



**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Mariana Rodrigues Borges Salvador Branco

**Resolução e Formulação de Problemas  
de Matemática nos 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> Ciclos  
do Ensino Básico**

Mariana Rodrigues Borges Salvador Branco **Resolução e Formulação de Problemas de Matemática nos 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> Ciclos do Ensino Básico**

UMinho | 2023

abril de 2023





**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Mariana Rodrigues Borges Salvador Branco

**Resolução e Formulação de Problemas  
de Matemática nos 1.º e 2.º Ciclos  
do Ensino Básico**

Relatório de estágio

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de  
Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação da  
**Professora Doutora Ema Mamede**

abril de 2023

## DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

### *Licença concedida aos utilizadores deste trabalho*



**Atribuição-NãoComercial-SemDerivações**  
**CC BY-NC-ND**

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

## DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração. Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

# RESOLUÇÃO E FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA NOS 1º E 2º CICLOS DO ENSINO BÁSICO

## RESUMO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular de Estágio integrada no Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Esta investigação teve como objetivo identificar o contributo da Resolução e Formulação de Problemas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, respondendo às seguintes questões: 1) Como é que os alunos resolvem os problemas? 2) Como os alunos formulam os problemas? 3) Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas? 4) Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na formulação de problemas? Para a elaboração deste projeto foi necessário um período de estágio em dois contextos escolares diferentes, numa turma de 1.º ano (Estudo 1) e de 5.º ano do Ensino Básico (Estudo 2). No período de observação destes dois contextos, foram detetadas dificuldades na resolução de problemas e a inexistência de tarefas de formulação de problemas. Ao longo deste projeto adotou-se uma metodologia próxima da investigação-ação e assente na prática reflexiva. Esta metodologia caracterizou-se pela observação, planeamento, ação e avaliação, repetindo-se este ciclo de forma a melhorar a prática docente e a aprendizagem dos alunos. A implementação deste projeto dividiu-se em duas grandes partes (Estudo 1 e Estudo 2), cada uma dividida em três momentos: a avaliação diagnóstica, a implementação das atividades e a avaliação final. No Estudo 1 foram feitas seis intervenções, enquanto no Estudo 2 foram feitas quatro intervenções, pois este último foi caracterizado por alguns contratemplos. Parte destas intervenções foram destinadas à resolução de problemas, e a outra parte à formulação de problemas. Este plano de intervenção permitiu identificar as dificuldades dos alunos e registar a evolução positiva dos mesmos quando confrontados com tarefas de Resolução e Formulação de Problemas. Concluiu-se que a Resolução e Formulação de Problemas poderá ser uma estratégia de ensino bastante eficaz na aprendizagem da Matemática e no desenvolvimento do raciocínio lógico.

**Palavras-chave:** Aprendizagem da matemática, formulação de problemas, resolução de problemas.

PROBLEM SOLVING AND POSING OF MATHEMATICS IN THE 1ST AND 2ND CYCLE OF BASIC  
EDUCATION

**ABSTRACT**

This report was developed within the framework of the Internship Curricular Unit integrated in the Master's Degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and in Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education. This investigation aimed to identify the contribution of Problem Solving and Posing in the Mathematics teaching and learning process, answering the following questions: 1) How do students solve problems? 2) How do students formulate problems? 3) What difficulties do students have in solving problems? 4) What difficulties do students have in posing problems? For this project, a period of internship was necessary in two different school contexts, in a class of 1<sup>st</sup>-grade (Study 1) and 5<sup>th</sup>-grade of Basic Education (Study 2). During the observation period of these two contexts, difficulties in problem solving and the lack of problem posing tasks were detected. Throughout this project, a methodology close to the action-research methodology was adopted and based on reflective practice. This methodology was characterized by observation, planning, act and evaluation, repeating this cycle in order to improve teaching practice and student learning. The implementation of this project was divided into two major parts (Study 1 and Study 2), each divided into three moments: diagnostic evaluation, implementation of activities, and final evaluation. Study 1 comprised six interventions sessions whereas Study 2 comprised four, as the latter was characterized by some setbacks. Some of these sessions aimed to solve problems, and the others to posing problems. This intervention plan made it possible to identify the students' difficulties and record the positive evolution of the students when faced with Problem Solving and Posing tasks. It was concluded that the Problems Solving and Posing can be a very effective teaching strategy in the learning of Mathematics and in the development of logical reasoning.

**Keywords:** Learning mathematics, problem posing, problem solving.

## ÍNDICE

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS .....	ii
DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE.....	iii
RESUMO .....	iv
ABSTRACT .....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
ÍNDICE DE TABELAS .....	xi
ÍNDICE DE TRANSCRIÇÕES.....	xi
CAPÍTULO I .....	1
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Relevância do tema .....	2
1.2. Justificação da escolha do tema .....	3
1.3. Problema e questões de investigação .....	4
1.4. Organização do Relatório.....	4
CAPÍTULO II .....	6
2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	6
2.1. Conceito de problema .....	7
2.2. Tipologia de Problemas .....	9
2.3. Resolução de Problemas .....	10
2.4. Modelos de Ensino de Resolução de Problemas.....	12
2.5. Estratégias de Resolução de Problemas.....	13
2.6. Formulação de Problemas.....	15
2.7. Estratégias de Formulação de Problemas .....	16
2.8. A importância da Resolução e Formulação de Problemas.....	18
2.9. Estudos de investigação realizados .....	20

CAPÍTULO III .....	25
3. METODOLOGIA .....	25
3.1. Opções metodológicas.....	26
3.2. Estudo 1 .....	27
3.2.1. Plano de Intervenção.....	27
3.2.2. Participantes.....	28
3.2.3. Tarefas .....	29
3.2.4. Procedimentos.....	31
3.2.5. Calendarização .....	34
3.2.6. Recolha de dados .....	36
3.3. Estudo 2 .....	37
3.3.1. Plano de Intervenção.....	37
3.3.2. Participantes.....	37
3.3.3. Tarefas .....	38
3.3.4. Procedimentos.....	38
3.3.5. Calendarização .....	40
3.3.6. Recolha de dados .....	42
CAPÍTULO IV .....	43
4. RESULTADOS.....	43
4.1. Estudo 1 .....	44
4.1.1 Avaliação Diagnóstica.....	44
4.1.2. Sessão 1.....	48
4.1.3. Sessão 2.....	54
4.1.4. Sessão 3.....	58
4.1.5. Sessão 4.....	61

4.1.6. Avaliação Final .....	66
4.2. Estudo 2 .....	70
4.2.1. Sessão 1.....	70
4.2.2. Sessão 2.....	74
4.2.3. Sessão 3.....	77
4.2.4. Sessão 4.....	80
CAPÍTULO V .....	88
5. CONCLUSÕES.....	88
5.1. Conclusões .....	89
5.1.1. Como é que os alunos resolvem os problemas?.....	89
5.1.2. Como é que os alunos formulam os problemas?.....	90
5.1.3. Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas? .....	91
5.1.4. Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na formulação de problemas? .....	91
5.2. Reflexão.....	93
5.3. Implicações educacionais.....	93
5.4. Limitações do Estudo .....	94
5.5. Recomendações para futuras investigações .....	94
CAPÍTULO VI .....	95
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	95
CAPÍTULO VII .....	101
7. ANEXOS.....	101
Anexo I.....	102
Ficha de Avaliação Diagnóstica (Estudo 1).....	102
Anexo II.....	103
1.ª Sessão (Estudo 1).....	103

Anexo III .....	105
2.ª Sessão (Estudo 1) .....	105
Anexo IV .....	106
3.ª Sessão (Estudo 1) .....	106
Anexo V .....	107
4.ª Sessão (Estudo 1) .....	107
Anexo VI .....	109
Ficha de Avaliação Final (Estudo 1) .....	109
Anexo VII .....	110
1.ª Sessão (Estudo 2) .....	110
Anexo VIII .....	111
2.ª Sessão (Estudo 2) .....	111
Anexo IX .....	113
3.ª Sessão (Estudo 2) .....	113
Anexo X .....	114
4.ª Sessão (Estudo 2) .....	114

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Trabalho de grupo .....	31
<b>Figura 2</b> - Capa da sebenta .....	32
<b>Figura 3</b> - Contracapa da sebenta .....	32
<b>Figura 4</b> - Entreajuda .....	39
<b>Figura 5</b> - Trabalho de grupo .....	39
<b>Figura 6</b> - Momento de jogo .....	40
<b>Figura 7</b> - Teste diagnóstico da Matilde .....	45
<b>Figura 8</b> - Teste diagnóstico do Tomás .....	45

<b>Figura 9</b> - Teste diagnóstico da Ana.....	46
<b>Figura 10</b> - Teste diagnóstico do Manuel .....	46
<b>Figura 11</b> – Esquema apresentado pelo Miguel.....	48
<b>Figura 12</b> - Resolução da Margarida.....	48
<b>Figura 14</b> - Resolução da Maria.....	50
<b>Figura 13</b> - Resolução do Miguel .....	50
<b>Figura 16</b> - Formulação da Matilde.....	54
<b>Figura 15</b> - Formulação do João.....	54
<b>Figura 17</b> - Resolução Matilde .....	57
<b>Figura 18</b> - Resolução António.....	57
<b>Figura 19</b> - Resolução da Matilde .....	58
<b>Figura 20</b> - Resolução do Miguel .....	58
<b>Figura 21</b> - Resolução do João .....	59
<b>Figura 22</b> - Resolução da Joana .....	60
<b>Figura 23</b> - Formulação da Maria .....	60
<b>Figura 24</b> - Formulação do Renato .....	60
<b>Figura 25</b> - Resolução da Rita .....	62
<b>Figura 27</b> - Resolução do Tomás.....	63
<b>Figura 26</b> - Resolução do Manuel.....	63
<b>Figura 29</b> - Resolução do Miguel .....	64
<b>Figura 31</b> - Ficha de avaliação diagnóstica da Matilde.....	67
<b>Figura 32</b> - Ficha de avaliação diagnóstica da Matilde.....	68
<b>Figura 33</b> - Ficha de avaliação diagnóstica da Matilde.....	68
<b>Figura 34</b> - Ficha de avaliação final da Matilde .....	68
<b>Figura 35</b> - Ficha de avaliação final da Matilde .....	69
<b>Figura 36</b> - Ficha de avaliação final da Matilde .....	69
<b>Figura 37</b> - Ficha de avaliação final da Matilde .....	69
<b>Figura 38</b> - Resolução da Maria.....	72
<b>Figura 39</b> - Resolução do Jorge .....	72
<b>Figura 40</b> - Formulação do José.....	73
<b>Figura 41</b> - Reformulação do José.....	73

<b>Figura 42</b> - Resolução do Fábio.....	75
<b>Figura 43</b> - Resolução da Francisca.....	75
<b>Figura 44</b> - Formulação da Maria.....	79
<b>Figura 45</b> - Formulação do Carlos.....	79
<b>Figura 46</b> - Resolução do António.....	81
<b>Figura 47</b> - Resolução da Francisca.....	81
<b>Figura 48</b> - Resolução da Isabel.....	82
<b>Figura 49</b> - Resolução do Carlos.....	83
<b>Figura 50</b> - Resolução da Inês.....	83
<b>Figura 51</b> - Apresentação e discussão das diferentes estratégias de resolução.....	84
<b>Figura 52</b> - Apresentação da estratégia elegida.....	85
<b>Figura 53</b> - Bolo da turma.....	85
<b>Figura 54</b> - Divisão feita pelos alunos.....	86
<b>Figura 55</b> - Distribuição do bolo.....	86

## ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Estratégias de Resolução de Problemas (Vale & Pimentel, 2004).....	14
<b>Tabela 2</b> - Calendarização: Estudo 1.....	35
<b>Tabela 3</b> - Calendarização do Estudo 2.....	41
<b>Tabela 4</b> - Resultados de Avaliação Diagnóstica do Estudo 1.....	44
<b>Tabela 5</b> - Avaliação Final: Estudo 1.....	67

## ÍNDICE DE TRANSCRIÇÕES

<b>Transcrição 1</b> - Proposta de problema formulado pelo Miguel.....	47
<b>Transcrição 2</b> - Proposta de problema formulado pelo Luís.....	47
<b>Transcrição 3</b> - Resolução do José.....	50
<b>Transcrição 4</b> - Formulações da Maria e do Miguel.....	51
<b>Transcrição 5</b> - Formulações da Francisca e do João.....	52
<b>Transcrição 6</b> - Formulação do João.....	55
<b>Transcrição 7</b> - Formulação da Joana.....	56
<b>Transcrição 8</b> - Resolução do Manuel.....	59

<b>Transcrição 9 - Resolução da Leonor.....</b>	<b>63</b>
<b>Transcrição 10 - Formulação do José.....</b>	<b>65</b>
<b>Transcrição 11 - Formulação do Luís .....</b>	<b>65</b>
<b>Transcrição 12 - Formulação da Matilde.....</b>	<b>65</b>
<b>Transcrição 13 - Questão do Miguel.....</b>	<b>71</b>
<b>Transcrição 14 - Dúvida do António.....</b>	<b>71</b>
<b>Transcrição 15 - Interação com o João.....</b>	<b>77</b>

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUÇÃO

O presente estudo foi realizado no âmbito da Unidade Curricular de Estágio do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico do Instituto de Educação da Universidade do Minho.

### **1.1. Relevância do tema**

As Aprendizagens Essenciais em vigor (DGE, 2018) enfatizam a importância da Resolução de Problemas no ensino da Matemática, referindo que:

Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em que é preciso mobilizar múltiplas literacias para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas. A ideia de “literacia matemática”, em que a OCDE (<https://www.oecd.org/pisa/>) destaca a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável (p.2).

Para além disto, ainda menciona que:

Desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes (DGE, 2018, p.3).

Percebe-se que a Resolução de Problemas tem um grande destaque nas Aprendizagens Essenciais em todos os anos de escolaridade. Pode acrescentar-se ainda que Resolução de Problemas é considerada uma área de competência pelo documento de referência para a organização de todo o sistema educativo português, O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, homologado pelo Despacho n.º 6478/2017.

Pelo contrário, a Formulação de Problemas não tem um destaque tão grande nos documentos normativos legais. No entanto, está presente de forma indireta, na medida em que os documentos

curriculares valorizam o desenvolvimento da criatividade e a motivação para a aprendizagem da matemática.

National Council of Teachers of Mathematics (NTCM, 2000) considera que

Solving problems is not only a goal of learning mathematics but also a major means of doing so. Students should have frequent opportunities to formulate, grapple with, and solve complex problems that require a significant amount of effort and should then be encouraged to reflect on their thinking. By learning problem solving in mathematics, students should acquire ways of thinking, habits of persistence and curiosity, and confidence in unfamiliar situations that will serve them well outside the mathematics classroom. In everyday life and in the workplace, being a good problem solver can lead to great advantages. (p.52)

A Resolução e a Formulação de Problemas são vistas como ferramentas importantes na aprendizagem da matemática em todos os níveis de ensino. Esta metodologia permite que os alunos desenvolvam o seu raciocínio, a sua persistência e a sua curiosidade em situações matemáticas e do quotidiano.

## **1.2. Justificação da escolha do tema**

O presente tema foi escolhido por duas razões, uma de natureza contextual e outra de natureza curricular. Por um lado, durante o período de observação, foram detetadas algumas dificuldades na resolução dos problemas trazidos para a sala de aula e observadas apenas estratégias de resolução informais. Porém, esta metodologia foi muito pouco abordada em sala de aula, sendo este um motivo acrescido da necessidade de explorar os problemas nestes contextos. No que diz respeito à formulação de problemas, esta abordagem nunca foi feita em sala, o que permitiu pensar que seria uma mais-valia para os alunos implementar este projeto. Assim, foi considerado que seria importante intervir de forma a diminuir ou superar estas dificuldades e dar a conhecer novas formas de aprender matemática.

Por outro lado, a resolução e a formulação de problemas estão inseridas nas Aprendizagens Essenciais do 1.º e 2.º Ciclos (ver DGE, 2018). A resolução de problemas está presente em todos os domínios, nos conteúdos de aprendizagem, sendo esta muito referida ao longo deste documento normativo. A formulação de problemas está identificada nas Aprendizagens Essenciais como uma prática essencial de aprendizagem, apresentando menos protagonismo neste documento. Assim, as dificuldades

detetadas e a presença destas metodologias nos atuais documentos normativos, justificam a escolha deste tema para este projeto.

### **1.3. Problema e questões de investigação**

Este projeto pretende averiguar as conceções e as dificuldades dos alunos na resolução e formulação de problemas, dando resposta às seguintes questões:

- ✓ Como é que os alunos resolvem os problemas?
- ✓ Como os alunos formulam os problemas?
- ✓ Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas?
- ✓ Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na formulação de problemas?

### **1.4. Organização do Relatório**

O presente relatório encontra-se dividido em 5 capítulos. O primeiro capítulo corresponde à Introdução e inclui a relevância e a justificação da escolha do tema, o problema em estudo e as questões de investigação associadas.

O segundo capítulo evidencia um enquadramento teórico que inclui: os diferentes conceitos de problema definidos pelos mais diversos autores; modelos de tipologia de problemas mais abrangente; a definição e exploração do conceito de resolução de problemas; a definição e exploração do conceito de formulação de problemas; a importância que este tema tem no ensino, nos alunos e na sociedade; e uma pequena exposição de alguns estudos de investigação feitos com o mesmo tema.

O terceiro capítulo expõe a metodologia adotada nos dois contextos, nomeadamente o plano de intervenção, as características dos participantes, as tarefas lecionadas, os procedimentos adotados e os métodos de recolha de dados.

No quarto capítulo são evidenciados os resultados obtidos com a implementação deste projeto, sendo expostas as produções dos alunos face às tarefas de avaliação diagnóstica, da intervenção e de avaliação final.

O quinto capítulo revela as conclusões finais deste projeto, sendo respondidas as questões de investigação, feita uma reflexão de todo o trabalho realizado e expostas as limitações do estudo.

## **CAPÍTULO II**

### **2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

## 2.1. Conceito de problema

Para a concretização deste projeto importa, em primeiro lugar, conhecer o conceito de problema, no entanto, este não é consensual. Na literatura encontramos dezenas de definições, contudo, apenas serão aqui apresentadas as definições de autores com maior importância e influência nesta área.

Kantowski (1977) considera que "An individual is faced with a problem when he encounters a question he cannot answer or a situation he is unable to resolve using the knowledge immediately available to him. He must then think of a way to use the information at his disposal to arrive at the goal, the solution of the problem." (p. 164).

Pólya (1981) afirma que "A problem is a "great" problem if it is very difficult, it is just a "little" problem if it is just a little difficult. Where there is no difficulty, there is no problem." (p.117) e acrescenta que "An essential ingredient of the problem is the desire, the will, and the resolution to solve it. A problem that you are supposed to do and which you have quite well understood, is not yet your problem. It becomes your problem, you really have it, when you decide to do it, when you desire to solve it" (p.63).

Vale (2000) escreve que "das várias definições de problema pode se considerar um problema como uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que lhe permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação" (p.54).

Lopes (2002) refere que "um problema é uma situação, quantitativa ou não, que requer resolução e para a qual o indivíduo não vê um meio aparente ou um caminho para obter a solução" (p. 10).

Palhares e Gomes (2005) consideram que, de todas as definições de problema estudadas, permanecem sempre duas grandes características: qualquer problema obriga a existência de uma solução e que este exige sempre um processo para chegar a uma solução.

Boavida et al. (2008) explicam que

(...) tem-se um problema quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados; quando é necessário encontrar um caminho para chegar à solução e esta procura envolve a utilização do que se designa por estratégias. Ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura,

desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso (p. 15).

Lester (2013) refere que “we all agree that a problem is a task for which an individual does not know (immediately) what to do to get an answer” (p. 247). Posamentier et al. (2015) afirmam “a problem is a situation that confronts the individual that requires resolution, and for which no path to the answer is readily known” (p. XV).

Todas estas definições concentram-se na ideia de que um problema é uma situação para a qual não se encontra uma solução de imediato, e que para a encontrar é necessário adotar estratégias. Conhecida a definição de problema, é importante agora perceber as suas diferentes características.

Fonseca (1997) escreve que “a mesma tarefa pode ser interpretada de modo diferente consoante o resolvidor de cada momento e, também, consoante o momento de cada resolvidor. Assim, o mesmo problema pode requerer esforços significativos a alguns resolvidores, enquanto para outros pode limitar-se a ser um mero exercício de rotina” (p. 119).

Vale (2000) refere que

um bom problema geralmente possui três características: (1) é problemático, há algo que faz sentido e o caminho para a solução não está completamente visível; (2) é desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática; e (3) permite relacionar o conhecimento que os alunos já têm do modo que as capacidades e o conhecimento novo podem ser adaptados e aplicados para completar as tarefas (p.54).

Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) revelam algumas características que os problemas devem conter. Referem que os problemas devem ser alcançáveis pelo aluno, no entanto, não devem ter um grau de dificuldade muito baixo, pois isto faz com que deixe de ser um problema para um aluno e passe a ser um mero exercício. Para além disto, as mesmas consideram que os problemas devem ser motivadores e apresentarem mais do que uma forma de o resolver (Boavida et al., 2008).

Viseu et al. (2016) consideram que “num problema o caminho a seguir para a sua resolução nem sempre é claro, pelo que o aluno tem que interpretar o enunciado, elaborar uma estratégia de resolução, o que requer reflexão, raciocínio e persistência, e discutir os resultados obtidos” (p.8).

Concluindo, a designação de problema está relacionada com a dificuldade que este apresenta para quem está a resolvê-lo. Uma tarefa que não implique esforço por parte do aluno considera-se um exercício. Para além disto, um problema deve implicar raciocínio, conhecimentos, reflexão e discussão. Depois de compreendido o conceito de Problema, importa agora explorar diferentes tipologias de problemas.

## 2.2. Tipologia de Problemas

A literatura apresenta diferentes tipologias de problemas. Elencar-se-ão aqui algumas, entendidas como sendo adequadas aos níveis de ensino abordados neste projeto. Charles e Lester (1986) distinguem cinco tipos de problemas: problemas de um passo, problemas de dois ou mais passos, problemas de processo, problemas de aplicação e problemas tipo puzzle. Os problemas de um passo, dois ou mais passos distinguem-se pelo número de operações aritméticas necessárias à resolução do problema. Já os problemas de processo exigem necessariamente a aplicação de uma ou mais estratégias de resolução. Os problemas de aplicação distinguem-se pela necessidade de recolha de dados referentes à vida real. Por último, os problemas tipo puzzle necessitam de um olhar diferente para o problema e, por vezes, de uma ideia fora da caixa para chegar à solução.

Vale e Pimentel (2004) distinguem quatro tipos de problemas: problemas de processo, problemas de conteúdo, problemas de aplicação e problemas de aparato experimental. Os problemas de processo obrigam a utilização de uma estratégia de resolução tais como: encontrar um padrão, resolver do fim para o princípio, elaborar um esquema ou um desenho, fazer uma lista organizada ou reduzir a um problema mais simples. Os problemas de conteúdos requerem o conhecimento de certos conteúdos programáticos para a sua resolução, e, sem estes, dificilmente se consegue resolver o problema. Os problemas de aplicação exigem dados da vida real e a consequente análise dos dados. Por vezes, este tipo de problemas pode aceitar mais do que uma solução. Por fim, os problemas de aparato experimental requerem, como o nome indica, a utilização de um aparato experimental e promove a utilização de métodos de investigação típicos das ciências experimentais. Este tipo de problemas desenvolve capacidades de planificação, organização, interpretação, medição e contagem (Vale, 2000, pp.54 - 55).

Boavida et al. (2008) diferenciam os problemas em três tipos: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos. As autoras consideram esta classificação mais simples e mais adequada ao 1.º Ciclo. Os problemas de cálculo distinguem-se pela necessidade de operar os dados do problema através de um ou mais passos. Os problemas de processo caracterizam-se pela existência de contextos

mais complexos, pela necessidade de recorrer a estratégias de resolução mais criativas e por requererem persistência e compreensão. Os problemas abertos proporcionam diferentes caminhos para chegar à solução, obrigando os alunos a explorar, descobrir regularidades e formular conjecturas (Boavida et al., 2008). Esta foi a tipologia adotada para a realização deste relatório por se considerar mais adequada aos contextos em questão.

### **2.3. Resolução de Problemas**

Importa agora também questionar o significado de “resolução de problemas”.

Para Pólya (1981),

Solving a problem means finding a way out of a difficulty, a way around an obstacle, attaining an aim which was not immediately attainable. Solving problems is the specific achievement of intelligence, and intelligence is the specific gift of mankind: solving problems can be regarded as the most characteristically human activity. Solving problems is a practical art, like swimming, or skiing, or playing the piano: you can learn it only by imitation and practice (p. IX).

Lopes (2002) considera que “resolver problemas consiste no processo de aplicação de conhecimentos, previamente adquiridos, a situações novas e não rotineiras. Mas para resolver problemas não chega ter conhecimentos. Resolver problemas é uma actividade complexa que envolve coordenação de conhecimentos, experiências prévias, intuição, atitudes, convicções e várias habilidades” (p.15).

Vale (2002) refere ainda que

Muitos autores têm dado várias definições sobre a resolução de problemas e podemos concluir que todas são convergentes num ponto, a resolução de problemas envolve o recurso a procedimentos que o indivíduo terá de seleccionar e que mais se adaptam à situação em jogo! A capacidade para ter sucesso não está directamente ligada com o conhecimento dos conteúdos, mas depende também da experiência e conhecimento das próprias capacidades e limitações de cada um (p.53).

Lester (n.d.) afirma “any mention of problem solving refers to the process of co-ordinating previous experiences, knowledge, and intuition in an effort to determine an outcome of a situation for which a procedure for determining the outcome is not known” (p. 93).

O mesmo autor (Lester, 2013) acrescenta ainda que “successful problem solving involves coordinating previous experiences, knowledge, familiar representations and patterns of inference, and intuition in an effort to generate new representations and related patterns of inference that resolve some tension or ambiguity that prompted the original problem-solving activity” (p. 248).

Viseu et al. (2016) definem a resolução de problemas como “uma atividade que desenvolve conhecimentos, atitudes e capacidades que contribuem para a formação global dos alunos de todos os níveis de ensino” (p.4).

Para a realização deste trabalho entende-se que a Resolução de Problemas é um processo que mobiliza conhecimentos prévios de certos conteúdos programáticos, experiências e habilidades. Esta atividade permite ultrapassar obstáculos e desenvolver capacidades cognitivas nos alunos. Depois de explorada esta definição, é necessário evidenciar algumas características, particularidades e necessidades desta estratégia de ensino.

Pólya (1981) acrescenta

First of all, the student should not start doing a problem before he has understood it. It can be checked to a certain extent whether the student has really understood the problem: he should be able to repeat the statement of the problem, point out the unknowns and the data, and explain the condition in his own words. If he can do all this reasonably well, he may proceed to the main business (p.29).

Vale (1997) refere que

Uma das dificuldades que muitas das vezes é sentida no desempenho desta actividade é ao nível da compreensão. Quanta mais informação o aluno for capaz de identificar nos dados do problema, maior será a sua compreensão e, por conseguinte, maior será o seu sucesso. Partindo do pressuposto de que para compreender é essencial relacionar, esta deve ser uma fase de extrema importância no ensino da resolução de problemas (p.5).

Ponte et al. (2007) referem que os alunos devem ser capazes de resolver problemas, ou seja, devem ser capazes de: 1) compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas; 2) apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam; 3) monitorizar o seu trabalho e refletir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes; e 4) formular problemas. Os autores acrescentam ainda que “a resolução de problemas é uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático” (p.6).

Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), a resolução de problemas deve envolver “a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.” (p.5).

Assim, a Resolução de Problemas implica necessariamente uma compreensão prévia do problema e exige a aprendizagem e a aplicação de diferentes estratégias de resolução. Para o sucesso na resolução, o aluno deve experimentar as diferentes estratégias, relacionar com problemas anteriormente resolvidos e verificar os resultados obtidos.

#### **2.4. Modelos de Ensino de Resolução de Problemas**

Pólya foi pioneiro na apresentação de um modelo de ensino para a resolução de problemas. Neste modelo, Pólya (1995) estabeleceu quatro fases de trabalho necessárias à resolução de problemas e todas elas com a sua importância. Pólya (1995) considera que a primeira fase de resolução passa pela compreensão do problema, pois o aluno necessita de entender bem o enunciado verbal do problema para o conseguir resolver. Para isto, o aluno deve conseguir responder a questões como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? O que é pedido? Depois do enunciado bem compreendido, o aluno deve passar ao estabelecimento de um plano que consiste em determinar quais os cálculos que são necessários fazer para obter a incógnita. Nesta fase é importante o aluno perceber se existe alguma relação com problemas anteriormente resolvidos e encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita. Depois de construído o roteiro para a resolução, o aluno pode passar à execução do plano de resolução elaborado. Por fim, Pólya (1995) considera que é necessário o aluno fazer um retrospecto do que foi feito anteriormente, verificando o resultado chegado (Pólya, 1995). É importante percorrer estas quatro fases para a resolução de qualquer problema, pois estas vão guiar o aluno até à solução.

Lester (1997) apresenta um modelo de resolução de problemas. Este modelo divide-se em dois mundos, o Mundo da Matemática, caracterizado pelo abstrato, e o Mundo Real, caracterizado pelo quotidiano. Neste modelo, Lester (1997) propõe três etapas de resolução: o aluno começa com um problema real e tradu-lo em termos matemáticos e abstratos; de seguida, resolve o problema com representações matemáticas para chegar à solução; e, por fim, traduz a solução para o problema original. Lester (1997) acrescenta que neste tipo de modelo são exigidos processos complexos como o planeamento, a seleção de uma estratégia, conjeturas e a verificação da solução encontrada.

Vale e Pimentel (2004) construíram também um modelo de resolução de problemas que evidencia três fases de resolução de problemas. A primeira fase, *ler e compreender o problema*, caracteriza-se leitura do problema, pela identificação dos dados e das condições do mesmo, pela análise e discussão e pela colocação de questões sobre o problema com o objetivo de o compreender melhor. A segunda fase, *fazer e executar um plano*, consiste na escolha de possíveis estratégias de resolução, na procura de um problema semelhante anteriormente resolvido e na implementação da estratégia escolhida. A terceira e última estratégia, *verificar a resposta*, passa por verificar as soluções encontradas e mudar de estratégia se assim for necessário.

Para a elaboração deste projeto, foi adotado o modelo de Pólya. No entanto, tal como Boavida et al. (2008) salientam, é importante distinguir o modelo de Pólya das estratégias de resolução de problemas. Enquanto o modelo de Pólya ensina uma visão geral de como se deve atuar na resolução de um problema, as estratégias de resolução são ferramentas que podem ser úteis no processo de resolução. Explorados alguns modelos de ensino, é importante agora aprofundar as estratégias de resolução de problemas que podem ser utilizadas ao longo da resolução.

## 2.5. Estratégias de Resolução de Problemas

“Entende-se por estratégias de resolução de problemas um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo solucionador e que o ajudam a “atacar” o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução” (Vale & Pimentel, 2004, p. 24). Na literatura é possível encontrar diferentes tipologias de estratégias de resolução de problemas.

Vale e Pimentel (2004), distinguem oito estratégias de resolução, as quais estão sintetizadas na tabela a seguir (Tabela 1).

**Tabela 1** - Estratégias de Resolução de Problemas (Vale & Pimentel, 2004).

<b>DESCOBRIR UM PADRÃO/ LEI DE FORMAÇÃO/REGRA</b>	Esta estratégia centra-se em certos passos do problema e a solução é encontrada por generalizações de soluções específicas.
<b>FAZER TENTATIVAS/CONJETURAS</b>	Nesta estratégia tem de se "adivinhar" a solução, segundo os dados do problema, e confirmar ou não as condições do problema.
<b>TRABALHAR DO FIM PARA O PRINCÍPIO</b>	Nesta estratégia começa-se pelo fim ou pelo que se quer provar.
<b>USAR A DEDUÇÃO LÓGICA</b>	Nesta estratégia encaram-se todas as hipóteses e vai-se eliminando, uma a uma, aquelas que não são possíveis.
<b>REDUZIR A UM PROBLEMA MAIS SIMPLES</b>	Esta estratégia implica resolver um caso particular de um problema. Normalmente, aparece associada à estratégia de descoberta de um padrão.
<b>FAZER UMA SIMULAÇÃO/EXPERIMENTAÇÃO/DRAMATIZAÇÃO</b>	Esta estratégia consiste em utilizar objectos, criar um modelo ou fazer uma dramatização que traduza o problema a ser resolvido.
<b>FAZER UM DESENHO/DIAGRAMA/GRÁFICO/ESQUEMA</b>	Esta estratégia consiste em fazer um desenho, pois um desenho vale mais do que mil palavras.
<b>FAZER UMA LISTA ORGANIZADA/TABELA</b>	Utiliza-se como estratégia de resolução ou simplesmente para representar, organizar e guardar informação.

Posamentier et al. (2009) acrescentam ainda uma outra estratégia, a de adotar um diferente ponto de vista. O autor considera que, às vezes, um problema pode ser resolvido de forma mais eficiente e interessante se for abordado de um ponto de vista diferente. Ou seja, em vez de considerar o problema de maneira mais direta e óbvia, uma abordagem diferente pode levar à resposta de forma mais rápida e eficiente.

Para que a resolução de problemas seja realmente vantajosa, é importante que os alunos sejam confrontados com diversos tipos de problemas que proporcionem a utilização de várias estratégias de resolução (Gomes, 2006).

Posamentier et al. (2015) consideram que “the key to the entire process is selecting a proper strategy, or deciding how to attack the problem” (p.XVI). No entanto, refere que nem todas as estratégias de resolução são apropriadas para todos os níveis de ensino (Posamentier et al., 2009).

Assim, apesar de existir uma grande variedade de estratégias, nem todas são adequadas a certos níveis de ensino, cabe ao professor gerir e proporcionar estratégias.

## **2.6. Formulação de Problemas**

A resolução de problemas pode e deve ser estendida à formulação de problemas.

Vale e Pimentel (2004) referem que

A principal diferença entre estas duas actividades reside no facto de que, enquanto na resolução de problemas é o professor que formula a priori o problema ou a pergunta, o que para muitos autores é considerado como um factor limitador para as finalidades do trabalho escolar, na formulação de problemas são os alunos que se envolvem em situações do seu contexto social, problematizando-as e processando a formulação dessas situações a problemas. Em relação a este aspecto pode dizer-se que a formulação de problemas permite que os alunos inventem problemas usando a sua própria linguagem dentro das suas próprias vivências e contextos, proporcionando uma alternativa interessante ao ensino tradicional da resolução de problemas (p.39).

Boavida et al. (2008) escrevem que

A par da resolução de problemas, a formulação de problemas é uma atividade de importância inquestionável, pois contribui não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução. Encorajar os alunos a escrever, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas, é um contexto

de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas (p. 27).

As autoras (Boavida et al., 2008) acrescentam ainda que “ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso” (p.27). Para além disto, Boavida et al. (2008) referem que, através da formulação de problemas, os alunos são desafiados a problematizar situações por eles vivenciadas utilizando a sua própria linguagem.

Vale et al. (2015) consideram que “é inegável que o desenvolvimento da capacidade de formular problemas é pelo menos tão importante como o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, podendo mesmo assumir-se que a formulação é uma componente indissociável da resolução” (p.45). Palhares (1997) refere ainda que “a ideia de introduzir a formulação de problemas na sala de aula é tão velha como a de introduzir a resolução de problemas” (p.160).

Vale et al. (2015) afirma que “contextos em que os alunos tenham a oportunidade de resolver problemas, usando diferentes estratégias, mas também formular problemas, permitem que se envolvam diretamente nos processos, aumentem os níveis de motivação, sendo encorajados a investigar, tomar decisões, procurar padrões, estabelecer conexões, generalizar, comunicar, discutir ideias e identificar alternativas” (p.47).

Concluindo, a resolução de problemas pode e deve andar sempre a par da formulação de problemas, pois as duas metodologias complementam-se. A literatura parece ser consensual sobre a ideia de que as tarefas de formulação de problemas desenvolvem nos alunos a criatividade, capacidades de comunicação e raciocínio e ainda os motiva para a aprendizagem (ver Vale & Pimentel, 2004; Viseu et al., 2016; Vale et al., 2015; Boavida et al, 2008).

## **2.7. Estratégias de Formulação de Problemas**

Existem diferentes tipos de formulação de problemas. Stoyanova (2003) distingue três categorias de formulação de problemas: 1) situações livres, que se caracterizam pela formulação livre, sem restrições, onde é proposto que o alunos crie um problema com base numa situação naturalista, enunciando, por exemplo, “Faz um problema difícil.” ou “Constrói um problema que envolva dinheiro.”; 2) situações

semiestruturadas, que consistem em convidar os alunos a explorar a estrutura usando conhecimentos, habilidades, experiências e conceitos, colocando perguntas a partir dos dados ou a partir da resposta, formulando, por exemplo, a partir de figuras ou equações ; e 3) situações estruturadas, que ocorrem quando os alunos formulam problemas com base em problemas dados, alterando condições. Esta tipologia foi adotada ao longo deste relatório com vista a distinguir os tipos de formulações proporcionados aos alunos.

À semelhança da resolução de problemas, existem também estratégias que se podem adotar na formulação de problemas. Vale e Pimentel (2004) estabelecem cinco estratégias para a formulação de problemas: aceitando os dados, *e se em vez de*, variação de um problema, de problema para problema e recontextualização. No que diz respeito à estratégia *aceitando os dados*, as autoras referem que a partir de uma dada situação estática, como por exemplo uma condição, uma imagem, uma tabela ou um objeto, formulam-se perguntas. Em relação à estratégia *e se em vez de*, o autor escreve que esta consiste em negar um atributo ou propriedade de uma situação e formular uma nova questão a partir dessa. No que concerne à estratégia *variação de um problema*, esta consiste em, a partir de um problema, construir um outro por meio de decomposição e recomposição, de analogia, de particularização e generalização. Vale e Pimentel (2004) esclarece que a estratégia *de problema para problema* consiste em, a partir de um problema, construir-se outros problemas mudando algumas condições e atributos do original. Por fim, na estratégia *recontextualização*, o autor refere que depois de resolvido um dado problema e identificada alguma característica, podem-se formular novos problemas mantendo essa característica e construindo um novo contexto (Vale & Pimentel, 2004).

Boavida et al. (2008) distinguem duas estratégias de formulação de problemas que podem ser úteis no processo de formulação: “*E se em vez de?*” e “*Aceitando os dados*”. A primeira estratégia consiste em “a partir da informação que um determinado problema possui, identifica-se o que é conhecido e as restrições que a resposta ao problema pode envolver. Modifica-se um ou mais destes aspetos e formulam-se perguntas que, por sua vez, poderão gerar mais modificações e mais perguntas” (Boavida et al., 2008, p.28). A segunda estratégia consiste em solicitar aos alunos que criem os seus próprios problemas. “Esta estratégia parte de uma situação estática, ou seja, de uma expressão, figura, tabela, definição, condição, ou simplesmente de um conjunto de dados ou infirmações, sobre os quais se formulam questões” (Boavida et al., 2008, p.28).

Percebe-se que existem várias maneiras de criar um problema. É importante mostrar aos alunos esta diversidade e fazê-los experimentar todas elas, tendo sempre o cuidado de adequá-las ao nível de ensino do aluno e valorizar a criatividade de cada um.

### **2.8.A importância da Resolução e Formulação de Problemas**

A importância deste tema é bem explícita num artigo escrito por Frank Lester intitulado de “*Issues in Teaching Mathematical Problem Solving in the Elementary Grades*”. Lester (n.d.) escreve que

We are faced today with the prospect that the rate of change will accelerate so rapidly that every part of life will be affected. Such rapid change makes it extremely difficult to prepare for the future since there is no precise way to predict what scientific and technological discoveries will be made. At the same time, there is no sufficient way to learn now everything that will need to be known in the future about a subject like mathematics. (...) The school mathematics curriculum will have to focus on ways to equip our students with an ability to learn things that no one yet knows. (...) The fact is, however, that we no longer need the skill to perform very complicated calculations; machines can do these much better. (...) There is an ever increasing demand for people who can analyze a problem and devise a means of solving it (p.94).

Nesta mesma linha de pensamento, Vale (2000) considera que “A importância da resolução de problemas não é só utilitária mas, sobretudo, formativa, pois além de ajudar a resolver os problemas do quotidiano permite desenvolver processos e capacidades de pensamento que são o que de mais importante a matemática escolar pode desenvolver num indivíduo” (p.51).

A mesma autora acrescenta que

A resolução de problemas é uma das mais importantes finalidades do ensino da matemática, pois permite desenvolver os processos de pensamento nos alunos, as suas capacidades e competências. Hoje também se defende que a resolução de problemas é mais do que um conteúdo matemático; é um contexto, uma filosofia, uma metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática. Ela é fundamental, sobretudo a nível do ensino básico, pois é uma actividade de incidência transversal que abrange todas as disciplinas e que tem por finalidade o

desenvolvimento de capacidades reconhecidamente necessárias para a formação global dos alunos (Vale, 1997, p.2).

A este respeito também Viseu et al. (2016) referem que

Simultaneamente, nas últimas décadas, a investigação tem destacado a resolução de problemas como uma atividade indispensável na aula de Matemática. Trata-se de uma perspetiva que consigna à disciplina de Matemática uma dimensão formativa, ao promover o desenvolvimento de capacidades cognitivas do aluno e ao dar sentido ao que aprende, e uma dimensão utilitarista, ao aproximar essa atividade à que o aluno se depara em situações do quotidiano. (...) Adicionalmente, a resolução de problemas não é uma ferramenta útil apenas para a aula de Matemática, como também a sua prática faz com que os alunos adquiram modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas (p. 4).

No que diz respeito à formulação de problemas, é através dela que os alunos se tornam também produtores de textos, utilizando não só competências matemáticas e de escrita, mas também a criatividade (Medeiros & dos Santos, 2007). A formulação de problemas permite que os alunos mobilizem e aprofundem conhecimentos matemáticos. Para além disto, motiva-os a escrever, a partilhar e a resolver os problemas por eles criados (Boavida et al., 2008).

Vale et al. (2015) referem que a formulação de problemas permite que os alunos se “envolvam diretamente nos processos, aumentem os níveis de motivação, sendo encorajados a investigar, tomar decisões, procurar padrões, estabelecer conexões, generalizar, comunicar, discutir ideias e identificar alternativas” (p.54).

Esta metodologia é de extrema importância, na medida em que desenvolve o pensamento crítico, o raciocínio e a criatividade dos alunos, permitindo não só a aquisição de conteúdos matemáticos como também o desenvolvimento de outras capacidades transversais à Matemática. Perante um mundo em constante mudança, é importante dar aos nossos alunos ferramentas que os capacitem a resolver qualquer obstáculo. A Resolução e a Formulação de Problemas desenvolvem nos alunos capacidades cognitivas importantes que lhes permitem resolver qualquer situação do quotidiano.

## 2.9. Estudos de investigação realizados

A literatura evidencia alguns estudos realizados no âmbito da Resolução e Formulação de Problemas no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, que serão aqui apresentados. Pinheiro (2013) estudou a criatividade na resolução e formulação de problemas, (N=22) no 5.º ano de escolaridade. O principal objetivo deste estudo foi “analisar de que forma poderá ser desenvolvida a criatividade dos alunos através da resolução e formulação de problemas, tendo em conta a tipologia de tarefas e analisando as representações que os alunos utilizam nas suas resoluções.” (p. v) A autora enunciou quatro questões de investigação a que se propôs responder, ao longo da sua investigação: 1) Como se caracteriza a criatividade dos alunos ao nível das suas perceções, reações e seu desempenho? 2) Que representações são utilizadas pelos alunos na resolução e formulação de problemas? 3) Que tipos de tarefas promovem resoluções mais criativas? 4) Qual o nível de pensamento criativo dos alunos envolvidos? Neste estudo, a autora apresentou aos alunos sete tarefas de resolução de problemas e sete tarefas de formulação de problemas. Foi adotada uma metodologia de natureza qualitativa e interpretativa. Neste estudo, a criatividade foi avaliada com base em três parâmetros: fluência, flexibilidade e originalidade. A análise dos dados permitiu concluir que os alunos demonstraram grande empenho, interesse e motivação. Permitiu ainda concluir que os problemas abertos promovem a criatividade dos alunos, criando neles mesmos o gosto pela descoberta (Pinheiro, 2013).

Bonotto e Santo (2015) estudaram a relação entre a resolução de problemas, a formulação de problemas e a criatividade. O objetivo deste estudo exploratório foi investigar a capacidade dos alunos do ensino básico em criar e lidar com problemas matemáticos e as potencialidades da formulação de problemas no desenvolvimento da criatividade. Este estudo envolveu quatro turmas de 5.º ano (N=71) e permitiu verificar que os alunos são capazes de criar diferentes problemas com vários graus de dificuldade, incluindo problemas abertos.

Martins (2016) estudou a formulação de problemas na aprendizagem de tópicos matemáticos em duas turmas de 4.º e 5.º anos de escolaridade (N=51). Este estudo teve como objetivo averiguar o contributo do ensino de tópicos matemáticos através de tarefas de formulação de problemas, procurando responder às seguintes questões: 1) Que tipo de problemas formulam os alunos? 2) Que conhecimentos revelam os alunos na formulação de problemas? 3) Que características da criatividade identificam os alunos na formulação de problemas? 4) Que perceções têm os alunos acerca do ensino de tópicos matemáticos

através de estratégias de formulação de problemas? Este estudo permitiu verificar que os alunos têm tendência a elaborar problemas semelhantes aos que se encontram nos manuais escolares. Para além disto, os alunos revelaram capacidade de elaborar um problema bem estruturado, imaginação, originalidade, ser único, ser divertido e ser um pouco difícil. “Por fim foram identificadas vantagens na formulação de problemas, essencialmente a melhor perceção do tópico que se está a estudar; aprofundar conhecimentos; a melhor compreensão do que os enunciados pretendem, por serem os alunos os autores do mesmo; a amenização do medo de errar e o desenvolvimento da criatividade” (Martins, 2016, p. V).

Santos (2016) estudou a resolução e formulação de problemas com alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico (N=20) e teve como finalidade compreender os processos de resolução e formulação estabelecidos pelos alunos e responder às seguintes questões: 1) De que modo as crianças pensam os problemas e estratégias da sua resolução? 2) Quais as estratégias de resolução que utilizam? 3) Em que medida as atividades decorridas influenciam o processo de resolução dos alunos? Neste estudo foi adotada uma metodologia da investigação-ação e concluiu-se que é possível verificar uma crescente evolução no que diz respeito à utilização e aquisição de diferentes estratégias de resolução e à interpretação/compreensão dos diferentes tipos de problemas apresentados. Para além disto, Santos (2016) refere que os resultados revelaram que os alunos não estão habituados a tarefas de formulação de problemas.

Pereira (2017) estudou a resolução de problemas numa ótica interdisciplinar com alunos do 1.º e 6.º anos de escolaridade (N=49). Esta investigação teve como objetivo promover a interdisciplinaridade entre a Matemática e a Língua Portuguesa e as Ciências Naturais, privilegiando a Resolução de Problemas. Este estudo procurou responder às seguintes questões de investigação: 1) A resolução de problemas através da exploração de histórias permite o desenvolvimento do raciocínio matemático e da exploração de estratégias de resolução? 2) A resolução de problemas através da exploração do conteúdo da microbiologia das ciências naturais permite o desenvolvimento do raciocínio matemático e da exploração de estratégias de resolução? Este estudo permitiu concluir que “a resolução de problemas através da exploração de histórias e da exploração do conteúdo da microbiologia, das Ciências Naturais permitiu o desenvolvimento do raciocínio matemático e, também, da exploração de estratégias de resolução” (Pereira, 2017, p.94).

Almeida (2018) estudou a formulação de problemas e acompanhou a transição dos mesmos do 3.º para o 4.º ano de escolaridade (N=21). Este estudo teve como objetivo compreender o modo como alunos dos se envolvem na resolução de tarefas de formulação de problemas. O autor pretendeu “identificar processos de formulação de problemas, qual o conhecimento matemático que manifestavam e como o mobilizavam, que relação pode haver entre a formulação de problemas e as características pessoais, como o nível de desempenho escolar, os gostos pelas matérias curriculares e as opiniões sobre a formulação e resolução de problemas” (Almeida, 2018, p. VII). Neste estudo foi adotada uma metodologia qualitativa e interpretativa, e os resultados permitiram concluir que a formulação de problemas é um ótimo instrumento para avaliação do conhecimento dos alunos e para motivar os alunos para a aprendizagem.

Martins, Viseu e Menezes (2019) estudaram a formulação de problemas matemáticos na aprendizagem de números racionais (N=21) no 4.º ano de escolaridade. O objetivo deste estudo foi averiguar a forma como estes alunos mobilizam e aprofundam o seu conhecimento matemático formulando problemas. Os autores procuraram conhecer os problemas que os alunos formulam, as estratégias de formulação de problemas que valorizam e os traços de criatividade que identificam nessa atividade. Neste estudo foi adotada uma metodologia qualitativa e interpretativa. Martins et al. (2019) concluíram que os alunos tendem a formular problemas semelhantes aos do manual e que valorizam a estrutura, a imaginação, a originalidade, o carácter lúdico e o grau de dificuldade como traços de criatividade na formulação de problemas.

Miranda (2019) estudou as estratégias de resolução de problemas e formulação de problemas no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, em duas turmas, uma do 1.º ano e outra do 6.º ano de escolaridade (N=52), com o objetivo de perceber os processos adotados pelos alunos no que diz respeito à resolução de problemas, identificando as estratégias de resolução utilizadas e as suas capacidades de formulação de problemas. Este estudo procurou responder às seguintes questões: 1) Quais são as estratégias que os alunos utilizam para a resolução de problemas? 2) Como entendem os alunos a formulação de problemas? 3) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução e formulação de problemas? Foi adotada uma metodologia baseada nos pressupostos da investigação-ação. O autor observou uma evolução positiva no que diz respeito à utilização de diferentes estratégias de resolução. No que diz respeito à formulação de problemas, Miranda (2019) refere que se verificou um progresso nas

competências dos alunos. Destaca ainda a potencialização da comunicação matemática, o envolvimento ativo, motivação e o empenho dos alunos naquele projeto (Miranda, 2019).

Teixeira (2020) estudou a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida com alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico (N=39), com o objetivo de averiguar o contributo da resolução de problemas na aprendizagem destes tópicos, procurando responder às seguintes questões: 1) Que atividades os alunos realizam na resolução de problemas sobre tópicos de Geometria e Medida? E a que estratégias recorrem? 2) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de problemas? E que dificuldades revelam na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? 3) Que perceções têm os alunos sobre a resolução de problemas na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida? Este estudo permitiu concluir que os alunos utilizam maioritariamente estratégias de desenho ou esquemas e operações aritméticas, e que sentem mais dificuldades na elaboração de estratégias de resolução e em problemas de mais de um passo. Os alunos deste estudo referiram que “preferiram trabalhar em grupo do que individualmente; que os contextos dos problemas ligados ao seu quotidiano os motivava a resolver; e que gostariam de aprender outros tópicos de Geometria e Medida através da resolução de problemas, uma vez que esta atividade ajudou a clarificar as suas dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria e Medida” (Teixeira, 2020, p. V).

Miranda e Mamede (2022) estudaram o desenvolvimento da criatividade através da resolução e formulação de problemas com alunos do 6.º ano de escolaridade (N=30). O objetivo deste estudo foi perceberem como é que estes alunos compreendem a resolução e a formulação de problemas. Para tal, os autores utilizaram uma metodologia qualitativa em cinco sessões que incluíram tarefas de resolução e formulação de problemas. Neste estudo, os alunos utilizaram diferentes estratégias de resolução e criaram problemas a partir de diferentes contextos. Este estudo permitiu concluir que a resolução e formulação de problemas promove a criatividade e o conhecimento matemático

Concluindo, os estudos já realizados comprovam a importância e a eficácia da Resolução e Formulação de Problemas em sala de aula. Todos eles confirmam que a estas ferramentas revelam grandes vantagens para o processo de ensino e aprendizagem.



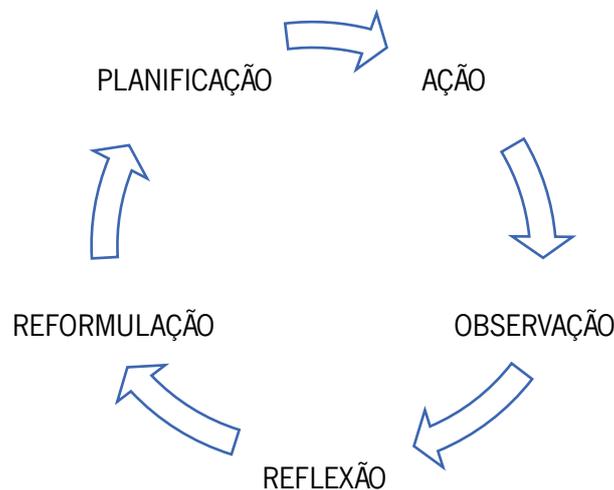
## **CAPÍTULO III**

### **3. METODOLOGIA**

Neste capítulo será apresentada a metodologia adotada ao longo dos estudos efetuados. Serão evidenciadas as opções metodológicas, o plano de intervenção, a caracterização dos participantes, as tarefas, os procedimentos desenvolvidos e a recolha de dados.

### 3.1. Opções metodológicas

Uma das metodologias a adotar neste projeto será uma metodologia próxima da metodologia de Investigação-Ação (I-A), uma vez que, de acordo com Fonseca (2012), esta deteta um problema real e intervém sobre o mesmo de forma a melhorar e modificar uma prática social. Esta metodologia caracteriza-se pela passagem de diferentes fases, nomeadamente pela planificação, ação, observação, reflexão e reformulação, sendo esta última fase responsável pelo carácter cíclico desta metodologia (ver Esquema 1).



**Esquema 1** – Ciclo de implementação da Metodologia Investigação-Ação

Fonseca (2012) refere que “uma das características mais marcantes da I-A é que se trata de uma metodologia de investigação orientada para a melhoria da prática para aperfeiçoar e resolver os problemas sociais”. Contudo, a autora considera que o professor deve ter um papel ativo nesta prática, sobretudo na análise do contexto e no reconhecimento da problemática, para assim intervir refletir e modificar. Uma das técnicas utilizadas na metodologia de Investigação-Ação é a observação participante, técnica utilizada ao longo deste estágio, pois permite um conhecimento mais profundo do contexto. Esta técnica admite o estabelecimento de relações pessoais e conseqüente aproximação do observador ao contexto. A observação participante durante o estágio permitiu o reconhecimento de um problema, sendo

este o principal ponto de partida para a planificação de atividades a realizar com os alunos e a sua devida implementação. Depois destas fases, será feita novamente a observação dos resultados e das mudanças e refletido o impacto que teve neste contexto, para assim reformular o necessário.

### **3.2. Estudo 1**

Uma vez que a intervenção no 2.º Ciclo foi iniciada mais tarde do que o previsto, foram estabelecidos dois planos de intervenção distintos para os dois ciclos.

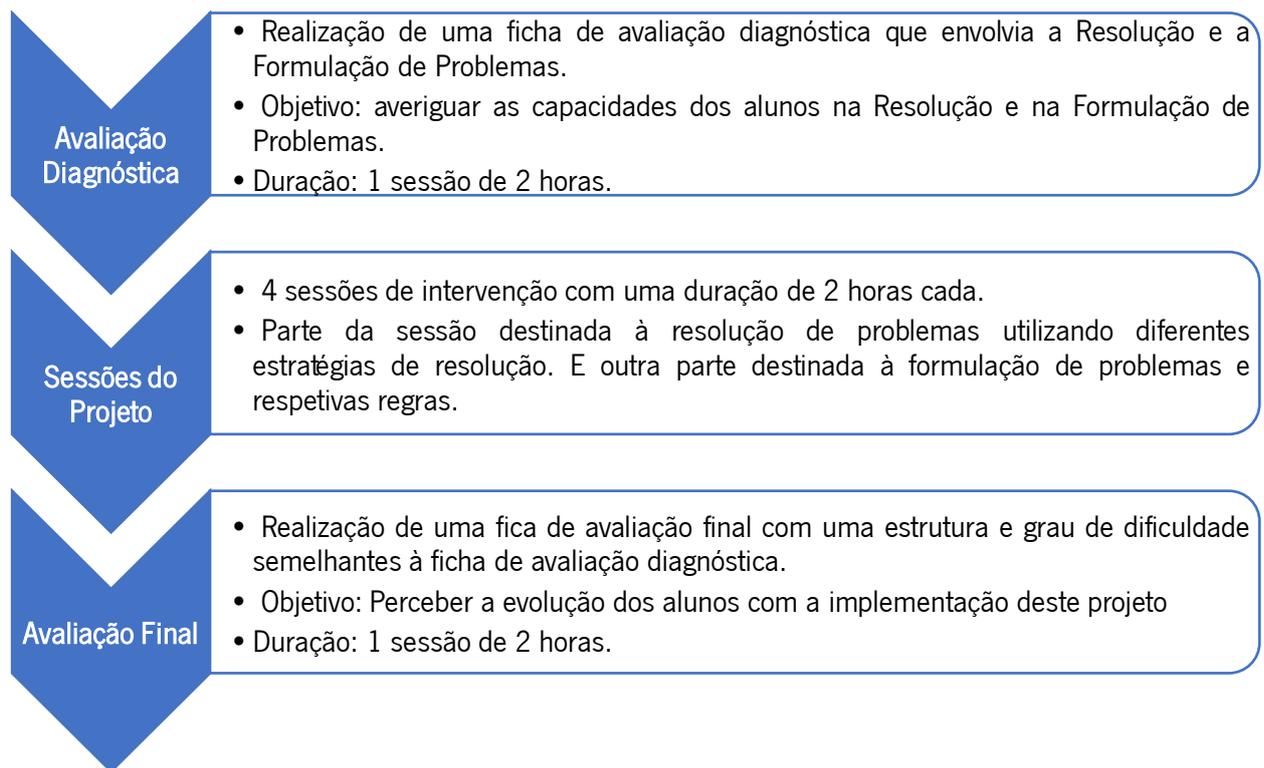
#### **3.2.1. Plano de Intervenção**

Os alunos do Estudo 1 revelaram bastantes dificuldades quer na resolução de problemas quer na formulação de problemas, uma vez que nunca tiveram contacto com nenhuma destas metodologias. Detetada esta dificuldade, foi decidido fazer uma intervenção, dividida em quatro sessões, cada uma com uma duração de duas horas.

Destacam-se como estratégias de intervenção: 1) identificar as conceções dos alunos sobre resolução de problemas; 2) conhecer o desempenho dos alunos na resolução de problemas; 3) conhecer o desempenho dos alunos na formulação de problemas; 4) identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas; 5) identificar as dificuldades dos alunos na formulação de problemas

Espera-se que após as intervenções, os alunos consigam utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas, consigam formular um problema, que desenvolvam o seu raciocínio matemático e que consigam melhorar a sua comunicação matemática.

No 1.º Ciclo foi estabelecido um plano de intervenção para estruturar e organizar a intervenção no contexto (ver Esquema 2).



**Esquema 2** - Plano de Intervenção do Estudo 1

### 3.2.2. Participantes

Relativamente à turma de 1.º ano do Ensino Básico, esta é constituída por 21 alunos, sendo que 9 são do sexo feminino e 12 do sexo masculino. É importante referir que na turma em questão existe uma criança diagnosticada com autismo e um aluno sinalizado com sobredotação.

A criança com autismo tem quase sempre o apoio especializado de uma professora que está presente na sala de aula, mas que por vezes leva o aluno para uma sala individual, quando a professora o considera necessário. Este aluno tem um comportamento adequado na sala de aula e apresenta poucas dificuldades cognitivas, no entanto, mostra-se sempre pouco motivado para a realização de tarefas mais mecânicas. Quando as atividades são diferentes do ponto de vista pedagógico, o aluno mostra um maior interesse. Pelo contrário, quando lhe são propostas fichas de trabalho este recusa-se a realizá-las.

O aluno sinalizado com sobredotação termina todas as tarefas muito rapidamente, o que obriga a que o professor tenha sempre outras tarefas planeadas para que este não distraia os colegas. Por vezes, a professora titular da turma prepara tarefas com um grau de dificuldade muito superior para este aluno.

No entanto, apresenta muitas dificuldades no desenho das letras e quando é pedido para colorir um desenho, o que mostra que a motricidade fina está pouco desenvolvida.

Dois dos alunos de nacionalidade brasileira não tinham frequentado a Educação Pré-escolar, o que os diferenciou de todos os outros alunos que frequentaram. Estes mostraram graves dificuldades no desenho e no discurso e muito pouca autonomia, o que dificultou a aprendizagem de novos conteúdos.

Esta turma apresenta alunos com diferentes ritmos de aprendizagem, o que dificulta muito o trabalho do docente. No entanto, durante o período de estágio foi notória e gratificante a evolução destas crianças em todos os aspetos.

### **3.2.3. Tarefas**

As tarefas realizadas com os alunos foram construídas com base nos documentos oficiais em vigor como o Programa e Metas Curriculares de Matemática (Bivar et al, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (DGE, 2018) relativos ao 1.º ano de escolaridade. Para além disto, as tarefas foram de encontro às necessidades dos alunos, observadas durante o período de observação e ao longo de toda a intervenção.

A avaliação diagnóstica teve como objetivo averiguar os conhecimentos prévios dos alunos no que diz respeito à resolução e à formulação de problemas, partindo assim para a aprendizagem de novos conteúdos.

As tarefas presentes na ficha de avaliação diagnóstica foram tarefas simples que incluíram problemas de cálculo e uma formulação a partir de uma imagem. Este tipo de tarefas serviu para avaliar as capacidades dos alunos começando por um nível de exigência baixo, pois apenas exigia cálculos simples de apenas um passo. Nas sessões seguintes foram oferecidas aos alunos tarefas e problemas gradualmente mais exigentes para os desafiar e avaliar até onde conseguiriam ir.

As tarefas da primeira sessão incluíram, mais uma vez, tarefas de resolução de problemas e tarefas de formulação de problemas. De forma a aumentar o grau de exigência e a oferecer uma maior variedade de problemas aos alunos, foram propostos dois problemas de processo e um problema aberto. A professora titular estava bastante recetiva a este último problema, mas os alunos superaram as expectativas. Este facto permitiu perceber que os alunos eram capazes de ir mais longe se fossem estimulados para tal. No que diz respeito à formulação de problemas, foi dado aos alunos uma imagem

e pedido que formulassem um problema a partir da mesma, desta vez com o apoio que não foi dado na ficha diagnóstica.

A segunda sessão foi curta, o que nos permitiu apenas apresentar aos alunos uma tarefa de cada tema. Desta vez, a tarefa de formulação consistiu na apresentação de uma narrativa e na formulação de um problema a partir da mesma. Esta tarefa foi escolhida com vista a trazer para a sala de aula um novo contexto com o qual podemos formular. No entanto, o facto dos alunos não saberem ler apresentou uma grande barreira à formulação, daí ser decidido na sessão seguinte voltar à apresentação de uma imagem por ser um elemento mais simples para estes alunos. A tarefa de resolução incluiu um problema de processo com um grau de dificuldade superior aos da sessão anterior, de forma a estimular os alunos, sempre tendo o cuidado de não os desmotivar.

Na terceira sessão foram apresentados três problemas de processo que exigiam novas estratégias de resolução e com um grau de dificuldade um pouco superior à sessão anterior. A tarefa de formulação partiu, mais uma vez, de uma imagem, pois os alunos ainda não estavam pouco familiarizados com o processo de formulação de problemas. Desta forma, foi decidido manter este contexto de formulação por temer-se que a mudança de contexto implicasse uma regressão.

A quarta sessão incluiu um problema de cálculo, dois problemas de processo e um problema aberto. Estes problemas foram escolhidos de forma a terminar a intervenção com os três tipos de problemas considerados neste relatório. Para além disto, o grau de exigência foi, mais uma vez, superior ao das sessões anteriores de forma a desafiar os alunos para a resolução e exploração de novas estratégias. A tarefa de formulação partiu mais uma vez de uma imagem por se considerar este contexto o mais adequado à idade dos alunos.

Por último, a última sessão serviu para avaliar as intervenções feitas. Assim, foi apresentada aos alunos uma ficha de avaliação muito semelhante à ficha de diagnóstico para perceber a evolução dos alunos com o decorrer das intervenções.

Com a realização destas tarefas, os alunos tiveram oportunidade de resolver diversos problemas utilizando diferentes estratégias de resolução. Tiveram também oportunidade de formular problemas partindo de um contexto previamente definido. Ao longo da intervenção foram sempre valorizados o trabalho de grupo e a partilha de ideias, com vista a desenvolver também a comunicação matemática.

A Avaliação final permitiu comprovar a mudança e a evolução dos alunos nestas duas temáticas de forma a avaliar também a qualidade da intervenção feita.

### 3.2.4. Procedimentos

Nos momentos de avaliação, quer na avaliação diagnóstica, quer na avaliação final, foi dada aos alunos uma ficha com tarefas de avaliação. Uma vez que os alunos não sabiam ler nem escrever, todos os enunciados foram lidos cuidadosamente. Depois de todos os alunos concluírem a tarefa, passava-se à explicação da seguinte. Nestes momentos, apenas foi dada ajuda na compreensão da tarefa, uma vez que os alunos ainda não tinham autonomia para tal. Enquanto os alunos estavam a resolver as tarefas, foram sempre incentivados a expressarem o seu raciocínio sem medo de errarem.

No decorrer da intervenção, foram adotados alguns procedimentos com vista a melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Foram proporcionados momentos de trabalho de grupo (ver **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**), de discussão e de interação. Para além disto, foram distribuídas sebentas destinadas apenas à resolução e formulação de problemas (ver **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** e **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**), de forma a proporcionar aos alunos um espaço para expressarem os seus raciocínios.



**Figura 1** - Trabalho de grupo

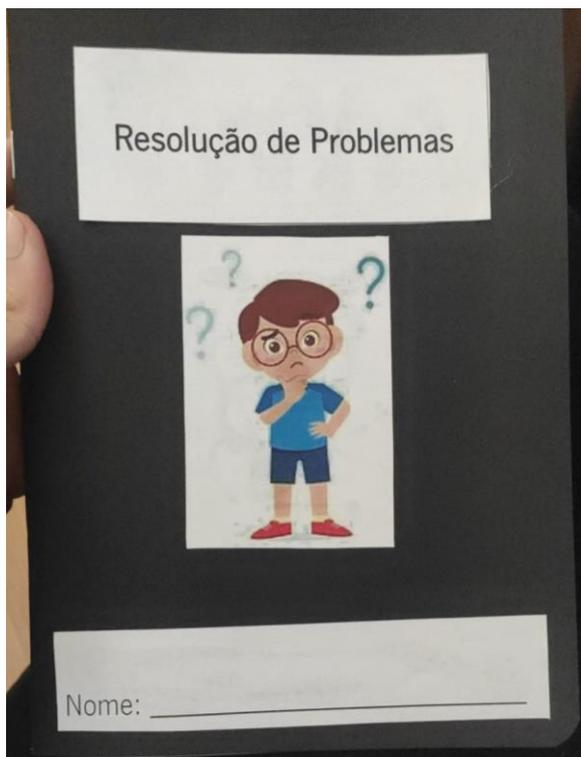


Figura 2 - Capa da sebenta

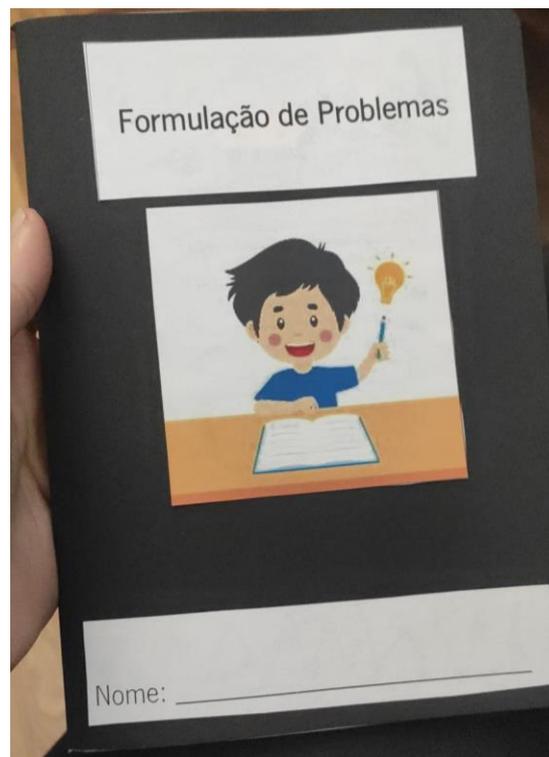


Figura 3 - Contracapa da sebenta

No que diz respeito ao trabalho de grupo, os alunos foram divididos quase sempre em grupos de dois ou três elementos, pois grupos de maior dimensão geraria maior dispersão e confusão.

Zawojewesk et al. (2003) consideram que

Working collaboratively provides a diversity of personal cultures and experiences from which the group can draw to make sense of the situation. The social process of making sense of the problem posed can increase the interest and motivation of individuals in the group, and create a momentum that contributes to the group's perseverance. (...) The skills of the group are potentially broader and more accurate than those of the individuals. The information brought to the task is potentially greater, because each individual is tapped for his or her relevant knowledge. (...) Peer interaction has the potential to amplify the interest and motivation of the students involved, increasing the potential mathematical power. Perseverance, a benchmark of success in real work situations, can be sustained in group situations whereas individuals may give up. (p.339)

Leitão et al. (1997) acrescenta que “no trabalho em pequeno grupo surgem muitas oportunidades para o aluno se exprimir, ganhando assim experiência no uso da linguagem matemática e melhorando a capacidade de comunicar matematicamente.” (p.104)

Assim, considera-se o trabalho de grupo uma estratégia de ensino importante, uma vez que esta favorece o desenvolvimento das capacidades comunicativas e cognitivas das crianças e motiva-as para a aprendizagem.

No que diz respeito aos momentos de discussão, em todos problemas foi tido o cuidado de pedir aos alunos que explicassem oralmente o seu raciocínio de forma a, por um lado, perceber a estratégia utilizada e, por outro lado, promover a comunicação matemática.

Mamede (2009) refere que

A resolução de problemas constitui também um meio favorável ao desenvolvimento da comunicação matemática. Em contexto de sala de aula, o professor deve aproveitar para discutir os processos de resolução e as soluções encontradas pelos alunos, facultando-lhes a oportunidade de confrontar as suas estratégias e resultados, e os raciocínios envolvidos na resolução de problemas (p.10).

Desta forma, é importante que os professores incentivem e mediem a discussão de resultados para que os alunos percebam a existência de outras estratégias de resolução para além das suas.

No que concerne aos momentos de interação professor-aluno, foi tido o cuidado de não dar uma resposta imediata às questões dos alunos, mas sim responder com questões desafiadoras, para que os próprios alunos chegassem à solução.

Pólya (1981) argumenta que

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho. Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá

deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista (p.1).

Assim, o professor deve ser capaz de gerir a informação que passa ao aluno e não cair no erro de facilitar demasiado a resolução do problema.

Em relação à sebenta dada aos alunos, esta foi dividida em duas partes, uma destinada à resolução de problemas e outra formulação de problemas. Este caderno serviu para organizar as tarefas e facilitar a representação de diferentes estratégias de resolução e formulação de problemas. Para além disto, o facto de o caderno ter folhas brancas possibilitou a livre representação das suas ideias e raciocínios.

Concluindo, os alunos realizaram todas as tarefas de resolução de problemas em grupo, estando o professor sempre disponível para mediar as discussões e esclarecer as dúvidas. Após todos os alunos terminarem a resolução de um problema, era pedido que, oralmente, dois ou três alunos explicassem aos restantes colegas a estratégia utilizada, promovendo uma discussão em grande grupo. As tarefas de formulação de problemas foram feitas individualmente, no entanto, era sempre pedido que os alunos colocassem o problema formulado a um colega.

Nos níveis de ensino elementares espera-se que o professor coloque problemas de acordo com o desenvolvimento cognitivo das crianças e com as suas vivências; fomente o trabalho de grupo, a apresentação de resultados, discussão e reflexão dos mesmos; questione as crianças ao longo de resolução de problemas para provocar o raciocínio; estimule a curiosidade natural das crianças e o seu espírito investigativo; desenvolva a capacidade reflexiva e espírito crítico dos alunos, bem como a comunicação matemática (Mamede, 2009, p.11).

Assim, foi tido o cuidado de promover um bom ambiente em sala de aula, privilegiando a discussão e a partilha de ideias.

### **3.2.5. Calendarização**

Foi contruída uma calendarização para cada ciclo de forma a estruturar e planear as intervenções ao longo do período de estágio (**Tabela 2** - Calendarização: Estudo 1Tabela 2). Em cada tabela está apresentada a data de cada sessão, o tema com que foi contruído, as tarefas realizadas, a duração das mesmas, e o tipo de problemas apresentados aos alunos.

**Tabela 2** - Calendarização: Estudo 1

	<b>Tema</b>	<b>Nome da Atividade</b>	<b>Duração</b>	<b>Tipo de Problema</b>
<b>Sessão 1</b> 16/12/2021	R.P.	Os apertos de mão	30 min	Problema de processo
	R.P.	Os apertos de mão (extensão)	30 min	Problema de processo
	R.P.	As galinhas e os coelhos	30 min	Problema aberto
	F.P.	Imagem: A sala de aula	30 min	Situação semiestruturada
<b>Sessão 2</b> 17/12/2021	F.P.	Narrativa: A árvore de Natal	30 min	Situação semiestruturada
	R.P.	Os rebuçados do João	30 min	Problema de processo
<b>Sessão 3</b> 13/01/2022	R.P.	As paragens do autocarro	30 min	Problema de processo
	R.P.	A Maria vai à padaria	30 min	Problema de processo
	F.P.	Imagem: Brincar no parque	30 min	Situação semiestruturada
<b>Sessão 4</b>	R.P.	Completa	25 min	Problema de cálculo

18/01/2022	R.P.	A Maria vai à gelataria	25 min	Problema de processo
	R.P.	A Maria vai à gelataria (extensão)	25 min	Problema de processo
	R.P.	As fotografias penduradas	25 min	Problema Aberto
	F.P.	Imagem: No fundo do mar	20 min	Situação semiestruturada

F.P.: Formulação de Problemas; R.P.: Resolução de Problemas.

### 3.2.6. Recolha de dados

A recolha dos dados foi feita através de fotografias, gravações áudio, produções escritas dos alunos e notas de campo. Todos estes recursos foram autorizados pelos encarregados de educação e pela docente cooperante, tendo sempre o cuidado de esconder a identidade das crianças.

Foram tiradas diversas fotografias que registaram os momentos de aprendizagem e as reações dos alunos a esses momentos. Foi tido o cuidado de fotografar as crianças de costas para preservar a identidade da criança. Quando isso não acontecia, as caras das crianças eram escondidas através da manipulação de imagem no computador.

As gravações áudio foram também uma ferramenta muito importante na recolha de dados, pois permitiram analisar atentamente os discursos das crianças face às questões colocadas pelo professor e em comunicação com os colegas.

As produções escritas mostraram a evolução das crianças na utilização de estratégias de resolução e formulação de problemas, contribuindo para a elaboração deste relatório.

As notas de campo permitiram ao docente registar os acontecimentos mais marcantes da aula para posteriormente refletir sobre os mesmos, com o objetivo de melhorar a sua prática docente.

### 3.3. Estudo 2

#### 3.3.1. Plano de Intervenção

Os alunos revelaram bastantes dificuldades quer na resolução de problemas quer na formulação de problemas, uma vez que tiveram anteriormente muito pouco contacto com a Resolução de Problemas e nenhum contacto com a Formulação de Problemas. Detetada esta dificuldade, foi decidido fazer uma intervenção, dividida em quatro sessões, cada uma com uma duração de duas horas.

Destacam-se como estratégias de intervenção: 1) identificar as conceções dos alunos sobre a resolução de problemas; 2) conhecer o desempenho dos alunos na resolução de problemas; 3) conhecer o desempenho dos alunos na formulação de problemas; 4) identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas; 5) identificar as dificuldades dos alunos na formulação de problemas.

Espera-se que após as intervenções, os alunos consigam utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas, consigam formular um problema, que desenvolvam o seu raciocínio matemático e que consigam comunicar matematicamente com o outro.

Infelizmente, no 2.º Ciclo não houve oportunidade de realizar a avaliação diagnóstica nem a avaliação final, pois a docente cooperante esteve com baixa médica durante dois meses. No entanto, o tempo de observação permitiu identificar as necessidades dos alunos e intervir de forma adequada ao contexto.

#### 3.3.2. Participantes

A intervenção no 2.º Ciclo foi feita numa turma de 5.º ano de escolaridade pertencente ao Agrupamento de Escola Francisco Sanches e constituída por 22 alunos. É importante salientar que apenas 1 aluno tem nacionalidade portuguesa, sendo este o único que iniciou o seu ciclo de estudos no sistema de ensino português. Todos os outros alunos iniciaram o seu percurso académico noutros países, tais como França, Venezuela, Brasil e Ucrânia. Esta é uma turma muito heterogénea e com ritmos de aprendizagem muito diferentes. Ao longo da observação percebemos que a aluna proveniente da Venezuela tem uma facilidade muito grande em aprender e um raciocínio matemático muito desenvolvido, sendo sempre a primeira a terminar as tarefas. Pelo contrário, os alunos brasileiros apresentam mais dificuldades, referindo mesmo que “no Brasil a matemática não era assim, lá só fazíamos contas”. Estas afirmações permitem perceber que o grau de exigência no Brasil é muito menor do que o de Portugal. O facto de

existirem alunos de diferentes nacionalidades torna ainda mais difícil o trabalho do professor, pois as bases e os conhecimentos prévios com que vêm para Portugal são muito distintos, no entanto, são colocados na mesma turma a aprender as mesmas coisas.

### **3.3.3. Tarefas**

As tarefas realizadas com os alunos foram construídas com base nos documentos oficiais em vigor como o Programa e Metas Curriculares de Matemática (Bivar et al., 2013) e as Aprendizagens Essenciais (DGE, 2018) relativos ao 5.º ano de escolaridade. As tarefas foram sempre de encontro às necessidades dos alunos, observadas durante o período de observação e ao longo de toda a intervenção. Ao longo das sessões, as tarefas foram construídas de forma a colmatar as dificuldades sentidas na sessão anterior.

Tal como anteriormente referido, não houve oportunidade de ter um momento de avaliação diagnóstica, no entanto, as semanas de observação e as conversas com a docente cooperante permitiram saber que os alunos tiveram muito pouco contacto com problemas, sendo raros os momentos proporcionados de resolução de problemas. Quanto à formulação de problemas, tanto os alunos com a docente afirmaram que nunca tinham feito tarefas de formulação.

Com a realização destas tarefas, os alunos tiveram oportunidade de resolver diversos problemas utilizando diferentes estratégias de resolução. Tiveram também oportunidade de formular problemas partindo de um contexto previamente definido. Ao longo da intervenção, foi sempre valorizado o trabalho de grupo e a partilha de ideias, com vista a desenvolver também a comunicação matemática. Visto que existia sempre um grupo de alunos que terminava as tarefas rapidamente, era-lhes sempre pedido que no final fossem ajudar os elementos com mais dificuldades.

### **3.3.4. Procedimentos**

No decorrer da intervenção, foram adotados alguns procedimentos com vista a melhorar o processo de ensino-aprendizagem. À semelhança da abordagem feita no 1.º Ciclo, no 2.º Ciclo também foram proporcionados momentos de trabalho de grupo para que os alunos se ajudassem mutuamente. À medida que os alunos com menos dificuldades iam terminando as tarefas, levantavam-se e iam ajudar os alunos que estavam a ter mais dificuldades. (ver Figura 4 e Figura 5) Foram também proporcionados momentos de discussão em pequenos e grande grupo.



Figura 4 - Entreajuda



Figura 5 - Trabalho de grupo

Em todos problemas foi tido o cuidado de pedir aos alunos que explicassem oralmente o seu raciocínio de forma a, por um lado, perceber a estratégia utilizada e, por outro lado, promover a comunicação matemática.

Tal como anteriormente explicado, quando os alunos solicitavam a ajuda do professor para a resolução de algum problema nunca foi dada de imediato a resolução, mas foram sempre colocadas algumas questões desafiantes, de forma que os próprios alunos chegassem à solução sozinhos.

Uma vez existiam alunos que terminavam mais rápido do que outros, foi aproveitada a sala de arrumos da sala de aula para criar um espaço onde os alunos pudessem fazer alguns jogos enquanto aguardavam

que os colegas terminassem (ver Figura 6). Esta estratégia serviu também de motivação para a realização das tarefas, deixando de parte a falta de vontade em resolver os problemas.



**Figura 6** - Momento de jogo

### **3.3.5. Calendarização**

Foi construída uma calendarização referente à intervenção realizada na turma de 5.º ano (ver Tabela 3).

**Tabela 3** – Calendarização do Estudo 2

	Finalidade	Nome da Atividade	Duração	Tipo de Problema
<b>Sessão 1</b>	R.P.	Quem sou?	1 hora	Problema aberto
31/05/2022	F.P.	Pensa numa fração.	1 hora	Situação semiestruturada
	R.P.	Resolve a formulação do teu colega	50 min	Problema aberto
<b>Sessão 2</b>	R.P.	Os bolos do João	40 min	Problema de processo
07/06/2022	F.P.	Formulação para os Encarregados de Educação	30 min	Situação semiestruturada
<b>Sessão 3</b>	R.P.	A hora da aula	1 hora	Problema de processo
09/06/2022	F.P.	Imagem: Os ponteiros	1 hora	Situação semiestruturada
	R.P.	Verdade ou mentira?	30 min	Problema de processo
<b>Sessão 4</b>	R.P.	A balança	30 min	Problema de processo
14/06/2022	R.P.	O Bolo	1 hora	Problema de processo

F.P.: Formulação de Problemas; R.P.: Resolução de Problemas.

### 3.3.6. Recolha de dados

À semelhança do que foi referido anteriormente, a recolha dos dados foi feita através de fotografias, gravações áudio, produções escritas dos alunos e notas de campo. Todos estes recursos foram autorizados pelos encarregados de educação, tendo sempre o cuidado de preservar a identidade das crianças.

Foram tiradas diversas fotografias que registaram os momentos de aprendizagem e as reações dos alunos a esses momentos. Foi tido o cuidado de fotografar as crianças de costas para preservar a identidade da criança. Quando isso não acontecia, as caras das crianças eram escondidas através da manipulação de imagem no computador.

As gravações áudio foram também uma ferramenta muito importante na recolha de dados, pois permitiram analisar atentamente os discursos das crianças face às questões colocadas pelo professor e em comunicação com os colegas.

As produções escritas mostraram a evolução das crianças na utilização de estratégias de resolução e formulação de problemas, contribuindo para a elaboração deste relatório.

As notas de campo permitiram ao docente registar os acontecimentos mais marcantes da aula para posteriormente refletir sobre os mesmos, com o objetivo de melhorar a sua prática docente.

## **CAPÍTULO IV**

### **4. RESULTADOS**

Este capítulo apresenta os resultados do Estudo 1, realizado no 1.º Ciclo do Ensino Básico, e do Estudo 2 realizado no 2º Ciclo do Ensino Básico. Para cada um dos Estudos, a apresentação dos resultados inicia-se pela análise do Momento de diagnóstico, seguido da análise de cada uma das sessões de intervenção, terminando com a análise do Momento Avaliativo.

Para cada um dos Estudos, a análise das sessões de intervenção contempla uma breve descrição da sessão, seguida de uma reflexão da sessão realizada. Ao longo da análise dos resultados, os nomes dos alunos apresentados são fictícios e as fotos controladas para preservar o anonimato dos participantes.

## 4.1. Estudo 1

### 4.1.1 Avaliação Diagnóstica

#### Descrição

De forma a perceber os conhecimentos dos alunos relativos à resolução e formulação de problemas, foi elaborada uma ficha de avaliação diagnóstica. Esta ficha contém diferentes tarefas, nomeadamente quatro tarefas de resolução de problemas e uma tarefa de formulação de problemas.

Os dados foram analisados e tratados, tendo sido construída uma tabela para os representar. (ver Tabela 4)

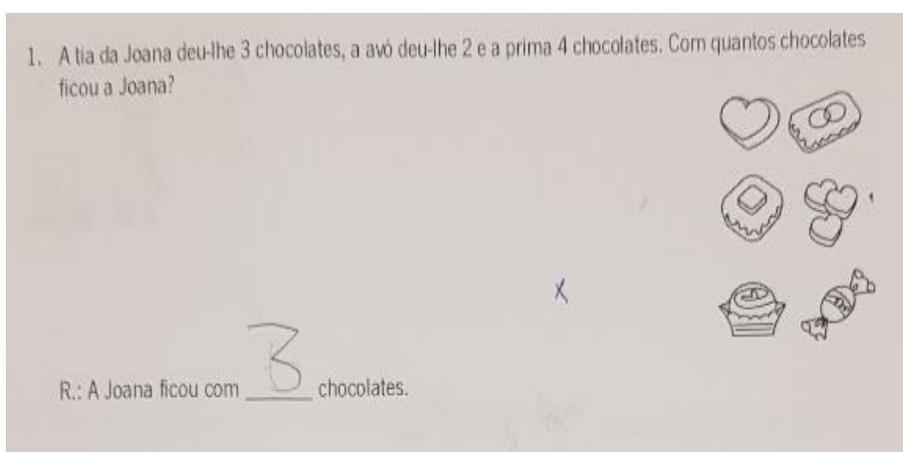
**Tabela 4** - Resultados de Avaliação Diagnóstica do Estudo 1

	Respostas Certas	Respostas (%)	Respostas Erradas	Respostas (%)
<b>Tarefa 1</b>	8	38,1	13	61,9
<b>Tarefa 1.1.</b>	8	38,1	13	61,9
<b>Tarefa 2</b>	12	57,2	9	42,8
<b>Tarefa 3</b>	0	0	21	100
<b>TOTAL</b>	28	33,3	56	66,7

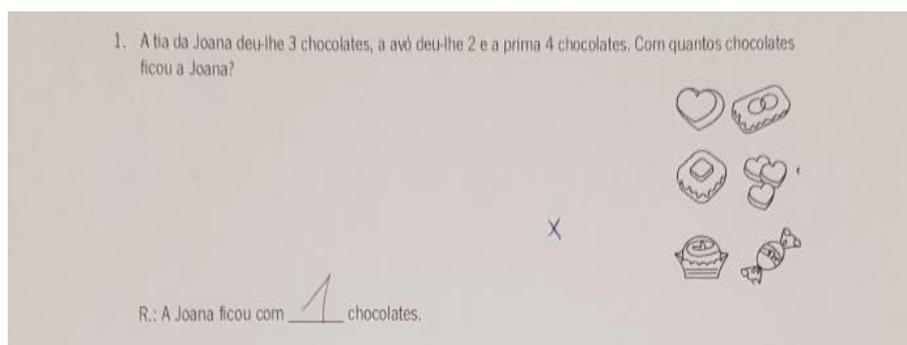
A **Tabela 4** apresenta os resultados da ficha de avaliação diagnóstica que foram muito pouco satisfatórios, sendo que a percentagem de respostas certas atinge apenas os 33,3%.

Os números revelam grandes dificuldades na resolução de problemas, mas ainda mais dificuldades na formulação de problemas. Na tarefa 2, pouco mais de 50% dos alunos respondeu corretamente à questão. No que diz respeito à formulação de problemas, repara-se que nenhum aluno conseguiu formular corretamente um problema.

Durante a análise dos dados obtidos com a ficha de avaliação diagnóstica percebeu-se que nenhum aluno evidenciou a estratégia de resolução utilizada, limitando-se apenas a escrever o número que eles consideravam ser a resposta (ver **Figura 7**, **Figura 8**, **Figura 9** e **Figura 10**).



**Figura 7** - Teste diagnóstico da Matilde



**Figura 8** - Teste diagnóstico do Tomás

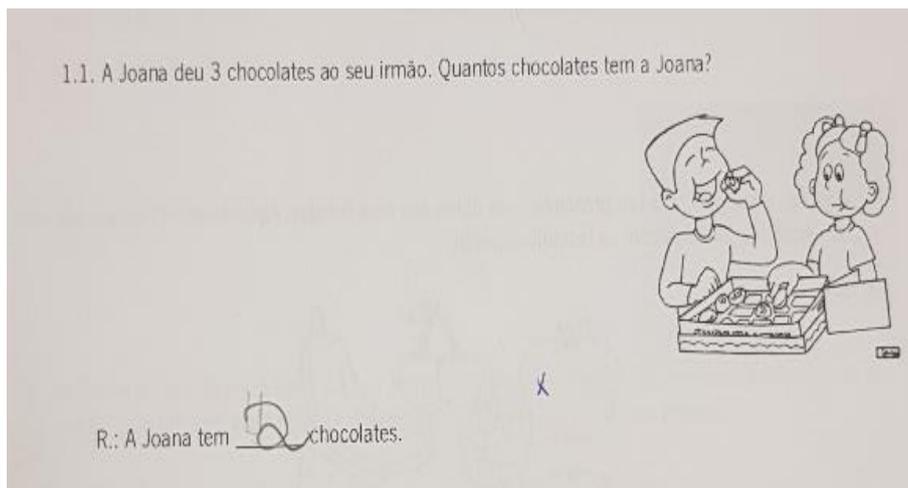


Figura 9 - Teste diagnóstico da Ana

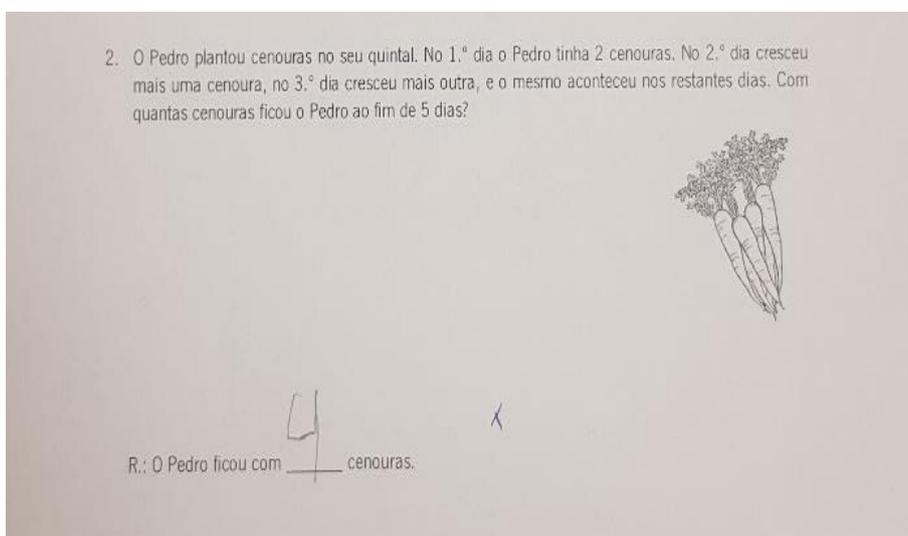


Figura 10 - Teste diagnóstico do Manuel

Os quatro alunos não representaram nenhuma estratégia de resolução no papel, mesmo tendo sido dado espaço na folha para tal. Isto aconteceu com todos os alunos da turma.

No que diz respeito à tarefa de formulação de problemas, esta foi respondida através de gravações áudio, pois os alunos ainda não sabiam escrever (ver Transcrição 1 e Transcrição 2). Foi pedido a cada aluno que formulasse um problema com base na imagem que observava. Nenhum aluno conseguiu concluir esta tarefa com sucesso.

Professora: Já pensaste em algum problema?

Miguel: Sim.

Professora: Então, qual foi o problema em que pensaste?

Miguel: Eu comi duas bananas e só fiquei com uma.

**Transcrição 1** – Proposta de problema formulado pelo Miguel

Professora: Já pensaste em algum problema?

Luís: Sim.

Professora: Então, qual foi o problema em que pensaste?

Luís: O Miguel tinha 2 maçãs. Deu uma ao Zézé. Ele ficou com uma.

**Transcrição 2** – Proposta de problema formulado pelo Luís

Apesar destes dois alunos conseguirem criar um contexto relacionado com a imagem para elaborar o problema, nenhum colocou qualquer pergunta. Para além disto, o último aluno ainda deu de imediato a resposta ao possível problema. Isto aconteceu com todos os alunos, sem exceção. Nenhum conseguiu colocar uma questão e esperar por uma resposta por parte de outra pessoa.

### Reflexão

Os resultados obtidos na avaliação diagnóstica eram expectáveis por se tratar de alunos do 1.º ano de escolaridade, com muito pouca experiência de resolução de problemas, e sem qualquer experiência de formulação de problemas. No que diz respeito à resolução de problemas, nenhum dos alunos conseguiu explicar oralmente a estratégia utilizada nem explicar a forma como chegou ao resultado. Para além disto, os alunos não representaram qualquer estratégia de resolução no papel. No que diz respeito à formulação de problemas, os resultados também eram espectáveis. Os alunos nunca tinham tido contacto com a formulação de problemas e por isso revelaram bastantes dificuldades em construir um problema, colocar uma questão e aguardar que o colega respondesse.

Uma vez que os resultados da avaliação diagnóstica revelaram grandes dificuldades na resolução e formulação de problemas, foi tomada a decisão de iniciar a intervenção com problemas simples de um passo e uma formulação a partir de uma imagem, por se considerar o mais adequado ao nível de ensino em questão.

#### 4.1.2. Sessão 1

##### Descrição

Para a primeira sessão foram construídos dois problemas, sendo que o primeiro foi estendido, e uma formulação. Em tom de brincadeira e de forma a desafiar os alunos, o professor referiu que os problemas eram muito difíceis, mas que tinha a certeza de que os alunos iam conseguir resolver. Esta pequena brincadeira motivou os alunos para a resolução, pois sentiram as suas capacidades serem desafiadas.

O primeiro problema e a sua extensão sugeriam duas estratégias de resolução, sendo elas a dramatização e a esquematização. A esquematização foi a estratégia adotada por todos os alunos, pois estes desenharam as diferentes possibilidades de apertos de mão, representando na folha os amigos e os apertos de mão que poderiam acontecer. A dramatização foi feita quando sugerida pelo professor, de forma a esclarecer algumas dúvidas que foram surgindo. As Figuras 11 e 12 apresentam dois exemplos de esquematizações elaboradas pelos alunos.

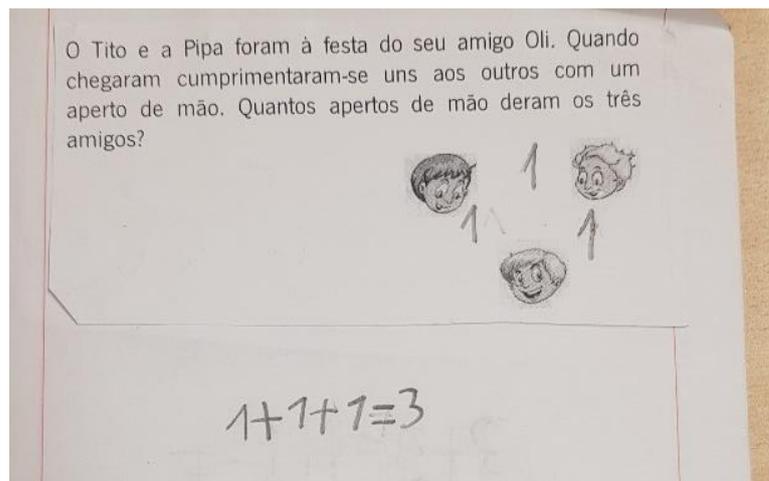
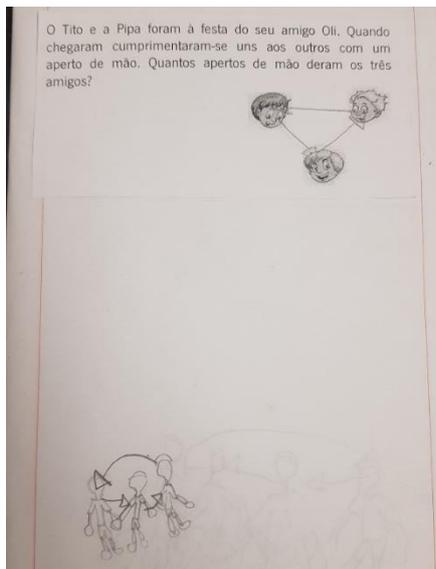


Figura 11 – Esquema apresentado      Figura 12 - Resolução da Margarida

A mesma estratégia foi utilizada pelos alunos para resolver a extensão proposta a este problema. A dramatização, mais uma vez, apenas foi feita quando o professor incentivava para tal. Uma vez que os alunos já estavam mais familiarizados com o contexto, resolveram a extensão do problema mais rapidamente, no entanto, por vezes escaparam algumas possibilidades, obtendo respostas erradas. Nestas situações, o professor questionava os alunos se não tinha faltado nenhum aperto e os alunos verificavam o processo de contagem.

Foram sentidas grandes dificuldades na resolução deste problema. A primeira grande dificuldade foi perceber o que era um aperto de mão e o que implicava. Foi necessário o professor intervir várias vezes para esclarecer dúvidas e destravar o raciocínio. Esta fase de compreensão do problema foi essencial para os alunos conseguirem passar para a fase seguinte de resolução (Pólya, 1995). No entanto, todos os alunos conseguiram chegar à solução correta.

A terceira e última tarefa de resolução também foi muito exigente, mas todos conseguiram chegar à solução, apesar de ter sido necessário muito apoio por parte do professor. Foi complicado para as crianças resolver este problema porque elas não conseguiam desenhar coelhos nem galinhas, o que complicou o processo de resolução e explicação da estratégia de resolução adotada. No entanto, o professor foi dando algumas dicas para ultrapassar esta barreira.

Neste problema, a única estratégia de resolução utilizada pelos alunos foi a tentativa. Os alunos foram apresentando várias teses e o professor foi sempre questionando de forma a confirmar se a tese obedecia ao enunciado (ver Figura 14 e Figura 13).

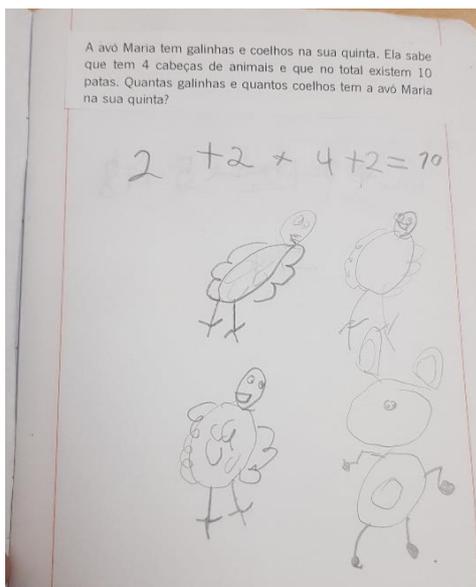


Figura 14 - Resolução do Miguel

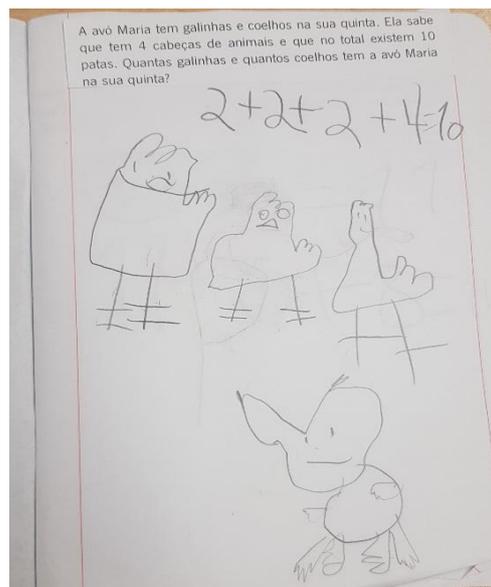


Figura 13 - Resolução da Maria

Todos os alunos conseguiram chegar à solução do problema, no entanto foram observadas várias dificuldades que exigiram a intervenção do professor (ver Transcrição 3).

José: Professora, já sei!

Professora: Mas continuas a ter três animais, nós temos de ter quatro.

José: É a galinha aqui

Professora: Desenha então aí a galinha.

Agora conta as patas.

José: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

12 patas.

Professora: Mas nós queremos 10 patas.

José: Não consigo!

Professora: Pensa, estás muito perto.

Como é que vais tirar daí duas patas para ficares com dez?

José: Já sei! Um coelho e três galinhas!

Professora: Muito bem!

### Transcrição 3 – Resolução do José

A conversa tida com este aluno foi muito semelhante à tida com outros alunos. Os alunos apresentavam uma tentativa e o professor tentava questionar e relembrar as exigências do problema.

Professora: Maria, em que problema pensaste?

Maria: Eram quatro meninos e só tinham três lápis. Quantos lápis é que faltavam para chegar para todos os meninos?

Professora: Miguel, então quantos faltavam?

Miguel: 1

Professora: Muito bem. Miguel, agora diz tu o teu problema.

Miguel: Na escola tinham dois meninos. Vieram mais dois. Quantos é que ficaram?

Maria 4

Professora: Muito bem!

#### **Transcrição 4** - Formulações da Maria e do Miguel

Por fim, a última tarefa dizia respeito à formulação de problemas e pedia que os alunos formulassem um problema a partir da imagem, neste caso uma imagem que retrata o ambiente escolar. Uma vez que os alunos não sabiam escrever, o professor teve de ir ao lugar de cada um e gravar a resposta. Muitas vezes o problema formulado não obedecia às características de um problema, obrigando à intervenção do professor para fazer entender a importância de tais características.

Este par conseguiu formular o problema muito bem e colocá-lo ao colega, no entanto, houve muitos pares que não o conseguiram fazer. (Transcrição 5)

Francisca: Professora, já acabei.

João: Eu também.

Professora: Boa! Francisca qual é o problema que queres colocar ao João?

Francisca: Uma menina tinha dois lápis e depois a outra menina não tinha nenhum. A menina que tinha dois lápis deu um lápis à menina que não tinha nenhum.

Professora: Então qual é a tua pergunta? O que queres perguntar ao João?

Francisca: Ele tem de adivinhar quantos lápis a menina que não tinha nenhum ficou.

Professora: Então vamos lá perguntar de novo. A menina que tinha dois lápis...

Francisca: Pode ser a Bea e a Margarida.

Professora: Então como fica o problema?

Francisca: A Bea tinha dois lápis e deu um à Margarida. Quantos lápis ficou?

Professora: João, qual é a resposta?

João: 1

Professora: Muito bem.  
João, em que problema pensaste?

João: Um menino tinha 6 lápis. Emprestou um ao menino. Ficou...

Professora: Qual é a pergunta? Não podes dar a resposta. É a Francisca que tem de te responder.

João: Um menino tinha seis lápis e deu um.

Professora: E então qual é a pergunta?  
Com quantos lápis ficou o menino? É isso que queres perguntar?

João: Sim.

Professora: Francisca, qual é a resposta?

Francisca: 7.

Professora: Um menino tinha 6 lápis. Emprestou um a outro amigo. Com quantos lápis ficou?

Francisca: 5

### **Transcrição 5** - Formulações da Francisca e do João

## Reflexão

A falta de autonomia destes alunos foi um dos maiores problemas encontrados na implementação deste projeto, principalmente na primeira sessão. Tudo era novo para os alunos pois nunca tinham feito trabalhos em grupo, não estavam habituados a explicar a sua estratégia de resolução e nem nunca tinham formulado um problema. Implementar uma sessão completamente nova com alunos do 1.º ano, que não sabiam ler nem escrever, foi um verdadeiro desafio. Contudo, as dificuldades foram ultrapassadas e aos poucos as crianças começaram a entrar na dinâmica e a conseguir concluir as tarefas mais autonomamente.

No que diz respeito à resolução de problemas, foi difícil, no início, fazer com que os alunos explicassem o seu raciocínio, quer no papel quer oralmente, pois estavam habituados a escrever apenas a resposta ao problema, sem mostrar como chegaram à mesma e sem explicar como tinham resolvido. Em vários momentos foi insistido que os alunos tentassem ilustrar a forma como pensaram ou dissessem ao professor como o fizeram. Nesta fase, os alunos sentiram muita necessidade de chamar o professor cada vez que davam algum passo, tanto para corrigir como para os ajudar no próximo passo. No entanto, este tipo de dificuldades são esperadas vindas de crianças com 6 anos que estão a explorar pela primeira vez este tipo de tarefas.

A formulação de problemas era uma tarefa completamente nova e estranha para os alunos. No entanto, o professor foi dando uma ajuda maior nesta fase, dando bastantes exemplos de problemas e as suas características. Os alunos apresentaram mais dificuldades em enunciar um problema com um contexto, colocar uma questão e aguardar uma resposta por parte do colega de trabalho.

Apesar de todas as dificuldades, os alunos gostaram muito da aula, pois permitiu-lhes trabalhar em grupo e ajudarem-se uns aos outros, referindo ainda que os problemas eram muito fáceis. Quando, inicialmente, a docente cooperante viu os problemas que iriam ser abordados comentou que talvez muitos dos alunos não conseguissem concluir tais problemas. No entanto, no fim da aula fez uma avaliação muito positiva, pois não estava à espera de que todos chegassem à resposta correta, mesmo com ajuda. É verdade que os problemas tinham um grau de exigência elevado, no entanto, com o apoio da professora e com o apoio dos colegas, todos conseguiram concluir, com sucesso, as tarefas planeadas.

Assim, a primeira sessão foi bastante difícil de gerir, no entanto, o professor conseguiu dar resposta a todos os alunos de forma a todos conseguirem completar as tarefas com sucesso, apesar de progredirem todos a ritmos diferentes.

### 4.1.3. Sessão 2

#### Descrição

Uma vez que se aproximava a época natalícia, foi trazido para a sala de aula uma pequena narrativa alusiva à época, aproveitando-a para a formulação de problemas. Para além disto, alguns alunos também resolveram um problema. Este foi o último dia de aulas do 1.º período e por isso muitas crianças foram embora mais cedo, sendo poucos os alunos que resolveram o problema. A narrativa foi lida pelo professor em voz alta e de seguida foi explicado aos alunos que estes deveriam formular um problema com base nela. Surgiram bastantes dúvidas, mas alguns exemplos ajudaram os alunos a perceber o que era pretendido. Muitos alunos criaram um problema utilizando o pinheiro e as bolas de Natal como elementos do contexto do problema (ver Figura 15 e Figura 16).

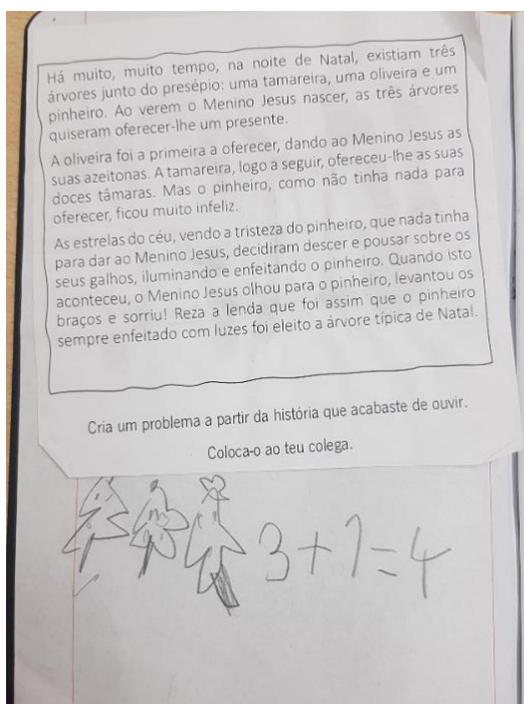


Figura 15 - Formulação da Matilde

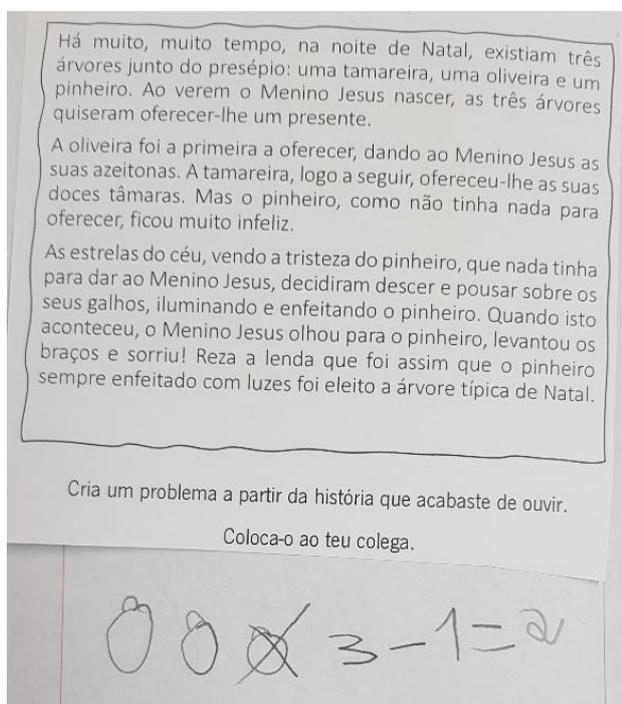


Figura 16 - Formulação do João

Nesta sessão ainda se percebe que os alunos sentem a necessidade de dar uma resposta ao problema. De uma sessão para a outra a estranheza já não foi tão acentuada e alguns dos alunos já conseguiram autonomamente criar um problema. No entanto, quase todos os alunos responderam logo de seguida ao problema que colocaram (ver Transcrição 6).

João: Professora, já sei!

Professora: Então em que problema pensaste?

João: Tinha três bolas na árvore, ele tirou uma bola, e depois ficou com duas.

Professora: Muito bem, mas qual é a pergunta que vais fazer para o António responder?

João: Tinha três bolas, ele tirou uma.

Professora: E o que tu queres saber?

João: Quantas bolas ficaram.

Professora: Então agora põe o teu problema ao António.

João: Tinha três bolas, ele tirou uma. Quantas bolas ficaram?

António: Duas.

Professora: Muito bem.

#### **Transcrição 6** – Formulação do João

As conversas eram muito semelhantes de grupo para grupo, pois a dificuldade em colocar uma pergunta e esperar pela resposta persistia em todos. No entanto, foi tido sempre o cuidado de transmitir a ideia de que era necessária uma pergunta para o colega conseguir responder.

No que diz respeito ao problema, este sugeria uma resolução do fim para o princípio, pois eram desconhecidos os rebuçados que o João tinha inicialmente, mas sabiam-se com quantos eles tinham ficado. Para além disto, também era possível que os alunos resolvessem o problema por tentativas.

Grande parte dos alunos pensou que o João levou para a escola 7 rebuçados, por este ter dado 3 ao Paulo e 4 à Ágata, esquecendo-se que ainda lhe sobraram 2 (ver Transcrição 7).

Joana: Professora, já fiz!

Professora: Então quantos rebuçados tinha o João no início?

Joana: 7

Professora: Como chegaram ao 7?

Joana: Porque 3 mais 4 dá 7

Professora: Sim, é verdade que ele deu 7 rebuçados, mas sobraram-lhe 2. Então quantos é que ele tinha no início?

Joana: 8

Professora: Ele deu 7 rebuçados, mas ficou ainda com 2 na mão.

Joana: 9!

Professora: Exatamente.

Mas agora vamos confirmar. Vamos imaginar então que o João levou 9 rebuçados. Sabemos que ele deu 3 rebuçados ao Paulo. Com quantos ficou?

Joana: 6

Professora: Boa. Mas ele ainda deu 4 rebuçados à Ágata. Com quantos rebuçados ficou?

Joana: Ficou com 2

Professora: Então está certo?

Joana: Sim porque ele ficou com 2

Professora: Exatamente, muito bem.

### **Transcrição 7 - Formulação da Joana**

Este erro foi cometido por muitos grupos, no entanto, com algumas questões perceberam que a resposta correta era 9 (ver Figura 17).

Muitos alunos também somaram todos os números que estavam no enunciado, chegando ao 9. No entanto, quando confrontados com a estratégia de resolução utilizada não conseguiram explicar. (ver Figura 18)

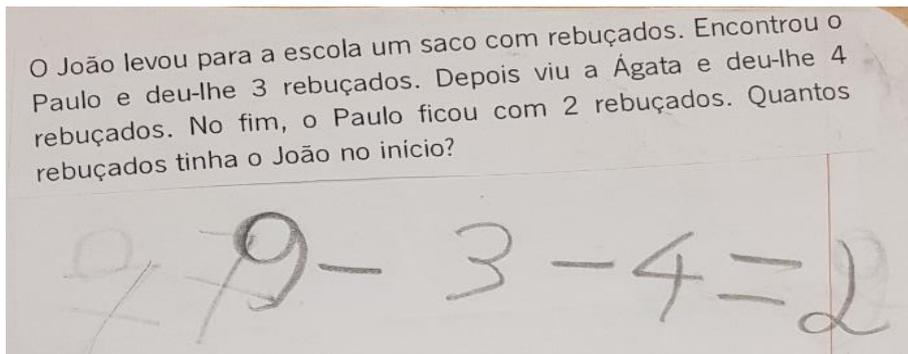


Figura 17 - Resolução Matilde

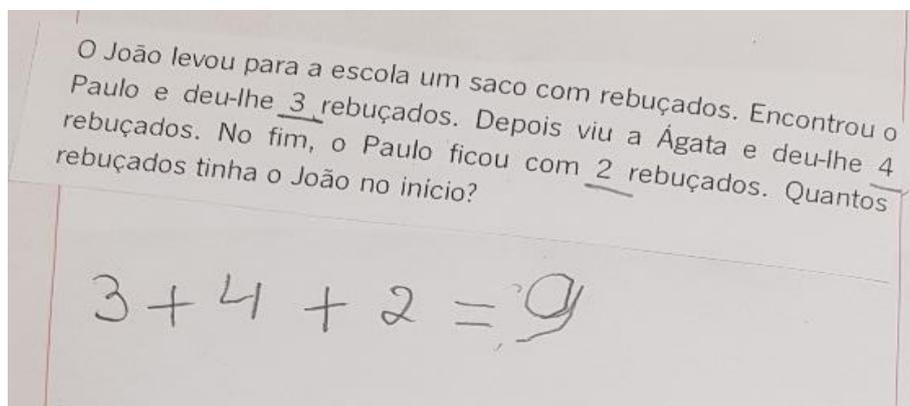


Figura 18 - Resolução António

### Reflexão

Nesta sessão verificou-se alguns progressos no que diz respeito à formulação de problemas, no entanto, ainda há muito por onde melhorar. Os alunos não estranharam tanto como na primeira sessão, mas o professor continuou a ser questionado inúmeras vezes com dúvidas e dificuldades.

No que diz respeito à resolução do problema, todos os alunos conseguiram chegar à solução com ajuda do professor. Nesta sessão, muitos alunos escreveram no caderno as operações que utilizaram para chegar à resposta, deixando de parte a apresentação de um resultado como fizeram no teste de avaliação diagnóstico.

O facto de esta ser a última aula do período destabilizou um pouco a aula e os alunos, pois estavam bastante ansiosos por ir de férias sendo esta agitação bastante visível. Contudo, o *feedback* dos alunos e da docente cooperante foi muito positivo.

#### 4.1.4. Sessão 3

##### Descrição

Na terceira sessão foram apresentados aos alunos dois problemas e uma formulação de problemas. Mais uma vez os alunos resolveram todas as tarefas em grupo, pois considera-se que esta estratégia beneficia muito a aprendizagem deles.

O problema da paragem do autocarro era bastante complexo, no entanto todos os alunos conseguiram resolvê-lo. Uma vez que os alunos não conseguiam ler e que este problema contém muitos dados, foi escrito no quadro as informações dadas no problema para facilitar a resolução. Parte dos alunos resolveu este problema através de um desenho que ia sendo atualizado à medida que os dados do problema surgiam (ver Figura 19 **Figura 18**). Porém, outra parte da turma resolveu as várias operações que eram sugeridas no problema. (ver Figura 20)

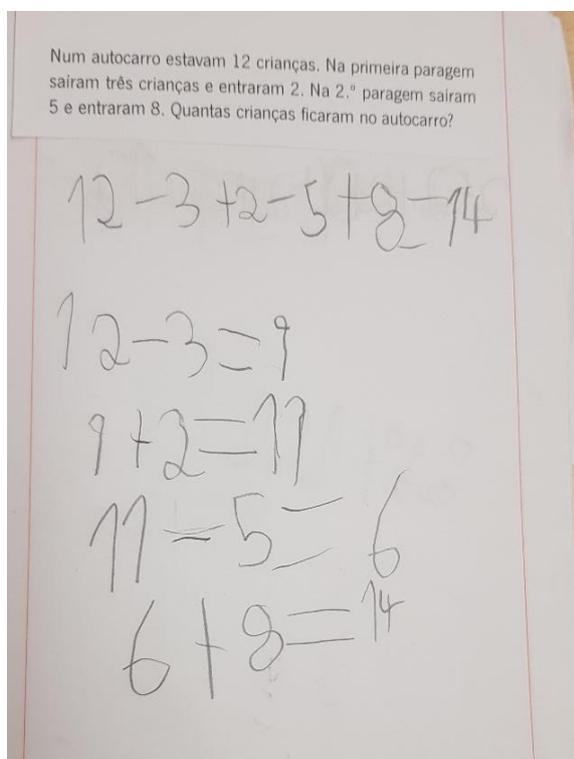


Figura 20 - Resolução do Miguel

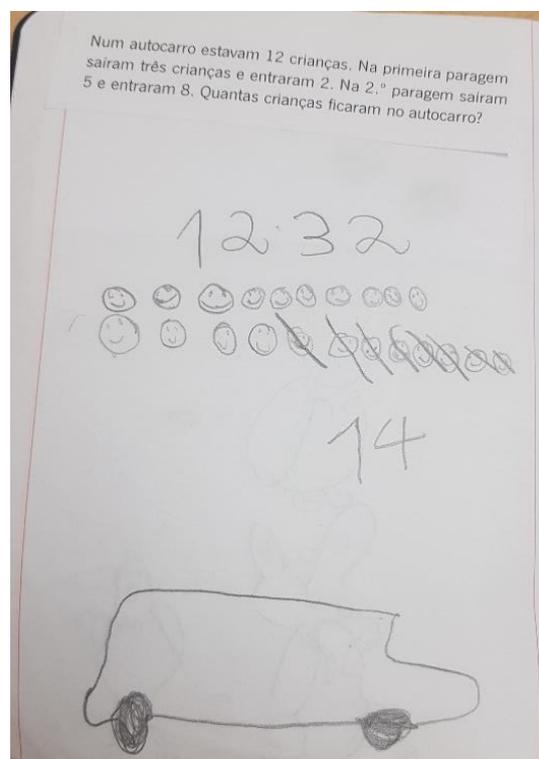


Figura 19 - Resolução da Matilde

Todos conseguiram resolver este problema facilmente. Poucos alunos precisaram de ajuda. Existiu alguns problemas de cálculo, mas quando foi pedido que repetissem o mesmo chegavam à resposta correta. Apesar de este problema ter muitos dados, todos os alunos conseguiram concluir a tarefa rapidamente. (ver Transcrição 8)

Professora: Aqui já terminaram?

Manuel: Sim, dá 14

Professora: Como é que chegaram a esse resultado?

Manuel: Pelo cálculo da nossa mente!

Professora: A sério? Muito bem! Mas agora explica-me como é que pensaste.

Manuel: Então, nós começamos com 12, tiramos 3 e ficamos com 9. Depois metemos mais 2 e ficamos com 11. Depois tiramos 5 e ficamos com 6. Metemos mais 8 e ficamos com 14.

Professora: Muito bem!

### Transcrição 8 - Resolução do Manuel

O segundo problema apresentado foi resolvido por todos os alunos com facilidade. Nenhum aluno precisou da ajuda do professor. Todos os alunos resolveram de igual forma, utilizando somas sucessivas para responder ao problema. (ver Figura 21 e Figura 22)

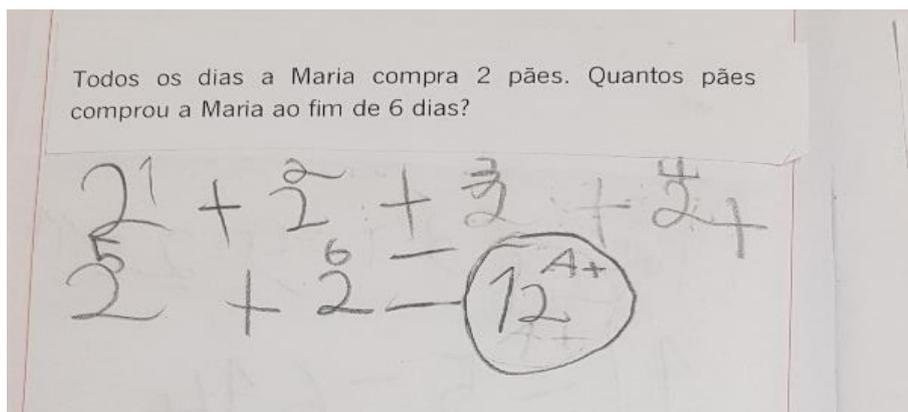


Figura 21 - Resolução do João

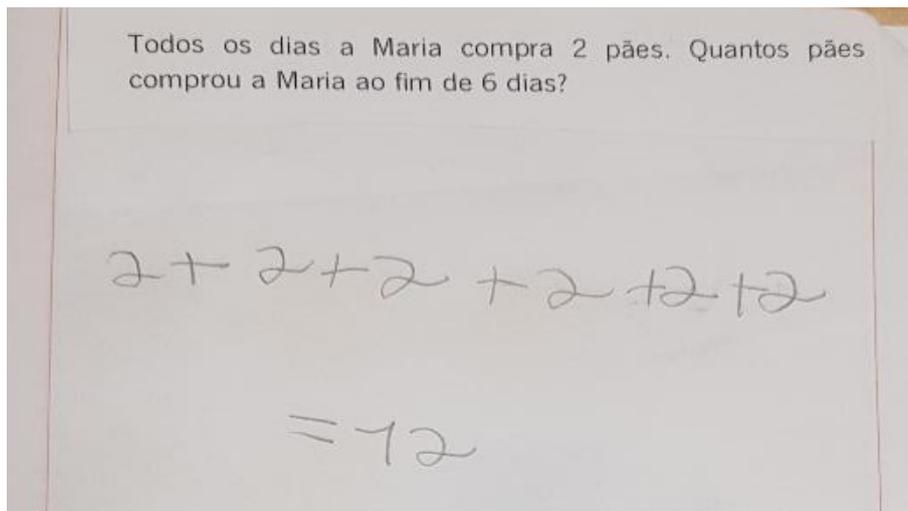


Figura 22 - Resolução da Joana

A tarefa de formulação partiu também de uma imagem e observou-se que os alunos tentaram formular com o auxílio de cálculos e esquemas, para posteriormente conseguirem explicar por palavras suas a sua formulação. (ver Figura 23 e Figura 24). Ou seja, para ultrapassar o obstáculo da escrita, os alunos representavam a operação no caderno para depois conseguirem expor o problema por eles formulado oralmente.

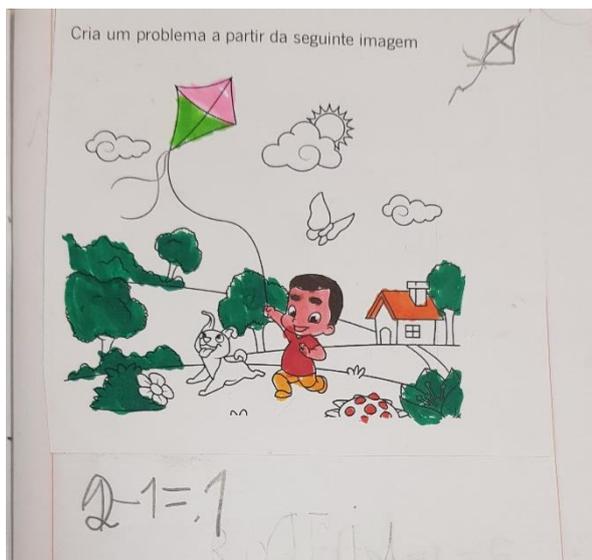


Figura 24 - Formulação do Renato

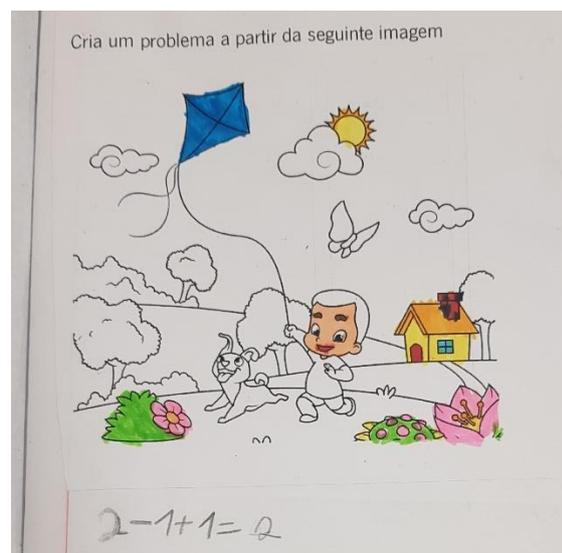


Figura 23 - Formulação da Maria

## Reflexão

Nesta sessão, os alunos mostraram já estar familiarizados com este tipo de tarefas. No que diz respeito à resolução de problemas, os alunos conseguiram resolver os problemas e explicar oralmente e por escrito a estratégia utilizada. Percebeu-se que os alunos não solicitaram a ajuda do professor tantas vezes como nas sessões anteriores, sendo este apenas chamado para resolver questões de compreensão do problema. Já não foi necessário pedir aos alunos para representarem no papel a estratégia de resolução utilizada, pois eles fizeram essa representação de forma autónoma.

No que diz respeito à formulação de problemas, foi notória a evolução dos alunos em relação à sessão anterior, porque nesta sessão nenhum aluno questionou o que era pedido. Quando foi entregue a imagem, os alunos começaram de imediato a pensar num contexto para um problema, mostrando que sabiam o que era necessário fazer. Nesta sessão, muitos alunos já conseguiram colocar a questão e esperar que o colega respondesse, no entanto, nem todos o conseguiram fazer. Para além disto, poucos alunos não conseguiram colocar a questão ao colega.

Assim, esta sessão mostrou uma evolução positiva dos alunos na resolução e formulação de problemas, mostrando que são capazes de resolver problemas de um grau de dificuldade mais elevado e formular problemas com os elementos necessários.

### **4.1.5. Sessão 4**

## Descrição

A quarta e última sessão consistiu na resolução de três problemas e na formulação de um problema com base numa imagem. Mais uma vez os alunos resolveram as tarefas em pares e apresentaram as suas resoluções por escrito no caderno e oralmente ao docente.

O primeiro problema pedia que os alunos completassem nove espaços de maneira a formar proposições verdadeiras. No entanto, os alunos tinham de ter em atenção que a cada cor correspondia um e um só número. No princípio foi complicado os alunos perceberem que a cada cor correspondia um número, mas com algumas exemplificações conseguiram perceber bem e completar a tarefa corretamente. Todos os alunos conseguiram encontrar a solução do desafio com alguma facilidade (ver Figura 25).

Completa:

$$\begin{array}{l} 2 + 2 + 2 = 6 \\ 2 + 3 + 3 = 8 \\ 2 + 3 + 4 = 9 \end{array}$$

Figura 25 - Resolução da Rita

Ao construir este problema pensou-se que talvez fosse demasiado exigente e que as crianças não fossem conseguir. No entanto, uma vez que as crianças estavam a superar todos os desafios anteriormente apresentados avançou-se com o problema. Depois das crianças perceberem que a cada cor estava destinado o mesmo número, completaram o desafio facilmente. Poucos alunos tiveram dificuldades e os que tiveram superaram-nas com a ajuda dos colegas. O professor colocou pontualmente algumas questões que desencadeavam o raciocínio. Pelo contrário, alguns grupos não precisaram de quaisquer explicações. A docente titular ficou muito admirada com a facilidade de resolução, pois também ela não esperava resultados tão satisfatórios.

O segundo problema implicava a combinação de diferentes sabores de gelados com o tipo de recipiente dos mesmos. Para que os alunos percebessem melhor o pedido, foi explicado no quadro o que era pretendido. Após esta explicação, todos os alunos atribuíram espontaneamente uma cor a um sabor do gelado. De seguida, todos desenharam as diferentes possibilidades. Houve casos em que foi necessário

questionar se não faltava nenhuma combinação e facilmente os alunos chegaram à solução final (ver Figura 26, **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** e Transcrição 9).

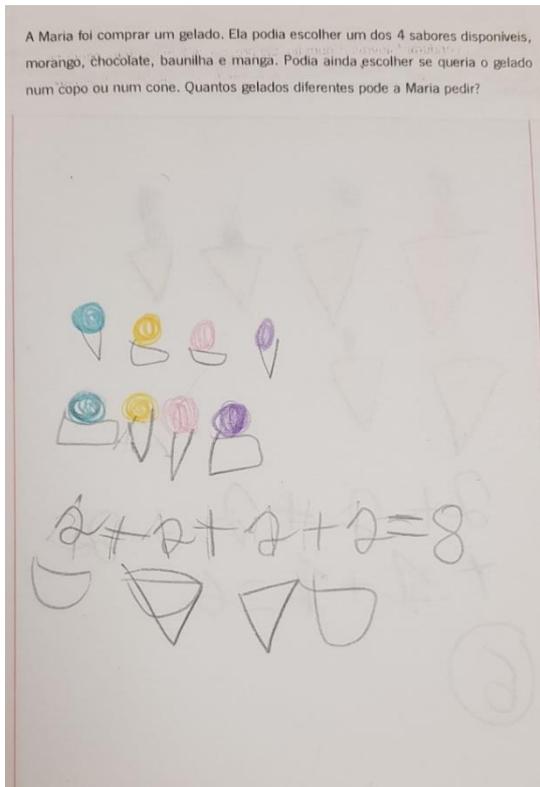


Figura 27 - Resolução do Manuel

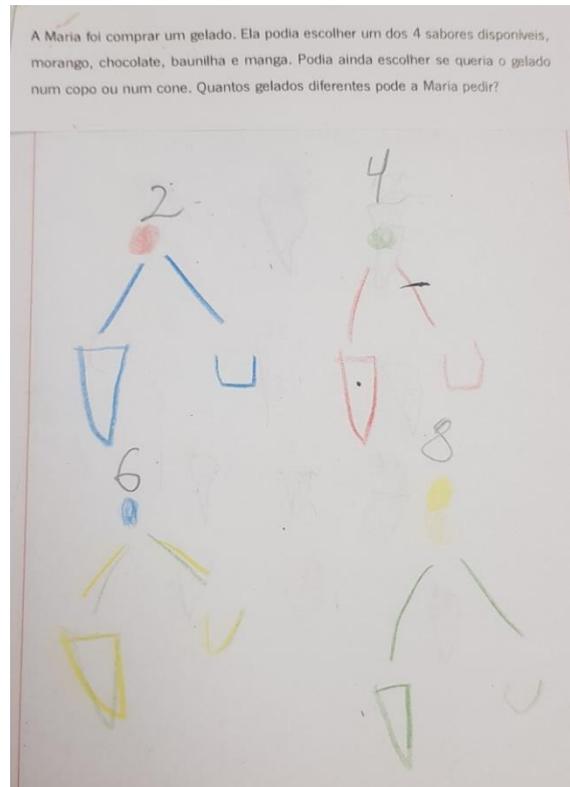


Figura 26 - Resolução do Tomás

Professora: Então, como é que resolveram o problema?

Leonor: Eu fiz assim, temos quatro sabores, laranja, morango, maçã e limão.

Depois eu fiz assim, o cone e depois o copo para a laranja, depois o cone e o copo para o morango, depois o cone e o copo para a maçã, e depois o cone e o copo para o limão. Depois pus aqui o 2 e depois contei e dava 8.

Professora: Muito bem! Então quantas combinações podemos fazer?

Leonor: 8

Professora: Boa!

Transcrição 9 - Resolução da Leonor

Na generalidade, os alunos resolveram o problema em questão utilizando desenhos e esquemas, conseguindo assim chegar ao resultado. Poucos foram os alunos que precisaram de ajuda para resolver o problema. A explicação inicial no quadro foi suficiente para perceberem o que era pedido que fizessem.

O terceiro e último problema informava que para pendurar duas fotografias eram necessárias duas molas, pelo que os alunos deveriam descobrir quantas molas eram precisas para pendurar cinco fotografias. Imediatamente após a explicação do problema, os alunos desenharam as fotografias no caderno e foram experimentando. Todos os alunos desenharam as cinco fotografias no caderno e colocaram as molas no sítio correto, contabilizando seis molas necessárias (ver Figura 28 e Figura ).

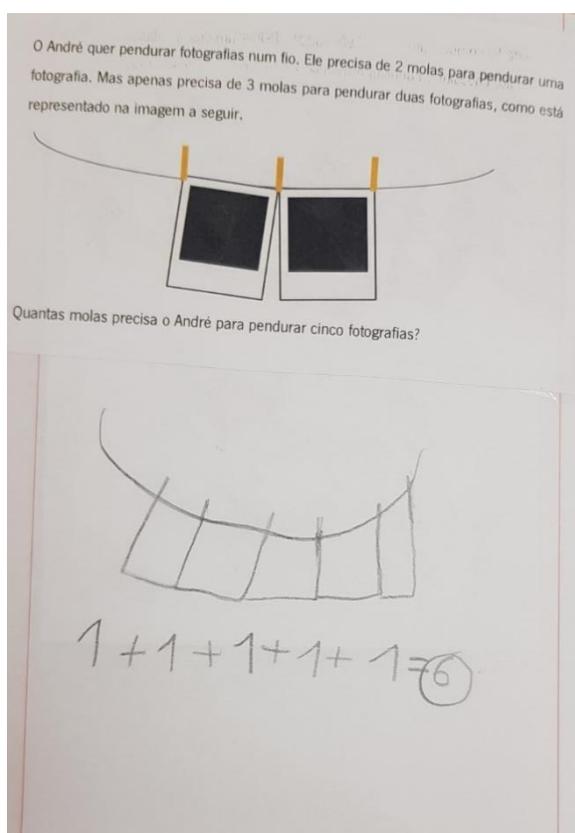


Figura 28 - Resolução da Maria

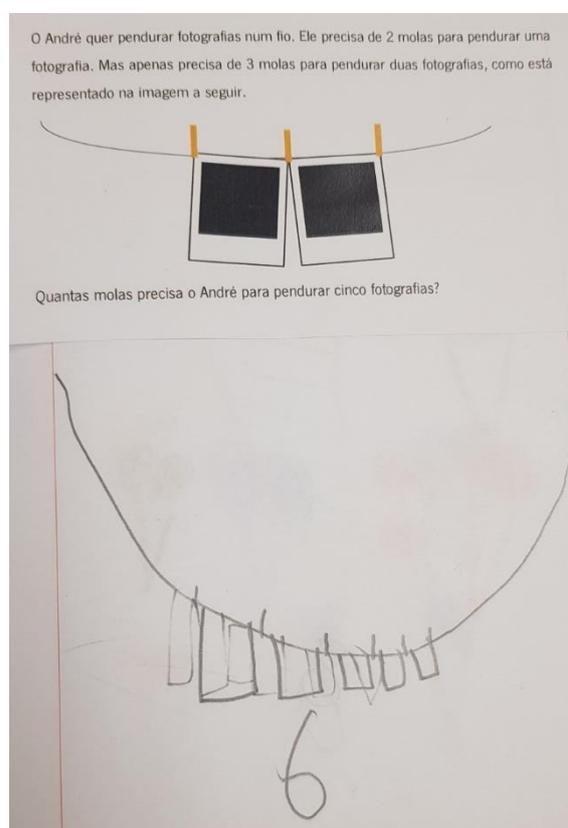


Figura 28 - Resolução do Miguel

A partir da imagem ilustrativa, os alunos perceberam rapidamente o que era pedido e resolveram o problema com facilidade através de desenhos representativos.

A formulação de problemas consistiu em construir um problema relacionado com a imagem apresentada aos alunos referente ao fundo do mar e aos animais marinhos. Os alunos conseguiram sem ajuda

procurar elementos na imagem e começar a construir um problema. Apesar de muitos alunos colocarem a questão logo após a enunciarem o problema, alguns alunos não o conseguiram fazer, expondo apenas a situação e sendo preciso ajuda para terminar o problema. (ver Transcrição 10, Transcrição 11 e Transcrição 12)

Professora: Já pensaste em algum problema?  
José: Sim. Tinha dois peixes, um fugiu. Quantos é que ficaram?  
Professora: Muito bem!  
José: E a Lara pôs um e eu pus um certo  
Professora: Boa!

#### **Transcrição 10** - Formulação do José

Professora: Já pensaste em algum problema?  
Luís: Sim. Tinha um tubarão e dez peixes. O tubarão comeu 5 peixes.  
Professora: Então qual é a pergunta?  
Luís: Quantos peixes ficaram?  
Professora: Boa!

#### **Transcrição 11** - Formulação do Luís

Professora: Já pensaste em algum problema?  
Matilde: Sim. Tinham dois cavalos-marinhos. Morreu um. Ficou um.  
Professora: Não podes dar logo a resposta. Tens de fazer uma pergunta para o José responder ao teu problema. Vamos formular outra vez o problema. Havia...  
Matilde: Havia dois cavalos-marinhos. Morreu um.  
Professora: Então qual é a pergunta que lhe vamos fazer?  
Matilde: Quantos ficaram?  
Professora: Isso, muito bem!

#### **Transcrição 12** - Formulação da Matilde

## Reflexão

Nesta sessão percebeu-se que os alunos, a partir do momento que perceberem o que era pedido no enunciado, começaram rapidamente a desenhar e a encontrar a solução do problema para de seguida explicar ao professor. Não foi necessário pedir que exprimissem o seu raciocínio no caderno, como tinham acontecido em sessões anteriores. Alguns alunos precisaram de mais apoio, mas em geral todos perceberam o problema após a explicação e exemplificação.

A formulação de problemas revelou também uma grande evolução. Nesta sessão notou-se que os alunos estavam mais familiarizados com este tipo de tarefas e começava logo a pensar em possíveis problemas a colocar aos colegas, sem perguntar o que tinham de fazer. Quase todos os alunos conseguira colocar uma questão e esperar que o colega respondesse, mas alguns não conseguiram cumprir esta regra de formulação.

### **4.1.6. Avaliação Final**

#### Descrição

De maneira a perceber a evolução dos alunos com esta intervenção, foi construída uma ficha de avaliação com um grau de dificuldade semelhante à ficha de avaliação diagnóstica. Nela estavam contidas quatro tarefas de resolução de problemas e uma tarefa de formulação de problemas. Esta ficha também permitiu avaliar a qualidade das intervenções.

Os alunos realizaram a ficha individualmente, sendo que a tarefa de formulação foi gravada para posterior análise. Os dados foram analisados e tratados, tendo sido construída a seguinte tabela para os representar. (ver Tabela 5)



1.1. A Joana deu 3 chocolates ao seu irmão. Quantos chocolates tem a Joana?



R.: A Joana tem 5 chocolates.

X

Figura 30 - Ficha de avaliação diagnóstica da Matilde

O Pedro plantou cenouras no seu quintal. No 1.º dia o Pedro tinha 2 cenouras. No 2.º dia cresceu mais uma cenoura, no 3.º dia cresceu mais outra, e o mesmo aconteceu nos restantes dias. Com quantas cenouras ficou o Pedro ao fim de 5 dias?



R.: O Pedro ficou com 7 cenouras.

X

Figura 31 - Ficha de avaliação diagnóstica da Matilde

1. A Joana precisa de 8 ovos para fazer um bolo. Ela tem 3 ovos. Quantos ovos precisa de comprar?

$3 + 5 = 8$

✓

Figura 32 - Ficha de avaliação final da Matilde

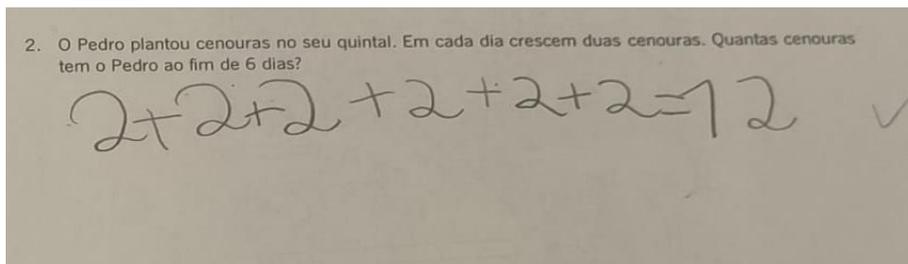


Figura 33 - Ficha de avaliação final da Matilde

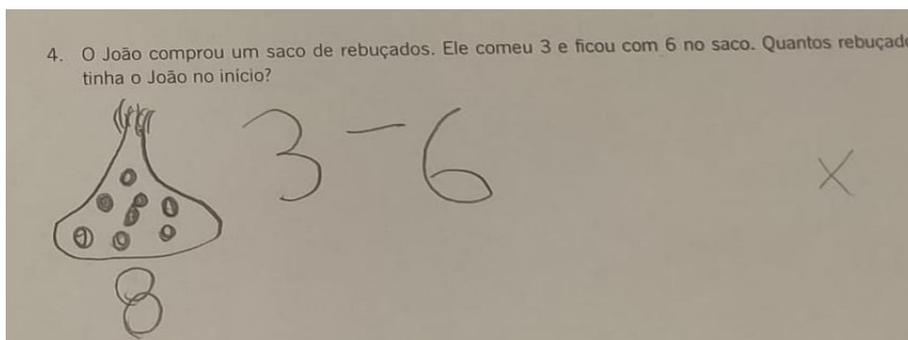


Figura 34 - Ficha de avaliação final da Matilde

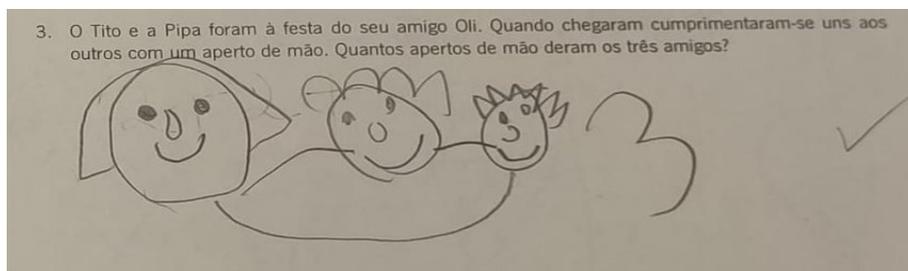


Figura 35 - Ficha de avaliação final da Matilde

### Reflexão

A evolução dos alunos deste estudo foi comprovada com a comparação dos resultados obtidos na avaliação diagnóstica e na avaliação final. Enquanto a avaliação diagnóstica ficou caracterizada pela ausência de representação de estratégias de resolução, a avaliação final mostrou diferentes estratégias de resolução como esquemas e desenhos. Estas duas estratégias foram as mais adotadas por serem as

que os alunos se sentem mais confortáveis a utilizar, partindo para a explicação do seu raciocínio oralmente. No que diz respeito à formulação de problemas, os alunos mostraram uma grande evolução, pois conseguiram, quase todos os alunos, construir um contexto, colocar uma questão e aguardar que o colega respondesse.

Assim, a intervenção no Estudo 1 mostrou ser um sucesso na medida em que comprovou a evolução dos alunos na resolução e formulação de problemas, mesmo com a barreira da escrita à mistura e com a falta de experiências prévias neste âmbito, devido ao ano de escolaridade em causa.

## **4.2. Estudo 2**

Uma vez que a docente cooperante deste estudo permaneceu um longo período com baixa médica, não foi possível realizar um teste diagnóstico nem um teste final. No entanto, conseguiu-se lecionar quatro sessões que permitiram perceber as dificuldades dos alunos e intervir de forma a colmatá-las.

### **4.2.1. Sessão 1**

#### Descrição

Uma vez que os alunos tinham abordado anteriormente o conceito de fração com a docente cooperante, foi decidido construir dois desafios que aplicassem este conceito. O primeiro desafio promovia a resolução de problemas, enquanto o segundo promovia a formulação de problemas.

Para a resolução do problema, os alunos deveriam ler as quatro pistas enunciadas e tentar desvendar a fração referida. Este problema implicava também o conceito de fração própria, de número primo, de múltiplo e de simplificação de frações, conceitos anteriormente abordados em sala de aula. Contudo, os alunos revelaram muitas dificuldades nestes quatro conceitos. Muitos alunos não conseguiram resolver o problema porque não conheciam estes conceitos que a docente confirmou que tinham sido abordados. Assim, este problema exigiu uma breve revisão destes conteúdos no quadro para conseguirem resolver o problema. Ainda assim os alunos apresentaram muitas dúvidas e solicitaram a professora muitas vezes, pois nenhum elemento dos grupos conseguia fazer o que era pedido. Apenas dois alunos conseguiram resolver o problema sozinhos. Os restantes precisaram de bastante apoio por parte do professor (ver Figura 36 e Figura 37).

Com o apoio do professor, a maior parte dos alunos conseguiu chegar à resposta correta, mas colocando sempre muitas questões (ver Transcrição 13 e Transcrição 14). O professor foi tentando ajudar todos os alunos apenas colocando questões e dando pistas sobre a forma como deveriam proceder.

Miguel: Professora, já não me lembro qual é o denominador e o numerador. O denominador é o que está em cima?

Professora: Não, o denominador é o número que está abaixo do traço de fração e o numerador o que está em cima.

### **Transcrição 13** - Questão do Miguel

António: Professora, não estou a perceber.

Professora: Então vamos começar pela frase que diz “O meu denominador é múltiplo de 3 e de 7”.

Quais são os múltiplos de 3?

António: 3, 6, 9...

Professora: Muito bem. Escreve.  
E os múltiplos de 7?

António: 7, 14, 21...

Professora: Boa. Agora qual é o número que é múltiplo de 3 e de 7?

António: 21?

Professora: Certo. Mas é só esse?

António: Não sei...

Professora: Continua a escrever mais múltiplos.

### **Transcrição 14** - Dúvida do António

Quem sou?

Eu sou uma fração própria. O meu denominador é múltiplo de 3 e de 7. O meu numerador é primo. Quando sou simplificada torno-me um terço.

Mostra como chegaste à tua resposta.

$M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\}$

$M_7 = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, \dots\}$

$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

Figura 36 - Resolução da Maria

Quem sou?

Eu sou uma fração própria. O meu denominador é múltiplo de 3 e de 7. O meu numerador é primo. Quando sou simplificada torno-me um terço.

Mostra como chegaste à tua resposta.

$\frac{7}{21}$  porque 21 é múltiplo de 3 ( $3 \times 7$ ) e de 7 ( $3 \times 7$ ). 7 é um número primo

$\frac{7}{21}$  simplificada é  $\frac{1}{3}$

Figura 37 - Resolução do Jorge

Incentivados pelo professor, os alunos começaram por enumerar os múltiplos de 3 e 7 e verificar o menor número em comum. De seguida foi pedido que enumerassem todos os números primos e perceber qual a fração que encaixaria nas exigências do problema. Este foi o impulso dado pelo professor, o restante trabalho foi feito pelos alunos em grupo. A estratégia adotada pela maioria dos alunos foi a tentativa-erro, pois depois de saber o denominador, foram experimentando as diferentes possibilidades no numerador até chegar à fração correta. A resolução deste problema levou mais de uma hora, pois foi necessária uma introdução breve aos conteúdos presentes no problema.

No que diz respeito à formulação de problemas, foi pedido que os alunos formulassem um problema semelhante ao colocado anteriormente. Cada aluno deveria pensar numa fração e em possíveis pistas para colocar aos colegas para que estes conseguissem chegar à fração pensada.

Apesar de ser o primeiro contacto com a formulação de problemas, esta tarefa foi mais fácil para os alunos, pois tinham a tarefa anterior como exemplo que deviam seguir. No entanto, raros foram os alunos que conseguiram enunciar um problema completo. O erro mais cometido foi a existência de mais do que uma solução ao problema, ou seja, várias frações respondiam às regras enunciadas. (ver Figura 38)

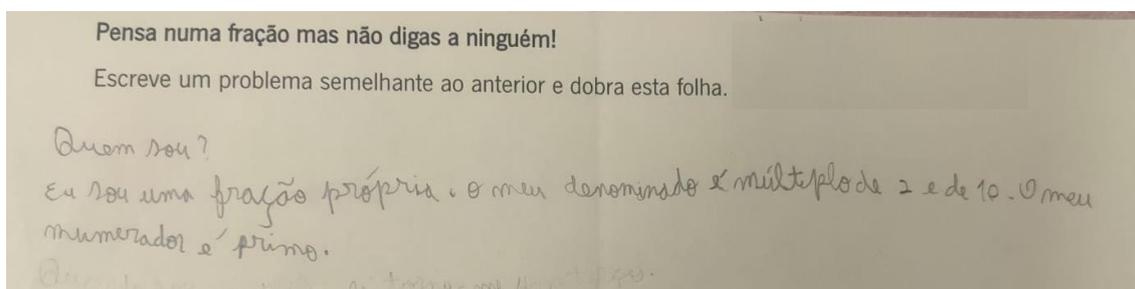


Figura 38 - Formulação do José

No entanto, com as intervenções do professor, os alunos conseguiram acrescentar mais condições e desta forma formar uma única solução (ver Figura 39).

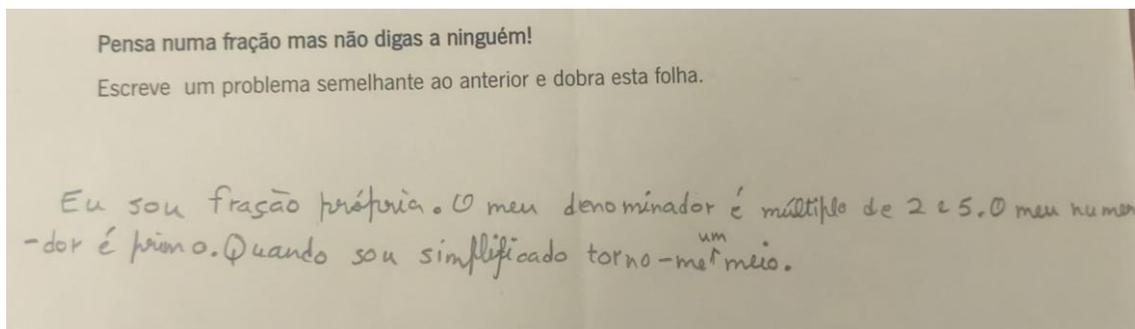


Figura 39 - Reformulação do José

## Reflexão

Uma vez que a docente cooperante já tinha abordado os conteúdos presentes nesta sessão, pensou-se que a realização das tarefas fosse mais fácil para os alunos. No entanto, as expectativas não foram cumpridas, pois grande parte da turma não tinha adquirido os conteúdos abordados e pareciam estar a ouvir aqueles conceitos pela primeira vez. Esta primeira sessão foi muito exigente para o professor, pois gerou bastantes dúvidas que tinham de ser esclarecidas de forma individual e ao ritmo do aluno.

Esta sessão permitiu perceber que o grau de exigência deveria ser menor e deveriam ser incluídos conteúdos já consolidados para que os alunos conseguissem realizar as tarefas de forma mais autónoma e motivadora. Foi sentida uma grande desmotivação por parte dos alunos por não perceberem os conceitos abordados no problema.

Contudo, os alunos conseguiram perceber a dinâmica da resolução e formulação de problemas e consolidar os conteúdos que as tarefas exigiam. Na aula seguinte, a docente cooperante quis abordar novamente alguns conceitos relacionados com as frações, pois também percebeu que ainda existiam muitas dúvidas relacionadas.

O trabalho de grupo foi um dos pontos fortes desta sessão, pois notou-se uma grande entreajuda nos alunos. Os grupos que terminavam primeiro as tarefas distribuíam-se e iam ajudar os restantes grupos ainda com dificuldades.

### **4.2.2. Sessão 2**

#### Descrição

A segunda sessão começou com a resolução dos problemas formulados pelos alunos na sessão anterior. Cada aluno deu o problema por ele formulado ao colega do lado para este o resolver. Esta tarefa levantou muitas dúvidas relacionadas com a compreensão do problema enunciado pelo colega. O facto de existirem erros ortográficos e letras mal desenhadas gerou muitas questões. No entanto, com a ajuda do professor foram conseguindo concluir a tarefa utilizando as mesmas estratégias de resolução do primeiro problema.

A segunda tarefa desta sessão consistiu em resolver um problema que implicava a divisão em partes iguais. Um problema mais fácil que o anterior e que não exigia conteúdos que ainda não estavam consolidados. O facto de este problema poder ser resolvido através do desenho facilitou a sua resolução. Todos os alunos representaram os bolos e fizeram a devida divisão para responder ao problema (ver Figura 40 e Figura 41). Apesar deste problema ser um problema de dois passos, os alunos conseguiram concluí-lo, tendo sido apenas necessário incentivar alguns alunos a representarem na folha a sua estratégia de resolução utilizada. Ao contrário do que tinha acontecido na sessão anterior, os alunos pareciam mais motivados para a resolução, pois era um desafio para eles, mas que facilmente ultrapassaram em grupo.

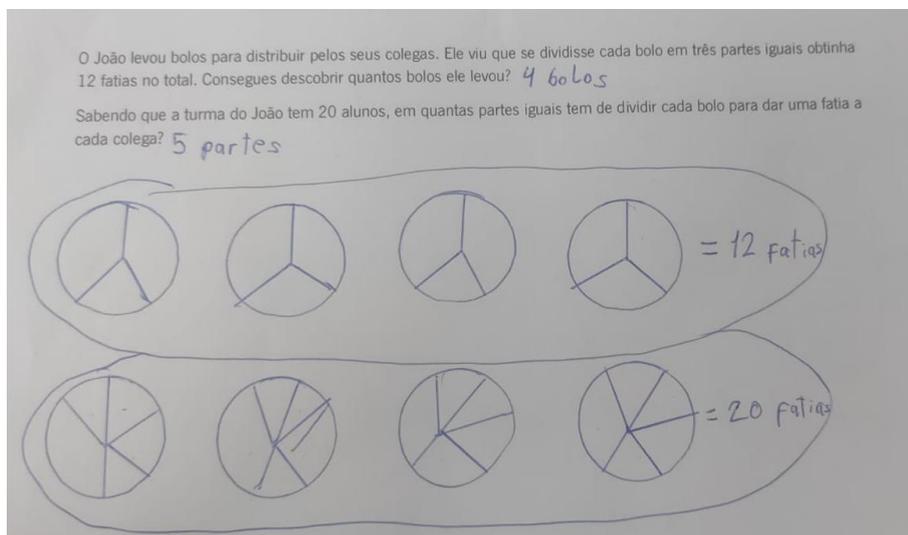


Figura 40 - Resolução do Fábio

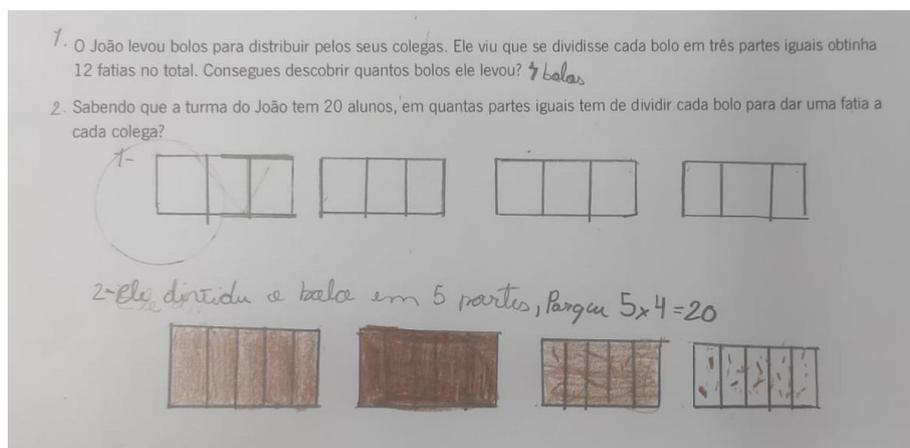


Figura 41 - Resolução da Francisca

Todos os alunos resolveram o problema com este tipo de representações, conseguindo chegar desta forma à solução. Depois de todos concluírem a tarefa, foram selecionados alguns alunos para se dirigirem ao quadro e explicarem como tinham resolvido o problema.

A última tarefa da sessão consistiu na formulação de um problema com base numa imagem. Esta formulação foi feita e entregue aos encarregados de educação para estes a resolverem. Esta tarefa permitiu incluir os encarregados de educação no processo de ensino-aprendizagem e motivar os alunos para a formulação. Os alunos estavam bastante entusiasmados para saber se os pais iriam conseguir resolver o problema que eles construíram. Na aula seguinte os alunos trouxeram as respetivas resoluções já com as correções feitas pelos alunos. O feedback foi muito positivo porque os alunos sentiram-se no lugar de um professor.

### Reflexão

Depois de uma primeira sessão um pouco desmotivadora para os alunos, a segunda sessão mostrou-se muito mais prazerosa para os mesmos. Os alunos mostraram algumas dificuldades, mas com pequenas pistas conseguiram facilmente concluir a resolução do problema. O trabalho de grupo também mostrou, mais uma vez, ser uma estratégia bastante enriquecedora para os alunos, na medida em que os alunos com menos dificuldades conseguiram ajudar os alunos com mais dificuldades e cada um dar o seu contributo para a aprendizagem.

Percebeu-se com estas duas primeiras sessões que estes alunos apresentam muitas dificuldades em muitos conteúdos matemáticos. Pressupõe-se que o facto de muitos alunos não terem frequentado o sistema de ensino português desde novos gerou grandes atrasos na aprendizagem. Em conversa com um aluno prova-se que o sistema de ensino que ele frequentou é bastante diferente do sistema de ensino em Portugal (ver Transcrição 15).

Professora: Já conseguiram resolver o problema?

João: Nossa, professora! Eu odeio matemática!

Professora: Porquê? Há alguma coisa que não estejas a perceber?

João: Isso aqui é muito difícil. Lá no Brasil não havia esse negócio aí de frações. Lá era só contas de mais e menos

Professora: Há quanto tempo estás aqui em Portugal?

João: Não sei, mas faz mais de dois anos.

### **Transcrição 15** - Interação com o João

Percebe-se facilmente que este aluno teve um grande choque cultural que ainda não conseguiu ultrapassar. Este é o problema deste aluno e de grande parte da turma, pois a maioria dos alunos é de nacionalidade brasileira e apresenta bastantes dificuldades na disciplina de matemática e não só.

Serve isto para concluir que a turma apresenta bastantes dificuldades e que precisa de muito apoio por parte do professor. É necessário adequar o grau de dificuldade das tarefas aos alunos em questão e dar-lhes mais tempo para a realização das mesmas.

### **4.2.3. Sessão 3**

#### Descrição

Uma vez que a docente cooperante tinha abordado recentemente alguns conteúdos relacionados com amplitude dos ângulos, esta pediu que se construísse tarefas que incluíssem esta temática. Nesta sessão os alunos resolveram um problema que implicava a utilização do transferidor e formularam um problema também relacionado com a temática dos ângulos.

O problema exigia que os alunos, utilizando o transferidor, desenhassem um ângulo de  $120^\circ$  a partir do ponteiro de um relógio. Desta forma, os alunos teriam de averiguar qual a hora resultante da rotação do ponteiro dos minutos. A primeira grande dificuldade passou por posicionar corretamente o transferidor. Apenas dois alunos conseguiram posicionar corretamente, os restantes necessitaram de ajuda para o fazer. Depois de o transferidor estar bem posicionado, quase todos os alunos tiveram dificuldade em medir o ângulo e colocar o ponteiro no sítio certo. Ultrapassadas estas duas dificuldades relacionadas com a temática, existiu uma outra dificuldade, a leitura das horas no relógio. Esta última não estava, de todo, prevista. Sempre se partiu do princípio de que os alunos sabiam ler as horas no relógio analógico. Pelo contrário, apenas dois alunos conseguiram fazê-lo. Quando este problema foi construído, nunca se pensou que gerasse tantas dúvidas, pelo contrário, pensou-se que talvez seria um pouco fácil por incluir

conteúdos programáticos de anos anteriores. Contudo, com muito apoio do professor, os alunos conseguiram resolver o problema (ver **Figura 44** - Resolução da Isabel e Figura ).

No início da aula de Matemática, a Joana olhou para o relógio e eram 17:50h, tal como representado na imagem a seguir.



No fim da aula, o Miguel viu as horas e disse que o ponteiro dos minutos tinha andado  $120^\circ$ . A que horas terminou a aula?

R: A aula terminou às 6:10.

**Figura 43** - Resolução da Inês

No início da aula de Matemática, a Joana olhou para o relógio e eram 17:50h, tal como representado na imagem a seguir.



No fim da aula, o Miguel viu as horas e disse que o ponteiro dos minutos tinha andado  $120^\circ$ . A que horas terminou a aula?

A aula acabou as 18:10.

**Figura 44** - Resolução da Isabel

No que diz respeito à tarefa de formulação de problemas, foram apresentados aos alunos quatro ponteiros em posições diferentes e foi pedido que formulassem um problema que incluisse de alguma forma a amplitude dos ângulos. Os alunos tiveram alguma facilidade em realizar esta tarefa e todos conseguiram fazê-la (ver Figura 42 e Figura 43).

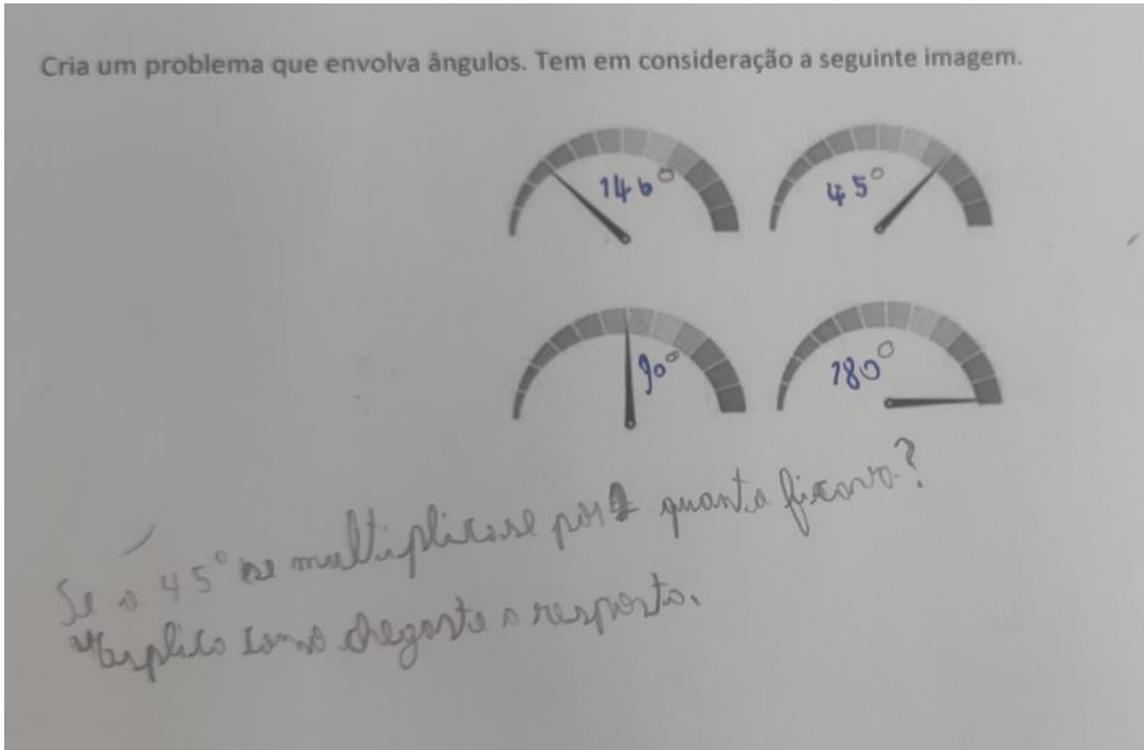


Figura 42 - Formulação da Maria

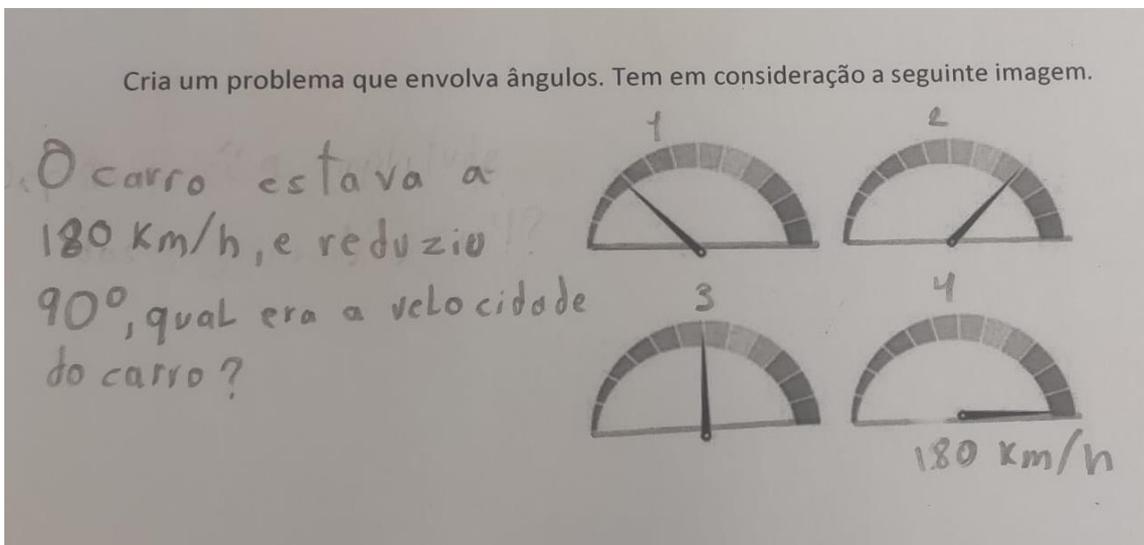


Figura 43 - Formulação do Carlos

## Reflexão

Nesta sessão percebeu-se que existem muitas dificuldades que se prendem não só com conteúdos abordados recentemente, mas também com conteúdos presentes no Programa de Matemática do 2.º ano do Ensino Básico. Isto foi motivo de grande preocupação, pois é difícil aprender novos conteúdos sem saber os anteriores. Desta forma, foi necessário recuar e relembrar conceitos que já deveriam estar consolidados, mas que devido à mudança de sistema de ensino não aconteceu.

### **4.2.4. Sessão 4**

## Descrição

Como forma de concluir a implementação deste projeto no 2.ºCiclo, escolheu-se levar para a sala de aula dois problemas, um relacionado com a amplitude dos ângulos e outro relacionado com frações. Para terminar a aula e, por coincidência, o ano letivo, foi colocado um problema com um contexto real.

O primeiro problema consistiu em identificar a proposição verdadeira da falsa. O objetivo deste problema era perceber se os alunos conseguiam ordenar frações com denominadores diferentes. Os resultados foram bastante positivos. Logo após a leitura do problema, os alunos desenharam imediatamente a pizza e representaram a quantidade comida por cada personagem (ver Figura 44 e Figura 45). No entanto, alguns erros de divisão em partes iguais trouxeram algumas dificuldades. Uma afirmação exigia a divisão da pizza em três partes e a outra em seis partes. Muitos alunos não conseguiram fazer de imediato a divisão correta, pelo que precisaram do apoio do professor para esta tarefa. Depois das pizzas bem divididas, os alunos chegaram facilmente à proposição falsa, justificando corretamente. É de evidenciar que dois alunos utilizaram outra estratégia de resolução, que passou por colocar as duas frações com o mesmo denominador e ordená-las segundo o respetivo numerador.

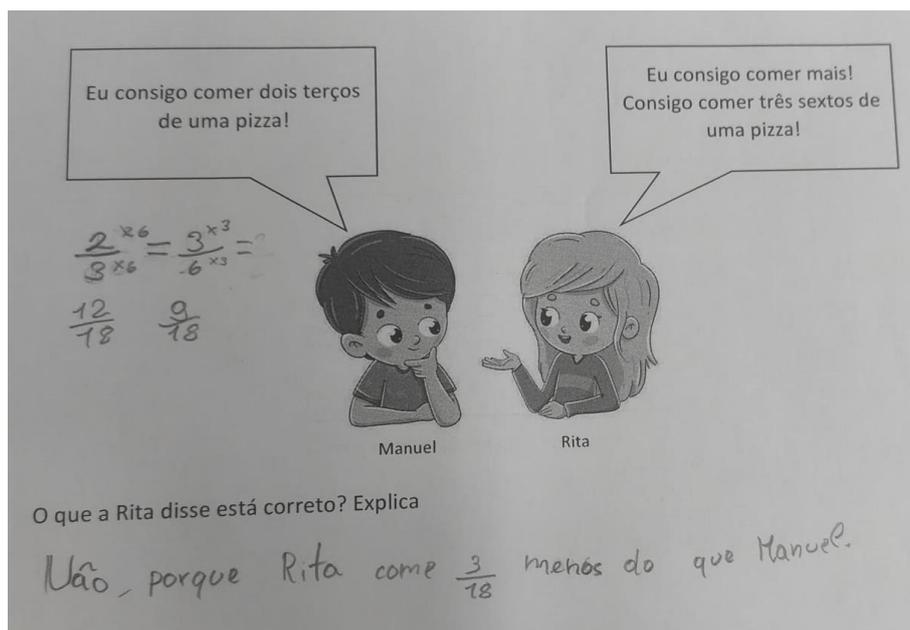


Figura 44 - Resolução do António

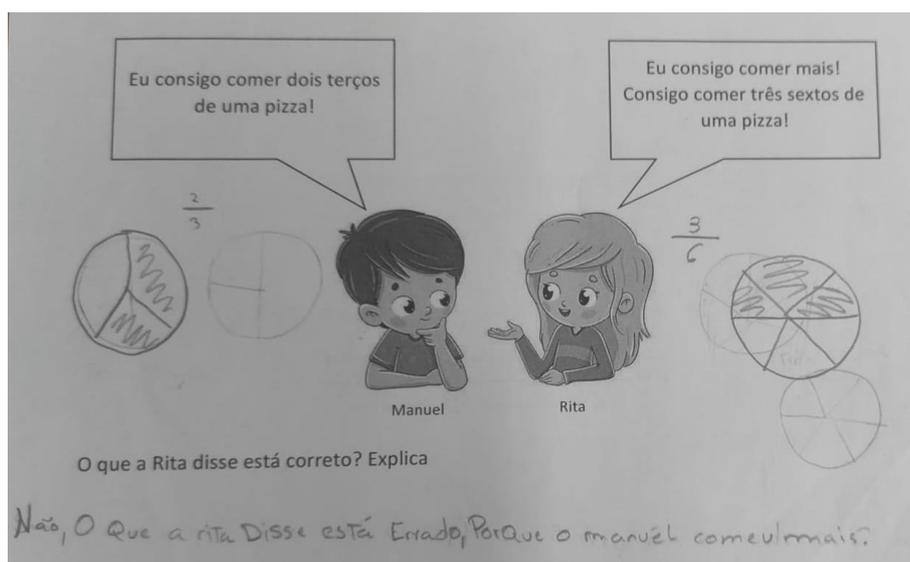


Figura 45 - Resolução da Francisca

O segundo problema consistia mais uma vez em medir a amplitude do ângulo formado pelo movimento do ponteiro de uma balança. A primeira grande dificuldade surgiu com a designação de “meio quilo”. Muitos alunos não conseguiram quantificar meio quilo, pelo que necessitaram da ajuda do professor para o fazer. Ao longo do restante problema foram surgindo pequenas dúvidas que foram facilmente

esclarecidas, quer pelo professor, quer pelos elementos do grupo. Neste problema notou-se menos dificuldades em posicionar o transferidor de forma correta, um aspeto muito positivo a reter.

Devido a um erro de impressão, existiram duas soluções deferentes, relacionadas com a estratégia de resolução utilizada. Os alunos que utilizaram o transferidor obtiveram um ângulo com amplitude de  $140^\circ$  (ver Figura 48). No entanto, alguns alunos utilizaram outra estratégia de resolução igualmente válida, mas obtiveram um ângulo com amplitude de  $135^\circ$  (ver Figura 46 e Figura 47). As duas estratégias foram aceites, mas foi explicado o erro que estava na origem da diferença de soluções.

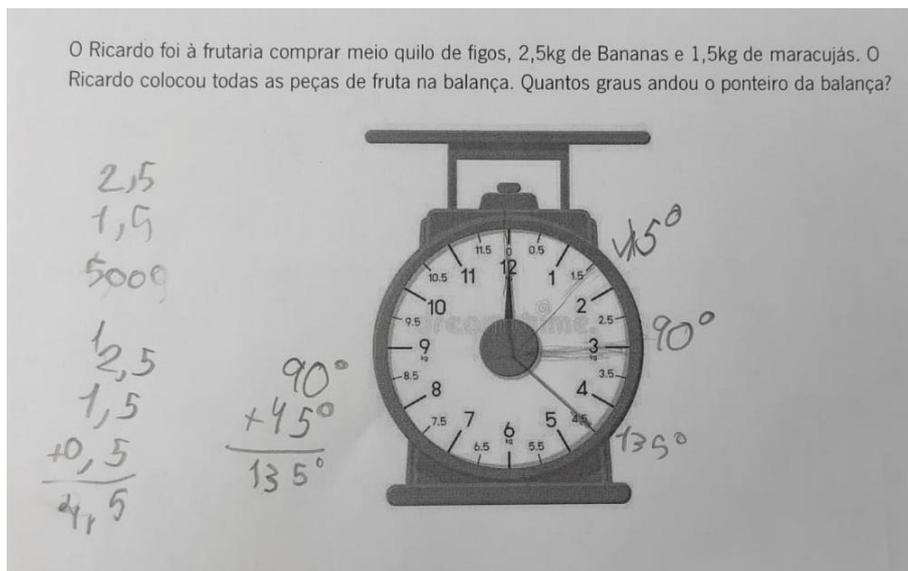


Figura 46 - Resolução da Isabel

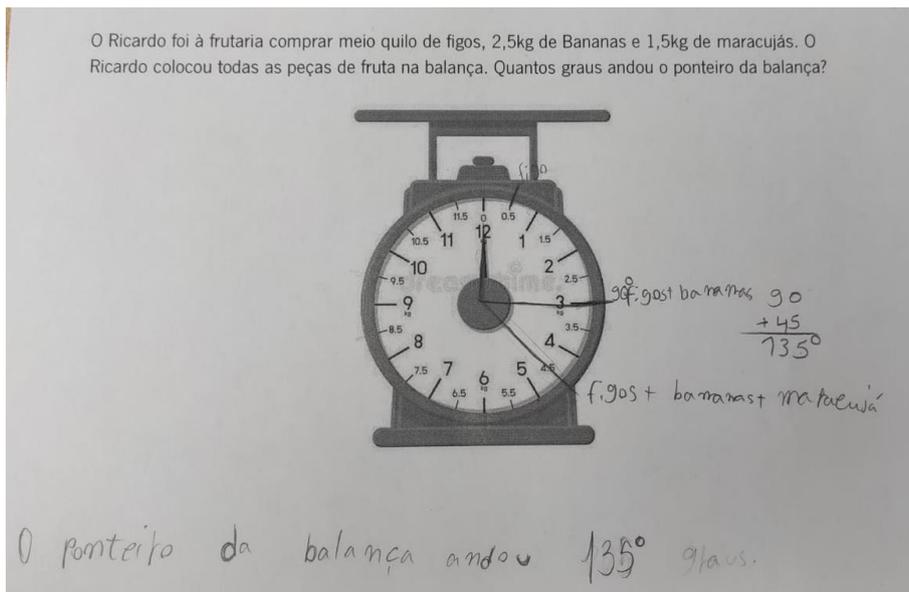


Figura 47 - Resolução do Carlos

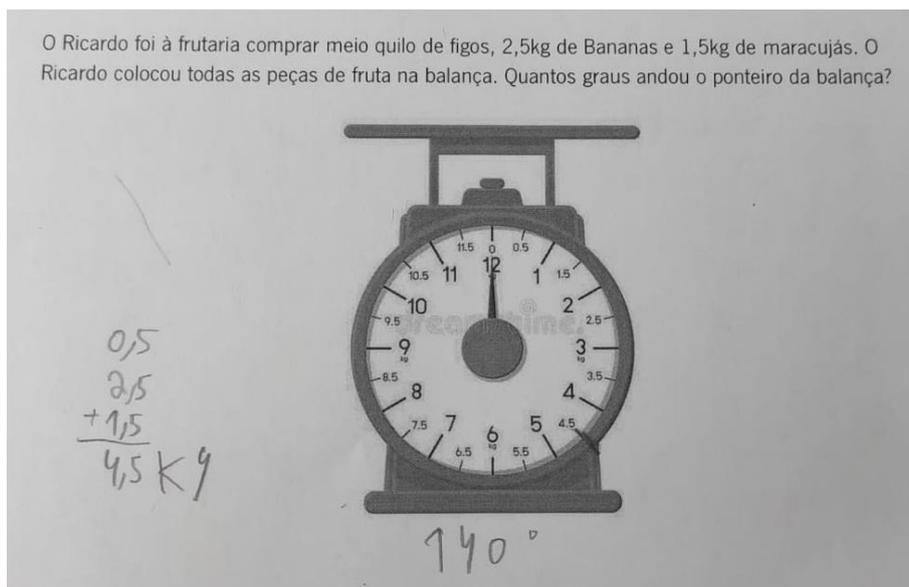


Figura 48 - Resolução da Inês

Por último, e como forma de encerramento do ano letivo, foi levado um bolo para a sala de aula (ver Figura 51). Apresentado o bolo, foi pedido aos alunos que, em grande grupo, decidissem a melhor forma de dividir o bolo sabendo que o bolo deveria ser dividido pelas funcionárias, pelos professores presentes e pelos alunos (ver Figura 49). Assim, os alunos contaram o número de pessoas que iriam comer o bolo

e representaram no quadro a forma como deveria ser feita a divisão do mesmo. Existiu alguma discussão em torno da melhor estratégia, mas em grande grupo apresentaram a decisão final e passaram finalmente à divisão real do bolo (ver Figura 50). Foram distribuídas tarefas e todos os alunos participaram no corte e distribuição do bolo (ver Figura 52 e Figura 53). Os alunos mostraram grande entusiasmo em resolver este problema, o que os motivou muito para a aprendizagem. No fim, todos comeram a sua fatia na sala de aula enquanto socializavam uns com os outros.



**Figura 49** - Apresentação e discussão das diferentes estratégias de resolução

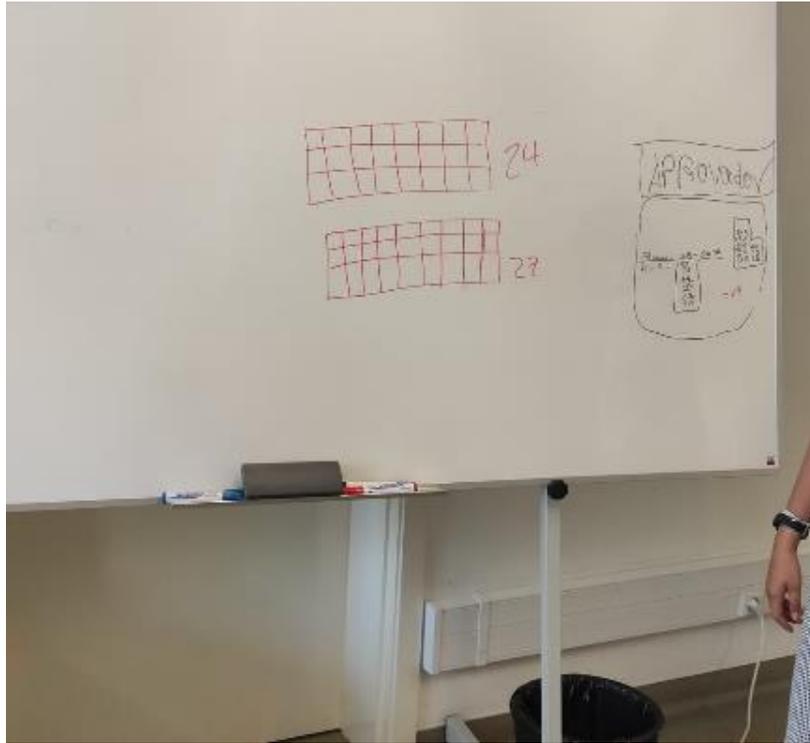


Figura 50 - Apresentação da estratégia elegida.



Figura 51 - Bolo da turma



Figura 52 - Divisão feita pelos alunos



Figura 53 - Distribuição do bolo

E foi desta forma que terminaram as sessões deste projeto e o ano letivo para os alunos do Estudo 2.

### Reflexão

Esta última sessão deste estudo foi fechada com chave de ouro, a maioria dos alunos mostraram poucas dificuldades em resolver os dois primeiros problemas apresentados, continuando a existir alunos com dificuldades nos conteúdos programáticos abrangidos pelos problemas oferecidos. No entanto, os alunos utilizaram estratégias de resolução como esquemas e desenhos para conseguirem resolver os problemas. A última tarefa de resolução revelou-se uma fonte de motivação, pois retratava um problema real e permitiu que os alunos festejassem o final do ano letivo. O entusiasmo com esta última tarefa foi grande, e contou com a participação ativa de todos os alunos, motivando-os para a resolução de problemas, problemas esses que muitos alunos revelaram não gostar desde o início da implementação. Este desagrado prende-se com o elevado grau de exigência do ensino português em relação à experiência prévia que trazem de outros países.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSÕES

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões tiradas com a implementação deste projeto, procurando responder às questões de investigação. Efetuam-se ainda algumas reflexões sobre o projeto, apresentam-se as suas maiores limitações, discutem-se as implicações educacionais do mesmo e apresentam-se sugestões para futura investigação destes assuntos.

## **5.1. Conclusões**

É importante agora relembrar as questões de investigação colocadas no início deste projeto e procurar dar-lhes uma resposta.

### **5.1.1. Como é que os alunos resolvem os problemas?**

Ao longo das intervenções, os alunos dos Estudos 1 e 2 tiveram oportunidade de contactar com problemas de processo, de cálculo e abertos (ver Boavida et al., 2008). Para além disto, todos os problemas apresentados permitiam a utilização de mais do que uma estratégia, tornando a resolução de problemas mais vantajosa (Gomes, 2006), criando aos alunos a oportunidade de resolver o problema de diversas formas e partilhar essas resoluções.

Todos os alunos dos Estudos 1 e 2 foram incentivados a explicar as suas estratégias de resolução e partilhá-las com os restantes colegas, o que permitiu desenvolver a comunicação matemática e conhecer outras estratégias de resolução para o mesmo problema. A este respeito Boavida et al. (2008) salientam que a comunicação na aula baseada na partilha de ideias matemáticas, permite a interação de cada aluno com as ideias expostas por outros para se poder apropriar delas e aprofundar as suas. Também Ponte e colegas (2007) sublinham que o desenvolvimento da capacidade de comunicação é considerado um objetivo curricular muito importante. A criação de oportunidades de comunicação é uma vertente essencial no trabalho de sala de aula. Os mesmos autores acrescentam ainda que a comunicação deve ter um lugar destaque na aula, pois é através da discussão que os alunos confrontam as suas estratégias de resolução de problemas e identificam os raciocínios produzidos pelos seus colegas. (Ponte et al., 2007)

O facto de terem sido proporcionados momentos de trabalho de grupo motivou os alunos para a aprendizagem e permitiu desenvolver capacidades de resolução de problemas e comunicativas. Leitão et al. (1997) afirma que o trabalho de grupo é uma oportunidade de o aluno se exprimir e desenvolver a

sua capacidade de comunicar matematicamente. O facto de os alunos do Estudo 1 não estarem habituados a trabalhar em grupo, fez com que não tirassem todo o proveito desta metodologia nas primeiras sessões. No entanto, com o decorrer das sessões, foi notória a evolução dos alunos na dinâmica do trabalho de grupo. Os alunos do Estudo 2 já estavam bastante habituados a trabalhar em grupo por isso conseguiram, desde o início, partilhar ideias com os colegas e aprender uns com os outros, tirando partido da partilha de estratégias de resolução.

Foi visível a evolução dos alunos mediante o contacto com a resolução de problemas. Os alunos do Estudo 1 iniciaram este projeto sem nenhuma conceção de problema e terminaram com a apresentação e explicação de diferentes estratégias de resolução. Este facto sustenta a ideia de que os alunos, ao longo deste trabalho, adquiriram novos conceitos, como o de problema e de resolução de problemas. Já os alunos do Estudo 2 começaram o projeto com algumas conceções de problema, que foram expandidas ao longo das sessões, alargando o seu conhecimento sobre os tipos de problemas. A intervenção realizada permitiu ainda incentivar a partilha e discussão das diferentes estratégias de resolução em grande grupo, enriquecendo o seu conhecimento neste âmbito. Ponte et al. (2007) afirmam que a resolução de problemas constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos matemáticos.

### **5.1.2. Como é que os alunos formulam os problemas?**

À semelhança da resolução de problemas, os alunos foram incentivados a formular problemas de diferentes formas. Realizaram sempre as tarefas a pares, possibilitando a colocação do problema formulado ao colega para que este último encontrasse uma solução. Nenhum dos alunos tinha contactado anteriormente com a formulação de problemas, por isso foi uma atividade completamente nova. Seria expectável que os alunos do Estudo 1, por serem do 1.º ano de escolaridade, nunca tivessem contactado com a formulação de problemas, no entanto, o caso fica mais preocupante quando o mesmo acontece no 2.º Ciclo. Era expectável que os alunos de 5.º ano já tivessem tido algum contacto com a formulação de problemas, mesmo que pouco, contudo, tal não se verificou.

Ao longo da intervenção, os alunos começaram a familiarizar-se com esta dinâmica e a perceberem o que era pedido. Todos os alunos gostaram desta atividade porque permitia-lhes, de certa forma, colocarem-se no lugar do professor e criar um problema para o colega responder. Para além disto, os alunos mostraram ter grande criatividade na construção do contexto do problema. Vale et al. (2015)

afirma que a formulação de problemas permite aumentar os níveis de motivação nos alunos, sendo encorajados a investigar.

### **5.1.3. Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas?**

Os alunos do 1.º ano sentiram mais dificuldades em explicar o seu raciocínio e a sua estratégia oralmente e por escrito, pelo facto de não saberem escrever, não conseguirem expressar o que idealizavam e por não estarem habituados a fazer este tipo de tarefas. Era perceptível que tinham vontade de escrever ou legendar as suas produções, no entanto não o conseguiam fazer. Contudo, o professor foi dando alguns conselhos para simplificar esta tarefa. Foi sugerido que os alunos fizessem desenhos ou esquemas para representar a situação e assim ultrapassar os obstáculos da escrita. Dificuldades desta natureza foram identificadas por Miranda e Mamede (2023) num estudo com alunos do 1º ano de escolaridade, direccionado para a temática das estratégias de resolução de problemas, tendo-se notado uma evolução positiva, no decorrer do estudo.

Os alunos de 6.º ano apresentaram mais dificuldades na resolução dos problemas por não estarem no total domínio de alguns conceitos matemáticos essenciais à resolução. Contudo, o professor foi relembrando esses conteúdos em paralelo com a resolução, o que permitiu, na maioria dos casos, que os alunos conseguissem chegar à solução dos problemas. As lacunas dos alunos no domínio dos conceitos matemáticos constituíram um obstáculo permanente à resolução de alguns problemas. Esta falta de preparação destes alunos pode ter sido causada pela diversidade da origem da maior parte dos alunos, dado que a turma reuniu muitos alunos recém-chegados de outros países, que não haviam frequentado o 1.º Ciclo em Portugal. A dificuldade dos alunos na resolução de problema, pelo facto de haver lacunas nos conceitos matemáticos, está já documentada na literatura, em estudos prévios realizados neste âmbito. Teixeira (2020) menciona a importância dos alunos resolverem problemas como forma de os ajudar a clarificar as suas dificuldades na aprendizagem da matemática.

### **5.1.4. Quais as dificuldades manifestadas pelos alunos na formulação de problemas?**

A maior dificuldade dos alunos do 1.º Ciclo na formulação de problemas foi formular o problema e colocar a pergunta. Inicialmente, os alunos criavam um problema, desenvolviam o contexto do problema, mas nunca colocavam a questão ao colega. Com a intervenção do professor, esta dificuldade foi ficando para trás. Miranda e Mamede (2022) também identificaram dificuldades desta natureza num estudo com

alunos do 1.º ano centrado na formulação de problemas. Uma outra dificuldade sentida foi o facto de quase todos os alunos do 1º ano colocarem a pergunta do problema formulado e darem de imediato a resposta ao problema por eles formado, para mostrar que sabiam responder. Apesar desta dificuldade ir diminuindo com o decorrer das intervenções, ainda existiram alunos que formulavam o problema, colocavam a questão ao colega de trabalho e não conseguiam aguardar pela resposta do colega, respondendo de imediato à questão colocada por ele mesmo. Estas dificuldades parecem estar apenas identificadas nos estudos com alunos mais novos, do 1.º ano.

Outros estudos realizados com crianças do 1.º Ciclo, de outros anos de escolaridade (ver Martins et al., 2019), identificaram dificuldades com a diversidade de problemas de cálculo, apresentando sempre o mesmo tipo de problemas. A respeito da diversidade dos problemas formulados, estes estudos destacam também a semelhança dos problemas formulados com os problemas presentes no manual escolar.

À semelhança das dificuldades sentidas na resolução de problemas, os alunos do 2.º Ciclo sentiram dificuldades em formular problemas que exigiam conteúdos em que eles não estavam confortáveis. O facto de os alunos terem apresentado dificuldades acentuadas no que diz respeito a conteúdos matemáticos, comprometeu frequentemente a formulação de problemas propostos. À semelhança do que acontecia com a resolução de problemas, a lacuna dos alunos no âmbito do conhecimento matemático, impediu-os de conseguirem formular problemas sobre assuntos do currículo para aqueles níveis de escolaridade. A este respeito, Almeida (2018) sublinha que a formulação de problemas é um ótimo instrumento para avaliação do conhecimento dos alunos na medida que expõem a sua capacidade de articular e aplicar o seu conhecimento matemático. Também Martins (2016) destaca a ideia de a formulação de problemas pode constituir um bom instrumento para aprofundar conhecimentos e melhorar a perceção do tópico que se está a estudar.

Analogamente ao que aconteceu com os alunos do 1.º ano de escolaridade, também os alunos do Estudo 2 revelaram fraca diversidade dos problemas formulados, sendo estes frequentemente semelhantes aos problemas presentes no manual escolar. Esta dificuldade em diversificar o tipo de problemas formulado foi também identificada por Martins et al. (2019), que referem que os alunos tendem a formular problemas semelhantes aos do manual.

## 5.2. Reflexão

Ao longo deste projeto foi tida a oportunidade de contactar com diferentes contextos e implementar estas duas metodologias tão importantes para o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Este contacto permitiu perceber a diversidade que existe entre crianças da mesma idade e do mesmo contexto social. Foram encontradas crianças com bastantes dificuldades na área da matemática, mas também crianças com grandes facilidades. Foi necessário adaptar a metodologia a cada contexto e a cada criança para que estas tirassem o máximo proveito.

Apesar do trabalho de grupo ter trazido um conjunto de benefícios para os alunos, estes momentos foram difíceis de gerir no início da intervenção. Os alunos estavam muito pouco habituados a resolver tarefas em grupo, o que dificultou, inicialmente, a realização das tarefas. Contudo, esta metodologia deixou de ser nova para os alunos e passou a ser habitual, permitindo tirar todo o partido desta estratégia.

A realização deste projeto permitiu perceber a eficácia da resolução e formulação de problemas para o ensino da matemática, pois foi visível a evolução das crianças, facto que foi muito gratificante de observar.

## 5.3. Implicações educacionais

A implementação deste projeto permitiu trazer para a sala de aula a resolução e formulação de problemas, metodologias nunca adotadas anteriormente nos contextos em questão. As tarefas de resolução de problemas permitiram que os alunos desenvolvessem competências neste âmbito e estimulassem o seu raciocínio e as suas capacidades comunicativas. Mamede (2009) considera que “a resolução de problemas constitui também um meio favorável ao desenvolvimento da comunicação matemática” (p.10). Para além disto, este tipo de tarefas motivou os alunos para a aprendizagem e incentivou o gosto pela matemática. A resolução de problemas ultrapassa os limites da matemática e chega até ao quotidiano dos alunos, pois é um tema transversal e visto por muitos como uma ferramenta imprescindível à vida social. Vale (2000) considera que a resolução de problemas, para além de ajudar a resolver os problemas do quotidiano, também desenvolve processos e capacidades de pensamento essenciais ao desenvolvimento de qualquer indivíduo, mostrando que a resolução de problemas é transversal a todas as disciplinas, não só destinada ao ensino da matemática.

A formulação de problemas complementa e anda a lado da resolução de problemas. Este tipo de tarefas desenvolve a criatividade dos alunos e ao mesmo tempo a motivação para a aprendizagem. Por tudo isto, a resolução e formulação de problemas deve estar presente em todas as salas de aula, sendo o professor um importante mediador da aprendizagem (Boavida et al., 2008).

O estudo aqui apresentado constitui uma evidência de que a integração da resolução e formulação de problemas nas práticas de ensino e aprendizagem da matemática no 1º ano de escolaridade é uma possibilidade real.

#### **5.4. Limitações do Estudo**

A maior limitação deste estudo foi, sem dúvida, o número de sessões implementadas no segundo ciclo. Um conjunto de fatores externos impediram a concretização das sessões planeadas para a implementação deste projeto. Por este motivo, não foi possível realizar a avaliação diagnóstica nem a avaliação final, pois o tempo disponibilizado foi muito reduzido. Também teria sido importante passar mais tempo com os alunos para os conhecer melhor e perceber as dificuldades de cada um. Para além disto, seria essencial aumentar o número de sessões dedicadas à formulação de problemas que não foi conseguido neste estudo. No entanto, todos os esforços foram feitos no sentido de amenizar esta falta de tempo e dar continuação a este projeto.

#### **5.5. Recomendações para futuras investigações**

Para futuras investigações recomenda-se o alargamento do tempo de implementação do projeto. Um período mais alargado favoreceria a aprendizagem dos alunos, na medida em que permitiria que o professor conhecesse melhor as dificuldades dos alunos e entrevisse com mais sessões. Desta forma, os alunos teriam acesso a uma maior diversidade e quantidade de problemas de forma a combater quaisquer dificuldades.

## CAPÍTULO VI

### 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, P. (2018). *Formulação de problemas: um estudo com alunos dos 3.º e 4.º anos*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2012). *Metas Curriculares: Ensino Básico – Matemática*. Ministério da Educação e Ciência.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., Timóteo, M., Damião, H. & Festas, I. (2013). *Programa de Matemática: Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bonotto, C. & Santo, L. (2015). On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In Cai, J. (ed), *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*, (pp. 103-124). Springer.

Charles, R. & Lester, F. (1986). *Mathematical problem solving*. Springhouse: Learning Institute

DGE. (2018). *Aprendizagens essenciais de Matemática – 1.º ano*. Lisboa: Ministério da Educação/Direcção-Geral da Educação

English, L., Lesh, R. & Fennewald, T. (2008). Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of problem solving abilities. In: *11th International Congress on Mathematical Education*. Monterrey, Mexico.

Fonseca, L. (1997). Processos utilizados na resolução de problemas por futuros professores de matemática. In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coord.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 39-70). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas.

Fonseca, K. (2012). Investigação-Ação: Uma Metodologia para a Prática e Reflexão Docente. *Revista Onis Ciência*, 1(2), 16-31.

Gomes, A. (2006). *MAT 1C: desafio à matemática. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Braga: IE.

Kantowski, M. (1977). *Processes Involved in Mathematical Problem Solving*. Journal for Research in Mathematics Education, 8(3), pp. 163-180. National Council of Teachers of Mathematics

Leitão, A. & Fernandes, H. (1997). Trabalho de grupo e aprendizagem cooperativa na resolução de problemas por futuros professores de matemática. In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coord.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 99-128). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas.

Lester, F. & Garofalo, J. (1985). *Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical*. Journal for Research in Mathematics Education, 16(3). pp. 163- 176. National Council of Teachers of Mathematics.

Lester, F. (1997). Mathematics teacher education at Indiana university: twenty-five years of innovative practice. In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coord.), *Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspectivas* (pp. 190-202). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas.

Lester, F. (2013). *Thoughts About Research On Mathematical Problem-Solving Instruction*. The Mathematics Enthusiast, 10(1), Article 12.

Lester, F. (n.d.). *Issues in Teaching Mathematical Problem Solving in the Elementary Grades*. Mathematics Education Department - Indiana University.

Lopes, C. (2002). *Estratégias e métodos de resolução de problemas em matemática*. Porto: ASA Editores.

Mamede, E. (2009). Sobre práticas de ensino no 1.º ciclo. In Mamede, E. (Coord.), *Matemática: Tarefas para o novo programam, 1.º Ciclo*. (pp. 9-20). Porto: AEME.

Mamede, E. (2009). Sobre práticas de ensino no 2.º ciclo. In Mamede, E. (Coord.), Alves, B., Sousa, F. & Cebolo, V., *Matemática: Tarefas para o novo programam, 2.º Ciclo*. (pp. 11-22). Porto: AEME.

Martins, B. (2016). *Formulação de problemas na aprendizagem de tópicos matemáticos do 1º e 2º ciclos do ensino básico*. Braga: IE.

- Martins, B., Viseu, F. & Menezes, L. (2019). *Formulação de problemas matemáticos na aprendizagem de números racionais por alunos do 4.º ano de escolaridade*. Revista Educação Matemática em Foco.
- Medeiros, K. & Dos Santos, A. (2007). Uma Experiência Didáctica com a Formulação de Problemas Matemáticos. *ZETETIKÉ*, 15(28), 87-118.
- Miranda, P. (2019). *Estratégias de Resolução de Problemas e Formulação de Problemas – Um estudo nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico*. Braga: IE
- Miranda, P. & Mamede, E. (2022). *Appealing to Creativity Through Solving and Posing Problems in Mathematics Class*. Acta Scientiae, 24(4), 109-146.
- Miranda, P. & Mamede, E. (2023). *Construindo estratégias de resolução de problemas com crianças de 6 a 7 anos de idade*. Educação e Pesquisa, (vol. 49), 1-27.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. NCTM.
- Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coord.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 159-188). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas
- Vale, I. e Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In Palhares, P., *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel.
- Palhares, P. & Gomes, A. (2005). *MAT 1C: desafios para um novo rumo. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Braga: IE.
- Pereira, S. (2017). *A Resolução de Problemas numa Ótica Interdisciplinar*. Braga: IE
- Pinheiro, S. (2013). *A criatividade na resolução e formulação de problemas: uma experiência didática numa turma do 5º ano de escolaridade*. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Pólya, G. (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*.

Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático* (2ª edição). Editora Interciencia.

Ponte, J.P., Matos, M., & Abrantes, P. (1953). *Investigação em educação matemática: implicações curriculares*. Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J.P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Posamentier, A. & Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3–6: powerful strategies to deepen understanding*. Corwin

Posamentier, A. & Krulik, S. (2015). *Problem-Solving Strategies in Mathematics: From Common Approaches to Exemplary Strategies* (Vol.1). World Scientific: Singapore.

Santos, S. (2016). *Inventar e Resolver Problemas: estratégias de aprendizagem matemática com crianças do 1.º ciclo do ensino básico*. Braga: IE.

Silver, E. (1987). Foundations of Cognitive Theory and Research for Mathematics Problem-Solving Instruction. In Schoenfeld, A. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp.33-60). Routledge

Stoyanova, E. (2003). *Extending students' understanding of mathematics via problem-posing*. Australian Mathematics Teacher, 59(2), (pp.32-40).

Vale, I. (1997). Desempenhos e concepções de futuros professores de matemática na resolução de problemas. In Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coord.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 1-37). Aveiro: Grupo de Investigação em Resolução de Problemas

Vale, I. (2000). *Didática da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Vale, I., Pimentel, T. & Barbosa, A. (2015). *Ensinar matemática com resolução de problemas*. *Quadrante*, 24(2), pp. 40-60.

Viseu, F., Fernandes, J. & Gomes, A. (2016). *A Resolução de Problemas de Geometria*. Lulu Raleigh, N.C.

Viseu, F., Fernandes, J. & Gomes, A. (2016). *A resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática*. Braga: Universidade do Minho.

Zawojewsk, J. & Lesh, R. (2003). A Models and Modeling Perspective on Problem Solving. In Lesh, R. & Doerr, H. (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. (pp. 317-336). Lawrence Erlbaum Associates.

Zawojewsk, J., Lesh, R. & English, L. (2003). Models and Modeling Perspective on the Role of Small Group Learning Activities. In Lesh, R. & Doerr, H. (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. (pp.337-358). Lawrence Erlbaum Associates.

## **CAPÍTULO VII**

### **7. ANEXOS**

## Anexo I

### Ficha de Avaliação Diagnóstica (Estudo 1)

A Joana precisa de 8 ovos para fazer um bolo. Ela tem 3 ovos. Quantos ovos precisa de comprar?

O Pedro plantou cenouras no seu quintal. Em cada dia crescem duas cenouras. Quantas cenouras tem o Pedro ao fim de 6 dias?

O João comprou um saco de rebuçados. Ele comeu 3 e ficou com 6 no saco. Quantos rebuçados tinha o João no início?

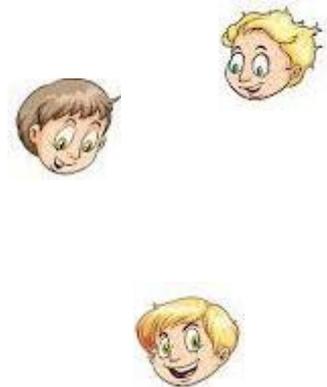
Cria um problema a partir da seguinte imagem.



## Anexo II

### 1.ª Sessão (Estudo 1)

O Tito e a Pipa foram à festa do seu amigo Oli. Quando chegaram cumprimentaram-se uns aos outros com um aperto de mão. Quantos apertos de mão deram os três amigos?



A Amélia também foi à festa do Oli. Quantos apertos de mão deram os quatro amigos?



A avó Maria tem galinhas e coelhos na sua quinta. Ela sabe que tem 4 cabeças de animais e que no total existem 10 patas. Quantas galinhas e quantos coelhos tem a avó Maria na sua quinta?

Observa a seguinte imagem. Cria um problema a partir da imagem e coloca-o ao teu colega.



## Anexo III

### 2.ª Sessão (Estudo 1)

Há muito, muito tempo, na noite de Natal, existiam três árvores junto do presépio: uma tamareira, uma oliveira e um pinheiro. Ao verem o Menino Jesus nascer, as três árvores quiseram oferecer-lhe um presente. A oliveira foi a primeira a oferecer, dando ao Menino Jesus as suas azeitonas. A tamareira, logo a seguir, ofereceu-lhe as suas doces tâmaras. Mas o pinheiro, como não tinha nada para oferecer, ficou muito infeliz. As estrelas do céu, vendo a tristeza do pinheiro, que nada tinha para dar ao Menino Jesus, decidiram descer e pousar sobre os seus galhos, iluminando e enfeitando o pinheiro. Quando isto aconteceu, o Menino Jesus olhou para o pinheiro, levantou os braços e sorriu! Reza a lenda que foi assim que o pinheiro sempre enfeitado com luzes foi eleito a árvore típica de Natal.

Cria um problema a partir da história que acabaste de ouvir. Coloca-o ao teu colega.

O João levou para a escola um saco com rebuçados. Encontrou o Paulo e deu-lhe 3 rebuçados. Depois viu a Ágata e deu-lhe 4 rebuçados. No fim, o Paulo ficou com 2 rebuçados. Quantos rebuçados tinha o João no início?

## Anexo IV

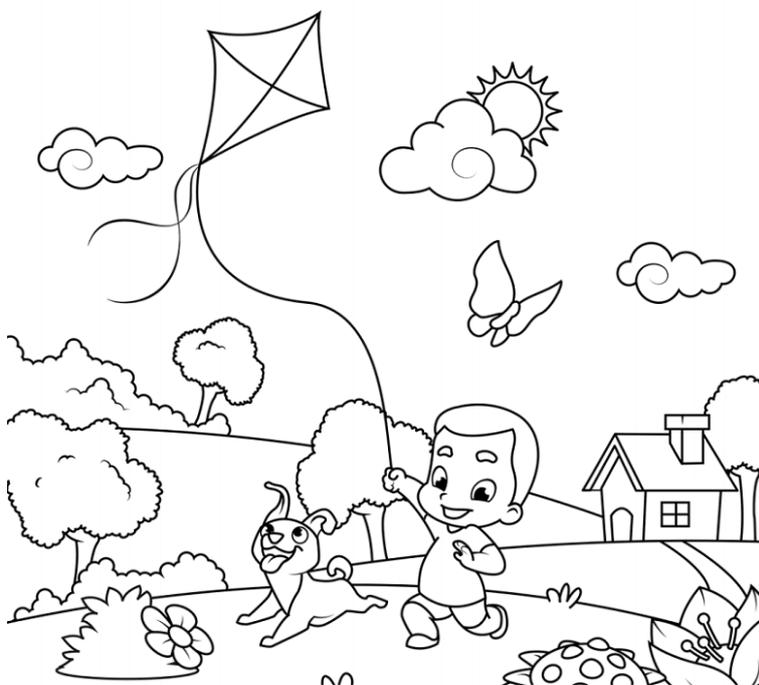
### 3.ª Sessão (Estudo 1)

Num autocarro estavam 12 crianças. Na primeira paragem saíram três crianças e entraram 2. Na 2.ª paragem saíram 5 e entraram 8. Quantas crianças ficaram no autocarro?

Todos os dias a Maria compra 2 pães. Quantos pães comprou a Maria ao fim de 6 dias?

A Joana comprou bananas e maçãs. Ao todo ela tinha 10 peças de fruta. Quantas maçãs comprou a Joana sabendo que tinha apenas 3 bananas?

Cria um problema a partir da seguinte imagem



## Anexo V

### 4.ª Sessão (Estudo 1)

Completa:

$$\text{Gelado Verde} + \text{Gelado Verde} + \text{Gelado Verde} = 6$$

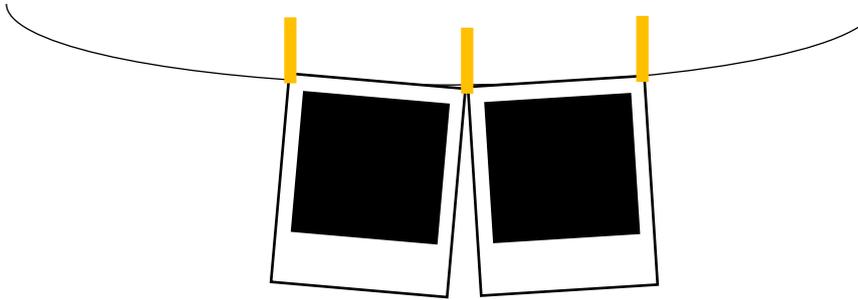
$$\text{Gelado Verde} + \text{Gelado Amarelo} + \text{Gelado Amarelo} = 8$$

$$\text{Gelado Verde} + \text{Gelado Amarelo} + \text{Gelado Azul} = 9$$

A Maria foi comprar um gelado. Ela podia escolher um dos 4 sabores disponíveis, morango, chocolate, baunilha e manga. Podia ainda escolher se queria o gelado num copo ou num cone. Quantos gelados diferentes pode a Maria pedir?

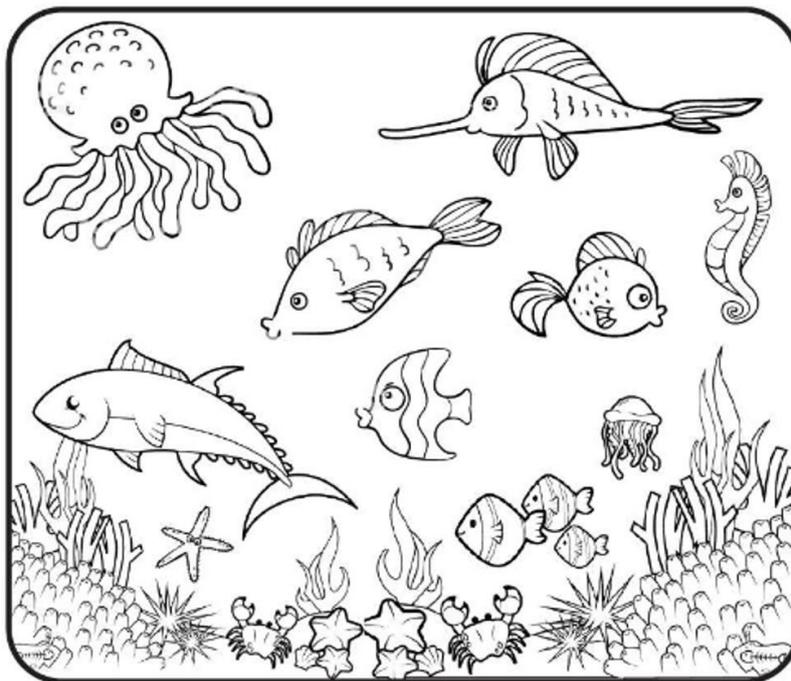
A Josefa preferiu escolher dois sabores para colocar num cone. Quantos gelados diferentes pode a Josefa escolher?

O André quer pendurar fotografias num fio. Ele precisa de 2 molas para pendurar uma fotografia. Mas apenas precisa de 3 molas para pendurar duas fotografias, como está representado na imagem a seguir.



Quantas molas precisa o André para pendurar cinco fotografias?

Cria um problema a partir da seguinte imagem



## Anexo VI

### Ficha de Avaliação Final (Estudo 1)

A Joana precisa de 8 ovos para fazer um bolo. Ela tem 3 ovos. Quantos ovos precisa de comprar?

O Pedro plantou cenouras no seu quintal. Em cada dia crescem duas cenouras. Quantas cenouras tem o Pedro ao fim de 6 dias?

O Tito e a Pipa foram à festa do seu amigo Oli. Quando chegaram cumprimentaram-se uns aos outros com um aperto de mão. Quantos apertos de mão deram os três amigos?

O João comprou um saco de rebuçados. Ele comeu 3 e ficou com 6 no saco. Quantos rebuçados tinha o João no início?

Cria um problema a partir da seguinte imagem.



## Anexo VII

### 1.ª Sessão (Estudo 2)

Quem sou?

Eu sou uma fração própria. O meu denominador é múltiplo de 3 e de 7. O meu numerador é primo.  
Quando sou simplificada torno-me um terço.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Pensa numa fração e não digas a ninguém!

Escreve um problema semelhante ao anterior.

## Anexo VIII

### 2.ª Sessão (Estudo 2)

Resolve o problema formulado pelo colega que está à tua direita.

O João levou bolos para distribuir pelos seus colegas. Ele viu que se dividisse cada bolo em três partes iguais obtinha 12 fatias no total. Consegues descobrir quantos bolos ele levou? Sabendo que a turma do João tem 20 alunos, em quantas partes iguais tem de dividir cada bolo para dar uma fatia a cada colega?

Enuncia um problema relacionado com a seguinte imagem e coloca-o ao teu encarregado de educação.

---

---

---

---

---

---

---



Mostra como chegaste à tua resposta.

## Anexo IX

### 3.ª Sessão (Estudo 2)

No início da aula de Matemática, a Joana olhou para o relógio e eram 17:50h, tal como representado na imagem a seguir.



No fim da aula, o Miguel viu as horas e disse que o ponteiro dos minutos tinha andado  $120^\circ$ . A que horas terminou a aula?

Cria um problema que envolva ângulos. Tem em consideração a seguinte imagem.



## Anexo X

### 4.ª Sessão (Estudo 2)



O que a Rita disse está correto? Explica

O Ricardo foi à frutaria comprar meio quilo de figos, 2,5kg de Bananas e 1,5kg de maracujás. O Ricardo colocou todas as peças de fruta na balança. Quantos graus andou o ponteiro da balança?

