

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE LAJES DE BETÃO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO APOIADAS EM SOLO

Barros, J. A. O.\*; Figueiras, J. A.\*\*

\* Escola de Eng. Univ. do Minho, Azurém, 4800 Guimarães, Tel: 053-510210

\*\* Dep. Eng. Civil, Faculdade de Eng., Univ. do Porto, Tel: 02-2041949

## SUMÁRIO

Neste trabalho apresenta-se os principais resultados obtidos nos ensaios efectuados com lajes de betão apoiadas em solo. Ensaíram-se lajes de betão simples, de betão reforçado com fibras de aço e lajes armadas com rede electrossoldada. É também sucintamente descrito o modelo numérico desenvolvido para analisar este tipo de estruturas. Este modelo baseia-se nas técnicas dos elementos finitos e permite simular o comportamento não linear material da estrutura laminar e do solo de fundação. É contemplada a possibilidade da laje perder o contacto com o solo. O desempenho do modelo foi avaliado por intermédio da simulação numérica dos ensaios experimentais efectuados.

## ABSTRACT

In this work it is presented the main results obtained with the tests performed with slabs supported on soil. It was tested slabs of plain concrete, reinforced with steel fibers and reinforced with conventional wire mesh. It is also briefly described the numerical model developed for analyse this kind of structures. This model is based on the finite element techniques and allows to simulate the material non-linear behavior of the concrete laminate structure and the soil foundation. It is accounted the possibility of the lost contact between slab and soil. The model performance was assessed with reference to the experimental investigations carried out.

## 1 - INTRODUÇÃO

Os pavimentos industriais são uma aplicação por excelência dos betões reforçados com fibras de aço (*BRFA*), dado que durante a sua vida útil são submetidos a acções cíclicas e de impacto que requerem do material uma adequada capacidade de absorção de energia, por forma a garantir o grau de funcionalidade exigido. Para resistir às acções actuantes e controlar a fendilhação, os pavimentos têm sido reforçados com armaduras convencionais. Contudo, os encargos associados com as armaduras convencionais conduzem a que os pavimentos de betão armado sejam bastante mais caros que os realizados com betão simples (*BS*). A adição de fibras ao betão melhora substancialmente as propriedades mecânicas deste sem exigir custos significativos com a mão-de-obra [1]. Além disto, o tempo de realização dum pavimento em *BRFA* pode ser ainda menor que se realizado em *BS*, se se tiver em conta o menor número de juntas de retração que o *BRFA* permite. Por estas razões tem-se assistido nos últimos anos a um incremento significativo da aplicação de *BRFA* em pavimentos industriais [1-5].

No presente trabalho descreve-se resumidamente os ensaios efectuados com lajes apoiadas em solo e apresenta-se os principais resultados obtidos. Em [6,7] estes ensaios são descritos pormenorizadamente. Nestes ensaios teve-se como objectivo fundamental comparar o comportamento estrutural de lajes de betão reforçado com fibras com o de lajes de betão reforçado com armaduras convencionais e com o de lajes de betão simples, por forma a

avaliar da possibilidade das fibras substituírem as armaduras convencionais neste tipo de aplicação.

Com os resultados obtidos pretendeu-se ainda aferir as leis constitutivas relativas ao terreno e ao *BRFA* incluídas no código computacional desenvolvido, que é também resumidamente descrito no presente trabalho. Este código computacional inclui um modelo de fendilhação distribuída. Existem fundamentalmente dois tipos de modelos de fendas distribuídas: os modelos de fendas fixas e os modelos de fendas rotativas [7,8]. No modelo de fendas fixas a orientação das fendas permanece constante durante a análise, enquanto no modelo de fendas rotativas as fendas podem rodar em concordância com a direcção das extensões principais que têm que coincidir com a direcção das tensões principais [9]. No modelo computacional desenvolvido estes dois tipos de modelos de fendas distribuídas estão disponíveis. Dispõe-se ainda de um modelo que permite a ocorrência de várias fendas por ponto de amostragem, permanecendo fixa a direcção destas fendas durante a análise. Este último modelo denomina-se de modelo de multifendas fixas [7,8].

## 2 - ENSAIOS EXPERIMENTAIS

O plano de investigação experimental foi constituído por duas séries de ensaios, sendo cada série composta por uma laje reforçada com 30 Kg/m<sup>3</sup> de fibras *Dramix ZX60/80*, (fibras de 60 mm de comprimento e 0.8 mm de diâmetro) por uma laje reforçada com 45 Kg/m<sup>3</sup> das mesmas fibras, por uma laje armada na face traccionada com rede electrossoldada (duas *CQ30* que corresponde a 20 Kg/m<sup>3</sup> de aço, com tensão de rotura de 700MPa) e uma laje de betão simples. Na Figura 1 apresenta-se um esquema da estrutura de suporte e do equipamento de aplicação de carga e de aquisição de resultados utilizados nos ensaios efectuados [6,7]. Para simular o maciço terroso utilizou-se uma areia siltosa bem graduada, não plástica, com peso específico seco máximo de 19.4 kN/m<sup>3</sup>, um teor em água óptimo de 11.2% (ensaio Proctor modificado) e um CBR de 30%. Nos ensaios de placa ( $\phi=300$  mm) efectuados obteve-se um módulo de reacção do solo de 125 MN/m<sup>3</sup>. No que se refere ao betão das lajes ensaiadas, obteve-se uma resistência média à compressão aos 28 dias variando de 41 a 52 MPa. Na Figura 2 apresenta-se, para as duas séries de ensaios realizados, as curvas força-deslocamento medido no transdutor de deslocamentos nº 1 (ver Figura 1).

Tomando-se a média da capacidade de carga registada nas duas séries de ensaios conclui-se que, relativamente à capacidade de carga apresentada pelas lajes de betão simples, as lajes reforçadas com 30 e 45 Kg/m<sup>3</sup> de fibras e as lajes armadas com rede electrossoldada desenvolveram uma capacidade de carga 49%, 60% e 64% superior, respectivamente. Deve-se ter ainda em conta que nas lajes de *BRFA* não foi alcançada a capacidade de carga última, principalmente nas lajes reforçadas com 45 Kg/m<sup>3</sup>. É assim de prever que as percentagens relativas às lajes de *BRFA* sejam, na realidade, um pouco superiores às referidas anteriormente, pelo que as lajes reforçadas com 45 Kg/m<sup>3</sup> de fibras devem ter uma capacidade de carga última idêntica à das lajes armadas com rede electrossoldada.

Da análise dos modos de rotura ocorridos nas lajes ensaiadas verificou-se que o comportamento em fendilhação é também consideravelmente melhorado com a utilização de *BRFA* dado que desenvolveu-se maior número de fendas mas de menor abertura [7], o que permite aumentar a resistência aos estados limites de utilização por abertura de fenda. Esta propriedade pode ser utilizada na diminuição do número de juntas de controlo da fendilhação por retracção nos pavimentos.

O comportamento das lajes de *BRFA* foi bastante mais dúctil do que o das lajes de *BS*, tendo estas últimas rompido por punçoamento, enquanto as primeiras desenvolveram elevada capacidade deformacional, acompanhada pelo surgimento de fendilhação dispersa.

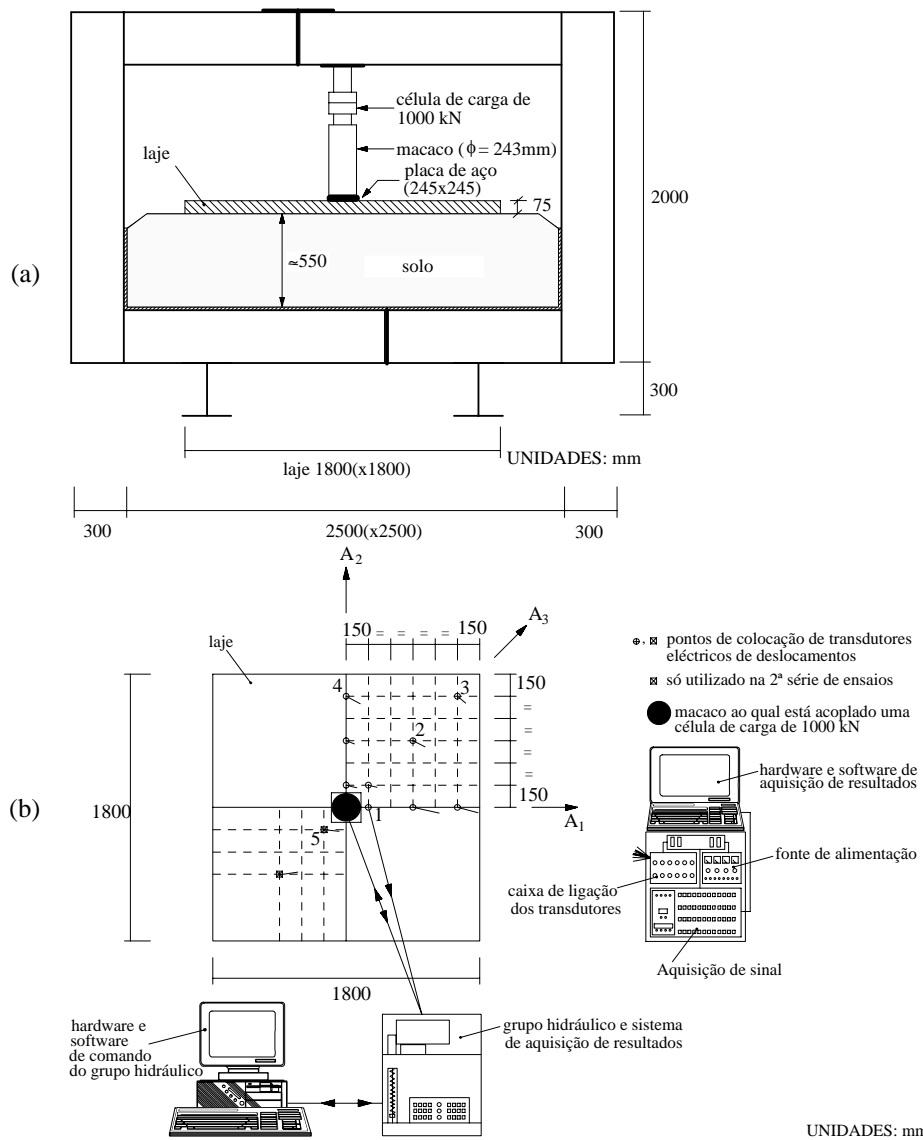


Figura 1 - Esquema da estrutura de suporte (a) e do equipamento de aplicação de carga e de aquisição de resultados (b).

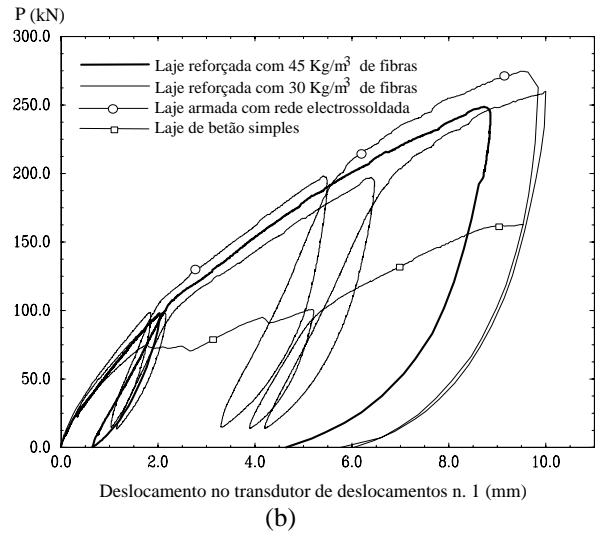
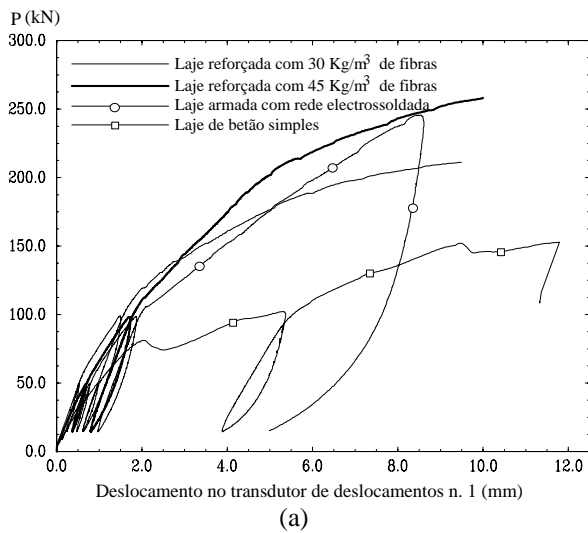


Figura 2 - Curvas força-deslocamento medido no transdutor nº 1 (ver Figura 1b), relativas à primeira (a) e segunda (b) série de ensaios de lajes apoiadas em solo.

### 3 - MODELO NUMÉRICO

O modelo de fendilhação implementado no código computacional desenvolvido baseia-se no princípio de que o betão fendilhado é a associação em série de fendas mais betão entre fendas [7,10], tal como se representa esquematicamente na Figura 3.

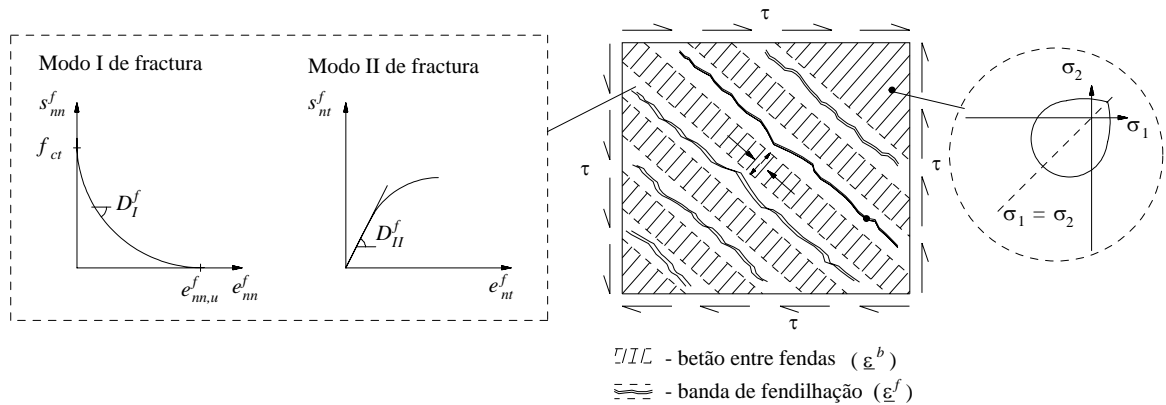


Figura 3 - O betão fendilhado como a associação de fendas mais betão entre fendas.

Neste modelo o incremento de extensão total no betão fendilhado,  $\Delta \underline{\varepsilon}$ , é a soma do incremento de extensão na zona de fractura (largura do elemento finito na qual as microfendas se distribuem),  $\Delta \underline{\varepsilon}^f$ , com o incremento de extensão no betão entre fendas,  $\Delta \underline{\varepsilon}^b$ :

$$\Delta \underline{\varepsilon} = \Delta \underline{\varepsilon}^b + \Delta \underline{\varepsilon}^f \quad (1)$$

As características associadas aos modos I e II de fractura são simuladas na lei constitutiva da fenda [7,8]. Como esta lei é explicitamente incluída na formulação, este modelo permite simular, de forma directa, o aumento da energia de fractura [12] e da rigidez de corte do betão, que a adição de fibras proporciona.

Para simular o dano induzido pela plasticidade e fendilhação, um elemento de casca plano é decomposto em camadas na sua espessura, como se mostra na Figura 4. Cada camada é considerada em estado plano de tensão.

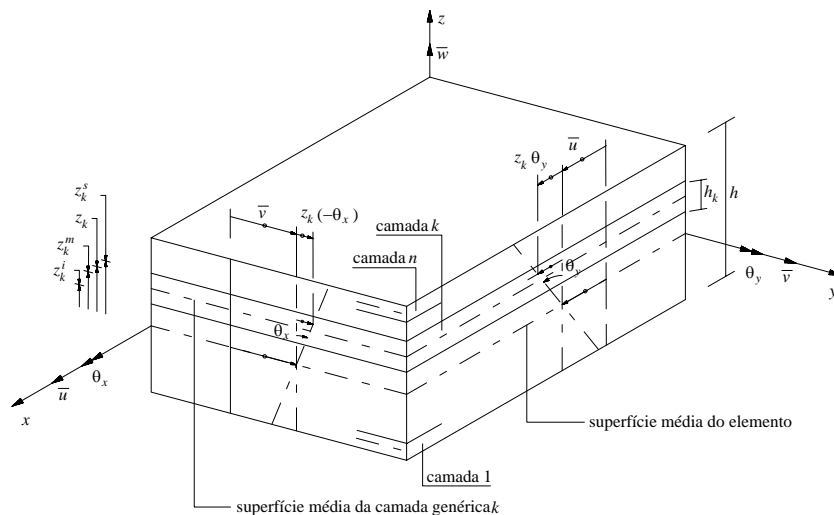


Figure 4 - Elemento de casca plano discretizado em camadas.

A teoria de Reissner-Mindlin [13,14] foi seleccionada, dado que a deformação por corte transversal é tida em conta. Esta teoria é também interessante do ponto de vista dos elementos finitos, dado que apenas requer funções de forma do tipo  $C_0$  para assegurar a continuidade do campo de deslocamentos entre elementos finitos. Os detalhes da teoria de Reissner-Mindlin não serão descritos neste trabalho dado que esta teoria está bem descrita em diversas publicações [7,14,15]. Somente os aspectos relacionados com as leis constitutivas do material serão tratados.

### 3.1 - Leis constitutivas do betão

Numa formulação incremental as tensões relacionam-se com as extensões por intermédio da seguinte lei constitutiva:

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^b \Delta \underline{\varepsilon} \quad (2)$$

em que  $\underline{D}^b$  é a matriz constitutiva tangente do material, apresentando a constituição seguinte:

$$\underline{D}^b = \begin{bmatrix} \underline{D}_{mf}^b & \underline{\phi} \\ \underline{\phi} & \underline{D}_c^b \end{bmatrix} \quad (3)$$

Se o material for homogéneo, isotrópico e com comportamento linear elástico, a matriz  $\underline{D}_{mf}^b$  é a matriz de elasticidade linear relativa a estruturas em estado plano de tensão,

$$\underline{D}_{mf}^b = \underline{D}_{mf,e}^b = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

em que  $E_c$  e  $\nu$  são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material, respectivamente. No presente modelo o comportamento do material na deformação por corte transversal é considerado em regime linear elástico. Assim, a matriz constitutiva associada à deformação por corte transversal apresenta a seguinte constituição:

$$\underline{D}_c^b = \underline{D}_{c,e}^b = F G_c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

em que  $G_c$  é o módulo de elasticidade transversal do betão e  $F$  é um coeficiente correctivo do trabalho por deformação de corte transversal [16,17], que para o caso de estruturas de secção rectangular de material homogéneo assume o valor de 5/6.

Quando o betão está em regime elasto-plástico não fendilhado ( $ep$ ), a matriz  $\underline{D}_{mf}^b$  obtém-se por intermédio da seguinte relação [15]:

$$\underline{D}_{mf}^b = \underline{D}_{mf,ep}^b = \underline{D}_{mf,e}^b - \frac{\underline{D}_{mf,e}^b \underline{a} \underline{a}^T \underline{D}_{mf,e}^b}{h + \underline{a}^T \underline{D}_{mf,e}^b \underline{a}} \quad (6)$$

em que  $\underline{a}$  é o vector fluxo e  $h$  é o módulo de endurecimento do material. Se o betão está fendilhado com o betão entre fendas em regime linear elástico, a matriz  $\underline{D}_{mf}^b$  passa a designar-se por  $\underline{D}_{mf,ef}^b$  e obtém-se a partir da relação seguinte [7,8]:

$$\underline{D}_{mf}^b = \underline{D}_{mf,ef}^b = \left\{ \underline{D}_{mf,e}^b - \underline{D}_{mf,e}^b \underline{\hat{N}} \left[ \underline{\hat{D}}^f + \underline{\hat{N}}^T \underline{D}_{mf,e}^b \underline{\hat{N}} \right]^{-1} \underline{\hat{N}}^T \underline{D}_{mf,e}^b \right\} \quad (7)$$

em que  $\underline{\hat{N}}$  é a matriz que define a direcção das fendas que se desenvolvem num determinado ponto de amostragem e  $\underline{\hat{D}}^f$  é a matriz que engloba a lei constitutiva destas fendas. Cada fenda é governada pela seguinte relação constitutiva:

$$\Delta \underline{s}^f = \underline{N}^T \Delta \underline{\sigma} \quad (8)$$

em que  $\Delta \underline{s}^f$  é o vector dos incrementos das tensões na fenda com componentes (ver Figura 5)

$$\Delta \underline{s}^f = \left[ \Delta s_{nm}^f \quad \Delta s_{nt}^f \right]^T \quad (9)$$

$\Delta \underline{e}^f$  é o vector dos incrementos das extensões na fenda com componentes, (ver Figura 5),

$$\Delta \underline{e}^f = \left[ \Delta e_{nm}^f \quad \Delta \gamma_{nt}^f \right]^T \quad (10)$$

e

$$\underline{D}^f = \begin{bmatrix} D_I^f & 0 \\ 0 & D_{II}^f \end{bmatrix} \quad (11)$$

é a matriz de rigidez duma fenda, em que  $D_I^f$  e  $D_{II}^f$  são os módulos de rigidez correspondentes aos modos I e II de fractura.  $D_I^f$  é caracterizado por intermédio dos seguintes parâmetros:

resistência à tracção,  $f_{ct}$ ; energia de fractura,  $G_f$  [12]; forma do diagrama de amolecimento [7] e largura da banda de fendilhação,  $l_b$  [7,9]. Para percentagens correntes de fibras o aumento da resistência à tracção é reduzido [3,18,19]. Pelo contrário, a energia de fractura aumenta significativamente com o aumento da percentagem de fibras [7]. Expressões determinadas com base em resultados obtidos em ensaios experimentais foram propostas para avaliar a energia de fractura em *BRFA* [20]. Simulações numéricas de ensaios experimentais revelaram que o diagrama de amolecimento constituído por três ramos, representado na Figura 6a é adequado para as fibras de aço utilizadas no presente trabalho [20,21].

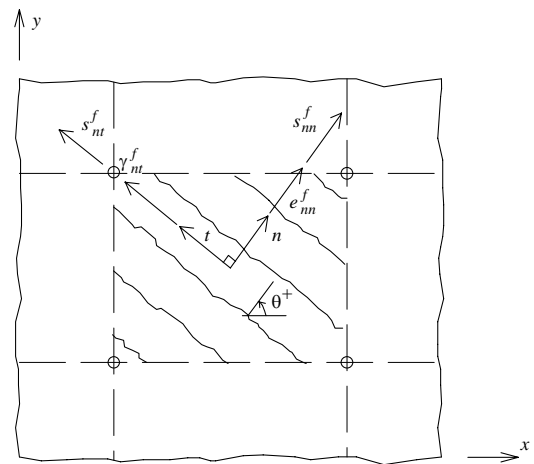


Figura 5 - Tensões e extensões da fenda no seu referencial.

Contudo, também se constatou que o diagrama bilinear ilustrado na Figura 6b é também admissível [7].

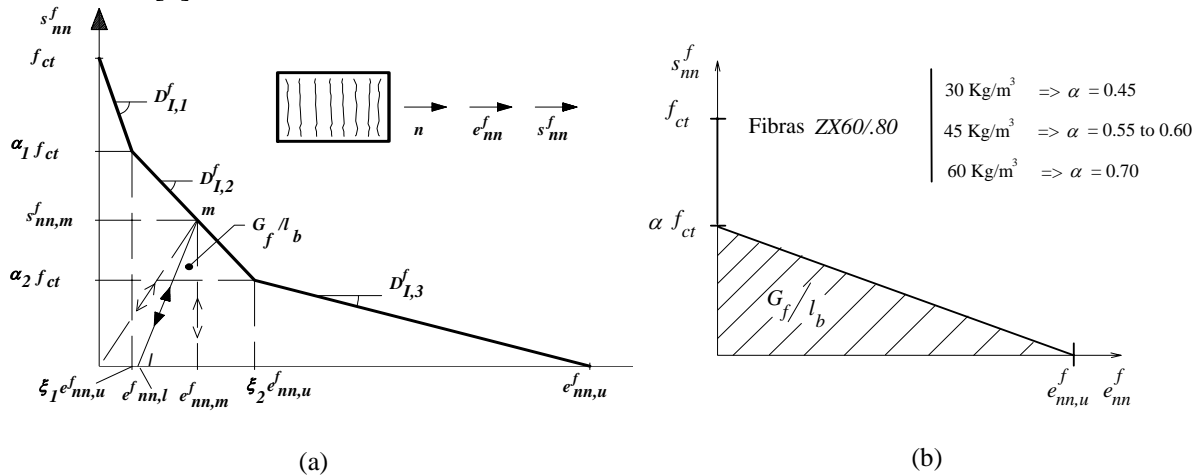


Figura 6 - Diagrama trilinear (a) e bilinear (b) de amolecimento para os betões reforçado com fibras de aço de extremidades dobradas.

Num betão fibroso, a deformação residual numa fenda após o seu fecho é superior à que ocorre no betão simples [22]. Para modelar este comportamento propõe-se a seguinte lei (ver Figura 6a):

$$e_{nn,l}^f = \eta e_{nn,m}^f \quad (12)$$

em que,

$$\eta = \left[ 1 - \exp(-1000 e_{nn,m}^f) \right] \left[ 1 - \exp(-2 l_f / d_f V_f) \right] \quad (13)$$

com  $l_f$ ,  $d_f$  e  $V_f$  sendo o comprimento, o diâmetro e a percentagem em volume das fibras.

Por sua vez o módulo  $D_{II}^f$  obtém-se a partir da seguinte relação [7]:

$$D_{II}^f = \frac{\beta}{1-\beta} G_c \quad (14)$$

em que  $\beta$  é o factor de retenção de rigidez de corte, determinado a partir de:

$$\beta = \left[ 1 - \frac{e_{nn}^f}{e_{nn,u}^f} \right]^p \quad \text{c/ } p=1,2 \text{ ou } 3 \quad (15)$$

para o betão simples e

$$\beta = \exp\left(-3 \frac{d_f}{V_f l_f} \frac{e_{nn}^f}{e_{nn,u}^f}\right) \quad (16)$$

para o BRFA.

Se o betão está fendilhado com o betão de entre fendas em regime elasto-plástico (epf), a matriz  $\underline{D}_{mf}^b$  de (3) obtém-se a partir da seguinte relação [7,11]:

$$\underline{D}_{mf}^b = \underline{D}_{mf,epf}^b = \left\{ \underline{D}_{mf,ep}^b - \underline{D}_{mf,ep}^b \hat{N} \left[ \hat{D}^f + \hat{N}^T \underline{D}_{mf,ep}^b \hat{N} \right]^{-1} \hat{N}^T \underline{D}_{mf,ep}^b \right\} \quad (17)$$

em que  $D_{mf,ep}^b$  é a matriz obtida em (6).

### 3.2 - Leis constitutivas dos aços das armaduras convencionais

O comportamento das armaduras distribuídas é considerado o mesmo em tracção e em compressão, podendo ser simulado por intermédio de uma lei tensão-extensão constituída por tramos lineares ou por uma lei constituída por um tramo linear seguido duma parábola do segundo grau [7].

### 3.3 - Critério para definir as camadas de betão sob influência das armaduras

Quando um elemento de betão armado fendilha, as tensões no betão, na secção da fenda, decrescem acentuadamente, forçando a que as armaduras que atravessam a fenda absorvam quase integralmente as forças instaladas. A diferente resposta deformacional das armaduras e do betão na zona da fenda conduz ao deslizamento relativo destes dois materiais, desenvolvendo-se, entre fendas, tensões tangenciais na interface armadura-betão, com transferência de tensões da armadura para o betão circundante. Este fenómeno é denominado na nomenclatura inglesa por "*tension-stiffening*", e será designado no presente trabalho por capacidade de retenção de tensões de tracção do betão armado fendilhado. Enquanto no betão simples fendilhado a capacidade de retenção de tensões de tracção é simulada por uma lei designada de amolecimento, no betão armado fendilhado essa capacidade é simulada por uma lei designada de endurecimento. No código computacional desenvolvido estão disponíveis alguns modelos de retenção de tensões de tracção para o betão armado fendilhado [23].

O comportamento em tracção de determinada camada de betão fendilhado será governado por uma lei de endurecimento ou por uma lei de amolecimento, conforme essa camada esteja sob influência de determinada armadura ou não esteja sob influência de qualquer armadura, respectivamente. Para se verificar se determinada camada está em endurecimento ou em amolecimento foi estabelecido um critério.

Segundo este critério, uma determinada camada é considerada em endurecimento se a sua superfície média estiver na zona de betão efectivo,  $A_{c,ef} = h_{ef} b$ , em que  $h_{ef}$  é a altura efectiva estimada segundo as recomendações do modelo código CEB-FIP 1990 [24] (ver Figura 7) e  $b$  é a largura do elemento (nas estruturas laminares  $b$  é igual à unidade de comprimento).

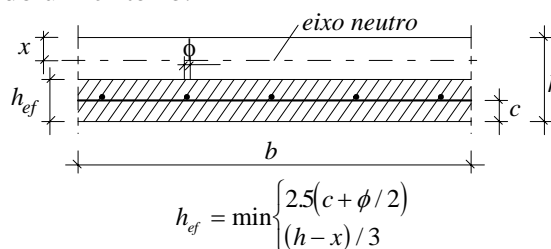


Figura 7 - Determinação da altura efectiva em lajes segundo o modelo código CEB-FIP 1990 [24].

### 3.4 - Solo

O solo é simulado por elementos de mola com rigidez ortogonal à superfície média da estrutura laminar (Figura 8). Os resultados obtidos nos ensaios de placa revelaram que o comportamento das molas poderia ser simulado por intermédio dum diagrama multilinear ou por um diagrama constituído por um ramo linear seguido por uma parábola do segundo grau [7], que estabelecem a relação entre a pressão no solo e o correspondente assentamento. Por este facto, estes diagramas foram implementadas no modelo numérico [7]. Assim, a contribuição do solo para a rigidez do sistema estrutura laminar-solo efectua-se adicionando a matriz de rigidez do solo:



$$\underline{K}_{so}^{(e)} = \int_{A^{(e)}} \underline{N}^T k_s \underline{N} dA \quad (18)$$

à matriz de rigidez da estrutura laminar, em que  $A^{(e)}$  é a área do elemento finito ( $e$ ),  $\underline{N}$  é um vector com a dimensão do número de nós do elemento finito e contendo o valor das funções de forma e  $k_s$  é o módulo de reacção do solo. Se em determinado ponto de integração a estrutura laminar descolar do solo, isto é (ver Figura 9), se o deslocamento vertical do folheto médio da estrutura laminar for menor que o assentamento plástico do solo, então o solo deixará de contribuir para a rigidez do sistema estrutura laminar-solo.

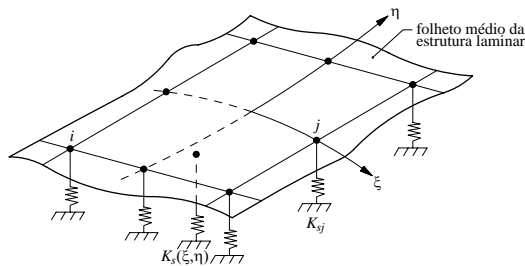


Figura 8 - Discretização do solo por elementos de mola ortogonais ao folheto médio da estrutura laminar e com rigidez elasto-plástica.

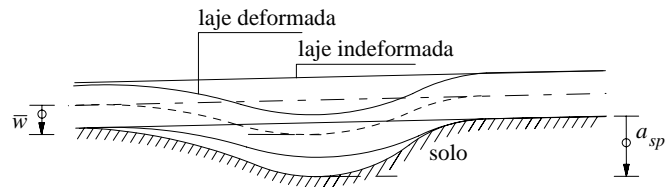


Figura 9 - Quando o deslocamento vertical do folheto médio ( $\bar{w}$ ) é menor que o assentamento plástico do solo,  $a_{sp}$ , a laje descola do solo e este deixa de contribuir para a rigidez do sistema estrutura-solo.

#### 4 - AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO MODELO

Considerando-se a dupla simetria do problema, discretizou-se um quadrante da laje com a malha de elementos finitos representada na Figura 10. A carga transmitida pelo macaco considerou-se como sendo uniformemente distribuída no elemento número 1 (ver Figura 10). A aplicação da carga foi efectuada segundo o método do deslocamento controlado [25], tendo-se seleccionado o deslocamento vertical do nó 1 para variável de controlo.

Todas as análises numéricas foram efectuadas com o modelo de multifendas fixas com ângulo limite para abertura de nova fenda igual a 90 graus [7], pelo que se admite a abertura de, no máximo, duas fendas ortogonais por ponto de amostragem. Tal opção deve-se ao facto de nos ensaios experimentais se ter verificado que as fendas permaneceram com a mesma orientação durante todo o carregamento. Na sua espessura, a laje foi discretizada em 10 camadas de igual espessura. No Quadro 1 apresenta-se as propriedades dos materiais e algumas características utilizadas na simulação numérica. A energia de fractura atribuída foi a determinada nos ensaios efectuados nos correspondentes provetes [7].

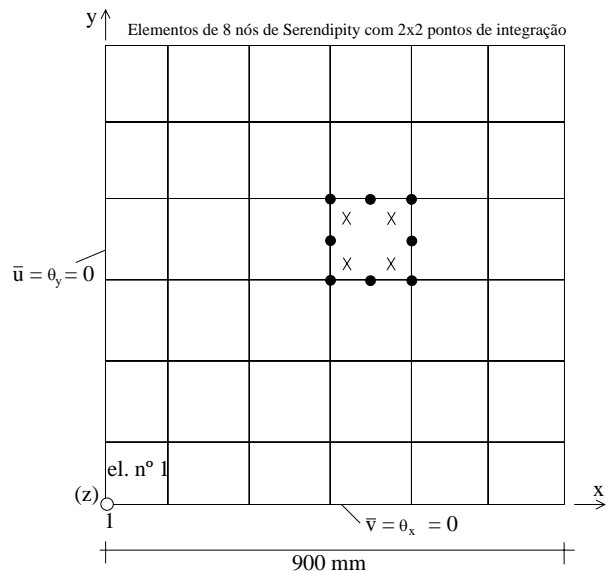


Figura 10 - Malha de elementos finitos.

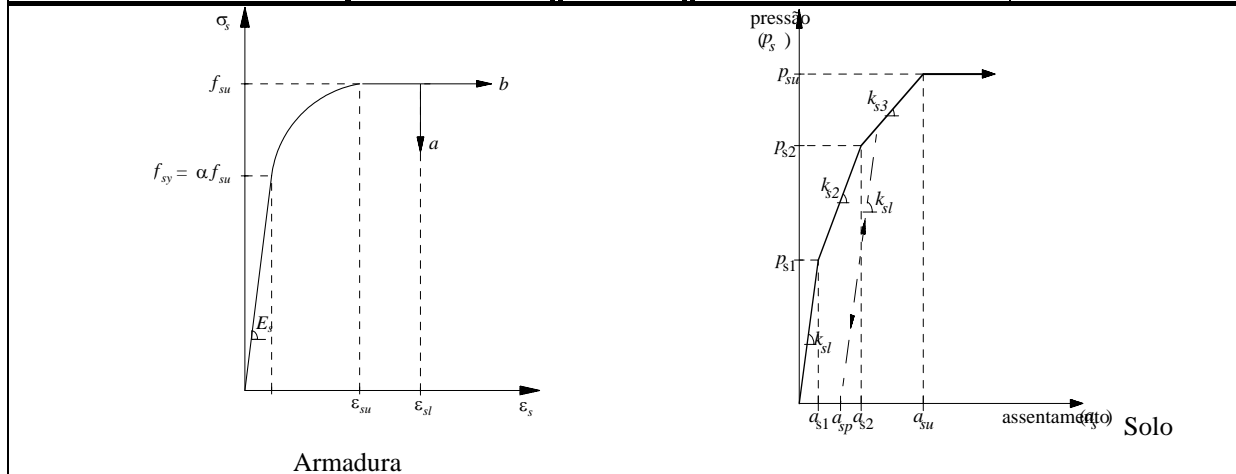
Nas lajes armadas com rede electrossoldada, o recobrimento desta foi de 3 mm, pelo que a altura efectiva (ver Figura 7) é de 11.25 mm. Por este facto, a primeira e a segunda

camada ficam sob a influência das armaduras, sendo a sua capacidade de retenção de tensões de tracção simulada por intermédio do modelo descrito em [23]. A capacidade de retenção de tensões de tracção das restantes camadas é simulada por meio das propriedades de fractura do betão, estabelecidas no Quadro 1, na coluna correspondente à laje de betão simples (*SL00*).

Quadro 1 - Propriedades dos materiais e características da simulação numérica.

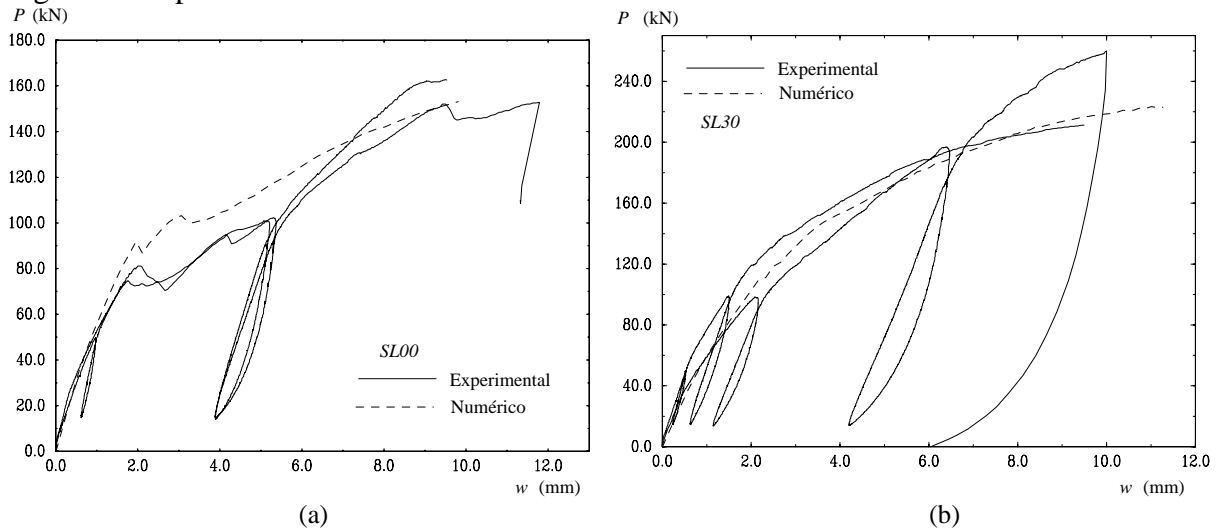
Propriedades	<i>SL00</i> <sup>(1)</sup>	<i>SL30</i> <sup>(2)</sup>	<i>SL45</i> <sup>(3)</sup>	<i>SLms</i> <sup>(4)</sup>	
<b>Betão</b>					
$E_c$ [MPa]	27000	27000	27000	27000	
$\nu$ [-]	0.15	0.15	0.15	0.15	
$f_c$ [MPa]	45	45	45	45	
$\varepsilon_{c1}$ ( $\times 10^{-3}$ ) [-]	3	3	3	3	
$\varepsilon_{cu}$ ( $\times 10^{-3}$ ) [-]	6	6	6	6	
$f_t$ [MPa]	3.5	4	4	3.5	
Modo I de fractura	$G_f$				
[N/mm]		0.15	2.9	7.8	(6)
$\alpha_1$ ; $\xi_1$ [-]		0.25 ; 0.10	0.45 ; 0.005	0.55 ; 0.005	
$\alpha_2$ ; $\xi_2$ [-]			0.25 ; 0.20	0.30 ; 0.20	
$l_b$		(5)	(5)	(5)	(5)
Modo II de fractura	segundo a expressão (15) com $p=2$	segundo a expressão (16) com $V_f=0.38\%$ e $l_f/d_f = 75$	segundo a expressão (16) com $V_f=0.57\%$ e $l_f/d_f = 75$	(7)	
<b>Armaduras (2 CQ30)</b> Curva linear-parábola			<b>Solo</b> Curva multilinear		

$E_s$ [MPa]	200000	$k_{sl}$ [N/mm <sup>3</sup> ]	0.07
$A_{s,l}$ ; $A_{s,t}$ [mm <sup>2</sup> /m]	94 ; 94	$p_{s1}$ [MPa]	0.14
$\rho_{l,ef}$ ; $\rho_{t,ef}$ [-]	0.84% ; 0.84%	$k_{s2}$ [N/mm <sup>3</sup> ]	0.12
$f_{su}$ [MPa]	700	$p_{s2}$ [MPa]	0.9
$\alpha$	0.8	$k_{s3}$ [N/mm <sup>3</sup> ]	0.06
$\epsilon_{su}$ ( $\times 10^{-3}$ ) [-]	12	$p_{su}$ [MPa]	1.5
$\epsilon_{sl}$ ( $\times 10^{-3}$ ) [-]	18		



- (1) - Laje de betão simples.
- (2) - Laje de betão reforçado com 30 Kg/m<sup>3</sup> de fibras *Dramix ZX60/80*.
- (3) - Laje de betão reforçado com 45 Kg/m<sup>3</sup> de fibras *Dramix ZX60/80*.
- (4) - Laje de betão armado com duas redes electrossoldadas *CQ30*.
- (5) - Raiz quadrada da área do ponto de amostragem.
- (6) - A capacidade de resistência à tracção das camadas sob influência das armaduras (1ª e 2ª camada) é simulada por intermédio do modelo proposto em [23]. Nas restantes camadas a simulação é efectuada tal como na laje *SL00*.
- (7) - Segundo a formulação descrita em [23] nas camadas sob influência das armaduras e segundo a exp (15)  $c/p=2$  nas restantes camadas.

Na Figura 10 compara-se as curvas carga-deslocamento no transdutor nº 1 (ver Figura 1) registadas experimentalmente com as obtidas numericamente.



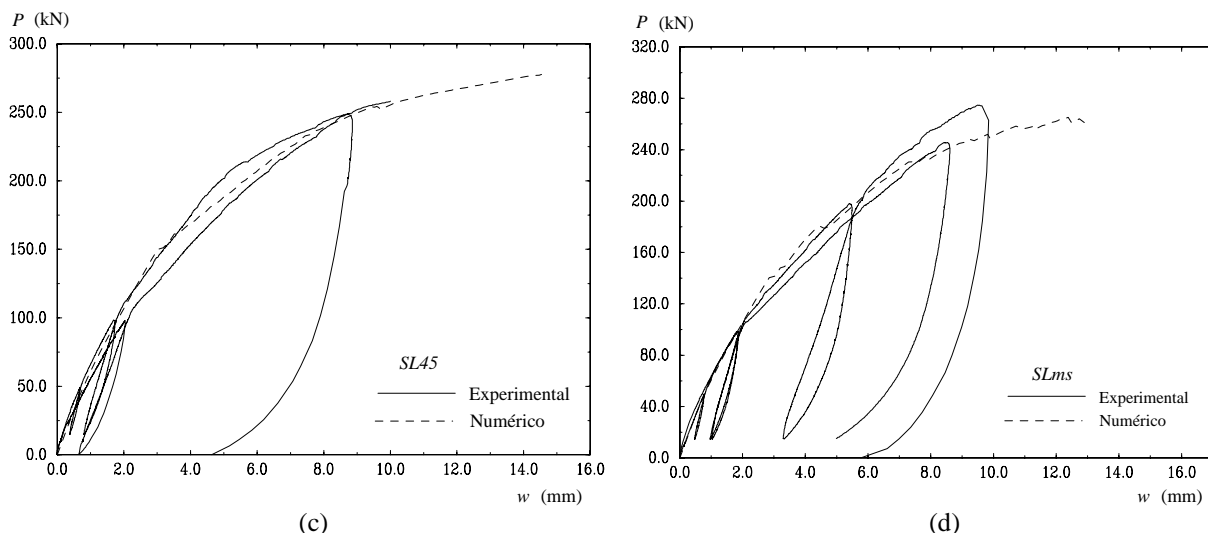


Figura 10 - Relação carga-deslocamento vertical no transdutor nº 1 (ver Figura 1) nas lajes de betão simples (a), nas lajes de betão reforçado com 30 (b) e 45 (c)  $\text{kg/m}^3$  de fibras e nas lajes armadas com rede electrossoldada (d).

Na simulação numérica das lajes armadas com rede electrossoldada considerou-se que nos pontos de amostragem em que era alcançada a extensão de rotura do aço ( $\epsilon_{sl} = 18e - 03$ ), a correspondente armadura deixava de contribuir para a rigidez do sistema. Com este procedimento pretendeu-se simular o ocorrido experimentalmente.

## 5 - CONCLUSÕES

Dos resultados obtidos na simulação numérica dos ensaios experimentais efectuados com lajes apoiadas em solo, conclui-se que o presente modelo prevê com rigor suficiente o comportamento registado experimentalmente. A modelação do solo por intermédio de molas com rigidez ortogonal ao folheto médio da estrutura laminar de betão, conquanto simples, parece ser suficiente para, em casos práticos, simular o comportamento do solo. É contudo fundamental que a função de simulação da lei constitutiva do solo se aproxime da registada nos ensaios de placa em solo.

A simulação numérica confirma o observado experimentalmente, de que as lajes reforçadas com 45  $\text{Kg/m}^3$  de fibras *Dramix 60/80* garantem uma capacidade de carga da mesma ordem de grandeza das lajes reforçadas com duas redes electrossoldadas *CQ30* dispostas nas suas faces de tracção. Como os pavimentos industriais são, correntemente, submetidos a momentos flectores positivos e negativos, da mesma ordem de grandeza, as lajes devem ser armadas na face superior e inferior. Contudo, esta disposição da armadura não aumenta substancialmente a capacidade de carga última da laje, pelo que para as lajes analisadas, 45  $\text{Kg/m}^3$  de fibras podem substituir uma área de armadura de aproximadamente 2  $\text{cm}^2/\text{m}$  de aço A500 em cada direcção. Dado que o presente modelo numérico revela potencial para permitir obter a percentagem de fibras que garante a capacidade de carga de laje reforçada com determinada percentagem de armadura convencional, a solução adequada para determinado pavimento pode ser obtida com o auxílio do presente modelo, desde que se quantifiquem os custos associados às operações das soluções alternativas. Este será um assunto para futura investigação.

## 6 - AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio concedido pelo projecto PRAXIS XXI/272.1/GEG/33/94 e pela JNICT. Às empresas Bekaert N.V., Soares da Costa Lda, SEOP, Master Builders Technologies e Socitrel os autores estão agradecidos pelos materiais disponibilizados.

## 7 - REFERÊNCIAS

- [1] - ACI Committee 544, *State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete*, Concrete International: Design & Construction, 22 pages, May 1982.
- [2] - Nanni, A.; Johari, A., “RCC pavement reinforced with steel fibers”, *Concrete International*, pp. 64-69, March 1989.
- [3] - Balaguru, P.N.; Shah, S.P., “Fiber reinforced cement composites”, *McGraw-Hill International Editions*, Civil Engineering Series, 530 pages, 1992.
- [4] - Robinson, C.; Colasanti, A.; Boyd, G., “Steel fibers reinforce auto assembly plant floor”, *Concrete International*, pp. 30-35, April 1991.
- [5] - Tatnall, P.C.; Kuitenbrouwer, L., “Steel fiber reinforced concrete in industrial floors”, *Concrete International*, pp. 43-47, December 1992.
- [6] - Barros, J.A.O.; Silva Cardoso, A.; Figueiras, J.A., “Análise experimental de lajes de betão apoiadas em solo”, *5º Encontro de Geotecnia*, pp. 75-88, Abril 1995.
- [7] - Barros, J.A.O., “Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica”, *tese de doutoramento*, FEUP, Dezembro 1995.
- [8] - Rots, J.G., “Computational modeling of concrete fracture”, *Ph.D. Thesis*, Delft University of Technology, 1988.
- [9] - Bazant, Z.P.; Oh, B.H., “Crack band theory for fracture of concrete”, *Materials and Structures*, RILEM, Vol. 16, Nº 93, pp. 155-177, 1983.
- [10] - De Borst, R.; Nauta, P., “Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model”, *Eng. Computations*, Vol. 2, pp. 35-46, March 1985.
- [11] - De Borst, R., “Non-linear analysis of frictional materials”, *Ph.D. Thesis*, Delft Univ. of Technology, 1986.
- [12] - RILEM, Draft Recommendation, 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete, “Determination of the Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three-Point Bending Tests on Notched Beams”, *Materials and Structures*, Vol. 85, Nº 85, pp. 285-290, 1985.
- [13] - Mindlin, R.D., “Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates”, *Jour. of Appl. Mech.*, Vol.18, Nº 1, Trans. ASME, Vol. 73, pp.31-38, 1951.
- [14] - Oñate E., “Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos. Análisis estático lineal”, *Centro Int. de Métodos Numéricos en Ingeniería*, 1ª edic., 1992.
- [15] - Owen, D.R.J.; Hinton, E., “Finite elements in plasticity: theory and practice”, *Pineridge Press Ltd.*, Swansea, U.K., 1980.
- [16] - Barros, J.A.O., “Modelos de análise de estruturas laminares e de laminados compósitos”, *tese de mestrado*, FEUP, 1989.
- [17] - Figueiras, J.A., “Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells”, *Ph.D. Thesis*, C/Ph/72/83, Uni. College of Swansea, 1983.
- [18] - Pascal Casanova, “Bétons renforcés de fibres métalliques du matériau à la structure”, *Thèse de Doctorat*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Février 1996.

- [19] - Barros, J.A.O. “Caracterização do comportamento do betão reforçado com fibras de aço por intermédio de ensaios experimentais”, *1<sup>as</sup> Jornadas de Estruturas de Betão*, Betões de elevado desempenho, Novos compósitos, pp. 151-170, Outubro 1996.
- [20] - Barros, J.A.O., Figueiras, J.A., “Modelo para estruturas de betão fendilhado reforçado com fibras de aço”, *XVI CILAMCE*, Brasil, Novembro 1995.
- [21] - Barros, J.A.O.; Figueiras, J.A., “Experimental and numerical analysis of steel fiber reinforced concrete slabs”, *I Conferencia Internacional sobre los materiales compuestos aplicados en arquitectura y construcción*, pp. 29-39, Outubro de 1996.
- [22] - Gopalaratnam, V.S.; Shah, S.P., “Tensile failure of steel fibre-reinforced mortar”, *Jour. of Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 113, Nº 5, pp. 635-653, May 1987.
- [23] - Barros, J.A.O.; Figueiras, J.A.; Póvoas, R.H.C.F., “Modelos constitutivos para o betão armado fendilhado”, *5º Encontro Nacional Betão Estrutural*, pp. 55-70, 1994.
- [24] - CEB-FIP Model Code 1990, “Design Code”, *Comité Euro-International du Béton*, Bulletin d'information nº 203-205, 1990.
- [25] - Batoz, J.L., Dhatt, G., “Incremental displacement algorithms for nonlinear problems”, *Int. Jour. Num. Meth.* Vol. 14, pp. 1262-1267, 1979.