



AN INTEGRATED APPROACH FOR PREDICTING THE SHEAR CAPACITY OF FIBRE REINFORCED CONCRETE BEAMS

Joaquim A.O. Barros, Prof. Catedrático, ISE/Universidade do Minho

Fibras com comprimento entre 30 e 60 mm, preponderantemente em aço, têm sido usadas na tentativa de eliminar parcialmente, ou mesmo totalmente, armaduras de esforço transverso. Investigação experimental tem demonstrado este potencial não somente em protótipos de pequena e média escala [1-8], mas também em vigas de escala real [9, 10]. Só recentemente se tem explorado outro tipo de fibras que não as de aço no reforço ao corte de vigas de betão armado [11], bem como a utilização de mais do que um tipo de fibras [12]. Diversos modelos têm sido desenvolvidos para prever a resistência ao corte de vigas de betão reforçado com fibras (FRC), incluindo armadura de flexão, e podendo apresentar, ou não, armadura convencional de esforço transverso (este tipo de vigas será designado neste trabalho pela abreviatura R/FRC) [13-16]. A maior parte destes modelos têm uma base semi-empírica, não considerando de forma explícita os principais mecanismos de reforço das fibras, nomeadamente a lei constitutiva que governa o arranque da fibra do seio da matriz envolvente e sua dependência da orientação da fibra. A capacidade preditiva destes modelos é, em geral, aferida com base num relativo pequeno número de ensaios realizados ou coletados pelos autores desses modelos, pelo que a sua adoção generalizada carece de ser demonstrada.

O Model Code 2010, aqui abreviado por MC2010 [17], inclui uma formulação para determinar a resistência ao corte de vigas de R/FRC, em que o contributo dos mecanismos de reforço das fibras é quantificado através de parâmetros de resistência residual à tração por flexão utilizados na determinação da classe de tenacidade do FRC. Apesar de o valor médio do rácio entre a resistência ao corte determinada experimentalmente (V_{teste}) e prevista com o modelo (V_{modelo}), $\lambda = V_{teste} / V_{modelo}$ poder ser aceitável no quadro do projeto deste tipo de vigas [18], a capacidade preditiva desta formulação começa a diminuir significativamente quando as vigas são pré-esforçadas, têm secção I ou T,

e são executadas em betão auto-compactável reforçado com fibras.

No presente trabalho é descrito um modelo que tem em conta os principais fenómenos que afetam a resistência ao corte de uma viga R/FRC, nomeadamente a orientação das fibras e a lei constitutiva de arranque de fibras para as suas possíveis orientações, bem como a orientação e abertura da fenda crítica de rotura (FCR). Para avaliar a capacidade preditiva do modelo desenvolvido, foi montada uma base de dados com 122 vigas de R/SFRC (betão reforçado com fibras de aço), incluindo vigas com secção transversal retangular, em forma de T e I, algumas delas submetidas a pretensão de compressão.

No presente trabalho é descrito o modelo desenvolvido (mais detalhes podem ser encontrados em [19]) e avaliada a sua capacidade preditiva, a qual é ainda comparada com a obtida com a aplicação da formulação do MC2010.

FORMULAÇÃO DO MODELO

Introdução

O modelo desenvolvido baseia-se na seguinte estratégia: i) determinação do perfil de orientação de fibras segundo o modelo proposto por Oliveira [20]; ii) determinação da tensão resistente assegurada pelas fibras que atravessam a fenda de rotura por corte (CDC), $f_{fuk}(w)$, considerando a lei constitutiva de arranque de fibras segundo as recomendações de Ng et al. [21, 22]; determinação da abertura última da CDC a meia altura da secção transversal da viga, w_u , recorrendo à teoria modificada do campo de compressões (MCFT) [23].

Na presente fase, o modelo está calibrado para betão reforçado com fibras de aço (SFRC), mas está conceptualmente concebido para poder ser adaptado a betão reforçado com qualquer tipo de fibras, desde que o perfil de orientação e a lei constitutiva de arranque da fibra sejam ajustados ao tipo de fibra a ser utilizada.

EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

A resistência ao corte de um elemento de betão reforçado com fibras e incluindo armaduras convencionais de flexão e corte (R/FRC) é determinada segundo a seguinte equação proposta no MC2010:

$$V_{Rd} = V_{Rd,F} + V_{Rd,s} \quad (1)$$

em que

$$V_{Rd,F} = k_f (V_{Rd,c} + V_{Rd,f}) \quad (2)$$

representa o contributo do betão ($V_{Rd,c}$) e do reforço proporcionado pelas fibras ($V_{Rd,f}$):

$$V_{Rd,c} = \frac{k_p k_v}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}} z b_w \text{ com } \sqrt{f_{ck}} \leq 8 \text{ MPa} \quad (3)$$

$$V_{Rd,f} = \frac{F_{fuk} [w_{uv}(w_u)]}{\gamma_F} \quad (4)$$

enquanto $V_{Rd,s}$ representa o contributo da armadura convencional de resistência a esforço transverso [MC2010].

Na Eq. (2) é introduzido o parâmetro k_f que pretende simular o contributo do banzo de compressão para a resistência ao corte em vigas de secção I e T [24]. Este parâmetro é determinado a partir da seguinte equação (Fig. 1):

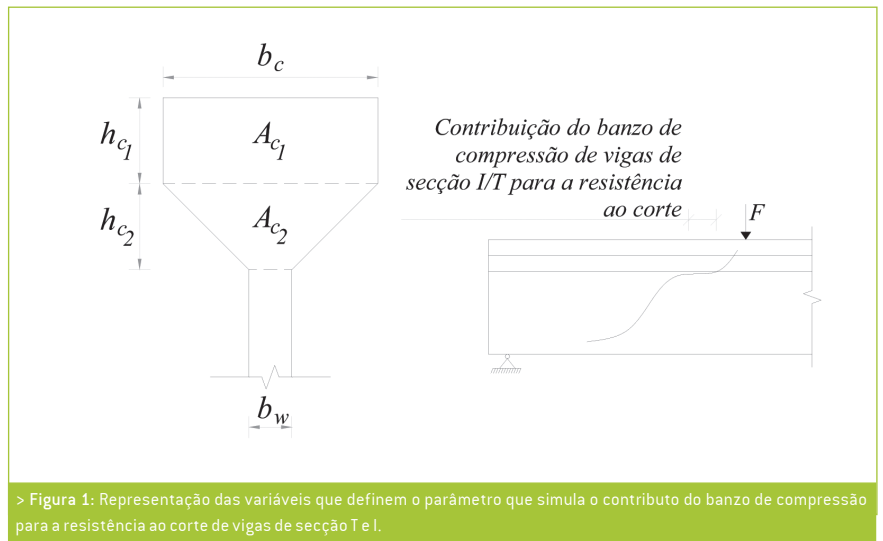
$$k_f = 1 + \frac{n}{s} \left(\frac{h_{c,eq}}{b_w} \right) \left(\frac{h_{c,eq}}{d_{eq}} \right) \leq 1.5 \quad (5)$$

em que b_w é a largura da alma da secção da viga e,

$$n = \frac{b_{c,eq} - b_w}{h_{c,eq}} \leq 3 \wedge n \leq 3 \frac{b_w}{h_{c,eq}} \quad (6)$$

$$s = \begin{cases} 2, & \text{secção T} \\ 6, & \text{secção I} \end{cases} \quad (7)$$

$$b_{c,eq} = \frac{b_c A_{c1} + (b_c + b_w) / 2 A_{c2}}{A_{c1} + A_{c2}} \quad (8)$$



$$h_{c,eq} = \frac{h_{c1}A_{c1} + h_{c2}A_{c2}}{A_{c1} + A_{c2}} \quad [9]$$

$$d_{eq} = \frac{d_l A_l + d_p A_p}{A_l + A_p} \quad [10]$$

$$k_v = \begin{cases} \frac{0.4}{1+1500\varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + zk_{dg}} & \dots \text{ para } \rho_w < 0.08 \sqrt{f_{ck}} / f_{lyk} \\ \frac{0.4}{1+1500\varepsilon_x} & \dots \text{ para } \rho_w \geq 0.08 \sqrt{f_{ck}} / f_{lyk} \end{cases} > 0.0 \quad [12]$$

sendo A_l e d_l e A_p e d_p a secção transversão e o braço interno das armaduras passivas e de pré-esforço, respetivamente.

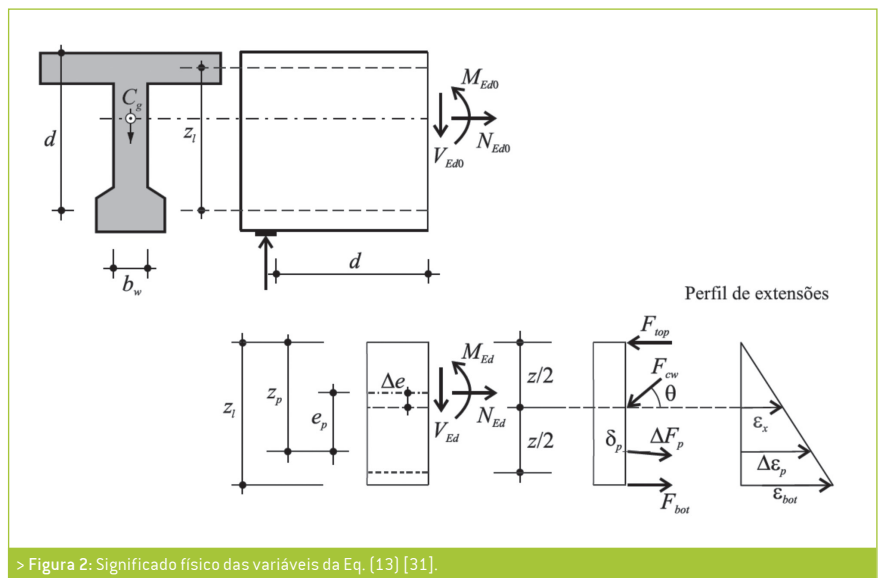
Na Eq. [3] k_p é um parâmetro que simula o efeito favorável da compressão na resistência ao corte, adaptado da recomendação de [10]:

$$k_p = \sqrt{1 + 2.0 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctk}}} \quad [11]$$

em que $\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c < 0.2 f_{ck} / \gamma_c$ é a tensão média atuando na secção de betão do elemento, A_c , para uma força axial, N_{sd} , devida a carga exterior ou pretensão ($N_{sd} > 0$ para compressão), f_{ctk} e f_{ck} representam o valor característico da resistência de tração e de compressão do FRC, e é o fator de segurança afeto à resistência à compressão do FRC (=1.5 segundo o MC2010). Na Eq. [3] k_v é um parâmetro que pretende ter em conta a dimensão da secção do elemento, e o efeito favorável de embricamento dos agregados na resistência ao corte, sendo determinado a partir de:

em que ε_x é a extensão longitudinal calculada a meia altura da secção [Fig. 2]:

$$\varepsilon_x = \begin{cases} \frac{1}{2E_l A_l} \left(\frac{M_{Ed}}{z} + \frac{V_{Ed} \cot \theta}{2} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta e}{z} \right) \right) & \text{para vigas com armaduras passivas} \\ \frac{\left(\frac{M_{Ed}}{z} + \frac{V_{Ed} \cot \theta}{2} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta e}{z} \right) \right)}{2 \left(\frac{z_l}{z} E_l A_l + \frac{z_p}{z} E_p A_p \right)} & \text{para vigas pré-esforçadas} \end{cases} \quad [13]$$



Nesta equação $M_{\varepsilon d}$, $V_{\varepsilon d}$ e $N_{\varepsilon d}$ são os valores de cálculo do momento fletor, esforço de corte e esforço axial atuando na secção, respetivamente. O momento fletor e o esforço de corte são considerados positivos; o esforço axial é positivo se de tração e negativo se de compressão. A excentricidade do eixo da viga em relação à meia altura da secção (Δe) é positiva quando posicionada acima do centro de geométrico da secção. Para elementos reforçados com armadura longitudinal passiva (subíndice “l”) e pré-esforçada (subíndice “p”), a profundidade efetiva de corte, z , que participa nas Eqs. (3), (12) e (13) determina-se a partir da seguinte equação:

$$z = \frac{z_l^2 A_l + z_p^2 A_p}{z_l A_l + z_p A_p} \tag{14}$$

em que $z_l = 0.9d_l$ e $z_p = 0.9d_p$ são os braços efetivos da armadura passiva e de pré-esforço, respetivamente (Fig. 2).

Na Eq. (12) k_{dg} simula o efeito do embricamento dos agregados na resistência ao corte, sendo obtido a partir de:

$$k_{dg} = \begin{cases} \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 & \text{para betão convencional de } f_{ck} \leq 70 \text{ MPa} \\ 2.0 & \text{para } f_{ck} > 70 \text{ MPa e para betão leve} \end{cases} \tag{15}$$

em que d_g , em mm, é a máxima dimensão dos agregados. Na Eq. (12) $\rho_w = A_{sw} / [b_w \cdot s_w \cdot \sin \alpha]$ é a percentagem de armadura de esforço transversal, em que α é a área dessa armadura na secção, o seu espaçamento ao longo do eixo da viga, a sua inclinação em relação ao eixo da viga. Na mesma equação, f_{lyk} representa o valor característico da tensão de cedência da armadura principal longitudinal de flexão:

$$f_{lyk} = \frac{E_l \varepsilon_{lyk} A_l + (E_p \varepsilon_{pyk} - f_{po}) A_p}{A_l + A_p} \tag{16}$$

sendo ε_{lyk} e ε_{pyk} os valores característicos da extensão de cedência da armadura longitudinal passiva e de pré-esforço, respetivamente, e f_{po} é a pré-tensão aplicada.

A inclinação da biela de compressões, θ , que participa na Eq. (13) é uma adaptação do MCFT de forma a integrar o efeito favorável do reforço das fibras e da força axial de compressão [10]:

$$\theta = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 29^\circ + 7000 \varepsilon_x \leq 45^\circ \text{ for } V_f > 0 \\ 20^\circ + 10000 \varepsilon_x \leq 75^\circ \text{ for } V_f = 0 \end{array} \right. \cdot \arctg \left(1 + 4 \frac{\sigma_{cp}}{f_{ck}} \right) \tag{17}$$

Na Eq. (4) $F_{fuk} [w_{uv} [w_u]]$ é determinado considerando o perfil de orientação das fibras (POF), a lei constitutiva de arranque da fibra (LCF) para cada intervalo de orientação em que o POF é decomposto e o correspondente número de fibras atravessando a fenda de rotura por corte (CDC). A parcela $w_{uv} [w_u]$ significa que F_{fuk} é avaliado para a variável w_{uv} , (movimento vertical das duas faces da CDC, a qual depende de w_u [abertura última de fissura na ortogonal ao plano da CDC]. Na Eq. (4) γ_f é o fator parcial de segurança afeto à parcela de resistência ao corte proporcionado pelo reforço das fibras, igual a 1.5 segundo o MC2010.

O valor de cálculo da resistência ao corte não pode exceder o valor limitado pelo esmagamento do betão das bielas de compressão:

$$V_{RD, \max} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \tag{18}$$

em que $k_c = k_\varepsilon \eta_{fc}$, $k_\varepsilon = 0,55$ e:

$$\eta_{fc} = (30/f_{ck})^{1/3} \leq 1.0 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \tag{19}$$

PERFIL DE ORIENTAÇÃO DAS FIBRAS

A contribuição das fibras que atravessam a CDC para a resistência ao corte do elemento R/SFRC [Eq. (4)] é obtida a partir de:

$$F_{fuk} [w_{uv} (w_u)] = \sum_{i=1}^{n\Delta\varphi} P_{fuk, \varphi_i} [w_{uv} (w_u)] \tag{20}$$

em que $n\Delta\varphi$ é o número de divisões no intervalo [0-90°] adotado para o perfil de orientação de fibras, e $P_{fuk, \varphi_i} [w_u]$ é a força suportada pela percentagem de fibras com a inclinação φ_i , obtida para a abertura representativa de condição de rotura por corte, w_u (Fig. 3), em que φ_i é o ângulo entre a direção das fibras representativas do intervalo i de orientação de fibras e a ortogonal ao plano da fenda (Fig. 3b-f).

A Fig. 3 ilustra o conceito proposto para o caso em que o domínio de orientação de fibras é decomposto em quatro intervalos iguais de 22.5° ($n\Delta\varphi = 4$; $\Delta\varphi = 22.5^\circ$). A força $P_{fuk, \varphi_i} [w_u]$ é avaliada no centro de cada intervalo considerando o número de fibras com orientação nesse intervalo, pelo que a Eq. (20) fica:

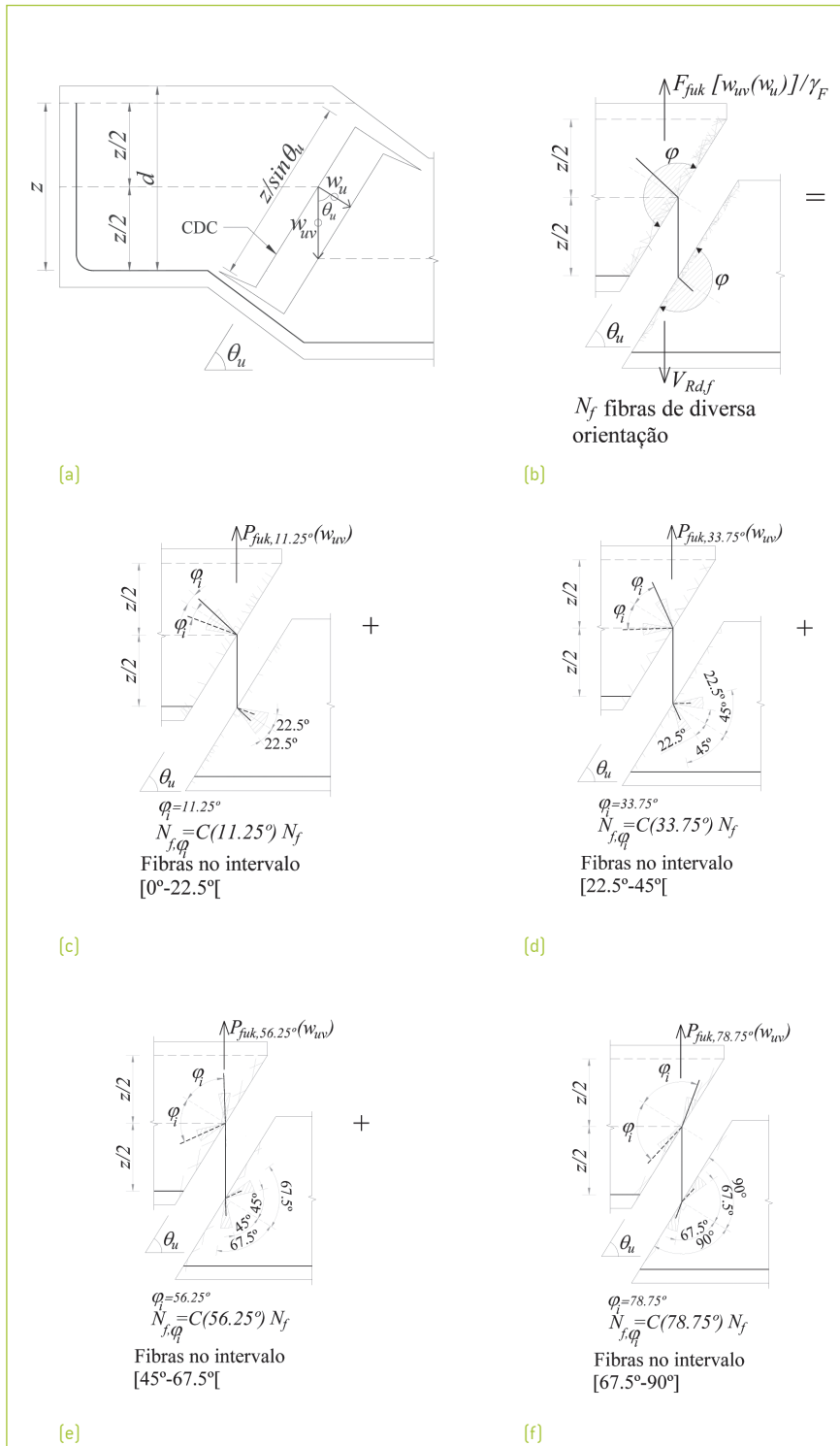
$$F_{fuk} [w_{uv} (w_u)] = P_{fuk, 11.25^\circ} [w_{uv} (w_u)] + P_{fuk, 33.75^\circ} [w_{uv} (w_u)] + P_{fuk, 56.25^\circ} [w_{uv} (w_u)] + P_{fuk, 78.75^\circ} [w_{uv} (w_u)] \tag{21}$$

em que $P_{fuk, \varphi_i} [w_{uv} [w_u]]$ ($\varphi_i = 11.25^\circ, 33.75^\circ, 56.25^\circ$ e 78.75°) são as forças suportadas pela percentagem de fibras com orientação nos intervalos [0-22.5°], [22.5°-45°], [45°-67.5°] e [67.5°-90°], respetivamente, para deslocamento w_u .

A força $P_{fuk, \varphi_i} [w_{uv} [w_u]]$ determina-se a partir de:

$$P_{fuk, \varphi_i} [w_{uv} (w_u)] = P_i^{FPCL} [w_{uv} (w_u)] N_{f, \varphi_i} \tag{22}$$

em que $P_i^{FPCL} [w_{uv} [w_u]]$ é a força de resistência de arranque para abertura de fissura w_u das fibras com inclinação φ_i , cuja determinação se apresenta na próxima secção, e N_{f, φ_i} é o número



> Figura 3: Representação esquemática da abordagem proposta para simular o contributo das fibras que atravessam a CDC: a) variáveis relevantes; e b) conceito de $F_{fuk}[w_{uv}(w_u)]$; b a f) exemplo em que o domínio de orientação das fibras está decomposto em quatro intervalos iguais de 25° de amplitude – contribuição do reforço das fibras com orientação: b) todo o intervalo $[0^\circ-90^\circ]$, c) $[0^\circ-22.5^\circ]$, d) $[22.5^\circ-45^\circ]$, e) $[45^\circ-67.5^\circ]$, e f) $[67.5^\circ-90^\circ]$.

de fibras atravessando a CDC no intervalo de orientação $\varphi_i \pm \Delta\varphi/2$:

$$N_{f,\varphi_i} = C(\varphi_i) N_f \quad [23]$$

$$N_f = \frac{A_{sec} V_f \eta_\varphi}{A_f} \quad [24]$$

em que A_f , V_f e η_φ representam a secção transversal da fibra, a percentagem em volume de fibras do FRC, e o fator de orientação das fibras, respetivamente.

Na Eq. [23] A_{sec} representa a área da CDC (Fig. 3a):

$$A_{sec} = \frac{z}{\sin \theta} b_w \quad [25]$$

enquanto $C(\varphi_i)$ representa o rácio entre o número de fibras no intervalo $\varphi_i \pm \Delta\varphi/2$ que atravessam a CDC e o número total de fibras atravessando esta, cuja determinação se encontra detalhadamente descrita em [20], pelo que no presente trabalho apenas os conceitos e equações relevantes são apresentados, nomeadamente:

$$C(\varphi_i) = f(\varphi_i) F_{RE}(\eta_\varphi) \quad [26]$$

em que $f(\varphi_i)$ é a frequência de fibras no intervalo $\varphi_i \pm \Delta\varphi/2$, e $F_{RE}(\eta_\varphi)$ representa o erro que resulta da adoção de intervalos discretos $\Delta\varphi_i$ em detrimento de abordagem contínua no processo de cálculo, sendo obtido através de:

$$F_{RE}(\eta_\varphi) = \begin{cases} 1.29 - 0.38\eta_\varphi & \text{for } \eta_\varphi < 0.75 \\ 1 & \text{for } \eta_\varphi \geq 0.75 \end{cases} \quad [27]$$

que depende do fator de orientação de fibras, η_φ . No presente modelo, η_φ é obtido por uma metodologia baseada na proposta de Krenchel [25], na qual são introduzidos melhoramentos para ter em conta o facto de este fator variar com a orientação da CDC, θ , durante o processo iterativo intrínseco ao modelo desenvolvido, bem como o efeito de parede, como explicado em [19, 20].

O cálculo de $f(\varphi_i)$ é obtido a partir de:

$$f(\bar{\varphi}_i) = F(\varphi_i, \varphi_m, \sigma(\varphi_m)) - F(\varphi_{i-1}, \varphi_m, \sigma(\varphi_m)) \quad [28]$$

em que $F(\bar{\varphi}_i, \varphi_m, \sigma(\varphi_m))$ é a distribuição acumulada da **distribuição** normal padrão em $\bar{\varphi}_i = (\varphi_i + \varphi_{i-1})/2$, com:

$$\varphi_m = \arccos(\eta_\varphi)180/\pi \tag{29}$$

$$\sigma(\varphi_m) = 90\eta_\varphi(1-\eta_\varphi) \tag{30}$$

representando o ângulo de orientação média e correspondente desvio padrão, respectivamente.

LEI CONSTITUTIVA DE ARRANQUE DE FIBRA

A avaliação da força de arranque das $N_{f,\bar{\varphi}_i}$ fibras orientadas a $\bar{\varphi}_i$, para abertura de fissura w , $P_{\varphi_i}^{FPCL}(w)$ é efetuada segundo o “unified variable engagement model [UVEM]” proposto por em [21, 22], enquanto a abertura da CDC na rotura (w_u), a meia altura da secção transversal da viga ($z/2$), é determinada segundo a MCFT. Segundo [26], as fibras $N_{f,\bar{\varphi}_i}$ orientadas a $\bar{\varphi}_i$, são ativadas quando o deslocamento vertical relativo entre as faces da CDC é igual ao valor dado por:

$$w_{ev,i} = \frac{1}{3.5} d_f \tan^3\left(\frac{\gamma_{u,i} \pi}{\gamma_u^{\max} 2}\right) \tag{31}$$

em que $\gamma_{u,i}$ é o ângulo entre a direção da carga (V) e a orientação da fibra (na verdade representa todas as fibras no intervalo de orientação $i, N_{f,\bar{\varphi}_i}$), como mostrado na Fig. 4, enquanto γ_u^{\max} é o seu máximo valor, ambas as entidades calculadas em condições de rotura por corte (identificadas pela utilização do subíndice u). Na Fig. 4 $\bar{\varphi}_i$ representa a orientação das fibras do intervalo i (em relação à ortogonal ao plano da CDC, considerada positiva no sentido dos ponteiros do relógio), w e s são a abertura e deslizamento das faces da CDC, e ϕ representa a orientação do carregamento em relação à ortogonal ao plano da CDC. Dado que o deslocamento relativo das faces da CDC é praticamente vertical em condições de rotura, é assumido $\phi = \theta$. Da Fig. 4 pode-se ainda extrair:

$$\gamma_{u,i} = |\bar{\varphi}_i - \phi_u| \text{ para } 0 \leq \gamma_{u,i} \leq \pi \tag{32}$$

$$\gamma_u^{\max} = |\phi_u| + \pi/2 \text{ para } \pi/2 \leq \gamma_u^{\max} \leq \pi \tag{33}$$

Quando as fibras rompem por deslizamento (que é o mecanismo que deve ser promovido), este ocorre pelo lado da fibra com menor comprimento de embebibimento, admitindo-se que a outra parte se encontra em condições de aderência perfeita. Estatisticamente provou-se que o comprimento médio da fibra por onde ocorre deslizamento ($L_{bf,o}$) é $l_f/4$ [27].

De acordo com a UVEM, $P_{\varphi_i}^{FPCL}(w)$ é obtida a partir da seguinte equação:

$$P_{\varphi_i}^{FPCL}[w_{uv}(w_u)] = k_{u,i} \pi d_f \tau_{bu,i} L_{bf,o} \tag{34}$$

em que

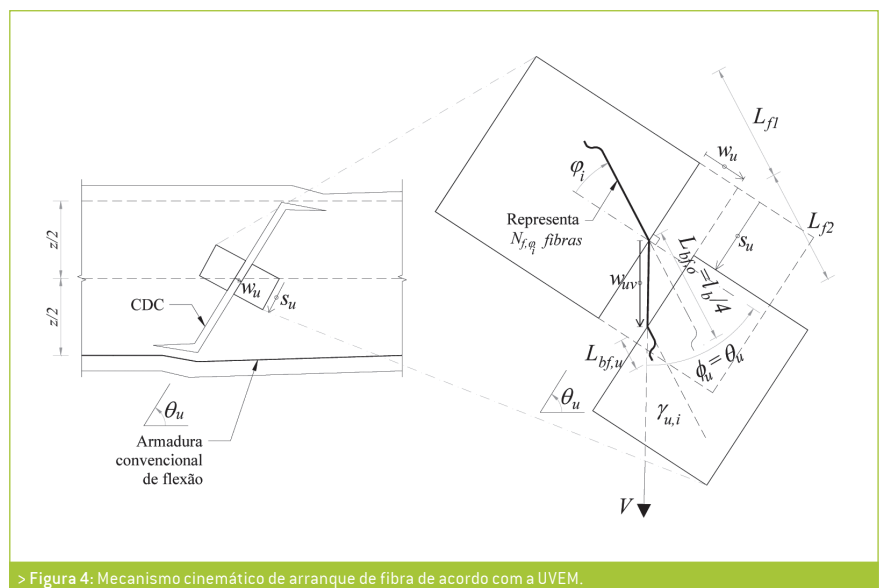
$$k_{u,i} = \begin{cases} 0 & \dots \text{ para } \begin{cases} w_{uv} < w_{ev,i} \\ w_{uv} \geq L_{bf,o} \\ L_{bf,o} - w_{uv} \geq L_{cru,i} \end{cases} \\ \frac{2(L_{bf,o} - w_{uv})}{l_f} & \dots \text{ para } w_{ev,i} \leq w_{uv} < L_{bf,o} \end{cases} \tag{35}$$

com (Fig. 4):

$$w_{uv} = \frac{w_u}{\cos(\phi_u)} \tag{36}$$

Na Eq. (35) $L_{cru,i}$ é o comprimento crítico de embebibimento da fibra, acima do qual a fibra **rompe** em vez de deslizar, sendo determinado através de [26]:

$$L_{cru,i} = \frac{d_f \bar{\sigma}_{fu}}{2 \tau_{bu,i}} \tag{37}$$



> Figura 4: Mecanismo cinemático de arranque de fibra de acordo com a UVEM.

Nesta equação, $\tau_{bu,i}$ é a resistência média de arranque da fibra, a qual tem em conta os mecanismos de reforço relevantes das fibras [28-30], e $\bar{\sigma}_{fu}$ é a resistência efetiva à tração da fibra:

$$\bar{\sigma}_{fu} = \sigma_{fu} \frac{\pi}{2\gamma_{u,max}} \quad (38)$$

sendo σ_{fu} a resistência à tração uniaxial da fibra.

Com base em resultados experimentais de ensaios de arranque em fibras de aço lisas e de extremidades dobradas [26, 28-30], foi proposto [22]:

$$\tau_{bu,i} = k_b \sqrt{f_{cm}} + f \left[1 - \cos\left(\frac{\gamma_{u,i}}{2}\right) \right] \quad (39)$$

em que f_{cm} é a resistência média à compressão do betão, $f = 4.5$ MPa é a máxima resistência de atrito da fibra, e k_b é um parâmetro cujos valores se encontram na Tabela 1.

> Tabela 1: Valores de k_b para fibras de aço (adaptado de [21]).

Tipo de matriz	Tipo de fibra			
	HE	HE-HS	S	C, FE e S-HS
Argamassa	0.67	0.75	0.3	0.5
Betão	0.8	1.0	0.4	0.6

NOTA: HE: Fibras com extremidades dobradas; HE-HS: Fibras de elevada resistência à tração ($\sigma_{fu} > 1750$ MPa) com extremidades dobradas; C: Fibras onduladas; FE: Fibras com extremidades planas; S: Fibras lisas; S-HS: Fibras lisas de elevada resistência à tração ($\sigma_{fu} > 1750$ MPa).

DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES CINEMÁTICAS DE ROTURA POR CORTE

O MCFT é utilizado para avaliar a abertura de fenda a meia altura da profundidade efetiva da secção da viga ($z/2$) na fase correspondente a rotura, w_u , (valor ortogonal ao plano da CDC). O MCFT baseia-se no seguinte procedimento iterativo:

- 1) Assumir valor inicial para ε_x (representado por $\varepsilon_{x,i}$).
- 2) Calcular o valor do parâmetro k_v através das Eqs. (12), (14), (15) e (16).

- 3) Avaliação de θ de acordo com a Eq. (17);
 4) Calcular a abertura de fenda em $z/2$, ortogonal à CDC, w_u :

$$w_u = (0.2 + 1000\varepsilon_x) \left(\frac{1000 + zk_{dg}}{1300} \right) \geq 0.125 \text{ mm} \quad (40)$$

e sua correspondente componente vertical, w_{uv} (direção da abertura de fenda em condição de rotura por corte para este tipo de vigas, Fig. 4), de acordo com a Eq. (36).

- 5) Calcular k_p a partir da Eq. (11).
 6) Calcular $V_{Rd,c}$ segundo a Eq. (3).
 7) Calcular $V_{Rd,f}$ segundo a Eq. (4), com $F_{fuk}(w_u)$ obtida através da Eq. (20).
 8) Calcular k_f segundo a Eq. (5).
 9) Calcular $V_{Rd,F}$ através da Eq. (2) (e adicionando a componente $V_{Rd,s}$ determinada segundo o MC2010 caso a viga inclua armadura convencional de esforço transversal).
 10) Calcular V_{Rd} segundo a Eq. (1). Verificar se V_{Rd} não excede o valor máximo correspondente ao esmagamento da biela de compressão, $V_{Rd,max}$, obtido através das Eqs. (18) e (19).

- 11) Determinar a nova estimativa de extensão a meia altura da secção da viga (ε_x) para a corrente iteração $\varepsilon_{x,i+1}$, através da Eq. (13), adotando: $V_{Ed} = V_{Rd}$, $M_{Ed} = V_{Rd}(a - d_{eq})$ e a força axial, N_{Ed} .
 12) Se $|\varepsilon_{x,i+1} - \varepsilon_{x,i}| / \varepsilon_{lyk} \leq \varepsilon_{tol}$, a solução convergiu, caso contrário retorna-se ao passo 2 com $\varepsilon_{x,i} = \varepsilon_{x,i+1}$. ($\varepsilon_{tol} = 1 \times 10^{-6}$) até a convergência ser garantida.

Este processo iterativo fornece a resistência ao corte do elemento, V_{Rd} , e suas subcomponentes $V_{Rd,F}$ (composta de $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,f}$) e $V_{Rd,s}$. A capacidade de carga do elemento é a menor entre a resistência ao corte e à flexão (esta última obtida segundo as recomendações do MC2010). ■

REFERÊNCIAS

- [1] Batson, G.; Jenkins, E.; and Spatney, R., "Steel Fibers as Shear Reinforcement in Beams," ACI Journal, Proceedings, 69(10), 640-644, 1972.
 [2] Lim DH, Oh BH. Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams. Engineering Structures, 21(10), 937-44, 1999.
 [3] Barragán BE. Failure and toughness of Steel Fiber Reinforced Concrete under tension and shear. PhD dissertation. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain; 2002.
 [4] Kwak Y-K, Eberhard MO, Kim W-S, Kim J. Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. ACI Structural Journal, 99(4):530-8, 2002.
 [5] Rosenbusch J, Teutsch M. Shear design with- method. Proceedings of the RILEM TC, 105-17, 2003.
 [6] Minelli F. Plain and fiber reinforced concrete beams under shear loading: structural behaviour and design aspects. PhD dissertation. University of Trento, Italy, 2005.
 [7] Bertozzi A, Reggia A. Steel fibers for the minimum shear reinforcement of the beams. MS thesis. University of Brescia, Brescia, Italy, 2006.
 [8] Amin A, Foster SJ. Shear strength of steel fibre reinforced concrete beams with stirrups. Engineering Structures, 111, 323-32, 2016.
 [9] Minelli F, Plizzari, GA, Vecchio FJ. Influence of steel fibers on full-scale RC beams under shear loading. In: Carpinteri A, Pietro G, Guieppe F, Plizzari, editors. Fracture Mechanics of Concrete Structures - High Performance Concrete, Brick-Masonry and Environmental Aspects. London, Taylor and Francis, 1523-31, 2007.
 [10] Soetens T. Design models for the shear strength of prestressed precast steel fibre reinforced concrete girders. PhD dissertation. Gent University, Belgium, 2015.
 [11] Ortiz-Navas F, Navarro-Gregori J., Leiva-Herdocia GE, Serna-Ros P, Cuenca E. An experimental study on the shear behaviour of reinforced concrete beams including macro-synthetic fibres. Construction and Building Materials, 169, 888-899, 2018.
 [12] Soltanzadeh, F.; Behbahani, A.E.; Barros, J.A.O.; Mazaheripour, H., "Effect of fiber dosage and prestress level on shear behavior of hybrid GFRP-steel reinforced concrete I shape beams without stirrups", Composites Part B Journal, 102, 57-77, October 2016.
 [13] Conforti A. Variable truss model for the shear design of fibre reinforced concrete beams: experimental and analytical study". MS thesis. University of Brescia, Brescia; 2008.
 [14] Foster SJ. Design of FRC beams for shear using the VEM and the draft model code approach. Chapter 12 In: fib Bulletin 57, International Federation for Structural Concrete fib, Lausanne, Switzerland; 2010, p. 195-201.
 [15] Foster SJ, Agarwal A, Amin A. Design of SFRC beams for shear using inverse analysis for determination of residual tensile strength. Structural Concrete 2018;19:129-140.
 [16] Vandewalle L, et al. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ε design method - Final Recommendation. Materials and Structures 2003;36:560-567.
 [17] Model Code 2010. fib Model Code for Concrete Structures 2010. International Federation for Structural Concrete (fib). Ernst & Sohn, Berlin, Germany; 2013.
 [18] Cuenca, E, Conforti, A, Minelli, F, Plizzari, GA, Gregori, JN, and Serna, P. A material-performance-based database for FRC and RC elements under shear loading, Materials and Structures 2018; 51(11): 1130-1137
 [19] Barros, J.A.O.; Foster, S., "An integrated approach for predicting the shear capacity of fibre reinforced concrete beams", Engineering Structures Journal, 174, 346-357, 2018.
 [20] Oliveira FL. Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete. PhD dissertation. Department of Project and Construction Engineering, Polytechnic University of Catalonia, Catalonia, Spain; 2010.
 [21] Ng TS, Htut TNS, Foster SJ. Fracture of steel fibre reinforced concrete - the unified variable engagement model. UNICIV Report R-460, The University of New South Wales, UNSW Sydney, Australia; 2012.
 [22] Ng TS, Foster SJ, Htut ML, Htut TNS. Mixed mode fracture behaviour of steel fibre reinforced concrete. Materials and Structures 2014;47:67-76.
 [23] Bentz EC, Vecchio FJ, Collins MP. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. ACI Structural Journal 2006; 103:614-624.
 [24] Baghi H., Barros JAO. Design Oriented Approach to Predict Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Structural Concrete, 2018; 19(1): 98-115.
 [25] Krenchel H. Fibre spacing and specific fibre surface. In: Neville A, editor. Fibre reinforced cement and concrete, UK: The Construction Press, 69-79; 1975.
 [26] Htut TNS. Fracture processes in steel fibre reinforced concrete. PhD dissertation. School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales, UNSW Sydney, Australia; 2010.
 [27] Wang, Y., "Mechanics of fiber reinforced cementitious composites", Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, May 1989.
 [28] Lee GG, Foster SJ. Behaviour of steel fibre reinforced mortar in shear I: Direct shear testing. UNICIV Report No. R-444. The University of New South Wales, UNSW Sydney, Australia; 2006.
 [29] Lee GG, Foster SJ. Behaviour of steel fibre reinforced mortar in shear II: Gamma ray imaging. UNICIV Report No. R-445. The University of New South Wales, UNSW Sydney, Australia; 2006.
 [30] Lee GG, Foster SJ. Behaviour of steel fibre reinforced mortar in shear III: Variable engagement model II. UNICIV Report No. R-448. The University of New South Wales, UNSW Sydney, Australia; 2007.