



**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Arlindo Ricarte Primo Júnior

**Estudo acústico vibratório em sistemas vibrantes acoplados a membranas para exploração tímbrica e amplificação sonora - o exemplo do papirofone**

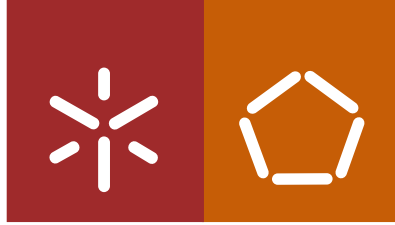
Estudo acústico vibratório em sistemas vibrantes acoplados a membranas para exploração tímbrica e amplificação sonora - o exemplo do papirofone

Arlindo Ricarte Primo Júnior

U Minho | 2021

fevereiro de 2021





**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Arlindo Ricarte Primo Júnior

**Estudo acústico vibratório em sistemas vibrantes acoplados a membranas para exploração tímbrica e amplificação sonora - o exemplo do papirofone**

Tese de Doutoramento  
Doutoramento em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob a orientação do  
**Professor Doutor José Filipe B. de Meireles**  
e do  
**Professor Doutor Octávio José P. F. Inácio**

## **Direitos de Autor e Condições de Utilização do Trabalho por Terceiros**

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.



**Atribuição-NãoComercial**  
**CC BY-NC**

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores Professor Doutor José Meireles e Professor Doutor Octávio Inácio pelas orientações e incentivo nessa jornada.

À minha esposa Jeane, meus filhos João Gabriel e Gabriela pelo apoio e paciência durante esse longo processo.

Aos colegas de convívio, durante a permanência nos ambientes da UMinho no Campus Azurém, o Sr. Araújo, Vítor, Marcus, João, Alexandre, António e o Momo.

À Universidade do Minho pela estrutura oferecida.

Ao IFRN e governo Federal Brasileiro pelo apoio financeiro, sem o qual esse trabalho não seria possível.

À cidade de Guimarães e sua gente que tão bem acolheram a minha família durante a nossa permanência em Portugal.

### **Declaração de Integridade**

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

## **Estudo acústico vibratório em sistemas vibrantes acoplados a membranas para exploração tímbrica e amplificação sonora - o exemplo da papirofone**

### **Resumo**

A partir do acoplamento entre tubos de alumínio e uma superfície fina com geometria ondulada constituída por uma membrana de tecido resinado foi projetado um novo instrumento musical da família dos idiofones de lâmina, o papirofone. O papirofone apresenta características estéticas e de execução semelhante aos idiofones de lâmina como a marimba, o xilofone e o vibrafone, e traz novas possibilidades tímbricas, contribuindo para o vasto universo musical existente.

Neste trabalho são estudados os fenômenos vibro-acústicos resultantes do acoplamento entre os tubos de alumínio e a superfície fina, a qual integra o sistema de radiação sonora do instrumento. É realizado um estudo comparativo entre dados de ensaios laboratoriais no âmbito das vibrações mecânicas e acústica entre tubos livres e tubos acoplados a uma superfície fina. Para estudo do comportamento dinâmico das estruturas envolvidas foram utilizadas análise modal experimental e numérica. Foi também desenvolvido um procedimento de afinação do instrumento com o intuito de obter uma escala musical temperada através de um procedimento que integra uma abordagem analítica e simulação numérica.

Através destes resultados são mostradas as modificações nos espectros em frequência, no amortecimento, na filtragem de modos, a intensificação da percepção de nota musical direcionada para o primeiro modo e sua amplificação sonora promovida pela presença da superfície radiadora.

Este estudo contribui para o aprimoramento e entendimento dos fenômenos vibro-acústicos resultantes do acoplamento entre tubos e uma superfície fina a exemplo do papirofone, abrindo caminhos para novas possibilidades tímbricas e melhoria de instrumentos musicais em desenvolvimento.

**Palavras-chave:** acústica musical; análise modal; idiofones de lâmina; novos instrumentos musicais; papirofone.

## **Vibratory acoustic study in vibrating systems coupled to membranes for timbre exploration and sound amplification - the papirofone's example**

### **Abstract**

A new musical instrument from the family of blade idiophones has been fabricated by the coupling of aluminum tubes and a thin radiating surface with wavy geometry that consists in a membrane of resin fabric. The developed instrument, called *Papirofone*, has aesthetic and performance characteristics similar to blade idiophones such as the marimba, xylophone and vibraphone, and produces a new tone, allowing to a wide contribution to the musical universe.

This research reports a detailed analysis on the vibro-acoustic phenomena resulting from the coupling between the referred aluminum tubes and thin radiating surface as complex dynamic vibrating system in the instrument. Structural mechanical and acoustic vibrations are analyzed in free-body tubes and radiating surface, that are later compared with the coupled system. Analytical, experimental and numerical approaches are used to detail the dynamic behavior of these configurations, while a tuning procedure is developed to obtain a tempered musical register in a defined scale.

Results show that the coupling of the radiating surface promotes an overall change in the system response spectrum, inducing a damping effect in higher eigenmodes and an amplification of the musical note perception in the first eigenmode.

This study contributes to the improvement and understanding on the vibro-acoustic phenomena resulting from the coupling between tubes and thin radiating surfaces, such as those used in the *Papirofone*, opening the way for new timbre possibilities and improvement of the instrument that are currently under development.

**Keywords:** blade idiophones; modal analysis; musical acoustics; new musical instruments; *Papirofone*.



## Conteúdos

1. Capítulo 1.....	1
1.1. Contextualização do trabalho .....	1
1.2. Motivação .....	3
1.3. Estado-da-Arte.....	4
1.3.1. Sobre os instrumentos, as suas características e afinação .....	4
1.3.2. Ensaios de vibração e análise modal em idiofones .....	8
1.4. Organização do documento .....	11
1.5. Referências do capítulo .....	12
2. Capítulo 2.....	15
2.1. Introdução .....	15
2.2. Análise analítica de vigas sujeitas a vibração transversal .....	16
2.2.1. A equação de movimento .....	17
2.2.2. Função característica – Modos e frequências próprias.....	20
2.3. Análise modal de tubos de alumínio .....	25
2.3.1. Metodologia experimental .....	26
2.3.2. Metodologia numérica .....	27
2.4. Resultados e discussão .....	28
2.4.1. Análise modal experimental no registo C4.....	29
2.4.2. Análise modal numérica no registo C4.....	31
2.5. Extensão da abordagem modal aos registos C3, C5, C6 e C7 .....	33
2.6. Afinação dos tubos e a escala cromática de temperamento igual .....	37
2.6.1. Escala cromática de temperamento igual.....	37
2.6.2. Procedimento de afinação dos tubos.....	40
2.7. Considerações sobre o procedimento de afinação dos tubos.....	45

2.8.	Referências do capítulo .....	46
3.	Capítulo 3.....	48
3.1.	Introdução .....	48
3.2.	Metodologia .....	51
3.2.1.	Materiais e manufatura de amostras .....	51
3.2.2.	Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem experimental.....	51
3.2.3.	Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem numérica. ....	53
3.2.4.	Análise modal experimental do papiro com excitação acústica na configuração assemblada.....	54
3.2.5.	Análise modal numérica do papiro na configuração assemblada.....	56
3.3.	Resultados e Discussão.....	56
3.3.1.	Fundamentação teórica – Cálculo do Módulo de Elasticidade Dinâmico.....	56
3.3.2.	Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem experimental.....	58
3.3.3.	Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem numérica. ....	61
3.3.4.	Análise modal do papiro – Abordagem experimental vs numérica.....	63
3.4.	Conclusões .....	65
3.5.	Referências do capítulo .....	66
4.	Capítulo 4.....	67
4.1.	Introdução .....	67
4.2.	Metodologia .....	69
4.2.1.	Materiais e amostras .....	69
4.2.2.	Análise Modal - Abordagem experimental .....	70
4.2.3.	Análise Modal - Abordagem numérica .....	70

4.3.	Resultados e Discussão .....	72
4.3.1.	Abordagem experimental vs numérica.....	72
4.3.2.	Sobre a Percepção da altura da nota musical no sistema acoplado ao papiro .....	74
4.3.3.	Sobre a alteração na afinação no sistema tubo acoplado ao papiro .....	81
4.4.	Conclusões .....	81
4.5.	Referências do capítulo .....	82
5.	Capítulo 5.....	84
5.1.	Introdução .....	84
5.2.	Materiais e métodos.....	84
5.3.	Resultados e discussão .....	86
5.3.1.	Vibração estrutural .....	86
5.3.2.	Comportamento acústico.....	89
5.4.	Conclusões .....	93
5.5.	Referências do capítulo .....	94
6.	Capítulo 6.....	95
6.1.	Conclusões do estudo e trabalhos futuros.....	95
6.2.	Impacto científico e académico.....	97

## **Lista de Acrónimos e Siglas**

---

<b>ASTM</b>	American Society for Testing and Materials
<b>CAD</b>	Computer Aided Design
<b>FRF</b>	Função de Resposta em Frequência
<b>IFRN</b>	Instituto Federal do Rio Grande do Norte
<b>MAC</b>	Modal Assurance Criterion
<b>OMA</b>	Operational Modal Analysis

---

## Lista de Símbolos

<b>Símbolos Latinos</b>			<b>Símbolos Gregos</b>		
$A$	Área de secção resistente	$m^2$	$\beta$	Fator para cálculo de modos	-
	Amplitude	$m$	$\Delta$	Variação	%
$a$	Fator de regressão logarítmica	-	$\xi$	Fator de amortecimento	-
$C$	Constante para cálculo de deslocamento	-	$\eta$	Fator de perda	-
$c$	Constante de amortecimento	$Ns/m$	$\nu$	Coefficiente de Poisson	-
$c_c$	Amortecimento crítico	$Ns/m$	$\rho$	Densidade	$kg/m^3$
$c_n$	Coefficiente de amortecimento histerético	$Ns/m$	$\omega$	Frequência própria	Hz
$D$	Diâmetro externo	$m$			
$d$	Diâmetro interno	$m$			
$F_{am}$	Força de excitação	$N$			
$E$	Módulo de elasticidade (ou Young)	$GPa$	<b>Outros Símbolos</b>		
$E^*$	Módulo complexo	$GPa$	$\emptyset$	Ângulo de fase	rad
$g$	Aceleração gravitica	$m/s^2$	$\emptyset_{R_i}$	$i$ -ésimo modo de vibração de referência	-
$H$	Espessura de viga	$m$	$\emptyset_{N_i}$	$i$ -ésimo modo de vibração de numérico	-
$I$	Momento de Inércia	$m^4$			
$f$	Esforço de flexão	$N$			
	Frequência de ressonância	Hz			
$k$	Constante de rigidez	$N/m$			
$k^*$	Rigidez complexa	$N/m$			
$l$	Comprimento de viga	$m$			
$L$	Comprimento do papiro	$mm$			
$M$	Momento fletor	$Nm$			
$m$	Massa	$kg$			
$P$	Pressão sonora específica	$Pa/N$			

$Q$	Fator de amplificação	-
$r_a$	Razão entre registos musicais	-
$r_w$	Razão de frequências	-
$s$	Constante para cálculo de deslocamento	-
$n$	Ordem do modo próprio	-
	Diferença entre frequências	cent
$t$	Tempo	s
$G_\beta$	Função - cálculo do termo $\beta$	rad
$V$	Tensão de corte	Pa
$W$	Coordenada relativa dos nós	%
$w$	Deslocamento transversal	m
$X$	Amplitude	m
$x$	Coordenada de comprimento	m

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1</b> - <i>Papirofone</i> cromático em desenvolvimento. ....	1
<b>Figura 1.2</b> - Desenvolvimento do papirofone em contexto pedagógico. ....	3
<b>Figura 1.3</b> - Detalhe da patente de J.C. Deagan [26]. ....	6
<b>Figura 1.4</b> - Detalhe do modelo numérico analisado por Bretos [49]. ....	9
<b>Figura 1.5</b> - Alguns dos modelos analisado no estudo de Bestle [59]. ....	10
<b>Figura 1.6</b> - Exemplos de modelos analisados por Beaton e Scavone [33]. ....	11
<b>Figura 2.1</b> - Modelo do papirofone cromático em desenvolvimento – C3 – C7 .....	15
<b>Figura 2.2</b> - Representação unidimensional de uma viga em flexão baseado no modelo de Euler-Bernoulli [9]. ....	17
<b>Figura 2.3</b> - Formas modais de uma viga livre-livre .....	24
<b>Figura 2.4</b> - Aparato experimental do ensaio de vibração a tubos: (a) visão geral; (b) detalhe de montagem do martelo de impacto; e (c) distribuição de pontos de medição. ....	27
<b>Figura 2.5</b> - Detalhe da malha utilizada nas rotinas numérica: (a) predefinida e (b) refinada. ....	28
<b>Figura 2.6</b> - FRF das amostras testadas. ....	29
<b>Figura 2.7</b> - Módulo de Elasticidade Dinâmico das amostras no registo C4. ....	31
<b>Figura 2.8</b> - Representação das formas dos Modos de vibração numéricos. ....	32
<b>Figura 2.9</b> - Comparação da frequência natural do primeiro modo transversal dos tubos. ....	36
<b>Figura 2.10</b> - Comparação de comprimentos dos tubos pelas abordagens numérica e analítica. ....	44
<b>Figura 2.11</b> - Diferenças (%) entre os comprimentos dos tubos obtidos via elementos finitos e comprimentos obtidos a partir de progressões geométricas. ....	44
<b>Figura 3.1</b> - Modelo do Papirofone: (a) Vista geral e (b) detalhe de montagem entre tubos e papiro .....	48
<b>Figura 3.2</b> - Segmento da superfície radiadora do Papirofone: o papiro. ....	51
<b>Figura 3.3</b> - Detalhe de configuração do ensaio para determinação do módulo de elasticidade: (a) detalhe de amostras; e (b) instrumentação. ....	52
<b>Figura 3.4</b> - Aparato experimental para a determinação dos Módulos de Elasticidade Dinâmica. ....	53
<b>Figura 3.5</b> - Detalhes da abordagem numérica: (a) modelo e condição de fronteira; (b) malhamento. ....	54
<b>Figura 3.6</b> - Detalhe do aparato experimental para determinar o comportamento dinâmico do papiro: e (a) aparato real (b) modelo. ....	55

<b>Figura 3.7</b> - Detalhes da abordagem numérica: (a) modelo e condição de fronteira; (b) malhamento. ....	56
<b>Figura 3.8</b> - Viga fixa numa configuração encastrada. ....	57
<b>Figura 3.9</b> - FRF nos pontos de monitorização da viga encastrada no sentido da trama. ....	58
<b>Figura 3.10</b> - FRF das amostras encastradas no sentido da trama. ....	60
<b>Figura 3.11</b> - FRF das amostras encastradas no sentido da teia. ....	60
<b>Figura 3.12</b> - FRF do papiro nos diversos pontos monitorizados. ....	63
<b>Figura 3.13</b> - Representação gráfica da matriz MAC. ....	65
<b>Figura 4.1</b> - idiofones de lâmina: marimba e vibrafone ....	68
<b>Figura 4.2</b> - Detalhe de amostras: (a) acoplamento; (b); aparato experimental; e (c) esquema de instrumentação. ....	69
<b>Figura 4.3</b> - Modelo do sistema com acoplamento entre tubo e papiro: (a) vista isométrica e; (b) alçado lateral. ....	71
<b>Figura 4.4</b> - Detalhe da malha no modelo: (a) automática; e (b) otimizada. ....	71
<b>Figura 4.5</b> - Detalhe de malha e localização da fixação do sistema. ....	71
<b>Figura 4.6</b> - FRF do sistema com tubo acoplado a papiro. ....	72
<b>Figura 4.7</b> - Análise segundo o critério MAC para comparação entre as abordagens experimental e numérica. ....	74
<b>Figura 4.8</b> - FRF dos sistemas com tubo isolado e tubo acoplado a papiro. ....	75
<b>Figura 4.9</b> - Amplitude normalizada dos sistemas testados. ....	76
<b>Figura 4.10</b> - Representação gráfica do método de largura de banda a meia potência. ....	77
<b>Figura 4.11</b> - Sistema massa mola com amortecimento histerético. ....	78
<b>Figura 4.12</b> - Amortecimento em função da frequência nos sistemas testados. ....	80
<b>Figura 5.1</b> - Representação esquemática dos tipos de amostras testadas. ....	85
<b>Figura 5.2</b> - FRF relativa à velocidade dos deslocamentos nos sistemas testados. ....	86
<b>Figura 5.3</b> - Fator de amortecimento em função do comprimento do papiro e modo de ressonância. ....	87
<b>Figura 5.4</b> - Frequência de ressonância nos diversos modos dos sistemas testados em função do comprimento do papiro. ....	89
<b>Figura 5.5</b> - FRF dos diversos sistemas pela monitorização com microfone. ....	90
<b>Figura 5.6</b> - Variação da pressão sonora dos diversos modos com variação de comprimento do papiro. ....	93



## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2.1</b> - Valores de $\beta l$ .....	23
<b>Tabela 2.2</b> - Coordenadas relativas dos nós dos modos (% do comprimento).....	25
<b>Tabela 2.3</b> - Parâmetros geométricos e mecânicos dos tubos .....	26
<b>Tabela 2.4</b> - Comprimentos das amostras nos diversos registos.....	26
<b>Tabela 2.5</b> - Resumo de frequências de ressonância e formas modais transversais.....	30
<b>Tabela 2.6</b> - Módulo de Elasticidade Dinâmico em função da frequência.....	31
<b>Tabela 2.7</b> - Comparação dos resultados numéricos e experimentais.....	33
<b>Tabela 2.8</b> - Frequências de ressonância – tubo registo C3 ( $l = 986$ mm).....	34
<b>Tabela 2.9</b> - Frequências de ressonância – tubo registo C5 ( $l = 492$ mm).....	34
<b>Tabela 2.10</b> - Frequências de ressonância – tubo registo C6 ( $l = 346,5$ mm).....	34
<b>Tabela 2.11</b> - Frequências de ressonância – tubo registo C7 ( $l = 242$ mm).....	34
<b>Tabela 2.12</b> – Diferenças em <i>cents</i> - registos C3, C4, C5, C6 e C7 .....	36
<b>Tabela 2.13</b> - Razões ( <i>ra</i> ) das progressões geométricas relacionadas aos comprimentos dos tubos. .....	43
<b>Tabela 2.14</b> - Comparação de diferenças nos comprimentos usando razões por extremos e oitavas.....	43
<b>Tabela 2.15</b> - Comparação de diferenças nos comprimentos nos principais registos usando razões por extremos e oitavas.....	45
<b>Tabela 3.1</b> - Resumo de análise modal com amostra encastrada: frequências e formas.....	59
<b>Tabela 3.2</b> - Resumo dos valores de análise modal com amostra encastrada: frequências e formas.....	61
<b>Tabela 3.3</b> - Comparação das frequências de ressonância numéricas e desvios relativos aos resultados experimentais.....	61
<b>Tabela 3.4</b> - Representação das formas associadas aos modos resultantes das simulações numéricas.....	62
<b>Tabela 3.5</b> - Comparação entre as frequências de ressonância determinadas pelo método experimental e numérico.....	63
<b>Tabela 3.6</b> - Comparação entre as formas dos modos de ressonância determinadas pelo método experimental e numérico.....	64
<b>Tabela 4.1</b> - Frequência e formas dos modos no sistema de tubo acoplado ao papiro nas abordagens experimental e numérica.....	73

<b>Tabela 4.2</b> - Comparação entre os valores de frequência de ressonância obtidos experimentalmente e por simulação numérica .....	74
<b>Tabela 4.3</b> – Amplitude normalizada no sistema com tubo isolado. ....	75
<b>Tabela 4.4</b> – Amplitude normalizada no sistema com tubo acoplado a papiro. ....	76
<b>Tabela 4.5</b> - Amortecimento dos sistemas testados nos diferentes modos. ....	80
<b>Tabela 4.6</b> - Elevação do amortecimento pelo acoplamento do papiro. ....	80
<b>Tabela 4.7</b> - Diferença entre as frequências dos modos nos sistemas testados.....	81
<b>Tabela 5.1</b> - Fator de amortecimento dos sistemas testados. ....	87
<b>Tabela 5.2</b> - Frequências de ressonância nos sistemas testados na abordagem de vibração estrutural. ....	88
<b>Tabela 5.3</b> - Frequências de ressonância monitorizadas sistemas testados pela abordagem acústica. ....	90
<b>Tabela 5.4</b> - Comparação das frequências obtidas pelas abordagens de vibração estrutural e acústica. ....	91
<b>Tabela 5.5</b> - Impacto do comprimento do papiro na variação da frequência de ressonância dos diversos modos. ....	91
<b>Tabela 5.6</b> - Picos da pressão sonora dos modos nos sistemas testados.....	92
<b>Tabela 5.7</b> - Comparação dos picos da pressão sonora dos modos nos sistemas testados. ....	92
<b>Tabela 6.1</b> - Disseminação através de publicações científicas. ....	97

## Capítulo 1

### Introdução

#### 1.1. Contextualização do trabalho

Do acoplamento entre uma superfície fina ondulada, constituída por uma membrana de tecido resinado, e um conjunto de tubos de alumínio, chegamos a um novo instrumento musical da categoria dos idiofones de lâminas com variadas possibilidades tímbricas a contribuir com o vasto universo das vibrações musicais: O Papirofone (Figura 1.1).



**Figura 1.1** - *Papirofone* cromático em desenvolvimento.

Com o intuito de ultrapassar o caráter empírico da atividade de construção deste instrumento, através da investigação de carácter académica com suporte científico, pretende-se entender os fenómenos vibro-acústicos resultantes da interação dos tubos com a superfície radiadora. Desta forma, neste trabalho são estudadas a caracterização das propriedades dinâmicas dos materiais, o comportamento dinâmico da estrutura com fins musicais e o uso de ferramentas numéricas para ampliar o entendimento destes fenómenos vibro-acústicos para otimizar o processo de design de instrumentos.

Do ponto de vista físico, um instrumento musical pode ser entendido como um sistema dinâmico onde energia mecânica vibratória é transmitida às partículas do ar em ondas de pressão que são captadas pelo ouvido e interpretadas como sons.

[1]. Estes instrumentos musicais podem ser subdividido em três partes básicas com funções específicas [2–4]: (i) o sistema excitador, a fonte primária a partir da qual energia mecânica de impacto, fricção ou sopro, por exemplo, é convertido em energia mecânica vibratória; (ii) o sistema radiante, a partir do qual as vibrações são transmitidas ao ambiente (e.g. tampo de um violino); (iii) e o sistema ressoador que atua como elemento amplificador e filtro (e.g. caixas acústicas dos instrumentos musicais diversos, os tubos ressoadores dos xilofones e marimbas e o aparelho vocal humano).

No papirofone a produção de som é promovida pela percussão dos tubos com baquetas. Os tubos ao vibrarem transferem energia vibratória também para a superfície radiadora, o papiro, que de forma conjunta exercem a função de radiação sonora do instrumento. Não são utilizados no papirofone ressoadores como no caso dos xilofones, marimbas e vibrafones dentro outros instrumentos do género [5]. Ao introduzir o papiro acoplado aos tubos ocorre a ampliação da área da superfície de radiação promovendo assim amplificação sonora.

A originalidade do trabalho empírico de invenção do instrumento consistiu na determinação de uma geometria adequada para a superfície irradiadora, com características mecânicas como rigidez, densidade e fator de amortecimento apropriados de forma a possibilitar um acoplamento entre esta e os tubos. Isto permite a vibração dentro de uma intenção musical, resultando em fenómenos vibro-acústicos como alteração de timbre.

O papirofone tem a configuração de um instrumento musical do tipo idiofone de lâmina e apresenta uma constituição em termos físicos e de execução musical semelhante a outros instrumentos musicais do género (e.g. xilofones, vibrafones e marimbas), i.e. utiliza lâminas ou barras como elementos vibrantes. Tais instrumentos são referenciados por Henrique [6], como idiofones de lâmina e são instrumentos de percussão de nota definida. Entenda-se por instrumento de nota definida, como aquele cujo som pode ser associado a uma nota musical. Note-se que existem instrumentos percussivos em que não é possível se associar ao som produzido uma nota musical, sendo estes referidos como instrumentos de nota não definida [7], como é o caso de instrumentos de percussão como o triângulo, as maracas, as pandeiretas, os pratos, entre outros.

O papirofone é composto por dois conjuntos de tubos agrupados: um contendo as notas naturais e outro contendo os sustenidos conforme a Figura 1.1. As notas musicais são formadas por tubos ou barras redondas de alumínio com a mesma secção, dispostos paralelamente e suspensos individualmente a partir de seus dois pontos nodais (relativamente ao modo primeiro modo vibratório transversal) através de um fio de poliamida. Os tubos são acoplados conjuntamente por uma

membrana fina que forma uma superfície ondulada que se assemelha a uma espécie de “telhado” a qual foi denominada de “papiro”. A extensão máxima obtida até então foi de 5 oitavas.

A ação do papiro sobre os tubos do instrumento promove três importantes fenômenos:

- (i) A alteração de timbre, de um timbre metálico e mais brilhante, para um timbre mais aveludado que se assemelha ao timbre das teclas de madeira;
- (ii) Amplificação do volume sonoro quando comparado ao som das teclas sem o papiro, promovida pela ampliação da área de radiação sonora, sem recurso a ressoadores;
- (iii) A intensificação da definição da percepção de altura de nota.

Previamente a esta pesquisa, o papirofone foi desenvolvido de forma puramente artesanal, sendo pertinente o seu estudo no campo da engenharia para otimizar o seu funcionamento. Por ser uma estratégia inovadora, o acoplamento entre os tubos e uma superfície fina traz novas perspectivas para criação de possibilidades musicais e o seu estudo contribui para o conhecimento científico não só no domínio da engenharia mecânica, como também na área da acústica musical particularmente no campo dos idiofones de lâminas e educação musical.

## 1.2. Motivação

O desenvolvimento do papirofone tem sido impulsionado pela necessidade de se desenvolver ferramentas pedagógicas para apoio ao ensino de música nas escolas de ensino básico no Brasil. O ensino de música tornou-se obrigatório no ensino médio e fundamental no Brasil, a partir da Lei 11.769/2008 [8], que trata da inclusão musical nas escolas, como decorrente nas instalações da IFRN - Cidade Alta (Figura 1.2).

Desta forma, o processo em torno do papirofone vem a contribuir com o ensino de música, seja do ponto de vista da prática musical como também através de oficinas de construção do instrumento, onde conhecimentos multidisciplinares podem ser explorados.



**Figura 1.2** - Desenvolvimento do papirofone em contexto pedagógico.

Dos aspetos motivacionais que se alinham ao desenvolvimento do instrumento podem destacar-se:

- (i) A facilidade de visualização das notas e forma de extração sonora, semelhante a outros instrumentos musicais já consolidados no campo do ensino da música (e.g.xilofones e o metalofones), adequados às escolas de iniciação musical a níveis profissionais;
- (ii) Os aspetos físicos como baixo peso e boa portabilidade comparativamente a outros instrumentos do género;
- (iii) A facilidade de construção a qual envolve materiais de baixo custo e fácil acesso, com utilização de ferramental simples;
- (iv) Os aspetos interdisciplinares envolvidos no seu processo de fabricação, onde áreas como a física, matemática, engenharia e as artes plásticas que podem ser exploradas em oficinas de construção para o enriquecimento dos conteúdos pedagógicos.

Do ponto de vista pessoal, este trabalho de investigação contribui para a aquisição de competências para o desenvolvimento de conhecimento científico inovador e para a produção de conteúdos e resultados que suportem a obtenção do grau de doutor no domínio da engenharia mecânica.

### **1.3. Estado-da-Arte**

#### **1.3.1. Sobre os instrumentos, as suas características e afinação**

Pelas suas características físicas e de execução, o papirofone é identificado como um idiofone de lâmina, como os xilofones, marimbas e vibrafones e outros instrumentos étnicos como os balafons e as timbilas. Os idiofones são instrumentos de percussão caracterizados por ser a própria vibração do corpo do instrumento, sem estar sujeito a qualquer tipo de tensão externa, o agente responsável pela geração da excitação sonora, sendo constituídos por barras, varas e placas [9]. Estes instrumentos são fabricados com materiais diversos como madeira, metais, materiais cerâmicos e materiais sintéticos [10].

Das diversas classificações de instrumentos musicais propostas ao longo dos tempos a classificação proposta em 1914 por Hornbostel e Sachs é a mais usada para fins de análise científica [11]. Essa classificação é baseada no princípio acústico associado ao elemento vibratório responsável pela produção de som no instrumento [12], e foi dividida inicialmente em quatro categorias [13]: idiofones, aerofones, membranofones e cordofones, vindo posteriormente a ser incorporada mais uma categoria denominada eletrofones [14,15].

Uma outra classificação dos instrumentos de percussão considera a definição da percepção de altura da nota [16], havendo idiofones de nota definida e idiofones de nota não definida. Os idiofones de nota

definida são aqueles em que o som percebido pode ser associado a uma nota musical. Já para os idiofones de nota não definida não é possível associar ao som produzido uma nota musical correspondente.

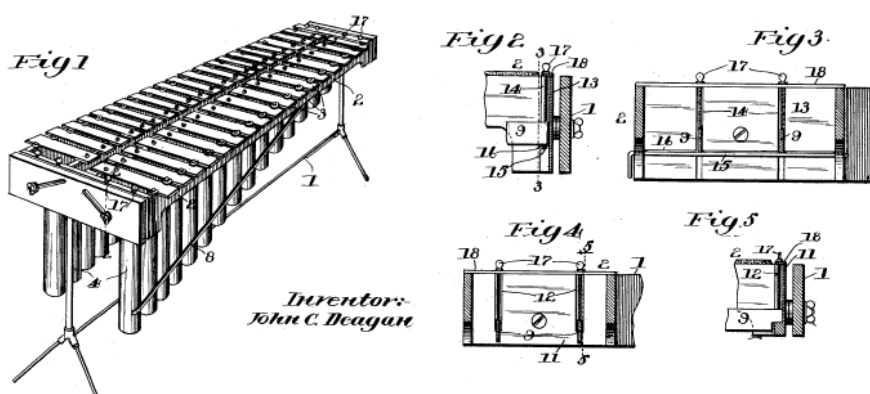
Como subdivisão dos idiofones estão os de lâmina [6,17], que se constituem em espécies de teclados de percussão, e que apresentam nota definida, sendo exemplos de idiofones de lâminas os instrumentos tradicionais como a marimba, o xilofone, o vibrafone, o *glockenspiel*, as timbilas e os balafons. Os idiofones de lâminas são muito utilizados em todo o mundo e incorporados às culturas de algumas regiões da América Central, mais especificamente a marimba na Guatemala e no México [18]. Nas ilhas de Bali e Java, no arquipélago Indonésio, são utilizados variados instrumentos de percussão como metalofones, xilofones, gongos, compondo orquestras que são denominadas de orquestras de gamelão, sendo por vezes incluídas também flautas nessas orquestras [19]. Em África existe uma grande variedade de idiofones de lâminas, desde estruturas muito rudimentares que utilizam troncos de madeira bruta, até instrumentos fabricados com muita precisão como os balafons e as timbilas, encontrados em países como o Congo e Moçambique [6].

Os instrumentos de teclas percutidas são encontrados em diversas culturas, sendo a sua origem ainda alvo de debate entre investigadores. Abordagens etnológicas sobre idiofones de lâmina podem ser consultadas nos trabalhos de Burton [19], Suplício [20], Henrique [6], Smith [21] e Garfias [22].

Dentro dos idiofones de lâmina, a marimba assume papel importante, sendo considerada por músicos renomados como a japonesa Keiko Abe [6] como o mais completo deste grupo de instrumentos, sendo utilizada tanto em concertos solos como em apresentações orquestrais. Smith [21] descreve no seu trabalho a evolução da marimba desde épocas remotas até o seu tempo, tanto do ponto de vista construtivo como de execução, trazendo um panorama histórico sobre as origens da marimba e do xilofone.

O desenvolvimento da marimba de concerto contemporânea passou pelas importantes contribuições de John Calhoun Deagan, fundador da fábrica de instrumentos musicais J. C. Deagan Company, que entre 1910 e 1918 desenvolveu a partir de marimbas da América Central (Figura 1.3), uma marimba de 5 oitavas, vindo a utilizar ressoadores de metal ao invés de ressoadores de madeira [23]. Deagan também contribuiu com o aperfeiçoamento de outros instrumentos do género como o *glockenspiel*, o xilofone e o vibrafone [24]. Outra importante contribuição é atribuída a Clair Omar Musser, que projetou uma marimba a qual foi fabricada pela empresa J. C. Deagan Company, cujo qualidade sonora foi atribuída em parte ao rigor na afinação [25]. Um conjunto de 102 marimbas foram construídas na ocasião para compor uma orquestra organizada por Musser em 1931, chegando este a

constituir orquestras de até 300 marimbas. Musser também realizou pesquisas com vibrafones, utilizando teclas de materiais como ouro e prata, e com amplificação apenas eletrônica [21].



**Figura 1.3** - Detalhe da patente de J.C. Deagan [26].

A participação japonesa no desenvolvimento da atual marimba tem uma relevância ímpar, onde a união de esforços envolvendo a empresa *Yamaha Corporation* e a instrumentista Keiko Abe, resultou na atual marimba de concertos de 5 oitavas. A parceria foi iniciada em 1963, e dez anos depois foram atingidos os melhoramentos solicitados por Keiko Abe, como maior extensão e afinação individualizada dos ressoadores [27]. Desta forma, Keiko Abe representa um papel muito importante, tanto no desenvolvimento da marimba, como no aperfeiçoamento da técnica de execução e construção de repertório. A difusão desses instrumentos no Japão foi impulsionada pelo fato dos instrumentos de lâmina terem sido incorporados desde 1945 às atividades educacionais na escola pública [6].

Tubos metálicos são bastante utilizados como instrumentos musicais, desde estruturas robustas como os sinos tubulares de torre [28–30], a estruturas bem leves como os sinos dos ventos [31] com destaque para os sinos de orquestra no naipe dos instrumentos de percussão da orquestra sinfônica. Os sinos de orquestra são constituídos de tubos metálicos de diâmetro entre 32 e 38 mm e apresentam um timbre característico que se assemelha aos sinos de igreja. Os tubos são dispostos verticalmente lado a lado e em sua extremidade superior há um tampão o qual garante mais resistência aos tubos e promove o amortecimento de modos mais elevados. A execução musical é realizada pelo impacto de um pequeno martelo sobre uma tampa. Uma característica peculiar da afinação é que a frequência da nota percebida não está presente no espectro de frequência dos tubos, sendo um processo de percepção virtual influenciado pelos 4, 5 e 6 modos, os quais apresentam uma relação aproximadamente harmônica [4,25].



Houtsma [32] apresentou um trabalho relativo à afinação de sinos de orquestra, que diante da insatisfação de músicos da orquestra de *Brabant* (Holanda), investigou problemas de afinação num instrumento adquirido pela referida orquestra. Nesse sentido realizou ensaios de vibração e análise analítica pela abordagem de *Euler-Bernoulli* para o comportamento elástico de barras finas, para procurar uma solução para os problemas de afinação relatados pelos músicos. No estudo da percepção de nota musical, utilizou gravações dos sons das notas e submeteu-as a filtros eletrônicos para verificar o grau de influência na percepção de nota. A intervenção proposta pelas conclusões do estudo foi a alteração dos pontos de excitação como forma de inibir determinados modos próprios.

Em estudos realizados com sinos tubulares, Pan e Bergmann [28] realizaram medições espectrais de frequência em 13 sinos tubulares e investigaram o fenômeno de identificação da percepção de altura (i.e. *pitch*) destes. Uma análise comparativa entre as características de tom de sinos tubulares de torre e de sinos de tubos de parede fina foi realizada através dos espectros de frequência, sendo as diferenças entre as mesmas atribuída às massas modais e aos tempos de amortecimento.

Clark [29] examinou a afinação de sinos tubulares fabricados em bronze que fazem parte de uma “escultura sonora” denominada “*Man, Time and the Environment*”, instalada em um espaço público de *Hornsby*, uma região no subúrbio de Sidnei na Austrália. Na afinação recorreu-se a análise vibratória e método empírico. Através de simulações em elementos finitos foi avaliado a influência do ponto de amarração no comportamento vibratório dos tubos.

No processo de afinação das barras que compõem as teclas dos idiofones, como a marimba, o xilofone e o vibrafone, além das dimensões físicas associadas (comprimento, largura e espessura), as barras são escavadas na parte inferior com o objetivo de se ajustar os três primeiros modos vibratórios [34]. Isto torna o seu registro mais harmônico, uma vez que as barras com secção retangular apresentam modos vibratórios naturais inarmônicos [35].

O timbre típico dos xilofones é obtido através de afinação dos três primeiros modos vibratórios nas proporções 1-3-5, enquanto que para a marimba as proporções dos modos são 1-4-9 ou 1-4-10 [6,58]. Além do conjunto de lâminas esses instrumentos apresentam ressoadores individuais para cada tecla, de forma a reforçar a frequência fundamental [3]. São encontrados também instrumentos com ressoadores comuns a várias teclas.

O vibrafone foi desenvolvido no início do século XIX nos EUA [20] e é constituído por um conjunto de lâminas de metal. Nestes instrumentos, sendo as suas teclas maioritariamente compostas por alumínio, que dado o seu baixo amortecimento têm uma sustentação de nota mais elevada. Para o amortecimento intencional, são utilizados abafadores acionados por pedal. Nestes instrumentos, tal

como no caso dos *glockenspiel* e as suas teclas de aço, a afinação realizada apenas para frequência da fundamental [3].

### 1.3.2. Ensaios de vibração e análise modal em idiofones

Nesse estudo é realizada uma abordagem modal pela análise de vibração estrutural de elementos do instrumento desenvolvido, sendo esta posteriormente correlacionada com a abordagem acústica.

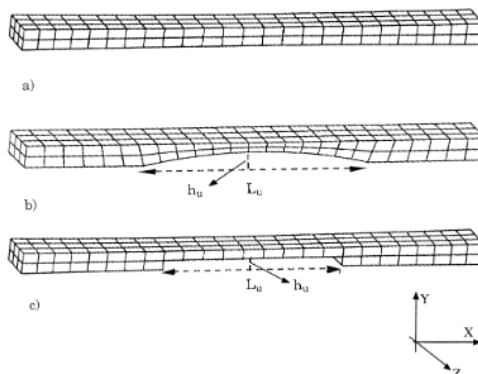
A análise modal, na sua vertente experimental, consiste num conjunto de procedimentos através dos quais é realizada uma análise dinâmica de uma estrutura [36,37], onde são determinadas frequências próprias e formas dos modos próprios [38–40] e os respetivos amortecimentos [41–43]. Desta forma, Ewins [43] estabelece uma sequência de processos para a análise dinâmica de uma estrutura: (i) Modelação do sistema; (ii) Implementação de um sistema de excitação; (iii) Aquisição das respostas da estrutura; (iv) Validação do modelo, e (v) Identificação dos parâmetros.

De acordo com Rossing [25] no campo da pesquisa sobre os instrumentos de percussão se incluem os estudos sobre: (i) Modelação de sistemas físicos; (ii) frequências e modos próprios; e (iii) radiação acústica. Contudo, devido à complexidade que envolve a representação física da maior parte dos sistemas reais, o desenvolvimento de modelos analíticos para a primeira fase (i.e. modelação do sistema) é para muitos casos impraticável. Assim, nesta análise estrutural dinâmica, sendo que o mesmo é verdade para numa vertente estrutural estática, a abordagem numérica (e.g. uso da simulação por elementos finitos) é também uma ferramenta bastante consolidada nos nossos dias [44,46].

Diante da necessidade de obtenção de modelos numéricos fiáveis e tendo em conta os erros detectados quando do uso de modelos numéricos, Meireles [47] desenvolveu uma rotina computacional com o objetivo de melhorar a resposta de modelos numéricos recorrendo a ferramentas de otimização utilizando dados obtidos por análise modal experimental. Estas rotinas foram detalhadas por Dourado [48] para obter modelos de elementos finitos simplificados na análise dinâmica de estruturas.

No âmbito da acústica musical, Bretos [49] estudou as propriedades dinâmicas de barras de madeira apropriadas para instrumentos musicais de lâminas utilizando o método dos elementos finitos (Figura 1.4). Foram determinadas as frequências e modos próprios associados, tanto para barras de seção constante como também barras com uma das superfícies escavada, tal qual se apresentam as lâminas de um xilofone e comparados a resultados obtidos experimentalmente. Os resultados gerais obtidos

pelos autores atestam a boa aplicabilidade do método dos elementos finitos na análise modal numérica nesta aplicação.



**Figura 1.4** - Detalhe do modelo numérico analisado por Bretos [49].

Suits [50] estudou o comportamento dinâmico de barras de madeira uniformes comparando os resultados obtidos a partir de equações aproximadas com resultados obtidos por análise experimental, avaliando modelos analíticos e numéricos para as vibrações transversais unidimensionais das barras. Os autores concluem que as diferenças entre os resultados tornam-se importantes quando as vibrações associadas objetivam a produção de música.

Henrique [51] realizou uma análise dos processos de afinação e caracterização de vários tipos de idiofones étnicos como a timbila dole (instrumento tradicional de Moçambique – povos *Chopes*), metalofone indonésio *gendèr* e *gamelão* indonésio do *WayangKulit*. Analisou, também, instrumentos de lâminas mais comuns às culturas ocidentais, mais especificamente o xilofone, a marimba e o vibrafone. Os resultados experimentais foram associados a rotinas numéricas para executar uma otimização global, tendo sido desenvolvido um algoritmo para melhorar os processos de afinação de barras e ressoadores.

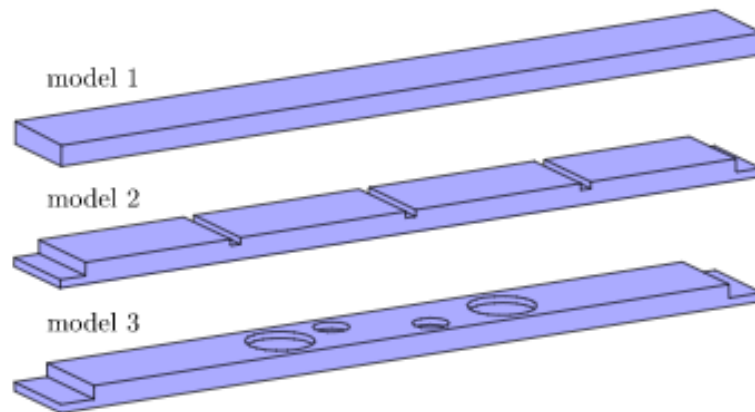
Entwistle e McGrechan [52] também desenvolveram um algoritmo objetivando a afinação simultânea dos três primeiros modos vibratórios de barras de marimba, utilizando uma combinação de métodos de subestruturação de receptâncias e a utilização do modelo de vigas de *Timoshenko*. Neste estudo, os autores utilizam barras de madeira e, adicionalmente, consideram a variação da rigidez do material com a frequência (i.e. Módulo de Young dinâmico [53]).

Noutros idiofones metálicos, e.g. sinos tubulares, não é o primeiro modo próprio que determina o timbre que é percebido [25], mas é a relação entre as frequências próprias dos diferentes modos. Métodos numéricos, e.g. usando rotinas de otimização, já foram utilizados para projetar e afinar a forma de instrumentos musicais para soarem em frequências próprias específicas [54,55]. Estas técnicas podem também ser usadas não só para componentes em regimes de vibração, mas também

em elementos acústicos, como marimbas e vibrafones [51] em salas com ambiente acústico controlado [56].

Inácio [57] estudou o comportamento não linear relativo a instrumentos excitados com arco, tendo desenvolvido um método computacional de modelação física numa abordagem modal em três tipos de sistemas: cordas, barras e tijelas. Estes sistemas podem ser correlacionados, respetivamente, a violinos ou violoncelos, teclas de idiofones de lâmina e bacia tibetana ou harmónica de vidro.

Bestle [59] realizou a modelação virtual de sons de idiofones através da virtualização de estruturas vibratórias com geometrias arbitrárias (Figura 1.6) apenas a partir de suas vibrações superficiais. Para este efeito, foi modelada uma barra de acordo com o design das típicas barras de vibrafone e o som resultante do algoritmo de síntese foi validado com base na abordagem do elemento de contorno e resultados experimentais. Os autores ressaltam que o método pode ser utilizado na otimização geral de idiofones, onde o som irradiado é sintetizado a partir das velocidades das ondas na superfície.



**Figura 1.5** - Alguns dos modelos analisado no estudo de Bestle [59].

Recentemente, Beaton e Scavone [33] realizaram ensaios experimentais para observar o comportamento modal de lâminas de 6 diferentes marimbas (e.g. Figura 1.7). Observaram que cada fabricante adota um tipo de corte subcutâneo para obter as relações desejadas entre os modos. Concluíram que existe uma correlação entre os modos ajustados e não ajustados associados a movimentos transversais e torcionais das barras.



**Figura 1.6** - Exemplos de modelos analisados por Beaton e Scavone [33].

Considerando os estudos analisados, o trabalho apresentado combina a vertente clássica de análises modal e acústica com a tendência para a virtualização das operações de design e projecto, correlacionando estes resultados com rotinas numéricas. Estes resultados são combinados para analisar e detalhar o comportamento dinâmico dos tubos que produzem o registo pretendido e do elemento que promove a alteração do seu timbre, o papiro.

#### **1.4. Organização do documento**

No Capítulo 1 é feita a introdução a este trabalho, onde é descrita uma contextualização para familiarizar o leitor com o tema. É apresentado o estado da arte das áreas em estudo para permitir ao leitor uma breve compreensão dos acontecimentos e investigação que conduziram a este estudo. São abordados temas numa perspetiva de instrumentos musicais da família dos idiofones de lâminas, e da aplicação de técnicas de caracterização mais objetivas, tais como a análise modal e acústica nas vertentes experimentais e computacionais.

No Capítulo 2, é realizado um estudo das vibrações transversais em tubos a partir das abordagens: (i) analítica, baseada na teoria de Euler-Bernoulli para vibrações de vigas finas; (ii) ensaios experimentais; e (iii) análise numérica. É desenvolvido um procedimento para a afinação musical dos tubos numa perspetiva integrada que envolve as abordagens descritas para a obtenção das notas musicais conforme intervalos da escala musical de temperamento igual.

O Capítulo 3 apresenta o estudo do comportamento dinâmico da superfície radiadora (i.e. papiro), utilizando análise modal experimental com excitação acústica, sendo esta detalhada com recurso

análise modal numérica. Este método é otimizado pela descrição de um método que permite a caracterização completa do comportamento dinâmico deste tipo de amostras.

No Capítulo 4 é apresentada a correlação dos estudos isolados nos Capítulos 2 e 3. Nesse seguimento, o tubo isolado e o papiro são acoplados, sendo analisado o efeito desta assemblagem no comportamento dinâmico destes componentes e no sistema que forma o seu conjunto. Para este efeito, foram realizadas análise modal experimental e numérica.

No Capítulo 5, o estudo do Capítulo 4 é expandido, sendo analisadas várias configurações do conjunto acoplado (i.e. tubo e papiro). Estes resultados são correlacionados com ensaios acústicos para efetuar uma validação do método, sendo tiradas conclusões e modelos matemáticos para guiar o *design* e projeto do comportamento dinâmico deste tipo de sistema.

Finalmente, no Capítulo 6 são realizadas as considerações finais deste trabalho, sendo abordadas as conclusões gerais deste estudo e apresentadas as propostas para trabalhos futuros.

### **1.5. Referências do capítulo**

- [1] J.S. Rigden, *Physics and the Sound of Music*, 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, 1985.
- [2] A. Chaigne, J. Kergomard, *Acoustics of musical instruments*, Springer, 2016.
- [3] N.H. Fletcher, T.D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] N.H. Fletcher, *The nonlinear physics of musical instruments*, *Reports on Progress in Physics*. 62 (1999) 723.
- [5] R. Worland, *The physics of pitch bending on the vibraphone*, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 127 (2010) 2012–2012.
- [6] L.L. Henrique, *Concepção e Caracterização de Instrumentos Musicais de Lâminas Utilizando Técnicas de Modelação e Optimização*. Universidade Nova de Lisboa, 2004.
- [7] G. Haus, L.A. Ludovico, G. Presti, *Automatic Annotation of Timbre Variation for Musical Instruments*, in: *Les éditions de PRISM*, 2017: pp. 493–504.
- [8] L.R.S. Queiroz, *Música na escola: aspectos históricos da legislação nacional e perspectivas atuais a partir da Lei 11.769/2008*, *Revista Da ABEM*. 20 (2013).
- [9] W. Apel, *The Harvard dictionary of music*, Harvard University Press, 2003.
- [10] E. May, *Musics of many cultures: An introduction*, Univ of California Press, 1983.
- [11] E.M. Von Hornbostel, C. Sachs, *Systematik der musikinstrumente*. Ein versuch, *Zeitschrift Für Ethnologie*. 46 (1914) 553–590.
- [12] D. Lee, *Hornbostel-Sachs Classification of Musical Instruments*, *Knowledge Organization*. 47 (2019) 72–91.
- [13] J. Montagu, *Origins and development of musical instruments*, Scarecrow Press, 2007.
- [14] F.W. Galpin, *A textbook of European musical instruments: their origin, history and character*, London: Williams & Norgate, 1937.
- [15] C. Sachs, *The history of musical instruments*, Courier Corporation, 2012.
- [16] M.J. Kartomi, *On concepts and classifications of musical instruments*, University of Chicago Press Chicago, 1990.
- [17] F.E. Voeltz, C. Kilian-Hatz, *Ideophones*, John Benjamins Publishing, 2001.

- [18] J. Sturman, *The SAGE International Encyclopedia of Music and Culture*, SAGE Publications, 2019.
- [19] J.B. Burton, A.L. McFarland, *World Music: Traditions and Transformations*, *General Music Today*. 20 (2007) 29.
- [20] E.C.M.G. Sulpicio, *O desenvolvimento da técnica de quatro baquetas para marimba: dos primórdios às primeiras composições brasileiras*, USP, 2011.
- [21] S.E. Smith, *The Development of the Marimba as a Solo Instrument and the Evolution of the Solo Literature for the Marimba*, Ohio State University, 1995.
- [22] R. Garfias, *The Marimba of Mexico and Central America*, *Latin American Music Review/Revista de Música Latinoamericana*. 4 (1983) 203–228.
- [23] J.A. Strain, *A Dictionary for the Modern Percussionist and Drummer*, Rowman & Littlefield 2017.
- [24] S.L. Barnhart, *Percussionists: a biographical dictionary*, Greenwood Publishing Group, 2000.
- [25] T.D. Rossing, *Science of percussion instruments*, World Scientific, 2001.
- [26] J.C. Deagan, *Musical instrument*, US Patent US644817A (1903).
- [27] A.J. Cirone, *Master technique builders for vibraphone and marimba: two and four mallet technical exercises by leading concert and recording artists*, Alfred Music, 1985.
- [28] J. Pan, S. Bergmann, *An experimental study of acoustical properties of tubular tower bells*, *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics - ICA*, 2010.
- [29] N. Clark, V. Cusack, S. Thwaites, *Water, Movement and Sound A Musical Sculpture At Hornsby*, NSW, *ACOUSTICS AUSTRALIA*. 21 (1993) 51–51.
- [30] D. Oliver, A. Arsie, *Effects of weighting the ends of a tubular bell on modular frequencies*, *Journal of Mathematics and Music*. 13 (2019) 27–41.
- [31] J. Adato, G. Judy, *The Percussionist's Dictionary: Translations, Descriptions, and Photographs of Percussion Instruments from Around the World*, Alfred Music, 1984.
- [32] A. Houtsma, *Tuning of orchestral chimes: pitch and consonance*, *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*, Le Normont Dourdan, France, (1995), pp. 589–595.
- [33] D. Beaton, G. Scavone, *Measurement-Based Comparison of Marimba Bar Modal Behaviour*, ISMA 2019, Delmold in Germany, 2019.
- [34] C.C. Banta, *Marimba bar fabrication and tuning*, Funhouse Pr, 1996.
- [35] R. Bader, *Springer handbook of systematic musicology*, Springer, 2018.
- [36] Z.-F. Fu, J. He, *Modal analysis*, Elsevier, 2001.
- [37] W. Heylen, S. Lammens, P. Sas, *Modal analysis theory and testing*, Katholieke Universiteit Leuven Leuven, Belgium, 1997.
- [38] P. Avitabile, *Experimental modal analysis*, *Sound and Vibration*. 35 (2001) 20–31.
- [39] J.M.M. e Silva, N.M. Maia, *Modal analysis and testing*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [40] D.J. Ewins, *Modal testing: theory, practice and application*, John Wiley & Sons, (2009).
- [41] B.J. Schwarz, M.H. Richardson, *Experimental modal analysis*, *CSI Reliability Week*. 35 (1999) 1–12.
- [42] R. Brincker, C. Ventura, P. Andersen, *Damping estimation by frequency domain decomposition*, in: Orlando, FL, USA, (2001): pp. 698–703.
- [43] D. Ewins, *Model validation: correlation for updating*, *Sadhana*. 25 (2000) 221–234.
- [44] Y.W. Kwon, *Multiphysics and multiscale modeling: techniques and applications*, CRC Press, 2015.
- [45] G. Kerschen, S. Shaw, C. Touzé, O. Gendelman, B. Cochelin, A. Vakakis, *Modal analysis of nonlinear mechanical systems*, Springer, 2014.
- [46] D.E. Newland, E.E. Ungar, *Mechanical vibration analysis and computation*, Dover Publications 2013.
- [47] J.F. Meireles, *Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente*, Universidade do Minho 2008.

- [48] M.D.M. Dourado, Melhoramento de modelos dinâmicos de elementos finitos identificados experimentalmente, Universidade do Minho 2016.
- [49] J. Bretos, C. Santamaría, J. Alonso Moral, Finite element analysis and experimental measurements of natural eigenmodes and random responses of wooden bars used in musical instruments, *Applied Acoustics*. 56 (1999) 141–156.
- [50] B. Suits, Basic physics of xylophone and marimba bars, *American Journal of Physics*. 69 (2001) 743–750.
- [51] L. Henrique, J. Antunes, O. Inácio, J. Paulino, Application of optimization techniques for acoustical resonators, Twelfth International Congress on Sound and Vibration, Lisbon, (2005), pp. 11–14.
- [52] M. Zhao, Automatic multi-modal tuning of idiophone bars, Curtin University 2011.
- [53] A. Wolfenden, Dynamic elastic modulus measurements in materials, ASTM International, 1990.
- [54] L.L. Henrique, J. Antunes, Optimal design and physical modelling of mallet percussion instruments, *Acta Acustica United with Acustica*. 89 (2003) 948–963.
- [55] F. Soares, J. Antunes, V. Debut, Multi-modal tuning of vibrating bars with simplified undercuts using an evolutionary optimization algorithm, *Applied Acoustics*. 173 (2021).
- [56] O. Inácio, L. Henrique, J. Antunes, Design of duct cross sectional areas in bass-trapping resonators for control rooms, *Noise Control Engineering Journal*. 55 (2007) 172–182.
- [57] O.J.P.F.I. Inacio, A modal method for the simulation of nonlinear dynamical systems with application to bowed musical instruments, University of Southampton, 2008.
- [58] L.L. Henrique, *Acústica musical*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.
- [59] P. Bestle, P. Eberhard, M. Hanss, Musical instruments–Sound synthesis of virtual idiophones, *Journal of Sound and Vibration*. 395 (2017) 187–200.



## Capítulo 2

### Vibrações transversais em tubos – processo de afinação

#### 2.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado um estudo das vibrações transversais em tubos de secção circular através de abordagens distintas: analítica, experimental e numérica. O objetivo deste estudo é o desenvolvimento de um procedimento para afinação dos tubos que permita determinar o comprimento de um tubo com diâmetro definido para obter frequências de ressonância preponderantes associadas a notas musicais à escala cromática de temperamento igual. O procedimento pode ser utilizado como uma ferramenta de projeto no desenvolvimento de instrumentos musicais que utilizem elementos tubulares em ressonância, como o exemplo utilizado neste trabalho de investigação: o papirofone (Figura 2.1).



**Figura 2.1** - Modelo do papirofone cromático em desenvolvimento – C3 – C7

Inicialmente é explorado o modelo analítico segundo a teoria proposta por *Euler-Bernoulli* para vigas finas [1] para definir as equações que descrevem o comportamento dinâmico de uma viga, neste caso de forma tubular, os seus modos próprios transversais e as frequências próprias correspondentes. A vertente analítica é correlacionada com ensaios experimentais e o seu comportamento detalhado numa abordagem numérica. Esta última, após validação por comparação com os resultados analíticos e experimentais, pode ser usada como referência para o processo de *design* na afinação dos tubos.

Assim, o processo de afinação proposto, parte de um procedimento integrado onde é realizada uma adaptação da abordagem analítica, validada de forma detalhada de forma experimental, que é extrapolada para a rotina numérica desenvolvida. Em suma, este processo permite a dedução de uma relação entre os comprimentos dos tubos dentro de uma progressão geométrica para obter uma nota definida e de acordo com a escala musical cromática de temperamento igual.

O objetivo da integração de abordagens é simplificar o processo referido, *i.e. design* da geometria de um tubo e conseqüente afinação, aliando a boa precisão obtida através do modelo numérico às respostas instantâneas quando do uso de expressões analíticas.

Previamente ao detalhe das metodologias, resultados e discussão deste projeto de investigação, é fundamental referir que a nomenclatura das notas musicais utilizada neste trabalho usa o padrão proposto pela *Acoustical Society of America* como referência [2]. Este atribui o índice 4 ao Dó central [3] e as notas musicais *Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá* e *Si* são representadas respetivamente pelas letras *C, D, E, F, G, A* e *B*. As notas representadas por esta notação são seguidas do índice que identifica a frequência associado ao registo [4], *e.g.* o registo A4 corresponde ao Lá central cuja frequência é 440 Hz.

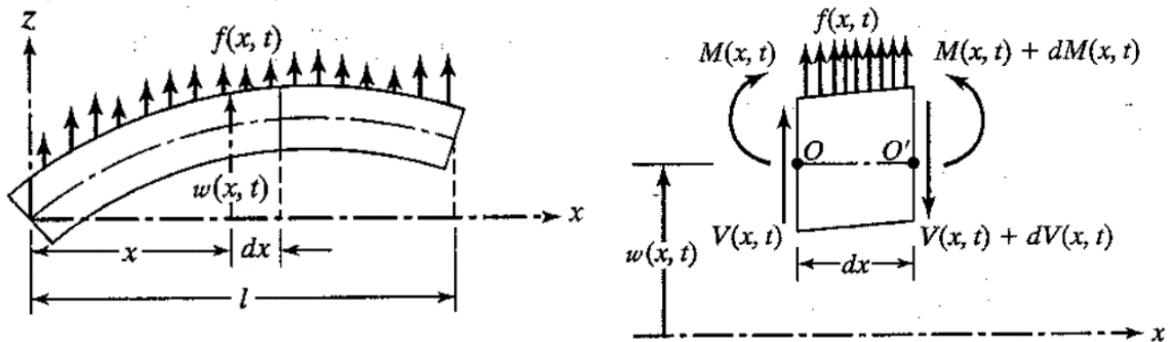
Para expandir a escala musical de modo a que esta seja compatível com o instrumento exemplo deste estudo (papirofone, ver Figura 2.1) foram selecionadas as frequências entre *C3* e *C7* (*i.e.* aproximadamente 130 a 2093 Hz), onde as frequências naturais úteis são transversais ao comprimento da peça [5] (*i.e.* tubo circular).

## **2.2. Análise analítica de vigas sujeitas a vibração transversal**

O modelo analítico de *Euler-Bernoulli* é reconhecido como um método robusto para descrever o comportamento à deformação de corpos isotrópicos e elástico em forma de vigas com seção fina [6]. Este modelo clássico admite a simplificação de efeitos analisados posteriormente à sua dedução, como os efeitos relacionados com a inércia de rotação e esforços de corte transversal [1], reportados respetivamente por *Lord Rayleigh* [7] e *Timoshenko* [8]. Tal simplificação é válida pela preponderância da dimensão do comprimento em relação às demais dimensões dos tubos testados. Esta teoria é então explorada como suporte ao cálculo e determinação dos modos próprios, que são a base da análise modal utilizada na afinação dos tubos.

### 2.2.1. A equação de movimento

A Figura 2.2 (a) apresenta um modelo de uma viga solicitada por um momento fletor ( $M$ ) originado por um esforço de flexão ( $f$ ) que pode variar ao longo tempo ( $t$ ) num determinado ponto ( $x$ ) do seu comprimento ( $l$ ). As variáveis  $A$ ,  $\rho$ ,  $V$  e  $w$  representam, respetivamente a área de secção, densidade do material, esforço de corte na secção e o deslocamento transversal nesse ponto  $x$ .



**Figura 2.2** - Representação unidimensional de uma viga em flexão baseado no modelo de Euler-Bernoulli [9].

Considere-se a existência de uma linha neutra (inicialmente, eixo  $xx$ ) que acompanha a porção de material da secção que não está solicitada com esforços de tração e compressão. No modelo de *Euler-Bernoulli*, as secções planas perpendiculares à linha neutra se mantêm planas após à deformação. Assim, aplicando a segunda lei de Newton a um elemento infinitesimal (Figura 2.2 (b)) que compõe o corpo da viga, e analisando os esforços e deslocamentos (neste caso em relação ao eixo  $zz$ ) a que este está sujeito ao longo do tempo, é possível estudar o seu comportamento dinâmico, utilizando as expressões relativas ao equilíbrio de forças e momentos. Desse equilíbrio de forças no eixo dos  $zz$ , pode estabelecer-se a relação representada na Equação 2.1 [10].

$$V(x, t) - V(x + dx, t) + f(x, t)dx = \rho A(x)dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Onde o termo  $\rho A(x)dx \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2}$  corresponde à força de inércia que incide sobre o elemento infinitesimal da viga. Aplicando-se o equilíbrio de momentos em relação ao eixo perpendicular ao plano  $xy$  que passa pelo centro do elemento e desprezando-se o momento de inércia relativo à rotação do elemento infinitesimal, obtém-se a Equação 2.2.

$$-M(x, t) + M(x + dx, t) - V(x, t) \frac{dx}{2} - V(x + dx, t) \frac{dx}{2} = 0 \quad (2.2)$$

Analisando as Equações 2.1 e 2.2, num caso limite onde  $dx \rightarrow 0$  é possível deduzir as Equações 2.3 e 2.4:

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \left[ \frac{V(x, t) - V(x + dx, t)}{dx} \right] = \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) - f(x, t) \quad (2.3)$$

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \left[ \frac{M(x + dx, t) - M(x, t)}{dx} \right] = \lim_{dx \rightarrow 0} \left[ \frac{V(x, t) + V(x + dx, t)}{2} \right] \quad (2.4)$$

Pela resolução dos limites, estas são simplificadas, derivando nas formas das Equações 2.5 e 2.6.

$$-\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} + f(x, t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x}(x, t) - V(x, t) = 0 \quad (2.6)$$

De forma que é possível obter a Equação 2.7 [10].

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

Combinando as Equações 2.5 e 2.7, é possível obter a Equação 2.8.

$$-\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial t^2} + f(x, t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

O uso do modelo de Euler-Bernoulli implica que o corpo solicitado permanece num estado de deformação linear elástico (i.e. cumpre a Lei de *Hooke* [11]), e assim, as deformações assumidas são pequenas [12]. Estabelecendo estas condições, pode afirmar-se que o eixo neutro da viga elástica em deformação segue a relação estabelecida na Equação 2.9, comumente referida como *elastica* [13], onde  $E$  é o Módulo de Elasticidade do material e  $I_z$  é o segundo momento de área da viga no eixo dos  $zz$  (i.e. secção transversal).

$$M(x, t) = EI_z(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

Através da combinação das Equações 2.8 e 2.9, é então possível obter a equação (2.10) que descreve o movimento transversal de uma viga, sob ação de uma força externa  $f(x, t)$ :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI_z(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (2.10)$$

A equação referida (2.10) pode ainda ser simplificada em casos singulares onde a área da sua seção é uniforme e constante ao longo do seu comprimento (*i.e.*  $A(x) = A = cte$ ) e a viga se encontra livre de solicitações exteriores (*i.e.*  $f(x, t) = 0$ ). Considerando estas condições, conclui-se que a de vibração transversal livre de uma viga uniforme é descrita pela Equação 2.11. Para a resolução desta equação (2.11) são, no entanto, necessárias duas condições iniciais.

$$\frac{EI_z}{\rho A} \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0; \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2.11)$$

A representação da vibração livre de uma viga pode ser resolvida analiticamente aplicando o método de separação de variáveis na Equação 2.11, de forma que o deslocamento  $w(x, t)$  é expresso como o produto de duas funções, uma dependente da posição  $x$  e outra dependendo do tempo  $t$ :

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (2.12)$$

Combinando as Equações 2.11 e 2.12, obtém-se a relação da Equação 2.13

$$\frac{EI_z}{\rho A} \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} T(t) + \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} W(x) = 0 \quad (2.13)$$

Que pode ser reescrita na forma da Equação 2.14.

$$\frac{EI_z}{\rho A} \frac{1}{W(x)} \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} = - \frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

Chegamos, assim, à formulação pretendida em que cada um dos lados da equação (2.14) está apenas dependente de uma variável, sendo estas independentes entre si (i.e.  $x$  e  $t$ ).

Tendo em conta que o valor das variáveis referidas devem ser necessariamente positivas [9], podem obter-se as Equações 2.15 e 2.16.

$$\frac{EI_z}{\rho A} \frac{1}{W(x)} \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} = \omega^2 \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = \omega^2 \quad (2.16)$$

Que podem ser reescritas nas formulações representadas nas Equações 2.17 e 2.18.

$$\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (2.18)$$

A variável  $\beta$  pode ser calculada com auxílio à Equação 2.19 e a Equação 2.18 tem de ter como solução a expressão representada pela Equação 2.20, onde as constantes  $A$  e  $B$  são determinadas a partir das condições iniciais e o termo  $\omega$  corresponde às frequências naturais de vibração.

$$\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (2.19)$$

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (2.20)$$

### 2.2.2. Função característica – Modos e frequências próprias

Os modos vibratórios de vigas por esta teoria, e consequentemente dos tubos testados, são determinados pela resolução de (2.17), onde o termo  $W(x)$  é denominado função característica e contém os modos vibratórios da viga [10]. Existem um número infinito de modos vibratórios, cada um associado a apenas uma frequência natural para a viga formulada consoante a teoria aqui utilizada. Tomando como solução para (2.17) pode definir-se a Equação 2.21, onde  $C$  e  $s$  são constantes.

$$W(x) = Ce^{sx} \quad (2.21)$$

Combinando as Equações 2.17 e 2.21, define-se a relação representada na Equação 2.22, sabendo que a igualdade representada na Equação 2.23 tem de ser validada no comprimento da viga (i.e. tubo).

$$Cs^4e^{sx} - \beta^4Ce^{sx} = 0 \quad (2.22)$$

$$s^4 - \beta^4 = 0 \quad (2.23)$$

Resolvendo estas relações é possível resolver esta equação (2.23) em função de  $s$ , conforme a Equação 2.24.

$$s_{1,2} = \pm\beta; \quad s_{3,4} = \pm i\beta \quad (2.24)$$

Combinando esta relação com a solução que a Equação 2.17, obtém-se a Equação 2.25.

$$W(x) = C_1e^{\beta x} + C_2e^{-\beta x} + C_3e^{i\beta x} + C_4e^{i\beta x} \quad (2.25)$$

Ou numa outra forma (Equação 2.26):

$$W(x) = C_1(\cos\beta x + \cosh\beta x) + C_2(\cos\beta x - \cosh\beta x) + C_3(\sen\beta x + \sinh\beta x) + C_4(\sen\beta x - \sinh\beta x) \quad (2.26)$$

Cada uma das componentes de  $C_i$  é uma constante sendo cada grupo diferente um do outro para as expressões em (2.25) e (2.26), e juntamente com o termo  $\beta$  são determinados a partir de condições de fronteira conhecidas. Assim, as frequências próprias são obtidas através da Equação 2.27.

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho Al^4}} \quad (2.27)$$

As condições de fronteira para o caso em estudo são assumidas como livres nas suas extremidades. Desta forma, tanto o momento fletor, como a força de corte são nulos nas extremidades da viga (i.e. tubo livre). Considerando que a rigidez à flexão deste corpo (i.e. relação  $EI$ ) é constante ao longo do seu comprimento, as condições de fronteira podem ser expressadas pelas Equações 2.28 e 2.29 quando  $x = 0$  e pelas Equações 2.30 e 2.31 quando  $x = l$ .

$$EI \frac{\partial^2 W(0)}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 W(0)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.28)$$

$$EI \frac{\partial^3 W(0)}{\partial x^3} = 0 \rightarrow \frac{\partial^3 W(0)}{\partial x^3} = 0 \quad (2.29)$$

$$EI \frac{\partial^2 W(l)}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 W(l)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.30)$$

$$EI \frac{\partial^3 W(l)}{\partial x^3} = 0 \rightarrow \frac{\partial^3 W(l)}{\partial x^3} = 0 \quad (2.31)$$

Ao derivar a Equação 2.26 e considerando as condições impostas pelas Equações 2.30 e 2.31, obtém-se o conjunto de Equação 2.32 a 2.35.

$$C_2 = 0 \quad (2.32)$$

$$C_4 = 0 \quad (2.33)$$

$$C_1(-\cos\beta l + \cosh\beta l) + C_3(-\sin\beta l + \sinh\beta l) = 0 \quad (2.34)$$

$$C_1(\sin\beta l + \sinh\beta l) + C_3(-\cos\beta l + \cosh\beta l) = 0 \quad (2.35)$$

Para obter uma solução não trivial para  $C_1$  e  $C_3$ , é requerido que o determinante relativo às Equações 2.34 e 2.35 seja nulo pode obter-se o sistema representado na Equação 2.36, em que a resolução do determinante conduz à Equação 2.37.

$$\begin{vmatrix} (-\cos\beta l + \cosh\beta l) & (-\sin\beta l + \sinh\beta l) \\ (\sin\beta l + \sinh\beta l) & (-\cos\beta l + \cosh\beta l) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.36)$$

$$\cos\beta l \cosh\beta l - 1 = 0 \quad (2.37)$$



Esta equação (2.37) é uma formulação transcendental que pode ser resolvida por meios numéricos. Dessa forma, a equação característica da viga uniforme com extremidades livres em vibração livre é expressa pela Equação 2.38 e a equação de movimento é descrito pela Equação 2.39.

$$W_n(x) = (\cos\beta_n x + \cosh\beta_n x) - \frac{\cos\beta_n l - \cosh\beta_n l}{\sin\beta_n l - \sinh\beta_n l} (\sin\beta_n x + \sinh\beta_n x) \quad (2.38)$$

$$w_n(x, t) = W_n(x)(A_n \cos\omega_n t + B_n \sin\omega_n t) \quad (2.39)$$

A solução geral é obtida pelo somatório de todas as  $n$  parcelas, conforme a Equação 2.40, que pode ser detalhada pela Equação 2.41.

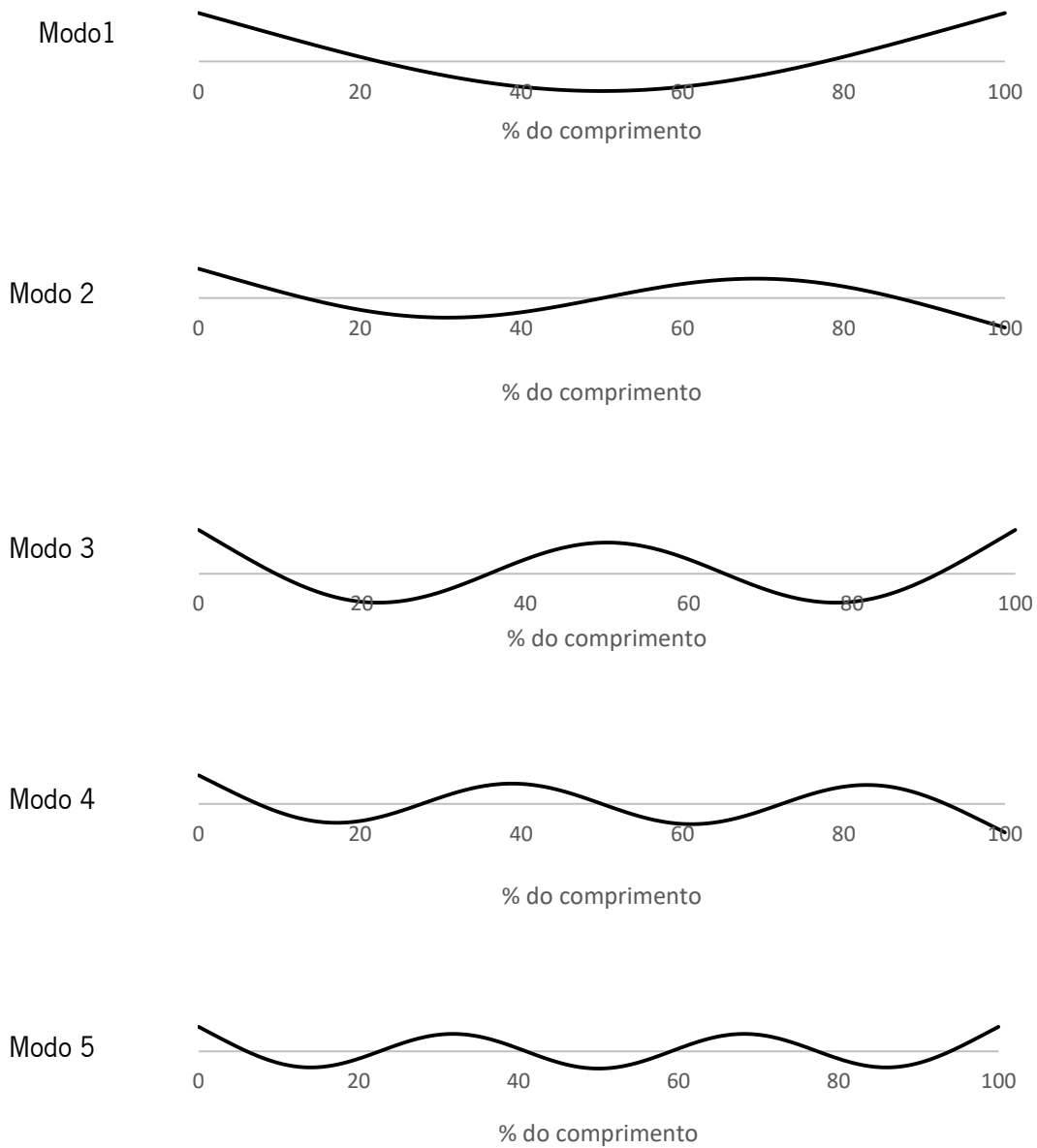
$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x, t) \quad (2.40)$$

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( (\cos\beta_n x + \cosh\beta_n x) - \frac{\cos\beta_n l - \cosh\beta_n l}{\sin\beta_n l - \sinh\beta_n l} (\sin\beta_n x + \sinh\beta_n x) \right) \cdot (A_n \cos\omega_n t + B_n \sin\omega_n t) \right] \quad (2.41)$$

Na **Tabela 2.1** são apresentados um conjunto de valores de  $\beta l$  disponíveis na literatura [10,25].

<b>Tabela 2.1</b> - Valores de $\beta l$							
$n$	1	2	3	4	5	6	7
$\beta l$	4,73	7,85	11,00	14,14	17,28	20,42	23,56

Finalmente, podem ser calculadas as coordenadas dos nós para cada um dos modos (e.g. para os cinco primeiros modos, Tabela 2.2) e representadas as suas formas (Figura 2.3).



**Figura 2.3** - Formas modais de uma viga livre-livre

**Tabela 2.2** - Coordenadas relativas dos nós dos modos (% do comprimento)

$W1$	$W2$	$W3$	$W4$	$W5$
22,42	13,21	9,45	7,35	6,01
77,58	49,99	35,58	27,67	22,64
	86,79	64,42	50,00	40,92
		90,55	72,32	59,08
		34,62	92,66	77,36
				93,99

### 2.3. Análise modal de tubos de alumínio

A previsão do comportamento dinâmico dos tubos foi complementada com a análise modal experimental para determinar os valores reais de rigidez (i.e. Módulo de elasticidade), e do processo de afinação destes componentes.

A fixação dos elementos vibrantes é, na maioria dos teclados de percussão, aproximada da condição com extremidades livres. Alguns exemplos desta aproximação são as marimbas, vibrafones, xilofone e sinos de orquestra. Já nas kalimbas e mbiras, os elementos vibrantes são lâminas metálicas com uma das extremidades fixa. No papirofone a fixação é realizada por dois fios alocados nos dois pontos nodais do primeiro modo (a uma distância de 22,42% do comprimento de cada extremidade).

A escolha do método de excitação por martelo de impacto e monitorização de resposta por laser, para além de ser aquela que melhor representa o uso comum do instrumento, permite eliminar interferência da massa de outros tipos de instrumentação (e.g. acelerómetros, células de cargas, etc) em relação à baixa massa dos tubos. Devido ao valor baixo das massas dos tubos a excitação via shaker também não é recomendável diante da forte interferência deste nos resultados.

Numa primeira abordagem, foram realizadas uma análise modal experimental e uma análise modal numérica para o registo (dó) C4, cuja frequência preponderante é 261.63 Hz. Após o detalhe da análise deste tipo de amostra, este estudo foi expandido para os registos C3 (130 Hz), C5 (510 Hz), C6 (1010 Hz) e C7 (2010 Hz). Dessa forma atingiu-se um intervalo de notas musicais de 4 oitavas. Comercialmente se encontram marimbas com até cinco oitavas. Foram utilizados tubos de Alumínio (liga AA6060) em que as características geométricas e de propriedades mecânicas são as mesmas, à exceção do comprimento dos tubos conforme a Tabela 2.4. Para cada um dos registos, foram testadas cinco amostras.

**Tabela 2.3** - Parâmetros geométricos e mecânicos dos tubos

Diâmetro externo ( $D$ ) - mm	22
Diâmetro interno ( $d$ ) - mm	19
Área transversal ( $A$ ) – mm <sup>2</sup>	95.22
Segundo momento de área ( $I_z$ ) – m <sup>4</sup>	5.02 x 10 <sup>-9</sup>
Densidade ( $\rho$ ) – kg/m <sup>3</sup>	2733
Módulo de Elasticidade estático ( $E$ ) - GPa	69
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.33

**Tabela 2.4** - Comprimentos das amostras nos diversos registos.

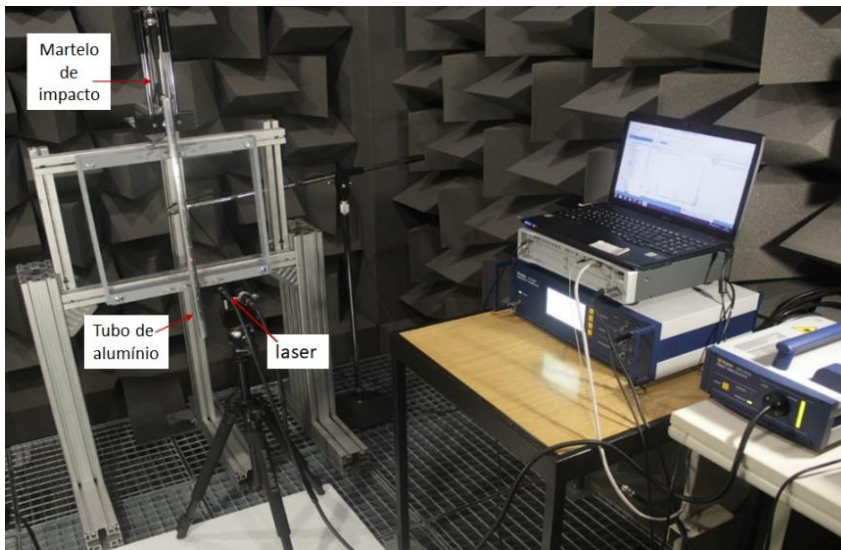
Registo	C3	C4	C5	C6	C7
$l$ - mm	986.0	699.0	492.0	346.5	242.0

### 2.3.1. Metodologia experimental

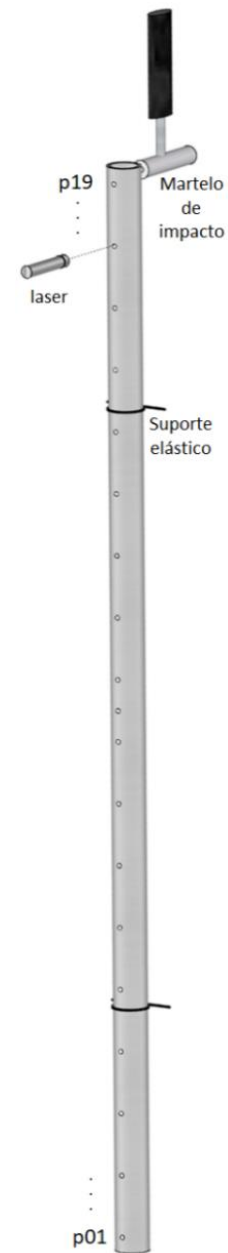
Conforme o aparato experimental representado na Figura 2.4 (a), as amostras foram excitadas com um martelo de impacto (PCB Modally Tuned) e a resposta foi monitorizadas recorrendo a um vibrómetro de laser Döppler (Polytec OFV-5000). O martelo de impacto (Figura 2.4 (b)) foi montado sobre uma estrutura rígida e o seu curso foi restringido com um elástico que só permite uma batida por teste. A resposta do tubo foi monitorizada em 19 pontos equidistantes (Figura 2.4 (c)), onde o primeiro ponto ( $P01$ ) está localizado a uma distância relativa de  $0.007 \times l$  da extremidade do tubo e os restantes ( $P02$  a  $P19$ ) são equidistantes ( $0.057 \times l$ ), à exceção dos três pontos centrais ( $0.029 \times l$ ), onde  $l$  representa o comprimento do tubo. Para aproximar a condição dos tubos a uma situação livre, o tubo foi fixado por fios de nylon nos pontos nodais do primeiro modo de vibração transversal (ver Figura 2.3). Os ensaios foram realizados no interior da câmara anecoica do laboratório de ensaio de materiais da Universidade do Minho com temperaturas entre 18 e 23° C e humidade relativa do ar entre 49 e 58 %.

A resposta dos tubos foi recolhida e interpretada por um analisador espectral (LMS SCADAS Mobile) e o tratamento dos dados foi realizado no software TestXpress V10 para determinar as frequências próprias, função de resposta em frequência e formas dos modos próprios. A determinação do Módulo de elasticidade ( $E$ ) foi realizada pela manipulação da Equação 2.27, na forma da Equação 2.43.

$$E = \left( \frac{\omega_n}{(\beta_n l)^2} \right)^2 \left( \frac{\rho A}{I_z} \right) l^4 \quad (2.43)$$



(a) Equipamentos laboratoriais



(c) Ilustração do Tubo



(b) Detalhe martelo de impacto

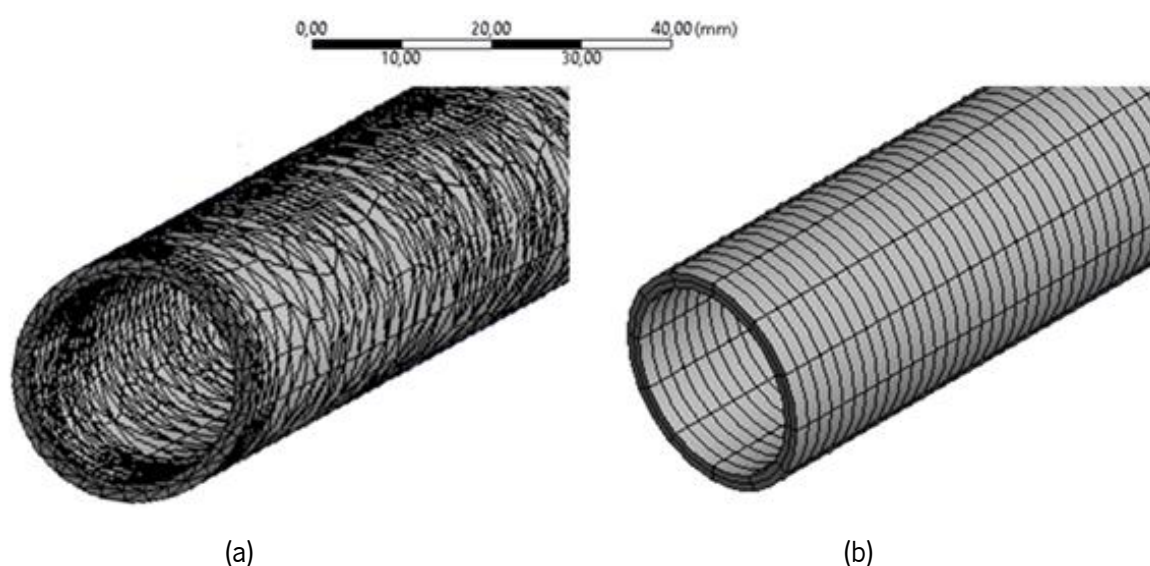
**Figura 2.4** - Aparato experimental do ensaio de vibração a tubos: (a) visão geral; (b) detalhe de montagem do martelo de impacto; e (c) distribuição de pontos de medição.

### 2.3.2. Metodologia numérica

A análise linear numérica foi executada usando o módulo *Modal* do software ANSYS 17.0, sendo as amostras no formato CAD modeladas com a ferramenta *Design Modeler*. As propriedades elásticas (i.e. Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson) e físicas (i.e. Densidade) do material foram atribuídas

de acordo com as detalhadas na Tabela 2.3. As condições de fronteira foram consideradas como extremidades livres. Dada a simplicidade do problema, foi utilizado o *solver* sugerido por defeito (*Sparse Direct Equation Solver*).

Já a malha das amostras analisadas, foi otimizada para reduzir o tempo de processamento e futuros problemas com compatibilidade de malha nos modelos multicorpo utilizados nos futuros capítulos. De acordo com a Figura 2.6 (a), a malha de elementos tetragonais SOLID87 gerada por defeito no módulo utilizado (i.e. *Moda*) é dotada de uma irregularidade acentuada, podendo implicar uma fraca discretização dos corpos testado (i.e. tubos) e problemas de compatibilidade em futuras introduções de malhas de outros corpos no sistema. Para corrigir este efeito, de acordo com a Figura 2.5 (b), foi utilizada a ferramenta *Edge Sizing* do controlo de malha e imposto um número fixo de doze elementos do tipo hexaedro SOLID185 na circunferência do tubo. Igualmente, foi definido um tamanho de malha de 0.75 mm para as outras dimensões, o que permite pelo menos dois elementos na espessura do tubo.



**Figura 2.5** - Detalhe da malha utilizada nas rotinas numérica: (a) predefinida e (b) refinada.

## 2.4. Resultados e discussão

Os resultados obtidos pelas metodologias experimentais e numéricas foram divididos em duas discussões distintas. Numa primeira fase é detalhada a análise de amostras com o registo C4, sendo esta discussão inicial usada como uma validação das rotinas numéricas para os protocolos experimentais utilizados. Na segunda discussão, esta discussão é expandida para os registos

C3, C5, C6 e C7, para analisar todo este processo de vibração transversal dos tubos no seu processo de afinação.

### 2.4.1. Análise modal experimental no registo C4

A Figura 2.6 apresenta a resposta generalizada dos pontos ( $P1$  a  $P19$ ) nas amostras do registo C4 testadas, sob a forma da sua função de resposta em frequência (FRF). A sobreposição da resposta de todas as amostras espelha a repetibilidade do aparato e das amostras testadas.

A Tabela 2.5 representa os resultados da análise modal inicial dos tubos de alumínio associando as frequências próprias médias das amostras, determinada a partir dos dados da Figura 2.6, e a forma dos seus modos próprios. Numa primeira perspetiva, as formas monitorizadas na abordagem experimental são capazes de reproduzir as previstas pela abordagem analítica (ver Figura 2.3).

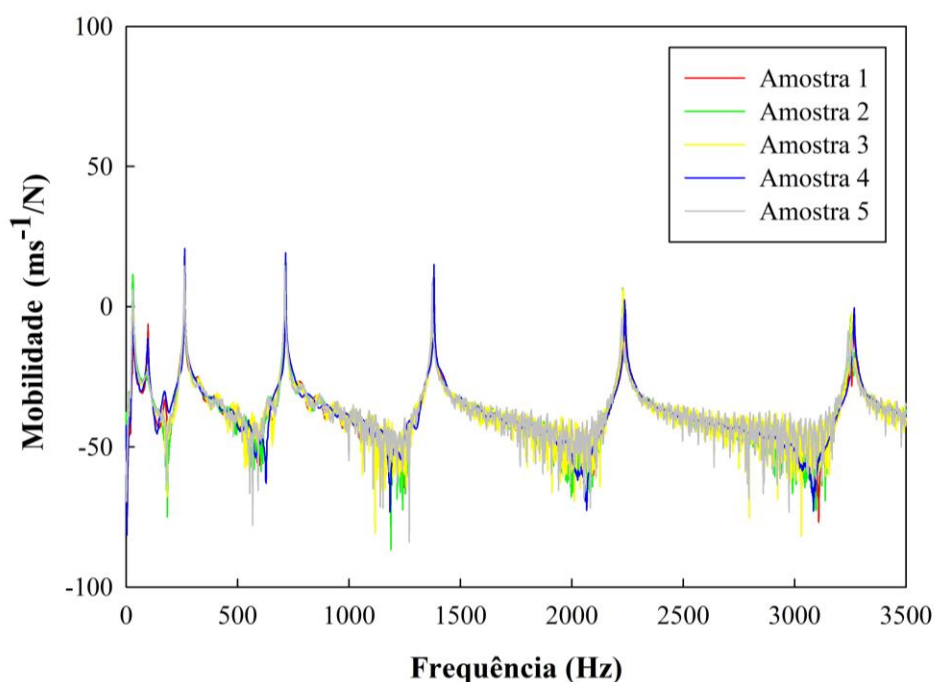


Figura 2.6 - FRF das amostras testadas.

Verifica-se que o primeiro modo transversal do tubo está associado a uma frequência própria média de  $262 \pm 1$  Hz, sendo bastante próxima da frequência correspondente à nota musical dó no registo C4 ( $261,63$  Hz).

**Tabela 2.5** - Resumo de frequências de ressonância e formas modais transversais.

Modo/frequência	Formas modais transversais
<p>Modo 1</p> <p><math>\omega_1 = 262 \pm 1</math> Hz</p>	<p>Mode 1 : 262.5318 Hz, 0.25 %</p>
<p>Modo 2</p> <p><math>\omega_2 = 714 \pm 2</math> Hz</p>	<p>Mode 2 : 716.5050 Hz, 0.08 %</p>
<p>Modo 3</p> <p><math>\omega_3 = 1372 \pm 2</math> Hz</p>	<p>Mode 3 : 1382.0813 Hz, 0.04 %</p>
<p>Modo 4</p> <p><math>\omega_4 = 2231 \pm 5</math> Hz</p>	<p>Mode 4 : 2240.2522 Hz, 14.47 %</p>
<p>Modo 5</p> <p><math>\omega_5 = 3259 \pm 7</math> Hz</p>	<p>Mode 5 : 3267.0546 Hz, 0.08 %</p>

No papirofone a nota musical perçecionada está associada à frequência do primeiro modo transversal, sendo este o modo utilizado como referência no processo de afinação no âmbito da proposta deste trabalho. Os dados experimentais (Figura 2.6) foram também usados para determinar o Módulo de Elasticidade dinâmico dos tubos (Equação 2.43) para cada uma das cinco primeiras frequências de ressonância dos tubos. Estes valores podem ser observados na Figura 2.7. Observa-se que o valor do Módulo de Elasticidade calculado a partir da expressão analítica obtida pela teoria de Euler Bernoulli varia significativamente com a frequência, mostrando uma tendência a diminuir à medida que são calculados com modos de frequência mais elevada. Os valores médios do Módulo de Elasticidade dinâmico podem ser observados em detalhe na Tabela 2.6.



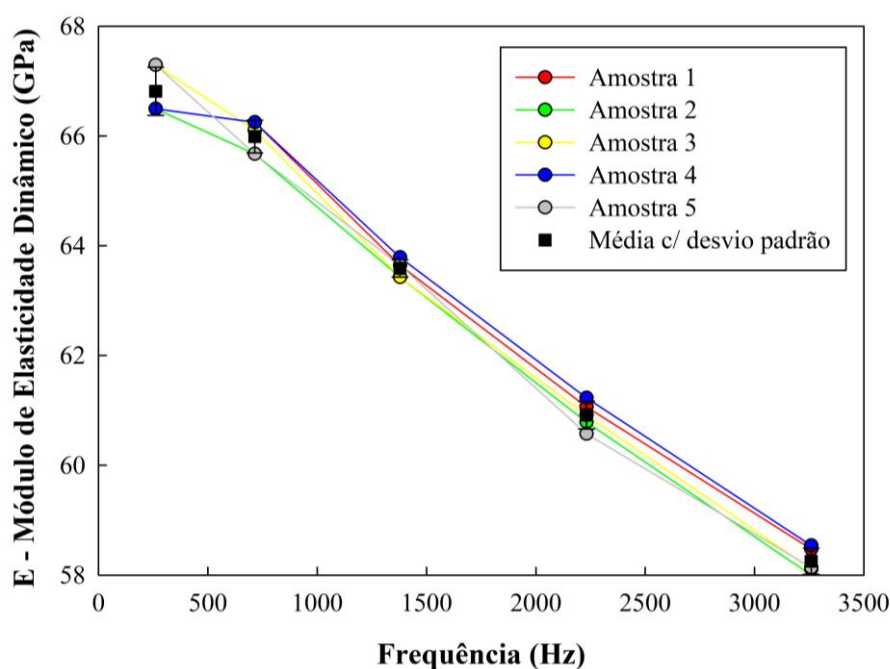


Figura 2.7 - Módulo de Elasticidade Dinâmico das amostras no registo C4.

Tabela 2.6 - Módulo de Elasticidade Dinâmico em função da frequência.

Modo	Frequência de ressonância (Hz)	$E$ – Módulo de Elasticidade Dinâmico (GPa)
1	262±1	66.8±0.4
2	714±2	65.9±0.3
3	1372±2	63.6±0.2
4	2231±5	60.9±0.3
5	3259±7	58.3±0.2

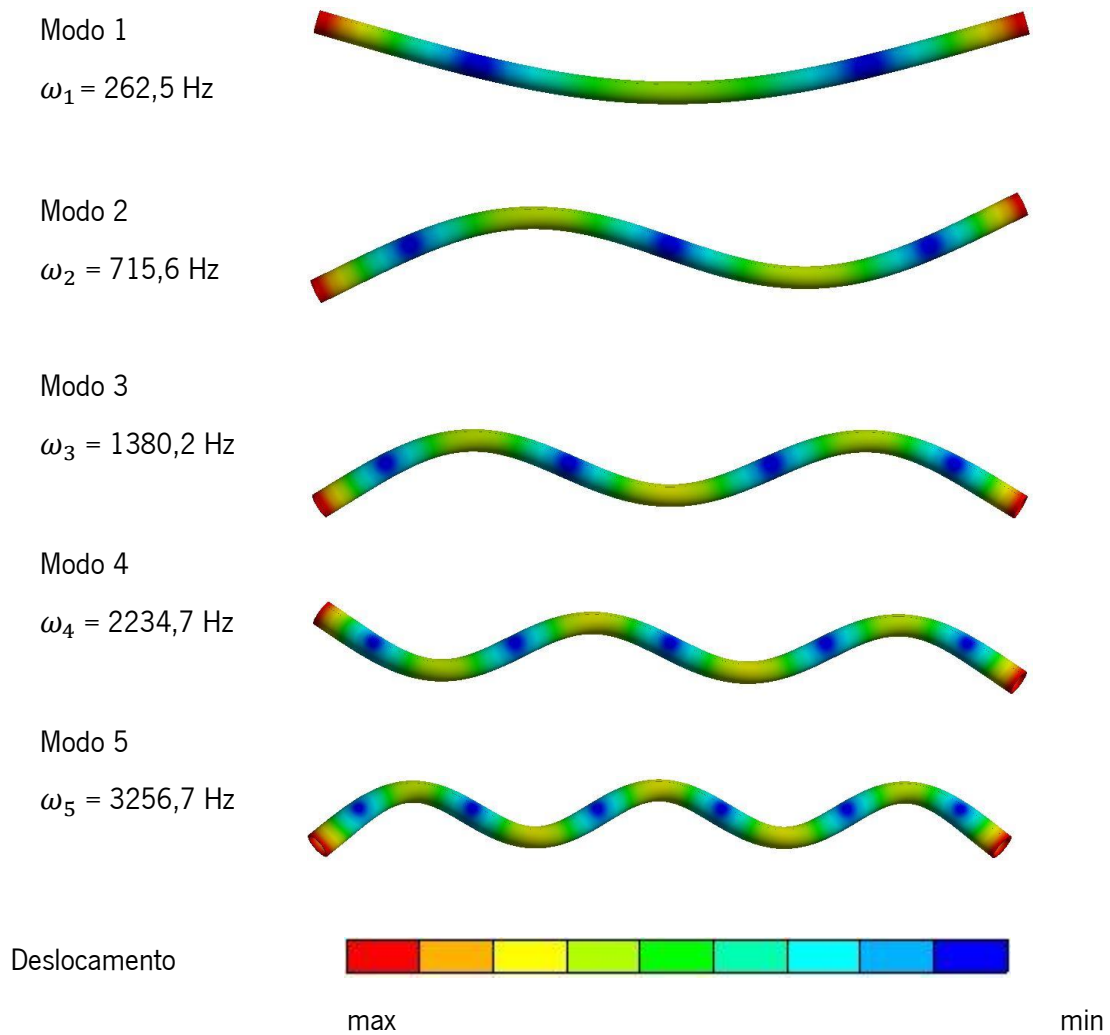
#### 2.4.2. Análise modal numérica no registo C4

Na Tabela 2.7 são apresentadas as frequências naturais e as diferenças percentuais entre os valores obtidos experimentalmente e pela abordagem numérica. Pode observar-se que ao usar o valor de Módulo de Elasticidade calculado experimentalmente para a primeira frequência de ressonância (66.8 GPa), que existe um pequeno desvio ( $\Delta=0.5\%$ ). Este desvio pode ser atribuído a pequenos desvios dimensionais nas amostras e/ou pequena anisotropia do material de base do tubo.

A boa correlação da frequência de ressonância do primeiro modo entre as abordagens experimental e numérica pode ser obtida pelo ajustamento do módulo de elasticidade dinâmico ( $E = 68,5$  GPa, Tabela 2.7). Esta modificação permite corrigir eventuais diferença nos resultados numéricos devido a

desvios geométricos e morfológico nas propriedades do material da amostra utilizada na análise experimental.

Na Figura 2.8 podem ser visualizadas as formas associadas às frequências de ressonância dos cinco primeiros modos. Comparando esta representação gráfica dos deslocamentos previstos pela abordagem numérica com os previstos pela abordagem analítica (Figura 2.3) e resultados experimentais (Tabela 2.5), pode concluir-se que os resultados numéricos são perfeitamente correspondentes.



**Figura 2.8** - Representação das formas dos Modos de vibração numéricos.

**Tabela 2.7** - Comparação dos resultados numéricos e experimentais.

Resultado Experimental					
Modo	1	2	3	4	5
$\omega$ (Hz)	263	714	1372	2231	3259

Resultado numérico vs Módulo de Elasticidade experimental					
$E = 66,8$ GPa					
Modo	1	2	3	4	5
$\omega$ (Hz)	261,3	712,1	1373,4	2223,2	3239,3
$\Delta$ (%)	0,5	0,3	0,1	0,4	0,6

Resultado numérico vs Módulo de Elasticidade ajustado					
$E = 68.5$ GPa					
Modo	1	2	3	4	5
$\omega$ (Hz)	262,5	715,6	1380,2	2234,7	3256,7
$\Delta$ (%)	0,00	-0,2	-0,6	-0,2	0,1

## 2.5. Extensão da abordagem modal aos registos C3, C5, C6 e C7

A análise experimental e numérica detalhada para o tubo com o registo C4, foi expandida aos registos C3, C5, C6 e C7. A comparação entre as frequências de ressonância dos tubos testados experimentalmente e da abordagem numérica podem ser observados nas Tabelas 2.8 a 2.11, onde também se incluem os resultados analíticos esperados. De acordo com esta análise, pode observar-se que os resultados numéricos e o cálculo analítico, especialmente para o primeiro modo de vibração, têm um desvio bastante pequeno relativamente à abordagem experimental.

**Tabela 2.8** - Frequências de ressonância – tubo registo C3 ( $l = 986$  mm).

<b>Modo</b>	1	2	3	4	5
Experimental	133±1	362±1	703±2	1150±2	1701±3
Analítico	131,9	363,4	713,6	1179,1	1760,9
$\Delta$ (%)	-0,65	0,38	1,46	2,53	3,50
Numérico	132,5	362,7	704,9	1152,4	1698,3
$\Delta$ (%)	-0,23	0,17	0,23	0,21	-0,18

**Tabela 2.9** - Frequências de ressonância – tubo registo C5 ( $l = 492$  mm).

<b>Modo</b>	1	2	3	4	5
Experimental	527±2	1422±3	2715±3	4309±5	6125±5
Analítico	529,9	1459,5	2865,8	4735,5	7072,2
$\Delta$ (%)	0,64	2,64	5,56	9,90	15,46
Numérico	526,9	1420,5	2699,7	4294,5	6140,0
$\Delta$ (%)	0,07	-0,11	-0,56	-0,34	0,24

**Tabela 2.10** - Frequências de ressonância – tubo registo C6 ( $l = 346,5$  mm).

<b>Modo</b>	1	2	3	4
Experimental	1048±2	2776±3	5162±4	7962±5
Analítico	1068,4	2942,6	5778,0	9547,5
$\Delta$ (%)	1,94	6,00	11,93	19,91
Numérico	1050,4	2775,4	5143,3	7961,1
$\Delta$ (%)	0,23	-0,02	-0,36	-0,01

**Tabela 2.11** - Frequências de ressonância – tubo registo C7 ( $l = 242$  mm).

<b>Modo</b>	1	2	3
Experimental	2101±3	5350±4	9485±7
Analítico	2190,2	6032,6	11845,5
$\Delta$ (%)	4,26	12,76	24,89
Numérico	2106,0	5365,2	9466,0
$\Delta$ (%)	0,25	0,28	-0,20

Com base nesta análise, pode partir-se para uma análise no âmbito musical. Neste domínio, o termo intervalo é utilizado para designar a distância sonora entre duas notas musicais. Cada nota musical está associada a uma frequência, promovendo também a sensação de altura (i.e. *pitch* no idioma inglês) nas diferentes perceções dos sons graves aos sons agudos, conforme a mesma frequência associada à nota musical [16].

A perceção dos intervalos entre notas musicais pelo ouvido humano corresponde a uma escala logarítmica de frequências, de forma que o intervalo acústico entre dois sons de frequências  $f_1$  e  $f_2$  é definido como a razão entre as frequências referidas [17]. Esta relação é expressa pela Equação 2.44.

$$\text{Intervalo}(f_1, f_2) = \frac{f_1}{f_2} \quad (2.44)$$

O intervalo específico entre duas notas, onde a frequência de uma corresponde ao dobro da outra, é denominado intervalo de oitava [18]. A divisão uma oitava em 12 intervalos iguais gera um sistema intervalar denominado por temperamento igual. De facto, este sistema é aquele que predomina a uma escala global e principalmente na cultura ocidental, sendo utilizado nos processos de afinação dos instrumentos musicais como o piano, guitarras, marimbas, xilofones, vibrafones, etc.

Neste sistema, o menor intervalo é denominado meio-tom [19]. Entretanto, para comparação de intervalos curtos entre dois sons a unidade mais apropriada é denominada *cent* [20]. O *cent* corresponde à centésima parte do meio-tom temperado. Numa oitava estão contidos 12 semitons o que equivale a 1200 *cents*, segundo a relação descrita na Equação 2.45.

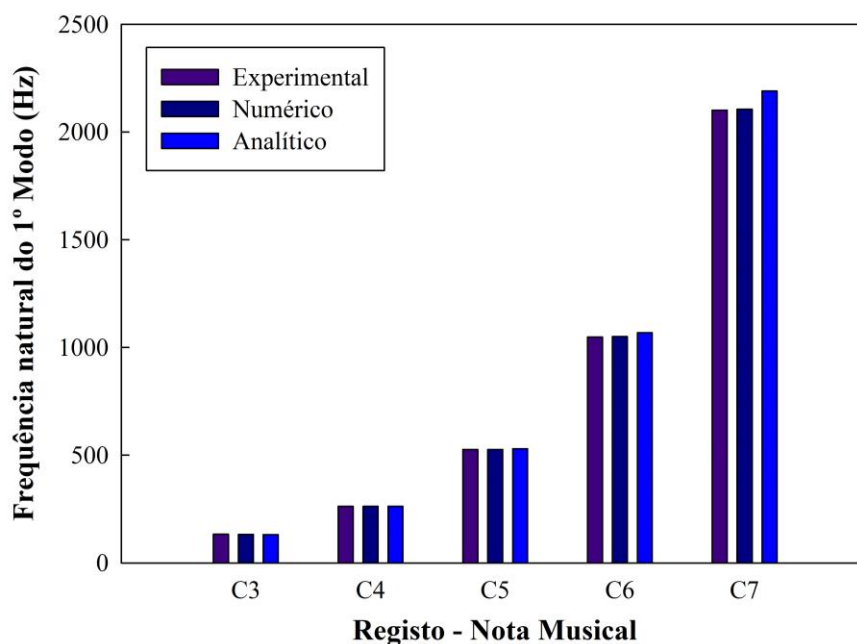
$$1 \text{ cent} = 2^{1/1200} \quad (2.45)$$

Assim, um intervalo em *cents* entre duas frequências  $f_1$  e  $f_2$ , representado pelo termo  $n_{cents}$ , pode ser calculado recorrendo à Equação 2.46.

$$n_{cents} = 1200 \log_2 \left( \frac{f_1}{f_2} \right) \quad (2.46)$$

Neste estudo, a perceção de altura de nota está associada ao primeiro modo de vibração transversal dos tubos. Para destacar as diferenças entra as frequências de ressonância do primeiro modo de ressonância nas amostras, a unidade utilizada foi precisamente o *cent*. Desta forma, os resultados

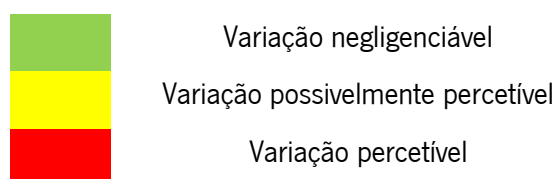
representados nas Tabelas 2.6 e 2.8-2.11 foram resumidos graficamente na Figura 2.9, sendo a conversão da sua variação em cents representada na Tabela 2.12.



**Figura 2.9** - Comparação da frequência natural do primeiro modo transversal dos tubos.

**Tabela 2.12** – Diferenças em *cents* - registos C3, C4, C5, C6 e C7

	Registo – Nota Musical				
	C3	C4	C5	C6	C7
Experimental vs Numérico	3,9	0,0	-1,2	-4,0	-4,3
Experimental vs Analítico	11	0	-11	-33	-72



Com recurso à Figura 2.9 e Tabela 2.12 podemos concluir que a abordagem analítica revela pequenas diferenças relativas aos dados experimentais. Estas crescem à medida que se efetua o cálculos das frequências de ressonância em modos mais elevados. É sugerido que isto se deriva à sobrestimação do Módulo de Elasticidade, i.e. o input do módulo na componente numérica (ver Tabela 2.3) e o módulo dinâmico real (ver Tabela 2.5). A maior diferença para a primeira frequência de ressonância é observada no registo *C7* com valor de 4%, o que equivale a cerca de 72 cents, facto que vem precisamente suportar a hipótese anterior. Do ponto de vista musical essa diferença é considerada

elevada, sendo facilmente percebida por um músico treinado. Refira-se que a percepção humana pode distinguir intervalos em torno dos 5 e 6 cents, o que trata-se de uma alta resolução perceptiva [21]. Assim, conforme os dados da Tabela 2.12, é verificado que este limite é apenas atingido na abordagem analítica, validando a necessidade da abordagem numérica que é desenvolvida neste estudo.

Através da abordagem numérica, as diferenças entre os valores de frequências obtidos nas simulações e os valores experimentais são muito baixas. O gradiente máximo é observado no tubo com registo *C7*: 0,25%, ou 4,3 cents. A abordagem numérica surge como um método muito apropriado para o cálculo das frequências e formas modais para os fins deste estudo.

## **2.6. Afinação dos tubos e a escala cromática de temperamento igual**

No processo de afinação proposto, o ponto de partida é a frequência desejada, sendo o comprimento do tubo a variável em análise. Num instrumento cromático com extensão de 5 oitavas, são necessárias 60 notas musicais (i.e. 12 notas por oitava). A precisão do método de cálculo contribui para o ganho de tempo na afinação e previne o desperdício de material por erros indesejáveis. Desta forma, este processo tem uma importância significativa para um construtor de instrumentos, principalmente na construção de instrumentos de larga escala onde a quantidade de notas é elevada.

Do ponto de vista musical, a afinação consiste no ajuste de determinadas condições num instrumento para a obter a sensação de altura sonora desejada. Neste estudo é estudada a determinação do comprimento dos tubos para que estes produzam frequências que promovam a sensação de altura relativa às notas musicais da escala cromática de temperamento igual.

### **2.6.1. Escala cromática de temperamento igual**

Tendo em conta que, nas mais diversas culturas, as notas são organizadas segundo determinadas regras que orientam a distância (i.e. em termos musicais é utilizado o termo intervalo) entre as notas em termos de frequência, estabelece-se um sistema sequencial discreto. Em termos musicais esta distância entre duas notas é denominada de intervalo, sendo uma oitava corresponde a um intervalo onde as frequências entre as notas tem uma relação de 1:2, de forma que entre uma nota associada à frequência de 440 Hz, e outra associada à frequência de 880 Hz se constitui um intervalo denominado de oitava [22].

O temperamento igual é um sistema de afinação onde uma oitava é dividida em 12 intervalos iguais, sendo este o sistema predominante, sobretudo na música ocidental [23]. Este sistema de afinação é resultado de um processo histórico que remonta às experiências de Platão, junto a um instrumento conhecido como o monocórdio de Platão, o qual buscou estabelecer relações entre os sons obtidos a partir de frações inteiras das cordas [24]. Naturalmente, decorreu um longo processo histórico até à consolidação do temperamento igual. A consequência importante deste processo é a possibilidade das transposições e modulações musicais que permitem a execução das músicas em todos os tons. Segundo Henrique [25], a adoção desse sistema por Bach [26], que compôs em todas as tonalidades, contribuiu decisivamente para consolidação do sistema de temperamento igual.

A divisão da oitava num certo número de intervalos constituiu o argumento da maior parte das escalas. No entanto, também se verifica em culturas como a indiana, árabe, chinesa, africanas, entre outras, que existem outros sistemas de afinação dos instrumentos musicais [27]. Para aprofundamento sobre o tema podem ser consultados trabalhos como o de Henrique [25].

No sistema de temperamento igual, o menor intervalo é denominado de intervalo de meio-tom temperado ou semitom temperado [28]. A sequência de dois semitons forma um intervalo denominado de tom. Assim, um conjunto de notas ordenadas sequencialmente de uma nota mais grave a uma mais aguda seguindo alguma regra intervalar é denominado de escala [29]. As escalas tendem a caracterizar as construções musicais de diversas culturas podendo-se citar as escalas pentatônicas presentes na música chinesa e regiões próximas, a escala cigana, a escala de blues, a escala cromática (amplamente explorada pelo Jazz), as escalas heptatônicas, a escala nordestina (Nordeste do Brasil), entre outras [30].

O conjunto das 12 notas contidas num intervalo de oitava no sistema de temperamento igual é conhecido como escala cromática, cujo intervalo entre notas vizinhas é denominado intervalo de meio tom [28]. A título de exemplo, pode analisar-se a sequência de notas formada pelo conjunto que envolve as teclas brancas e pretas do piano [31]. Neste sistema, esse conjunto de notas constitui uma escala cromática, onde o intervalo entre notas vizinhas é um semitom [32]. Por sua vez, o conjunto de notas musicais envolvendo apenas as teclas brancas do piano, obedecem a uma regra intervalar correspondente a uma escala denominada diatônica. Já o conjunto formado pelas teclas pretas constitui uma escala denominada pentatônica.

Para que todos os instrumentos tenham um mesmo critério de afinação foi criado um padrão denominado diapasão, o qual consiste na associação das notas musicais à uma frequência estabelecida. Um valor de 440 Hz é adotado para a nota A (Lá) localizada imediatamente acima da



nota C (dó) central do piano de 88 teclas (261,63 Hz), que pela ISO (International Standards Organization) é designado como A3 e pela American Standards Association como C4 [25].

Na escala cromática, a razão entre as frequências de notas vizinhas mantém-se constante de forma a que, a partir da uma frequência de uma nota qualquer dentro da escala, podem obter-se todas as frequências das outras notas. Este facto é derivado à sequência de notas que se caracteriza como uma progressão geométrica de razão constante.

Considerando uma sequência de notas da escala cromática em intervalo de meio tom de frequências  $f_1, f_2, \dots, f_m \dots f_n$ , com  $m$  e  $n$  inteiros, tem-se que a razão “ $r_a$ ” entre notas vizinhas pode descrita pela Equação 2.47:

$$\frac{f_m}{f_{m+1}} = \frac{1}{r_a} \quad (2.47)$$

Que pode ser reordenada para a forma da Equação 2.48:

$$f_m = \frac{f_n}{r_a^{n-m}} \quad (2.48)$$

Desta forma, pode concluir-se que a relação entre duas frequências  $f_m$  e  $f_n$ , de duas notas quaisquer da escala cromática, pode ser expressa pela Equação 2.49:

$$\frac{f_n}{f_m} = r_a^{n-m} \quad (2.49)$$

Que pode ser orientada e expressa em relação à  $r_a$  pela Equação 2.50:

$$r_a = \sqrt[n-m]{\frac{f_{m+n}}{f_m}} \quad (2.50)$$

Com esta relação é possível calcular a razão  $r_a$ . Considere-se, a título de exemplo um intervalo de oitava em que  $f_m=440$  Hz e  $f_{m+n} = 880$  Hz, conforme a Equação 2.51:

$$r_a = \sqrt[12]{\frac{880}{440}} = 1,059 \quad (2.51)$$

### 2.6.2. Procedimento de afinação dos tubos

Como referido nas secções anteriores, a determinação dos comprimentos dos tubos através da abordagem numérica, produz resultados muito próximos aos resultados obtidos experimentalmente e perfeitamente aplicáveis aos propósitos musicais. Já a determinação através da expressão analítica, obtida segundo à teoria de vibração de vigas finas proposta por *Euler-Bernoulli*, produz pequenas diferenças, que para os propósitos musicais se tornam significativas.

Entretanto, é possível analisar expressões analíticas derivadas das equações obtidas através da teoria de *Euler-Bernoulli*, para tentar deduzir o comprimento dos tubos para obter uma afinação de temperamento igual, eventualmente com melhores resultados pela utilização de valores de comprimentos de referência em intervalos mais curtos e usando como referência os resultados da abordagem numérica.

Considerando a abordagem analítica de *Euler-Bernoulli* (secção 2.2) e a relação que estabelece a progressão geométrica associada à frequência das notas musicais da escala cromática de temperamento igual, pode demonstrar-se que a sequência que envolve os comprimentos dos tubos associados às notas musicais também se constitui uma progressão geométrica. Esta progressão pode ser corrigida em função dos resultados da abordagem numérica. Considerando a relação obtida a partir da abordagem analítica de *Euler-Bernoulli* (Equação 2.27), pode orientar-se esta função considerando a frequência de ressonância conforme a Equação 2.52.

$$\omega = \left( (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \right) \frac{1}{l^2} \quad (2.52)$$

Assim, considerando um conjunto de tubos de mesma forma e material, e com comprimentos que seguem uma progressão de comprimentos do tipo  $l_m, l_{m+1}, l_{m+2}, \dots, l_n$  e conseqüentemente uma série de frequências de ressonância do tipo  $\omega_m, \omega_{m+1}, \omega_{m+2}, \dots, \omega_n$  e têm uma correspondência com um conjunto de notas em sequência cromática, pode deduzir-se as Equações 2.53 e 2.54.

$$l_m^2 = \frac{\left( (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \right)}{\omega_m} \quad (2.53)$$

$$l_n^2 = \frac{\left( (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \right)}{\omega_n} \quad (2.54)$$

Considerando o primeiro modo natural de tubos de mesma bitola e material, o termo  $(\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}}$  apresenta um valor constante para todos os tubos. Os índices  $m$  e  $n$  correspondem às posições da nota associada ao tubo dentro da sequência cromática. Das Equações 2.53 e 2.54 obtém-se a relação entre os comprimentos e as respectivas frequências naturais do primeiro modo transversal dos tubos (Equação 2.55).

$$\frac{l_n^2}{l_m^2} = \frac{\omega_m}{\omega_n} \quad (2.55)$$

Que ao ser substituída na Equação 2.50, gera a relação expressada pela Equação 2.56.

$$\frac{l_n^2}{l_m^2} = \frac{1}{r_a^{n-m}} \quad (2.56)$$

E, simplificando a raiz e termos quadráticos, obtém-se a Equação 2.57 que pode ser reescrita na forma da Equação 2.58.

$$\frac{l_n}{l_m} = \frac{1}{\sqrt{r_a^{n-m}}} \quad (2.57)$$

$$\frac{l_n}{l_m} = r_{la}^{n-m} \quad (2.58)$$

Onde se conclui a relação estabelecida pela Equação 2.59.

$$r_{la} = \frac{1}{\sqrt{r_a}} \quad (2.59)$$

Assim, a sequência dos comprimentos dos tubos constitui-se também uma progressão geométrica de razão  $r_{la}$ , expressa pela Equação 2.60, que pode ser reorganizada na Equação 2.61.

$$r_{la} = \sqrt[n-m]{\frac{l_n}{l_m}} \quad (2.60)$$

$$l_n = r_{la}^{n-m} \times l_m \quad (2.61)$$

A diferença  $n - m$  corresponde ao valor do número de notas entre as duas referências de comprimento  $l_n$  e  $l_m$ . Através da expressão (2.63) e a partir do comprimento de um tubo e frequência de ressonância conhecidos dentro da escala temperada, pode-se calcular o comprimento aproximado das demais notas da sequência. No entanto, já foi demonstrado que é introduzido um pequeno erro que cresce à medida que os comprimentos se afastam do comprimento do tubo de referência. Os valores obtidos são, portanto, aproximados, no entanto podem ser úteis como valores iniciais junto às simulações numéricas para a obtenção de valores mais exatos, contribuindo para a diminuição no tempo de simulação por elementos finitos.

Uma melhoria na aproximação deste método analítico pode ser alcançada pelo cálculo da razão a partir de comprimentos de dois tubos previamente afinados  $l1_n$  e  $l2_m$  com  $n$  e  $m$  inteiros, maiores que zero e  $n \neq m$ . A partir dos comprimentos desses tubos, determina-se a razão da progressão (Equação 2.62) e assim são determinados os comprimentos dos tubos relativos às outras notas. Quanto menor o intervalo entre as notas de referência melhor a aproximação das notas dentro do intervalo.

$$r_l = \sqrt[n-m]{\frac{l1_n}{l2_m}} \quad (2.62)$$

Assim, com a razão obtida a partir dos comprimentos de referências  $l1_n$  e  $l2_m$ , os demais comprimentos das outras notas podem ser calculados pela Equação 2.63.

$$l_n = r_l^{n-m} \times l2_m \quad (2.63)$$

Onde a diferença  $n - m$  corresponde ao intervalo entre a nota de referência e a nota de comprimento  $l_n$  a ser calculada.

Utilizando os resultados numéricos como referência, foram determinados um conjunto de comprimentos de tubo em conformidade com a escala musical de temperamento igual (escala cromática) num intervalo de 4 oitavas: C3 (130,81 Hz) a C7 (2093 Hz). Estes valores podem ser usados para estabelecer a relação descrita anteriormente e para calcular as razões propostas pelo modelo analítico anterior. Esta análise pode ser também executada em intervalos mais pequenos, com base em oitavas: C3 – C4, C4 – C5, C5 – C6 e C6 – C7. Na Tabela 2.13 são apresentados os valores das razões calculadas a partir de notas musicais e referência nos extremos e também em intervalos de oitavas. De acordo com esta tabela, pode observar-se que existem pequenas diferenças entre o valor da razão por extremos e por oitavas. Assim, é necessário determinar se estas pequenas diferenças se traduzem em variações nos comprimentos dos tubos.

**Tabela 2.13** - Razões ( $r_a$ ) das progressões geométricas relacionadas aos comprimentos dos tubos.

Razão pelos Extremos	Razão por oitavas			
C3 – C7	C3 – C4	C4 – C5	C5 – C6	C6 – C7
0.971104	0.971409	0.971294	0.971099	0.970615

Considerando as razões da Tabela 2.13, podem então calcular-se as frequências de ressonância e nota musical de C3 a C7 conforme a escala musical de temperamento igual em função de um comprimento definido. Desta forma, é possível verificar que a adoção de uma razão por oitavas, ao realizar uma atualização do valor da razão para intervalos mais curtos, permite melhorar o dimensionamento do comprimento dos tubos quando do seu projeto pela via analítica apresentada (Tabela 2.14).

**Tabela 2.14** - Comparação de diferenças nos comprimentos usando razões por extremos e oitavas.

Registo	$\omega$	$l$	$\Delta$ Comprimento (%)	
(nota)	Frequência natural (Hz)	Comprimento (mm)	Razão extremos	Razão oitavas
C3	130.81	994.0	0.00	0,00
C4	261.63	701.8	0.37	0.00
C5	523.25	494.8	0.61	0.00
C6	1046.50	348.0	0.60	0,00
C7	2093.00	243.3	0.00	0,00

Com o intuito de verificar esta influência numa maior gama de notas, esta análise foi expandida, incluindo os comprimentos e diferenças dos registos e intervalos apresentados nas Figuras 2.10 e 2.11. Interpretando estas figuras, pode observar-se que realmente o uso da razão com extremos implica em maiores diferenças. Desta forma, aconselha-se o uso da razão por oitavas.

As maiores diferenças de comprimentos entre os valores obtidos via progressão foram verificados nos registos F#5 para a razão calculada pelos extremos e G6 para a razão calculada por oitavas. Assim, estes valores foram transpostos para *cents*, de acordo com a metodologia apresentada na secção 2.5, para verificar o seu impacto na percepção musical (Tabela 2.15).

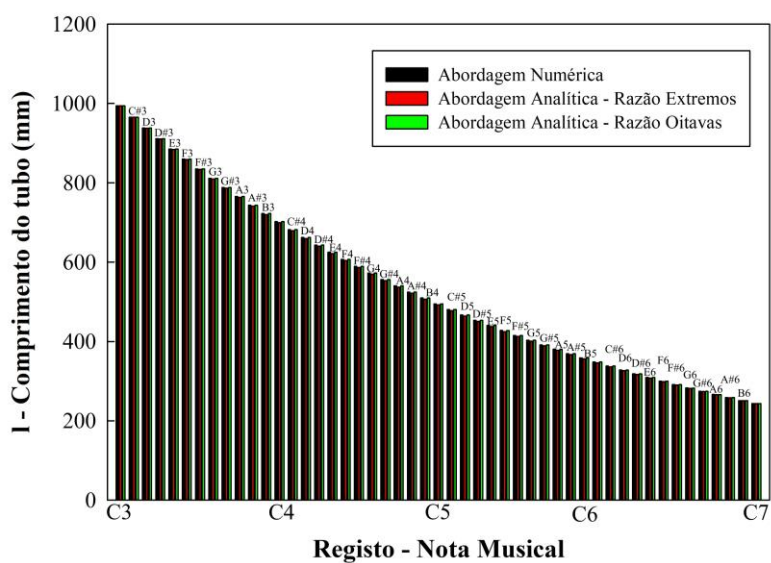


Figura 2.10 - Comparação de comprimentos dos tubos pelas abordagens numérica e analítica.

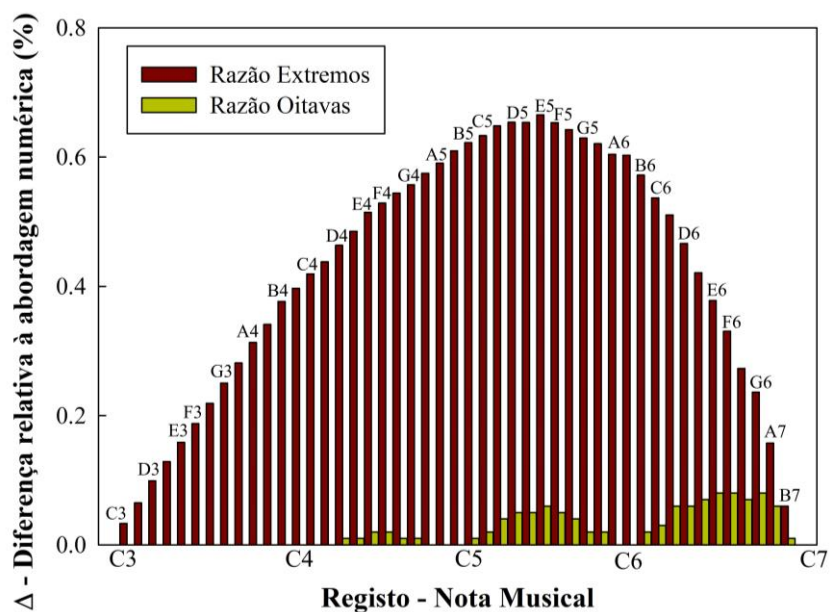


Figura 2.11 - Diferenças (%) entre os comprimentos dos tubos obtidos via elementos finitos e comprimentos obtidos a partir de progressões geométricas

Destes resultados destaca-se que as variações que acontecem usando a razão por extremos são perceptíveis a um músico treinado. Isto não pode ser afirmado se for usada a razão por oitavas, cimentando assim a importância do seu uso no processo de afinação proposto.

**Tabela 2.15** - Comparação de diferenças nos comprimentos nos principais registros usando razões por extremos e oitavas.

Registro	Resultados		Razão extremos			Razão oitavas		
	numéricos		$l$ (mm)	$\omega$ (Hz)	cents	$l$ (mm)	$\omega$ (Hz)	cents
	$l$ (mm)	$\omega$ (Hz)						
F#5	415.2	740.0	412.4	749.5	22.01	415.0	740.5	1.29
G6	282.7	1568.0	281.7	1578.4	11.46	282.4	1570.7	2.99

## 2.7. Considerações sobre o procedimento de afinação dos tubos.

Foi explorado um procedimento de afinação dos tubos para obtenção de uma escala cromática de temperamento igual. Partindo da progressão geométrica que envolve a relação entre as frequências das notas musicais da escala cromática de temperamento igual e a expressão analítica obtida pela teoria das vigas de *Euler-Bernoulli* obteve-se uma relação entre os comprimentos dos tubos também como progressão geométrica. Dentro dessa proposta a razão das progressões geométricas foram calculadas a partir de comprimentos de referência associados às notas em intervalos preestabelecidos. Para os resultados obtidos com a razão calculada pelos comprimentos de referência associados às notas musicais no extremo do intervalo de quatro oitavas, as diferenças entre os valores de referência e os obtidos pela progressão geométrica são maiores na região central do intervalo. Como apresentado na Tabela 2.15, a maior diferença ocorre para o registro F#5, na ordem de 22 cents, que embora seja muito baixo, no âmbito musical já se constitui um valor significativo e possível de percepção auditiva. Para os resultados associados aos cálculos da razão via intervalos de oitava, o desvio máximo foi de 2,99 cents, que diante da capacidade de percepção humana que fica em torno de 5 e 6 cents [21], pode-se considerar desprezível. Dessa forma tem-se que a abordagem através de progressões geométricas com suas razões obtidas a partir de valores de referência envolvendo os intervalos de oitava atendem plenamente as exigências de afinação de acordo com a escala de temperamento igual para a forma de tubo estudada, o que contribui para a redução no esforço computacional comparativamente à determinação apenas através de simulações por elementos finitos. A construção de instrumentos com um número elevado de notas requer uma quantidade numerosa de simulações numéricas. A integração de abordagens possibilita a redução do esforço e tempo nesse

processo, atingindo ainda a precisão necessária. Com a redução dos intervalos de cálculo das progressões geométricas, os valores obtidos aproximam-se cada vez dos valores de referência, como foi constatado com a divisão em intervalos de oitavas (12 notas), onde foram alcançados resultados com diferenças insignificantes, sendo necessárias simulações numéricas para os extremos dos intervalos de oitava (C3, C4, C5, C6 e C7), e as demais notas calculadas instantaneamente através da séries que compõe o método analítico descrito.

Este procedimento é muito útil quando da confecção de instrumentos musicais pois variações nos parâmetros dos tubos ocorrem de lote para lote de produção, e de fornecedor para fornecedor, sendo o dimensionamento dos tubos uma ação recorrente. Os comprimentos de referência podem ser obtidos tanto por vias físicas, afinando-se tubos de referência, ou através de simulações numéricas, quando de posse de um modelo bem ajustado.

## **2.8. Referências do capítulo**

- [1] O.A. Bauchau, J.I. Craig, Euler-Bernoulli beam theory, in: O.A. Bauchau, J.I. Craig (Eds.), *Structural Analysis*, Springer Netherlands, Dordrecht, 2009: pp. 173–221.
- [2] F.A. Everest, K.C. Pohlmann, *Master handbook of acoustics*, MCGRAW-HILL, 2015.
- [3] L.L. Henrique, *Concepção e Caracterização de Instrumentos Musicais de Lâminas Utilizando Técnicas de Modelação e Optimização*, Universidade Nova de Lisboa, 2004.
- [4] M. Paddison, *Introduction Contemporary Music: Theory, Aesthetics, Critical Theory*, in: *Contemporary Music*, Routledge, 2016.
- [5] W.M. Hartmann, *Principles of Musical Acoustics*, Springer New York, 2013.
- [6] D. Yu, Y. Liu, H. Zhao, G. Wang, J. Qiu, Flexural vibration band gaps in Euler-Bernoulli beams with locally resonant structures with two degrees of freedom, *Phys. Rev. B.* 73 (2006) 64301.
- [7] J.W.S.B. Rayleigh, *The theory of sound*, Macmillan, 1896.
- [8] S. Timoshenko, On the correction factor for shear of the differential equation for trans-verse vibrations of bars of uniform cross-section, *Philosophical Magazine.* (1921) 744.
- [9] S. Rao, *Vibrações Mecânicas*, Pearson, 2009.
- [10] S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Wiley Online Library, 2007.
- [11] J. Rychlewski, On Hooke's law, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics.* 48 (1984) 303–314.
- [12] C.A. de Moura Branco, *Mecânica dos materiais*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.
- [13] R. Levien, *The elastica: a mathematical history*, Electrical Engineering and Computer Sciences University of California at Berkeley. (2008).
- [14] T.D. Rossing, *Science of Percussion Instruments*, World Scientific, 2000.
- [15] J. Pan, S. Bergmann, An experimental study of acoustical properties of tubular tower bells, *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics - ICA.* (2010) 7.
- [16] A. Rehding, S. Rings, *The Oxford Handbook of Critical Concepts in Music Theory*, Oxford University Press, 2019.
- [17] A. Rehding, A. Rehding, *Instruments of Music Theory*, *Musical Quarterly.* 64 (1978) 1–23.
- [18] J.P. Burkholder, D.J. Grout, C.V. Palisca, *A History of Western Music: Tenth International Student Edition*, WW Norton & Company, 2019.



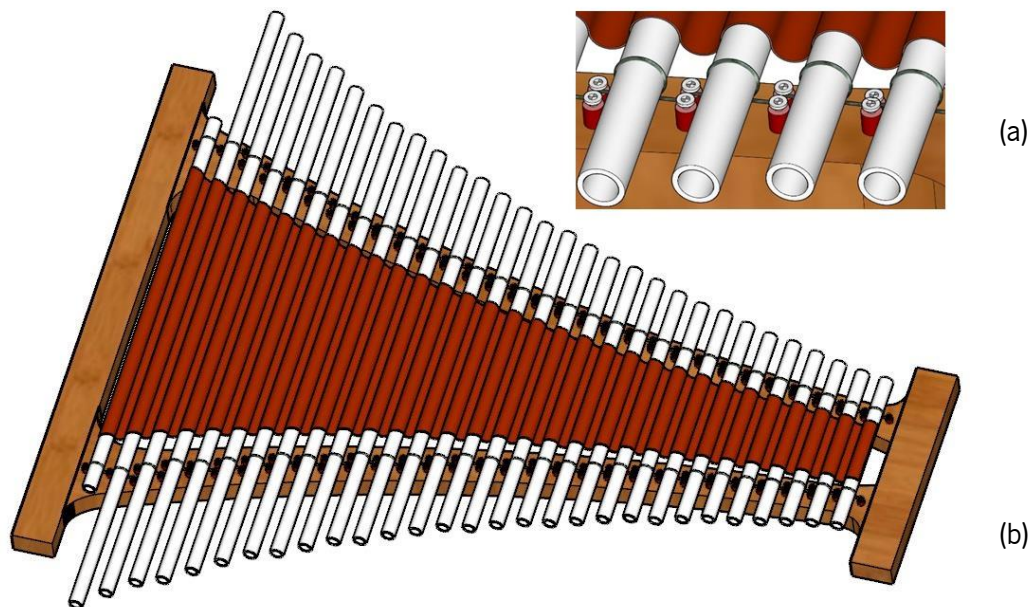
- [19] F.A. Russo, W.F. Thompson, The subjective size of melodic intervals over a two-octave range, *Psychonomic Bulletin & Review*. 12 (2005) 1068–1075.
- [20] S.C. Stone, *Music Theory and Composition: A Practical Approach*, Rowman & Littlefield, 2018.
- [21] D.B. Loeffler, *Instrument timbres and pitch estimation in polyphonic music*, Georgia Institute of Technology, 2006.
- [22] N. Cook, *Perception: A perspective from music theory*, Oxford University Press, 1994.
- [23] T. Christensen, *The Cambridge history of Western music theory*, Cambridge University Press, 2006.
- [24] S.A. Gurd, *The Origins of Music Theory in the Age of Plato*, Bloomsbury Publishing, 2019.
- [25] L.L. Henrique, *Acústica musical*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.
- [26] T. Christensen, The “*règle de l’octave*” in thorough-bass theory and practice, *Acta Musicologica*. 64 (1992) 91–117.
- [27] S. Varriale, *Globalization, music and cultures of distinction*, Springer, 2016.
- [28] S.E. Trehub, A.J. Cohen, L.A. Thorpe, B.A. Morrongiello, Development of the perception of musical relations: Semitone and diatonic structure., *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*. 12 (1986) 295.
- [29] H. Helmholtz, *On the sensations of tone*, Courier Corporation, 2013.
- [30] E.M. Burns, Intervals, scales, and tuning, in: *The Psychology of Music*, Elsevier, 1999: pp. 215–264.
- [31] K. Snell, M. Ashleigh, *Fundamentals of Piano Theory, Preparatory Level*. San Diego: Neil A. Kjos Music Company. (1998).
- [32] A. Rehding, Three Music-Theory Lessons, *Journal of the Royal Musical Association*. 141 (2016) 251–282.

## Capítulo 3

### Comportamento dinâmico da superfície radiadora – o papiro

#### 3.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o estudo do comportamento dinâmico da estrutura utilizada como superfície radiadora no papirofone. Este último, i.e. superfície radiadora, doravante denominada como “*papiro*”, apresenta na sua configuração assembled no instrumento (Figura 3.1) uma forma ondulada e é acoplada a tubos de alumínio (cujo comportamento dinâmico isolado é apresentado no Capítulo 2) os quais constituem as notas musicais do instrumento.



**Figura 3.1** - Modelo do Papirofone: (a) Vista geral e (b) detalhe de assemblagem entre tubos e papiro

A interação do papiro com os tubos promove dois fenómenos no comportamento vibro-acústico do papirofone: (i) a amplificação sonora do instrumento e (ii) alteração de timbre. Este último permite a obtenção de timbres mais aveludados (semelhante, a título de exemplo, ao das marimbas) pela filtragem das frequências/modos de ressonância mais elevados que conduzem a timbre mais brilhantes (i.e. inerentes aos materiais metálicos).

Nas marimbas, xilofones e vibrafones, a amplificação sonora é realizada através tubos fechados numa das extremidades [1,2]. Para cada lâmina, correspondentes a uma nota musical, é alocado um tubo ressoador. No papirofone, este conceito é realizado pelo próprio “papiro”, em que este atua como um

recetor das vibrações produzidas pelos tubos por contato mecânico. O consequente fenómeno de alteração de timbre e forma de amplificação sonora constituem o aspeto inovador do instrumento em estudo.

O estudo relativo ao comportamento dinâmico de estruturas integrantes de instrumentos musicais é objeto de muitas pesquisas. Atualmente, estes estudos usam uma combinação de ferramentas laboratoriais e computacionais comuns à área da engenharia mecânica, tais como a análise modal experimental e acústica, como também o desenvolvimento de modelos numéricos a partir do método dos elementos finitos [3].

Dentro dos dispositivos de instrumentação mais comuns na análise modal experimental, estão o excitador e martelo de impacto como instrumentos excitadores, e os acelerómetros e vibrómetro laser Doppler como dispositivos de captação de sinais [4,5]. Contudo, existem situações em que determinados tipos de dispositivos de excitação e de medição de sinal podem não ser adequados para a realização de ensaios experimentais específicos por acarretarem alterações no comportamento dinâmico da estrutura em teste comprometendo a fiabilidade dos resultados [6].

Neste trabalho, em particular, estas abordagens não são vantajosas e/ou apropriadas, visto que o material/estrutura a ensaiar é composto por corpos com baixa espessura e massa, densidade reduzida e rigidez bastante diminuta. Todos estes motivos fazem com que seja imperativo explorar e/ou desenvolver técnicas de caracterização dinâmica, no domínio na vibração estrutural, para caracterizar estes binómios corpo (i.e. forma) e material.

O uso de pressão acústica provida por altifalantes constitui em uma alternativa de excitação sem contato. Esta técnica surge, assim, como uma solução apropriada para estruturas muito leves e com baixa rigidez [7]. Desta forma, neste trabalho optou-se por explorar a utilização de um altifalante como dispositivo de excitação acústica e um sistema de vibrómetro laser Doppler como transdutor de velocidade, por se tratar de estratégias de excitação e medição de sinal que atuam sem contato com o corpo de teste.

Recorrendo à excitação acústica realizada através de um altifalante, a pressão sonora distribui-se em múltiplos pontos da amostra com intensidade igual. Contudo, devido à ausência de medição de cargas, não é possível obter diretamente a função de resposta em frequência (FRF) [8]. No entanto, foi já demonstrado por Wu e Moslehi [8] que os parâmetros modais podem ser extraídos de uma maneira semelhante à realizada com a excitação num único ponto.

Esse tipo de técnica tem sido objeto de investigação em diversas investigações, sendo por vezes associada à análise modal operacional (OMA – Operational Modal Analysis) [9], onde o corpo de teste é

submetido a medições sob condições normais de operação, de forma que não é utilizada uma excitação externa. Xu e Zhu [9] realizaram análise modal operacional (OMA) numa placa de alumínio, utilizando excitação acústica através de um altifalante. Sobre a mesma placa realizaram também análise modal experimental utilizando um martelo de impacto. Os resultados de ambas as abordagens foram comparados a resultados obtidos através de rotinas numéricas, obtendo uma diferença percentual máxima de 1,5%.

Com o intuito de obter uma excitação acústica localizada e aproximada da excitação em um único ponto, Amraoui e Lieven [4] desenvolveram um refletor acústico constituído de uma estrutura rígida (placa) de forma elíptica com uma fonte acústica locada em dos pontos focais e com uma abertura de 1 polegada noutra ponto focal. Recorrendo ao aparato descrito, executaram uma análise modal numa placa quadrada fina (41x41x2 mm<sup>3</sup>) de um material compósito (Epóxi – Fibra de Carbono). Os resultados desta abordagem foram comparados com os obtidos recorrendo à abordagem clássica de excitação com um excitador mecânico e os resultados mostraram que pode ocorrer um diferença nas frequências modais ao remover o contato do excitador com a estrutura. Esta variação torna-se mais significativa à medida que a massa da estrutura é reduzida, justificando de forma perentória a necessidade de desenvolver meios de excitação acústica em situações dessa mesma natureza.

Recentemente, Sathiyaraju e Ramesh [10] estudaram a resposta dinâmica de uma micro-viga encastrada utilizando um altifalante como excitador e um microscópio digital para captura dos modos e frequências de ressonância. Os resultados foram validados através de simulação numérica através do software *Comsol* e comparados com uma dedução analítica.

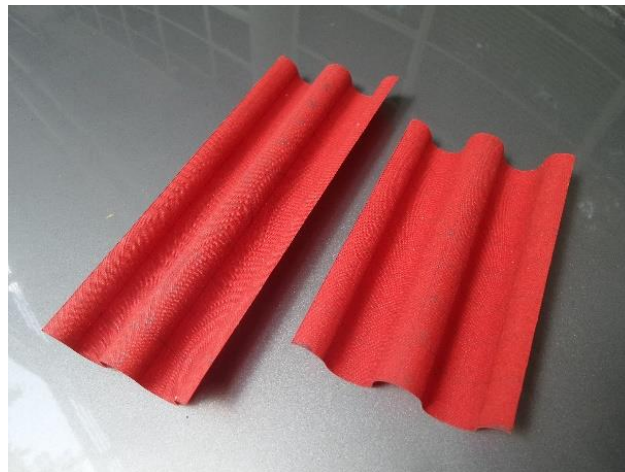
Neste estudo, para investigar o comportamento dinâmico isolado do papiro, foram realizados ensaios de vibração com excitação acústica em estruturas confeccionadas com este material na forma de lâminas retangulares e na forma de superfície curvada (i.e. tal como se apresentam na sua forma assembled). Estes estudos foram também explorados através de abordagens numéricas. A principal contribuição desta abordagem no domínio científico consiste na metodologia aplicada na caracterização do comportamento dinâmico de estruturas leves e com baixa rigidez: a utilização da técnica de análise modal com excitação acústica e aquisição de sinal por Vibrómetro Laser Doppler. Foi utilizado um microfone em simultâneo para monitorizar a pressão nas amostras testadas para determinar a sua função de resposta em frequência (FRF). O desenvolvimento desta abordagem possibilita uma excitação e instrumentação não invasiva, minimizando as interferências da instrumentação sobre as estruturas em análise.

## 3.2. Metodologia

O estudo das propriedades dinâmicas do papiro está dividido em duas etapas: (i) determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmicos através de análise modal com excitação acústica pela utilização de expressão analítica decorrente da teoria das vigas finas de *Euler-Bernoulli*; e (ii) estudo do comportamento dinâmico da superfície radiadora do papirofone. Desta forma, nas secções seguintes são detalhados os métodos experimentais e numéricos para efetuar estes estudos.

### 3.2.1. Materiais e manufatura de amostras

O papiro, a superfície radiadora representada na Figura 3.2, é constituído por um tecido de algodão sobre o qual é aplicada uma resina natural denominada *goma-laca*. Este adesivo é comumente utilizado como verniz no tratamento das estruturas em madeiras constituintes dos mais diversos instrumentos musicais (e.g. cordofones como violinos, violoncelos e guitarras clássicas).



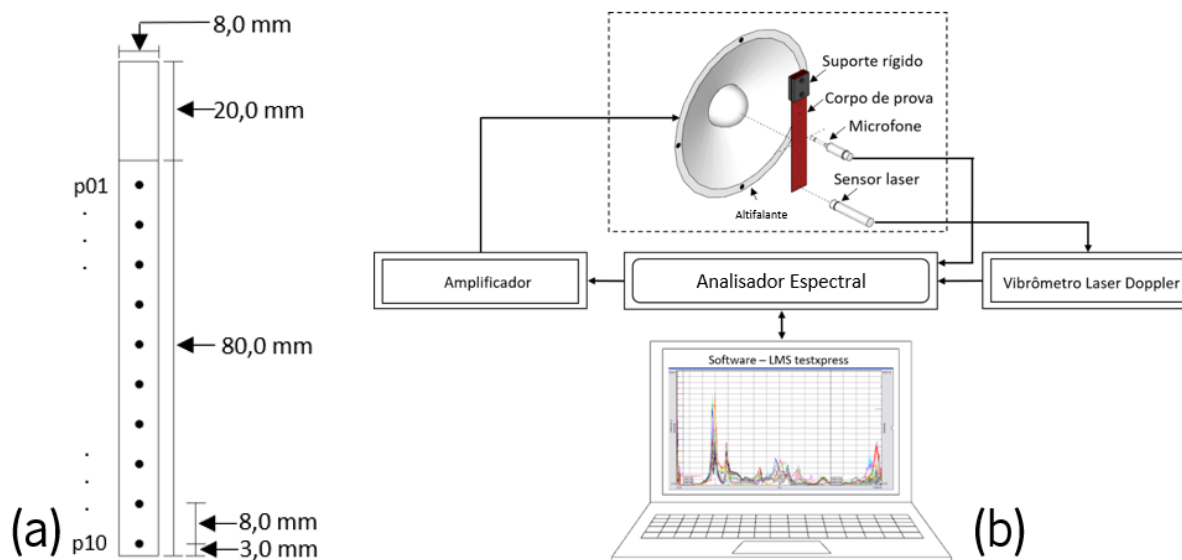
**Figura 3.2** - Segmento da superfície radiadora do Papirofone: o papiro.

Devido à constituição inerente deste tipo de materiais, foram utilizadas dois tipos de amostras, segundo a orientação das suas fibras: (i) amostras cujo comprimento é orientado sentido na trama e (ii) no sentido da teia. Na primeira parte deste estudo, foram determinados os módulos de elasticidade dinâmicos nessas duas orientações para estudar as características ortotrópicas do material.

### 3.2.2. Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem experimental

As amostras para este tipo de ensaio foram cortadas a partir de rolos de papiro sob uma forma retangular ( $80 \times 8 \times 0.32 \text{ mm}^3$ ), sendo acrescentadas de mais 20 mm de comprimento para fixação, segundo

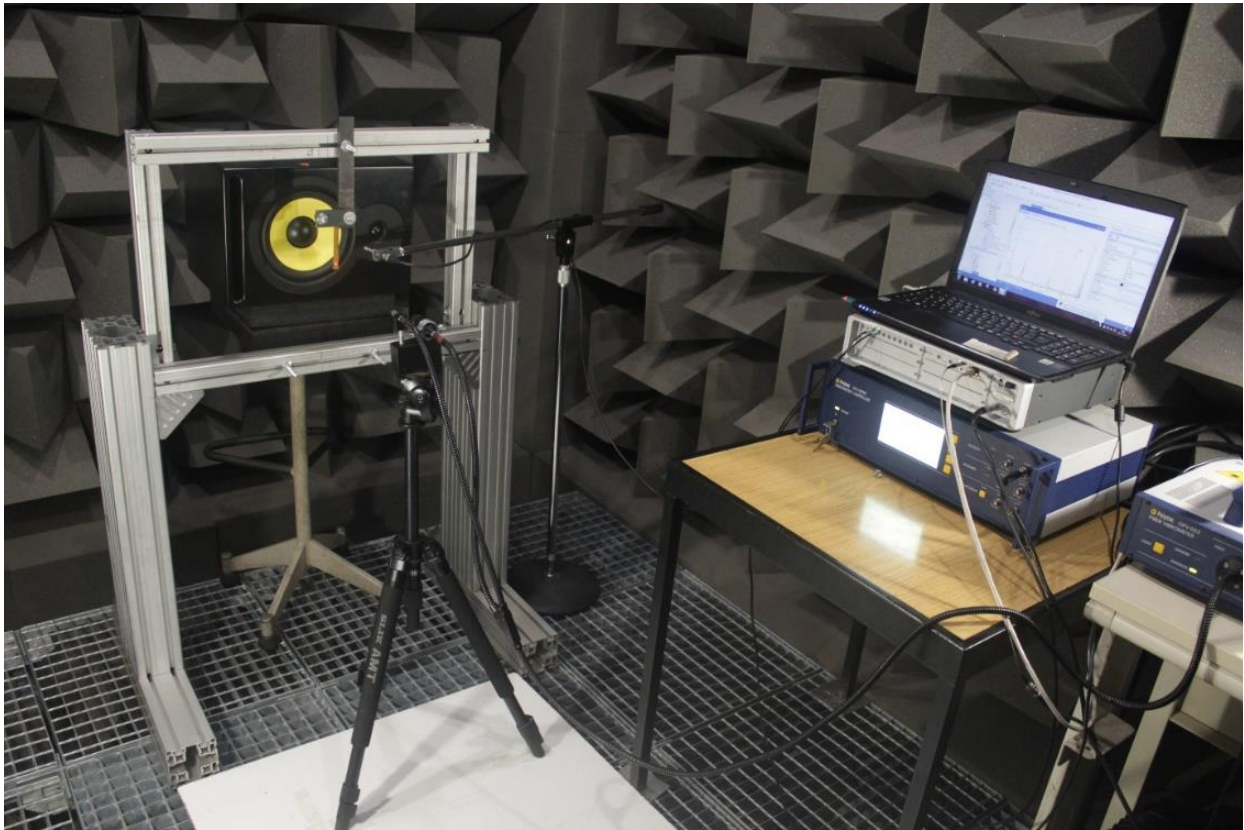
a Figura 3.3 (a). Estas dimensões foram escolhidas para manter uma proporção de 10x entre altura e largura. Ao longo da linha central do comprimento foram dispostos 10 refletores (espaçamento de 8 mm) para monitorização via laser. Para cada uma das direções (i.e. trama e teia) foram testadas cinco amostras.



**Figura 3.3** - Detalhe de configuração do ensaio para determinação do módulo de elasticidade: (a) detalhe de amostras; e (b) instrumentação.

Para o cálculo dos Módulos de Elasticidade Dinâmicos do material, recorreu-se a dados obtidos através da análise modal experimental com excitação acústica juntamente com expressões analíticas obtidas da teoria das vigas finas de *Euler-Bernoulli*. Devido a limitações na gama resposta do sistema de excitação utilizado (i.e. altifalante) não foi possível excitar frequências abaixo de 40 Hz. Contudo, a identificação das formas próprias da análise modal permite efetuar a correspondência com as respetivas frequências naturais de vibração.

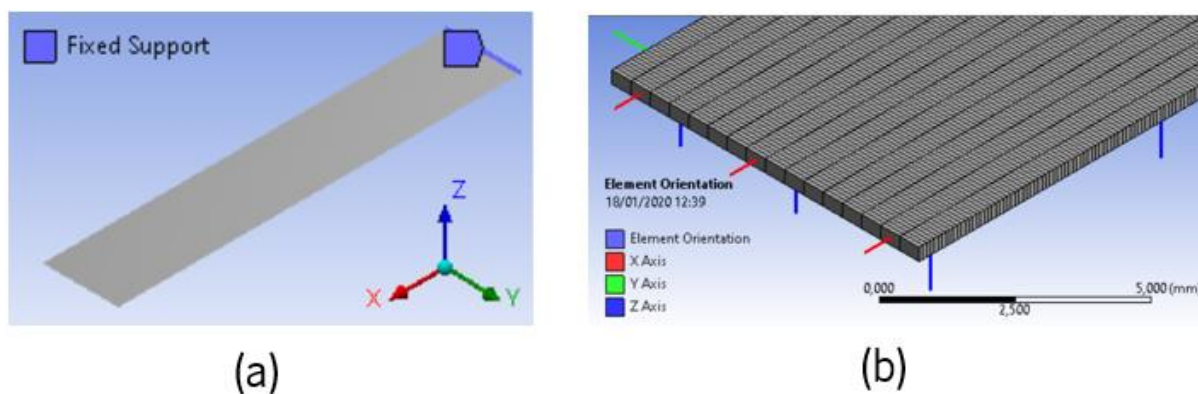
A Figura 3.3 (b) detalha a instrumentação utilizada neste ensaio, sendo o correspondente aparato experimental visualizado na Figura 3.4. Para este efeito, o altifalante foi alimentado por um sinal de ruído branco na faixa de frequência entre 40 e 800 Hz, sendo este gerado por um analisador espectral (LMS Scadas Mobile). Os valores de pressão sonora foram monitorizados através de um microfone (PCB Piezotronics 130E20) e a velocidade dos deslocamentos na peça nos pontos indicados foi medida por um vibrômetro laser Doppler (POLYTEC OFV-5000). Os sinais provenientes das medições do laser foram coletados pelo analisador espectral referido, sendo os dados analisados no software TestXpress V10. Para evitar adulteração dos dados por excitações (ruídos e ou vibração estrutural) exteriores, os ensaios foram realizados no interior da câmara anecoica com temperaturas entre 18°C-22°C e humidade relativa entre 47%-55%.



**Figura 3.4** - Aparato experimental para a determinação dos Módulos de Elasticidade Dinâmica.

### **3.2.3. Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem numérica**

Para detalhar os resultados experimentais, foram realizadas simulações numéricas que representam a análise modal das amostras com a condição de fronteira encastrada (Figura 3.5 (a)) pelo uso do módulo *Modal* do software Ansys 17.0. O corpo de ensaio foi modelado no *Design Modeler* do mesmo software, sob a forma de uma casca com as dimensões das amostras testadas. Este modelo foi discretizado com elementos do tipo SHELL181 (Figura 3.5 (b)), sendo a amostra dividida em elementos com a dimensão 0.1 mm (comprimento) e 0.5 mm (largura).



**Figura 3.5** - Detalhes da abordagem numérica: (a) modelo e condição de fronteira; (b) malhamento.

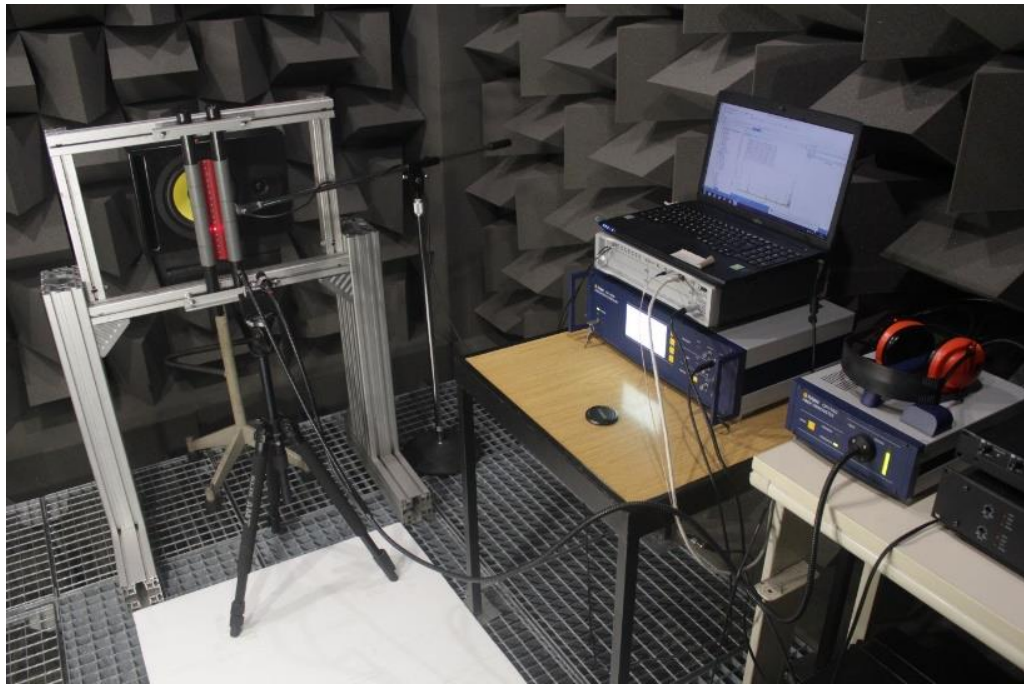
O material de base foi definido como ortotrópico, segundo os eixos do modelo numérico (Figura 3.5). Para efeitos de nomenclatura, as direções XX e YY representam as direções da trama ou teia, conforme o tipo de teste. Com base em ensaios de tração preliminares determinou-se que o valor do Módulo de Elasticidade estático nos sentidos da trama e da teia são, respetivamente, 1.02 GPa e 0.80 GPa. Da mesma forma, o coeficiente de Poisson deste material é 0.2. Os valores referidos foram utilizados como input das simulações numéricas. Adicionalmente, foi definido que a massa específica das amostras é 602 Kg/m<sup>3</sup>.

### 3.2.4. Análise modal experimental do papiro com excitação acústica na configuração assemblada

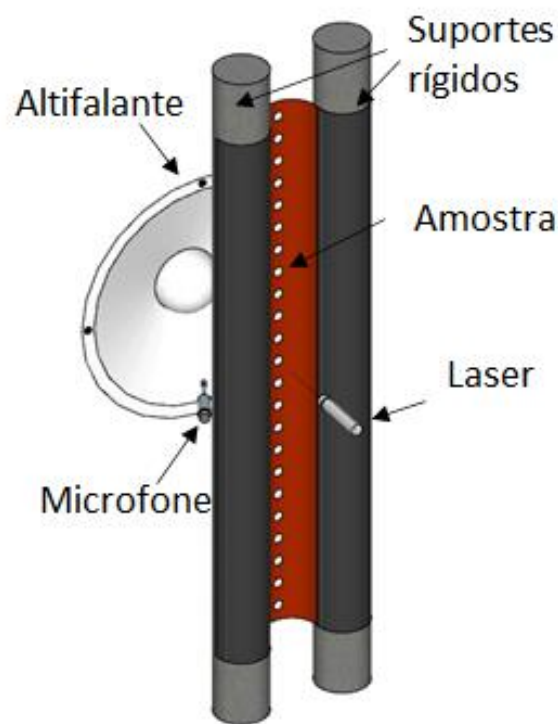
Com o intuito de avaliar o comportamento dinâmico na sua geometria e forma característica quando assemblada no papirofone, foi desenvolvida uma metodologia para testar esta configuração experimentalmente (Figura 3.6). Foi utilizada uma estrutura de geometria equivalente aos seguimentos da superfície radiadora que ficam em suspensão entre dois tubos vizinhos.

A geometria do corpo de teste corresponde a um segmento (semicírculo) da superfície radiadora do papirofone que fica entre dois tubos vizinhos. As dimensões da área útil do corpo de teste são: comprimento (l) de 350 mm; diâmetro (D) de 32.4 mm, enquanto a espessura é a mesma do ensaio anterior (0.32 mm). A superfície radiadora é fixa através de um adesivo epóxi aos dois suportes rígidos (varões de Aço Inox 304 com 30 mm de diâmetro), sendo orientada com a trama é colocada na direção do eixo dos varões.





(a)



(b)

**Figura 3.6** - Detalhe do aparato experimental para determinar o comportamento dinâmico do papiro: e (a) aparato real (b) modelo.

Na linha central do arco formado pelo papiro são alocados 24 pontos para medição equidistantes. Nestes pontos, são monitorizadas as velocidades originadas pelos deslocamentos pelo uso de um Vibrômetro Laser Doppler (POLYTEC OFV-5000). Estes deslocamentos são induzidos pela pressão sonora utilizando um altifalante com uma excitação na gama de 40-1800 Hz, sendo a pressão correspondente monitorizada por um microfone (PCB Piezotronics 130E20) alocado de forma

centralizada ao lado do corpo de prova e direcionado para o centro do altifalante. Os sinais provenientes das medições do laser foram coletados pelo analisador espectral referido, sendo os dados analisados no software TestXpress V10. Para evitar adulteração dos dados por excitações (ruídos e ou vibração estrutural) exteriores, os ensaios foram realizados no interior da câmara anecoica com temperaturas entre 18°C-22°C e humidade relativa entre 47%-55%.

### 3.2.5. Análise modal numérica do papiro na configuração assembled

O comportamento dinâmico do papiro na configuração assembled foi detalhado pela sua simulação numérica. O processo utilizado é o mesmo descrito na secção 3.2.3, contudo o modelo utilizado foi construído com base na configuração do papiro representada na Figura 3.6 (a). Para este efeito, as condições de fronteira foram também alteradas (Figura 3.7 (a)), sendo a amostra encastrada nas suas duas arestas laterais conforme a análise experimental. Assim, os detalhes na malha (Figura 3.7 (b)) e propriedades do material foram mantidas conforme detalhado na secção 3.2.3.

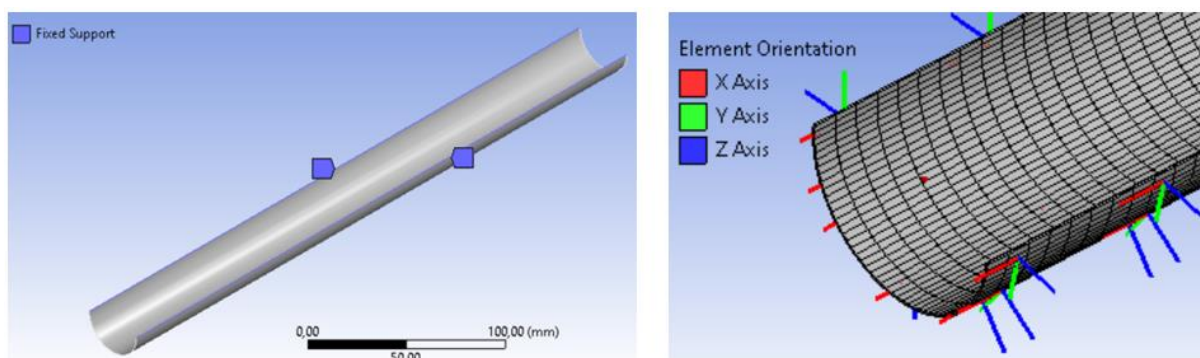


Figura 3.7 - Detalhes da abordagem numérica: (a) modelo e condição de fronteira; (b) malhamento.

## 3.3. Resultados e Discussão

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados decorrentes das abordagens experimental e numérica para a caracterização dinâmica do papiro.

### 3.3.1. Fundamentação teórica – Cálculo do Módulo de Elasticidade Dinâmico

De acordo com a teoria de vigas finas de *Euler-Bernoulli*, para uma viga uniforme e isotrópica, fixa com uma configuração encastrada (Figura 3.8) [11], as respetivas frequências de ressonância ( $\omega_n$ ) e as formas modais correspondentes (coordenadas da função  $W_n(x)$ ) são determinadas pelas Equações

3.1 a 3.2 [12]. Em que o termo  $\beta_n$  está associado ao respetivo modo  $n$  e satisfaz a relação representada na Equação 3.3.

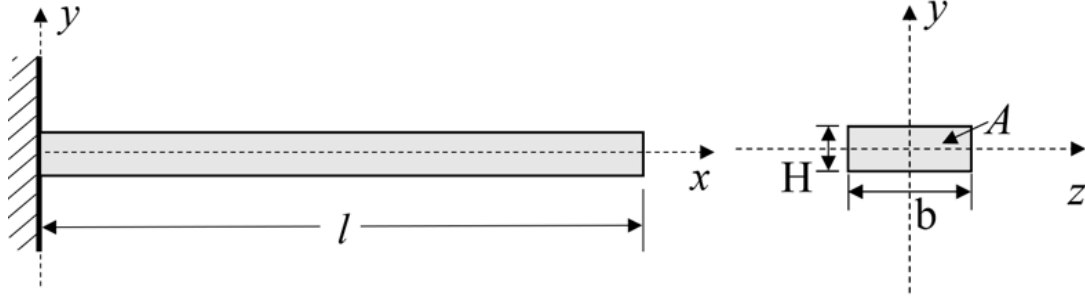


Figura 3.8 - Viga fixa numa configuração encastrada.

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A l^4}} \quad (3.1)$$

$$W_n(x) = (\cos\beta_n x - \cosh\beta_n x) - \frac{\cos\beta_n l + \cosh\beta_n l}{\sin\beta_n l + \sinh\beta_n l} (\sin\beta_n x - \sinh\beta_n x) \quad (3.2)$$

$$\cos\beta_n l \cosh\beta_n l + 1 = 0 \quad (3.3)$$

Da Equação 3.3, obtém-se os valores  $\beta_1 l = 1,875$ ,  $\beta_2 l = 4,694$ ,  $\beta_3 l = 7,855$ , e para os modos  $n > 3$ , os valores de  $\beta_n l$  são representados pela Equação 3.4.

$$\beta_n l = (n - 0,5)\pi \quad (3.4)$$

Para o caso de uma viga encastrada de secção retangular de espessura  $H$ , a reordenação da Equação 3.1. conduz à Equação 3.5 que permite o cálculo do Módulo de Elasticidade em conformidade com a norma ASTM E756-05. Nesta relação, a constante  $C_n$  representa a constante adimensional associada ao modo de flexão do modo  $n$  que se relaciona com o termo  $\beta_n l$  pela Equação 3.6.

$$E = \frac{12\rho l^4 f_n^2}{H^2 C_n^2} \quad (3.5)$$

$$C_n = \frac{(\beta_n l)^2}{2\pi} \quad (3.6)$$

Da Equação 3.6, obtêm-se os valores  $C_1 = 0,560$ ,  $C_2 = 3,507$ ,  $C_3 = 9,819$ , e para os modos  $n > 3$ , os valores de  $\beta_n l$  são representados pela Equação 3.7.

$$C_n = (n - 0,5)^2 \frac{\pi}{2} \quad (3.7)$$

### 3.3.2. Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem experimental

A Figura 3.9 representa as funções de resposta em frequência (FRF) correspondentes aos 10 pontos monitorizados em amostras orientadas no sentido da trama. Recorrendo a estes resultados, foram identificados os modos de vibração transversais  $n = 2$  a  $5$  aos quais foram acrescentados os resultados das amostras testadas no sentido da teia na Tabela 3.1. É essencial referir que não foi possível identificar o primeiro modo de vibração devido ao limite inferior de frequência do altifalante (40Hz).

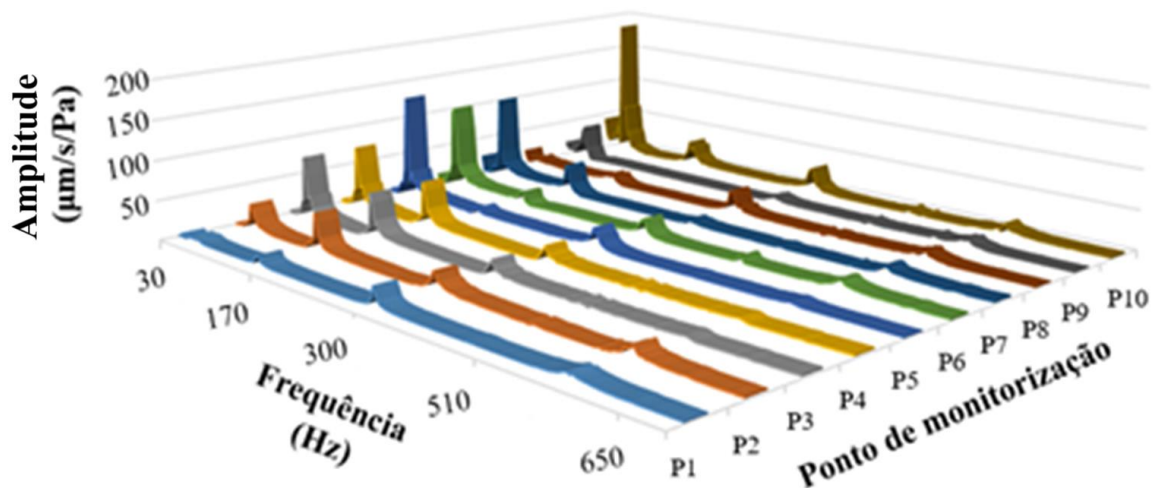
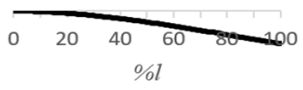
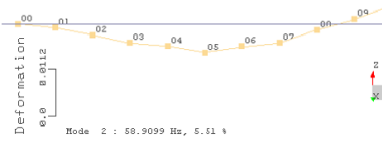
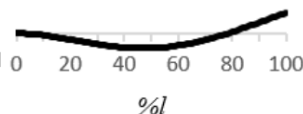
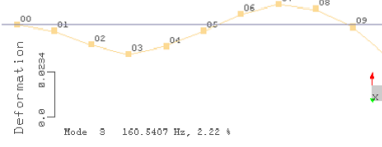
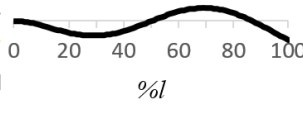
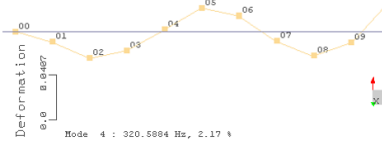
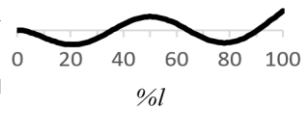
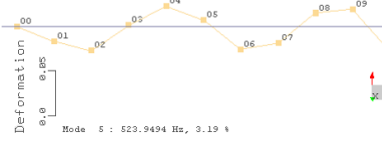
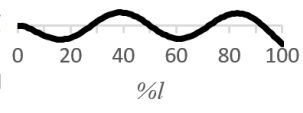


Figura 3.9 - FRF nos pontos de monitorização da viga encastrada no sentido da trama.

**Tabela 3.1** - Resumo de análise modal com amostra encastrada: frequências e formas.

$\omega$  – Frequência natural

Modo	Trama (Hz)	Teia (Hz)	Resultado Experimental	Forma Analítica
1		-	N.A.	
2	59±2	65±2		
3	161±3	181±3		
4	321±4	363±4		
5	524±4	595±4.9		

Para a determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico foram analisadas as FRF das amostras testadas. Os resultados gerais deste processo são representadas nas Figuras 3.10 e 3.11, respetivamente, para a direção da trama e teia.

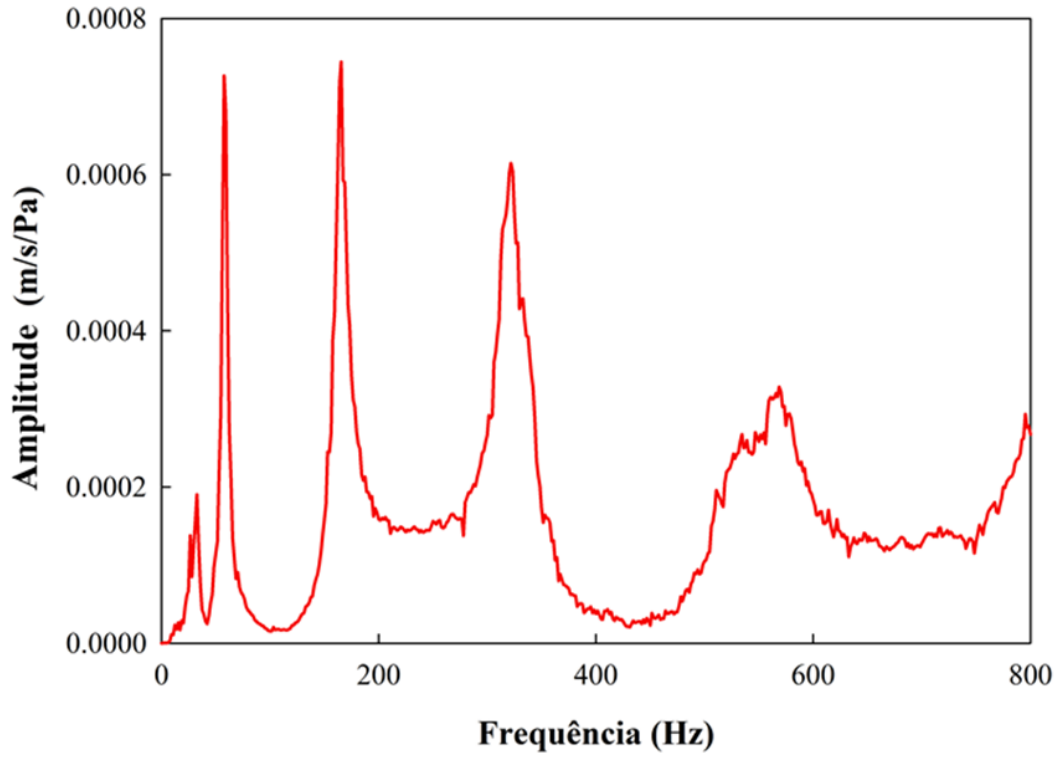


Figura 3.10 - FRF das amostras encastradas no sentido da trama.

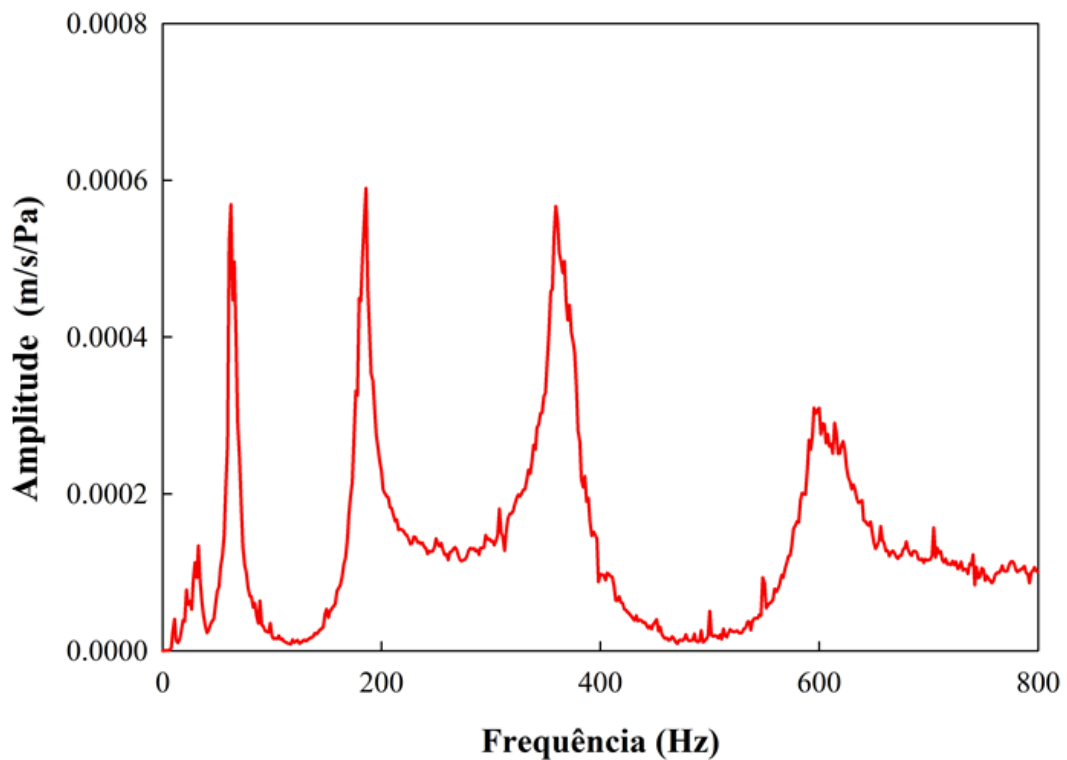


Figura 3.11 - FRF das amostras encastradas no sentido da teia.

Com base nas funções representadas nas Figuras 3.10 e 3.11, foram determinados os valores Módulos de Elasticidade Dinâmico para os modos próprios excitados. Os valores médios desta constante para as duas direções testadas são representados no Tabela 3.2.

**Tabela 3.2** - Resumo dos valores de análise modal com amostra encastrada: frequências e formas.

Modo	Módulo de Elasticidade Dinâmico (MPa)	
	Trama	Teia
	2	0.78±0.03
3	0.81±0.02	1.03±0.03
4	0.82±0.05	1.04±0.03
5	0.87±0.06	1.06±0.04

### 3.3.3. Determinação do Módulo de Elasticidade Dinâmico do material – Abordagem numérica

Na Tabela 3.3 são comparados os resultados das simulações numéricas, relativamente às frequências de ressonância determinadas experimentalmente, para as direções da trama e teia. De acordo com os resultados apresentados na Tabela 3.3, é possível verificar que as rotinas numéricas apresentadas revelam desvios relativamente reduzidos em relação dos resultados experimentais em termos de frequência de ressonância dos modos excitados.

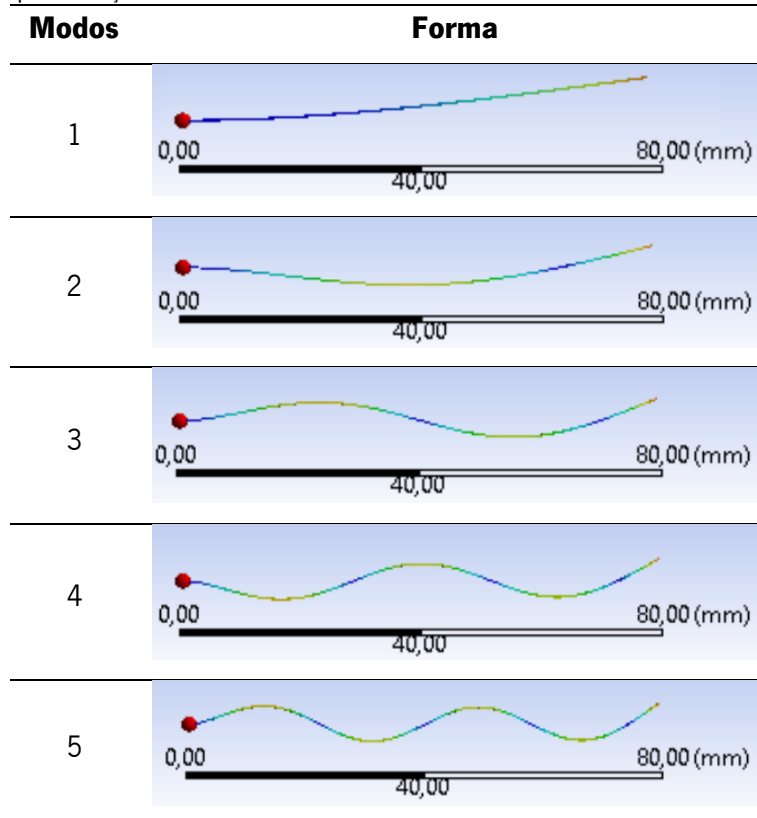
**Tabela 3.3** - Comparação das frequências de ressonância numéricas e desvios relativos aos resultados experimentais.

Modo	Trama		Teia	
	$\omega_n$ (Hz)	$\Delta$ (%)	$\omega_n$ (Hz)	$\Delta$ (%)
1	9.4	N.A.	10.2	N.A.
2	58.8	0,4	64.7	0.6
3	164.8	-3,0	182.7	-0.8
4	336.2	-0,8	368.3	-1.5
5	536.2	-2,3	605.2	-1.8

Na Tabela 3.4 são representadas as formas dos modos próprios determinadas numericamente para as direções da trama e teia. Comparando estes resultados com as formas obtidas experimentalmente

(Tabela 3.1), é possível observar que estas podem ser perfeitamente correlacionadas com os resultados experimentais nos modos 2 a 5. Adicionalmente, a forma do primeiro modo determinada pelos resultados numéricos, pode ser correlacionada com aquela prevista pelo modelo analítico da Tabela 3.1.

**Tabela 3.4** - Representação das formas associadas aos modos resultantes das simulações numéricas.



Em geral, os resultados obtidos através da análise modal experimental apresentaram uma elevada compatibilidade com o modelo dinâmico das rotinas numéricas. Essa correlação é observada pela relação das formas modais obtidas e das frequências de ressonância onde a diferença máxima observada é de 3%. Desta forma, confirma-se a viabilidade do uso da excitação acústica para a realização de análise modal, principalmente em casos onde as estruturas em análise são leves e com baixa rigidez. Esta técnica, ao ser validada, surge como uma técnica preferencial relativamente ao uso de métodos de excitação mecânica que se utilizam de shakers ou martelos de impacto.



### 3.3.4. Análise modal do papiro – Abordagem experimental vs numérica

A Figura 3.12 apresenta os espectros médios das FRF experimentais de uma amostra nos diversos (24) pontos de medição. Recorrendo a esta análise é possível determinar o comportamento dinâmico geral das amostras na forma correspondente aquela em que o papiro é assemblado no papirofone.

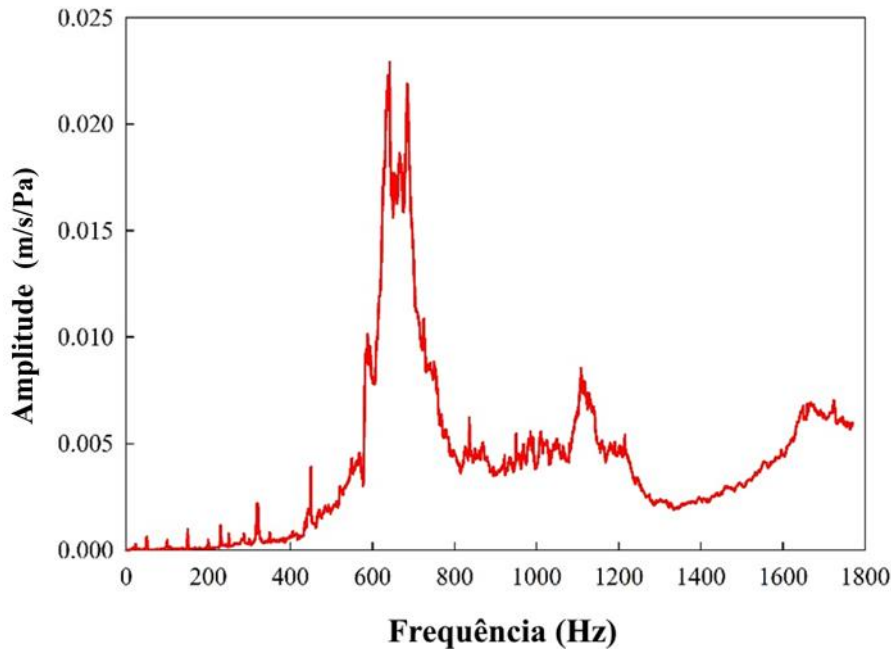


Figura 3.12 - FRF do papiro nos diversos pontos monitorizados.

Recorrendo a esta análise, é possível determinar as frequências de ressonância do papiro nesta configuração. Da mesma forma, e considerando as rotinas numéricas descritas na secção 3.2.5, estas grandezas foram também determinadas. Uma compilação destes resultados, e a conseqüente comparação, são apresentados na Tabela 3.5. Ao comparar estas frequências, verifica-se que a diferença máxima é observada na primeira frequência natural, cuja variação corresponde a 7%.

Tabela 3.5 - Comparação entre as frequências de ressonância determinadas pelo método experimental e numérico.

Modo	$\omega$ - Frequência de Ressonância (Hz)		Diferença $\Delta$ (%)
	Experimental	Numérico	
	1	635±3	683.2
2	675±3	710.0	5.3%
3	1118±14	1047.0	-6.4%
4	1664±21	1656.2	-0.1%

Na Tabela 3.6 são representadas as formas dos modos de ressonância determinadas pelas abordagens experimental e numérica. Em função destes resultados, é determinado que as formas previstas pelas rotinas numéricas são correspondentes às monitorizadas nos ensaios experimentais.

**Tabela 3.6** - Comparação entre as formas dos modos de ressonância determinadas pelo método experimental e numérico.

Modo	Resultado Experimental	Resultado Numérico
1	<p>Deformation e.e 0.698 Mode 2 : 635.4146 Hz, 2.95 %</p>	
2	<p>Deformation e.e 1.57 Mode 3 : 674.5097 Hz, 3.18 %</p>	
3	<p>Deformation e.e 0.345 Mode 4 : 1118.1801 Hz, 2.33 %</p>	
4	<p>Deformation e.e 0.691 Mode 5 : 1664.0925 Hz, 3.16 %</p>	

Para verificar o grau de consistência entre as formas modais obtidas experimentalmente e as formas modais obtidas a partir do modelo numérico, utilizou-se o critério de confiança modal MAC (Modal Assurance Criterion) [13], que consiste em um indicador escalar, que varia entre 0 e 1, e permite avaliar o desvio médio quadrático entre vetores próprios. Os valores da matriz dos valores MAC são calculados recorrendo à Equação 3.8 [13], onde  $\phi_{R_i}$  corresponde ao  $i$ ésimo modo de vibração de referência e  $\phi_{N_j}$   $j$ ésimo modo de vibração numérico.

$$MAC(i, j) = \frac{(\phi_{R_i}^T \cdot \phi_{N_j})^2}{(\phi_{R_i}^T \cdot \phi_{R_j}) \cdot (\phi_{N_i}^T \cdot \phi_{N_j})} \quad (3.8)$$

Quanto ao significado dos valores determinados pela Equação 3.8, resultados próximos de zero indicam uma baixa correlação enquanto valores próximos de 1 indicam uma correlação elevada. De acordo com [14] valores MAC acima de 0.8 indicam uma boa correlação, enquanto valores inferiores a 0.2 indicam uma correlação muito fraca. Uma boa correlação entre os modos aproxima a diagonal da matriz MAC da unidade, e os valores fora da diagonal do valor zero. A matriz MAC calculada a partir dos modos obtidos experimentalmente e modos obtidos numericamente é apresentada na Figura 3.13.

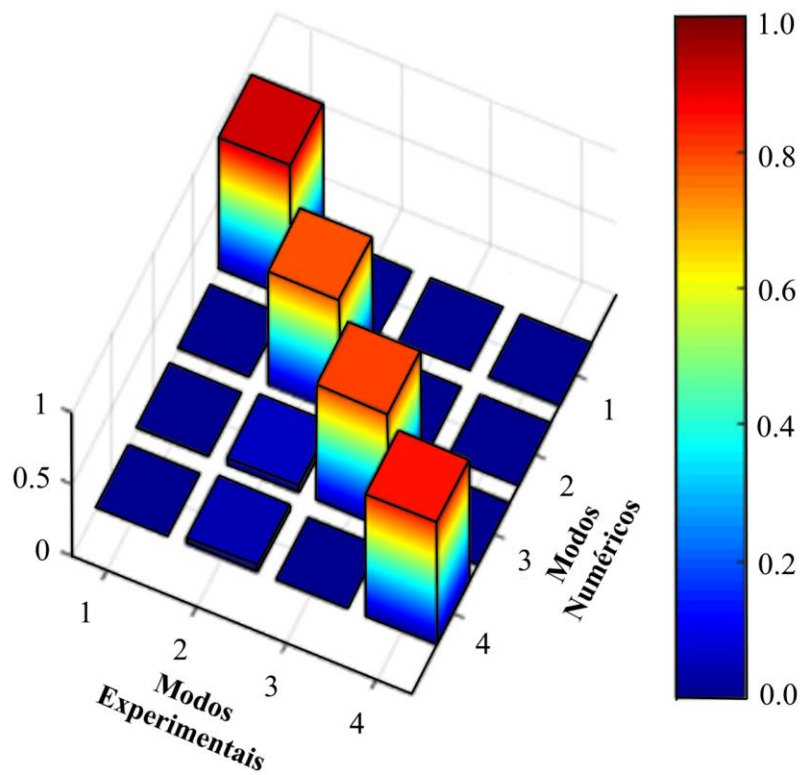


Figura 3.13 - Representação gráfica da matriz MAC.

De acordo com estes resultados, verifica-se que os valores de correlação são elevados (0.79 a 0.92), validando a comparação entre as abordagens experimental e numérica.

### 3.4. Conclusões

Neste capítulo é executada uma análise integrada ao comportamento dinâmico do papiro, a superfície radiadora utilizada no papirofone. Para este efeito, o papiro é caracterizado numa forma de viga encastrada e também em uma forma semicircular que define a sua forma de aplicação no papirofone.

Em geral, os resultados mostram que o material que compõe o papiro apresenta uma ligeira ortotropia, pela apresentação de Módulos de Elasticidade Dinâmicos distintos nas direções da trama e da teia. Esta diferença, contudo, não implica uma diferença significativa no Módulo médio das amostras.

Os meios experimentais foram complementados com simulações numéricas para detalhar o comportamento dinâmico do papiro nas configurações testadas. Em geral, verifica-se que a abordagem numérica é válida para determinar o comportamento dinâmico neste tipo de amostras, já que apresenta desvios reduzidos em relação aos resultados da abordagem experimental.

Considerando este método, pode observar-se pela correlação dos valores obtidos da matriz MAC que existe uma boa relação linear entre as formas modais. Os valores das frequências apresentaram diferenças que podem estar associadas a pequenas diferenças geométricas entre o modelo virtual e a estrutura física real, como também a diferenças nas condições de fronteira.

Desta forma, o método desenvolvido pode partir-se para uma análise mais aprofundada pela análise conjunta de tubos (isolada no Capítulo 2) e do papiro (detalhada neste capítulo).

### 3.5. Referências do capítulo

- [1] S.R. Bistafa, *Acústica aplicada ao controle do ruído*, Editora Blucher, 2018.
- [2] T.D. Rossing, *Science of percussion instruments*, World Scientific, 2001.
- [3] J. Bretos, C. Santamaría, J. Alonso Moral, Finite element analysis and experimental measurements of natural eigenmodes and random responses of wooden bars used in musical instruments, *Applied Acoustics*. 56 (1999) 141–156.
- [4] Y.M. Amraoui, N.A.J. Lieven, Noncontacting Excitation and Measurement of Light Structures, *Journal of Vibration and Acoustics*. 125 (2003) 114–119.
- [5] S. Rao, *Vibrações Mecânicas*, Pearson, 2009.
- [6] B. Chomette, J.-L. Le Carrou, Operational modal analysis applied to the concert harp, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 56–57 (2015) 81–91.
- [7] F. Lafleur, M. Thomas, F. Laville, Modal analysis of structures using acoustical excitation, *INTERNOISE 2000*, 2000.
- [8] J. Wu, F.A. Moslehy, On modal testing using speaker for excitation, *IMAC-XIII proceedings*, 7 (1995) pp. 24-29.
- [9] Y.F. Xu, W.D. Zhu, Operational modal analysis of a rectangular plate using non-contact excitation and measurement, *Journal of Sound and Vibration*. 332 (2013) 4927–4939.
- [10] M. Sathiyaraju, T. Ramesh, Modal Analysis of Microcantilever using Vibration Speaker, *Proceedings of the 2016 COMSOL* (2016).
- [11] O.A. Bauchau, J.I. Craig, Euler-Bernoulli beam theory, in: O.A. Bauchau, J.I. Craig (Eds.), *Structural Analysis*, Springer Netherlands, Dordrecht, 2009: pp. 173–221.
- [12] S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Wiley Online Library, 2007.
- [13] R.J. Allemang, The Modal Assurance Criterion, *Sound & vibration*, 1 (2003) 14–21.
- [14] D.J. Ewins, Model validation : Correlation for updating, *Sadhana*, 25 (2000) 221–234.

## **Capítulo 4**

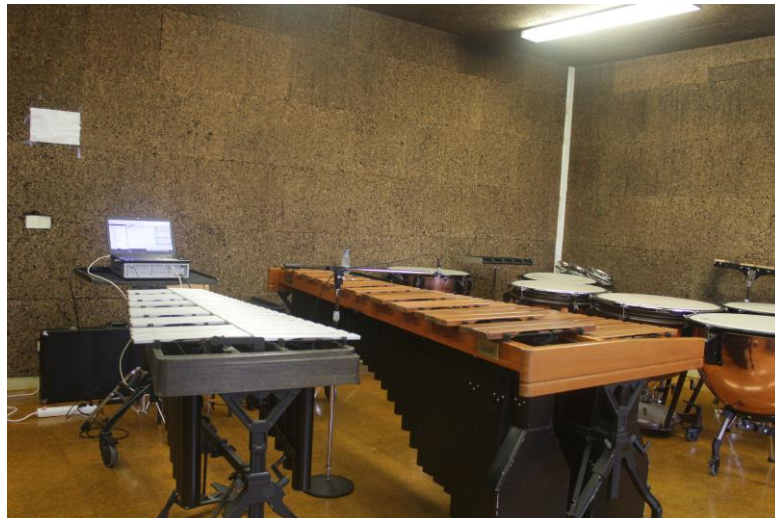
### Comportamento dinâmico do sistema tubo de alumínio acoplado à superfície radiadora

#### **4.1. Introdução**

O amortecimento nos instrumentos musicais ocorre por diversos mecanismos, em torno dos materiais e estruturas intrínsecos aos próprios instrumentos, tal qual outros sistemas vibratórios mecânicos [1]. No contexto musical, este efeito ocorre frequentemente pela introdução propositada de amortecimento por parte do instrumentista ao tocar um instrumento musical como forma de controlar a duração do som. Neste processo, é alterada a intensidade sonora ou variado o timbre dentro das possibilidades de cada instrumento [2]. A título de exemplo, podem citar-se o uso de sistemas de amortecedores acionados por pedais em pianos e vibrafones [3]; o controlo da pressão dos dedos sobre as cordas em instrumentos como guitarras e demais cordofones; e, no estudo em questão, o uso da superfície irradiadora no papirofone (i.e. papiro) que introduz uma considerável contribuição sobre o amortecimento.

Nos teclados de percussão, correspondentes aos instrumentos mais relacionados com este trabalho como a marimba (Figura 4.1) as lâminas que constituem as notas musicais são confeccionadas normalmente com madeira [4]. Desta forma, o amortecimento introduzido pelo material torna o som desses instrumentos com duração muito menor que o vibrafone (Figura 4.1), no qual as teclas são confeccionadas com alumínio e obviamente apresentam um fator de amortecimento reduzido [5]. Tendo em conta este baixo amortecimento, o instrumentista tem acesso a um pedal de controlo do amortecimento que reduz a duração da nota.

Os instrumentos representados nas Figura 4.1 utilizam ressoadores, na sua maioria na forma de tubos cilíndricos com um extremidade aberta e a outra fechada. A coluna de ar no interior do tubo apresenta modos próprios de vibração que surgem devido à formação de ondas estacionárias [6]. Os ressoadores são projetados para operar em ressonância com a frequência fundamental da lâmina associada e assim enfatizar o som do modo vibratório correspondente à fundamental [3].



**Figura 4.1** – idiofones de lâmina: marimba e vibrafone

De acordo com dados publicados por Fletcher e Rossing [3] em testes realizados com lâminas típicas de marimba confeccionadas com a madeira de denominação pau-rosa, referente a nota musical E3 (Mi) obteve-se para uma queda de 60 dB com o uso de ressonador um tempo de 1.5 s, e sem o uso de ressonador um tempo de 3.2 s.

No instrumento em estudo, este fenómeno de amortecimento está relacionado com a superfície radiadora, o papiro e o seu acoplamento ao tubo de alumínio. Assim, neste capítulo é apresentado o estudo relativo ao comportamento dinâmico do tubo de alumínio acoplado à superfície radiadora, o papiro. Para este efeito, foi realizada análise modal experimental e numérica do sistema constituído por um tubo de alumínio (no registo C4) acoplado ao papiro, conforme a disposição no instrumento musical do papirofone.

A relevância deste estudo prende-se com a compreensão do comportamento dinâmico deste sistema envolvendo o acoplamento entre o tubo e a superfície radiadora. Na abordagem experimental são correlacionados os efeitos de vibração estrutural do tubo, detalhado de forma isolada no Capítulo 2, e do papiro, analisado de forma isolada no Capítulo 3. Através da abordagem numérica pretende ampliar-se as possibilidades de estudo do comportamento dinâmico do sistema acoplado do tubo e papiro.

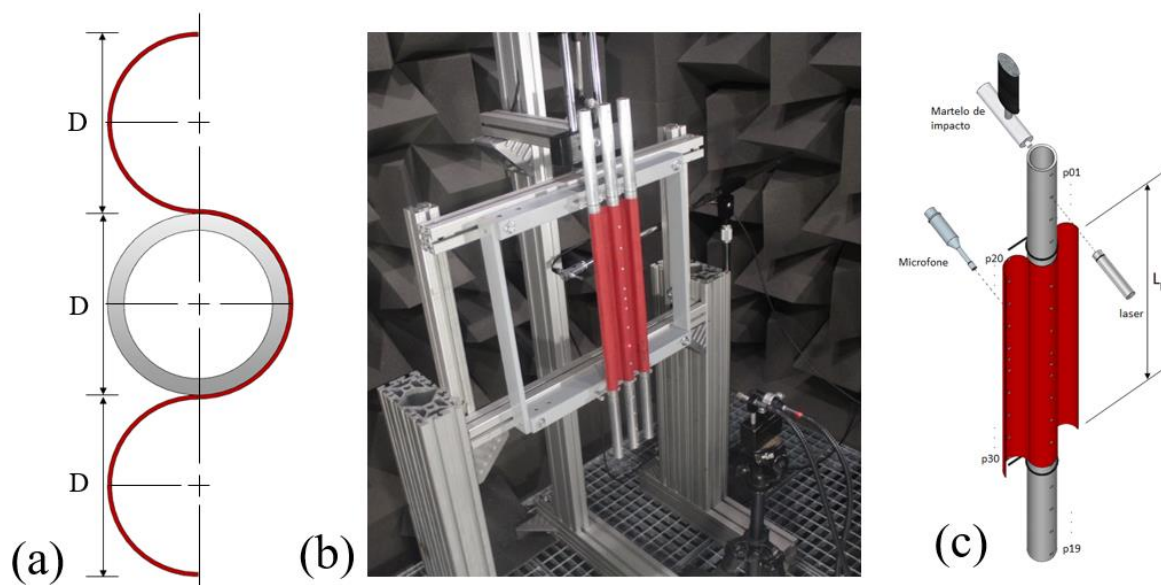
Este estudo é também realizado por um conjunto de ensaios de vibração para realização de análise modal da estrutura composta por um tubo de alumínio acoplado à superfície radiadora e determinar a influência do acoplamento entre o tubo e o papiro.

## 4.2. Metodologia

O estudo das propriedades dinâmicas do sistema com o tubo acoplado à superfície radiadora, onde o papiro é unido ao tubo isolado para formar uma configuração equivalente à instalada no instrumento em estudo (i.e. papirofone). Desta forma, nas secções seguintes são detalhados os métodos experimentais e numéricos para efetuar estes estudos.

### 4.2.1. Materiais e amostras

A Figura 4.2 detalha o conjunto em estudo, composto por tubos de alumínio (AA6060) otimizados para o registo C4 (261.63 Hz, ver Capítulo 2) acoplados a uma membrana de papiro (0.32 mm de espessura) estudada no Capítulo 3. Recorde-se que o diâmetro ( $D$ , ver Tabela 2.3) deste tipo de tubos é 22 mm, sendo esta relação mantida para o papiro de acordo com a Figura 4.2 (a). Desta forma, os tubos são também fixos nos seus pontos nodais, sendo o papiro com um comprimento de 360 mm fixo aos tubos através de adesivo epóxi, resultando em amostras como as representadas na Figura 4.2 (b). As extremidades do papiro são também fixas, usando adesivo epóxi, a dois cilindros maciços de aço inox ( $D=22$  mm e  $l=699$  mm) e restringidos no seu comprimento, garantindo que não existem interferências no sistema nestas fronteiras.



**Figura 4.2** - Detalhe de amostras: (a) acoplamento; (b); aparato experimental; e (c) esquema de instrumentação.

#### **4.2.2. Análise Modal - Abordagem experimental**

De acordo com as Figuras 4.2 (b) e (c), as amostras foram excitadas com recurso a um martelo de impacto (PCB Modally Tuned), sendo este suportado por uma estrutura de apoio que permite apenas um impacto para eliminar erros humanos na excitação do sistema. A velocidade das deformações decorrentes no sistema foram monitorizadas em pontos (40 mm) ao longo das linhas centrais do tubo (19 pontos) e no papiro (11 pontos), conforme a Figura 4.2 (c). Desta forma, os pontos monitorizados são capazes de captar a velocidade de deslocamento em áreas afetas ao acoplamento papiro-tubo e às extremidades do tubo. Para a medição destas velocidades foi utilizado um vibrómetro laser Dópler (POLYTEC OFV-5000) numa gama de frequências de 100 a 3500 Hz. Estes dados foram gravados com recurso a um analisador espectral (LMS Scadas). Todos estes dados foram interpretados no software LMSXpress V10, onde foi executada a transformação de uma resposta em tempo para funções de resposta em frequência (FRF). No total, foram testadas cinco amostras para obter uma boa dispersão dos resultados. Para evitar adulteração dos dados por estímulos exteriores ao ensaio, estes foram realizados no interior de uma câmara anecoica com temperatura e humidade na gama de, respetivamente 18°C-22°C e 50-55%.

#### **4.2.3. Análise Modal - Abordagem numérica**

A análise modal do sistema foi detalhada pela execução de simulações numéricas com recurso ao módulo Modal do software Ansys 17.0. A estrutura, representada na Figura 4.3, foi modelada com recurso ao Design Modeler do mesmo software, sendo composto por dois corpos que representam o tubo e o papiro. As propriedades dos dois materiais foram estabelecidas de acordo com as propriedades já atribuídas ao tubo no Capítulo 2 (ver Tabela 2.3) e ao papiro no Capítulo 3 (ver Secção 3.2.3 e 3.2.5). A malha geral utilizada neste estudo pode ser visualizada na Figura 4.3 (b).

A malha gerada automaticamente pelo software apresenta uma configuração irregular em termos de dimensão e parâmetro de malha, conforme representado na Figura 4.4 (a). Desta forma, foram utilizadas as ferramentas de refinamento *multizone* e *edge sizing*, conforme especificado na secção 2.3.2 para o tubo e na secção 3.2.5 para o papiro. O tubo de alumínio foi modelado recorrendo a elementos finitos sólidos usando elementos SOLID185, enquanto o papiro foi modelado como uma casca com elementos SHELL181.



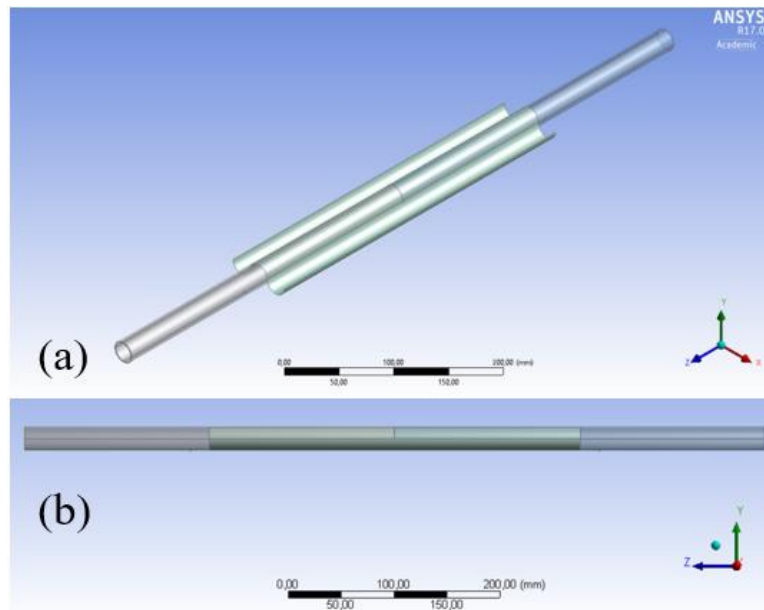


Figura 4.3 - Modelo do sistema com acoplamento entre tubo e papiro: (a) vista isométrica e; (b) alçado lateral.

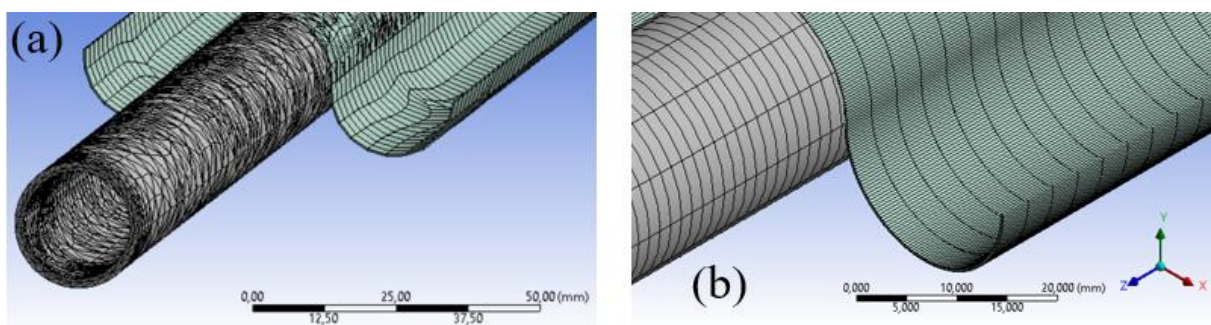


Figura 4.4 - Detalhe da malha no modelo: (a) automática; e (b) otimizada.

Em termos de condições de fronteira, o contacto entre estes corpos foi estabelecido como fixo (*banded*). O papiro foi fixo em todos os eixos nos seus extremos, conforme especificado na Figura 4.5.

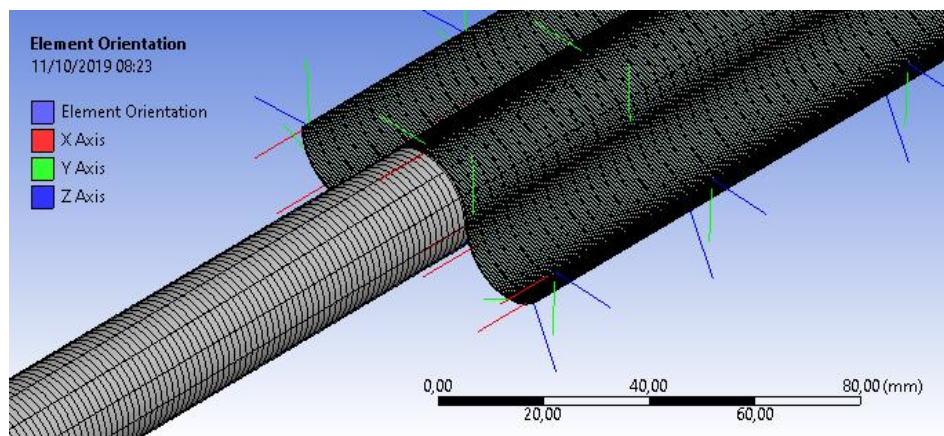


Figura 4.5 - Detalhe de malha e localização da fixação do sistema.

### 4.3. Resultados e Discussão

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados decorrentes das abordagens experimental e numérica para a análise do impacto do acoplamento do papiro no comportamento dinâmico do sistema.

#### 4.3.1. Abordagem experimental vs numérica

Na Figura 4.6 é representada a função de resposta em frequência (FRF) média das amostras testadas nos sistemas correspondentes a um tubo acoplado ao papiro nos pontos globais monitorizados.

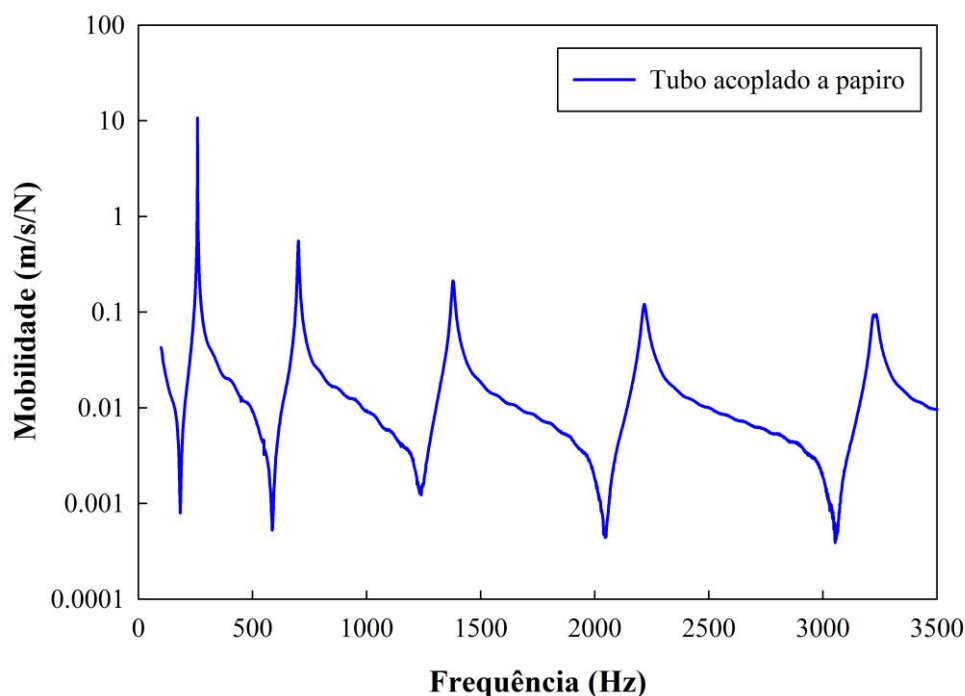
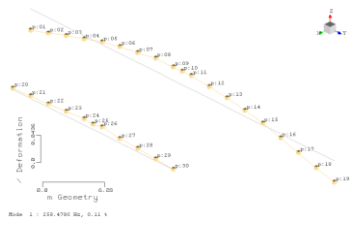
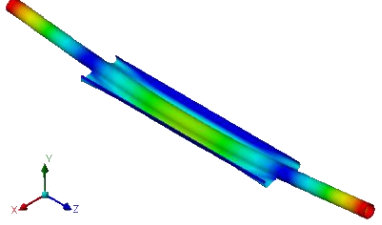
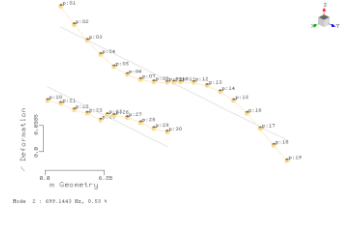
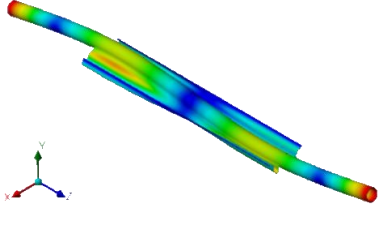
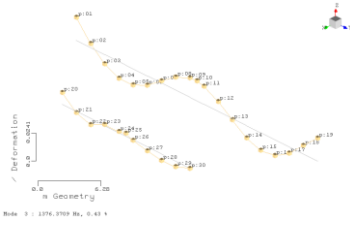
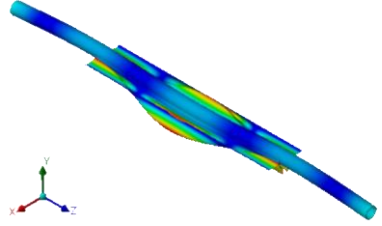
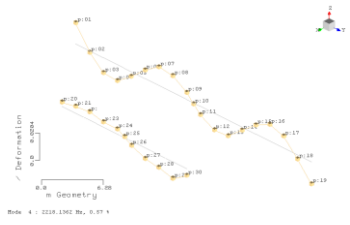
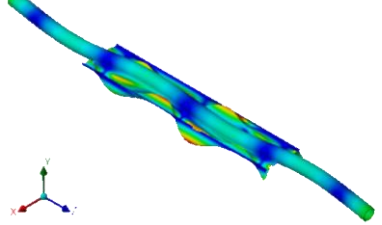
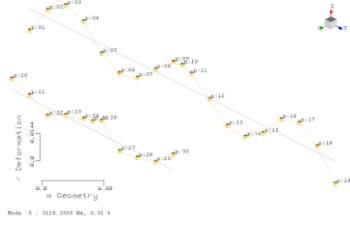
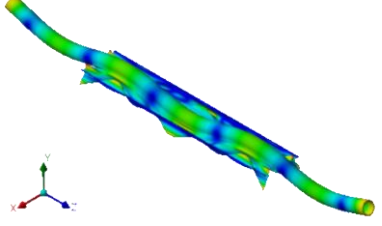


Figura 4.6 - FRF do sistema com tubo acoplado a papiro.

Com base nos resultados da Figura 4.6, foram determinadas as frequências de ressonância experimentais, que foram associadas às formas dos modos correspondentes na Tabela 4.1. A esta análise, foram compiladas as frequências de ressonância e forma dos modos determinados na abordagem numérica (Tabela 4.1).

Com o intuito de se comparar as frequências de ressonância nos diversos modos, a Tabela 4.2 apresenta esses valores obtidos nas duas abordagens, i.e. experimental e numérica. Observa-se uma boa correspondência em termos de frequências, sendo observados desvios máximos na ordem de 1.1%.

**Tabela 4.1** - Frequência e formas dos modos no sistema de tubo acoplado ao papiro nas abordagens experimental e numérica.

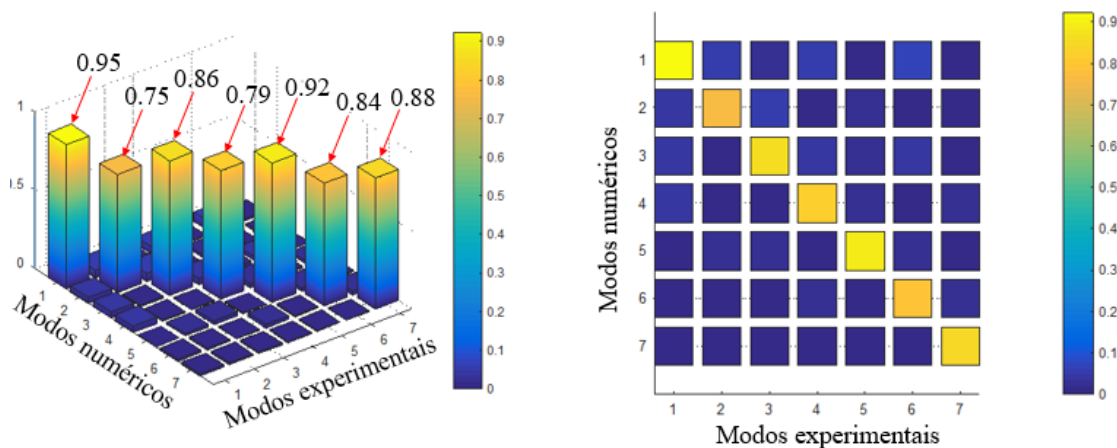
Modo	Experimental		Numérico	
	$\omega$ (Hz)	Forma	$\omega$ (Hz)	Forma
1	258±1		261	
2	699±3		707	
3	1376±4		1387	
4	2218±7		2206	
5	3225±9		3205	



**Tabela 4.2** - Comparação entre os valores de frequência de ressonância obtidos experimentalmente e por simulação numérica

	<b>Modo1</b>	<b>Modo2</b>	<b>Modo 3</b>	<b>Modo 4</b>	<b>Modo 5</b>
Experimental (Hz)	258	699	1376	2218	3225
Númérico (Hz)	261	707	1387	2206	3205
Diferença (%)	-1.2	-1.1	-0.8	0.5	0.6

Foi também realizada uma análise segundo o critério de MAC (Equação 3.8), para analisar a correlação entre as abordagens experimental e numérica dos modos de vibração, sendo definido pelos resultados apresentados na Figura 4.7 que valores apresentados na diagonal da matriz MAC que há boa correlação entre as formas modais obtidas experimentalmente e as formas modais obtidas através da abordagem numérica.



**Figura 4.7** - Análise segundo o critério MAC para comparação entre as abordagens experimental e numérica.

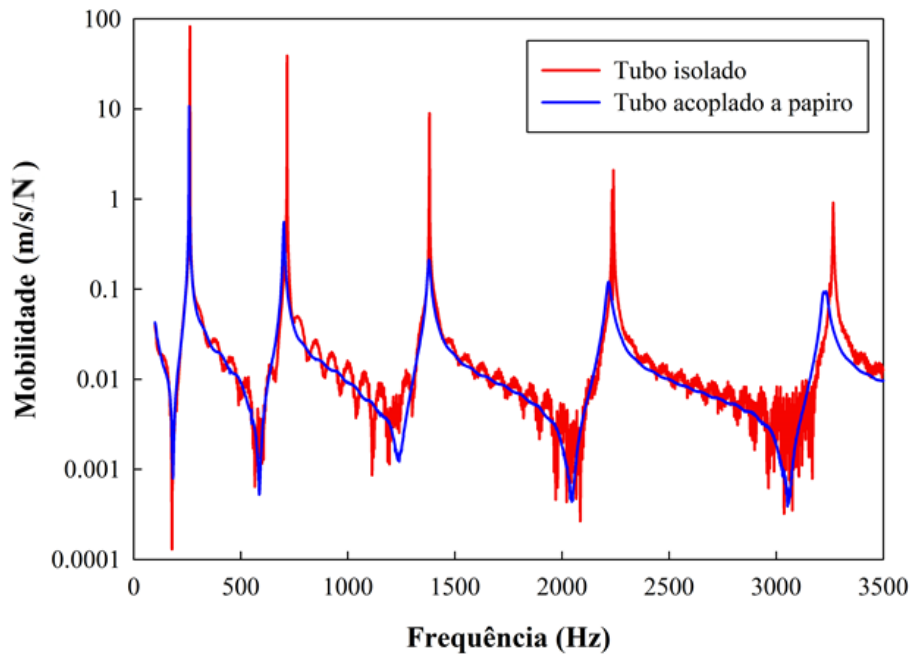
#### 4.3.2. Sobre a Percepção da altura da nota musical no sistema acoplado ao papiro

Para avaliar as alterações no comportamento dinâmico do sistema pela introdução da superfície radiadora (i.e. papiro), na Figura 4.8 são representadas as funções de resposta em frequência (FRF) médias das amostras testadas nos sistemas correspondentes a um tubo isolado (Capítulo 2) e do sistema com o papiro acoplado nos pontos globais monitorizados.

Pela análise da Figura 4.8, pode observar-se que há uma atenuação acentuada da amplitude dos picos quando o sistema é acoplado à superfície radiadora. Pode-se destacar que isto é verificado em todos os modos monitorizados, assim, este fenómeno afeta de forma significativa o timbre e a percepção da altura da nota musical associada (i.e. *pitch*) do tubo e, conseqüentemente.

Para destacar as relações entre amplitudes nos dois sistemas, foram construídas as Tabelas 4.3 e 4.4, onde estes valores são expressos na sua forma normalizadas em relação ao primeiro modo, onde se identifica uma diminuição da frequência de ressonância do sistema com papiro acoplado. Este efeito pode ser associado à variação da massa modal do sistema ( $\Delta M$ ), em relação ao aumento de rigidez pouco significativo ( $\Delta K \sim 0$ ) e tendo em conta a influência destes factos nas frequências próprias ( $\Delta \omega_n$ , Equação 4.1) [7].

$$\Delta \omega_n = \sqrt{\frac{\Delta K}{\Delta M}} \quad (4.1)$$



**Figura 4.8** – FRF dos sistemas com tubo isolado e tubo acoplado a papiro.

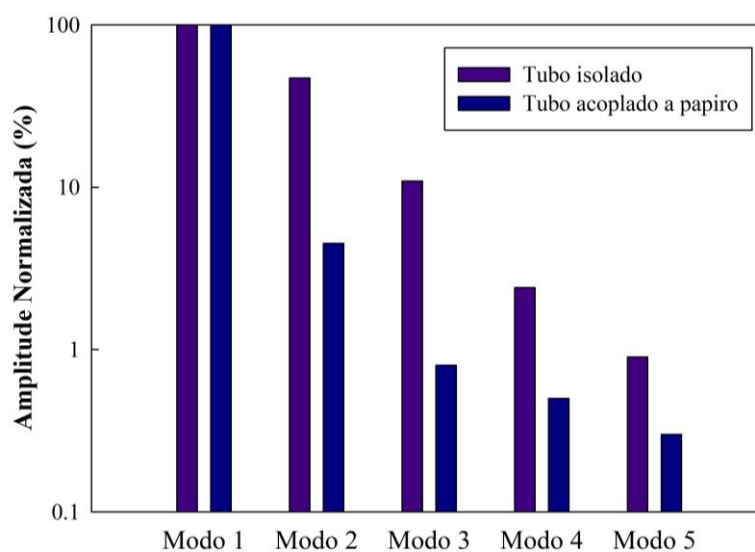
**Tabela 4.3** – Amplitude normalizada no sistema com tubo isolado.

	<b>Modo 1</b>	<b>Modo 2</b>	<b>Modo 3</b>	<b>Modo 4</b>	<b>Modo 5</b>
$\omega$ (Hz)	262	714	1372	2231	3259
Amplitude normalizada (%)	100.0	47.0	10.9	2.4	0.9

**Tabela 4.4** – Amplitude normalizada no sistema com tubo acoplado a papiro.

	<b>Modo 1</b>	<b>Modo 2</b>	<b>Modo 3</b>	<b>Modo 4</b>	<b>Modo 5</b>
$\omega$ (Hz)	259	695	1376	2212	3216
Amplitude normalizada (%)	100.0	4.5	0.8	0.5	0.3

Na Figura 4.9 são representados a amplitude relativa nos dois sistemas, onde é verificado que o sistema em que o tubo é acoplado à superfície irradiadora tem os seus modos (2 a 5) claramente amortecidos em relação ao primeiro modo.



**Figura 4.9** – Amplitude normalizada dos sistemas testados.

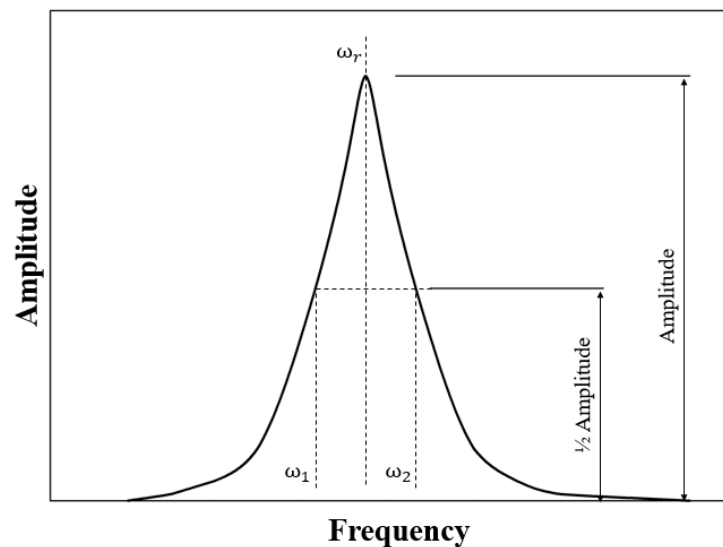
Se para a generalidade das estruturas mecânicas, as vibrações são frequentemente indesejáveis, no âmbito dos instrumentos musicais as vibrações constituem o combustível que alimenta o som. Da mesma forma, na maioria dos instrumentos musicais a excitação não é permanente e corresponde a um estímulo que varia no tempo. Assim, quando uma estrutura de um instrumento musical vibra, parte da energia introduzida pela excitação é dissipada através do amortecimento do sistema [8]. O amortecimento constitui o fenómeno através do qual ocorre essa dissipação de energia mecânica [9].

As principais formas de dissipação de energia em sistemas vibratórios têm diferentes origens, como as ocasionadas pelo atrito interno do material (i.e. histerético) [10], as promovidas pelo atrito entre juntas nos componentes do sistema (i.e. Coulomb) [11], e devido ao arrasto em meios fluidos [8,12].

Na avaliação deste fenómeno podem ser utilizados diversos parâmetros como os fatores de amortecimento ( $\xi$ ), perda ( $\eta$ ), qualidade ( $Q$ ), desfasamento ( $\delta$ ), entre outros [13]. Dentro dos métodos utilizados para avaliar o amortecimento a partir de métodos experimentais, o mais comum é o

uso do método de largura de banda a meia potência [14]. Este método é utilizado neste estudo devido à sua adequação em casos onde não ocorre interferência modal, ou seja, quando existe um espaçamento bem definido entre as frequências de ressonância. A partir da função de resposta em frequência, este método monitoriza os intervalos nos pontos de meia potência ( $\omega_1$  e  $\omega_2$ ) em relação à frequência de um pico de ressonância ( $\omega_r$ ) conforme a Equação 4.2 [15] e o exemplo Figura 4.10.

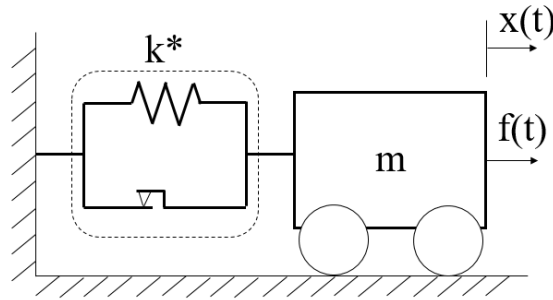
$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_r} \quad (4.2)$$



**Figura 4.10** – Representação gráfica do método de largura de banda a meia potência.

Este método é indicado na norma ASTM E756 – *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials* [16], sendo a influência deste método avaliada através da expressão que define a resposta de um sistema de primeira ordem. Assim, considerando um sistema do tipo massa mola com o amortecimento do material (Figura 4.11), utiliza-se o modelo de amortecimento que se baseia na sua própria histerese. Este deriva do seu comportamento quando submetido a ciclos de carga de tensão extensão. O amortecimento histerético é também designado como amortecimento sólido ou estrutural. A força de amortecimento histerético pode ser apresentada pela Equação 4.3, onde  $F_{am}$  é a força e  $c_h$  é o coeficiente de amortecimento histerético.

$$F_{am} = \frac{c_h}{\omega} \dot{x}(t) \quad (4.3)$$



**Figura 4.11** - Sistema massa mola com amortecimento histerético.

Desta forma, é possível escrever a equação de movimento na forma da Equação 4.4.

$$m\ddot{x}(t) + \frac{c_h}{\omega} \dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (4.4)$$

Esta relação pode ser transformada na forma da Equação 4.5.

$$[-\omega^2 m + (ic_h + k)]X = F \quad (4.5)$$

Desta forma o amortecimento histerético está também ligado à existência de um sistema elástico. Assim temos uma rigidez complexa que tem duas componentes (Equação 4.6) em que  $\eta$  é o fator de amortecimento histerético ou fator de dissipação ou perda, de acordo com a Equação 4.7.

$$k^* = k + ic_h = k(1 + i\eta) \quad (4.6)$$

$$\eta = \frac{c_h}{k} \quad (4.7)$$

Traduzindo esse conceito para o material podemos dizer que há um módulo de elasticidade complexo ( $E^*$ , Equação 4.8).

$$E^* = E(1 + i\eta) \quad (4.8)$$

Assim, a resposta forçada e o ângulo de fase ( $\phi$ ) em regime permanente são dados, respetivamente pelas Equações 4.9 e 4.10.

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_\omega^2)^2 + \eta^2}} F_0 e^{i(\omega t - \phi)} \quad (4.9)$$



$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\eta}{1 - r_{\omega}^2} \quad (4.10)$$

Em que o primeiro termo da Equação 4.9 é correspondente ao denominado fator de amplificação ( $Q$ ), conforme a Equação 4.11. O termo  $r_{\omega}$  corresponde à razão de frequências ( $r_{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$ ).

$$Q = \frac{1}{\sqrt{(1 - r_{\omega}^2)^2 + \eta^2}} \quad (4.11)$$

Quando  $\eta$  é muito pequeno, a resposta do sistema é muito próxima da resposta obtida para um sistema viscoso, ou seja, com  $r_{\omega} \cong 1$  pode-se ter  $\eta \approx 2\zeta$  e  $Q \cong 1/\eta$ , o que permite obter o valor de  $\eta$  a partir da resposta dinâmica do sistema medida experimentalmente.

Uma alternativa para obter  $\eta$  pode ser a utilização de  $X_{max}(\omega = \omega_n)$  entre dois pontos sobre a curva de resposta a partir da média potência, como já referido, e assim obter  $\eta$  a partir da equação 4.2.

Assim o amortecimento estrutural pode também ser expresso em termos da taxa de amortecimento  $\zeta$ , usado para descrever o amortecimento em sistemas viscosos. O fator  $Q$ , do modo ressonante, é a quantidade que os relacionam.

O fator de amortecimento  $\zeta$ , definido como a razão entre o amortecimento  $c$  e o amortecimento crítico  $c_c$  é expresso pela Equação 4.12.

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (4.12)$$

O amortecimento crítico  $c_c$ , cujo valor determina a fronteira sobre a qual a resposta do sistema passa a ser oscilatória, é expresso pela Equação 4.13.

$$c_c = 2\sqrt{k \cdot m} \quad (4.13)$$

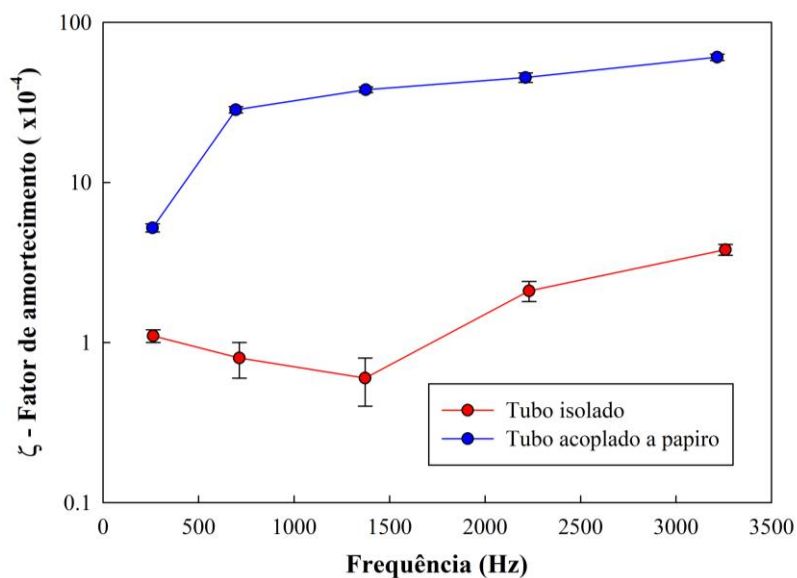
Assim, um sistema apresenta comportamento oscilatório (categoria sub-amortecido) quando os valores do fator de amortecimento são menores que o do fator de amortecimento crítico, sendo este, portanto, o caso dos sistemas em estudo nesse trabalho.

Considerando o método descrito, as Tabelas 4.5 apresentam os resultados dos cálculo dos fatores de amortecimento para o sistema tubo livre e sistema tubo acoplado ao papiro, sendo estes valores

representados na Figura 4.12 em função da frequência com o intuito de facilitar a comparação desta grandeza.

**Tabela 4.5** - Amortecimento dos sistemas testados nos diferentes modos.

Modo	Fator de amortecimento	
	Tubo isolado ( $\times 10^{-4}$ )	Tubo acoplado com papiro ( $\times 10^{-4}$ )
1	1.1±0.1	5.2±0.3
2	0.8±0.2	28.4±1.3
3	0.6±0.2	37.9±1.5
4	2.1±0.3	45.2±3.1
5	3.8±0.3	60.5±2.7



**Figura 4.12** - Amortecimento em função da frequência nos sistemas testados.

Na Tabela 4.6 está representado o aumento do amortecimento médio pelo acoplamento no sistema.

**Tabela 4.6** - Elevação do amortecimento pelo acoplamento do papiro.

Modo	Taxa de elevação
	média
1	4.58
2	35.02
3	65.41
4	21.18
5	15.91

### 4.3.3. Sobre a alteração na afinação no sistema tubo acoplado ao papiro

De acordo com os resultados da Figura 4.8, pode também verificar-se que existem pequenas diferenças nas frequências de ressonância dos diversos modos para o sistema com o tubo isolado e acoplado à superfície irradiadora. Na Tabela 4.7 são apresentadas as frequências de ressonância nos dois sistemas em análise e a correspondente diferença em cents.

**Tabela 4.7** - Diferença entre as frequências dos modos nos sistemas testados.

Modo	Tubo isolado	Tubo acoplado	$n_b$ (cents)
	$\omega$ (Hz)	$\omega$ (Hz)	
1	263	258±1	-24,65
2	717	699±3	-53,42
3	1382	1376±4	-7,53
4	2240	2218±7	-21,78
5	3267	3225±9	-27,24

As diferenças representadas na Tabela 4.7 revelam que ocorre uma pequena diminuição na frequência de ressonância nos diversos modos de vibração do instrumento, sendo que esta modificação implica alterações na afinação do instrumento. Tendo em conta que o limiar da percepção humana para distinguir intervalos musicais ronda os 5 a 6 cents [17], estas variações são indubitavelmente perceptíveis. Esta variação é mais relevante porque se estende à primeira frequência de ressonância, a preponderante na nota musical, uma vez que os outros modos são bastante amortecidos e apresentam amplitudes muito baixas. Tendo em conta estas variações, torna-se imperativo corrigir o comprimento do tubo para obter a nota musical desejada.

### 4.4. Conclusões

Neste capítulo é analisado o impacto do acoplamento de uma superfície irradiadora, i.e. papiro, no comportamento dinâmico do tubo que vai produzir as notas musicais no papirofone.

Pelos resultados obtidos, observa-se que a introdução do papiro no sistema gera uma elevação significativa do fator de amortecimento. Este fenómeno é mais evidente nos modos que surgem depois do primeiro, tendo em conta que estes já por si apresentam uma amplitude mais baixa. Assim, pode-se concluir que esta alteração no sistema, em termos práticos, produz um efeito de quasi-supressão dos modos mais elevados.

Contudo, o acoplamento deste elemento implica uma diminuição da frequência dos modos referidos. Este fator é relevante na medida em que o desfasamento em frequência é perceptível ao ouvido humano. Torna-se, assim, imperativo que se execute uma correção ao comprimento do tubo para corrigir a afinação do registo no caso do tubo acoplado.

O papiro atua como uma espécie de filtro, tendo esse comportamento implicações significativas sobre o timbre do instrumento. Uma vez que os modos elevados são menos excitados (i.e. amortecidos), o timbre do sistema acoplado torna-se semelhante à família de timbres dos instrumentos musicais com lâminas de madeira.

#### **4.5. Referências do capítulo**

- [1] B. Hopkin, *Musical instrument design: Practical information for instrument making*, See sharp press, 1996.
- [2] H.-M. Lehtonen, H. Penttinen, J. Rauhala, V. Välimäki, Analysis and modeling of piano sustain-pedal effects, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 122 (2007) 1787–1797.
- [3] N.H. Fletcher, T. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, Springer New York, 2008.
- [4] T.D. Rossing, *Science of percussion instruments*, World Scientific, 2001.
- [5] K. Peinkofer, F. Tannigel, *Handbook of percussion instruments*, English Translation by K. and E. Stone, Schott, London, 1976.
- [6] N.H. Fletcher, T.D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] V.H. Carneiro, D. Lopes, H. Puga, J. Meireles, Numerical inverse engineering as a route to determine the dynamic mechanical properties of metallic cellular solids, *Materials Science and Engineering: A*. (2020) 140428.
- [8] C.F. Beards, *Structural Vibration: Analysis and Damping*, Arnold, 1996.
- [9] C.W. De Silva, A. Borbely, J.F. Kreider, L.R. Davis, *Vibration Damping, Control, and Design*, Taylor & Francis Group, Vancouver, Canadá, 2007.
- [10] V.H. Carneiro, H. Puga, J. Meireles, Heat treatment as a route to tailor the yield-damping properties in A356 alloys, *Materials Science and Engineering: A*. 729 (2018) 1–8.
- [11] J.C. Trinkle, J. Pang, S. Sudarsky, G. Lo, On dynamic multi-rigid-body contact problems with Coulomb friction, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*. 77 (1997) 267–279.
- [12] A.H.A. Pereira, B. Musolino, C.D. Maclel, J.A. Rodrigues, Algoritmo para determinação do amortecimento de materiais cerâmicos pela técnica das frequências naturais de vibração via excitação por impulso, *Ceramica*. 58 (2012) 229–237.
- [13] X.Q. Zhou, D.Y. Yu, X.Y. Shao, S.Q. Zhang, S. Wang, Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review, *Composite Structures*. 136 (2016) 460–480.
- [14] V.H. Carneiro, H. Puga, J. Meireles, Positive, zero and negative Poisson’s ratio non-stochastic metallic cellular solids: Dependence between static and dynamic mechanical properties, *Composite Structures*. 226 (2019) 111239.
- [15] D. Thorby, *Structural dynamics and vibration in practice: an engineering handbook*, Butterworth-Heinemann, 2008.

- [16] ASTM E756 - 05, Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials, Astm. 5 (2010) 1–14.
- [17] B. Dominik Loeffler, Instrument Timbres and Pitch Estimation in Polyphonic Music, Georgia Institute of Technology, 2006.

## Capítulo 5

### Avaliação dos efeitos vibro-acústicos no comprimento da superfície radiadora

#### 5.1. Introdução

Neste capítulo são correlacionados os efeitos da afinação de tubos isolados, detalhada no Capítulo 2, o comportamento dinâmico do papiro, detalhado no Capítulo 3, e o acoplamento descrito no Capítulo 4 na seção 4.2.

Após o estudo dos efeitos do acoplamento do papiro no comportamento dinâmico do sistema, detalhado no Capítulo 4, foi observado que há uma alteração nas amplitudes dos diversos modos excitados e uma queda nos valores das frequências de ressonância do tubo acoplado com relação ao tubo livre.

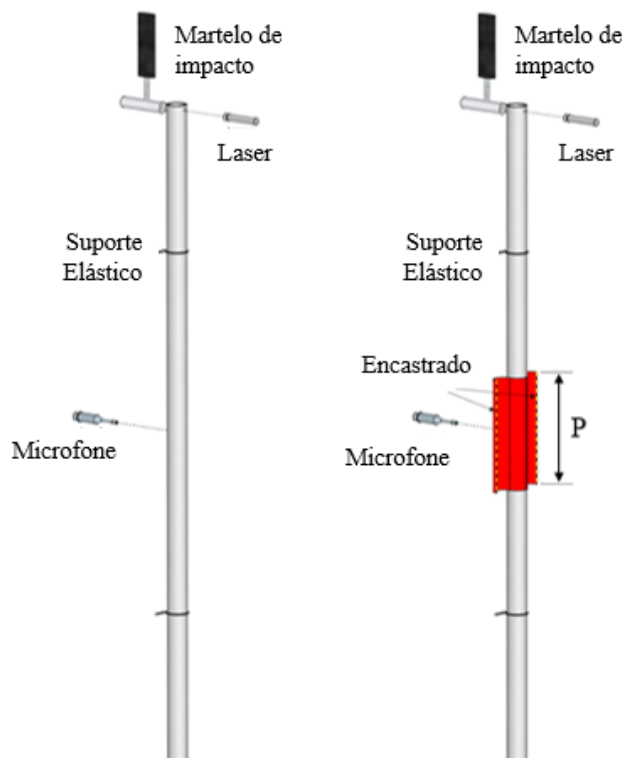
A partir de ensaios onde são utilizados papiros de diferentes comprimentos, o estudo é agora expandido, onde são avaliados os efeitos do acoplamento entre o tubo e o papiro sobre o amortecimento e rigidez do sistema.

Finalmente, estas condicionantes são analisadas no contexto acústico. São verificados os impactos da introdução e variação do comprimento da superfície radiadora na amplificação sonora do registo projetado e na atenuação dos modos de vibração mais elevados.

#### 5.2. Materiais e métodos

Para o estudo deste capítulo, foram testados tubos isolados (Figura 5.1 (a)) e tubos acoplados à superfícies radiadoras de diferentes comprimentos ( $P$ , 120 mm, 240mm e 360 mm) seguindo o mesmo procedimento já descrito no Capítulo 4. A fixação dos tubos foi realizada nos seus pontos nodais relativos ao primeiro modo de vibração transversão (22,42 % do comprimento do tubo) por um fio de nylon e ao papiro pelo uso de adesivo epóxi. O papiro foi fixado em suas extremidades a dois cilindros de aço inox através do adesivo epóxi (conforme o método descrito na seção 4.2.1 e Figura 4.2).

Foram executados ensaios experimentais de análise modal, excitando as amostras com recurso a um martelo de impacto (PCB Modally Tuned, ver Figura 5.1), sendo este suportado por uma estrutura de apoio que permite apenas um impacto para eliminar erros humanos na excitação do sistema.



**Figura 5.1** - Representação esquemática dos tipos de amostras testadas.

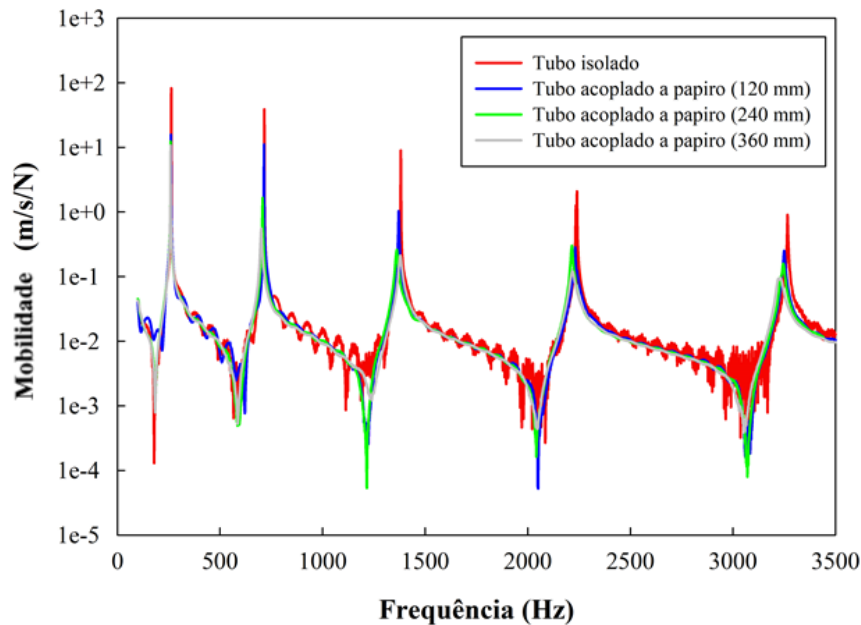
A aquisição dos sinais de velocidade foi realizada em pontos equidistantes (40 mm) ao longo das linhas centrais do tubo (19 pontos), conforme o método representado na Figura 4.2 (c). Desta forma, os pontos monitorizados são capazes de captar os deslocamentos em áreas afetadas ao acoplamento papiro-tubo e às extremidades do tubo. Para a medição destas velocidades foi utilizado um Vibrômetro Laser Doppler (POLYTEC OFV-5000) numa gama de frequências de 100 a 3500 Hz. Após a excitação das amostras, os níveis de pressão sonora foram também registados com recurso a um microfone (PCB 130E20),

Os dados foram gravados com recurso a um analisador espectral (LMS Scadas). Todos estes dados foram interpretados no software LMSXpress V10, onde foi executada a transformação de uma resposta em tempo para funções de resposta em frequência (FRF). No total, foram testadas cinco amostras para obter uma boa dispersão dos resultados. Para evitar adulteração dos dados por estímulos exteriores ao ensaio, estes foram realizados no interior de uma câmara anecoica com temperatura e humidade na gama de, respetivamente 18°C-22°C e 50-55%.

### 5.3. Resultados e discussão

#### 5.3.1. Vibração estrutural

A Figura 5.2 apresenta os espectros das funções de resposta em frequência dos pontos monitorizados nas amostras testadas. Numa primeira abordagem, e de acordo com os resultados obtidos no Capítulo 4, pode verificar-se que a introdução de superfícies radiadoras, vulgo papiro, provoca alterações significativas no comportamento dinâmico do sistema.



**Figura 5.2** - FRF relativa à velocidade dos deslocamentos nos sistemas testados.

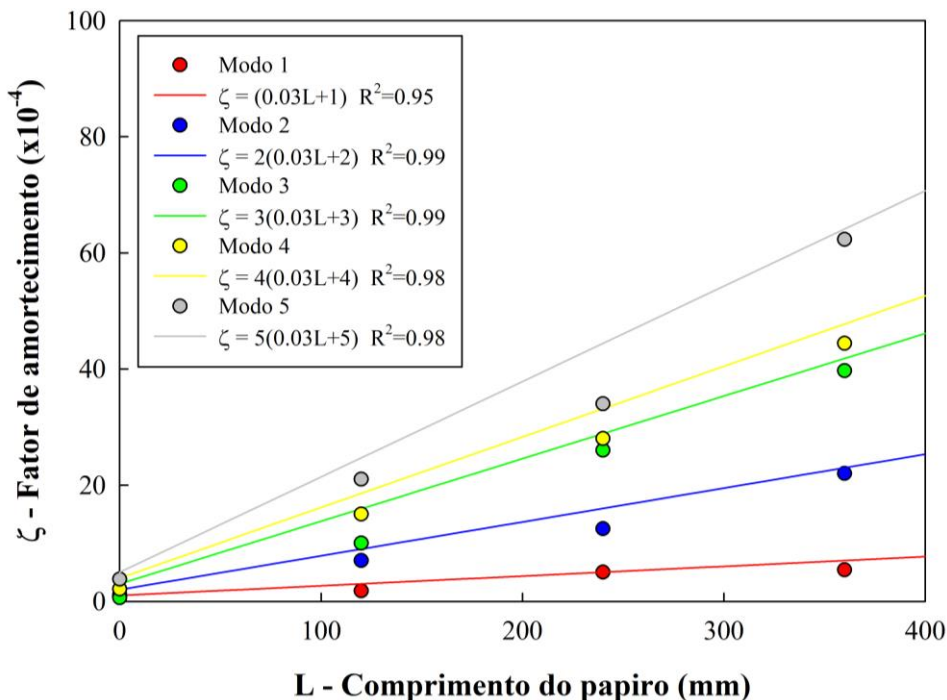
Com o objetivo de auxiliar a interpretação dos dados da Figura 5.2, foram calculados os fatores de amortecimento dos sistemas recorrendo ao método da meia potência [2], estando estes valores patentes na Tabela 5.1. Analisando a informação patente na tabela referida, é possível verificar que os valores de amortecimento no tubo isolado, i.e. sem papiro, são extremamente baixos. Este comportamento deriva do baixo amortecimento hysterético de materiais metálicos, tais como as ligas de alumínio [3,4]. O acoplamento do papiro gera então um aumento substancial do amortecimento no sistema pelo alto amortecimento do papiro e pela interação com o ar. Claramente, este facto é mais visível à medida que os modos (i.e. frequência) e o comprimento do papiro são aumentados. De facto, o fator de amortecimento e a rigidez dos materiais podem variar com o aumento de frequência [5].



**Tabela 5.1** - Fator de amortecimento dos sistemas testados.

Comprimento do papiro (mm)	$\xi$ - Fator de amortecimento ( $\times 10^{-4}$ )				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0	1.1	0.8	0.6	2.1	3.8
120	1.8	7.0	10.0	15.0	21.0
240	5.0	12.5	26.0	28.0	34.0
360	5.4	22.0	39.7	44.4	62.3

Recorrendo à Figura 5.3, é verificado que o ritmo a que o sistema é amortecido aumenta à medida que os modos de vibração vão progredindo, estando isto patente no declive das regressões lineares de cada uma das funções representadas. Tendo em conta os resultados obtidos nos ensaios experimentais, para o caso em estudo, foi possível apurar que a relação entre comprimento do papiro e o modo de vibração com o valor de amortecimento do sistema é dado pela relação linear estabelecida na Equação 5.1. A função definida tem uma correlação de  $R^2=0.94$  em relação aos dados experimentais.



**Figura 5.3** - Fator de amortecimento em função do comprimento do papiro e modo de ressonância.

Dado o declive positivo da função sugerida, e de acordo com a análise efetuada ao amortecimento da vibração estrutural do sistema, evidencia-se que há um claro amortecimento mais acentuado nos modos posteriores ao primeiro (i.e.  $n = 2$  a 5).

$$\zeta_{n,L}(\times 10^{-4}) = n(0.03L + 1) \quad 5.1$$

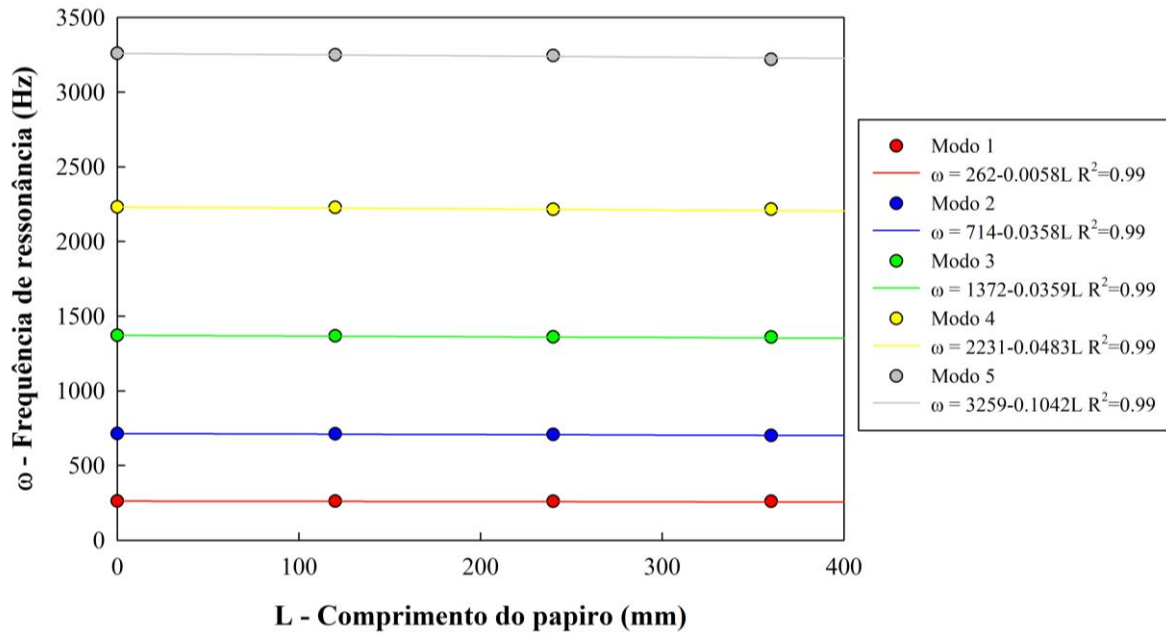
Este facto é uma vantagem, considerando o objetivo de filtrar os modos próprios que não correspondem ao registo que se pretende obter. Este declive é também mais elevado, à medida que o comprimento de papiro aumenta.

É também verificado e destacado na Tabela 5.2, que existem alterações nas frequências de ressonância dos sistemas testados à medida que o comprimento do papiro acoplado é variado, sendo isto verificado por todos os modos próprios testados ( $n = 1$  a 5).

**Tabela 5.2** - Frequências de ressonância nos sistemas testados na abordagem de vibração estrutural.

Comprimento do papiro (mm)	$\omega$ – Frequência de ressonância (Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0	262±1	714±1	1372±2	2231±5	3259±7
120	261±1	712±2	1368±2	2228±7	3250±5
240	260±2	708±2	1361±3	2215±4	3245±4
360	260±1	701±2	1360±3	2216±3	3219±6

Pela análise gráfica dos dados representados na Tabela 5.2, pode verificar-se pelas regressões representadas na Figura 5.4, que as funções que descrevem a variação da frequência de ressonância do sistema à medida que o comprimento do papiro é variado são descritas por funções lineares. Foi concluído que a frequência de ressonância final do sistema acoplado ( $\omega_{n,L}$ ), para cada um dos  $n$  modos testados, é descrita através de uma correção relativa à frequência de ressonância do tubo isolado ( $\omega_n$ , Equação 5.2). A função definida tem uma correlação de  $R^2=0.99$  em relação aos dados experimentais.



**Figura 5.4** - Frequência de ressonância nos diversos modos dos sistemas testados em função do comprimento do papiro.

$$\omega_{n,L} = \omega_n - 0.016nL \quad 5.2$$

### 5.3.2. Comportamento acústico

Considerando os métodos desenvolvidos e os resultados obtidos nos demais capítulos deste trabalho, é necessário proceder à avaliação do impacto do acoplamento do papiro no comportamento acústico do sistema. A comparação da abordagem modal de vibração estrutural (Capítulos 2 a 5) com a respetiva avaliação do comportamento acústico permite, não só validar a abordagem utilizada, como também ter uma perspetiva de como será o comportamento destes sistemas no instrumento musical (i.e. papirofone).

Desta forma, na Figura 5.5 estão representadas as FRF dos diversos sistemas testados, representando o seu comportamento dinâmico acústico pela mesma excitação com o martelo de impacto.

Interpretando os dados da Figura 5.5, numa primeira fase, pode verificar-se que tal como verificado na abordagem modal com vibração estrutural, que ocorre uma diminuição dos valores em termos de frequência para todos os modos testados à medida que o comprimento do papiro é aumentado. Estas variações são apresentadas na Tabela 5.3.

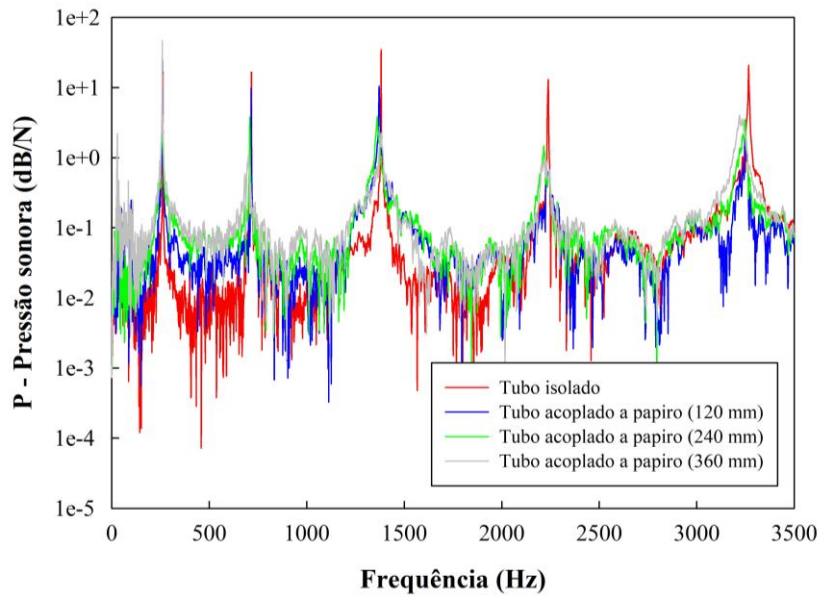


Figura 5.5 - FRF dos diversos sistemas pela monitorização com microfone.

Tabela 5.3 - Frequências de ressonância monitorizadas sistemas testados pela abordagem acústica.

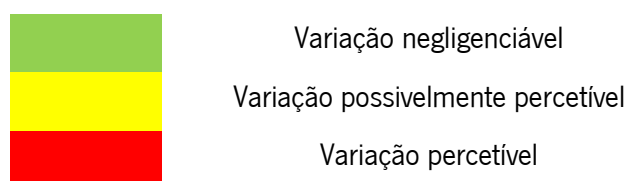
Comprimento do papiro (mm)	Frequência dos modos (Hz)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0	263±1	716±2	1382±2	2238±4	3268±8
120	261±2	715±3	1372±2	2232±6	3249±4
240	260±2	707±2	1362±3	2215±3	3246±7
360	259±1	701±2	1360±3	2212±4	3218±9

Tendo em conta que nesta fase foram monitorizadas as frequências de ressonância pelas duas abordagens, i.e. vibração estrutural e acústica, estes dados podem ser comparados para determinar as variações resultantes. Desta forma, as respostas das duas abordagens foram comparadas e as respetivas variações transformadas em cents, para verificar se estas são perceptíveis. Esta comparação é detalhada na Tabela 5.4, onde é verificado que as variações podem ser negligenciadas (i.e. variação < 5 cents [6]), e desta forma, a abordagem de vibração estrutural utilizada nos capítulos 2 a 5 pode ser validada. Conclui-se que esta abordagem, para os efeitos deste estudo, pode ser utilizada como equivalente à abordagem acústica.

Os resultados da abordagem acústica foram também utilizados para verificar o impacto da introdução e variação do comprimento do papiro acoplado nas frequências de ressonância do sistema. Recorrendo aos dados da Tabela 5.3, estas variações foram convertidas em cents para estimar o seu impacto na perceção do registo do sistema, estando esta informação patente na Tabela 5.5.

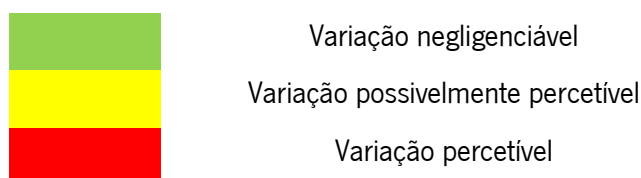
**Tabela 5.4** - Comparação das frequências obtidas pelas abordagens de vibração estrutural e acústica.

Comprimento do papiro (mm)	Variação das frequências de ressonância (cents)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0	-1.7	-1.2	-3.2	-1.4	-1.2
120	0	-1.8	-1.3	-0.8	0.1
240	0	0.6	-0.3	0	-0.1
360	1.7	0	0	0.8	0.1



**Tabela 5.5** - Impacto do comprimento do papiro na variação da frequência de ressonância dos diversos modos.

Comprimento do papiro (mm)	Variação de frequência (cents)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
120	-3.3	-0.6	-3.2	-1.2	-2.5
240	-5.0	-5.5	-6.3	-4.5	-2.9
360	-6.7	-9.2	-7.0	-5.1	-6.7



De acordo com os dados da Tabela 5.5, verifica-se que à medida que o comprimento do papiro aumenta, ocorre uma diminuição nos valores das frequências de ressonância, sendo isto mais evidente para os primeiros modos. Mais importante, esta variação pode provocar efeitos significativos na frequência de ressonância do primeiro modo, tal como já demonstrado no Capítulo 4.

Analisando a altura dos picos de ressonância pelo método acústico, é também verificado que existem variações significativas nestas magnitudes em termos de modo e comprimento do papiro, tal como representado na Tabela 5.6, sendo a pressão sonora convertida em  $\mu\text{Pa}/\text{N}$  para se fazer uma comparação direta dos valores. Recorrendo a esta tabela, verifica-se que no tubo isolado, o pico com maior altura corresponde ao terceiro modo ( $n = 3$ ), tendo isto um impacto significativo na performance do tubo, tendo em conta o objetivo de amplificar o registo C4 no primeiro modo.

**Tabela 5.6** - Picos da pressão sonora dos modos nos sistemas testados.

Comprimento do papiro (mm)	Picos de pressão sonora ( $\mu\text{Pa}/\text{N}$ )				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0	136.8	135.2	1099.1	89.3	219.3
120	317.0	61.8	66.4	21.7	26.1
240	1111.8	31.0	29.6	23.8	29.9
360	4227.0	22.7	22.2	22.2	31.7

Pode, contudo, verificar-se que a introdução da superfície radiadora (i.e. papiro) é extremamente benéfica neste aspeto. A sua introdução, e aumento do seu comprimento, provoca uma amplificação clara do primeiro modo e reduz a altura dos restantes. Desta forma, quando o papiro é acoplado ao sistema, o primeiro modo é claramente o registo predominante. Recorrendo à Tabela 5.7, pode então fazer-se uma comparação relativa do aumento do pico na pressão sonora no primeiro modo e diminuição dos restantes, verificada nos ensaios acústicos.

**Tabela 5.7** - Comparação dos picos da pressão sonora dos modos nos sistemas testados.

Comprimento do papiro (mm)	Comparação relativa da pressão sonora (%)				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
120	232	46	6	24	12
240	813	23	3	27	14
360	3090	17	2	25	15

Na Figura 5.6, pode observar-se a representação gráfica da pressão sonora nos sistemas testados. Verifica-se que a variação da pressão sonora nos modos próprios testados à medida que o comprimento do papiro é variado, segue uma função exponencial simples, de acordo com as regressões não-lineares representadas. De facto, é evidenciado um aumento de pressão sonora no primeiro modo à medida que o comprimento do papiro é aumentado, enquanto a pressão nos demais modos próprios ( $n = 2$  a  $5$ ) sofre uma diminuição.

Interpretando as regressões não-lineares, concluiu-se que, para os modos próprios e sistemas testados, a pressão sonora em função do modo e comprimento de papiro ( $P_{n,L}$ ) pode ser calculadas em função do primeiro modo pelo uso de um fator de correção denominado  $\alpha$ , de acordo com a Equação 5.3. Este fator  $\alpha$ , corresponde a uma função logarítmica natural que depende só do modo próprio e pode

ser calculado recorrendo à Equação 5.4. As funções definidas têm uma boa correlação em relação aos dados experimentais.

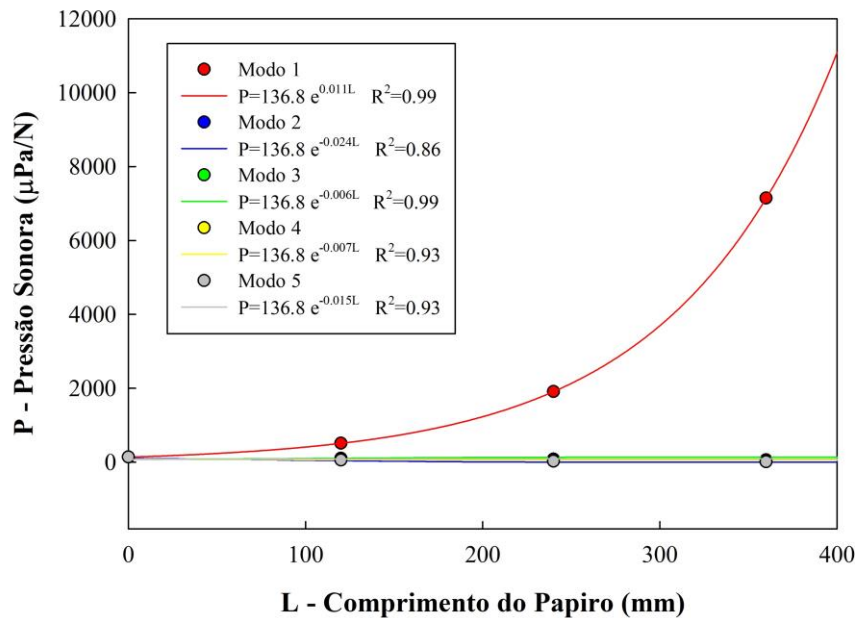


Figura 5.6 - Variação da pressão sonora dos diversos modos com variação de comprimento do papiro.

$$P_{n,L} = P_0 e^{aL} \quad 5.3$$

$$a = -0.0073 + 0.067e^{-1.3n} \quad 5.4$$

#### 5.4. Conclusões

Pelas análises dos resultados da abordagem de vibração estrutural, verifica-se que à medida que o comprimento do papiro aumenta, é inserido mais amortecimento no sistema. Igualmente, é visualizada uma alteração nas frequências de ressonância do sistema.

As variações na frequência de ressonância são também verificadas na abordagem acústica. Comparando os resultados das suas abordagens, é concluído que estes não apresentam variações significativas. Desta forma, para o estudo em questão, os dados da abordagem de vibração estrutural podem ser utilizados para efetuar uma comparação nos efeitos acústicos.

Foi verificado que a introdução do papiro é uma abordagem muito eficaz para elevar a pressão sonora do primeiro modo de vibração, i.e. do registo pretendido, e diminuir a pressão resultante dos outros modos testados.

Desta forma, conclui-se que o uso da superfície radiadora é responsável pela amplificação do primeiro modo e pela inibição dos modos restantes. No entanto, podem ser necessárias alterações no comprimento do tubo para compensar a alteração da frequência de ressonância do primeiro modo.

### **5.5. Referências do capítulo**

- [1] L.L. Henrique, *Acústica musical*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.
- [2] D. Thorby, *Structural dynamics and vibration in practice: an engineering handbook*, Butterworth-Heinemann, 2008.
- [3] V.H. Carneiro, H. Puga, J. Meireles, Heat treatment as a route to tailor the yield-damping properties in A356 alloys, *Materials Science and Engineering: A*. 729 (2018) 1–8.
- [4] V.H. Carneiro, H. Puga, T6 Heat Treatment Impact on the Random Frequency Vibration Stress of Al–Si–Mg Alloys, *Metals and Materials International*. 25 (2019) 880–887.
- [5] A. Puškár, *Internal friction of materials*, Cambridge Int Science Publishing, 2001.
- [6] D.B. Loeffler, *Instrument timbres and pitch estimation in polyphonic music*, Georgia Institute of Technology, 2006.



## Capítulo 6

### Conclusões

#### 6.1. Conclusões do estudo e trabalhos futuros

A presença dos idiofones de lâminas em diversas culturas em torno do mundo evidencia a sua importância no âmbito musical. O papirofone, enquanto instrumento musical original pelo uso de tubos acoplados a uma superfície radiadora para obter uma modificação de timbre, amplificação sonora e aumento da intensidade na percepção da nota musical fundamental, mostrou-se um excelente caso de estudo para um desenvolvimento científico neste domínio. Permitiu, não só executar um estudo numa perspetiva de vibração estrutural e acústica, mas também a correlação com modelos numéricos.

Numa primeira fase deste estudo, foram caracterizados os comportamentos dinâmicos dos elementos fundamentais isolados, i.e. dos tubos de alumínio que produzem o registo musical e do papiro que promove a alteração a esse registo.

Analisando os resultados relativos aos tubos isolados, verifica-se que as técnicas de análise modal comuns são ferramentas apropriadas para a sua caracterização. Com recurso a estes dados e à previsão do comportamento dinâmico pela análise analítica pelo modelo de vigas finas de *Euler-Bernoulli*, foi estabelecida uma progressão geométrica baseada no comprimento dos tubos para a obtenção de registos musicais com temperamento igual. Finalmente, foi desenvolvido um método, baseado em rotinas numéricas, para auxiliar o design e projeto deste tipo de instrumento.

A caracterização do papiro de forma isolada revelou-se um processo mais complexo. Devido à sua baixa rigidez e massa, a caracterização em vibração deste tipo de materiais é difícil por dois motivos: (i) tendência para deformarem por pré-cargas e influências exteriores do próprio meio ambiente; e (ii) adulteração dos resultados pela massa dos equipamentos comuns aos ensaios modais clássicos (e.g. excitadores mecânicos e acelerómetros). Para este efeito, foi explorado um método para o ensaio destes materiais: a combinação da excitação por via acústica e monitorização da velocidade dos deslocamentos no componente por vibrometria laser. Para estimar os carregamentos distribuídos no corpo de teste e, conseqüentemente permitir o cálculo da função de resposta em frequência, a pressão acústica foi também monitorizada durante o ensaio. Este método foi ainda otimizado pela implementação de um novo design na amostra. Assim, foi demonstrada a execução do método de ensaio e validado por rotinas numéricas que o desenvolvimento de amostras com uma configuração

em meia cana é extremamente útil para aumentar a rigidez do sistema e permitir uma caracterização completa do comportamento dinâmico deste tipo de corpos.

A segunda fase deste estudo foi direcionada à análise da combinação dos elementos que foram analisados anteriormente. Desta forma, foram realizados ensaios de vibração em tubos acoplados à superfície radiadora, i.e. o papiro. Os resultados obtidos experimentalmente, que foram detalhados pela execução de simulações numéricas, mostram que o acoplamento do papiro gera uma elevação significativa no fator de amortecimento ( $\sim 1/16$  nos modos mais elevados). Assim, esta alteração no sistema, em termos práticos produz um efeito de *quasi*-supressão dos modos próprios mais elevados. Assim, como sugerido inicialmente, o papiro induz alterações significativas no timbre do instrumento.

Finalmente, estas alterações no comportamento dinâmico no sistema foram detalhadas pela variação do comprimento do papiro acoplado, sendo visualizado que as alterações em frequência e amortecimento no sistema são influenciadas por esta variável. Adicionalmente, e para efeitos de validação da abordagem deste trabalho, os resultados de vibração estrutural foram comparados com os provenientes de ensaios acústicos. Foi verificado que estes apresentam uma correlação excelente, validando o método principal utilizado neste estudo. As abordagens de vibração estrutural e acústica foram também usadas para deduzir modelos matemáticos (Equações 5.1 a 5.4) para a previsão do desfasamento nas frequências próprias, no amortecimento e na pressão sonora dos registos monitorizados. Estes modelos são essenciais para a descrição e modelação matemática do comportamento dinâmico destes sistemas.

Os trabalhos futuros são relacionados com a integração destes conhecimentos na corrente fabricação deste instrumento e na produção de conteúdos pedagógicos que suportam a sua produção nas unidades curriculares relacionadas com as oficinas de produção de instrumentos musicais no Instituto Federal do Rio Grande do Norte. Pela multidisciplinaridade que envolve a natureza deste trabalho de investigação, é aberta uma nova perspetiva para a caracterização e análise do comportamento dinâmico, não só na área dos instrumentos musicais, mas também para outras estruturas mecânicas. A partir deste trabalho, vislumbra-se um campo aberto para a investigação multidisciplinar em áreas técnicas como a mecânica dos materiais, métodos experimentais em engenharia e ciências dos materiais, métodos experimentais, a melhoria nos modelos analíticos dos tubos, o estudo do efeito do ar sobre o amortecimento e o desenvolvimento de um modelo acústico para o instrumento. Adicionalmente, este trabalho gera um impacto nas áreas mais diretamente ligadas ao ramo da acústica, alcançando também áreas tão diversas como a educação (musical) e a pedagogia (musical e construção de instrumentos).

## 6.2. Impacto científico e académico

O trabalho desenvolvido e descrito neste documento serve como prova da capacidade científica do candidato e para suporte do seu grau de Doutor em Filosofia (PhD) no ramo da Engenharia Mecânica. Adicionalmente à descrição dos resultados, discussões e conclusões apresentadas neste documento, é fundamental assegurar meios para a disseminação do conhecimento científico gerado no seio da comunidade científica. Na Tabela 6.1 é apresentada uma compilação dos trabalhos já apresentados ou em preparação para serem divulgados sob a forma de artigos em conferência ou revista, considerando sempre meios com revisão por pares.

**Tabela 6.1** - Disseminação através de publicações científicas.

<b>Artigo</b>	<b>Tipo</b>	<b>Estado</b>
Numerical approach for the tuning of tubes in musical instruments	Conferência	7th International Conference on Mechatronics and Mechanical Engineering - 2020 - Singapura
Laser Doppler Vibrometry coupled with acoustic excitation: a novel route to characterize the frequency response in compliant materials	Revista	Publicado na revista <i>Vibration</i>
Tone changes in vibrating tubes by coupling radiating membranes	Revista	A ser submetido ao jornal <i>Applied Acoustics</i>

A disseminação dos resultados e conclusões deste estudo inclui a sua comunicação a alunos e formandos nas áreas abordadas. Desta forma, durante o decorrer deste trabalho, o candidato teve a oportunidade de apresentar os métodos desenvolvidos aos estudantes do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da Universidade do Minho, especialmente aqueles que desenvolveram os seus trabalhos de mestrado no laboratório de ensaio de matérias do Departamento de Engenharia Mecânica da mesma instituição.