidade do Minho
`jcd@math.uminho.pt`

Como é bem sabido, os *Princípios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha [Cunha *1790*] tiveram uma tradução francesa, pelo seu amigo José Manuel de Abreu, publicada em Bordéus em 1811 [Cunha *1811*] e republicada em Paris em 1816 — consistindo esta republicação no reaproveitamento dos exemplares impressos em 1811 mas não vendidos, com substituição apenas das páginas de anterrosto e rosto [Giusti *1987*, 46].[1]

Até recentemente eram conhecidas três recensões de [Cunha *1811*]: uma publicada em França em 1811 por Anastácio Joaquim Rodrigues (antigo discípulo e amigo de Anastácio da Cunha); outra publicada na Alemanha ainda em 1811, anónima, mas atribuída em [Cunha *1987*, xi] a Johann Tobias Mayer (1752–1830); e, finalmente, outra publicada na Grã-Bretanha em 1812, também anónima mas atribuída sistematicamente, pelo menos desde 1813, a John Playfair (1748–1819).[2]

Apresentamos a seguir, com tradução, uma quarta recensão [Brunacci *1816*], referente à «edição» de 1816 e publicada em Itália nesse mesmo ano — mais precisamente, no número de Março–Abril de 1816 do *Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti.* O original está disponível online em <`http://www.google.com/books?id=DFhEAAAAcAAJ&pg=153`> (consultado em 17 de Maio de 2011).

Esta recensão italiana, tal como as britânica e alemã referidas acima, foi publicada sem indicação do seu autor — mas foi escrita muito provavelmente por Vincenzo Brunacci, o único matemático entre os responsáveis pelo *Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti.*

[†]Este trabalho foi financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade — COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projecto PEst–C/MAT/UI0013/2011.

[1][Cunha *1790*] está disponível online no *Fundo Antigo da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto* <`http://www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=books.0192.0`> e na *Biblioteca Nacional Digital* <`http://purl.pt/13843`>; o *Fundo Antigo da FCUP* disponibiliza também [Cunha *1811*] na versão de 1811 <`http://www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=books.0206.0`> e a versão de 1816 das páginas de anterrosto e rosto <`http://www.fc.up.pt/fa/index.php?p=nav&f=books.0207.0`> (todas estas ligações foram consultadas em 2 de Abril de 2011).

[2]Estas três recensões foram coligidas em [Cunha *1987*, 399–423].

Vincenzo Brunacci (1768–1818) formou-se em Medicina (Pisa, 1788) mas parece nunca a ter exercido. Foi antes professor de Matemática e de matérias relacionadas (Física, Náutica, Balística, Astronomia,...), participou em alguns trabalhos de engenharia, foi reitor da Universidade de Pavia e Inspector Geral da Instrução Pública do Reino de Itália (napoleónico). Foi membro de várias academias científicas italianas e publicou diversos trabalhos de investigação, em áreas como Física e Hidráulica, mas principalmente Matemática Pura (p. ex. sobre equações diferenciais ou em diferenças finitas ou sobre cálculo de variações). Em 1799–1800 esteve em Paris, contactando com matemáticos como Cousin, Legendre, Léveque e Lagrange. Segundo Baldini [*1972*], o contributo historicamente mais importante de Brunacci foi a difusão em Itália da abordagem de Lagrange aos problemas de análise. De facto, [Brunacci *1802*] é uma tentativa de generalizar a ideia de *derivação* (popularizada pelo cálculo lagrangiano), aplicando-a a vários ramos da matemática; [Brunacci *1804–08*] é um tratado de análise e [Brunacci *1811*] um compêndio da mesma matéria, ambos baseados na fundamentação lagrangiana (derivadas definidas como coeficientes da expansão em série de potências das diferenças finitas das funções).

Genericamente, pode dizer-se que a opinião de Brunacci sobre os *Principios* de Anastácio da Cunha não era muito distante da de Playfair: tanto a recensão italiana como a britânica elogiam o engenho de Anastácio da Cunha e fazem apreciações globalmente bastante positivas; criticam alguns aspectos do livro por razões pedagógicas; criticam algum exagero no uso do «método sintético» (ou «geométrico»); e discordam da solução de definir potência através da série da exponencial (solução muito «moderna» que, na época, para além dos discípulos de Anastácio da Cunha, só parece ter sido apreciada por Gauss [Youschkevitch *1978*]). A principal diferença está nos aspectos particulares positivos que cada um realça: enquanto Playfair elogia passagens de matemática elementar (extracção de raizes, uma demonstração de um teorema sobre paralelas e a definição de proporção), Brunacci chama a atenção principalmente para o cálculo diferencial e integral.

Sobre o cálculo diferencial, é interessante verificar que Brunacci viu os principais conceitos utilizados por Anastácio da Cunha como equivalentes às suas versões nos «novos métodos». «Novos métodos» deve ser uma referência ao cálculo lagrangiano, não só o original (sugerido em 1772 mas só publicado de forma desenvolvida em 1797) mas também as múltiplas versões mais ou menos didácticas, que frequentemente incluíam algumas considerações de limites e/ou de diferenças finitas: a diferencial de f era habitualmente definida como o primeiro termo na expansão de $f(x+h) - f(x)$ em série de potências de h, sendo depois este h identificado com dx [Brunacci *1811*, 234]; o próprio Lagrange não considerava diferenciais, definindo apenas derivada (como o coeficiente desse mesmo termo); um exemplo da mistura de séries com limites pode ser visto no mais popular compêndio da época [Lacroix *1806*, 2–5], onde a diferencial é definida como em [Brunacci *1811*] mas a derivada (chamada «coeficiente diferencial») é o limite de $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ — e este limite corresponde à parte da expansão em série de $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ que não depende do valor de h que é, evidentemente, a diferencial dividida por h ou por dx.

Não é descabida a comparação que Brunacci faz entre o aumento indeterminado h da variável x e o dx infinitésimo de Anastácio da Cunha (não uma quantidade infinitamente pequena, nem sequer um aumento que diminui tendendo para zero, mas simplesmente uma «variável que pode sempre admitir valor menor [em valor absoluto] que qualquer grandeza que se proponha» [Cunha *1790*, 193]). Mais estranha, e mesmo surpreendente, é a comparação entre a definição de diferencial habitual em 1816 e a de fluxão de Anastácio da Cunha («escolhida qualquer grandeza» para ser a fluxão dx, «chamar-se-há fluxão de Γx, e se denotará assim, $d\Gamma x$, a grandeza que faria $\frac{d\Gamma x}{dx}$ constante, e $\frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma x}{dx} - \frac{d\Gamma x}{dx}$ infinitéssimo ou cifra, se dx fosse infinitéssimo, e constante tudo o que não depende de dx» [Cunha *1790*, 194])[3]. Talvez Brunacci estivesse a pensar no facto de a fluxão anastaciana, tal como a diferencial lagrangiana, ser finita, puramente matemática e não envolver limites — ao contrário da diferencial leibniziana (infinitamente pequena) e da fluxão newtoniana (que envolvia velocidades e/ou limites)[4]; isto é, ainda que as definições sejam bastante diferentes, é possível argumentar que a «substância» da fluxão anastaciana era a mesma da diferencial lagrangiana. Ou talvez tivesse em mente que, envolvendo expansões em série ou não, a fluxão de Anastácio da Cunha, tal como a diferencial explicada por Lacroix, é um múltiplo de dx tal que $\frac{d\Gamma x}{dx}$ é a parte de $\frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma x}{dx}$ independente do valor de dx. Seja como for, é curioso notar que também Playfair, embora muito crítico da dificuldade da definição de Anastácio da Cunha, tenha concluído: «How much better it would have been, to call the fluxion

[3]Desde [Youschkevitch *1973*] esta tem sido normalmente considerada como a primeira ocorrência da definição moderna de diferencial ($d\Gamma x$ é uma função linear de dx que faz $\lim_{dx\to 0} \frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma(x)-d\Gamma x(dx)}{dx} = 0$).

[4]Aqui a palavra «limite» é usada no sentido habitual do séc. XVIII, aplicável a quantidades que crescem ou diminuem, e não no sentido $\varepsilon - \delta$ moderno. É possível argumentar que a utilização que Anastácio da Cunha fazia dos seus infinitésimos está mais próxima dos limites modernos do que os limites do séc. XVIII, tal como estes eram utilizados habitualmente. [Domingues *2004*]

of any function *the first term of the increment of that function*, which, after all, is the idea meant to be conveyed» [Playfair *1812*, 432] — a ideia que Anastácio da Cunha queria transmitir!

Em assuntos mais elementares, Brunacci comete dois enganos: a resolução trigonométrica das equações do 3.º grau não é originalmente de Anastácio da Cunha, e sim de François Viète [Katz *1998*, 373–374]; e, embora sejam conhecidos erros importantes na tradução francesa, nomeadamente na definição de série convergente, as definições de ponto e linha foram traduzidas correctamente — definições pouco habituais e que facilmente levantariam objecções, mas que eram reflectidas e coerentes com outras posições de Anastácio da Cunha [Giusti *1987*; Cunha *2006*, 6–9, 20–21; Duarte et al. *2006*, 228–232].

As diferenças de ênfase entre Playfair e Brunacci são compreensíveis, tendo em consideração os seus perfis: embora Playfair tenha publicado alguns (poucos) trabalhos de investigação em matemática e defendesse a adopção pelos matemáticos britânicos das então modernas abordagens analíticas francesas, é hoje lembrado essencialmente pelo seu compêndio de geometria, onde adoptou uma alternativa ao postulado das paralelas de Euclides que se tornou popular e é conhecida como «axioma de Playfair» (isto em matemática — a sua contribuição para a geologia é mais significativa); Brunacci, por outro lado, era um matemático activo na linha lagrangiana.

O mais interessante nesta recensão italiana é precisamente mostrar-nos uma opinião sobre os *Principios Mathematicos* de José Anastácio da Cunha por parte de um matemático do início do século XIX que, se não era um matemático de «primeira linha», era pelo menos seguramente um matemático competente, actualizado e em contacto com essa «primeira linha» europeia.

Agradecimentos: Salvatore Cosentino (Univ. Minho) por ajuda na tradução (mas qualquer defeito desta é responsabilidade minha); Iolanda Nagliati (Univ. Ferrara) por confirmar que Brunacci é o provável autor da recensão.

Referências

[Baldini *1972*] Ugo Baldini, «Brunacci, Vincenzo», *Dizionario Biografico degli Italiani*, vol. 14 (1972), 524–525. Consultado online <`http://www.treccani.it/enciclopedia/vincenzo-brunacci_(Dizionario-Biografico)`>, em 20 de Maio de 2011.

[Brunacci *1802*] Vincenzo Brunacci, *Analisi derivata*, Pavia: Bolzani, 1802.

[Brunacci *1804–08*] Vincenzo Brunacci, *Corso di Matematica sublime*, 4 vols., Florença: Pietro Allegrini, 1804–1808.

[Brunacci *1811*] Vincenzo Brunacci, *Compendio del Calcolo sublime*, 2 vols., Milão: Stamperia reale, 1811.

[Brunacci *1816*] Autor anónimo (provavelmente Vincenzo Brunacci), recensão de [Cunha *1811*], *Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti*, tomo IX (1816), págs. 153–154.

[Cunha *1790*] José Anastácio da Cunha, *Principios Mathematicos*, Lisboa, 1790; reed. fac-símile, Coimbra: Dep. Matemática Fac. Ciências e Tecnologia Univ. Coimbra, 1987.

[Cunha *1811*] Joseph-Anastase da Cunha, *Principes Mathématiques*, Bordeaux: André Racle, 1811, trad. francesa de [Cunha *1790*] por João Manuel d'Abreu; republ. como *Principes de Mathématiques*, Paris: Courcier, 1816; reed. fac-símile (da versão de 1811), Coimbra: Dep. Matemática Fac. Ciências e Tecnologia Univ. Coimbra, 1987.

[Cunha *1987*] Maria de Lurdes Ferraz, José Francisco Rodrigues & Luís Saraiva (orgs.), *Anastácio da Cunha 1744/1787, o matemático e o poeta*, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1990 (actas de um colóquio realizado em 1987 seguidas de uma antologia de textos).

[Cunha *2006*] José Anastácio da Cunha, «Principios de Geometria tirados dos de Euclides; Prologo», em Maria Elfrida Ralha et al. (eds.), *José Anastácio da Cunha. O Tempo, as Ideias, a Obra e... Os Inéditos*, vol. II, Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, Centro de Matemática da Universidade do Minho, Centro de Matemática da Universidade do Porto, 2006, págs. 2–25.

[Domingues *2004*] João Caramalho Domingues, «Variables, limits, and infinitesimals in Portugal in the late 18th century», *Historia Mathematica* **31** (2004), 15–33.

[Duarte et al. *2006*] António Leal Duarte, Maria Fernanda Estrada, Maria Elfrida Ralha & Maria do Céu Silva, «Um estudo sobre o manuscrito «Principios de Geometria tirados dos de Euclides Prologo» de José Anastácio da Cunha», em Maria Elfrida Ralha et al. (eds.), *José Anastácio da Cunha. O Tempo, as Ideias, a Obra e... Os Inéditos*, vol. I, Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, Centro de

Matemática da Universidade do Minho, Centro de Matemática da Universidade do Porto, 2006, págs. 219–254.

[Giusti *1987*] Enrico Giusti, «Quelques réflexions sur les «Principios» de da Cunha», [Cunha *1987*, 33–52].

[Katz *1998*] Victor J. Katz, *A History of Mathematics: an introduction*, 2.ª ed., Addison-Wesley, 1998.

[Lacroix *1806*] Silvestre François Lacroix, *Traité élémentaire du Calcul différentiel et du Calcul intégral*, 2.ª ed., Paris: Courcier, 1806.

[Playfair *1812*] Autor anónimo (identificado consistentemente como John Playfair), recensão de [Cunha *1811*], *Edinburgh Review* **20** (Jul–Nov 1812), págs. 425–433; reimpr. [Cunha *1987*, 415–423].

[Youschkevitch *1973*] A. P. Youschkevitch, «J. A. da Cunha et les fondements de l'analyse infinitésimale», *Revue d'histoire des sciences* **26** (1973), págs. 3–22.

[Youschkevitch *1978*] A. P. Youschkevitch, «C. F. Gauss et J. A. da Cunha», *Revue d'histoire des sciences* **31** (1978), págs. 327–332.

Principes de Matematiques de feu Joseph Anastase da Cünha, Professeur a l'Université de Coimbre, traduit du Portugais. Paris 1816. *Volume unico in* 8.vo *di p.* 300.

In questo picciol volume si contengono gli elementi di Matematica di un celebre autor portoghese, dalla prima linea di Geometria fino al Problema degli isoperimetri, quali s'insegnavano sotto la sua direzione in uno de' Collegi di quel regno.

Le materie contenute in questo libro, come ognuno può aspettarsi, sono trattate in modo assai conciso e rapido, più atto a servir di guida ai maestri che ad istruire de' principianti. L'ordine è tutto nuovo, e ne' primi libri forse alquanto stravagante. Infatti ne' primi tre libri si cominciano ad esporre i principj della Geometria di Euclide fino alle proporzioni: nel quarto libro si spiegano le prime operazioni di Aritmetica che si fanno dipendere dalla dottrina delle proporzioni, le proprietà delle frazioni continue, l'estrazioni delle radici quadrata e cubica: poi si passa alla Geometria, e ne' tre libri seguenti 5, 6, e 7. si parla delle proporzioni nelle figure piane, alquanto di geometria solida, e delle figure iscritte e circoscritte al circolo. Indi si ritorna nuovamente all'analisi, e si impiegano i cinque libri che seguono ne' principj dell'algebra, nella teoria degli esponenti e de' logaritmi, nella teoria generale delle equazioni, in problemi determinati ed indeterminati. In seguito vi sono le applicazioni dell'algebra alla geometria spinte a quel grado che il permettono le cognizioni analitiche già acquistate. Nel libro XV., e ne' due seguenti s'insegnano i principj del calcolo differenziale, e le sue applicazioni, cioè la trigonometria piana e sferica, che l'autore fa dipendere in parte da questo calcolo, ed alcune dottrine sulle curve. Finalmente nei quattro ultimi libri si contengono i principj del calcolo integrale, il calcolo delle differenze finite, ed alcuni problemi della geometria sublime. Questa distribuzione di materia per quanto lontana da quelle de' nostri libri di tal natura, in generale è lodevole. Solo si bramerebbe che talora e in ispecie ne' primi libri oltre alla concatenazione delle dimostrazioni vi fosse anche un maggior filo nelle materie, il quale assai giova alla memoria di chi studia: nè piace del tutto il fare l'aritmetica dipendente dalla geometria, facendo che la moltiplica de' numeri discenda dalle proporzioni, con che perde alquanto della sua semplicità: e il metodo geometrico per via di definizioni, assiomi, e proposizioni in alcuni luoghi ove si tratta di analisi sembra recato troppo oltre. Oltre a ciò parmi alquanto strana la definizione che fa l'autore delle quantità esponenziali, assumendo egli per definizione che se $1\,[+c] + \frac{cc}{2} + \frac{ccc}{2\cdot 3} + \text{ec.} = a$, si indica con a^b la serie $1 + bc + \frac{bbcc}{2} + \frac{bbbccc}{2\cdot 3} + \text{ec.}$, mentre gli altri fanno $a^b = aaaa....$ ripetuto b volte e da questa definizione fanno dipendere quella serie. Ciò accade anche in altri luoghi ove le proposizioni fondamentali non sono sempre le più semplici.

Ma lasciando questi nei, probabilmente introdotti dal genio profondo ed acuto dell'autore, che non lasciatagli distinguere qual cosa riesca più facile e qual meno a penetrare nella mente di chi è ancora nuovo in questi studj, egli è d'uopo confessare che questo libro è assai pregevole; ed è certamente una prova del grande ingegno dell'autore. Vi si ravvisa dappertutto una mente robusta e fervida, che incapace di dimora sempre cerca le vie più brevi. Vi si trovano delle belle dimostrazioni, p. e. ella è semplicissima quella dei fattori trinomiali di $x^n - a^n$, e di $x^n + a^n$. Vi sono alcune cose che forse gli appartengono, quale sarebbe la risoluzione trigonometrica delle equazioni di 3^{o} grado (p. 222.), seppure l'autore che morì nel 1787 non avea cognizioni della soluzione datane contemporaneamente dal Cagnoli nella sua celebre trigonometria.

Sono osservabili le sue idee sul calcolo differenziale. Egli adotta le denominazioni di fluente e di flussione degli Inglesi, e le indica coi nostri simboli, scrivendo p. e. dX per indicare la flussione di X, $\int \mathrm{P}\,dx$ per indicare la fluente di P dx. Alla parola *infinitesimo* egli v'applica l'idea non già di una quantità infinitamente piccola, ma di una variabile che può divenir minore di ogni grandezza proposta: essendo diversa nel solo nome dagli aumenti indeterminati delle variabili secondo i nuovi metodi. Così pure la definizione delle flussioni, benché più complicata, è in sostanza la stessa di quella che si dà oggidì ai differenziali. Egli corregge il triangolo Barroviano: nel punto di una curva che corrisponde all'ascissa x tirata una tangente ed una parallela alle ascisse e tirata l'ordinata che corrisponde all' ascissa $x + dx$ fino a tagliare quella parallela e a trovar quella tangente, egli chiama flussione dell'ascissa la porzione di parallela intercettata, flussione dell'arco la porzione di tangente o l'ipotenusa, e flussione dell'ordinata la porzione di ordinata ossia l'altro cateto del triangolo. In un modo simile egli riguarda le flussioni delle aree, delle superficie, e delle solidità.

Termineremo questo ragguaglio coll'avvertire i lettori, che si trovano sparsi alcuni errori, forse per colpa del traduttore, quali sarebbero le prime due definizioni del libro primo, ove si dice che il punto è un corpo la cui lunghezza si può trascurare senza inconveniente rimarcabile; e che la linea è un corpo la cui lunghezza non si potrebbe trascurare senza errore sensibile. Definizioni la cui inesattezza è sì evidente, che sarebbe torto l'attribuirle all'autore, degno d'altronde di tutta la nostra stima.

Principes de Matematiques de feu Joseph Anastase da Cunha, Professeur a l'Université de Coimbre, traduit du Portugais. Paris 1816. *Volume único em* 8.vo *de* 300 *p.*

Este pequeno volume contém os elementos de Matemática de um célebre autor português, desde os princípios da geometria até ao problema dos isoperímetros, como se ensinavam sob a sua direcção num dos colégios desse reino.

As matérias contidas neste livro, como se pode esperar, são tratadas de um modo assaz conciso e rápido, mais apto a servir de guia aos professores do que a instruir os principiantes. A ordem é toda nova, e nos primeiros livros talvez um pouco estranha. De facto, nos primeiros três livros começam a apresentar-se os princípios da geometria de Euclides até às proporções; no quarto livro explicam-se as primeiras operações aritméticas, que se fazem depender da doutrina das proporções, as propriedades das fracções contínuas e a extracção das raízes quadrada e cúbica; a seguir passa-se à geometria e nos três livros seguintes 5, 6 e 7 fala-se das proporções nas figuras planas, um pouco de geometria sólida e das figuras inscritas e circunscritas ao círculo. Então volta-se novamente à análise e empregam-se os cinco livros que se seguem nos princípios da álgebra, na teoria dos expoentes e dos logaritmos, na teoria geral das equações e em problemas determinados e indeterminados. Seguem-se as aplicações da álgebra à geometria, levadas tão longe quanto o permitem os conhecimentos analíticos adquiridos até aí. No livro XV e nos dois seguintes ensinam-se os princípios do cálculo diferencial e as suas aplicações, isto é, a trigonometria plana e esférica, que o autor faz depender em parte deste cálculo, e algumas doutrinas sobre curvas. Finalmente, os últimos quatro livros contêm os princípios do cálculo integral, o cálculo das diferenças finitas e alguns problemas de geometria sublime. Esta distribuição de matéria, tão distante da dos nossos livros desta natureza, em geral é louvável. Só se desejaria que por vezes, e em especial nos primeiros livros, além da concatenação das demonstrações houvesse também um maior seguimento nas matérias, o que ajuda muito a memória daqueles que estudam; nem agrada muito que a aritmética esteja dependente da geometria, fazendo com que a multiplicação de números provenha das proporções, com o que perde algo da sua simplicidade; e o método geométrico, baseado em definições, axiomas e proposições, parece levado longe demais em alguns lugares onde se trata de análise. Além disto, parece-me bastante estranha a definição que o autor dá de quantidades exponenciais, assumindo por definição que, se $1\,[+c] + \frac{cc}{2} + \frac{ccc}{2\cdot 3} + \text{etc.} = a$, se designa por a^b a série $1 + bc + \frac{bbcc}{2} + \frac{bbbccc}{2\cdot 3} + \text{etc.}$, enquanto os outros fazem $a^b = aaaa....$ repetido b

vezes e desta definição fazem depender aquela série. Isto acontece também em outros lugares onde as proposições fundamentais nem sempre são as mais simples.

Mas esquecendo estas imperfeições, provavelmente consequências do génio agudo e profundo do autor, que não o deixaria distinguir entre o que entra mais facilmente e o que entra menos facilmente na mente de quem é ainda novo nestes estudos, é necessário confessar que este livro é muito valioso; e é certamente uma prova do grande engenho do autor. Reconhece-se por toda a parte uma mente robusta e ardente que, incapaz de demora, procura sempre os caminhos mais curtos. Encontram-se belas demonstrações; p. ex., é simplicíssima a dos factores trinomiais de $x^n - a^n$ e de $x^n + a^n$. Há algumas coisas que talvez lhe pertençam, como a resolução trigonométrica das equações de 3.º grau (p. 222), se é o caso que o autor, que morreu em 1787, não conhecia a solução dada na mesma altura por Cagnoli na sua célebre trigonometria.

As suas ideias sobre o cálculo diferencial são dignas de atenção. Adopta as denominações de fluente e fluxão dos ingleses e indica-as com os nossos símbolos, escrevendo p. ex. $d\mathrm{X}$ para indicar a fluxão de X, $\int \mathrm{P}dx$ para indicar a fluente de $\mathrm{P}dx$. Aplica a palavra *infinitésimo* não à ideia de quantidade infinitamente pequena, mas à de uma variável que se pode tornar menor do que qualquer grandeza proposta; diferindo apenas no nome dos aumentos indeterminados das variáveis segundo os novos métodos. Da mesma forma, a definição das fluxões, ainda que mais complicada, é em substância a mesma que se dá hoje em dia das diferenciais. Corrige o triângulo de Barrow: tiradas, pelo ponto de uma curva que corresponde à abcissa x, uma tangente e uma paralela às abcissas e tirada a ordenada que corresponde à abcissa $x + dx$ até cortar essa paralela e encontrar essa tangente, chama fluxão da abcissa à porção de paralela interceptada, fluxão do arco à porção de tangente, ou hipotenusa, e fluxão da ordenada à porção de ordenada, ou seja ao outro cateto do triângulo. Considera de modo semelhante as fluxões das áreas, das superfícies e dos volumes.

Terminaremos esta notícia avisando os leitores de que se encontram alguns erros dispersos, talvez por culpa do tradutor, entre os quais as primeiras duas definições do livro primeiro, onde se diz que o ponto é um corpo cujo comprimento se pode desprezar sem inconveniente notável e que a linha é um corpo cujo comprimento não se pode desprezar sem erro sensível. Definições cuja inexatidão é tão evidente que seria injusto atribuí-las ao autor, digno, aliás, de toda a nossa estima.