

Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Rúben Manuel Ferreira Rodrigues

**Estudo de propriedades metrológicas
da moeda como melhoria da tecnologia
de validação automática**

outubro de 2022



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Rúben Manuel Ferreira Rodrigues

**Estudo de propriedades metrológicas
da moeda como melhoria da tecnologia
de validação automática**

Projeto de Dissertação
Mestrado em Engenharia e Gestão da Qualidade

Trabalho efetuado sob a orientação do
Professor Doutor João Pedro Mendonça

outubro de 2022

Direitos de Autor e Condições de Utilização do Trabalho por Terceiros

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição

CC BY

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço ao Engenheiro Carlos Alberto Costa, não só por ter aceitado ajudar-me no laboratório, mas especialmente pelo apoio constante e acompanhamento excepcional ao longo da elaboração da dissertação. A sua paciência, prestabilidade, determinação, e acima de tudo profissionalismo, são uma inspiração e sem dúvida são algo que eu vou guardar para o futuro.

Ao Professor Doutor João Pedro Mendonça, por me ter aceitado como seu aluno, o meu muito obrigado. A sua orientação, e acompanhamento foram essenciais ao longo da dissertação, bem como pelo incentivo para abordar o tema proposto.

Por fim, ao Sr. João Barbosa e a Dona Magda Sousa, pela disponibilização das instalações da sua empresa, pelo seu tempo dispensado e por disponibilizar o validador.

Declaração de Integridade

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 24 de outubro de 2022

Nome completo: Rúben Manuel Ferreira Rodrigues

Assinatura: Rúben Manuel Ferreira Rodrigues

Estudo de propriedades metroológicas da moeda como melhoria da tecnologia de validação automática

Resumo

A contrafação de moeda, peça metálica, é um problema grave, sendo prejudicial para as economias, para as empresas e para a população em geral. Na zona euro, a contrafação tem vindo a aumentar ano após ano, sobretudo nas moedas de 2 €.

Uma forma de controlo é o uso de validadores de moeda, capazes de distinguir moeda genuína de contrafeita. Estes sistemas operam com diversos sensores, capazes de reconhecer cada atributo (dimensional e físico) da moeda em análise. Contudo, com o avanço tecnológico, também a produção de moeda contrafeita se torna mais evoluída. Para garantir que estes validadores atuam de forma eficiente recorreu-se ao controlo metroológico, de modo a permitir uma comparação entre o resultado de ambos os métodos.

A abordagem utilizada, implicou o uso de uma amostra de 100 moedas, de 2 € tidas como genuínas, e três moedas *probe trial*. Todas estas, foram testadas pelo validador Azkoyen L66S, nas instalações da JD TECNIVENDING, e analisadas metrologicamente, com diversos equipamentos de medição, no laboratório de metrologia da Universidade do Minho.

O validador rejeitou 2 moedas, sendo que o resultado obtido no controlo metroológico para uma delas não permitiu justificar o porquê da sua rejeição. A outra moeda foi rejeitada devido às suas deformações no bordo. Ainda foi rejeitada uma terceira moeda, mas apenas numa das tentativas de validação, justificada com o controlo dimensional. No caso das moedas *probe trial*, todas foram rejeitadas pelo validador, sendo o sucedido justificado pelo controlo metroológico.

Em suma, este estudo contribuiu para um melhor conhecimento do processo de validação das moedas, redução da contrafação e informação da população sobre como identificar uma contrafação, através da identificação dos atributos e da metodologia apresentada pelo Banco de Portugal.

Palavras-chave: Atributos Moeda Euro; Contrafação de Moeda; Controlo Metroológico; Sensores; Validador.

Study of coin metrological properties as an improvement of automatic validation technology

Abstract

Currency, metal piece, counterfeiting is a severe problem, that damages economies, businesses, and the population in general. In the euro area, counterfeiting has been rising over the years, especially in the € 2 coins.

One form of control is the use of counterfeit currency validators, which are capable of distinguishing genuine coins from counterfeit one's. These systems operate with several sensors, capable of recognizing each attribute (dimensional and physical) of the currency under analysis. However, with technological advancement, also counterfeit currency becomes more developed. To ensure that these validators act efficiently, metrological control has also been used to allow a comparison between the result of the two methods.

The approach used, entailed the use of a sample of one hundred coins of € 2 considered as genuine samples, and three *probe trial* coins. All of these were tested by the validator Azkoyen L66S, at JD TECNIVENDING's facilities. And, with various metrological equipment, in the metrology laboratory at the University of Minho.

The validator rejected two coins, and for one of them the metrological control did not allow to justify the reasons of the rejection. The other coin was rejected due to its deformations on the edge. A third coin was still allowed, but only in one of the validation attempts, which can be justified by the dimensional control. In the case of the *trial probe* coins, all of them were rejected by the validator, and the metrological control sustains that.

In short, this dissertation contributes for a better knowledge of the coin validation process, reduction of counterfeit and inform the population on how to identify counterfeiting, by identifying the attributes and methodology presented by Banco de Portugal.

Keywords: Attributes Currency Euro; Counterfeiting of Currency; Metrological Control; Sensors; Validator.

Índice Geral

Resumo	vi
Abstract	vii
Índice Geral	viii
Índice de Figuras	xii
Índice de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xvi
Lista de Acrónimos	xix
1. Introdução	1
1.1. Enquadramento	1
1.2. Motivação	2
1.3. Objetivos	4
1.4. Metodologia de Pesquisa	5
1.5. Estrutura da Dissertação	6
2. Evolução da Moeda Metálica e suas Propriedades	8
2.1. O Surgimento da Moeda Metálica	8
2.1.1. História da Moeda	8
2.1.2. Moeda - Euro	9
2.1.3. Atributos e Características a Analisar em Suspeitas de Contrafação	13
2.2. Breve História da Contrafação de Moeda	16
2.3. Máquina de Venda - Validador e Sensores	17

2.3.1.	Evolução Histórica	17
2.3.2.	Caracterização dos Validadores	18
2.3.3.	Princípio de Funcionamento dos Principais Sensores Usados	21
3.	Definição das Propriedades de Medição	24
3.1.	Escolha da Moeda Alvo de Estudo	24
3.2.	Especificações Dimensionais da Moeda	24
3.3.	Processo de seleção da Amostra	25
4.	Resultados Obtidos com o Validador	29
4.1.	Características do Validador Azkoyen L66S	29
4.2.	Realização da Experiência	30
4.3.	Resultados da Validação	32
5.	Resultados Obtidos pelo Controlo Metrológico	36
5.1.	Grandezas de Influência	36
5.2.	Características Metrológicas do Diâmetro	36
5.2.1.	Seleção do Instrumento de Medição	36
5.2.2.	Determinação do Número de Medições Ótimas do Diâmetro	38
5.2.3.	Critérios de Medição do Diâmetro Médio	40
5.2.4.	Estimar a Incerteza Expandida do Diâmetro Médio	42
5.2.5.	Análise dos Resultados Obtidos na Medição do Diâmetro Médio	44
5.3.	Características Metrológicas da Espessura	46
5.3.1.	Seleção do Instrumento de Medição	46

5.3.2.	Determinação do Número de Medições Ótimas da Espessura	47
5.3.3.	Critérios de Medição da Espessura Média	49
5.3.4.	Estimar a Incerteza Expandida da Espessura Média	50
5.3.5.	Análise dos Resultados Obtidos na Medição da Espessura Média	51
5.4.	Características Metrológicas do Peso.....	54
5.4.1.	Seleção do Instrumento de Medição	54
5.4.2.	Determinação do Número de Medições Ótimas do Peso	55
5.4.3.	Critérios de Medição do Peso	56
5.4.4.	Estimar a Incerteza Expandida do Peso.....	57
5.4.1.	Análise dos Resultados Obtidos na Medição do Peso.....	58
5.5.	Características Metrológicas da Condutividade	60
5.5.1.	Valores de Referência da Condutividade do Núcleo e da Coroa.....	60
5.5.2.	Seleção do Instrumento de Medição	62
5.5.3.	Critérios de Determinação da Resistência do Núcleo e da Coroa	64
5.5.4.	Critérios de Determinação da Espessura do Núcleo e da Coroa.....	67
5.5.5.	Critérios de Determinação da Área do Núcleo e da Coroa.....	68
5.5.6.	Apuramento da Resistividade e da Condutividade do Núcleo e da Coroa.....	71
5.5.7.	Análise dos Resultados da Condutividade do Núcleo e da Coroa.....	72
6.	Breve Análise dos Resultados: Validação versus Controlo Metrológico	74
7.	Conclusões.....	78
	Referências.....	80

Apêndices.....	85
Apêndice 1 - Validação com o Validador Azkoyen L66S	85
Apêndice 2 - Medição do Diâmetro	86
Apêndice 3 - Medição da Espessura.....	89
Apêndice 4 - Medição do Peso.....	92
Apêndice 5 - Medição da Espessura do Núcleo	93
Apêndice 6 - Medição do Diâmetro do Núcleo.....	94
Apêndice 7 - Condutividade do Núcleo.....	95
Apêndice 8 - Condutividade da Coroa	98

Índice de Figuras

Figura 1 - Questão de pesquisa	4
Figura 2 - Metodologia de investigação	5
Figura 3 - Face comum da moeda euro (fonte: INCM, 2022b).....	10
Figura 4 - Face nacional da moeda euro (fonte: INCM, 2022b)	10
Figura 5 - Características físicas da moeda de 2 € (fonte: BCE, 2021c).....	11
Figura 6 - Características do material da coroa e núcleo (fonte: INCM, 2021).....	12
Figura 7 - Bordo da moeda de 2 €.....	12
Figura 8 - Relevo da moeda de 2 €.....	13
Figura 9 - Alinhamento do bordo de moedas de 2 € portuguesas	14
Figura 10 - <i>Microdots</i> moedas de 2 €.....	14
Figura 11 - Marcas de cunhagem da moeda euro	15
Figura 12 - Propriedades magnéticas da moeda de 2 €	15
Figura 13 - Componentes do validador de moedas.....	19
Figura 14 - Etapas de validação de uma moeda no validador (Fonte: Alfonso, et al., 2007; Grupo Azkoyen, 2000).....	20
Figura 15 - Cilindro e sensores (fonte: Alfonso, et al., 2007)	23
Figura 16 - Moeda de 2 € portuguesa de 2022.....	24
Figura 17 - Exemplo de demonstração dos algarismos significativos.....	26
Figura 19 - Moedas <i>probe trial</i> , cópias de moedas de 2 €, da amostra.....	27
Figura 18 - Elementos da amostra Ni	27
Figura 20 - Moedeiro com o validador Azkoyen L66S e a placa de interface	30
Figura 21 - Mensagem fornecida pelo display	31
Figura 22 - Modo de teste do validador Azkoyen L66S	31
Figura 23 - Médias de validação da experiência realizada com o validador	32
Figura 24 - Amostra N13, N20 e N86.....	33
Figura 25 - Comparação entre a moeda N86 e N32	34
Figura 26 - Bordo da moeda N32 e N86.....	35
Figura 27 - Taxa de aceitação de referência e taxas obtidas com amostra	35
Figura 28 - Micrómetro utilizado na medição do diâmetro	37
Figura 29 - Figura 4.1 Erros de medição (fonte: ASME PTC 19.1, 1998)	38

Figura 30 - Critérios de medição de Md_i'	41
Figura 31 - Critérios de medição de Md_i''	41
Figura 32 - Suporte de micrómetro	42
Figura 33 - Gráfico dos dados obtidos com a medição do diâmetro	45
Figura 34 - Micrómetro utilizado na medição das espessuras	47
Figura 35 - Critérios para obter Mei'	49
Figura 36 - Critérios para obter Mei''	49
Figura 37 - Gráfico dos dados obtidos com a medição da espessura	52
Figura 38 - Moedas com espessuras médias fora do limite de incerteza superior	53
Figura 39 - Balança de precisão utilizada nas pesagens das moedas	54
Figura 40 - Posição da moeda no prato da balança.....	56
Figura 41 - Gráfico dos dados obtidos com a medição do peso	59
Figura 42 - Multímetro utilizado na medição da resistência	63
Figura 43 - Projetor de perfis utilizado na medição do diâmetro do núcleo.....	63
Figura 44 - Seleção do modo de medição da resistência	65
Figura 45 - Processo para a determinação do zero	65
Figura 46 - Calibração do zero.....	65
Figura 47 - Medição da resistência da coroa e da resistência do núcleo	66
Figura 48 - Medição do núcleo da moeda	68
Figura 49 - Medição do diâmetro do núcleo, no eixo do x e no eixo do y	69
Figura 50 - Espaçamento entre o núcleo e a coroa	70
Figura 51 - Comparação de dados das moedas rejeitadas em pelo menos um dos parâmetros testados	75

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Moedas contrafeitas detetadas em circulação, 2016 - 2020 (adaptado de DG ECFIN, 2021).....	3
Tabela 2 – Especificação e exatidão das moedas euro (adaptado de BCE, 2021c; Jornal Oficial da União Europeia, 2005; VIM, 2012).....	25
Tabela 3 - Características de funcionamento do validador Azkoyen L66S (fonte: Grupo Azkoyen, 2000).....	29
Tabela 4 - Características do micrómetro utilizado no processo de medição do diâmetro.....	37
Tabela 5 - Medições, média e desvio padrão para mdi.....	39
Tabela 6 - Determinação de Mdi para o diâmetro (adaptado da <i>t-Student</i> da ASME PTC 19.1, 1998).....	40
Tabela 7 - Dados estatísticos das medições do diâmetro.....	43
Tabela 8 - Resultado e limites do diâmetro médio da amostra.....	43
Tabela 9 - Características do micrómetro utilizado no processo de medição da espessura.....	46
Tabela 10 - Medições, média e desvio padrão para mei.....	47
Tabela 11 - Determinação de Mei (autoria própria e <i>t-Student</i> da ASME PTC 19.1, 1998).....	48
Tabela 12 - Dados estatísticos das medições da espessura.....	50
Tabela 13 - Resultado e limites da espessura média da amostra.....	51
Tabela 14 - Características da balança de precisão utilizada no processo de pesagem.....	55
Tabela 15 - Pesagens, média e desvio padrão para mpi.....	56
Tabela 16 - Dados estatísticos do peso.....	57
Tabela 17 - Resultado e limites do peso da amostra.....	58
Tabela 18 - Condutividade de referência para o núcleo e para a coroa.....	61
Tabela 19 - Características do Multímetro (fonte: Metrix).....	62
Tabela 20 - Características do projetor de perfis usado.....	64
Tabela 21 - Resistência das moedas <i>probe</i>	67
Tabela 22 - Medição do diâmetro do núcleo das moedas <i>probe</i>	70
Tabela 23 - Valores médios obtidos para o cálculo da condutividade de N1 a N100.....	72
Tabela 24 - Validação efetuada com o validador Azkoyen L66S.....	85
Tabela 25 - Medição do diâmetro da moeda.....	86
Tabela 26 - Medição da espessura da moeda.....	89

Tabela 27 - Medição do peso das moedas	92
Tabela 28 - Medição da espessura do núcleo da moeda	93
Tabela 29 - Medição do diâmetro do núcleo da moeda	94
Tabela 30 - Condutividade do núcleo	95
Tabela 31 - Condutividade da coroa.....	98

Lista de Símbolos

A - Área

A_{c_i} - Área da coroa

A_{n_i} - Área do núcleo

A_{t_i} - Área total da moeda

B_D - Incerteza sistemática do diâmetro

B_E - Incerteza sistemática da espessura

B_P - Incerteza sistemática do peso

B_x - Incerteza sistemática

Cu - Cobre

\bar{D}_{103} - Diâmetro médio da amostra

D_i - Diâmetro médio

D_{n_i} - Diâmetro do núcleo

D_{nx_i} - Medição efetuada no eixo do x

D_{ny_i} - Medição efetuada no eixo do y

E - Espessura

\bar{E}_{103} - Espessura média da amostra

$E1_{n_i}$ - Medição 1 da espessura do núcleo

$E2_{n_i}$ - Medição 2 da espessura do núcleo

E_{c_i} - Espessura da coroa

E_i - Espessura média

$\overline{E_{n_i}}$ - Média da espessura do núcleo da amostra

E_{n_i} - Espessura do núcleo

g - Gramas

LL - Luc Luycx

LL_D - Limite de incerteza inferior do diâmetro

LL_E - Limite de incerteza inferior da espessura

LL_P - Limite de incerteza inferior do peso

LIS_D - Limite de incerteza superior do diâmetro

LIS_E - Limite de incerteza superior da espessura

LIS_P - Limite de incerteza superior do peso

$M1d_i$ - Medição 1 do diâmetro

$M1e_i$ - Medição 1 da espessura

$M2d_i$ - Medição 2 do diâmetro

$M2e_i$ - Medição 2 da espessura

$M3d_i$ - Medição 3 do diâmetro

$M3e_i$ - Medição 3 da espessura

$M4d_i$ - Medição 4 do diâmetro

$M4e_i$ - Medição 4 da espessura

m^2 - Metro quadrado

m - Metro

\overline{md} - Média do conjunto de medições do diâmetro

md_i - Conjunto de medições do diâmetro

Md_i - Número de medições ótimas para determinar o diâmetro

Md_i' - Primeira medição do diâmetro

Md_i'' - Segunda medição do diâmetro

\overline{me} - Média do conjunto de medições da espessura

me_i - Conjunto de medições da espessura

Me_i - Número de medições ótimas para determinar a espessura

Me_i' - Primeira medição da espessura

Me_i'' - Segunda medição da espessura

mm - Milímetros

\overline{mp} - Média do conjunto das pesagens

mp_i - Conjunto de pesagens

Mp_i - Número de pesagens ótimo para determinar o peso

N_i - Amostra de moedas a selecionar

Ni - Níquel

\overline{P}_{103} - Peso médio da amostra

P_i - Peso

r - Raio

R - Resistência

R_D - Resultado para o diâmetro

R_E - Resultado para a espessura

R_p - Resultado para o peso

R_{c_i} - Resistência da coroa

R_{n_i} - Resistência do núcleo

S_x - Desvio padrão experimental da amostra

S_D - Desvio padrão do diâmetro

S_E - Desvio padrão da espessura

S_p - Desvio padrão do peso

s_{md} - Desvio padrão do conjunto de medições do diâmetro

S_{me} - Desvio-padrão do conjunto de medições da espessura

S_{mp} - Desvio padrão do conjunto das pesagens

t_x - *t-Student*

$U_{95\%}$ - Estimação da incerteza expandida

$U_{D95\%}$ - Incerteza expandida do diâmetro para 95 %

$U_{E95\%}$ - Incerteza expandida da espessura para 95 %

$U_{P95\%}$ - Incerteza expandida do peso para 95 %

$V1_i$ - Validação 1

$V2_i$ - Validação 2

$V3_i$ - Validação 3

VCV - Valor convencionalmente verdadeiro

VCV_d - Valor convencionalmente verdadeiro do diâmetro

VCV_e - Valor convencionalmente verdadeiro da espessura

VCV_p - Valor convencionalmente verdadeiro do peso

V_i - Validação média

$(\bar{x} - \mu)$ - Exatidão

Zn - Zinco

σ - Condutividade

σ_{c_i} - Condutividade da coroa

σ_{n_i} - Condutividade do núcleo

$\sigma_{c_{ref}}$ - Condutividade de referência da coroa

$\sigma_{n_{ref}}$ - Condutividade de referência do núcleo

ε_j - Erro aleatório de uma medição

€ - Euro

°C - Graus Celsius

= - Igual

μm - micron

Ωm - ohm metro

% - Percentagem

π - Pi

ρ - Resistividade

ρ_{c_i} - Resistividade da coroa

ρ_{n_i} - Resistividade do núcleo

$\rho_{c_{ref}}$ - Resistividade de referência da coroa

$\rho_{n_{ref}}$ - Resistividade de referência do núcleo

Lista de Acrónimos

BCE - Banco Central Europeu

BP - Banco de Portugal

CE - Comissão Europeia

UE - União Europeia

VIM - Vocabulário Internacional de Metrologia

1. Introdução

1.1. Enquadramento

Conceptualmente a moeda é um conceito vasto, mas neste caso a moeda em análise corresponde ao valor monetário cunhado em uma peça metálica (Priberam Dicionário, 2022). A moeda desde o seu surgimento até à atualidade, teve sempre um papel fundamental no funcionamento das economias, sendo utilizada como meio de troca, reserva de valor e unidade de medida (Banco Central Europeu [BCE], 2011).

Com a introdução do euro (€) como moeda única, a União Europeia (UE) passou a usufruir de diversos benefícios económicos, bem como, usufruir de uma moeda mais estável, fiável e segura (BCE, 2021a). Porém, mesmo esta sendo segura, a contrafação tem vindo a ser recorrente ao longo dos últimos anos, tornando o seu combate uma preocupação constante por parte das entidades responsáveis. Só no ano de 2020, foram retirados de circulação 364 094 € ilícitos, em moedas de 2 € (Direcção Geral dos Assuntos Económicos e Financeiros [DG ECFIN], 2021).

De modo a garantir que as moedas recebidas e recolocadas em circulação são genuínas, segundo o Regulamento n.º 44/2009 da Comissão Europeia (CE), de 18 de dezembro de 2008 (Jornal Oficial da União Europeia, 2009), as instituições de crédito, agências de câmbio e qualquer outra instituição que intervenha a título profissional na distribuição de moeda, está obrigada a realizar triagens às mesmas. Estas devem ser realizadas por validadores de moedas certificados, os quais são aprovados e testados pelo Centro Nacional de Análise de Moeda ou pelo *European Technical & Scientific Centre*. A aquisição deste tipo de validadores é muito dispendiosa, uma vez que integram sensores e componentes eletrónicos de última geração, também eles dispendiosos, mas que permitem uma confiabilidade de quase 100 % (CTcoin).

No entanto, existem outros validadores de uso quotidiano e menos dispendiosos, por integrarem sensores e componentes eletrónicos de menor custo, encontrados em máquinas de venda automática de bebidas/comida, compra de bilhetes, ou outros que o justifiquem. Estes validadores estão munidos de componentes eletrónicos, como microprocessadores, sensores óticos, eletromagnéticos, acústicos e de impacto, que em conjunto permitem uma avaliação rápida dos vários atributos das moedas (Alfonso, et al., 2007).

Embora a tecnologia tenha permitido um grande progresso dos validadores, com certeza o engenho também permitiu a evolução no domínio da contrafação. Pelo que, é essencial garantir que os validadores não certificados realizem, de forma confiável, a distinção entre uma moeda genuína e outra contrafeita. É com este propósito que esta dissertação, através da aplicação da metrologia dimensional aos atributos das moedas e às suas características bem como o estudo dos sensores que integram os validadores da moeda metálica, neste trabalho consideraremos apenas os não certificados, incidindo no estudo da reprodutibilidade, uma vez que é variada uma das condições de medição (a moeda) e do grau de confiabilidade dos mesmos (Vocabulário Internacional de Metrologia [VIM], 2012).

1.2. Motivação

O presente trabalho encontra motivação na validação da moeda, peça metálica, mas para isso o oposto, a sua contrafação, tem contribuído para o seu estudo, melhorias, inovações e aperfeiçoamento ao longo do tempo. Com efeito a contrafação tem uma longa história, existindo desde o início do uso da moeda. Nos dias de hoje, esta é ainda uma prática corrente, sendo apreendidos todos os anos centenas de moedas contrafeitas (Finlay & Francis, 2019).

Entre 2016 e 2020 foram detetados em circulação, segundo o relatório da Direção Geral dos Assuntos Económicos e Financeiros (2021), um total de 1 615 690,50 € ilícitos. Na tabela 1, pode ser consultado o número de moedas, de cada tipo, apreendidas.

Como pode ser constatado a maior parte das moedas apreendidas são de 2 €, tendo vindo a aumentar ano após ano o número de contrafações, registando-se um total de 734 769 moedas apreendidas. Pelo contrário, a contrafação de moedas de 50 cêntimos e 1 €, tem vindo a diminuir.

Devido a estes dados fará sentido que o foco da dissertação apenas recaia sobre as moedas de valor facial de 2 €.

Posto isto, o problema de investigação desta dissertação, está associado ao aumento da moeda contrafeita ao longos dos anos.

Tabela 1 - Moedas contrafeitas detetadas em circulação, 2016 - 2020 (adaptado de DG ECFIN, 2021)

Ano	Moedas de 50 cent	Moedas de 1 €	Moedas de 2 €	Total de Moedas	Valor em €
2020	15 648	12 700	182 087	210 429	384 698
2019	19 851	14 523	168 349	202 727	361 146,5
2018	27 095	17 062	146 463	190 622	323 535,5
2017	30 355	19 065	120 726	170 149	275 694,5
2016	30 268	21 194	117 144	168 612	270 616
Total	123 217	84 544	734 769	942 539	1 615 690,5

Este aumento deu-se, devido ao uso de técnicas de produção semelhantes às usadas na cunhagem oficial de moeda. A técnica mais comum é o processo de estampagem, que consiste em moldagem de chapas metálicas por pressão, usando uma prensa de estampagem. Este processo permite produzir um maior número de contrafações e a sua deteção só é possível, devido aos defeitos presentes nas moedas contrafeitas serem característicos das ferramentas usadas na estampagem (DG ECFIN, 2021).

Contudo, existem outras variantes de contrafação de moeda, as quais estão associados ao desenvolvimento sofisticado de novas técnicas de produção, ferramentas, materiais ou metodologias (DG ECFIN, 2021).

Portanto, deste problema de investigação, surgiu a questão de pesquisa apresentada na figura 1.



Figura 1 - Questão de pesquisa

Em paralelo à questão de pesquisa principal podem ser definidas as seguintes subquestões.

“Qual a identificação dos atributos que são controlados pelos validadores?” Para responder a esta questão, é necessário conhecer o tipo de sensores que o integram e o seu princípio de funcionamento.

“Como esses atributos podem ser analisados metrologicamente?” Para qual, é necessário identificar quais os instrumentos de medição que mais se adequam e quantas medições são necessárias realizar para garantir a fiabilidade da medição.

É com base nestas questões, que esta dissertação irá desenvolver o estudo da reprodutibilidade e do grau de confiabilidade dos validadores não certificados.

1.3. Objetivos

1. Identificar os atributos das moedas a controlar pelos validadores;
2. Apresentar e caracterizar metrologicamente os sensores usados nos validadores;
3. Otimizar o número de medições por atributo e selecionar os equipamentos adequados para controlo metrológico;
4. Fazer o controlo metrológico dos atributos da moeda de 2 €;
5. Identificar as causas da não conformidade, com base na comparação entre os dados obtidos com o validador e com o controlo metrológico.

1.4. Metodologia de Pesquisa

O caminho do conhecimento científico não é único, podendo ser seguidos diversos percursos, não havendo um infalível. O procedimento e técnicas seguidas pelo pesquisador, têm em conta os objetivos propostos para o estudo. Após uma descrição da motivação do projeto, pode-se dizer que a metodologia de investigação seguida é uma espiral com várias etapas. Sendo apresentada de forma simples e resumida, na figura 2.

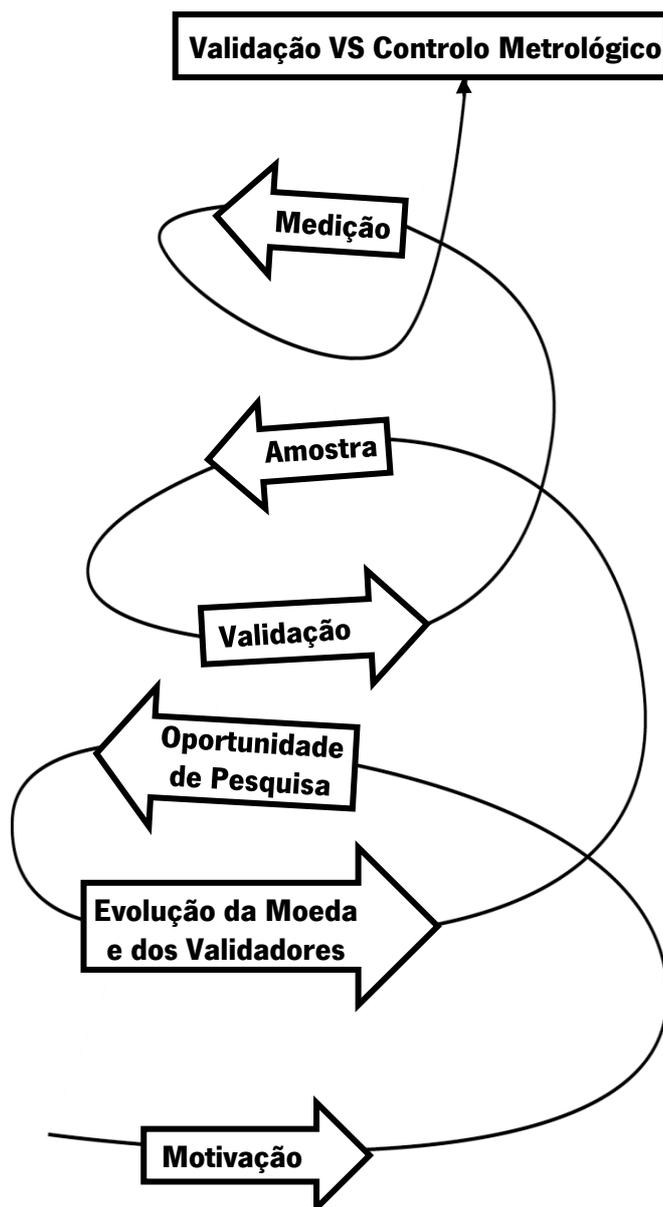


Figura 2 - Metodologia de investigação

A metodologia a ser seguida durante o projeto, começa com a definição da oportunidade de pesquisa, para justificar a pertinência do tema.

De seguida, estudou-se a evolução da moeda, a fim de compreender a progresso da moeda metálica até ao uso do euro, levando às características e atributos que permitem a distinção entre a moeda genuína e a contrafeita, existente ao longos dos anos. Ainda neste ponto, é dado a conhecer a história dos validadores não certificados, bem como as suas características e sensores que os integram.

A execução da fase de validação e medição, implicou previamente a definição de uma amostra, sendo esta composta por cem moedas de 2 €, recolhidas diretamente junto de entidades bancárias, e de três moedas *probe trial*, cópias legais de moedas de 2 €.

Já no processo experimental com o validador, realizou-se a testagem de toda a amostra, através da passagem desta, uma a uma, três vezes pelo validador.

O controlo metrológico, consistiu na medição dos diversos atributos, das moedas, analisados pelos validadores. Estas foram conseguidas através da definição de métodos e do uso de diversos equipamentos, incluindo um projetor de perfis e dois micrómetros com resolução de 0,001 mm, uma balança com resolução de 0,0001 g e um multímetro.

Na etapa final, o foco principal consiste na comparação entre a experiência com o validador e o controlo metrológico, procurando justificar, com o controlo metrológico, as causas da aceitação ou rejeição dos elementos da amostra pelo validador.

1.5. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação está organizada em capítulos: (1) Introdução; (2) Evolução da Moeda Metálica e suas Propriedades; (3) Definição das Propriedades de Medição; (4) Resultados Obtidos com o Validador; (4) Resultados Obtidos pelo Controlo Metrológico; (5) Breve Análise dos Resultados: Validação versus Controlo Metrológico; e por último, (6) Conclusões.

O primeiro capítulo, é composto pelo enquadramento e motivação para a realização desta dissertação, bem como os objetivos e a metodologia da pesquisa adotada no presente trabalho.

O segundo capítulo diz respeito ao conhecimento da história da moeda metálica, a sua origem, as primeiras moedas portuguesas, a moeda euro, os atributos e características que permitem distinguir moedas genuínas de contrafeitas, incluindo a história da contrafação. E por último, é dada a conhecer a história das máquinas de venda, que levaram ao surgimento dos validadores, onde, por sua vez, são apresentados as suas características e o princípio de funcionamento dos seus sensores.

O terceiro capítulo, subdivide-se em três partes, a seleção da moeda em estudo, as suas especificações dimensionais e nas considerações e justificação para o tamanho da amostra, bem como o processo de obtenção desta.

Por seu turno, o quarto capítulo, apresenta todos os procedimentos efetuados durante a realização da experiência efetuada com o validador.

O quinto capítulo, divide-se em cinco secções, onde começa por apresentar as grandezas de influência e a formulação dos processos, técnicas e modelos matemáticos usados para efetuar a medição do diâmetro, espessura, peso e condutividade.

No sexto capítulo, são comparados os dados obtidos no quarto e quinto capítulo.

Por fim, são apresentadas as principais conclusões da investigação e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2. Evolução da Moeda Metálica e suas Propriedades

2.1. O Surgimento da Moeda Metálica

2.1.1. História da Moeda

As primeiras moedas metálicas têm origem há milhares de anos, no século VII a.C., na antiga região da Lídia, atual Turquia. Estas eram produzidas em electro, uma liga metálica de ouro e prata, produzidas em diversas simetrias.

Contudo, a sua disseminação deu-se quando a moeda foi adotada pelos gregos. A colonização de territórios, ao longos dos anos, os mercadores e os mercenários gregos, fizeram com que a moeda se fosse espalhando por vários territórios, chegando também ao Norte de África, à Península Ibérica, entre outros locais.

É sobre a influência dos gregos, que os romanos começam a cunhar as suas primeiras moedas no século IV a.C., substituindo o uso de pedaços de metal, que valiam consoante o seu peso.

Na China, a moeda surgiu um pouco depois do seu surgimento no Ocidente, contudo esta não tinha a forma de disco, como as moedas ocidentais, eram pequenas pás e facas feitas em bronze. Só mais tarde, no século IV a.C. é que foram introduzidos os discos de bronze com um furo no meio.

Uma vez que a moeda era um meio adequado às necessidades económicas e financeiras das sociedades e também uma forma de expressão política, religiosa, propagandista, então permitiu que esta fosse continuamente usada até aos dias de hoje (Vieiria, 2017).

2.1.1.1. A Moeda em Portugal

Portugal produziu as suas primeiras moedas no reinado de D. Afonso Henriques, o “dinheiro”, uma moeda de bolhão feita em uma liga de cobre e prata (Matriz, 2022).

Ao longo dos anos, as moedas foram evoluindo no que diz respeito aos materiais usados na sua produção, bem como as imagens que eram cunhadas, sendo estas alteradas consoante as dinastias ou o rei em governação, levando a serem chamadas de réis. É de notar que, já no reinado de D. Sancho I, as moedas apresentavam sinais ocultos para impedir a contrafação (Couto, 2022).

A história da produção de moedas portuguesas, divide-se em duas fases. A primeira até cerca de 1678, era apenas manual, com o recurso a cunhos para gravação e à força humana. A segunda fase, surge após esta data e prolonga-se até aos dias de hoje, com a produção realizada através de máquinas (Imprensa Nacional - Casa da Moeda [INCM], 2022a).

Com a Implantação da República, em 1910, as moedas utilizadas até então, os réis, foram substituídas, dando lugar à cunhagem dos escudos (Revista Moeda, 2016).

Mais recentemente, em 2002, o escudo deu lugar ao euro, passando Portugal a usar a mesma moeda que vários países da UE.

2.1.2. Moeda - Euro

O euro é a moeda usada, desde 1 de janeiro de 2002, na área euro, composta atualmente por 19 dos 27 Estados-membros da UE, incluindo os departamentos ultramarinos, ilhas e territórios que estão associados a estes. Para além dos Estados-Membros, o euro também é usado pelos microestados de Andorra, Mónaco, São Marino e Cidade do Vaticano, através da celebração de um acordo formal com a CE (BCE, 2021b).

Relativamente à emissão de moeda, em oposto à emissão das notas que são apenas emitidas pelo Banco Central Europeu (BCE), a emissão destas é da responsabilidade dos Estados-Membros participantes no Eurosistema, coordenados pela Comissão Europeia (Banca D'Italia, 2021).

No caso português, as moedas, são emitidas pelo Estado, produzidas pela Imprensa Nacional Casa da Moeda e postas em circulação pelo Banco de Portugal (BP). Porém, a aprovação do volume de moedas emitidas, cabe ao BCE (Banco de Portugal [BP], 2021a).

Independentemente de onde tenha sido produzida, a moeda corrente tem curso legal em todos os países da área euro, sendo obrigatória a sua aceitação (BP, 2021b).

Como podemos observar na figura 3, a face comum do €, é composta, por oito denominações diferentes 1, 2, 5, 10, 20 e 50 cêntimos, 1 e 2 €.



Figura 3 - Face comum da moeda euro (fonte: INCM, 2022b)

Em termos visuais, é de destacar que a face comum é igual em todas as moedas emitidas pelos Estados-Membros, contendo o valor facial, a designação “Euro” ou “EURO Cent”, o mapa da europa, as doze estrelas da bandeira da UE e a insígnia LL, que representa o nome do autor do desenho da moeda, Luc Luycx (BP, 2021c; INCM, 2021).

A face nacional das moedas correntes é diferente em cada Estado-Membro, como pode ser verificado na figura 4, onde são apresentadas algumas dessas moedas.



Figura 4 - Face nacional da moeda euro (fonte: INCM, 2022b)

Esta face, é composta pelo ano de cunhagem, a indicação do país emissor e os motivos nacionais mais importantes circundados pelas doze estrelas da bandeira da UE.

No que diz respeito ao bordo da moeda, este funciona como protetor da sua superfície, bem como meio identificativo da denominação da moeda para deficientes visuais (BP, 2011).

2.1.2.1. Cunhagem da Moeda Euro

Relativamente ao ciclo de produção de moeda, este é composto por três fases.

A primeira fase trata-se dos discos metálicos, material fundamental no processo, pois são o componente que após a cunhagem darão origem à moeda final, e que respeitam diversas especificações técnicas.

Por sua vez, a segunda fase são os cunhos, utilizados em prensas mecânicas, que exercem uma força superior a 100 toneladas por pancada. Isto é possível, porque antes de os cunhos serem utilizados, são sujeitos a tratamentos térmicos que lhes oferecem resistência e só posteriormente recebem o desenho.

Por último, é efetuada a cunhagem da moeda onde são gravados as duas faces e o bordo (BP, 2022a).

2.1.2.2. Caracterização da Moeda de 2 €

As características físicas da moeda de 2 €, podem ser encontradas na figura 5, onde são apresentados os valores do diâmetro, espessura e peso.



Figura 5 - Características físicas da moeda de 2 € (fonte: BCE, 2021c)

Já na figura 6, são apresentadas as características do material que compõem a coroa, em cuproníquel e o núcleo composto por três camadas de metal, latão níquel, níquel e latão níquel.

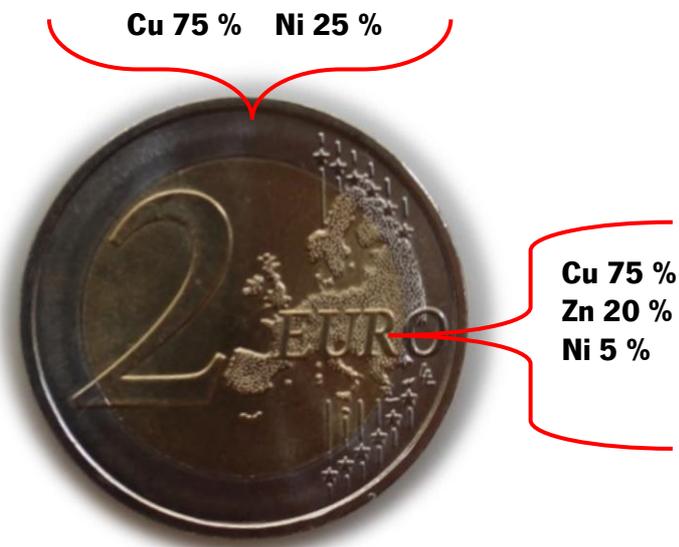


Figura 6 - Características do material da coroa e núcleo (fonte: INCM, 2021)

Por último, temos o bordo da moeda de 2 €, formado por um serrilhado saliente, uniforme e fino. Para aumentar a fiabilidade da moeda e dificultar a contrafação, cada Estado-Membro definiu a adoção de uma inscrição no bordo composta por caracteres / símbolos, de dimensões reduzidas, uniformes e bem definidos, figura 7 (BP, 2022b; BP, 2022c).

Visto que, a inscrição é embutida antes do processo de cunhagem e o serrilhado é efetuado durante a cunhagem, então a inscrição não se pode encontrar cortada pelo serrilhado.



Figura 7 - Bordo da moeda de 2 €

2.1.3. Atributos e Características a Analisar em Suspeitas de Contrafação

Em caso de suspeita de contrafação e para garantir a genuinidade das moedas, os procedimentos básicos recomendados pelo BP são adotar a metodologia “Tocar - Observar - Verificar”, que permite rapidamente averiguar os diversos elementos de segurança existentes em cada moeda (BP, 2022b).

2.1.3.1. Tocar

Começando pela análise ao toque, podemos aferir que o relevo das duas superfícies é precisamente traçado em ambas as faces, no valor (1), no mapa (2), na face nacional (3) e no bordo da moeda, tal como assinalado na figura 7 e 8. O contraste entre o relevo dos desenhos e o resto da superfície, são um aspeto fundamental para garantir a sua autenticidade (BP, 2022b).



Figura 8 - Relevo da moeda de 2 €

2.1.3.2. Observar

A moeda, apresenta um ciclo de vida elevado, devido ao baixo desgaste sofrido, permitindo a sua circulação por vários anos. Contudo, durante a sua observação, deve ser tido em conta que podem existir diversas alterações na sua aparência, devido às condições de circulação e da possibilidade de se tratar de uma contrafação ou falsificação (BP, 2022b). Entende-se por contrafação, a produção ilegal de moeda genuína e por falsificação, moeda genuína, mas com alterações em algum dos seus elementos (BP, 2022d).

No caso das moedas de 2 €, na sua observação, deve ser averiguado o alinhamento do bordo, com o recurso a duas ou mais moedas do mesmo país, figura 9.



Figura 9 - Alinhamento do bordo de moedas de 2 € portuguesas

Para efetuar este procedimento, deve ser definido um ponto inicial, igual nas diferentes moedas, e de seguida aferir se os vários pontos do bordo das diferentes moedas coincidem entre eles.

O segundo elemento a considerar, são os *microdots*, o “picotado” presente em relevo negativo e disperso de forma aleatória por todo o mapa Europa, figura 10.



Figura 10 - *Microdots* moedas de 2 €

Por fim, devem ser verificadas as marcas de cunhagem, que correspondem às gravações presentes na face nacional e comum, sendo a sua localização variável consoante o país emissor. Na face nacional, deve ser identificado o desenho, a insígnia da casa da moeda (1) ou o país responsável pela produção e o ano. Já na face comum deve ser verificada a insígnia do autor (2), as estrelas da bandeira da UE e o mapa Europa, figura 11.



Figura 11 - Marcas de cunhagem da moeda euro

2.1.3.3. Verificar

Por último, temos a metodologia verificar que consiste na análise das propriedades magnéticas da moeda, com o uso de um íman. No caso da moeda de 2 €, o núcleo é ligeiramente magnético (1), devido às propriedades físico-químicas dos metais. Pelo contrário, a coroa (2), não apresenta propriedades magnéticas, figura 12 (BP, 2022b).



Figura 12 - Propriedades magnéticas da moeda de 2 €

Em suma, em caso de algum parâmetro não se verificar, pode significar estar-se na presença de uma moeda contrafeita, devendo esta ser entregue às autoridades competentes. Pois, mesmo se tratando de uma suspeita, a sua passagem para terceiros, ou exposição para venda, independentemente do motivo, é punido por lei segundo o Artigo 265.º do Código Penal (2016).

2.2. Breve História da Contrafação de Moeda

A contrafação, desde o passado até hoje, é uma prática comum, no entanto, os métodos de contrafação sofreram diversas alterações ao longo dos tempos.

As primeiras moedas, eram contrafeitas por meio de diversos métodos. Em cerca de 400 a.C., para produzir contrafações da moeda grega, era comum usar um metal menos precioso banhado por um metal mais precioso.

Também era recorrente, o uso de moldes de moedas genuínas, por exemplo o uso de moedas de cobre de valor relativamente baixo para produzir o molde e depois este era preenchido com metal fundido para produzir a contrafação.

A prática difundida de produzir moeda contrafeita, levou ao surgimento dos primeiros “validadores” de moeda oficiais, que tinha como finalidade controlar o peso e o metal do núcleo da moeda através do seu corte.

Mais recentemente em Inglaterra, no século XVII, era comum raspar os bordos das moedas de prata para os derreter, levando a que o peso da moeda cunhada diminuísse os seus padrões de qualidade legais e as contrafações aumentassem para uma em cada dez moedas genuínas em circulação.

Contudo, os métodos de contrafação são muito diferentes, hoje, pois, com o rápido desenvolvimento tecnológico torna a sua produção muito mais rápida e através de métodos mais idênticos aos usados na produção de moeda genuína. Tal como a estampagem de moedas, referido anteriormente.

Isto, levou a uma redução no tempo de resistência da moeda genuína há contrafação, levando a que seja necessário produzir moeda constantemente, com melhores e diferentes técnicas de segurança. Bem como, controlar a moeda através do uso de sistemas cada vez mais eficientes e capazes de detetar as contrafações existentes (Finlay & Francis, 2019).

2.3. Máquina de Venda - Validador e Sensores

A falta de tempo sentida diariamente, juntamente com o rápido desenvolvimento tecnológico, faz com que as pessoas vivam num ritmo muito acelerado. Consequentemente, muitas das tarefas diárias acabaram em segundo plano, como por exemplo o lazer, alimentação, entre outras (Surek, et al., 2016).

Posto isto, para responder às várias necessidades da população, surgiu uma vasta proliferação das máquinas de venda.

Estas permitem, através de processos automáticos e com pagamento antecipado, aceder a diversos produtos ou serviços, a qualquer hora e em qualquer dia, com alta qualidade, comodamente e rapidamente. E em caso de algum erro, no processo de obtenção do produto pretendido, o equipamento permite a recuperação do montante introduzido, tendo em conta as obrigações impostas no Artigo 22º a 24º da 4ª versão do Decreto de Lei n.º 9/2021, de 29 de janeiro de 2021.

2.3.1. Evolução Histórica

Pode-se pensar que as máquinas de vendas são uma invenção relativamente recente, porém esta surgiu pela primeira vez na antiga Grécia, pelo matemático Héron, em 215 a.C. Esta tinha a finalidade de distribuir água benta, em troca de uma moeda, dentro dos templos egípcios (Billis, 2019).

Desde então, vários modelos foram desenvolvidos, e na década de 1880 surgiram as primeiras máquinas de venda, em Londres, operadas por moedas. Estas eram usadas na compra de cartões-postais, jornais, e até chicletes. Mais tarde em 1890, surgem as primeiras máquinas de vendas de bebidas, entre vinhos e licores, e no início da década de 1920, estas começaram a distribuir refrigerantes em copos. Ainda nesta década, em 1926 surgiram as primeiras máquinas de vendas de cigarros (Billis, 2019).

Porém, o grande crescimento da indústria das máquinas de vendas, deu-se a partir da década de 1930, com a introdução nas máquinas de vendas do primeiro validador, designado por “*slug rejector*” (National Automatic Merchandising Association [NAMA], 2022). Este permitia que as moedas não fossem recuperadas com o uso de cordas amarradas às moedas e não aceitavam moedas falsas de chumbo, como ocorria até então (What-When-How, 2022).

Uma maior segurança garantida, proporcionou o desenvolvimento tecnológico das máquinas de vendas a partir desta década, o que originou também com o passar dos anos à venda de uma vasta gama de produtos com o uso destes equipamentos.

É de destacar, 1946 com o surgimento das máquinas de vendas de café, 1950 as de sanduiches refrigeradas, 1961 os refrigerantes enlatados, 1963 a introdução dos primeiros fornos para aquecer alimentos refrigerados, 1991 os cafés aromatizados e entre outros sistemas aplicados ao longo dos anos (NAMA, 2022).

Além da vasta gama de produtos que podem ser vendidos com estes equipamentos, as formas de pagamento também não se limitaram apenas ao uso de moedas. Em 1960, são introduzidos os validadores de notas e posteriormente em 1985 são introduzidos os dispositivos de aceitação de cartão de crédito / débito.

Já nos dias de hoje, com o uso da internet, é possível a transmissão remota de vários tipos de dados, como por exemplo, o stock existente e o recurso ao uso do pagamento eletrónico.

Porém, mesmo com as diversas opções de pagamento, o uso da moeda é o método de pagamento preferencial no ato da compra, sendo por isso basilar que estas sejam validadas de forma segura e sistemática (Associação Europeia de Serviços de Vendas & Café [EVA], 2022a).

2.3.2. Caracterização dos Validadores

Tendo em conta os dados da (EVA, 2022b), existem mais de 4 milhões de máquinas de venda automática só na Europa, totalizando um valor de faturação superior a 16 milhares de milhões de euros.

Visto serem faturados tantos milhões de euros com o recurso a máquinas de venda, então ainda é mais reforçada a necessidade de garantir a fiabilidade das moedas rececionadas. Para tal, foram desenvolvidos com o passar do tempo validadores de moedas sofisticados capazes de distinguir, uma por uma, as moedas genuínas ou contrafeitas. Além disso, também identifica o valor da moeda inserida.

Estes sistemas, caracterizam-se pela capacidade de fazer esta distinção em frações de segundos, pois estão munidos de componentes eletrônicos, como microprocessadores, e sensores (óticos, eletromagnéticos, acústicos e impacto) de rápido processamento, figura 13. Estes sensores em conjunto, permitem obter dados para uma avaliação rápida das propriedades das moedas (diâmetro, espessura, condutividade elétrica e permeabilidade magnética) (Alfonso, et al., 2007).

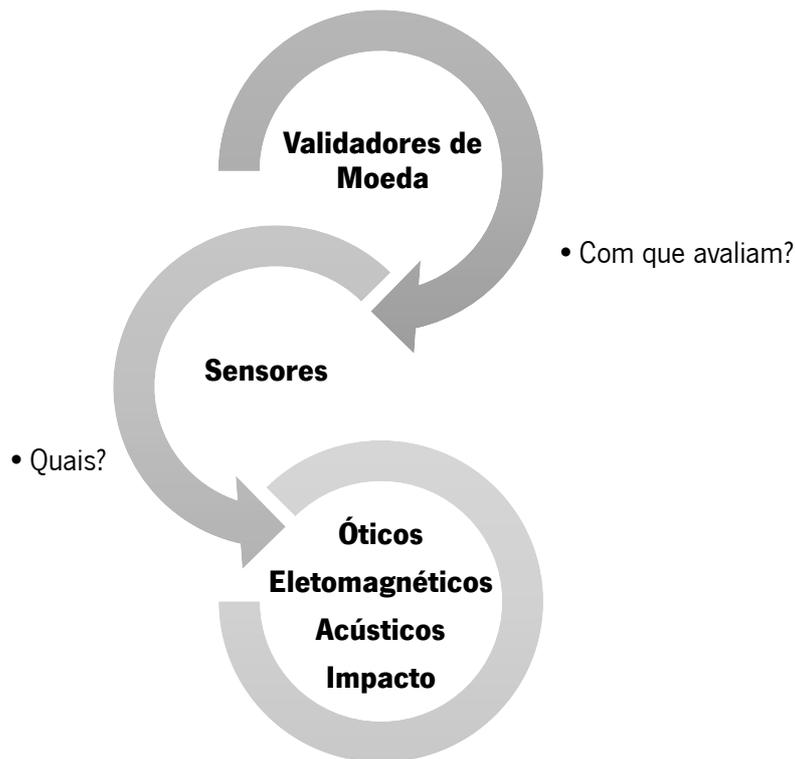


Figura 13 - Componentes do validador de moedas

É de notar que, os validadores em estudo, são validadores de baixo custo, conseqüentemente não integram sistemas tecnológicos de última geração. Isto, pode complicar o uso destes sistemas em locais de grande fluxo de moedas de países diferentes, como por exemplo aeroportos (Alfonso, et al., 2007).

O processo de validação é composto por diversas etapas, sendo possível percebê-las através da figura 14.

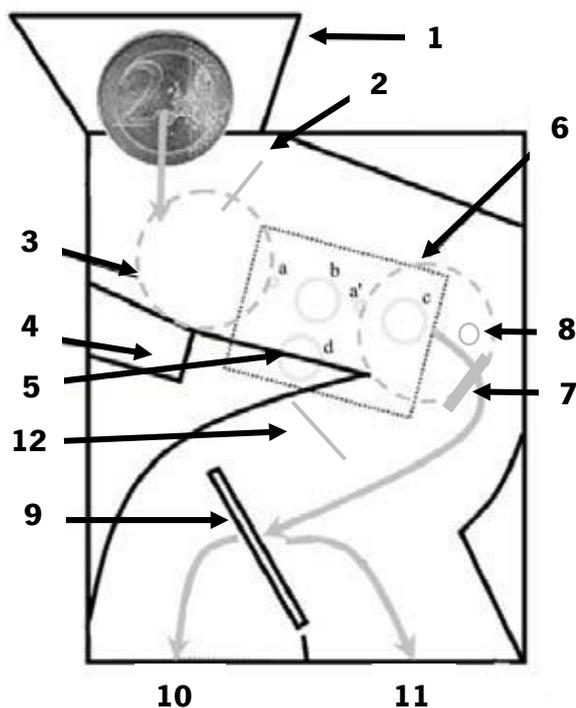


Figura 14 - Etapas de validação de uma moeda no validador (Fonte: Alfonso, et al., 2007; Grupo Azkoyen, 2000)

Este inicia-se com a introdução de uma moeda na ranhura do validador (1), caindo na vertical suavemente devido a um balancim de entrada (2), que permite evitar movimento irregular, saltos e uniformiza o movimento juntamente com a rotação necessária para medir o diâmetro.

Em seguida a moeda começa a rodar (3), entrando em contacto com uma bigorna (4) e seguindo o seu percurso numa rampa de cerca de 10 cm (5). Ao longo desta rampa, encontra os diversos sensores (6) que o compõem, ou seja, os sensores óticos, fotodiodo e fototransistor, (a - a') e bobines de ferrite (b - c - d), onde é obtida a permeabilidade magnética e a condutividade elétrica. Através desta rampa, a moeda embate no sensor de impacto (7), imitando um som uniforme que é analisado pelo sensor acústico (8). Após a medição, o microprocessador compara os dados obtidos com os dados programados em fábrica (Alfonso, et al., 2007).

Por fim, a moeda encontra o portão de aceitação (9), onde consoante a decisão tomada, encaminha a moeda para a porta de aceitação (10) ou de rejeição (11). Esta decisão é confirmada quando a moeda passa o último fotodiodo e fototransistor, onde é dado o sinal da sua saída (Grupo Azkoyen, 2000).

Outro componente importante que compõe o validador, para evitar fraudes, é o sistema antirretorno (12). Este, tem o objetivo de não permitir que as moedas validadas sejam recolhidas novamente, como acontecia antigamente quando as moedas eram presas com corda.

Segundo Alfonso, et al. (2007), a maioria destes dados, são obtidos de forma indireta, exceto o diâmetro, onde pode ser medida, diretamente, a sua secante. Porém, a validação é realizada sem limitações, pois o validador toma a sua decisão através do conjunto de dados obtidos, mesmo já tendo em conta os vários desvios existentes, por exemplo, desgaste da moeda, precisão do sensor, trajetória da moeda, entre outros.

2.3.3. Princípio de Funcionamento dos Principais Sensores Usados

Todos os sensores presentes no validador têm características específicas e têm determinados princípios de funcionamento, que permitem obter dados sobre as características das moedas em análise.

2.3.3.1. Sensor Acústico

No caso do sensor acústico, este tem como finalidade obter informações das características da moeda através do som.

A moeda como fonte sonora, tem características diferentes de outras fontes sonoras, isto é, existe variabilidade na forma da onda, características de fase, faixa dinâmica, tempo, frequência, entre outros. A reprodução destas características será distinta, consoante o sensor utilizado que se caracteriza pela conversão de energia acústica em energia elétrica (Ballou, 2008).

No caso do validador, o sensor acústico presente é um microfone condensador, que faz a sua medição quando a moeda entra em contacto com um cilindro. A medição do som produzido neste impacto fornece os parâmetros referentes às frequências emitidas e à amplitude de sinal.

O objetivo desta medição, é distinguir os metais duros dos metais macios. Pois, as moedas genuínas caracterizam-se pelo seu metal duro, e pela produção de sons agudos e prolongados. Já as moedas contrafeitas, caracterizam-se por serem compostas por metais macios, como o chumbo, produzindo sons mais graves e curtos (Grupo Azkoyen, 2000).

2.3.3.2. Sensores Óticos

O validador é composto por três pares de sensores óticos, ou seja, fotodiodos e fototransistores colocados em paralelo, formando uma barreira. Estes têm a função de proceder à medição da secante do diâmetro da moeda, de forma estável e precisa (Grupo Azkoyen, 2000).

Uma vez que os fotodiodos são dispositivos semicondutores que imitem feixes de luz infravermelha e a convertem em energia, e os fototransistores a rececionam então, a moeda ao passar entre estes, interrompe a transmissão de ambos os feixes de luz emitidos e a secante do diâmetro pode ser obtida consoante o tempo envolvido nesta interrupção e a distância entre os dois pares de barreiras. Na saída também existe outra barreira, que permite realizar uma última análise à moeda e serve para o validador transmitir o código da moeda identificada.

É de notar que para permitir uma medição linear, uma vez que as barreiras podem ser afetadas por sujidade ou aumento de temperatura, em cada par de barreiras existe um circuito de controlo que fornece a corrente necessária em cada fotodiodo, levando a que os fototransistores permaneçam a operar em modo comum e constante (Alfonso, et al., 2007).

2.3.3.3. Sensores Eletromagnéticos

Os sensores eletromagnéticos presentes, são bobines de núcleo de ferrite, ou seja, sensores indutivos, que têm o objetivo de determinar várias características das moedas. Neste caso estes também têm a função de proceder à análise adequada das moedas bicolores e multicamadas, como é o caso das moedas de 2 € (Grupo Azkoyen, 2000).

O sensor indutivo funciona a partir de um campo magnético varável, juntamente com a bobine na ponta do dispositivo.

As bobines, permitem medir a condutividade elétrica e a permeabilidade dos campos magnéticos, através da indução de pequenas correntes parasitas na moeda. Isto é possível, pois as bobines de núcleo de ferrite produzem um campo magnético cuja frequência se modifica quando uma moeda passa por estes, alterando a energia do campo e, conseqüentemente, gera variações na amplitude e fase do sinal, no circuito de deteção, permitindo a deteção do objeto (Alfonso, et al., 2007).

Visto que cada par de bobinas tem a sua função, então cada uma analisa ao pormenor uma certa área da moeda, ou seja, analisam a coroa e medem os metais presentes no núcleo.

2.3.3.4. Sensor de Impacto

O sensor de impacto utilizado nos validadores, é um acelerómetro piezoelétrico, que permite medir a aceleração sofrida quando uma moeda impacta neste, através da conversão da energia mecânica associada ao movimento em um sinal elétrico (Thomazini & Albuquerque, 2008).

Estes podem ser utilizados para diferentes finalidades, desde a medição da aceleração, alteração da velocidade devido ao choque, vibração ou impacto.

Para obter esta medição de forma idêntica em cada moeda, os validadores apresentam um sistema, tal como o da figura 15, que consiste num cilindro colocado parcialmente fora de uma das paredes do validador, e quando a moeda bate neste permite que o acelerómetro, preso do lado interno do cilindro, faça a sua medição. Após o impacto, o cilindro solta-se e permite que a moeda possa continuar o seu percurso. É de notar que, perto deste cilindro, encontra-se o microfone utilizado, permitindo assim obter sons mais puros e regulares.

O cilindro colocado é livre para se mover na direção do impacto, de modo a evitar afetar a medição e é composto por um material rigidamente superior ao de qualquer moeda, pois assim garante que a aceleração depende maioritariamente dos atributos da moeda (Alfonso, et al., 2007).

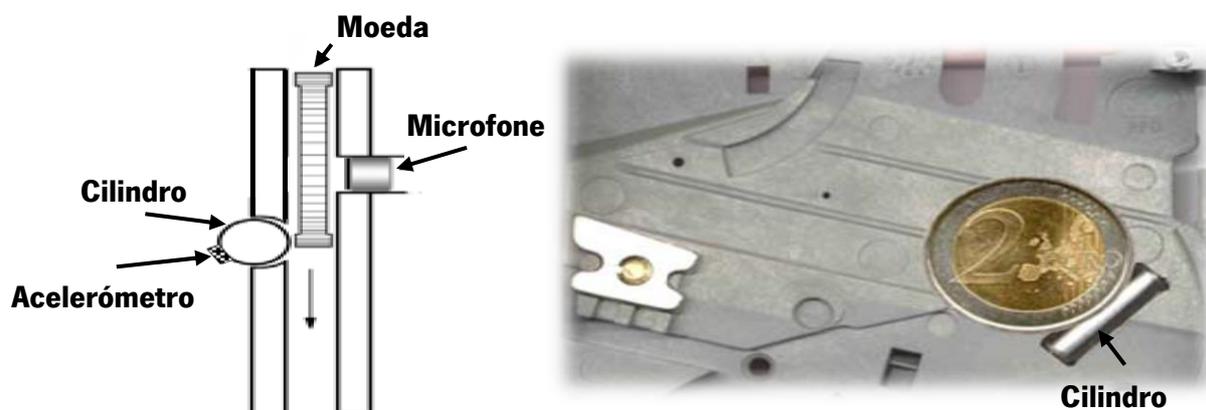


Figura 15 - Cilindro e sensores (fonte: Alfonso, et al., 2007)

3. Definição das Propriedades de Medição

3.1. Escolha da Moeda Alvo de Estudo

Os validadores usados neste estudo, implicam o uso de moeda metálica, e como referido, existe uma elevada contrafação da moeda de 2 € em relação a outras moedas, pois esta também tem maior valor.

Portanto, selecionou-se para o estudo, devido à sua elevada contrafação, a moeda metálica de 2 €, figura 16.



Figura 16 - Moeda de 2 € portuguesa de 2022

3.2. Especificações Dimensionais da Moeda

As especificações dimensionais da moeda consideradas no estudo, foram já estabelecidas pelo BP e a sua satisfação, regulamentada pela Recomendação n.º 2005/504/CE, de 27 de maio de 2005 (Jornal Oficial da União Europeia, 2005), as quais neste estudo foram consideradas como valores convencionalmente verdadeiros (VCV), uma vez que a avaliação das mensurandas estão sempre sujeitas a erros (grandezas de influência) (GUM, 2008), de forma a permitir determinar a exatidão, como mostra a tabela 3.

Visto que a recomendação diz que o peso é um dos critérios a analisar para rejeitar uma moeda, então este também será um dos atributos em análise durante o controlo metrológico.

Tabela 2 – Especificação e exatidão das moedas euro (adaptado de BCE, 2021c; Jornal Oficial da União Europeia, 2005; VIM, 2012)

	Diâmetro (mm)	Espessura (mm)	Peso (g)
VCV	25,75	2,20	8,50
Exatidão ($\bar{x} - \mu$)	0,30	0,30	5 % = 0,42
Especificação	25,75 ± 0,30	2,20 ± 0,30	8,50 ± 0,42

O arredondamento foi efetuado segundo a NP 37 (2009), mantendo, por isso, inalterado o algarismo de ordem n ($n = 2$), visto este ser par. Os valores presentes na tabela 3, serão os valores tidos em consideração ao longo do processo de medição.

De notar que, os valores da especificação serão usados como limites de rejeição, máximo e mínimo.

3.3. Processo de seleção da Amostra

A população que representa a moeda de 2 € colocada anualmente em circulação é imensa, pelo que vamos trabalhar com um estimador não enviesado com base num tamanho amostral representativo (Leuchtturm, 2021).

Posto isto, recolheu-se uma amostra significativa N_i de moedas, de modo a permitir inferir conclusões acerca da população das moedas de 2 € existentes em circulação.

Para determinar o tamanho da amostra N_i , teve-se por base a exatidão ($\bar{x} - \mu$) de 0,001 mm porque as especificações para os atributos correspondentes à parte de menor significância são dois algarismos significativos, tal como demonstrado no exemplo da figura 17 (ASTM E29-08, 2008).

Para garantir a significância dos resultados é essencial que o desvio padrão experimental (S_x) assumira um valor, no mínimo, de 0,005, para garantir os dois dígitos da parte de menor significância, à direita da vírgula. Já o grau de confiança pretendido, é de 95 % e a *t-Student* ($\pm t_x$) = 2, pois é desejada uma amostra suficientemente grande que represente a população.

Exemplo de Demonstração dos Algarismos Significativos dos Atributos da Moeda.

Parte de maior significância

Peso = 8,50 g

Parte de menor significância

Figura 17 - Exemplo de demonstração dos algarismos significativos

Então, a exatidão é dada pela equação da ASME PTC 19.1 (1998)

$$(\bar{x} - \mu) = \pm t_x \cdot \frac{S_x}{\sqrt{N_i}} \quad (1)$$

Substituindo os elementos da equação (1) pelos valores referidos anteriormente, temos que:

$$(\Rightarrow) 0,001 = 2 \cdot \frac{0,005}{\sqrt{N_i}} (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) N_i = \left(2 \cdot \frac{0,005}{0,001}\right)^2 (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) N_i = 100$$

Logo, para este estudo é necessário recolher uma amostra $N_i = 100$ moedas.

Para seleccionar as moedas aleatoriamente, foram recolhidos sacos de 25 moedas de 2 €, em número significativo, junto da tesouraria do BP, em Braga, e da tesouraria da Caixa Geral de Depósitos, em Vila Nova de Famalicão, de modo a aumentar o grau da genuinidade das moedas da amostra. Após a recolha dos sacos, retirou-se dos mesmos, aleatoriamente, as 100 moedas, figura 18, permitindo que cada uma tivesse uma chance conhecida e diferente de zero de ser seleccionada, para compor a amostra, tratando-se assim de uma amostragem probabilística (Mattar, 2012).

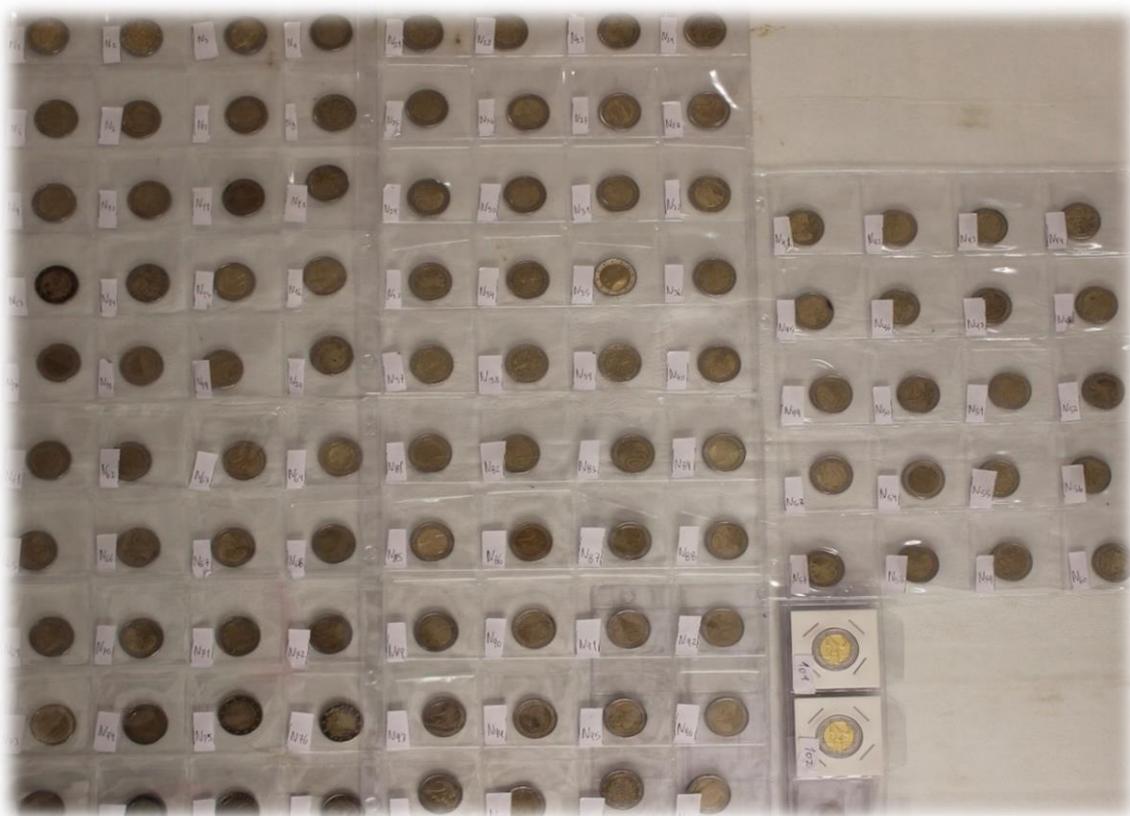


Figura 19 - Elementos da amostra N_i

Além das 100 amostras selecionadas, que serão também designadas de moedas tidas como genuínas, foram adicionadas ainda 3 moedas *probe trial*, cópias de moedas de 2 €, para verificar se os dados obtidos com estas, tanto no controlo metrológico, como na experiência realizada com o validador, são idênticos aos das moedas genuínas (figura 19).



Figura 18 - Moedas *probe trial*, cópias de moedas de 2 €, da amostra

Estas não são cópias perfeitas, mas têm semelhanças devido a serem moedas *probe*, e são possíveis de ser adquiridas junto de vendedores de artigos de numismática, como foi o caso destas. Caso contrário, se se tratasse de cópias de moeda genuína, estaríamos a infringir a lei, tal como referido anteriormente.

Posto isto, a amostra final a ser estudada nesta dissertação, é $N_i = 103$.

4. Resultados Obtidos com o Validador

Por forma a responder ao quinto objetivo proposto, é essencial recolher informações práticas da validação efetuada pelos validadores. Posto isto, realizou-se uma experiência de avaliação da genuinidade da amostra N_i , com recurso a um validador da Azkoyen.

A experiência com o validador, pretende identificar quais são as moedas genuínas e não genuínas da amostra N_i , segundo este. Mais tarde, esta informação permitirá a comparação com os dados obtidos no controlo metrológico.

4.1. Características do Validador Azkoyen L66S

Na realização da experiência, usou-se o validador Azkoyen L66S. Este, permite obter uma taxa de aceitação de cerca de 96 %, dentro de determinados parâmetros de funcionamento, tabela 2.

Tabela 3 - Características de funcionamento do validador Azkoyen L66S (fonte: Grupo Azkoyen, 2000)

Características de Funcionamento do Validador Azkoyen L66S					
		Min	Valor Típico	Max	Unidades
Temperatura de funcionamento		- 5	-	+ 55	°C
Humidade		-	-	95	%
Características Físicas das Moedas Admitidas	Diâmetro	17,5	-	32	mm
	Espessura	1,2	-	3,3	mm
Taxa de Aceitação de Moeda Genuína (à primeira tentativa) *		-	96	-	%
* Moedas sem deformações, com condutividade e permeabilidade magnética standard					

Além das características de funcionamento, é de destacar na tabela as dimensões das moedas que são possíveis ser aceites no validador.

4.2. Realização da Experiência

Antes de iniciar a experiência, foram contactadas diversas empresas que operam no dia a dia com máquinas de vendas automáticas. Porém, existe a informação de que não são estas quem faz a manutenção ou qualquer tipo de reparação aos validadores. Assim, após vários contactos, encontrou-se a JD TECNIVENDING, uma pequena empresa de reparação e manutenção de moedeiros e validadores.

Por cortesia desta, realizou-se a experiência na sua sede em Santo Tirso, no dia 25 de julho de 2022 entre as 10 horas e as 12 horas e 40 minutos.

Antes de começar a validação, foram tidos em conta alguns aspetos de funcionamento do validador. Para este proceder à validação, tem de funcionar em conjunto com um moedeiro e uma placa de interface, apresentados na figura 20.

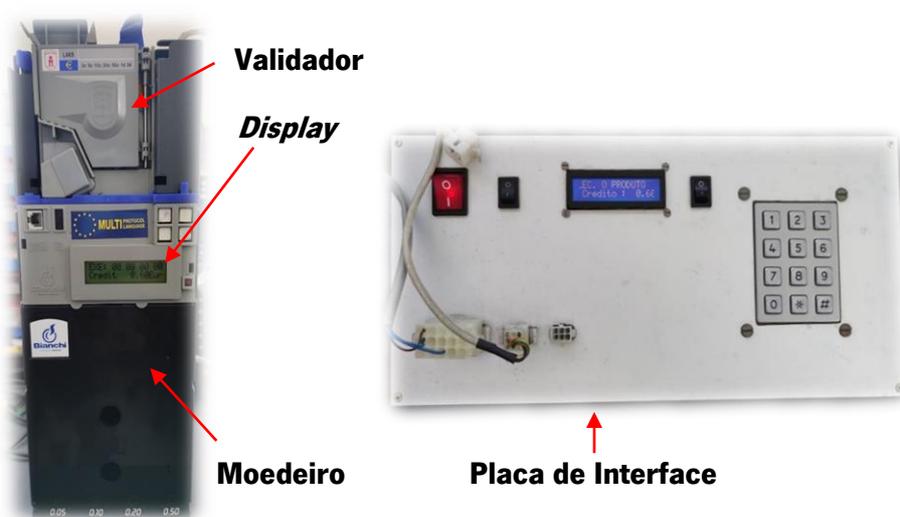


Figura 20 - Moedeiro com o validador Azkoyen L66S e a placa de interface

Começando pelo moedeiro, este contém um *display*, que exibe o valor monetário da moeda colocada, caso esta tenha sido aceite. O validador estabelece a comunicação com o moedeiro, e este define o destino da moeda consoante a sua aceitação ou rejeição (Grupo Azkoyen, 2000). Além disso, para o moedeiro funcionar, está ligado a uma placa de *interface* que permite a comunicação entre os componentes do validador e do moedeiro, fornecendo a alimentação necessária para estes operarem.

A placa utilizada, não é a que costuma estar integrada nas máquinas de venda automática, mas é uma semelhante, usada em testes na empresa.

O *display* presente no moedeiro, figura 21, indica o valor das duas últimas moedas aceites, em sequência. Pelo que, a introdução seguida de moedas de 2 € podia levar a interpretações erradas. Para não gerar erros de interpretação, sempre que era introduzida uma moeda de 2 €, era de seguida introduzida uma moeda de 1 €, podendo ter sido outra moeda de valor diferente de 2 €. Isto, apenas teve como objetivo fazer com que o *display* não apresentasse uma sequência do mesmo valor monetário e permita concluir se a moeda de 2 € introduzida foi ou não aceite.



Figura 21 - Mensagem fornecida pelo display

Em relação ao número de validações, foram efetuadas três validações a cada moeda da amostra, ou seja, a validação 1 (V_{1i}), a validação 2 (V_{2i}) e a validação 3 (V_{3i}), efetuando-se o mesmo número de validações que são recomendadas para o controlo de funcionamento das máquinas de triagem de moeda, tal como consta no artigo 4º da Recomendação n.º 2005/504/CE, de 27 de maio de 2005 (Jornal Oficial da União Europeia, 2005).

Estas foram testadas no modo “032 TESTE ADMISS” do validador, figura 22, pois trata-se do modo teste que possibilita retirar cada moeda para ser novamente analisada.



Figura 22 - Modo de teste do validador Azkoyen L66S

4.3. Resultados da Validação

Após todas as moedas testadas, é possível constatar algumas conclusões sobre quais são as consideradas genuínas e não genuínas pelo validador.

Na tabela 24 do apêndice 1, é possível identificar uma coluna para cada uma das três validações realizadas a cada moeda (V_{1i} , V_{2i} e V_{3i}) e a correspondente média de validação (V_i), em que $V_i = \frac{V_{1i} + V_{2i} + V_{3i}}{3}$. De modo a ser possível analisar os dados quantitativamente, considerou-se que se a moeda for aceite então essa validação será representada por 1, caso seja rejeitada por 0.

Posto isto, realizou-se o gráfico da figura 23, onde se encontra V_i , obtido na experiência realizada com o validador Azkoyen L66S.

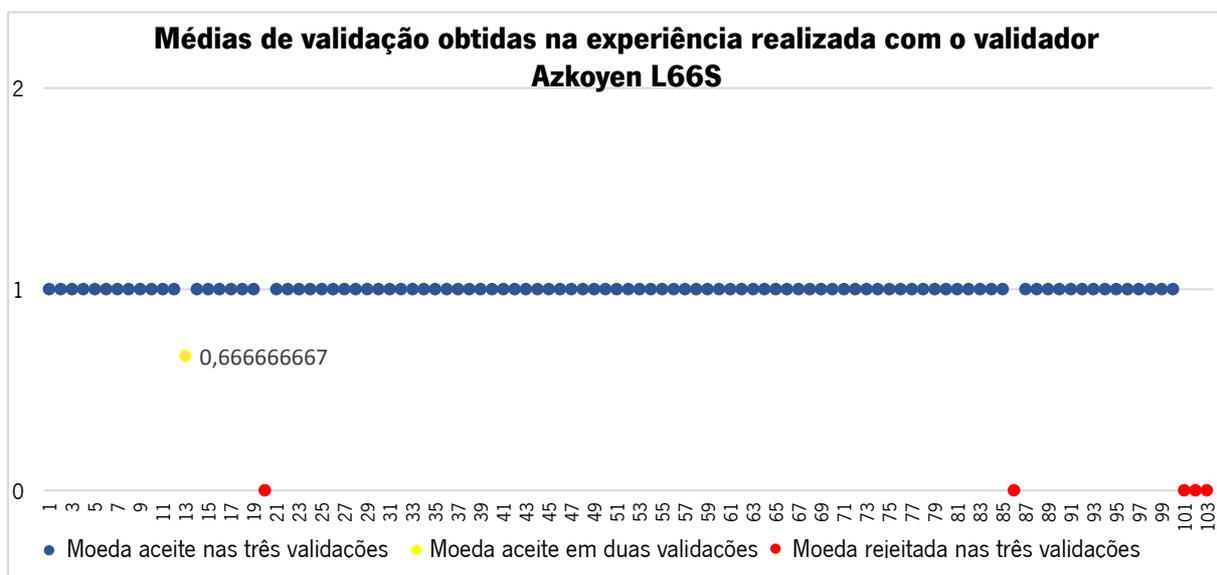


Figura 23 - Médias de validação da experiência realizada com o validador

Pela análise do gráfico, é possível verificar que foram rejeitadas seis moedas, das quais três são tidas como moedas genuínas e as outras três são as moedas *probe trial*.

Em relação às moedas *probe*, estas não têm características tanto físicas como visuais idênticas à moeda genuína, então a sua rejeição era expectável. A introdução destas, na amostra, teve por objetivo testar verdadeiramente os parâmetros de aceitação do validador. Isto é, entender se os parâmetros são ou não estreitos e por consequência perceber se é possível os validadores aceitarem objetos idênticos a moedas de 2 €. Posto isto, dada a sua rejeição, é de realçar que as cópias simples

não são fáceis de ser aceites pelo validador e por isso este pode garantir uma maior fiabilidade neste aspeto.

As três moedas tidas como genuínas e que foram rejeitadas, são a N_{13} , N_{20} e N_{86} , apresentadas na figura 24.



Figura 24 - Amostra N_{13} , N_{20} e N_{86}

A moeda N_{13} , encontra-se muito degradada, aparentemente queimada, logo, poderá ter alguma característica física alterada. Na validação rejeitada, o validador pode ter detetado atributos fora dos limites de aceitação, para reconhecer a amostra como genuína. Porém, é de destacar que, nas outras duas tentativas de validação, a moeda foi aceite, logo poderá indicar que ao fim de alguma insistência, o validador pode mostrar-se ineficiente, ou seja, não 100 % confiável, aceitando este tipo de defeitos.

A moeda N_{20} foi rejeitada nas três validações. Como foi dito anteriormente, na tabela 2, das características de funcionamento do validador, a sua taxa de aceitação é de 96 % quando não existem deformações nas moedas, e como pode ser verificado a N_{20} apresenta muitas deformações ao longo do seu bordo, logo a sua rejeição era expectável.

A moeda N_{86} foi rejeitada nas três validações. Ao olhar para esta, aparenta ser uma moeda comum, igual a qualquer outra moeda de 2 €, da casa da moeda alemã, mas se for olhada mais ao

pormenor e aplicarmos a metodologia “Tocar - Observar - Verificar”, ela apresenta características visuais distintas em relação a uma moeda comum alemã, o que poderá indicar que se trata de uma moeda contrafeita, e por isso o validador a rejeitou.

Na figura 25, podem ser observadas algumas das diferenças entre a moeda N_{86} e a moeda N_{32} , ambas moedas alemãs que pertencem à amostra.

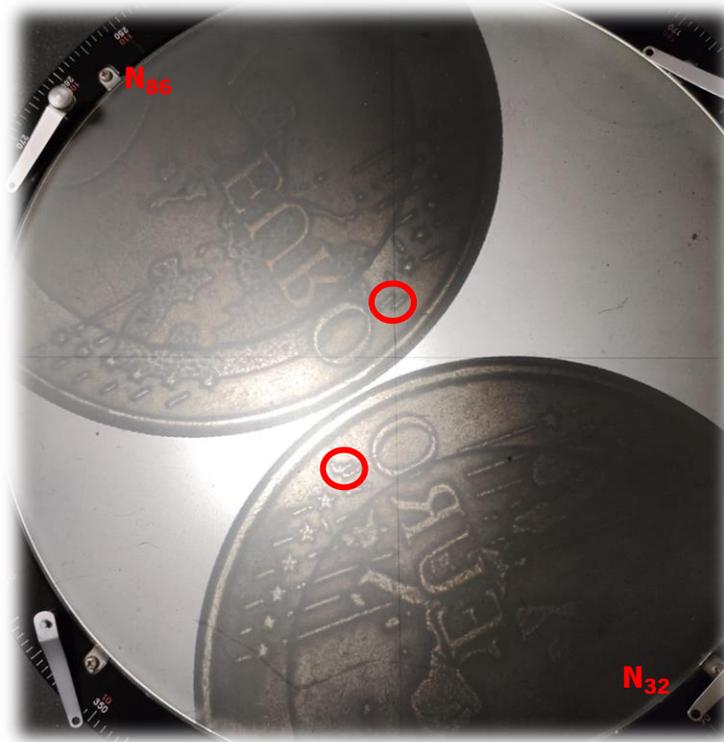


Figura 25 - Comparação entre a moeda N_{86} e N_{32}

Tendo em conta as características visuais da moeda N_{86} , é de destacar que o símbolo que identifica o nome do autor, LL, no desenho da moeda N_{86} , não está bem cunhado, pois está cunhado apenas dois traços.

Em relação ao mapa, este é diferente, pois N_{86} apresenta um mapa da Europa completo, e não incompleto como em N_{32} . É de realçar que o mapa completo só entrou em vigor a partir de 2007, após o alargamento da área euro, e N_{86} é uma moeda de 2002 (BP, 2021c).

Em relação aos *microdots* presentes no mapa Europa, estes estão representados de forma regular, e não aleatoriamente como se caracterizam.

Já a figura 26, apresenta a comparação do bordo das duas moedas, ou seja, o bordo da moeda N₈₆ apresenta letras mal cunhadas bem como a sua ordem trocada, comparativamente com o bordo da moeda N₃₂ (BP, 2011).



Figura 26 - Bordo da moeda N₃₂ e N₈₆

Posto isto, leva a desconfiar da autenticidade da moeda N₈₆ e, portanto, a rejeição por parte do validador leva a reforçar a ideia de que esta poderá realmente se tratar de uma contrafação de alta qualidade.

Em suma, a figura 27, resume as taxas de aceitação obtidas por parte do validador, podendo verificar-se que a taxa de aceitação, caso sejam consideradas as moedas *probe*, é de 94,17 %. Este valor foi obtido através da divisão das 97 moedas aceites, pelo total de moedas da amostra, 103. Caso as moedas *probe* não sejam consideradas, a taxa é de 97 %. Esta percentagem foi obtida através da divisão das 97 moedas aceites, pelas 100 moedas tidas como genuínas. Portanto, este valor, é superior ao valor de referência, 96 %, que é a taxa de aceitação de referência indicada pelo fabricante.

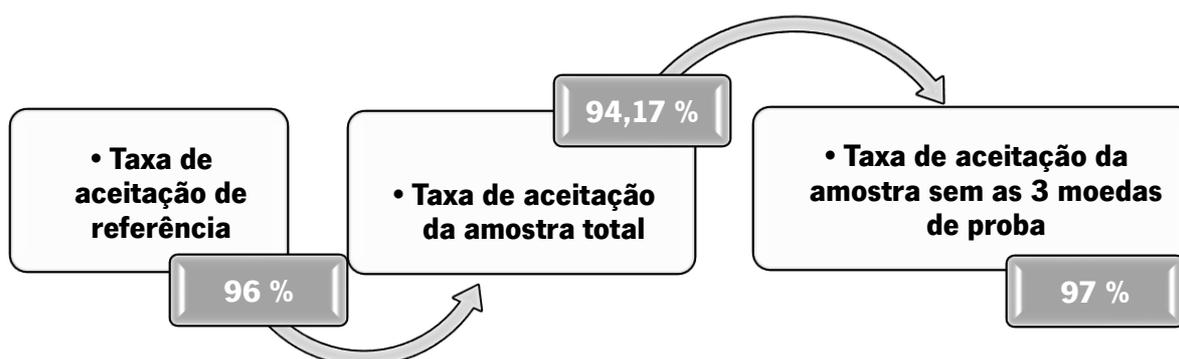


Figura 27 - Taxa de aceitação de referência e taxas obtidas com amostra

5. Resultados Obtidos pelo Controle Metrológico

5.1. Grandezas de Influência

Todas as medições, apresentadas nos subcapítulos seguintes, foram realizadas no laboratório de Metrologia da Universidade do Minho. O local de medição foi escolhido com o objetivo de minimizar o efeito das grandezas de influência [VIM, 2.52].

Isto é possível, porque o laboratório de metrologia encontra-se com uma temperatura constante de $20\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ e com uma humidade padrão de $50 \pm 5\%$, ou seja, dentro dos valores de referência.

Os instrumentos de medição utilizados nas várias medições, têm por objetivo reduzir o maior número de erros possível, para cada tipo de medição realizada.

No que diz respeito às moedas, estas não foram limpas antes da medição, podendo levar a um pequeno erro. Porém, estas não foram limpas de propósito, pois no dia a dia, as moedas também não são limpas antes de serem utilizadas nos validadores.

Por fim, é de realçar que as moedas estagiaram mais de 24 horas dentro do laboratório, ou seja, não existem erros de medição devido ao rácio de temperaturas entre as moedas e os instrumentos de medição.

5.2. Características Metrológicas do Diâmetro

Antes de iniciar a medição [VIM, 2.1] no laboratório de Metrologia da Universidade do Minho, determinou-se o número de medições ótimas para determinar o diâmetro de cada elemento da amostra (Md_i). Ao longo das subsecções são apresentados os desenvolvimentos das várias etapas até ser conhecido Md_i , as medições do diâmetro da moeda e a análise dos resultados obtidos.

5.2.1. Seleção do Instrumento de Medição

A seleção do instrumento de medição, teve por base o valor especificado para o diâmetro da moeda, $25,75 \pm 0,30\text{ mm}$, e o respeito pelo número de algarismos significativos da parte de menor significância (ASTM E29-08, 2008). Posto isto, optou-se por realizar estas medições com um

micrômetro com resolução de 0,001 mm. As suas características são apresentadas na tabela 4, onde se destaca a capacidade de 25 mm.

Tabela 4 - Características do micrômetro utilizado no processo de medição do diâmetro

Características do Micrômetro Digital Utilizado na Medição do Diâmetro			
Características Comerciais			
Equipamento	Marca	Modelo	Ano de aquisição
Micrômetro Digital	Mitutoyo	293-522 N	2012
Características Metrológicas			
Gama	Resolução	Exatidão	
25 – 50 mm	0,001 mm (digital)	DIN 863-1	
Gestão do Equipamento			
Intervalo de Calibração		Colocação	Acondicionamento
6 meses		Gaveta de micrômetros	Estojo

Na figura 28, pode ser observado o instrumento utilizado.



Figura 28 - Micrômetro utilizado na medição do diâmetro

5.2.2. Determinação do Número de Medições Ótimas do Diâmetro

A determinação da amostra Md_i , é necessária para efetuar a medição que permite obter o diâmetro médio (D_i) de cada moeda. Pela figura 4.1 da ASME PTC 19.1 (1998), apresentada na figura 29, verifica-se que o erro aleatório de uma medição (ϵ_j) é igual à leitura de (X_j) menos a média da população ($\mu = VCV_d$), considerando a inexistência de erro sistemático, que para simplificar o problema em estudo, considerou-se $VCV_d = 25,75$ mm.

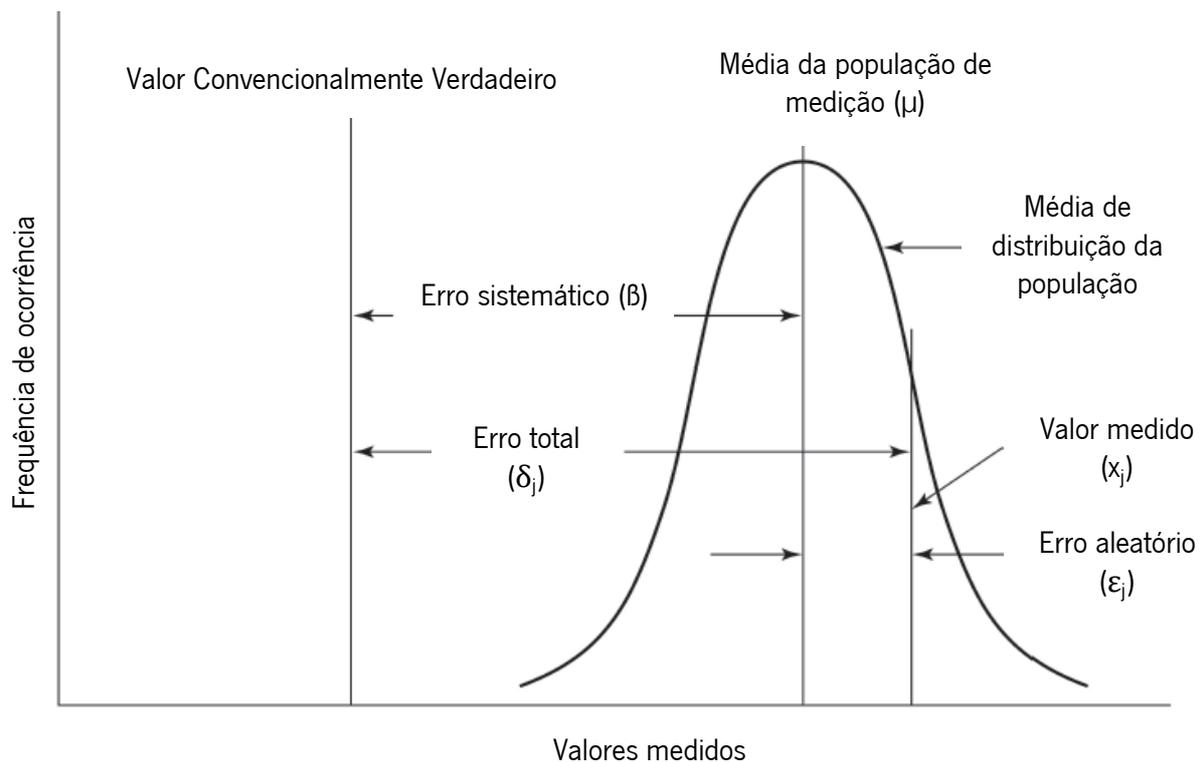


Figura 29 - Figura 4.1 Erros de medição (fonte: ASME PTC 19.1, 1998)

Através da exatidão ($\bar{x} - \mu$), equação (1), determinou-se o grau de confiança e Md_i (ASME PTC 19.1, 1998).

Esta equação permite encontrar o Md_i , por interpolação, com o auxílio da tabela de distribuição *t-Student* da ASME PTC 19.1 (1998) para $Md_i > 1$.

A equação (1), será aplicada na determinação do número de medições ótimas tanto para o diâmetro, bem como para a espessura e peso, apresentadas no ponto 5.3 e 5.4.

Para determinar o valor da equação (1), usou-se um conjunto de medições do diâmetro (md_i), da moeda N_1 da amostra, em que $md_i = 6$, pois recorreu-se ao uso da *t-Student*, então o número de medições do diâmetro tem de ser maior que cinco, ou seja, $md_i > 5$.

De forma a encontrar-se o Md_i , definiu-se que o x da equação será ($x = md_i$) e $\mu = VCV_d$. Então, conforme referido na tabela 5, começou-se por calcular a média do conjunto de medições do diâmetro (\overline{md}) e o desvio-padrão da amostra do conjunto de medições do diâmetro (s_{md}), equação (2).

$$s_{md} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (md_i - \overline{md})^2}{md_i - 1}} \quad (2)$$

Tabela 5 - Medições, média e desvio padrão para md_i

Medições, Média e Desvio Padrão para md_i, em (mm)							
md_1	md_2	md_3	md_4	md_5	md_6	\overline{md}	s_{md}
25,790	25,785	25,783	25,792	25,790	25,791	25,7885	0,003619

Já com os valores obtidos, adaptou-se a equação (1) e substituiu-se os valores de $(\overline{md} - VCV_d) = (25,789 - 25,75)$, definidos anteriormente, e $s_{md} = 0,00362$ o que permitiu obter:

$$\sqrt{Md_i} = \pm t_{Md_i} * \frac{s_{md}}{(\overline{md} - VCV_d)} (=)$$

$$(=) \sqrt{Md_i} = \pm t_{Md_i} * \frac{0,00362}{(25,789 - 25,75)} (=)$$

$$(=) Md_i = \pm (t_{Md_i} * 0,094)^2$$

Para desenvolver o resto da equação, $[Md_i = \pm (t_{Md_i} * 0,094)^2]$, realizou-se uma interpolação de modo a determinar o valor ótimo de Md_i e o seu grau de confiança, tabela 6.

Tabela 6 - Determinação de Md_i para o diâmetro (adaptado da *t-Student* da ASME PTC 19.1, 1998)

Interpolação para Determinar Md_i							
Exatidão ($\overline{md} - VCV_d$)	Desvio Padrão (s_{md_i})	$\frac{s_{md_i}}{\overline{md} - VCV_d}$	Grau de confiança (%)	Md_i	$Md_i - 1$	$t_{Md_i - 1}$	$(t_{Md_i - 1} * 0,094)^2$
0,0385	0,00362	0,094	0,900	2	1	6,314	0,352
				3	2	2,920	0,075
				4	3	2,353	0,049
				5	4	2,132	0,040
			0,095	2	1	12,706	1,427
				3	2	4,303	0,164
				4	3	3,182	0,089
				5	4	2,776	0,068
			0,990	2	1	63,657	35,813
				3	2	9,925	0,871
				4	3	5,841	0,302
				5	4	4,604	0,187
			0,995	2	1	127,32	143,268
				3	2	14,089	1,754
				4	3	7,453	0,491
				5	4	5,598	0,277
			0,999	2	1	636,62	3581,863
				3	2	31,598	8,824
				4	3	8,61	0,655
				5	4	6,869	0,417

Então, através da análise da tabela 6, conclui-se que o número ideal de medições do diâmetro de cada moeda é $Md_i = 2$ e o grau de confiança é de 95 %.

5.2.3. Critérios de Medição do Diâmetro Médio

Após descobrir $Md_i = 2$ medições, procedeu-se à definição dos critérios de medição, para encontrar D_i de cada elemento de N_i .

Começou-se por definir a posição de todas as moedas, sendo estas colocadas com a face nacional virada para cima e com o símbolo de 2 € em linha paralela.

No que diz respeito às medições, definiu-se que a primeira medição do diâmetro (Md_i') seria igual à média da medição 1 do diâmetro ($M1d_i$) e da medição 2 do diâmetro ($M2d_i$), ($Md_i' = \frac{M1d_i + M2d_i}{2}$). Para as determinar mediu-se $M1d_i$ a 0° , na horizontal, e $M2d_i$ a 90° , na vertical, tal como demonstrado na figura 30.

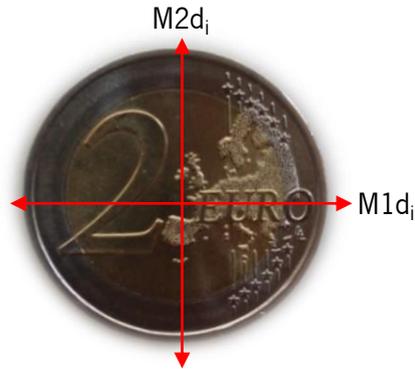


Figura 30 - Critérios de medição de Md_i'

A segunda medição do diâmetro (Md_i''), corresponde à média entre a medição 3 do diâmetro ($M3d_i$) e a medição 4 do diâmetro ($M4d_i$), ($Md_i'' = \frac{M3d_i + M4d_i}{2}$). A medição de $M3d_i$, ocorreu na diagonal, a 45° , e $M4d_i$ a -45° , tal como descrito na figura 31.



Figura 31 - Critérios de medição de Md_i''

Após conhecido Md_i' e Md_i'' determinou-se, através das médias destes, D_i para cada elemento da amostra, em que $D_i = \frac{Md_i' + Md_i''}{2}$.

É de notar que $Md_i = 2$ medições, mas mesmo assim, foram realizadas duas medições para obter Md_i' e mais duas para Md_i'' , o que no total representa quatro medições para determinar D_i , isto acontece, porque existe um desvio para a ovalização devido à inexistência de círculos perfeitos.

Por fim, foram realizadas todas as medições aos elementos da amostra N_i , com o micrómetro decidido anteriormente. Este era zerado de dez em dez moedas medidas, com o objetivo de reduzir o erro de medição devido ao uso e permaneceu estabilizado no suporte da figura 32.



Figura 32 - Suporte de micrómetro

No que diz respeito à força exercida, para manter uma força constante ao longo do processo de medição, foram exercidos três estalares no aperto móvel de precisão do micrómetro em todas as medições efetuadas.

5.2.4. Estimar a Incerteza Expandida do Diâmetro Médio

A incerteza, é afetada por duas componentes: aleatória (tipo A), calculado através de métodos estatísticos e sistemática (tipo B), que usa outros métodos não estatísticos. No caso desta dissertação, a incerteza expandida foi determinada com base no exposto na ASME PTC 19.1 (1998). Assim, a estimativa da incerteza expandida das medições para um grau de confiança de 95 % ($U_{95\%}$), é definido pela equação (3), que corresponde a equação 4.5 da ASME PTC 19.1 (1998),

$$U_{95\%} = \sqrt{\left(\frac{B_x}{2}\right)^2 + (S_{\bar{x}})^2} \quad (3)$$

A incerteza sistemática (B_x), é definida pela equação (4),

$$B_x = \bar{x}_{103} - VCV \quad (4)$$

Então, B_x juntamente com $S_{\bar{x}}$, permitem encontrar $U_{95\%}$, tanto para o diâmetro como para a espessura e peso, onde se vai aplicar a mesma equação.

Após realizadas todas as medições, que se encontram na tabela 25, do apêndice 2, foi possível determinar o diâmetro médio da amostra, ($\bar{D}_{103} = \bar{x}_{103}$), e o desvio padrão do diâmetro (S_D).

Estes dados, encontram-se na tabela 7 e possibilitam estimar a incerteza expandida do diâmetro para 95 % ($U_{D95\%}$).

Tabela 7 - Dados estatísticos das medições do diâmetro

Dados Estatísticos das Medições do Diâmetro (mm)		
Diâmetro Médio da amostra (\bar{D}_{103})	Desvio Padrão (S_D)	Valor Convencionalmente Verdadeiro (VCV_d)
25,768	0,2052	25,75

Conhecidos os valores das variáveis que permitem estimar a incerteza sistemática do diâmetro (B_D), então adaptou-se a equação (4) para o caso do diâmetro, em que:

$$B_D = \bar{D}_{103} - VCV_d (=)$$

$$(\Rightarrow) B_D = 25,768 - 25,75 = 0,018 \text{ mm}$$

Posto isto, é exequível estimar a incerteza expandida das medições do diâmetro ($U_{D95\%}$), pela adaptação da equação (3).

$$U_{D95\%} = \sqrt{\left(\frac{B_D}{2}\right)^2 + (S_D)^2} (=)$$

$$(\Rightarrow) U_{D95\%} = \sqrt{\left(\frac{0,018}{2}\right)^2 + (0,2052)^2} = 0,205 \text{ mm}$$

Com o diâmetro médio da amostra, $\bar{D}_{103} = 25,768 \text{ mm}$, e a incerteza expandida, $U_{D95\%} = 0,205 \text{ mm}$, é possível determinar o resultado para o diâmetro (R_D), bem como o limite de incerteza superior do diâmetro (LIS_D) e o limite de incerteza inferior da espessura (LII_D), para 95 % de confiança.

Tabela 8 - Resultado e limites do diâmetro médio da amostra

Resultado e Limites do Diâmetro Médio da Amostra (mm)		
Resultado (R_D)	Limite de Incerteza Superior do Diâmetro (LIS_D)	Limite de Incerteza Inferior do Diâmetro (LII_D)
25,768 ± 0,205	25,974	25,563

5.2.5. Análise dos Resultados Obtidos na Medição do Diâmetro Médio

Os dados obtidos na medição dos diâmetros, podem ser consultados com maior detalhe na tabela 25, do apêndice 2. Nesta podem ser consultadas todas as medições realizadas, $M1d_i$, $M2d_i$, $M3d_i$, $M4d_i$, bem como as médias Md_i' , Md_i'' e D_i . Já no gráfico da figura 33, encontra-se o resumo dos resultados obtidos ao longo deste subcapítulo, ou seja, D_i , VCV_d , \bar{D}_{103} , LIS_D , LII_D e os limites de rejeição.

Pela análise do gráfico, verifica-se que apenas as três moedas *probe* contém um diâmetro médio fora dos limites de aceitação, sendo este dado expectável devido às suas características.

É de destacar ainda, o diâmetro de duas moedas. O diâmetro médio de N_{13} tende para o LII_D , $D_{13} = 25,584$ mm, o que indica um grande desgaste ou perda de material da sua composição, pois como vimos anteriormente na figura 24, esta aparenta estar queimada, logo pode ter perdido forma, levando a uma diminuição do seu diâmetro médio.

Já a moeda N_{20} , tende para o LIS_D , com $D_{20} = 25,893$ mm, isto acontece, pois como referido antes esta encontra-se muito deformada, levando a que o seu diâmetro médio seja bastante elevado.

Em termos metrológicos, estas ainda se encontram dentro dos limites de incerteza, mas muito junto ao limite tanto inferior como superior. Isto pode indicar que a rejeição destas moedas, por parte do validador, poderá acontecer devido ao uso de limites de aceitação mais restritos ou uma vez que o validador toma a sua decisão através da análise do conjunto dos vários atributos, então a análise isolada do diâmetro não é suficiente para responder a esta questão.

Em suma, no que diz respeito aos restantes elementos da amostra, todos se encontram dentro dos limites de aceitação e junto a \bar{D}_{103} . Isto, também acontece para N_{86} , que apesar de ter sido rejeitada pelo validador, o $D_{86} = 25,757$ mm, ou seja, é extremamente próximo do $VCV_d = 25,75$ mm, levando a que apenas a análise metrológica do diâmetro não consiga explicar o que conduziu à sua rejeição.

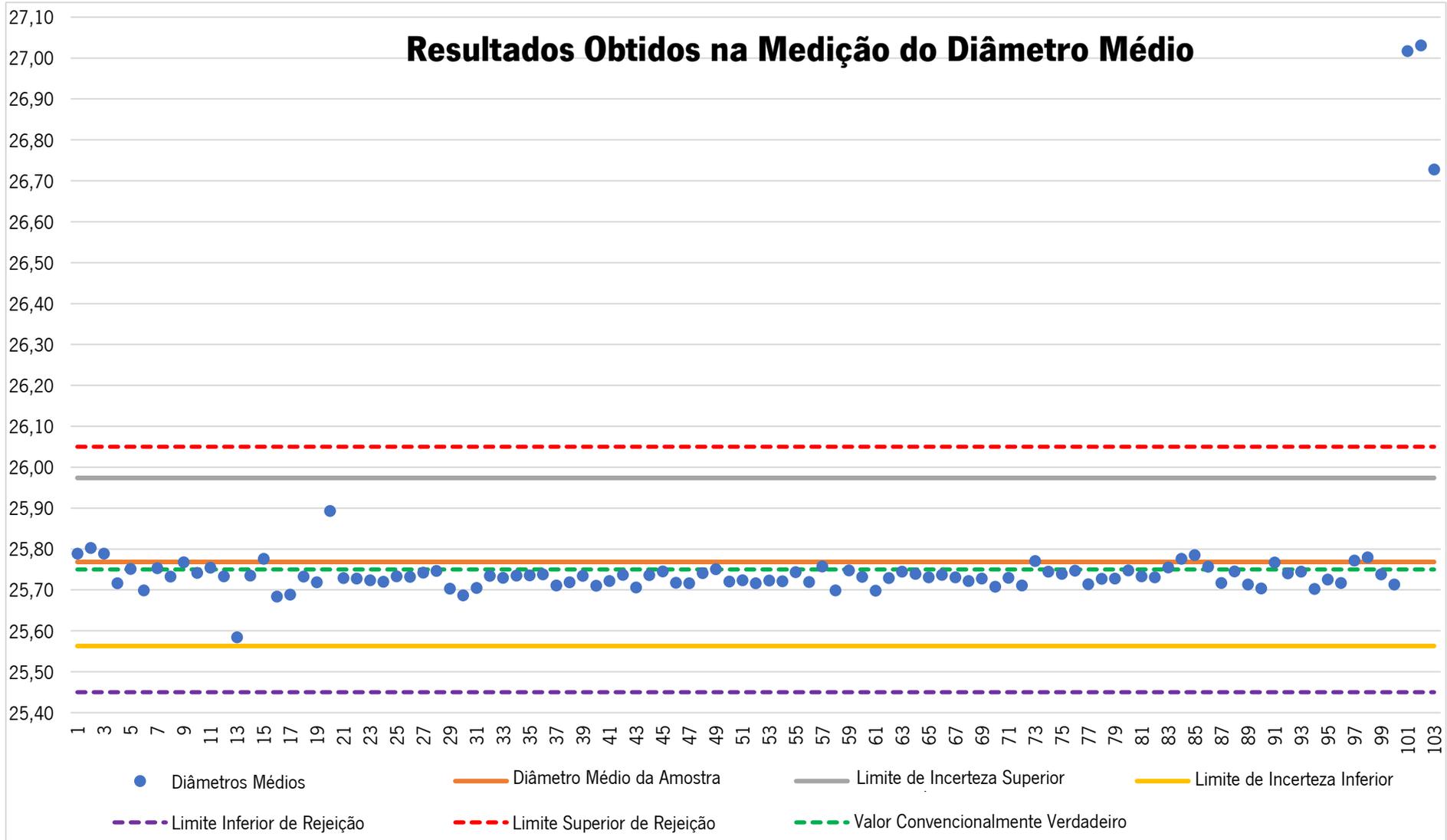


Figura 33 - Gráfico dos dados obtidos com a medição do diâmetro

5.3. Características Metrológicas da Espessura

Do mesmo modo que foi descrito para o procedimento das características metrológicas do diâmetro, serão também apresentados os mesmos passos para a espessura da moeda. Em que, inicialmente se estabeleceu Me_i como sendo o número de medições ótimas para determinar a espessura média de cada elemento da amostra. De seguida foram realizadas as medições à espessura da moeda e por último são apresentadas as conclusões sobre os resultados obtidos.

5.3.1. Seleção do Instrumento de Medição

A seleção do equipamento de medição, teve por base o valor especificado para a espessura da moeda, $2,20 \pm 0,30$ mm, e o respeito pelo número de algarismos significativos relativos à parte de menor significância. Posto isto, optou-se por fazer estas medições com um micrómetro com resolução 0,001 mm, tal como pode ser verificado na tabela 9.

Tabela 9 - Características do micrómetro utilizado no processo de medição da espessura

Características do Micrómetro Digital Utilizado na Medição da Espessura			
Características Comerciais			
Equipamento	Marca	Modelo	Ano de aquisição
Micrómetro Digital	Mitutoyo	293-561-30	2012
Características Metrológicas			
Gama	Resolução	Exatidão	
0 – 25 mm	0,001 mm (digital)	DIN 863-1	
Gestão do Equipamento			
Intervalo de Calibração		Colocação	Acondicionamento
6 meses		Gaveta de micrómetros	Estojo

Na figura 34, é apresentado o micrómetro utilizado, bem como a sua resolução.



Figura 34 - Micrómetro utilizado na medição das espessuras

5.3.2. Determinação do Número de Medições Ótimas da Espessura

A determinação da amostra Me_i , é necessária para efetuar a medição que permite determinar a espessura média (E_i). Pela figura 4.1 da ASME PTC 19.1 (1998), apresentada na figura 29, tal como descrito para obter D_i , o erro aleatório de uma medição (ε_j) é igual à leitura de (X_j) menos a média da população ($\mu = VCV_e$), considerando a inexistência de erro sistemático, que para simplificar o problema em estudo, considerou-se $VCV_e = 2,20$ mm.

Para determinar o valor da equação (1), referida anteriormente, usou-se um conjunto de medições da espessura (me_i) da moeda N_1 da amostra N_i , em que ($me_i = 6$), pois recorreu-se ao uso da *t-Student*, então $me_i > 5$.

De forma a encontrar-se Me_i , definiu-se que o x de equação (1), ($\bar{x} - \mu$), será ($x = me_i$) e $\mu = VCV_e$. Então, começou-se por calcular, tabela 10, a média do conjunto de medições da espessura (\overline{me}) e o seu desvio-padrão do conjunto de medições da espessura (S_{me}).

Tabela 10 - Medições, média e desvio padrão para me_i

Medições, Média e Desvio Padrão para me_i, em (mm)							
me_1	me_2	me_3	me_4	me_5	me_6	\overline{me}	S_{me}
2,222	2,235	2,229	2,214	2,212	2,210	2,220	0,0101

De seguida, pela decomposição da equação (1), obteve-se:

$$\sqrt{Me_i} = \pm t_{Me_i} * \frac{s_{me}}{(\bar{me} - VCV)} (=)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{Me_i} = \pm t_{Me_i} * \frac{0,0101}{(2,220 - 2,20)} (=)$$

$$(\Rightarrow) Me_i = \pm (t_{Me_i} * 0,503)^2$$

Para desenvolver o resto da equação, $[Me_i = \pm (t_{Me_i} * 0,503)^2]$, realizou-se uma interpolação de modo a determinar o valor de Me_i e o seu grau de confiança, tabela 11.

Tabela 11 - Determinação de Me_i (autoria própria e *t-Student* da ASME PTC 19.1, 1998)

Interpolação para Determinar Me_i							
Exatidão ($\bar{me} - VCV_e$)	Desvio Padrão (s_{me_i})	$\frac{s_{me_i}}{\bar{me} - VCV_e}$	Grau de confiança (%)	Me_i	$Me_i - 1$	$t_{Me_i - 1}$	$(t_{Me_i - 1} * 0,503)^2$
0,020	0,0101	0,503	0,900	2	1	6,314	10,086
				3	2	2,920	2,157
				4	3	2,353	1,401
				5	4	2,132	1,150
			0,095	2	1	12,706	40,845
				3	2	4,303	4,684
				4	3	3,182	2,562
				5	4	2,776	1,950
			0,990	2	1	63,657	1025,210
				3	2	9,925	24,922
				4	3	5,841	8,632
				5	4	4,604	5,363
			0,995	2	1	127,32	4101,291
				3	2	14,089	50,220
				4	3	7,453	14,053
				5	4	5,598	7,928
			0,999	2	1	636,62	102536,789
				3	2	31,598	252,604
				4	3	8,61	18,755
				5	4	6,869	11,937

Então, através da análise da tabela 11, conclui-se que o número ideal de medições da espessura de cada moeda é $Me_i = 4$ e o grau de confiança é de 95 %.

5.3.3. Critérios de Medição da Espessura Média

Após descobrir $Me_i = 4$ medições, procedeu-se à definição dos critérios de medição, para encontrar E_i de cada elemento da amostra N_i .

Relativamente à posição de todas as moedas, estas foram colocadas com a face nacional virada para cima e com o símbolo de 2 € em linha paralela.

No que diz respeito às medições, definiu-se que $E_i = \frac{M1e_i + M2e_i + M3e_i + M4e_i}{4} = \frac{Me_i' + Me_i''}{2}$, ou seja, esta é igual à média da primeira medição da espessura (Me_i') e da segunda medição da espessura (Me_i'').

Para obter Me_i' , calculou-se a média entre a medição 1 da espessura ($M1e_i$) e a medição 2 da espessura ($M2e_i$), ($Me_i' = \frac{M1e_i + M2e_i}{2}$), obtidos nas extremidades, na vertical, tal como marcado na figura 35.



Figura 35 - Critérios para obter Me_i'

No que diz respeito a Me_i'' , esta corresponde à média entre a medição 3 da espessura ($M3e_i$) e da medição 4 da espessura ($M4e_i$), ($Me_i'' = \frac{M3e_i + M4e_i}{2}$). A medição de $M3e_i$ e $M4e_i$, são conseguidas nas extremidades, na horizontal, conforme mostrado na figura 36.



Figura 36 - Critérios para obter Me_i''

Por fim, foram realizadas todas as medições aos elementos da amostra N_i , com o micrómetro apresentado anteriormente. O qual, também permaneceu estabilizado no suporte, mostrado anteriormente na figura 32, e era zerado de dez em dez moedas medidas, com o objetivo de reduzir o erro de medição devido ao uso.

Em relação à força exercida, também foram exercidos três estalares na roda do micrómetro em todas as medições efetuadas.

5.3.4. Estimar a Incerteza Expandida da Espessura Média

A equação (3), para estimar a incerteza expandida da espessura ($U_{E95\%}$), está definida no ponto 5.2.4., pois como referido antes será também usada a mesma equação neste caso.

Após todas as medições realizadas, encontradas na tabela 26 do apêndice 3, obteve-se, tabela 12, a espessura média da amostra (\bar{E}_{103}) e o desvio-padrão da espessura (S_E), para estimar $U_{E95\%}$.

Tabela 12 - Dados estatísticos das medições da espessura

Dados Estatísticos das Medições da Espessura (mm)		
Espessura Média da amostra (\bar{E}_{103})	Desvio-padrão (S_E)	Valor Convencionalmente Verdadeiro (V_{CV_e})
2,216	0,0774	2,20

Conhecidos os valores das variáveis que permitem determinar a incerteza sistemática da espessura (B_E), então pela adaptação da equação (4) temos que:

$$B_E = \bar{E}_{103} - V_{CV_e} \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) B_E = 2,216 - 2,20 = 0,016 \text{ mm}$$

Posto isto, é exequível estimar a incerteza expandida das medições da espessura para 95 %, $U_{E95\%}$, dada pela adaptação da equação (3).

$$U_{E95\%} = \sqrt{\left(\frac{B_E}{2}\right)^2 + (S_D)^2} \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) U_{E95\%} = \sqrt{\left(\frac{0,016}{2}\right)^2 + (0,0774)^2} = 0,078 \text{ mm}$$

Com a espessura média da amostra, $\bar{E}_{103} = 2,216 \text{ mm}$, e a incerteza expandida, $U_{E95\%} = 0,078 \text{ mm}$, é possível determinar o resultado para a espessura (R_E) da amostra recolhida, bem como o limite de incerteza superior da espessura (LIS_E) e o limite de incerteza inferior da espessura (LII_E), para 95 % de confiança, tabela 13.

Tabela 13 - Resultado e limites da espessura média da amostra

Resultado e Limites das Espessuras Médias (mm)		
Resultado (R_D)	Limite de Incerteza Superior da Espessura (LIS_E)	Limite de Incerteza Inferior da Espessura (LII_E)
2,216 ± 0,078	2,294	2,138

5.3.5. Análise dos Resultados Obtidos na Medição da Espessura Média

As medições para determinar a espessura média, de cada elemento da amostra N_i , são registados na tabela 26 do apêndice 3. Abaixo, é apresentado o gráfico da figura 37, que apresenta os dados obtidos para a E_i , \bar{E}_{103} , VCV_e , os limites de rejeição, LIS_E e LII_E .

A análise do gráfico, permite constatar que as espessuras médias das moedas vão variando muito, consoante a moeda estudada. Isto, leva a verificar a existência de vários pontos juntos aos limites de incerteza, tanto inferior como superior, fazendo com que exista uma grande dispersão de resultados.

Comparativamente com a medição do diâmetro, as espessuras apresentam diversos pontos fora dos limites de incerteza e dos limites de rejeição.

As moedas N_{16} , N_{17} , encontram-se acima do LIS_E . Isto, poderá indicar que o limite de rejeição do validador, em relação à espessura, é mais elevado que o LIS_E , pois estas duas moedas não foram rejeitadas pelo validador. Porém, há que ter em conta, que o validador apenas rejeita moedas através da análise do conjunto dos vários atributos examinados, ou seja, não permite afirmar que a rejeição não se deu apenas por causa do limite superior da espessura do validador.

Resultados Obtidos na Medição da Espessura Média

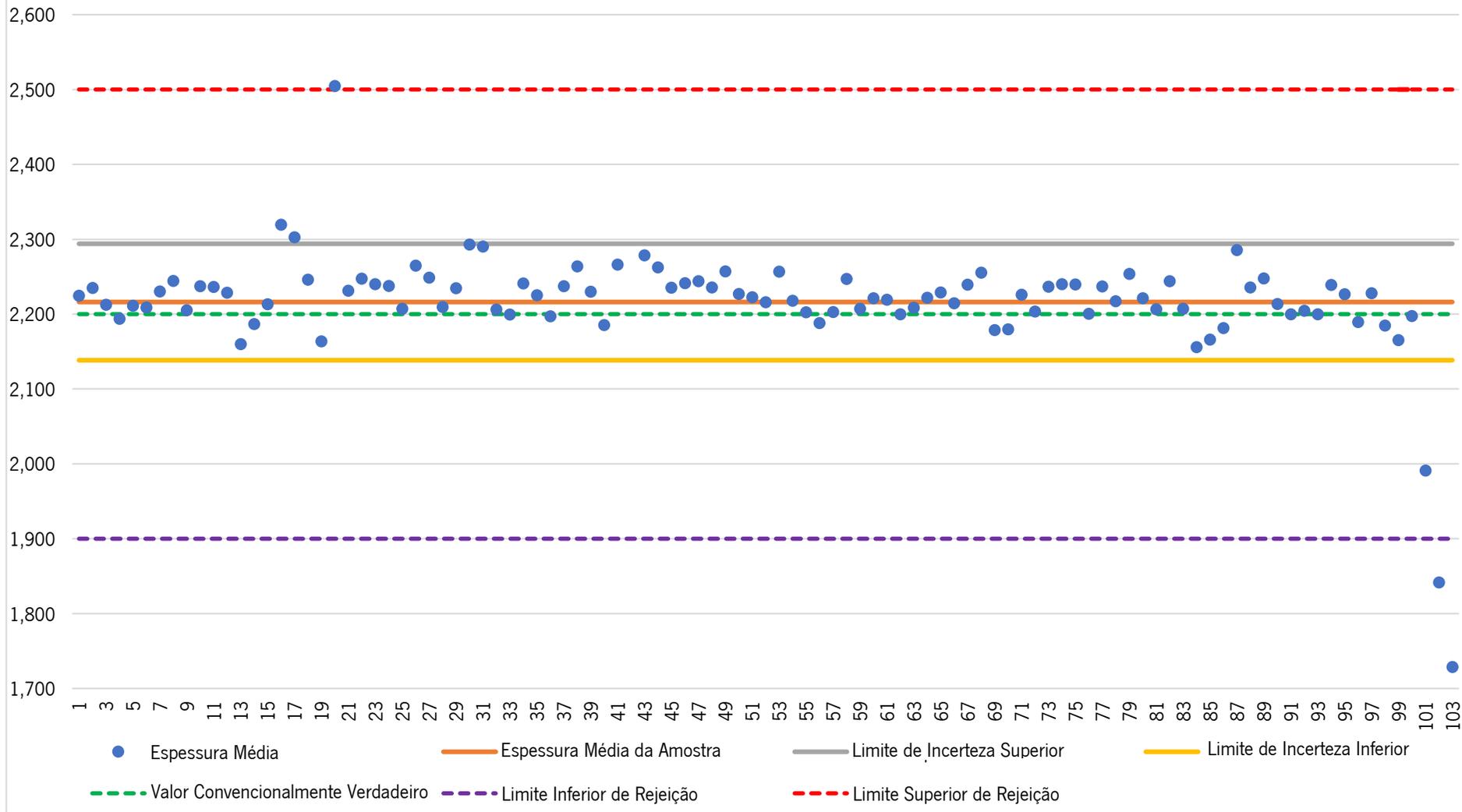


Figura 37 - Gráfico dos dados obtidos com a medição da espessura

Na figura 38, encontram-se as duas moedas em questão, que através da sua análise visual não se identificam quaisquer deformações relevantes ou sinais de contrafação, logo uma possível explicação para estas terem uma maior espessura, poderá estar, por exemplo, em algum pequeno defeito de fabrico.



Figura 38 - Moedas com espessuras médias fora do limite de incerteza superior

Em relação à moeda *probe* N_{101} , esta encontra-se abaixo do LLI_E . Porém, era expectável que esta se encontrasse também fora dos limites inferiores de rejeição, tal como as outras duas moedas *probe*, N_{102} e N_{103} , devido às suas características serem apenas parecidas com as moedas genuínas de 2 €.

Pelo contrário, N_{20} , encontra-se acima do limite superior de rejeição, pois como foi mostrado anteriormente na figura 24, esta encontra-se deformada, e o tipo de deformações presentes em certas zonas do bordo da moeda, conduzem a medições da espessura mais altas. Demonstrado que a espessura poderá ser uma das razões para o validador a ter rejeitado.

Por fim, é de destacar a espessura de N_{13} , $E_{13} = 2,160$ mm e de N_{86} , $E_{86} = 2,181$ mm, que apesar de terem sido rejeitadas pelo validador, a sua espessura encontra-se entre LLI_E e o VCV_e , logo poderá não ser o fator que contribuiu para a sua rejeição.

5.4. Características Metrológicas do Peso

O procedimento realizado antes da medição do peso das moedas é muito idêntico ao realizado para as medições anteriores, a grande diferença está no instrumento de medição utilizado.

Então, estabeleceu-se M_{p_i} , o número de pesagens ótimas para determinar o peso (P_i) de cada elemento de N_i . Após apresentados os procedimentos de determinação de M_{p_i} , foram realizadas as pesagens às moedas e a análise dos resultados obtidos.

5.4.1. Seleção do Instrumento de Medição

A seleção do equipamento de medição, teve por base o valor especificado para o peso da moeda, $8,50 \pm 0,425$ g, e o respeito pelo número de algarismos significativos da parte de menor significância. Posto isto, optou-se por fazer estas medições com uma balança de precisão, apresentada na figura 39, a qual tem uma resolução de 0,0001 g.



Figura 39 - Balança de precisão utilizada nas pesagens das moedas

As suas características principais são apresentadas na tabela 14, onde se destaca a resolução, a gama de medição e a repetibilidade.

Tabela 14 - Características da balança de precisão utilizada no processo de pesagem

Balança de Precisão utilizada na Pesagem			
Características Comerciais			
Equipamento	Marca	Modelo	Ano de aquisição
Balança de Precisão	Mettler	AE 240	-
Características Metroológicas			
Gama	Resolução	Reprodutibilidade	Repetibilidade
0 - 40 g	0,00001 g	0,00002 g	± 0,00003 g
Gestão do Equipamento			
Intervalo de Calibração	Colocação		Acondicionamento
Incorpora peso de calibração	-		-

5.4.2. Determinação do Número de Medições Ótimas do Peso

A determinação da amostra M_{p_i} , é necessária para efetuar a medição que permite determinar o peso (P_i). Pela figura 4.1 da ASME PTC 19.1 (1998), apresentada na figura 29, tal como descrito para obter D_i , o erro aleatório de uma medição (ϵ_j) é igual à leitura de (X_j) menos a média da população ($\mu = VCV_p$), considerando a inexistência de erro sistemático, que para simplificar o problema em estudo, considerou-se $VCV_p = 8,50$ g.

Para determinar o valor da equação (1) da exatidão, $(\bar{x} - \mu)$, referida anteriormente no ponto 5.2.2., usou-se um conjunto de pesagens (mp_i), da moeda N_1 da amostra N_i , em que $mp_i = 6$, pois recorreu-se ao uso da *t-Student*, então $mp_i > 5$.

De forma a encontrar-se M_{p_i} , definiu-se que o x da equação será ($x=mp_i$) e $\mu = VCV_p$. Então, começou-se por calcular a média do conjunto de pesagens (\overline{mp}) e o desvio padrão do conjunto de pesagens (S_{mp}), apresentados na tabela 15.

Tabela 15 - Pesagens, média e desvio padrão para mp_i

Pesagens, Média e Desvio Padrão para mp_i, em (g)							
mp_1	mp_2	mp_3	mp_4	mp_5	mp_6	\overline{mp}	S_{mp}
8,4991	8,4990	8,4991	8,4990	8,4990	8,4991	8,4991	0,000047

Como S_{mp} tende para zero, isto significa que não existe dispersão entre as pesagens realizadas, logo $Mp_i = 1$ pesagem, pois fazer uma ou cem pesagens não conduzirá a nenhuma diferença.

5.4.3. Critérios de Medição do Peso

Já com o número de pesagens definido, $Mp_i = 1$, começou-se o processo de determinação do P_i de cada moeda.

Para começar, todas as pesagens foram realizadas com a mesma balança, apresentada anteriormente. Antes de colocar cada moeda na balança, esta era zerada, com a porta fechada, e só depois eram colocadas, as moedas, no centro do prato com o auxílio de uma pinça, figura 40.



Figura 40 - Posição da moeda no prato da balança

Após a moeda ser pousada, a porta era fechada e carregava-se no botão para a balança proceder à leitura do peso. De seguida, aguardava-se alguns segundos até a balança estabilizar o valor do peso e este era de seguida anotado.

De notar que, o uso da pinça teve como objetivo não exercer demasiada carga sobre o prato da balança, após a moeda ser pousada.

5.4.4. Estimar a Incerteza Expandida do Peso

A equação (3) para estimar a incerteza expandida do peso ($U_{P95\%}$), está definida no ponto 5.2.4., pois como referido antes será também usada a mesma equação neste caso.

Após todas as medições realizadas, que se encontram na tabela 27 do apêndice 4, é possível, determinar o peso médio da amostra (\bar{P}_{103}), e o desvio-padrão do peso (S_P), apresentado na tabela 16, permitindo estimar $U_{P95\%}$.

Tabela 16 - Dados estatísticos do peso

Dados Estatísticos do Peso (g)		
Diâmetro Médio da Amostra (\bar{P}_{103})	Desvio-padrão (S_P)	Valor Convencionalmente Verdadeiro (VCV_p)
8,417	0,295	8,50

Conhecidos os valores das variáveis da incerteza sistemática do peso (B_P), então pela adaptação da equação (4) temos que:

$$B_P = \bar{P}_{103} - VCV_p \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) B_P = 8,417 - 8,50 = -0,083 \text{ g}$$

Posto isto, é exequível estimar a incerteza expandida do peso, $U_{P95\%}$, dada pela adaptação da equação (3).

$$U_{P95\%} = \sqrt{\left(\frac{B_P}{2}\right)^2 + (S_P)^2} \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) U_{P95\%} = \sqrt{\left(\frac{-0,083}{2}\right)^2 + (0,295)^2} = 0,2978 \text{ g}$$

Com a média do peso da amostra, $\bar{P}_{103} = 8,417$ g, e a incerteza expandida, $U_{p95\%} = 0,2978$ g, então é possível determinar o resultado para o peso (R_p), bem como o limite de incerteza superior do peso (LIS_p) e o limite de incerteza inferior do peso (LII_p), apresentados na tabela 17.

Tabela 17 - Resultado e limites do peso da amostra

Resultado e Limites do Peso da Amostra (g)		
Resultado (R_p)	Limite de Incerteza Superior do peso (LIS_p)	Limite de Incerteza Inferior do peso (LII_p)
8,417 ± 0,2978	8,7148	8,1192

5.4.1. Análise dos Resultados Obtidos na Medição do Peso

Os resultados de todas as pesagens efetuadas, podem ser consultadas com pormenor na tabela 27 do apêndice 4. Abaixo, é apresentada na figura 41 o gráfico que resume a dispersão de P_i , bem como \bar{P}_{103} , VCV_p , limites de rejeição, LIS_p e LII_p .

A observação do gráfico, revela que a maior parte dos elementos da amostra se encontram abaixo do VCV_p . Isto, poderá ser justificado com o facto de as moedas serem circuladas e ao longo dos anos estas sofrerem desgaste, o que faz com que exista uma perda de material que leva a que as pesagens realizadas forneçam um peso menor, em relação ao VCV_p , mesmo que seja uma diferença muito pequena.

Há exceção da moeda N_{13} e das moedas *probe*, as restantes moedas estão todas dentro dos limites da incerteza e dos limites de rejeição, incluindo as que não superaram as medições e o teste realizado no validador, descritos anteriormente.

Em relação à moeda N_{13} , $P_i = 7,7112$ g, contudo, tal como foi dito anteriormente esta encontra-se aparentemente queimada, o que pode ter levada a uma perda de material, logo, faz com que o seu peso esteja muito abaixo do limite inferior de rejeição. Posto isto, é reforçado ainda mais o porquê da sua rejeição por parte do validador, pois é mais um atributo reprovado pelo controlo metrológico.

Por fim, temos as moedas *probe* que também se encontram fora do limite inferior de rejeição, devido às suas características apenas se assemelharem às das moedas de 2 €.

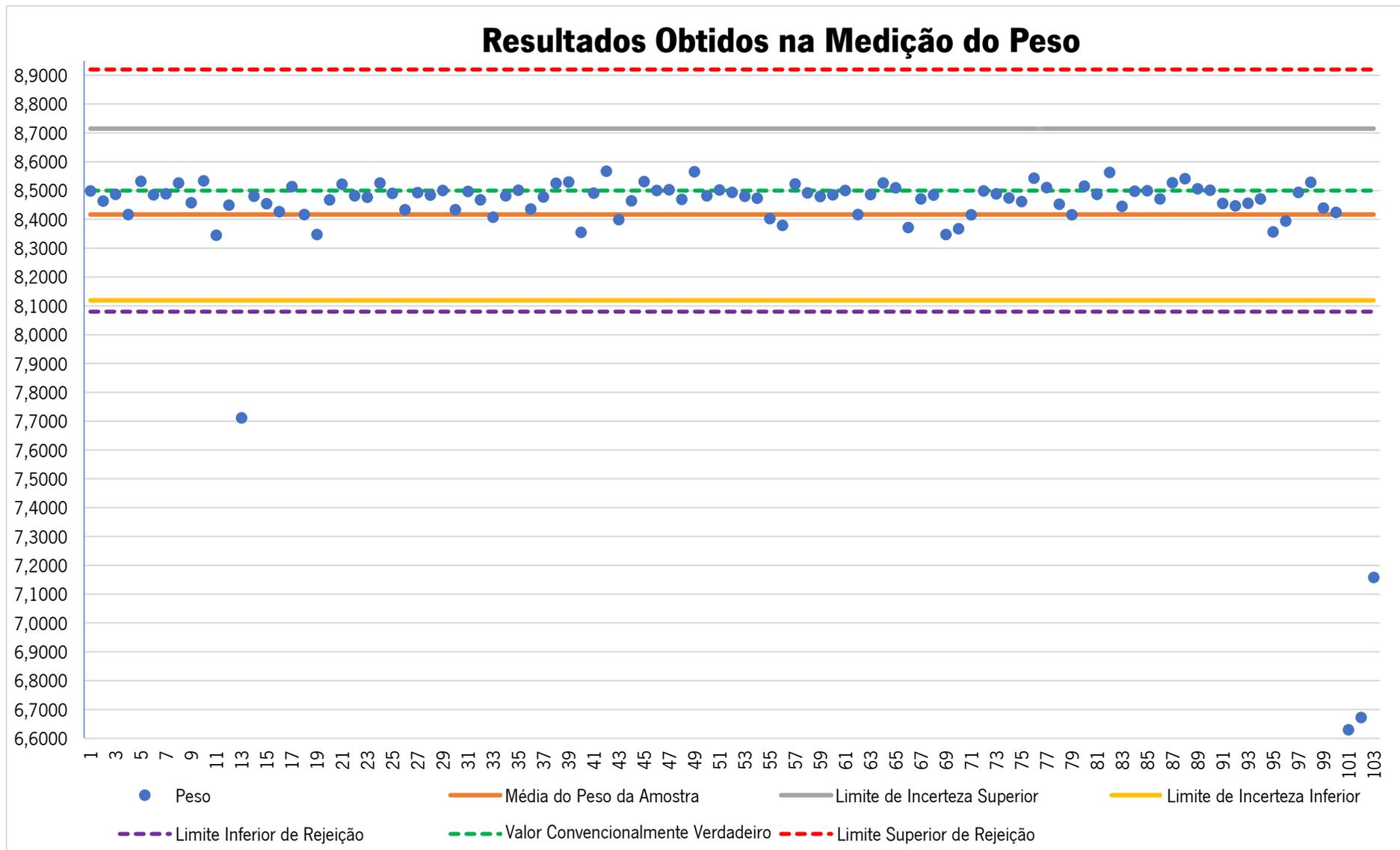


Figura 41 - Gráfico dos dados obtidos com a medição do peso

5.5. Características Metrológicas da Condutividade

A condutividade (σ) das moedas, é outro dos atributos analisado pelos validadores e, uma vez que queremos aferir a genuinidade das moedas com base na comparação entre o controlo metrológico e os dados obtidos na experiência de validação, então é necessário tentar proceder à sua determinação.

Como não existiam equipamentos disponíveis para medir diretamente a σ , então procedeu-se à sua determinação através da obtenção do valor da resistividade (ρ), $\left(\rho = \frac{1}{\sigma}\right)$, pois esta é o inverso da σ , $\left(\sigma = \frac{1}{\rho}\right)$.

Porém, os instrumentos de medição disponíveis, no laboratório de metrologia, também não permitiam proceder à medição direta da ρ , existindo apenas equipamentos com capacidade de medir a resistência (R), então procedeu-se à obtenção da ρ através do uso da R . Isto é possível, pois a ρ é igual à R vezes a área (A) sobre a espessura (E), $\left(\rho = R \cdot \frac{A}{E}\right)$, ou seja, $\left(R = \rho \cdot \frac{E}{A}\right)$ (Eletronica PT, s.d.).

Contudo, como o núcleo e a coroa, da moeda de 2 €, são compostos por materiais diferentes, tal como demonstrado na figura 6, então para proceder à determinação da σ da moeda, é necessário determinar a condutividade das duas partes.

Posto isto, serão apresentados os passos necessários para determinar os parâmetros que permitem obter a resistividade e posteriormente a condutividade.

5.5.1. Valores de Referência da Condutividade do Núcleo e da Coroa

Os valores de referência da condutividade da moeda, não foram encontrados, pensando-se que estes não são fornecidos pelo BCE ou por outra entidade responsável, pois acaba por se tratar de uma medida de segurança, caso contrário seria mais fácil produzir moeda contrafeita muito idêntica à genuína.

Contudo, como são conhecidos os materiais usados na constituição das duas partes da moeda, bem como a percentagem de material que é incorporado em cada uma, então assumiu-se, segundo a Eletronica PT (s.d.), que os valores da condutividade de referência para o núcleo ($\sigma_{n_{ref}}$ /

Ωm) e os valores de condutividade de referência para a coroa ($\sigma_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$), são os apresentados na tabela 18.

Tabela 18 - Condutividade de referência para o núcleo e para a coroa

Condutividade do Núcleo e da Coroa da Moeda de 2 €					
Núcleo					
Material	%	Resistividade de referência do material ($\rho / \Omega\text{m}$)	Resistividade de acordo com a % de material ($\rho / \Omega\text{m}$)	Resistividade de referência do núcleo ($\rho n_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$)	Condutividade de referência do núcleo ($\sigma n_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$)
Cu	75	1,72E-08	1,29E-08	2,81E-08	3,56E+07
Ni	5	6,80E-08	3,40E-09		
Zn	20	5,91E-08	1,18E-08		
Coroa					
Material	%	Resistividade de referência do material ($\rho / \Omega\text{m}$)	Resistividade de acordo com a % de material ($\rho / \Omega\text{m}$)	Resistividade de referência da coroa ($\rho c_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$)	Condutividade de referência da coroa ($\sigma c_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$)
Cu	75	1,72E-08	1,29E-08	2,99E-08	3,34E+07
Ni	25	6,80E-08	1,70E-08		

Como pode ser constatado, os valores da $\sigma n_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$ e $\sigma c_{\text{ref}} / \Omega\text{m}$ são bastante elevados, o que pode ser um indicador importante na rejeição de moeda contrafeita, pois caso os materiais das contrafações tenham uma condutividade inferior, poderão ser rejeitadas. Contudo, também não são conhecidos os valores de tolerância da condutividade aceite pelos validadores.

5.5.2. Seleção do Instrumento de Medição

No caso da medição de resistência, usou-se o mesmo multímetro para as duas partes da moeda. Porém, como não eram conhecidos, inicialmente, os valores da resistência, então em primeiro lugar recorreu-se a um multímetro mais simples, contudo os valores obtidos não se diferenciavam, consoante a moeda medida, o que se concluiu que o equipamento não era o adequado para efetuar a medição.

Após isso, foi pedido um novo equipamento ao departamento de eletrónica da Universidade do Minho, apresentando uma resolução de $0,001 \Omega m$, tal como exibido na tabela 19, juntamente com as outras características que o compõem.

Tabela 19 - Características do Multímetro (fonte: Metrix)

Multímetro Utilizado na Medição da Resistência			
Características Comerciais			
Equipamento	Marca	Modelo	Ano de aquisição
Multímetro	Metrix	IX 3131	-
Características Metrológicas			
Gama		Resolução	Precisão
0 - 10 Ωm		0,001 Ωm	0,6 % + 5 (em 1 <i>kHz</i>)
Gestão do Equipamento			
Intervalo de Calibração		Colocação	Acondicionamento
Realizada usando a tecla "CAL"		-	-

Já na figura 42, é apresentado o multímetro utilizado.



Figura 42 - Multímetro utilizado na medição da resistência

Além do multímetro, utilizou-se durante o processo de determinação da condutividade, o projetor de perfis, figura 43. Este, permitiu determinar o diâmetro do núcleo (D_{n_i}), que posteriormente dividido por dois permite obter o raio (r), em que $r = \frac{D_{n_i}}{2}$.



Figura 43 - Projetor de perfis utilizado na medição do diâmetro do núcleo

Na tabela 20, encontram-se as características principais do projetor de perfis, onde se destaca a gama de 0 - 25 mm e a resolução de 0,001 mm, permitindo obter uma repetibilidade de $\pm 1 \mu\text{m}$. É de realçar que foi usada a objetiva de 10 vezes, permitindo assim visualizar todos os pormenores da moeda e os pontos de marcação da medição.

Tabela 20 - Características do projetor de perfis usado

Projetor de Perfis Utilizado na Medição do Diâmetro do Núcleo			
Características Comerciais			
Equipamento	Marca	Modelo	Ano de aquisição
Projeto de Perfis	Mitutoyo	PV-350	1982
Características Metroológicas			
Gama	Resolução	Aumentos	Precisão
0 - 25 mm	0,001 mm	10 vezes	$\pm 1 \mu\text{m}$
Gestão do Equipamento			
Intervalo de Calibração		Colocação	Acondicionamento
6 meses		Laboratório de Metrologia	-

5.5.3. Critérios de Determinação da Resistência do Núcleo e da Coroa

No caso da medição da resistência do núcleo (R_{n_i}) e da resistência da coroa (R_{c_i}), para ambos os casos, efetuou-se apenas uma medição.

Contudo antes de começar o processo de medição, foram seguidas as seguintes diretrizes, para ambos os casos.

Após ligar o equipamento, foi selecionado o modo de medição da resistência “L/C/R”, em (1), que permite efetuar as medições com a resistência em Ωm (2), tal como explicado na figura 44.

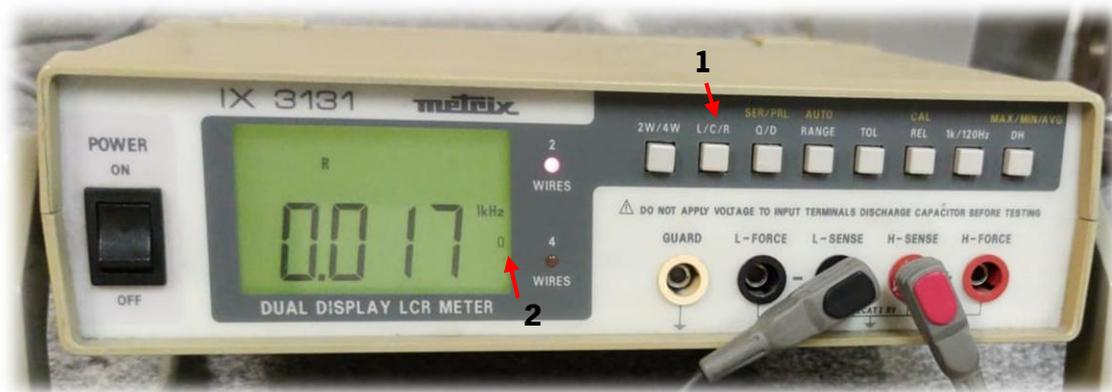


Figura 44 - Seleção do modo de medição da resistência

De seguida, efetuou-se a calibração do zero do equipamento, usando o comando “Call Rel” (1) e através da colocação das duas ponteiros (2), em contacto uma com a outra, tal como na figura 45.



Figura 45 - Processo para a determinação do zero

Contudo, só ao fim de alguma insistência e de várias tentativas, é que se conseguiu chegar ao zero do equipamento, figura 46.



Figura 46 - Calibração do zero

Já com o equipamento calibrado, iniciou-se o processo de medição de Rn_i e de Rc_i , para cada elemento da amostra N_i .

É de realçar, que cada moeda foi colocada no suporte, exibido previamente na figura 32, para que esta permanecesse estabilizada. O método de medição consistiu, em colocar as ponteiras em paralelo, para que estas gerassem uma medição precisa, tal como demonstrado na figura 47.



Figura 47 - Medição da resistência da coroa e da resistência do núcleo

É de realçar, que durante o processo de medição houve bastantes dificuldades em estabilizar as duas ponteiras em paralelo. Outro problema sentido, foi o facto de o valor da resistência ser muito pequeno, então foi difícil estabilizar o equipamento até obter um valor adequado, ou seja, este problema pode ter causado um grande erro de medição nas leituras obtidas.

Além disso, devido à variedade e intensidade dos relevos no núcleo, tornava-se difícil obter os valores da resistência. No caso da coroa, os valores eram mais estáveis e rápidos de obter, pois o bordo da moeda permitia estabilizar as ponteiras.

Os resultados obtidos, para Rn_i , podem ser consultados na tabela 30 do apêndice 7 e a os de Rc_i , pode ser consultos na tabela 31 do apêndice 8.

Em síntese, a média de $Rn_i = 1,92E-02 \Omega m$ e a média de $Rc_i = 1,97E-02 \Omega m$, para as amostras de N_1 a N_{100} .

No caso das três moedas *probe*, os resultados das medições podem ser consultados na tabela 21.

Tabela 21 - Resistência das moedas *probe*

Resistência Obtida com as Moedas *Probe Trial*

N_i	Resistência do núcleo (Ωm) Rn_i	Resistência da coroa (Ωm) Rc_i
N₁₀₁	5,539	0,179
N₁₀₂	-	1,720
N₁₀₃	0,018	0,017

A realização da medição destas moedas foi muito difícil de ser executada porque, mesmo ao fim de várias tentativas, não se conseguia estabilizar o equipamento e então apenas foram encontrados estes valores, e só pontualmente. Ou seja, são valores com um baixo grau de confiança e além disso, não são conhecidos os tipos de materiais utilizados no fabrico destas moedas.

No que diz respeito a Rn₁₀₂, como se desconhece o tipo de material que o compõe, mesmo ao fim de várias tentativas, o equipamento não conseguiu fornecer qualquer valor.

5.5.4. Critérios de Determinação da Espessura do Núcleo e da Coroa

Como foi dito anteriormente, para obter a resistividade, é necessário conhecer a espessura da moeda, ou seja, a espessura do núcleo (En_i) e a espessura da coroa (Ec_i).

Em relação a En_i, para efetuar a sua medição, foram seguidos os mesmos critérios estabelecidos anteriormente.

Então, no processo de medição para determinar a espessura do núcleo (En_i), definiu-se que $En_i = \frac{E1n_i + E2n_i}{2}$, ou seja, é a média da medição 1 da espessura do núcleo (E1n_i) e da medição 2 da espessura do núcleo (E2n_i), em pontos aleatórios no núcleo da moeda, tal como demonstrado na figura 48.



Figura 48 - Medição do núcleo da moeda

Os dados obtidos para E_{n_i} , podem ser consultados na tabela 28 do apêndice 5. A média da espessura do núcleo da amostra ($\overline{E_{n_i}}$) é 1,918 mm. É de salientar que não se conseguiu obter o valor de referência para E_{n_i} .

No caso de E_{c_i} , usou-se a espessura média (E_i), ou seja, $E_{c_i} = E_i$, que pode ser encontrada na tabela 26 do apêndice 3.

5.5.5. Critérios de Determinação da Área do Núcleo e da Coroa

Por último, para determinar a resistência (R), é necessário conhecer a área do núcleo (A_{n_i}) e a área da coroa (A_{c_i}).

Para proceder ao cálculo da área (A), usou-se a equação da área do Manual de fórmulas técnicas (1996), em que $A = \pi \cdot (r)^2$.

Área do Núcleo

Para proceder ao cálculo de A_{n_i} , usou-se a medição do diâmetro do núcleo da moeda (D_{n_i}), em que $A_{n_i} = \pi \cdot \left(\frac{D_{n_i}}{2}\right)^2$.

Contudo, como D_{n_i} não é conhecido, foi necessário determiná-lo. Para tal, foram efetuadas duas medições, uma em cada eixo, pois, o projetor de perfis tem uma repetibilidade de $\pm 1 \mu\text{m}$.

Então, Dn_i é igual à média da medição efetuada no eixo do x (Dnx_i) e da medição efetuada no eixo do y (Dny_i), ou seja, $Dn_i = \frac{Dnx_i + Dny_i}{2}$, tal como demonstrado na figura 49.

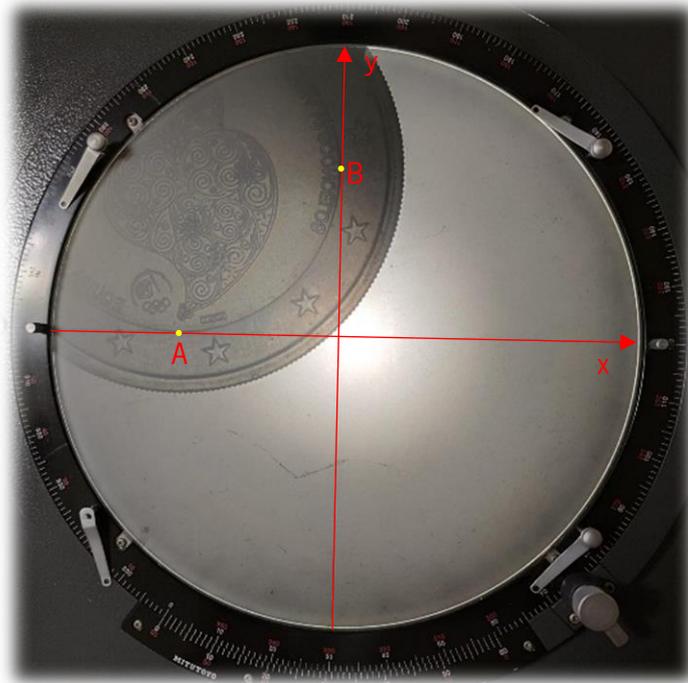


Figura 49 - Medição do diâmetro do núcleo, no eixo do x e no eixo do y

Para obter as medições, definiram-se os zeros nos dois eixos, por exemplo o ponto A e B, e a partir daí os eixos percorriam a moeda até às extremidades opostas do núcleo, onde eram marcados os valores do diâmetro em cada eixo, permitindo assim obter o Dn_i de cada uma das moedas.

Ao longo do processo, foram encontradas algumas dificuldades, contudo, é de destacar o espaçamento entre o núcleo e a coroa, causando algumas dúvidas sobre onde deveria ser definido o zero e o respetivo ponto na outra extremidade do núcleo.

Para resolver esta situação, definiu-se que o diâmetro seria obtido nos pontos exteriores ao círculo negro, que correspondem, por exemplo, ao ponto A e B, tal como o exemplo da figura 50.

Posto isto, foram calculados todos os Dn_i , tal como apresentado na tabela 29 do apêndice 6, permitindo aferir que o diâmetro médio do núcleo da amostra é de 18,465 mm.

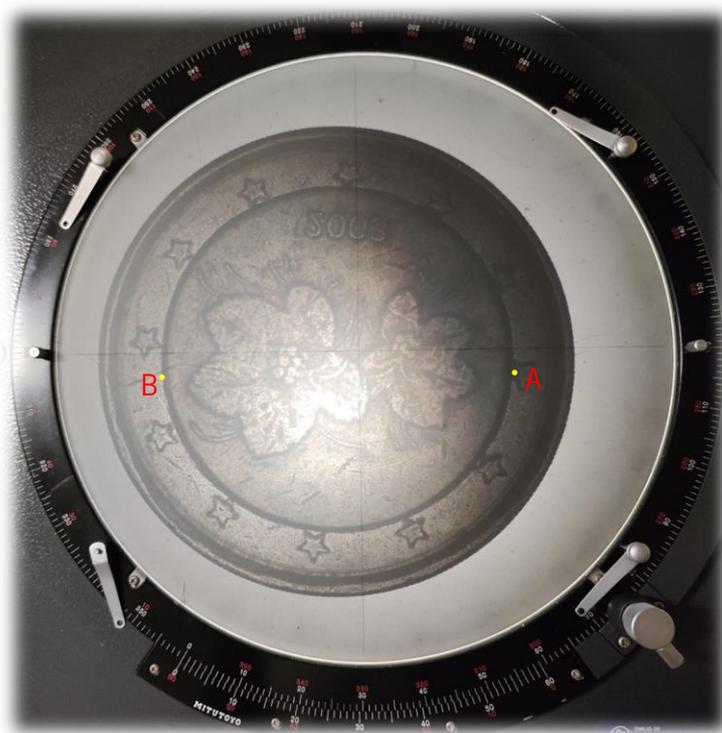


Figura 50 - Espaçamento entre o núcleo e a coroa

Além disso, é de destacar que o Dn_i das moedas *probe* é muito idêntico ao das moedas genuínas, tal como demonstrado na tabela 22.

Tabela 22 - Medição do diâmetro do núcleo das moedas *probe*

Medição do Diâmetro do Núcleo das Moedas <i>Probe</i> (mm)			
N_i	Dnx_i	Dny_i	Dn_i
N_{101}	18,500	18,372	18,436
N_{102}	18,527	18,262	18,395
N_{103}	18,458	18,282	18,370

É de notar, que não foram encontrados quaisquer valores de referência para Dn_i .

Em suma, com a determinação de Dn_i , estão reunidas as condições para determinar An_i , onde os seus valores podem ser encontrados na tabela 30 do apêndice 7, e a área média do núcleo da amostra é $2,68E-04 \text{ m}^2$.

Área da Coroa

No que diz respeito a A_{c_i} , esta foi calculada através da área total da moeda (A_{t_i}) menos a área do núcleo ($A_{t_i} - A_{n_i}$). Para o cálculo da área total, usou-se a medição do diâmetro da moeda (D_i), ou seja, $A_{t_i} = \pi * \left(\frac{D_i}{2}\right)^2$.

Os valores de A_{t_i} e A_{c_i} , podem ser consultados na tabela 31 do apêndice 8.

Em relação aos valores de referência de A_{c_i} , estes não são conhecidos, mas a coroa das amostras apresenta uma área média de $2,54E-04 \text{ m}^2$.

5.5.6. Apuramento da Resistividade e da Condutividade do Núcleo e da Coroa

Após definidos os valores da resistência (R), espessura (E) e da área (A) para cada elemento da amostra, então, estão reunidas todas as condições para determinar a resistividade da moeda.

Para calcular a resistividade do núcleo (ρ_{n_i}), usou-se a equação (5),

$$\rho_{n_i} = R_{n_i} * \frac{E_{n_i}}{A_{n_i}} \quad (5)$$

Posto isto, calculou-se a condutividade do núcleo (σ_{n_i}) através da equação (6),

$$\sigma_{n_i} = \frac{1}{\rho_{n_i}} \quad (6)$$

Os valores obtidos, podem ser consultados na tabela 30 do apêndice 7, onde se destaca a baixa resistividade, e por consequência uma elevada condutividade da moeda genuína.

No caso do cálculo da resistividade da coroa (ρ_{c_i}) usou-se a equação (7),

$$\rho_{c_i} = R_{c_i} * \frac{E_{c_i}}{A_{c_i}} \quad (7)$$

E para determinar a condutividade da coroa (σ_{c_i}), usou-se a equação (8),

$$\sigma_{c_i} = \frac{1}{\rho_{c_i}} \quad (8)$$

Os valores obtidos, podem ser consultados na tabela 31 do apêndice 8, onde se destaca também a baixa resistividade, e por consequência a alta condutividade da moeda genuína.

5.5.7. Análise dos Resultados da Condutividade do Núcleo e da Coroa

Na tabela 23, podem ser consultados os valores médios das várias medições efetuadas para obter a condutividade das amostras N_1 a N_{100} .

Tabela 23 - Valores médios obtidos para o cálculo da condutividade de N_1 a N_{100}

Valores Médios Obtidos para o Cálculo da σ de N_1 a N_{100}						
Núcleo						
Resistência do núcleo (Ωm)	Espessura do núcleo (m)	Diâmetro do núcleo (m)	Área do núcleo (m^2)	Resistividade do núcleo (Ωm)		Condutividade do núcleo (Ωm)
Rn_i	En_i	Dn_i	An_i	ρn_i		σn_i
1,92E-02	1,92E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,68E-03		3,82E+02
Coroa						
Resistência da coroa (Ωm)	Espessura da coroa (m)	Diâmetro total da moeda (m)	Área total (m^2)	Área da coroa (m^2)	Resistividade da coroa (Ωm)	Condutividade da coroa (Ωm)
Rc_i	Ec_i	D_i	At_i	Ac_i	ρc_i	σc_i
1,97E-02	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,52E-04	1,74E-01	5,83E+00

Na Tabela 23, é possível verificar que ρn_i e ρc_i são muito baixas, logo a sua respetiva condutividade é muito elevada, ou seja, a diferença para os valores de referência, tabela 18, é bastante distinta dos valores médios, o que permite deduzir que os dados obtidos não são idênticos aos dados tidos como de referência, e por isso são pouco confiáveis.

No geral todas as moedas tidas como genuínas, apresentam valores de resistividade muito baixos, e por consequência condutividade alta, tal como comentado anteriormente.

Relativamente aos valores da condutividade das moedas *probe*, como foi dito anteriormente na medição da resistência, a sua medição não foi fiável logo acabou por não se conseguir chegar a um valor confiável.

Há ainda que referir, que os valores de tolerância da condutividade não são conhecidos, caso contrário iria permitir efetuar uma melhor avaliação do processo de análise do parâmetro. Relativamente à gama da condutividade dos sensores presentes nos validadores, esta também não é conhecida.

Contudo, nenhuma moeda contrafeita será aceite pelos validadores se tiver menor condutividade, que as moedas tidas como genuínas.

Concluindo, os equipamentos disponíveis para efetuar as medições da resistência, não têm sensibilidade para avaliar as resistências infinitesimais, porque os valores da resistência são muito baixos e a espessura da moeda é muito estreita. Posto isto, era necessário recorrer a outro tipo de equipamentos mais sofisticados. Sendo assim, as medições da condutividade não serão tidas em conta, aquando da comparação de dados, devido à sua baixa confiança.

6. Breve Análise dos Resultados: Validação versus Controlo

Metrológico

Antes de mais, é de realçar que os dados obtidos na tentativa de medição da condutividade, não serão utilizados nesta comparação, pois como dito antes, não se conseguiram obter dados suficientemente confiáveis.

Sendo assim, para identificar as causas da não conformidade das moedas, apenas foram usados os dados do controlo dimensional, ou seja, D_i , E_i e P_i , na comparação com os resultados obtidos na experiência efetuada com o validador.

A análise do gráfico da figura 51, permite aferir quais são as moedas rejeitadas pelo validador, e os atributos reprovados destas em pelo menos um dos parâmetros medidos durante o controlo metrológico. Os dados presentes na figura 51, podem ser consultados nas tabelas das respetivas medições, nos apêndices, tal como referido ao longo do documento.

A primeira moeda a ser rejeitada pelo validador foi a N_{13} , sendo apenas rejeitada em uma das três tentativas de validação. Isto, pode-se dever ao facto de a moeda estar aparentemente queimada, então as suas características originais podem ter sofrido alterações relevantes. Esta moeda, pode ser visualizada na figura 24.

Para tentar confirmar esta suspeita, temos o controlo metrológico, que como pode ser verificado, na figura 51, $P_{13} = 7,711$ g, ou seja, encontra-se abaixo do limite inferior de rejeição. Já $D_{13} = 25,584$ mm, tende para o limite inferior de rejeição, contudo ainda se encontra dentro dos parâmetros para não ser rejeitada. Já $E_{13} = 2,160$ mm, mantendo-se dentro dos parâmetros normais.

Posto isto, a aceitação pelo validador em duas tentativas é justificada com o facto de apenas o peso se encontrar fora dos parâmetros, e o validador tomar a sua decisão com base nas várias medições realizadas por este. A rejeição em uma das tentativas, pode se justificar com o facto do validador medir a secante do diâmetro da moeda, e como D_{13} tende para o limite inferior de rejeição, então o valor da secante medida, nesta validação, pode ter ficado abaixo do limite inferior de rejeição. Sendo assim, é mais um atributo possivelmente reprovado a juntar-se a P_{13} , logo são dois atributos reprovados, contribuindo assim para o validador tomar a decisão de a rejeitar.

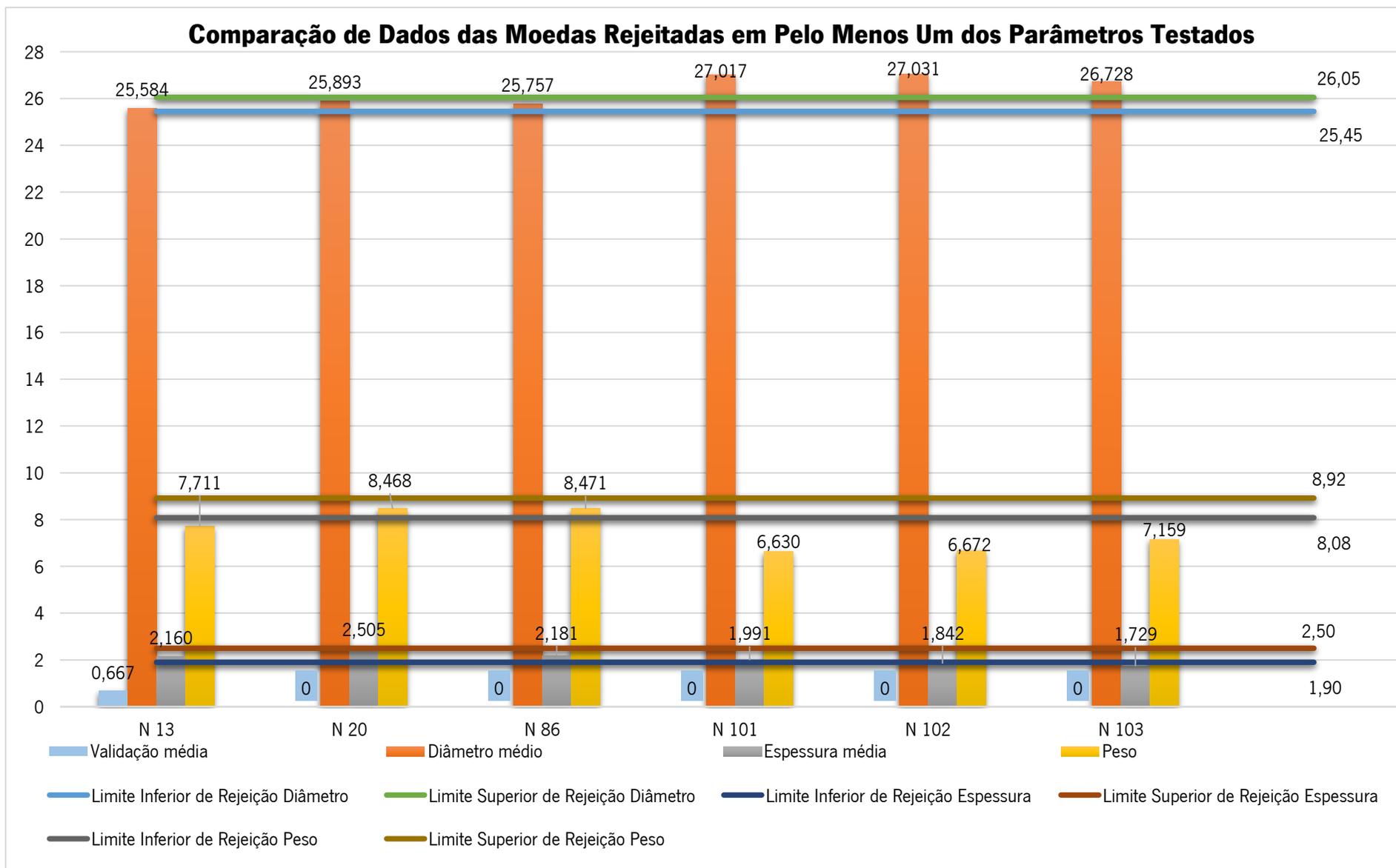


Figura 51 - Comparação de dados das moedas rejeitadas em pelo menos um dos parâmetros testados

Por sua vez, a moeda N_{20} , foi rejeitada nas três tentativas de validação.

De modo a responder ao porquê deste acontecimento, o controlo metrológico permite aferir que, $D_{20} = 25,893$ mm está dentro dos parâmetros normais, ou seja, não está fora dos limites de rejeição. Contudo, é $E_{20} = 2,505$ mm que mais se destaca, pois, encontra-se acima do limite superior de rejeição, e como pode ser visto na figura 24, o bordo desta encontra-se muito degradado, e segundo as características do validador, utilizado na experiência, este não aceita moedas com deformações. No que diz respeito ao $P_{20} = 8,468$ g, este encontra-se dentro dos limites estabelecidos.

Em suma, a rejeição desta moeda pelo validador, justifica-se com o facto de o validador não aceitar moedas com deformações, logo, nesta situação o controlo metrológico também consegue mostrar o porque da rejeição ter acontecido.

No que diz respeito à moeda N_{86} , esta também foi rejeitada nas três validações.

Como dito anteriormente, há grandes suspeitas de esta amostra ser contrafeita, pois, a aplicação da metodologia “Tocar - Observar - Verificar”, permitiu averiguar a reprovação de vários dos parâmetros que compõem esta metodologia.

Pelo contrário, o controlo metrológico aplicado a esta, revela que todos os atributos estão dentro dos limites de rejeição, e também muito próximos do valor convencionalmente verdadeiro para as várias medições.

Posto isto, o controlo metrológico, não é capaz de responder ao porquê da rejeição da moeda pelo validador. Sendo de notar que, caso o valor da condutividade fosse conhecido, este poderia, porventura, ajudar a responder ao porquê da sua rejeição e confirmar as várias suspeitas de contrafação.

Por último, foram rejeitadas as três moedas *probe trial*, N_{101} , N_{102} e N_{103} , tanto pelo validador como pelos três parâmetros controlados metrologicamente.

Apenas $E_{101} = 1,991$ mm não ficou fora dos limites de rejeição, mas ficou muito próxima do limite inferior. Como a validação tem em conta todos os parâmetros medidos, e não são conhecidas as tolerâncias de medição do validador, então a sua rejeição deu-se na mesma.

Posto isto, e devido às características das moedas *probe*, a sua rejeição e controlo metrológico negativo era expectável, ou seja, neste caso os dois fatores em comparação fornecem a mesma resposta.

Por fim, é de salientar que as restantes moedas testadas, foram aceites pelo validador em todas as tentativas de validação. Além disso, também apresentam valores dimensionais dentro dos parâmetros estabelecidos para se manterem em circulação e se considerarem genuínas.

7. Conclusões

A moeda metálica sempre foi importante para as populações, difundindo-se pelo mundo e transformando-se ao longo dos anos. A sua produção tornou-se mais consistente, com o passar dos anos, devido ao uso de tecnologia de produção cada vez mais evoluída, permitindo respeitar as especificações na produção de grandes séries. Contudo, o aperfeiçoamento tecnológico, está também acessível à produção de contrafações, com moedas falsas cada vez mais idênticas à moeda genuína.

A informação sobre a moeda metálica de 2 € em estudo - quase inexistente, apenas são conhecidos alguns dos seus atributos - permitiu planear o seu controlo metrológico e respetivos testes no validador no curso deste trabalho. Contudo, não está disponível muito mais informação sobre a moeda ou sobre os métodos usados pelo validador na sua análise, pensando-se que por razões de segurança contra a contrafação.

Os resultados obtidos na amostra estudada ($N_i = 100$), permite observar que quase todas as moedas se encontram dentro dos limites das tolerâncias especificadas. Ou seja, a moeda é realmente um meio estável, uma vez que este estudo permitiu concluir que o “desgaste” com o passar do tempo é desprezável.

Estes resultados, também permitiram aferir que a produção de contrafações não é uma tarefa fácil. Pois, embora uma das moedas em análise tenha respeitado as especificações dimensionais, ela foi rejeitada pelo validador, podendo dizer-se que a condutividade tenha sido a causa da rejeição.

Em suma, o controlo metrológico é capaz de responder se as moedas respeitam ou não as especificações dimensionais. Porém, no caso de moedas muito idênticas a nível dimensional com as moedas genuínas, já não fornece qualquer informação do porquê da sua rejeição, ou seja, este método não é suficiente para responder à questão de pesquisa elencada na primeira parte do trabalho.

Visto que os dados dos atributos dimensionais da amostra analisada são os únicos confiáveis, e neste caso a contrafação mostrou-se perfeita, então, acredita-se que o controlo da condutividade e da permeabilidade magnética poderão ajudar a responder se estas moedas são ou não contrafações.

Os dados obtidos neste estudo representam uma inovação neste domínio da numismática, por não existir informação disponível, devido ao alto sigilo necessário pela delicadeza do assunto. Por último, é de salientar que o validador utilizado conseguiu distinguir as moedas suspeitas de serem

contrafeitas. Todavia, também rejeita algumas moedas genuínas por se encontrarem deformadas, podendo levar a alguma confusão sobre a autenticidade destas.

Em jeito de trabalhos futuros, sugere-se um estudo mais aprofundado com base na medição da condutividade e da permeabilidade magnética, pois são atributos analisados pelos validadores e que não foi possível analisar quer por questões de âmbito, tempo e exiguidade de equipamentos adequados.

Referências

- Alfonso, C., Antonio, J.-M., Fernando, A., Ane, M.-d.-G., José, L.-I., & J., M.-S. (2007). Sensing in Coin Discriminators. *In 2007 IEEE Sensors Applications Symposium*, pp. 1 - 6. doi:10.1109/SAS.2007.374389
- Associação Europeia de Serviços de Vendas & Café. (2022a). *Pagamento em dinheiro*. Obtido em 5 de janeiro de 2022, de <https://www.vending-europe.eu/activities/payment/>
- Associação Europeia de Serviços de Vendas & Café. (2022b). *Quem somos nós?* Obtido em 5 de janeiro de 2022, de <https://www.vending-europe.eu/>
- ASTM International. (outubro de 2008). ASTM E29-08. *Standard practice for using significant digits in test data to determine conformance with specifications*. Obtido em 3 de agosto de 2022
- Ballou, G. M. (2008). *Handbook for Sound Engineers* (4ª ed.). Burlington, USA: Focal Press. Obtido em 15 de agosto de 2022
- Banca D'Italia. (2021). *Emissione euro*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de <https://www.bancaditalia.it/compiti/emissione-euro/index.html>
- Banco Central Europeu. (2011). *A estabilidade de preços é importante porquê?* Obtido em 15 de julho de 2022, de https://www.todoscontam.pt/sites/default/files/biblioteca/ezb_booklet_2011_pt_web.pdf
- Banco Central Europeu. (2021a). *O papel do numerário*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de https://www.ecb.europa.eu/euro/cash_strategy/cash_role/html/index.pt.html
- Banco Central Europeu. (2021b). *A nossa moeda*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de <https://www.ecb.europa.eu/euro/intro/html/index.pt.html>
- Banco Central Europeu. (2021c). *Faces Comuns*. Obtido em 17 de dezembro de 2021, de <https://www.ecb.europa.eu/euro/coins/common/html/index.pt.html>

- Banco de Portugal. (julho de 2011). *Genuinidade das Moedas de Euro - Manual destinado a profissionais de numerário*. Obtido em 13 de setembro de 2022, de https://www.bportugal.pt/sites/default/files/anexos/documentos-relacionados/genuinidade_das_moedas_euro_net.pdf
- Banco de Portugal. (2021a). *Produção*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de <https://www.bportugal.pt/moedas-producao?mlid=848>
- Banco de Portugal. (2021b). *Aceitação como meio de pagamento*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de <https://www.bportugal.pt/moedas-pagamento?mlid=849>
- Banco de Portugal. (2021c). *Caraterísticas*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de <https://www.bportugal.pt/moedas-carateristicas>
- Banco de Portugal. (2022a). *MÓDULO I - CARATERÍSTICAS DAS MOEDAS / Unidade II - Elementos de segurança (Ciclo de Produção)*. Obtido em 6 de maio de 2022, de <https://www.bportugal.pt/FormacaoOnline/Moedas/pt/modulo1/02-unidade2/07-ciclo-de-producao.html>
- Banco de Portugal. (2022b). *Como detetar uma contrafação*. Obtido em 4 de abril de 2022, de <https://www.bportugal.pt/moedas-contrafacao?mlid=850>
- Banco de Portugal. (2022c). *Módulo II - Verificação da Genuinidade / Unidade II - Combate à contrafação (Análise por comparação Bordo)*. Obtido em 6 de maio de 2022, de <https://www.bportugal.pt/FormacaoOnline/Moedas/pt/modulo2/02-unidade2/05-analise-por-comparacao-bordo.html>
- Banco de Portugal. (2022d). *Módulo II - Verificação da Genuinidade / Unidade II - Combate à contrafação (Falsificação e Contrafação)*. Obtido em 22 de outubro de 2022, de <https://www.bportugal.pt/FormacaoOnline/Moedas/pt/modulo2/02-unidade2/01-falsificacao-e-contrafacao.html>
- Billis, M. (3 de dezembro de 2019). *A História das máquinas de venda automática*. Obtido em 3 de setembro de 2022, de ThoughtCo.: <https://www.thoughtco.com/the-history-of-vending-machines-1992599>

Código Penal. (2016). *Passagem de moeda falsa*.

Couto, A. (22 de maio de 2022). *História da Moeda Portuguesa*. Obtido em 31 de agosto de 2022, de História e Memória - O colecionismo como fonte histórica e cultural: <https://philangra.blogspot.com/2012/12/historia-da-moeda-portuguesa.html>

CTcoin. (s.d.). *Pelican/Zebra 300 series - Coin Counters and Sorters for Professionals*. Obtido em 16 de julho de 2022, de <https://www.ctcoin.com/wp-content/uploads/2017/11/Pelican-Zebra.pdf>

Decreto de Lei n.º 9/2021, de 29 de janeiro de 2021, *Contratos Celebrados à Distância e Fora do Estabelecimento Comercial*.

Direcção Geral dos Assuntos Económicos e Financeiros (20 de dezembro de 2021). *The protection of euro coins in 2020*. Obtido em 8 de janeiro de 2022, de [ec.europa.eu: https://ec.europa.eu/info/sites/default/files/economy-finance/the_protection_of_euro_coins_in_2020.pdf](https://ec.europa.eu/info/sites/default/files/economy-finance/the_protection_of_euro_coins_in_2020.pdf)

Eletronica PT. (s.d.). *Resistividade*. Obtido em 15 de setembro de 2022, de <https://www.electronica-pt.com/resistividade-condutividade>

Finlay, R., & Francis, A. (19 de setembro de 2019). *A Brief History of Currency Counterfeiting*. Obtido em 2 de setembro de 2022, de Reserve Bank of Australia: <https://www.rba.gov.au/publications/bulletin/2019/sep/a-brief-history-of-currency-counterfeiting.html#fn0>

Grupo Azkoyen. (2000). *Coin Selectors Series L56S and L66S*. Obtido em 27 de julho de 2022, de e-service: https://e-service.co.uk/wp-content/uploads/2018/03/Azkoyen-L66s-Validator_Techmanual.pdf

Imprensa Nacional - Casa da Moeda. (2021). *Euro*. Obtido em 13 de dezembro de 2021, de https://www.incm.pt/portal/mpm_euro.jsp

Imprensa Nacional - Casa da Moeda. (2022a). *História da Casa da Moeda*. Obtido em 31 de agosto de 2022, de https://www.incm.pt/portal/incm_hcm.jsp

- Imprensa Nacional - Casa da Moeda. (2022b). *Série Anual 2022 Bebé (FDC)*. Obtido em 12 de setembro de 2022, de <https://loja.incm.pt/products/moedas-serie-anual-2022-bebe-fdc-1023598>
- Instituto Português da Qualidade. (2012). *Vocabulário Internacional de Metrologia [VIM]* (1ª ed.). Caparica, Portugal. Obtido em 13 de setembro de 2022, de http://www1.ipq.pt/PT/Metrologia/Documents/VIM_IPQ_INMETRO_2012.pdf
- Joint Committee for Guides in Metrology. (2008). *Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*. Obtido em 15 de agosto de 2022
- Gieck, k., Gieck, R. (1996). *Manual de fórmulas técnicas* (4ª ed.). (Hemus, Ed.) Dinalivro. Obtido em 5 de agosto de 2022
- Leuchtturm. (2021). *Catalogue Euro Coins and Banknotes 2021* (18ª ed.). Am Spakenberg, Geesthacht, Alemanha: Leuchtturm Gruppe GMBH & CO. KG. Obtido em 27 de julho de 2022
- Matriz. (Janeiro de 2022). *Dinheiro de D. Afonso Henriques (MCM 4234)*. Obtido em 31 de agosto de 2022, de Revista Matriz: <https://revistamatriz.pt/dinheiro-de-d-afonso-henriques-mcm-4234/>
- Mattar, F. N. (2012). *Pesquisa de Marketing, Edição compacta* (5ª ed.). Rio de Janeiro, Brasil: ElsevierLTda. Obtido em 3 de maio de 2022
- Metrix. (s.d.). *Manual de Funcionamento - IX 3131B PON RLC*. Obtido em 3 de setembro de 2022, de <https://www.farnell.com/datasheets/326685.pdf>
- National Automatic Merchandising Association. (2022). *History of Convenience Services*. Obtido em 3 de setembro de 2022, de <https://namanow.org/convenience-services/history-of-convenience-services/>
- Norma Portuguesa NP 37 2009, Arredondamento dos valores numéricos.
- Priberam Dicionário. (2022). *Moeda*. Obtido em 22 de outubro de 2022, de <https://dicionario.priberam.org/moeda>

Jornal Oficial da União Europeia. (15 de julho de 2005). *Recomendação n.º 2005/504/CE, de 27 de maio de 2005 relativa à autenticação das moedas euro e do tratamento das moedas euro impróprias para circulação*. Obtido em 15 de agosto de 2022, de Banco de Portugal: <https://www.bportugal.pt/sites/default/files/anexos/legislacoes/reco2005n504ce.PDF>

Jornal Oficial da União Europeia. (22 de janeiro de 2009). *Regulamento n.º 44/2009 da Comissão da União Europeia, de 18 de dezembro de 2008, que altera o regulamento (CE) n.º 1338/2001 que define medidas necessárias à proteção do euro contra falsificação, 2 - 3*. Obtido em 8 de janeiro de 2022, de Banco de Portugal: <https://www.bportugal.pt/sites/default/files/anexos/legislacoes/regce44ano2009.PDF>

Revista Moeda. (2016). *Anuário de Numismática* (37 ed.). Lisboa: Publinummus, Lda.

Surek, A. C., Mizokoshi, L. L., Freitas, T. S., & Júnior, R. L. (2016). *Vending Machines, uma análise do mercado brasileiro*. FAE, Curitiba. Obtido em 10 de setembro de 2022, de <file:///C:/Users/k/Downloads/403-1077-1-SM.pdf>

The American Society of Mechanical Engineers. (1998). *ASME PTC 19.1 - Test Uncertainty*. Nova York, U.S.A. Obtido em 5 de Agosto de 2022

Thomazini, D., & Albuquerque, P. U. (2008). *Sensores Industriais - Fundamentos e Aplicações* (5ª ed.). Érica. Obtido em 26 de agosto de 2022

Vieira, J. P. (2017). *A História do Dinheiro*. (D. S. Carvalho, Ed.) Lisboa, Lisboa, Portugal: Academia das ciências de Lisboa. Obtido em 1 de setembro de 2022, de http://www.acad-ciencias.pt/document-uploads/9307616_vieira,joao-pedro—a-historia-do-dinheiro.pdf

What-When-How. (2022). *Vending machine slug rejector (inventions)*. Obtido em 13 de setembro de 2022, de <https://what-when-how.com/inventions/vending-machine-slug-rejector-inventions/>

Apêndices

Apêndice 1 - Validação com o Validador Azkoyen L66S

Tabela 24 - Validação efetuada com o validador Azkoyen L66S

Validação com o Validador Azkoyen L66S														
N _i	V1 _i	V2 _i	V3 _i	V _i	N _i	V1 _i	V2 _i	V3 _i	V _i	N _i	V1 _i	V2 _i	V3 _i	V _i
1	1	1	1	1	36	1	1	1	1	71	1	1	1	1
2	1	1	1	1	37	1	1	1	1	72	1	1	1	1
3	1	1	1	1	38	1	1	1	1	73	1	1	1	1
4	1	1	1	1	39	1	1	1	1	74	1	1	1	1
5	1	1	1	1	40	1	1	1	1	75	1	1	1	1
6	1	1	1	1	41	1	1	1	1	76	1	1	1	1
7	1	1	1	1	42	1	1	1	1	77	1	1	1	1
8	1	1	1	1	43	1	1	1	1	78	1	1	1	1
9	1	1	1	1	44	1	1	1	1	79	1	1	1	1
10	1	1	1	1	45	1	1	1	1	80	1	1	1	1
11	1	1	1	1	46	1	1	1	1	81	1	1	1	1
12	1	1	1	1	47	1	1	1	1	82	1	1	1	1
13	1	0	1	0,67	48	1	1	1	1	83	1	1	1	1
14	1	1	1	1	49	1	1	1	1	84	1	1	1	1
15	1	1	1	1	50	1	1	1	1	85	1	1	1	1
16	1	1	1	1	51	1	1	1	1	86	0	0	0	0
17	1	1	1	1	52	1	1	1	1	87	1	1	1	1
18	1	1	1	1	53	1	1	1	1	88	1	1	1	1
19	1	1	1	1	54	1	1	1	1	89	1	1	1	1
20	0	0	0	0	55	1	1	1	1	90	1	1	1	1
21	1	1	1	1	56	1	1	1	1	91	1	1	1	1
22	1	1	1	1	57	1	1	1	1	92	1	1	1	1
23	1	1	1	1	58	1	1	1	1	93	1	1	1	1
24	1	1	1	1	59	1	1	1	1	94	1	1	1	1
25	1	1	1	1	60	1	1	1	1	95	1	1	1	1
26	1	1	1	1	61	1	1	1	1	96	1	1	1	1
27	1	1	1	1	62	1	1	1	1	97	1	1	1	1
28	1	1	1	1	63	1	1	1	1	98	1	1	1	1
29	1	1	1	1	64	1	1	1	1	99	1	1	1	1
30	1	1	1	1	65	1	1	1	1	100	1	1	1	1
31	1	1	1	1	66	1	1	1	1	101	0	0	0	0
32	1	1	1	1	67	1	1	1	1	102	0	0	0	0
33	1	1	1	1	68	1	1	1	1	103	0	0	0	0
34	1	1	1	1	69	1	1	1	1					
35	1	1	1	1	70	1	1	1	1					

1 - Validação aceite; 0 - Validação rejeitada

Apêndice 2 - Medição do Diâmetro

Tabela 25 - Medição do diâmetro da moeda

Medição do Diâmetro (mm)							
N_i	M1d_i	M2d_i	Md_i'	M3d_i	M4d_i	Md_i''	D_i
1	25,790	25,785	25,788	25,783	25,791	25,787	25,787
2	25,788	25,795	25,792	25,802	25,827	25,815	25,803
3	25,798	25,790	25,794	25,782	25,785	25,784	25,789
4	25,723	25,700	25,712	25,734	25,709	25,722	25,717
5	25,749	25,748	25,749	25,755	25,753	25,754	25,751
6	25,718	25,691	25,705	25,668	25,718	25,693	25,699
7	25,766	25,758	25,762	25,742	25,748	25,745	25,754
8	25,703	25,739	25,721	25,773	25,717	25,745	25,733
9	25,765	25,761	25,763	25,767	25,778	25,773	25,768
10	25,743	25,741	25,742	25,744	25,740	25,742	25,742
11	25,758	25,756	25,757	25,750	25,754	25,752	25,755
12	25,727	25,729	25,728	25,740	25,738	25,739	25,734
13	25,577	25,582	25,580	25,614	25,564	25,589	25,584
14	25,733	25,766	25,750	25,737	25,705	25,721	25,735
15	25,752	25,804	25,778	25,790	25,759	25,775	25,776
16	25,687	25,691	25,689	25,692	25,667	25,680	25,684
17	25,699	25,701	25,700	25,676	25,678	25,677	25,689
18	25,731	25,736	25,734	25,729	25,736	25,733	25,733
19	25,734	25,663	25,699	25,744	25,734	25,739	25,719
20	26,074	25,756	25,915	25,846	25,897	25,872	25,893
21	25,730	25,726	25,728	25,733	25,728	25,731	25,729
22	25,720	25,726	25,723	25,732	25,735	25,734	25,728
23	25,722	25,732	25,727	25,706	25,736	25,721	25,724
24	25,720	25,712	25,716	25,727	25,722	25,725	25,720
25	25,733	25,742	25,738	25,735	25,724	25,730	25,734
26	25,736	25,732	25,734	25,738	25,722	25,730	25,732
27	25,729	25,740	25,735	25,748	25,753	25,751	25,743
28	25,744	25,745	25,745	25,748	25,750	25,749	25,747
29	25,713	25,685	25,699	25,718	25,698	25,708	25,704
30	25,700	25,662	25,681	25,696	25,690	25,693	25,687
31	25,699	25,715	25,707	25,703	25,703	25,703	25,705
32	25,736	25,732	25,734	25,726	25,744	25,735	25,735
33	25,733	25,722	25,728	25,730	25,733	25,732	25,730
34	25,719	25,745	25,732	25,740	25,738	25,739	25,736

(Continuação da tabela anterior)

Medição do Diâmetro (mm)							
N_i	M1d_i	M2d_i	Md_i'	M3d_i	M4d_i	Md_i''	D_i
35	25,727	25,731	25,729	25,750	25,735	25,743	25,736
36	25,741	25,734	25,738	25,743	25,736	25,740	25,739
37	25,710	25,717	25,714	25,712	25,706	25,709	25,711
38	25,718	25,720	25,719	25,713	25,725	25,719	25,719
39	25,734	25,737	25,736	25,737	25,730	25,734	25,735
40	25,719	25,693	25,706	25,710	25,721	25,716	25,711
41	25,717	25,722	25,720	25,724	25,726	25,725	25,722
42	25,736	25,741	25,739	25,745	25,727	25,736	25,737
43	25,710	25,725	25,718	25,698	25,691	25,695	25,706
44	25,724	25,729	25,727	25,748	25,744	25,746	25,736
45	25,741	25,742	25,742	25,760	25,739	25,750	25,746
46	25,718	25,721	25,720	25,707	25,725	25,716	25,718
47	25,715	25,722	25,719	25,709	25,721	25,715	25,717
48	25,747	25,737	25,742	25,736	25,744	25,740	25,741
49	25,744	25,757	25,751	25,759	25,744	25,752	25,751
50	25,718	25,734	25,726	25,717	25,715	25,716	25,721
51	25,720	25,721	25,721	25,732	25,723	25,728	25,724
52	25,723	25,719	25,721	25,708	25,715	25,712	25,716
53	25,710	25,735	25,723	25,738	25,709	25,724	25,723
54	25,723	25,725	25,724	25,715	25,722	25,719	25,721
55	25,737	25,746	25,742	25,739	25,752	25,746	25,744
56	25,718	25,721	25,720	25,710	25,729	25,720	25,720
57	25,745	25,768	25,757	25,757	25,761	25,759	25,758
58	25,704	25,694	25,699	25,689	25,708	25,699	25,699
59	25,757	25,740	25,749	25,747	25,748	25,748	25,748
60	25,726	25,736	25,731	25,735	25,732	25,734	25,732
61	25,680	25,702	25,691	25,716	25,696	25,706	25,699
62	25,722	25,733	25,728	25,724	25,737	25,731	25,729
63	25,733	25,745	25,739	25,750	25,751	25,751	25,745
64	25,735	25,731	25,733	25,752	25,740	25,746	25,740
65	25,723	25,727	25,725	25,749	25,724	25,737	25,731
66	25,717	25,727	25,722	25,760	25,744	25,752	25,737
67	25,719	25,735	25,727	25,732	25,738	25,735	25,731
68	25,720	25,719	25,720	25,719	25,731	25,725	25,722
69	25,721	25,736	25,729	25,717	25,738	25,728	25,728
70	25,713	25,703	25,708	25,717	25,699	25,708	25,708
71	25,732	25,727	25,730	25,734	25,726	25,730	25,730

(Continuação da tabela anterior)

Medição do Diâmetro (mm)							
N_i	M1d_i	M2d_i	Md_i'	M3d_i	M4d_i	Md_i''	D_i
72	25,705	25,715	25,710	25,721	25,704	25,713	25,711
73	25,775	25,766	25,771	25,768	25,774	25,771	25,771
74	25,739	25,752	25,746	25,752	25,737	25,745	25,745
73	25,775	25,766	25,771	25,768	25,774	25,771	25,771
74	25,739	25,752	25,746	25,752	25,737	25,745	25,745
75	25,743	25,743	25,743	25,740	25,731	25,736	25,739
76	25,746	25,750	25,748	25,748	25,745	25,747	25,747
77	25,709	25,717	25,713	25,723	25,708	25,716	25,714
78	25,728	25,733	25,731	25,729	25,719	25,724	25,727
79	25,723	25,733	25,728	25,731	25,726	25,729	25,728
80	25,743	25,753	25,748	25,746	25,749	25,748	25,748
81	25,727	25,734	25,731	25,733	25,740	25,737	25,734
82	25,726	25,730	25,728	25,731	25,737	25,734	25,731
83	25,742	25,758	25,750	25,758	25,762	25,760	25,755
84	25,777	25,780	25,779	25,778	25,769	25,774	25,776
85	25,785	25,783	25,784	25,785	25,787	25,786	25,785
86	25,757	25,743	25,750	25,772	25,755	25,764	25,757
87	25,715	25,709	25,712	25,725	25,720	25,723	25,717
88	25,733	25,765	25,749	25,747	25,736	25,742	25,745
89	25,707	25,724	25,716	25,707	25,716	25,712	25,714
90	25,698	25,709	25,704	25,707	25,702	25,705	25,704
91	25,763	25,766	25,765	25,779	25,760	25,770	25,767
92	25,734	25,744	25,739	25,740	25,745	25,743	25,741
93	25,749	25,751	25,750	25,743	25,737	25,740	25,745
94	25,702	25,701	25,702	25,702	25,706	25,704	25,703
95	25,729	25,717	25,723	25,723	25,733	25,728	25,726
96	25,708	25,727	25,718	25,718	25,716	25,717	25,717
97	25,772	25,775	25,774	25,770	25,772	25,771	25,772
98	25,775	25,783	25,779	25,780	25,782	25,781	25,780
99	25,728	25,754	25,741	25,735	25,735	25,735	25,738
100	25,722	25,723	25,723	25,698	25,710	25,704	25,713
101	27,000	27,006	27,003	27,019	27,043	27,031	27,017
102	27,000	27,031	27,016	27,050	27,044	27,047	27,031
103	26,724	26,727	26,726	26,726	26,735	26,731	26,728

Apêndice 3 - Medição da Espessura

Tabela 26 - Medição da espessura da moeda

Medição da Espessura (mm)							
E_i	M1e_i	M2e_i	Me'_i	M3e_i	M4e_i	Me''_i	E_i
1	2,220	2,235	2,228	2,229	2,214	2,222	2,225
2	2,186	2,291	2,239	2,252	2,210	2,231	2,235
3	2,195	2,245	2,220	2,219	2,191	2,205	2,213
4	2,206	2,199	2,203	2,203	2,166	2,185	2,194
5	2,211	2,211	2,211	2,234	2,188	2,211	2,211
6	2,197	2,227	2,212	2,228	2,183	2,206	2,209
7	2,236	2,222	2,229	2,226	2,237	2,232	2,230
8	2,270	2,240	2,255	2,254	2,213	2,234	2,244
9	2,183	2,244	2,214	2,226	2,167	2,197	2,205
10	2,271	2,227	2,249	2,235	2,216	2,226	2,237
11	2,237	2,229	2,233	2,214	2,265	2,240	2,236
12	2,232	2,215	2,224	2,219	2,248	2,234	2,229
13	2,229	2,146	2,188	2,177	2,087	2,132	2,160
14	2,193	2,166	2,180	2,171	2,217	2,194	2,187
15	2,205	2,234	2,220	2,211	2,202	2,207	2,213
16	2,328	2,268	2,298	2,319	2,362	2,341	2,319
17	2,307	2,298	2,303	2,301	2,304	2,303	2,303
18	2,308	2,225	2,267	2,207	2,244	2,226	2,246
19	2,211	1,994	2,103	2,257	2,192	2,225	2,164
20	2,773	2,541	2,657	2,507	2,197	2,352	2,505
21	2,237	2,241	2,239	2,244	2,202	2,223	2,231
22	2,262	2,219	2,241	2,287	2,221	2,254	2,247
23	2,232	2,258	2,245	2,240	2,229	2,235	2,240
24	2,239	2,250	2,245	2,238	2,223	2,231	2,238
25	2,232	2,191	2,212	2,204	2,201	2,203	2,207
26	2,273	2,267	2,270	2,249	2,269	2,259	2,265
27	2,294	2,218	2,256	2,241	2,241	2,241	2,249
28	2,186	2,251	2,219	2,190	2,210	2,200	2,209
29	2,246	2,220	2,233	2,260	2,212	2,236	2,235
30	2,266	2,336	2,301	2,274	2,295	2,285	2,293
31	2,300	2,268	2,284	2,272	2,321	2,297	2,290
32	2,245	2,163	2,204	2,207	2,209	2,208	2,206
33	2,220	2,173	2,197	2,208	2,196	2,202	2,199
34	2,254	2,232	2,243	2,266	2,211	2,239	2,241

(Continuação da tabela anterior)

Medição da Espessura (mm)							
N_i	M1e_i	M2e_i	Me_i'	M3e_i	M4e_i	Me_i''	E_i
35	2,227	2,223	2,225	2,197	2,253	2,225	2,225
36	2,205	2,217	2,211	2,198	2,168	2,183	2,197
37	2,251	2,241	2,246	2,225	2,232	2,229	2,237
38	2,240	2,288	2,264	2,272	2,255	2,264	2,264
39	2,259	2,220	2,240	2,217	2,223	2,220	2,230
40	2,164	2,192	2,178	2,205	2,180	2,193	2,185
41	2,263	2,280	2,272	2,286	2,235	2,261	2,266
42	2,245	2,233	2,239	2,248	2,232	2,240	2,240
43	2,307	2,248	2,278	2,301	2,258	2,280	2,279
44	2,312	2,229	2,271	2,235	2,273	2,254	2,262
45	2,238	2,237	2,238	2,224	2,242	2,233	2,235
46	2,204	2,256	2,230	2,266	2,239	2,253	2,241
47	2,236	2,255	2,246	2,250	2,235	2,243	2,244
48	2,245	2,221	2,233	2,230	2,246	2,238	2,236
49	2,272	2,245	2,259	2,254	2,257	2,256	2,257
50	2,216	2,225	2,221	2,230	2,236	2,233	2,227
51	2,254	2,206	2,230	2,184	2,246	2,215	2,223
52	2,225	2,222	2,224	2,211	2,205	2,208	2,216
53	2,288	2,227	2,258	2,292	2,219	2,256	2,257
54	2,250	2,190	2,220	2,199	2,232	2,216	2,218
55	2,224	2,208	2,216	2,187	2,191	2,189	2,203
56	2,206	2,176	2,191	2,217	2,153	2,185	2,188
57	2,228	2,186	2,207	2,212	2,185	2,199	2,203
58	2,241	2,244	2,243	2,278	2,224	2,251	2,247
59	2,224	2,171	2,198	2,264	2,169	2,217	2,207
60	2,263	2,179	2,221	2,195	2,248	2,222	2,221
61	2,227	2,200	2,214	2,267	2,182	2,225	2,219
62	2,195	2,213	2,204	2,195	2,195	2,195	2,200
63	2,197	2,231	2,214	2,186	2,219	2,203	2,208
64	2,227	2,216	2,222	2,217	2,227	2,222	2,222
65	2,254	2,205	2,230	2,262	2,194	2,228	2,229
66	2,212	2,225	2,219	2,204	2,216	2,210	2,214
67	2,275	2,193	2,234	2,254	2,235	2,245	2,239
68	2,251	2,265	2,258	2,259	2,246	2,253	2,255
69	2,223	2,155	2,189	2,128	2,208	2,168	2,179
70	2,222	2,120	2,171	2,207	2,169	2,188	2,180
71	2,234	2,212	2,223	2,242	2,215	2,229	2,226

(Continuação da tabela anterior)

Medição da Espessura (mm)							
N_i	M1e_i	M2e_i	Me_i	M3e_i	M4e_i	Me_i^{''}	E_i
72	2,197	2,215	2,206	2,219	2,183	2,201	2,204
73	2,199	2,289	2,244	2,222	2,236	2,229	2,237
74	2,286	2,226	2,256	2,213	2,235	2,224	2,240
75	2,224	2,232	2,228	2,256	2,246	2,251	2,240
76	2,217	2,203	2,210	2,176	2,205	2,191	2,200
77	2,218	2,242	2,230	2,277	2,210	2,244	2,237
78	2,186	2,256	2,221	2,195	2,231	2,213	2,217
79	2,271	2,239	2,255	2,249	2,255	2,252	2,254
80	2,246	2,199	2,223	2,215	2,224	2,220	2,221
81	2,203	2,239	2,221	2,165	2,219	2,192	2,207
82	2,234	2,224	2,229	2,274	2,243	2,259	2,244
83	2,184	2,224	2,204	2,181	2,239	2,210	2,207
84	2,156	2,167	2,162	2,132	2,168	2,150	2,156
85	2,171	2,168	2,170	2,141	2,183	2,162	2,166
86	2,219	2,171	2,195	2,158	2,177	2,168	2,181
87	2,286	2,285	2,286	2,309	2,262	2,286	2,286
88	2,192	2,299	2,246	2,228	2,223	2,226	2,236
89	2,261	2,254	2,258	2,240	2,235	2,238	2,248
90	2,254	2,210	2,232	2,201	2,189	2,195	2,214
91	2,206	2,199	2,203	2,186	2,208	2,197	2,200
92	2,237	2,181	2,209	2,172	2,227	2,200	2,204
93	2,218	2,212	2,215	2,148	2,220	2,184	2,200
94	2,240	2,249	2,245	2,235	2,231	2,233	2,239
95	2,242	2,203	2,223	2,245	2,216	2,231	2,227
96	2,174	2,212	2,193	2,186	2,185	2,186	2,189
97	2,226	2,270	2,248	2,224	2,191	2,208	2,228
98	2,185	2,192	2,189	2,149	2,212	2,181	2,185
99	2,181	2,171	2,176	2,157	2,151	2,154	2,165
100	2,240	2,150	2,195	2,195	2,204	2,200	2,197
101	1,992	2,001	1,997	1,975	1,996	1,986	1,991
102	1,949	2,010	1,980	1,701	1,706	1,704	1,842
103	1,748	1,759	1,754	1,701	1,706	1,704	1,729

Apêndice 4 - Medição do Peso

Tabela 27 - Medição do peso das moedas

Peso (g)							
N_i	P_i	N_i	P_i	N_i	P_i	N_i	P_i
1	8,499	27	8,493	53	8,480	79	8,416
2	8,464	28	8,485	54	8,474	80	8,516
3	8,488	29	8,500	55	8,403	81	8,487
4	8,417	30	8,434	56	8,379	82	8,563
5	8,532	31	8,497	57	8,523	83	8,445
6	8,486	32	8,468	58	8,492	84	8,498
7	8,489	33	8,408	59	8,479	85	8,500
8	8,527	34	8,483	60	8,486	86	8,471
9	8,458	35	8,501	61	8,501	87	8,527
10	8,534	36	8,436	62	8,417	88	8,541
11	8,346	37	8,478	63	8,486	89	8,507
12	8,450	38	8,525	64	8,527	90	8,502
13	7,711	39	8,530	65	8,510	91	8,456
14	8,480	40	8,355	66	8,372	92	8,447
15	8,454	41	8,491	67	8,471	93	8,456
16	8,427	42	8,568	68	8,485	94	8,472
17	8,514	43	8,399	69	8,348	95	8,357
18	8,417	44	8,465	70	8,368	96	8,395
19	8,348	45	8,531	71	8,416	97	8,494
20	8,468	46	8,500	72	8,499	98	8,529
21	8,523	47	8,503	73	8,489	99	8,440
22	8,482	48	8,469	74	8,474	100	8,424
23	8,477	49	8,566	75	8,462	101	6,630
24	8,527	50	8,482	76	8,543	102	6,672
25	8,491	51	8,502	77	8,510	103	7,159
26	8,434	52	8,494	78	8,453		

Apêndice 5 - Medição da Espessura do Núcleo

Tabela 28 - Medição da espessura do núcleo da moeda

Medição da Espessura do Núcleo (mm)											
N_i	E1n_i	E2n_i	En_i	N_i	E1n_i	E2n_i	En_i	N_i	E1n_i	E2n_i	En_i
1	1,936	1,932	1,934	36	1,912	1,919	1,916	71	1,921	1,912	1,917
2	1,912	1,918	1,915	37	1,917	1,918	1,918	72	1,854	1,852	1,853
3	1,932	1,932	1,932	38	1,868	1,866	1,867	73	1,947	1,949	1,948
4	1,899	1,911	1,905	39	1,975	1,971	1,973	74	1,932	1,924	1,928
5	1,942	1,948	1,945	40	1,907	1,919	1,913	75	1,944	1,935	1,940
6	1,842	1,850	1,846	41	1,910	1,906	1,908	76	1,950	1,957	1,954
7	1,981	1,998	1,990	42	1,900	1,900	1,900	77	1,951	1,962	1,957
8	2,011	1,966	1,989	43	1,932	1,936	1,934	78	1,941	1,915	1,928
9	1,911	1,909	1,910	44	1,893	1,892	1,893	79	1,897	1,882	1,890
10	1,942	1,936	1,939	45	1,922	1,922	1,922	80	1,986	1,960	1,973
11	1,906	1,914	1,910	46	1,964	1,972	1,968	81	1,972	1,961	1,967
12	1,943	1,948	1,946	47	1,866	1,851	1,859	82	1,918	1,917	1,918
13	1,820	1,831	1,826	48	1,921	1,936	1,929	83	1,965	1,964	1,965
14	1,950	1,946	1,948	49	1,967	1,970	1,969	84	1,980	1,976	1,978
15	1,926	1,927	1,927	50	1,978	1,963	1,971	85	1,935	1,920	1,928
16	1,838	1,813	1,826	51	1,944	1,945	1,945	86	2,061	2,047	2,054
17	1,904	1,910	1,907	52	1,917	1,929	1,923	87	1,851	1,844	1,848
18	1,877	1,884	1,881	53	1,946	1,949	1,948	88	1,942	1,948	1,945
19	1,872	1,891	1,882	54	1,994	1,959	1,977	89	1,932	1,937	1,935
20	1,894	1,890	1,892	55	1,976	1,973	1,975	90	1,929	1,942	1,936
21	1,861	1,838	1,850	56	1,934	1,929	1,932	91	1,951	1,941	1,946
22	1,852	1,853	1,853	57	1,938	1,939	1,939	92	1,927	1,929	1,928
23	1,857	1,849	1,853	58	1,942	1,942	1,942	93	1,972	1,954	1,963
24	1,901	1,901	1,901	59	1,950	1,966	1,958	94	1,831	1,826	1,829
25	1,909	1,910	1,910	60	1,925	1,936	1,931	95	1,896	1,889	1,893
26	1,846	1,842	1,844	61	1,913	1,915	1,914	96	1,954	1,960	1,957
27	1,955	1,952	1,954	62	1,961	1,947	1,954	97	1,895	1,904	1,900
28	1,906	1,903	1,905	63	1,960	1,945	1,953	98	1,960	1,963	1,962
29	1,921	1,920	1,921	64	1,884	1,889	1,887	99	1,987	1,992	1,990
30	1,903	1,917	1,910	65	1,941	1,950	1,946	100	1,902	1,897	1,900
31	1,949	1,952	1,951	66	1,813	1,811	1,812	101	2,007	2,009	2,008
32	1,907	1,912	1,910	67	1,895	1,885	1,890	102	2,011	1,645	1,828
33	1,919	1,925	1,922	68	1,845	1,842	1,844	103	1,664	1,645	1,655
34	1,943	1,944	1,944	69	1,926	1,933	1,930				
35	1,908	1,883	1,896	70	1,899	1,897	1,898				

Apêndice 6 - Medição do Diâmetro do Núcleo

Tabela 29 - Medição do diâmetro do núcleo da moeda

Medição do Diâmetro do Núcleo (mm)											
N_i	Dnx_i	Dny_i	Dn_i	N_i	Dnx_i	Dny_i	Dn_i	N_i	Dnx_i	Dny_i	Dn_i
1	18,619	18,600	18,610	36	18,656	18,233	18,445	71	18,482	18,189	18,336
2	18,536	18,552	18,544	37	18,618	18,306	18,462	72	18,373	18,187	18,280
3	18,565	18,536	18,551	38	18,541	18,306	18,424	73	18,531	18,289	18,410
4	18,411	18,370	18,391	39	18,400	18,156	18,278	74	18,810	18,610	18,710
5	18,271	18,343	18,307	40	18,989	18,589	18,789	75	18,374	18,205	18,290
6	18,960	18,596	18,778	41	18,619	18,286	18,453	76	18,610	18,365	18,488
7	18,483	18,228	18,356	42	18,749	18,380	18,565	77	18,461	18,203	18,332
8	18,751	18,385	18,568	43	19,066	18,667	18,867	78	18,666	18,382	18,524
9	18,739	18,226	18,483	44	18,539	18,301	18,420	79	18,797	18,487	18,642
10	18,420	18,171	18,296	45	18,605	18,193	18,399	80	18,494	18,234	18,364
11	18,194	18,146	18,170	46	18,716	18,862	18,789	81	18,613	18,330	18,472
12	18,824	18,541	18,683	47	18,849	18,539	18,694	82	18,734	18,373	18,554
13	18,770	18,636	18,703	48	18,960	18,565	18,763	83	18,587	18,442	18,515
14	18,519	18,449	18,484	49	18,423	18,252	18,338	84	18,566	18,343	18,455
15	18,861	18,554	18,708	50	18,323	18,192	18,258	85	18,781	18,491	18,636
16	18,934	18,671	18,803	51	18,453	18,112	18,283	86	18,386	18,450	18,418
17	18,559	18,255	18,407	52	18,586	18,247	18,417	87	18,527	18,438	18,483
18	18,895	18,592	18,744	53	18,412	18,112	18,262	88	18,418	18,102	18,260
19	18,579	18,355	18,467	54	18,667	18,305	18,486	89	18,475	18,244	18,360
20	18,790	18,341	18,566	55	18,371	18,066	18,219	90	18,527	18,288	18,408
21	18,817	18,581	18,699	56	18,662	18,370	18,516	91	18,494	18,208	18,351
22	18,727	18,674	18,701	57	18,578	18,251	18,415	92	18,799	18,486	18,643
23	18,899	18,641	18,770	58	18,422	18,092	18,257	93	18,457	18,272	18,365
24	18,682	18,222	18,452	59	18,488	18,163	18,326	94	18,280	18,138	18,209
25	18,594	18,194	18,394	60	18,705	18,285	18,495	95	18,513	18,391	18,452
26	18,692	18,397	18,545	61	18,424	18,180	18,302	96	18,279	18,205	18,242
27	18,492	18,176	18,334	62	18,402	18,174	18,288	97	18,664	18,388	18,526
28	18,500	18,175	18,338	63	18,314	18,144	18,229	98	18,558	18,289	18,424
29	18,316	18,164	18,240	64	18,392	18,142	18,267	99	18,720	18,503	18,612
30	18,358	18,080	18,219	65	18,841	18,516	18,679	100	18,470	18,188	18,329
31	18,409	18,152	18,281	66	18,964	18,644	18,804	101	18,500	18,372	18,436
32	18,748	18,513	18,631	67	18,368	18,097	18,233	102	18,527	18,262	18,395
33	18,786	18,521	18,654	68	18,499	18,194	18,347	103	18,458	18,282	18,370
34	18,564	18,388	18,476	69	18,878	18,561	18,720				
35	18,523	18,133	18,328	70	18,602	18,367	18,485				

Apêndice 7 - Condutividade do Núcleo

Tabela 30 - Condutividade do núcleo

Condutividade do núcleo (Ωm)						
N_i	$Rn_i / \Omega\text{m}$	En_i / m	Dn_i / m	An_i / m^2	$\rho n_i / \Omega\text{m}$	$\sigma n_i / \Omega\text{m}$
1	1,60E-02	1,93E-03	1,86E-02	2,72E-04	2,25E-03	4,44E+02
2	1,50E-02	1,92E-03	1,85E-02	2,70E-04	2,12E-03	4,73E+02
3	1,90E-02	1,93E-03	1,86E-02	2,70E-04	2,66E-03	3,76E+02
4	1,70E-02	1,91E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,37E-03	4,22E+02
5	1,90E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,63E-04	2,57E-03	3,89E+02
6	1,50E-02	1,85E-03	1,88E-02	2,77E-04	2,25E-03	4,44E+02
7	1,60E-02	1,99E-03	1,84E-02	2,65E-04	2,13E-03	4,70E+02
8	2,10E-02	1,99E-03	1,86E-02	2,71E-04	2,86E-03	3,50E+02
9	2,40E-02	1,91E-03	1,85E-02	2,68E-04	3,37E-03	2,97E+02
10	1,90E-02	1,94E-03	1,83E-02	2,63E-04	2,58E-03	3,88E+02
11	2,30E-02	1,91E-03	1,82E-02	2,59E-04	3,12E-03	3,20E+02
12	1,70E-02	1,95E-03	1,87E-02	2,74E-04	2,40E-03	4,17E+02
13	1,70E-02	1,83E-03	1,87E-02	2,75E-04	2,56E-03	3,91E+02
14	1,70E-02	1,95E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,34E-03	4,27E+02
15	2,30E-02	1,93E-03	1,87E-02	2,75E-04	3,28E-03	3,05E+02
16	2,40E-02	1,83E-03	1,88E-02	2,78E-04	3,65E-03	2,74E+02
17	2,20E-02	1,91E-03	1,84E-02	2,66E-04	3,07E-03	3,26E+02
18	2,20E-02	1,88E-03	1,87E-02	2,76E-04	3,23E-03	3,10E+02
19	1,70E-02	1,88E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,42E-03	4,13E+02
20	1,70E-02	1,89E-03	1,86E-02	2,71E-04	2,43E-03	4,11E+02
21	1,90E-02	1,85E-03	1,87E-02	2,75E-04	2,82E-03	3,54E+02
22	1,90E-02	1,85E-03	1,87E-02	2,75E-04	2,82E-03	3,55E+02
23	2,00E-02	1,85E-03	1,88E-02	2,77E-04	2,99E-03	3,35E+02
24	2,10E-02	1,90E-03	1,85E-02	2,67E-04	2,95E-03	3,39E+02
25	1,50E-02	1,91E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,09E-03	4,79E+02
26	1,50E-02	1,84E-03	1,85E-02	2,70E-04	2,20E-03	4,55E+02
27	1,60E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,64E-04	2,16E-03	4,62E+02
28	2,30E-02	1,90E-03	1,83E-02	2,64E-04	3,19E-03	3,14E+02
29	2,00E-02	1,92E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,72E-03	3,67E+02
30	1,80E-02	1,91E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,46E-03	4,07E+02
31	2,30E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,62E-04	3,09E-03	3,23E+02
32	2,20E-02	1,91E-03	1,86E-02	2,73E-04	3,14E-03	3,18E+02
33	2,40E-02	1,92E-03	1,87E-02	2,73E-04	3,41E-03	2,93E+02
34	2,30E-02	1,94E-03	1,85E-02	2,68E-04	3,17E-03	3,15E+02

(Continuação da tabela anterior)

Condutividade do núcleo (Ωm)						
N_i	$Rn_i / \Omega\text{m}$	En_i / m	Dn_i / m	An_i / m^2	$\rho n_i / \Omega\text{m}$	$\sigma n_i / \Omega\text{m}$
35	2,20E-02	1,90E-03	1,83E-02	2,64E-04	3,06E-03	3,27E+02
36	2,10E-02	1,92E-03	1,84E-02	2,67E-04	2,93E-03	3,41E+02
37	1,90E-02	1,92E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,65E-03	3,77E+02
38	1,80E-02	1,87E-03	1,84E-02	2,67E-04	2,57E-03	3,89E+02
39	1,80E-02	1,97E-03	1,83E-02	2,62E-04	2,39E-03	4,18E+02
40	1,60E-02	1,91E-03	1,88E-02	2,77E-04	2,32E-03	4,31E+02
41	1,50E-02	1,91E-03	1,85E-02	2,67E-04	2,10E-03	4,76E+02
42	1,70E-02	1,90E-03	1,86E-02	2,71E-04	2,42E-03	4,13E+02
43	1,90E-02	1,93E-03	1,89E-02	2,80E-04	2,75E-03	3,64E+02
44	2,00E-02	1,89E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,82E-03	3,55E+02
45	2,40E-02	1,92E-03	1,84E-02	2,66E-04	3,32E-03	3,01E+02
46	2,30E-02	1,97E-03	1,88E-02	2,77E-04	3,24E-03	3,09E+02
47	2,20E-02	1,86E-03	1,87E-02	2,74E-04	3,25E-03	3,08E+02
48	2,20E-02	1,93E-03	1,88E-02	2,76E-04	3,15E-03	3,17E+02
49	1,70E-02	1,97E-03	1,83E-02	2,64E-04	2,28E-03	4,38E+02
50	1,50E-02	1,97E-03	1,83E-02	2,62E-04	1,99E-03	5,02E+02
51	1,50E-02	1,94E-03	1,83E-02	2,63E-04	2,03E-03	4,94E+02
52	1,60E-02	1,92E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,22E-03	4,51E+02
53	1,60E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,62E-04	2,15E-03	4,65E+02
54	1,60E-02	1,98E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,17E-03	4,60E+02
55	1,90E-02	1,97E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,51E-03	3,99E+02
56	1,80E-02	1,93E-03	1,85E-02	2,69E-04	2,51E-03	3,99E+02
57	1,80E-02	1,94E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,47E-03	4,04E+02
58	1,70E-02	1,94E-03	1,83E-02	2,62E-04	2,29E-03	4,36E+02
59	1,60E-02	1,96E-03	1,83E-02	2,64E-04	2,16E-03	4,64E+02
60	1,90E-02	1,93E-03	1,85E-02	2,69E-04	2,64E-03	3,78E+02
61	2,30E-02	1,91E-03	1,83E-02	2,63E-04	3,16E-03	3,16E+02
62	1,90E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,63E-04	2,55E-03	3,92E+02
63	2,20E-02	1,95E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,94E-03	3,40E+02
64	2,40E-02	1,89E-03	1,83E-02	2,62E-04	3,33E-03	3,00E+02
65	1,90E-02	1,95E-03	1,87E-02	2,74E-04	2,68E-03	3,74E+02
66	2,00E-02	1,81E-03	1,88E-02	2,78E-04	3,07E-03	3,26E+02
67	1,80E-02	1,89E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,49E-03	4,02E+02
68	2,10E-02	1,84E-03	1,83E-02	2,64E-04	3,01E-03	3,32E+02
69	2,20E-02	1,93E-03	1,87E-02	2,75E-04	3,14E-03	3,19E+02
70	2,30E-02	1,90E-03	1,85E-02	2,68E-04	3,25E-03	3,08E+02
71	2,30E-02	1,92E-03	1,83E-02	2,64E-04	3,17E-03	3,16E+02

(Continuação da tabela anterior)

Condutividade do núcleo (Ωm)						
N_i	$Rn_i / \Omega\text{m}$	En_i / m	Dn_i / m	An_i / m^2	$\rho n_i / \Omega\text{m}$	$\sigma n_i / \Omega\text{m}$
72	2,20E-02	1,85E-03	1,83E-02	2,62E-04	3,12E-03	3,21E+02
73	2,10E-02	1,95E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,87E-03	3,48E+02
74	2,00E-02	1,93E-03	1,87E-02	2,75E-04	2,85E-03	3,51E+02
75	2,20E-02	1,94E-03	1,83E-02	2,63E-04	2,98E-03	3,36E+02
76	2,30E-02	1,95E-03	1,85E-02	2,68E-04	3,16E-03	3,16E+02
77	1,70E-02	1,96E-03	1,83E-02	2,64E-04	2,29E-03	4,36E+02
78	1,70E-02	1,93E-03	1,85E-02	2,70E-04	2,38E-03	4,21E+02
79	1,60E-02	1,89E-03	1,86E-02	2,73E-04	2,31E-03	4,33E+02
80	2,30E-02	1,97E-03	1,84E-02	2,65E-04	3,09E-03	3,24E+02
81	2,00E-02	1,97E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,73E-03	3,67E+02
82	1,50E-02	1,92E-03	1,86E-02	2,70E-04	2,11E-03	4,73E+02
83	1,60E-02	1,96E-03	1,85E-02	2,69E-04	2,19E-03	4,56E+02
84	1,50E-02	1,98E-03	1,85E-02	2,67E-04	2,03E-03	4,93E+02
85	2,00E-02	1,93E-03	1,86E-02	2,73E-04	2,83E-03	3,53E+02
86	1,60E-02	2,05E-03	1,84E-02	2,66E-04	2,08E-03	4,82E+02
87	1,80E-02	1,85E-03	1,85E-02	2,68E-04	2,61E-03	3,83E+02
88	2,30E-02	1,95E-03	1,83E-02	2,62E-04	3,10E-03	3,23E+02
89	2,30E-02	1,93E-03	1,84E-02	2,65E-04	3,15E-03	3,18E+02
90	2,40E-02	1,94E-03	1,84E-02	2,66E-04	3,30E-03	3,03E+02
91	1,50E-02	1,95E-03	1,84E-02	2,64E-04	2,04E-03	4,91E+02
92	1,60E-02	1,93E-03	1,86E-02	2,73E-04	2,27E-03	4,41E+02
93	1,80E-02	1,96E-03	1,84E-02	2,65E-04	2,43E-03	4,12E+02
94	1,60E-02	1,83E-03	1,82E-02	2,60E-04	2,28E-03	4,39E+02
95	1,90E-02	1,89E-03	1,85E-02	2,67E-04	2,68E-03	3,72E+02
96	1,90E-02	1,96E-03	1,82E-02	2,61E-04	2,54E-03	3,94E+02
97	2,00E-02	1,90E-03	1,85E-02	2,70E-04	2,84E-03	3,52E+02
98	1,70E-02	1,96E-03	1,84E-02	2,67E-04	2,31E-03	4,33E+02
99	1,80E-02	1,99E-03	1,86E-02	2,72E-04	2,46E-03	4,06E+02
100	2,20E-02	1,90E-03	1,83E-02	2,64E-04	3,06E-03	3,27E+02
101	5,54E+00	2,01E-03	1,84E-02	2,67E-04	7,36E-01	1,36E+00
102		1,83E-03	1,84E-02	2,66E-04	0,00E+00	
103	1,80E-02	1,65E-03	1,84E-02	2,65E-04	2,88E-03	3,47E+02

Apêndice 8 - Condutividade da Coroa

Tabela 31 - Condutividade da coroa

Condutividade da coroa (Ωm)								
N_i	$R_{c_i} / \Omega\text{m}$	E_i / m	D_i / m	At_i / m^2	An_i / m^2	Ac_i / m^2	$\rho_{c_i} / \Omega\text{m}$	$\sigma_{c_i} / \Omega\text{m}$
1	0,017	2,22E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,72E-04	2,50E-04	1,51E-01	6,62E+00
2	0,020	2,23E-03	2,58E-02	5,23E-04	2,70E-04	2,53E-04	1,77E-01	5,66E+00
3	0,017	2,21E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,70E-04	2,52E-04	1,49E-01	6,70E+00
4	0,023	2,19E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,66E-04	2,54E-04	1,99E-01	5,03E+00
5	0,021	2,21E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,63E-04	2,58E-04	1,80E-01	5,55E+00
6	0,019	2,21E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,77E-04	2,42E-04	1,74E-01	5,76E+00
7	0,021	2,23E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,65E-04	2,56E-04	1,83E-01	5,47E+00
8	0,023	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,71E-04	2,49E-04	2,07E-01	4,83E+00
9	0,017	2,21E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,68E-04	2,53E-04	1,48E-01	6,75E+00
10	0,017	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,63E-04	2,58E-04	1,48E-01	6,77E+00
11	0,019	2,24E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,59E-04	2,62E-04	1,62E-01	6,16E+00
12	0,019	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,74E-04	2,46E-04	1,72E-01	5,81E+00
13	0,021	2,16E-03	2,56E-02	5,14E-04	2,75E-04	2,39E-04	1,89E-01	5,28E+00
14	0,021	2,19E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,82E-01	5,48E+00
15	0,022	2,21E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,75E-04	2,47E-04	1,97E-01	5,07E+00
16	0,019	2,32E-03	2,57E-02	5,18E-04	2,78E-04	2,40E-04	1,83E-01	5,46E+00
17	0,023	2,30E-03	2,57E-02	5,18E-04	2,66E-04	2,52E-04	2,10E-01	4,76E+00
18	0,017	2,25E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,76E-04	2,44E-04	1,56E-01	6,39E+00
19	0,017	2,16E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,46E-01	6,84E+00
20	0,017	2,50E-03	2,59E-02	5,27E-04	2,71E-04	2,56E-04	1,66E-01	6,01E+00
21	0,023	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,75E-04	2,45E-04	2,09E-01	4,78E+00
22	0,022	2,25E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,75E-04	2,45E-04	2,02E-01	4,96E+00
23	0,020	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,77E-04	2,43E-04	1,84E-01	5,42E+00
24	0,021	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,67E-04	2,52E-04	1,86E-01	5,37E+00
25	0,017	2,21E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,66E-04	2,54E-04	1,47E-01	6,78E+00
26	0,017	2,26E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,70E-04	2,50E-04	1,54E-01	6,49E+00
27	0,023	2,25E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,64E-04	2,56E-04	2,02E-01	4,96E+00
28	0,020	2,21E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,64E-04	2,57E-04	1,72E-01	5,81E+00
29	0,019	2,23E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,61E-04	2,58E-04	1,65E-01	6,07E+00
30	0,017	2,29E-03	2,57E-02	5,18E-04	2,61E-04	2,58E-04	1,51E-01	6,61E+00
31	0,017	2,29E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,62E-04	2,56E-04	1,52E-01	6,59E+00
32	0,017	2,21E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,73E-04	2,48E-04	1,52E-01	6,60E+00
33	0,018	2,20E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,73E-04	2,47E-04	1,60E-01	6,23E+00
34	0,021	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,87E-01	5,36E+00

(Continuação da tabela anterior)

Condutividade da coroa (Ωm)								
N_i	$R_{c_i} / \Omega\text{m}$	E_i / m	D_i / m	At_i / m^2	An_i / m^2	Ac_i / m^2	$\rho_{c_i} / \Omega\text{m}$	$\sigma_{c_i} / \Omega\text{m}$
35	0,021	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,64E-04	2,56E-04	1,82E-01	5,49E+00
36	0,017	2,20E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,67E-04	2,53E-04	1,48E-01	6,78E+00
37	0,018	2,24E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,60E-01	6,25E+00
38	0,022	2,26E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,67E-04	2,53E-04	1,97E-01	5,08E+00
39	0,019	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,62E-04	2,58E-04	1,64E-01	6,08E+00
40	0,017	2,19E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,77E-04	2,42E-04	1,54E-01	6,51E+00
41	0,021	2,27E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,67E-04	2,52E-04	1,89E-01	5,30E+00
42	0,023	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,71E-04	2,50E-04	2,06E-01	4,85E+00
43	0,018	2,28E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,80E-04	2,39E-04	1,71E-01	5,84E+00
44	0,018	2,26E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,66E-04	2,54E-04	1,60E-01	6,23E+00
45	0,021	2,24E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,66E-04	2,55E-04	1,84E-01	5,43E+00
46	0,019	2,24E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,77E-04	2,42E-04	1,76E-01	5,69E+00
47	0,017	2,24E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,74E-04	2,45E-04	1,56E-01	6,42E+00
48	0,017	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,76E-04	2,44E-04	1,56E-01	6,42E+00
49	0,018	2,26E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,64E-04	2,57E-04	1,58E-01	6,32E+00
50	0,020	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,62E-04	2,58E-04	1,73E-01	5,79E+00
51	0,023	2,22E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,63E-04	2,57E-04	1,99E-01	5,03E+00
52	0,023	2,22E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,66E-04	2,53E-04	2,01E-01	4,96E+00
53	0,018	2,26E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,62E-04	2,58E-04	1,58E-01	6,35E+00
54	0,019	2,22E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,68E-04	2,51E-04	1,68E-01	5,96E+00
55	0,019	2,20E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,61E-04	2,60E-04	1,61E-01	6,21E+00
56	0,019	2,19E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,69E-04	2,50E-04	1,66E-01	6,02E+00
57	0,020	2,20E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,66E-04	2,55E-04	1,73E-01	5,78E+00
58	0,017	2,25E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,62E-04	2,57E-04	1,49E-01	6,73E+00
59	0,017	2,21E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,64E-04	2,57E-04	1,46E-01	6,85E+00
60	0,023	2,22E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,69E-04	2,51E-04	2,03E-01	4,92E+00
61	0,022	2,22E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,63E-04	2,56E-04	1,91E-01	5,24E+00
62	0,023	2,20E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,63E-04	2,57E-04	1,97E-01	5,08E+00
63	0,022	2,21E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,61E-04	2,60E-04	1,87E-01	5,34E+00
64	0,018	2,22E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,62E-04	2,58E-04	1,55E-01	6,46E+00
65	0,018	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,74E-04	2,46E-04	1,63E-01	6,13E+00
66	0,018	2,21E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,78E-04	2,43E-04	1,64E-01	6,09E+00
67	0,022	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,61E-04	2,59E-04	1,90E-01	5,26E+00
68	0,021	2,26E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,64E-04	2,55E-04	1,86E-01	5,39E+00
69	0,017	2,18E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,75E-04	2,45E-04	1,51E-01	6,61E+00
70	0,017	2,18E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,68E-04	2,51E-04	1,48E-01	6,77E+00
71	0,022	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,64E-04	2,56E-04	1,91E-01	5,23E+00

(Continuação da tabela anterior)

Condutividade da coroa (Ωm)								
N_i	$R_{c_i} / \Omega\text{m}$	E_i / m	D_i / m	At_i / m^2	An_i / m^2	Ac_i / m^2	$\rho_{c_i} / \Omega\text{m}$	$\sigma_{c_i} / \Omega\text{m}$
72	0,023	2,20E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,62E-04	2,57E-04	1,97E-01	5,07E+00
73	0,023	2,24E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,66E-04	2,55E-04	2,01E-01	4,97E+00
74	0,023	2,24E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,75E-04	2,46E-04	2,10E-01	4,77E+00
75	0,018	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,63E-04	2,58E-04	1,56E-01	6,39E+00
76	0,017	2,20E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,48E-01	6,74E+00
77	0,019	2,24E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,64E-04	2,55E-04	1,66E-01	6,01E+00
78	0,020	2,22E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,70E-04	2,50E-04	1,77E-01	5,65E+00
79	0,019	2,25E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,73E-04	2,47E-04	1,73E-01	5,77E+00
80	0,019	2,22E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,65E-04	2,56E-04	1,65E-01	6,06E+00
81	0,017	2,21E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,68E-04	2,52E-04	1,49E-01	6,72E+00
82	0,017	2,24E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,70E-04	2,50E-04	1,53E-01	6,54E+00
83	0,019	2,21E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,69E-04	2,52E-04	1,67E-01	6,00E+00
84	0,022	2,16E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,67E-04	2,54E-04	1,86E-01	5,36E+00
85	0,023	2,17E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,73E-04	2,49E-04	2,00E-01	5,01E+00
86	0,023	2,18E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,66E-04	2,55E-04	1,97E-01	5,08E+00
87	0,022	2,29E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,68E-04	2,51E-04	2,00E-01	4,99E+00
88	0,021	2,24E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,62E-04	2,59E-04	1,81E-01	5,51E+00
89	0,021	2,25E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,65E-04	2,55E-04	1,85E-01	5,39E+00
90	0,021	2,21E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,66E-04	2,53E-04	1,84E-01	5,44E+00
91	0,022	2,20E-03	2,58E-02	5,21E-04	2,64E-04	2,57E-04	1,88E-01	5,31E+00
92	0,023	2,20E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,73E-04	2,47E-04	2,05E-01	4,88E+00
93	0,023	2,20E-03	2,57E-02	5,21E-04	2,65E-04	2,56E-04	1,98E-01	5,05E+00
94	0,020	2,24E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,60E-04	2,58E-04	1,73E-01	5,77E+00
95	0,017	2,23E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,67E-04	2,52E-04	1,50E-01	6,67E+00
96	0,017	2,19E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,61E-04	2,58E-04	1,44E-01	6,93E+00
97	0,018	2,23E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,70E-04	2,52E-04	1,59E-01	6,29E+00
98	0,018	2,18E-03	2,58E-02	5,22E-04	2,67E-04	2,55E-04	1,54E-01	6,50E+00
99	0,020	2,17E-03	2,57E-02	5,20E-04	2,72E-04	2,48E-04	1,74E-01	5,73E+00
100	0,017	2,20E-03	2,57E-02	5,19E-04	2,64E-04	2,55E-04	1,46E-01	6,84E+00
101	0,179	1,99E-03	2,70E-02	5,73E-04	2,67E-04	3,06E-04	1,16E+00	8,60E-01
102	1,720	1,84E-03	2,70E-02	5,74E-04	2,66E-04	3,08E-04	1,03E+01	9,73E-02
103	0,017	1,73E-03	2,67E-02	5,61E-04	2,65E-04	2,96E-04	9,93E-02	1,01E+01