

# XV CONGRESO INTERNACIONAL GALLEGO-PORTUGUÉS DE PSICOPEDAGOGÍA

4, 5 y 6 de septiembre de 2019, A Coruña, España  
Asociación Científica Internacional de Psicopedagogía (ACIP)  
Universidade da Coruña, Universidade do Minho

Matemática nos Primeiros Anos

Early years Mathematics

Ana Filipa Balinha\*\* (0002-2528-4463), Ana Nunes\* (0001-6115-444X), Florbela Soutinho\*\*  
(0002-6136-2107), Joana Fernandes\*\*\*, Joana Ribeiro\*\*\*\* & Ema Mamede\*\* (0002-1623-  
8406)

[\*CE Pequenos Sábios, \*\*CIEC – Universidade do Minho, \*\*\*C. Leonardo Da Vinci, \*\*\*\*APECDA]

[Ema Mamede, emamede@ie.uminho.pt]

### Resumo

Analisam-se aqui formas de explorar a Matemática no Jardim de Infância à luz das orientações curriculares para a Educação Pré-escolar em vigor, em Portugal. Este documento distingue quatro componentes a considerar na abordagem à matemática: Números e Operações; Organização e Tratamento de Dados; Geometria e Medida; Interesse e Curiosidade pela Matemática. Neste simpósio discutem-se abordagens à Matemática no âmbito das três primeiras componentes, alicerçadas na prática pedagógica com crianças dos 3 aos 5 anos, a frequentar a educação Pré-escolar. Como questões orientadoras desta análise nas diferentes componentes, consideraram-se: 1) Quais os conhecimentos prévios das crianças? 2) Que desempenhos apresentam as crianças nas tarefas propostas? 3) Que dificuldades manifestam as crianças em tais situações? Discutem-se ainda as implicações educacionais dos resultados encontrados.

*Palavras-chave:* número, sentido espacial, organização e representação de dados, educação Pré-escolar.

### Abstract

Here one analyzes ways of exploring Mathematics in Kindergarten in light of the pre-school curriculum guidelines, in Portugal. That document distinguishes four components for the early years mathematics: Numbers and Operations; Organization and Representation of Data; Geometry and Measure; Interest and Curiosity in Mathematics. This symposium discusses approaches to mathematics within the framework of the first three components, based on pedagogical practice with children from 3 to 5 years old, attending pre-school education. As guiding questions of this analysis in the different components, are considered: 1) What previous knowledge do children have? 2) How do children perform when solving the proposed tasks? 3) What difficulties do children have in such situations? The educational implications of these results are also discussed.

*Keywords:* number, spatial sense, data organization and representation, kindergarten.

### **Matemática nos primeiros anos**

Acreditando numa educação de qualidade para todos, a educação Pré-escolar ambiciona preparar as crianças para o 1.º ciclo do Ensino Básico, tentando reduzir desfasamentos de oportunidades de aprendizagem entre aquelas que provêm de meios sociais e familiares diversificados.

As brincadeiras “constituem um meio natural para o desenvolvimento do pensamento matemático” (NCTM, 2008, p.84) fazendo parte do meio natural das crianças em idade pré-escolar. Cabe ao educador, fomentar a discussão de ideias, dando oportunidades para as crianças criarem e explorarem as suas próprias ideias. Oportunidades de aprendizagem de elevada qualidade podem emergir de experiência formais e informais conduzidas no pré-escolar. Todavia, estas experiências informais devem ser planeadas e idealizadas pelo educador, dado possuírem um carácter intencional (Frye et al., 2013). As experiências do quotidiano das crianças enquanto brincam e exploram, são extremamente poderosas. É da responsabilidade do educador, a promoção de experiências enriquecedoras na matemática para as suas crianças (Frye et al. 2013; English, 2016).

As crianças pequenas possuem um conhecimento matemático informal, que pode, e deve servir de base para a construção do conhecimento formal, nos diferentes tópicos da matemática – números e operações, geometria e medida, pensamento algébrico, organização e representação de dados. Sobre o tópico números e operações, foram realizados diversos estudos em contextos internacionais (ver Carpenter et al., 1981; Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999; Nunes, Bryant & Watson, 2009; Verschaffel, Bryant, & Torbeyns, 2012) que apontam para a capacidade que as crianças do Pré-escolar têm de resolver corretamente problemas de estrutura aditiva, com recurso à manipulação de objetos.

No domínio do sentido espacial, é já reconhecido que as crianças pequenas possuem um conhecimento informal do espaço que as rodeia e que alicerça a aprendizagem formal da geometria. O sentido espacial é até visto como uma das componentes fundamentais da aprendizagem da matemática nos primeiros anos. Crianças com grande sentido espacial apresentam melhor desempenho em matemática (Clements & Sarama, 2007), o que se justifica pelo facto de muitos conceitos matemáticos envolverem uma dimensão visual (Clements & Battista, 1992; Clements & Sarama, 2007). Aliás, é reconhecido que as ideias e as conexões entre ideias matemáticas saem beneficiadas quando os educadores conseguem ligar conceitos e processos que envolvem o número a estruturas espaciais (Baroody, Clements, & Sarama, 2019; Clements & Sarama, 2007).

Também no âmbito do pensamento algébrico, impõe-se abordar a Álgebra através da resolução de problemas envolvendo padrões, pois a investigação destes é uma estratégia poderosa de resolução de problemas (Vale & Pimentel, 2009). Baratta-Lorton (1995) considera que, com crianças pequenas, deve haver oportunidades de experimentar padrões na forma visual, auditiva e física, atribuindo ainda grande importância à verbalização de padrões. A autora refere ainda que, a capacidade de reconhecer e usar padrões constitui uma valiosa ferramenta na resolução de problemas e pode ainda ter um efeito profundo no desenvolvimento da compreensão matemática das crianças. Frobisher e Threlfall (2005) defendem que as crianças, nos primeiros anos de trabalho com padrões, desenvolvem capacidades para descrever, completar e criar padrões, transformar uma expressão escrita numa simbólica, ou vice-versa, prolongar um padrão para resolver problemas, explicar a generalização associada a um padrão e usar os padrões para estabelecer relações.

No que respeita à organização e representação de dados no pré-escolar, o documento Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar, OCEPE, (2016) salienta que o pré-escolar está repleto de oportunidades para recolher, organizar e interpretar dados de situações do dia a dia (Silva et al., 2016). A matemática no pré-escolar deve proporcionar oportunidades para as crianças colocarem questões que possam ser respondidas com recurso à recolha, organização e representação de dados (Frey et al., 2013; NCTM, 2000; English, 2012). Frye et al. (2013) defende mesmo que os educadores devem ajudar as crianças na recolha e organização de informação sobre fenómenos que lhes sejam relevantes, devendo ainda, posteriormente, ajudá-las a representar a informação graficamente.

Neste simpósio discutem-se abordagens à Matemática no Pré-escolar, no âmbito dos Números e Operações, Geometria, Pensamento Algébrico e Organização e Representação de Dados. As comunicações que o constituem advêm de estudos já concluídos neste âmbito, conduzidos com crianças a frequentar a educação Pré-escolar. O simpósio é orientado por três questões centrais: 1) Quais os conhecimentos prévios das crianças? 2) Que desempenhos apresentam as crianças nas tarefas propostas? 3) Que dificuldades manifestam as crianças em tais situações?

### **O estudo sobre Números e Operações**

As crianças possuem a capacidade de resolver corretamente problemas de adição e subtração, ainda antes destas operações lhes serem formalmente ensinadas. Soutinho e Mamede descrevem aqui um estudo que procurou perceber como as crianças dos 4 aos 6 anos (N=90)

entendem os problemas de estrutura aditiva. Adotou-se uma metodologia quantitativa, centrada nos desempenhos das crianças quando resolviam 28 problemas de estrutura aditiva, expostos com recurso a entrevistas estruturadas individuais. Apresentaram-se 4 problemas de composição de duas medidas (ex., “A cadelinha da Inês teve cachorros: 5 brancos e 3 castanhos. Quantos cachorros teve, ao todo, a cadelinha da Inês?”), 12 de transformação ligando duas medidas (ex.: “A mãe da Francisca deu-lhe 4 coelhinhos de chocolate. Mais tarde deu-lhe mais 3. Quantos coelhinhos tem agora a Francisca?”) e 12 de relação estática ligando duas medidas (ex., “Numa casa há 7 portas e 3 chaves. Quantas portas há a mais do que chaves?”). Durante a entrevista, cada problema foi apresentado por meio de uma história, estando disponível material figurativo alusivo à história apresentada em cada problema, para que o pudessem manipular, caso necessitassem. No final de cada resolução foi-lhes solicitado que explicassem o seu raciocínio e justificassem a sua resposta.

Os resultados registaram níveis de sucesso elevados com as crianças mais velhas, rondando os 71%, mas também níveis surpreendentes de cerca de 40% junto do grupo de crianças dos 4 anos, nos problemas de composição de duas medidas e os de transformação ligando duas medidas, subindo esta percentagem para cerca de 71% junto das crianças de 6 anos. A Figura 1, mostra uma criança a resolver um problema “A Maria tinha 6 flores, deu 2 à sua mãe. Quantas flores tem ela agora?”.



Figura 1 – Criança a resolver o problema de subtração

Os problemas de relação estática ligando duas medidas foram os mais difíceis de resolver por todas as crianças, tendo sido os problemas de composição de duas medidas e os de transformação ligando duas medidas os mais acessíveis. Registou-se ainda que as crianças mais velhas têm um desempenho superior às mais novas nos três tipos de problemas, no entanto, tanto as crianças de 5, como as de 4 anos, conseguem resolver corretamente muitos dos problemas propostos.

### O estudo sobre visualização espacial

A visualização espacial pode ser entendida como a percepção visual. Este conceito diz respeito à nossa capacidade para observar, manipular, transformar, compreender e imaginar movimentos de objetos, imagens bi e tridimensionais, com o propósito de organizar informação, raciocinar, desenvolver ideias previamente desconhecidas e conhecimento avançado (Arcavi, 2003; Clements & Battista, 1992; Clements & Sarama, 2011; Sarama & Clements, 2009).

Balinha e Mamede conduziram um estudo exploratório, para analisar a capacidade de as crianças pequenas resolverem problemas de visualização espacial, tendo o foco incidido sobre a percepção das relações espaciais. Foram realizadas entrevistas a 15 crianças, dos 3 aos 5 anos (5 em cada grupo etário), para analisar o seu desempenho durante a resolução de problemas naquele âmbito. Cada entrevista foi composta por 10 problemas de percepção das relações espaciais (6 problemas de construção com blocos, 2 puzzles, 2 problemas de identificação de posição). As crianças dispunham de material manipulável relacionado com o contexto do problema para usarem livremente.

Os resultados mostram níveis de sucesso surpreendentes junto das crianças de 4 e 5 anos, que resolveram corretamente, em média, 7 dos 10 problemas propostos. O número de resoluções corretas diminuiu para uma média de 3 problemas corretamente resolvidos, junto do grupo de 3 anos. Contudo, merece reparo, a existência de uma criança de 3 anos que conseguiu obter 7 dos 10 problemas certos e uma criança de 4 anos que resolveu acertadamente todos os problemas. As Figuras 2 e 3 ilustram resoluções de problemas de construção com blocos, realizados por crianças de 3 anos e 11 meses e de 4 anos, respetivamente.

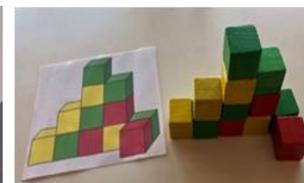
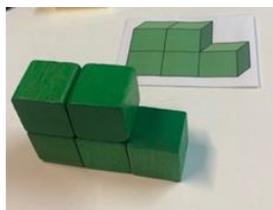
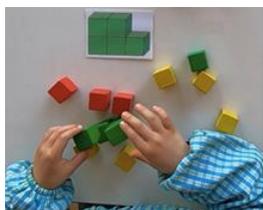


Figura 2 – Construção com blocos (3 anos).

Figura 3 – Construção com blocos (3 anos).

Os problemas de percepção visual aparentam ser mais difíceis para as crianças de 3 anos do que para as de 4 e 5 anos. Os problemas mais complexos parecem ter sido os de construções com blocos, que foram bem conseguidos junto das crianças de 4 e 5 anos, e, por duas de 3 anos. Os

problemas de puzzle parecem ser resolvidos com sucesso pelas crianças de 4 e 5 anos, sendo mais difíceis para as de 3 anos. Nos problemas de identificação de posição, registaram-se percentagens de sucesso de 40, 60 e 80% junto das crianças de 3, 4 e 5 anos, respetivamente. Estes resultados sugerem que um estudo mais aprofundado merece ser realizado junto de crianças desta faixa etária.

Num outro estudo sobre visualização, Nunes e Mamede exploram a visualização espacial com incidência nas noções de posição relativa de 25 crianças dos 3 aos 5 anos, a frequentar a educação pré-escolar. Tentaram perceber: 1) Quais os conhecimentos prévios das crianças quanto à posição relativa? 2) De que forma as crianças descrevem o meio? 3) Como se posiciona a criança em relação ao meio envolvente? Realizou-se uma intervenção de 8 sessões centrada em torno do pensamento espacial, nomeadamente a orientação espacial, envolvendo noções de lateralidade (ao lado; esquerda/direita) e posição relativa (em cima/baixo; à frente/atrás; dentro/fora). Os resultados sugerem que houve uma melhoria na capacidade de descrição da localização de objetos e pessoas; da perceção de posição no espaço; das capacidades espaciais das crianças e da comunicação matemática.

### **O estudo sobre pensamento algébrico**

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (Silva et al., 2016), referem que construir e reconhecer padrões contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Reconhecer, comparar e analisar padrões são elementos fundamentais para o desenvolvimento intelectual das crianças, que, por sua vez, começam a pensar de forma algébrica (NCTM, 2008). É possível associar o conceito de padrão, matematicamente, a uma regularidade de algum tipo. Vale e Fonseca (2010) afirmam que um padrão é qualquer tipo de regularidade que pode ser reconhecida pela mente. Frobisher et al. (2007) consideram que o conceito de padrão matemático é utilizado na procura de ordem e estrutura, associado geralmente a termos como regularidade, repetição e simetria. Para Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006), o termo padrão pode também ser aplicado a respeito de uma disposição ou arranjo de números, formas, cores e/ou sons onde se detetam regularidades.

Fernandes e Mamede conduziram um estudo exploratório com 25 crianças dos 3 aos 5 anos, a frequentar o Pré-escolar, para compreender o conhecimento destas sobre padrões. Procuraram saber: 1) Quais as ideias das crianças sobre padrões? 2) Que desempenhos apresentam as crianças? 3) Que dificuldades encontram na exploração de padrões? Foi implementada uma intervenção de

9 sessões, que integravam tarefas de padrões de repetição, com propósitos distintos (reconhecimento e continuação de padrões, criação de padrões, identificação do intruso e tradução de padrões). Os resultados sugerem que as crianças resolveram com sucesso e grande motivação as tarefas propostas, tendo sentido maiores dificuldades na resolução das tarefas de identificação do intruso e sua correção. Sugerem ainda que a exploração de padrões no pré-escolar constitui uma oportunidade para estimular o raciocínio lógico das crianças, a sua capacidade de resolver problemas e de comunicar oralmente.

### **O estudo sobre Organização e representação de dados**

Atender às ideias e conceitos prévios das crianças é essencial para uma aprendizagem significativa. É sabido que as crianças aprendem conceitos matemáticos através das suas atividades diárias (ver Clements & Sarama, 2017; English, 2016; Frey et al, 2013; NCTM, 2008). Estabelecer comparações informais, classificar, ordenar e organizar objetos, bem como as atividades de contagem, podem providenciar as bases matemáticas para o desenvolvimento da compreensão de dados pelas crianças (Baratta-Lorton, 1995; Frye et al, 2013; NCTM, 2008).

Ribeiro e Mamede conduziram um estudo exploratório, com 24 crianças a frequentar a educação pré-escolar (4-6 anos), para perceber as suas ideias quando recolhiam, organizavam e representavam dados. Procuravam conhecer: 1) Como é que as crianças entendem a recolha e organização de dados? 2) Como potenciar a abordagem da recolha e tratamento de dados? 3) Que dificuldades manifestam as crianças quando representam dados? Implementou-se uma intervenção de 6 sessões em que as crianças trabalharam com objetos reais e gráficos (reais e pictóricos). Os resultados sugerem que as crianças são capazes de recolher e organizar dados sobre temas do seu interesse, e que são ainda capazes de interpretar informação a partir de um gráfico real para posterior tradução num pictograma, explicando a informação nele representada. As tarefas exploradas com as crianças ao longo das sessões, permitiram-lhes responder a questões de “Quantos estão aqui?”, efetuar comparações explicando que grupo tem mais e que grupo tem menos, por exemplo. Estas ideias constituem a base para raciocínios mais elaborados como “Quantos objetos tem a mais” um grupo do que o outro.

### Comentários finais

Uma aprendizagem de elevada qualidade resulta das experiências formais e informais durante os anos correspondentes ao pré-escolar, pelo que se torna pertinente estimular o interesse pela matemática em idades precoces (NCTM, 2008). As OCEPE (2016) realçam a importância de abordar o domínio da Matemática em componentes como Números e Operações, Geometria, Organização e Representação de dados, Padrões e Regularidades, entre outras. Este simpósio divulga intervenções sobre estas componentes, junto de crianças do pré-escolar e discute possíveis abordagens a estes assuntos junto dos mesmos. Reconhecendo a necessidade urgente de realizar investigação de qualidade no âmbito da Matemática nos primeiros anos, abre-se assim a porta à reflexão e discussão sobre como esta pode ser abordada junto das nossas crianças. A matemática do pré-escolar pode constituir-se como um veículo para o desenvolvimento de capacidades e competências relevantes para as aprendizagens subsequentes da matemática que se tornam significativas para as crianças e as preparam para situações futuras.

Referências Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics.

*Educational studies in mathematics*, 3 (52), 215-241.

Baratta-Lorton, M. (1995). *Mathematics Their Way*. London: ILP.

Baroody, A., Clements, D., & Sarama, J. (2019). Teaching and Learning Mathematics in Early Childhood Programs. In M. B. M. a. N. F. Christopher P. Brown (Ed.), *The Wiley Handbook of Early Childhood Care and Education* (1<sup>st</sup> Ed.): John Wiley & Sons, Inc.

Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L., & Empson, S. (1999). *Children's mathematics: cognitively guided instruction*. USA: Leigh Peake.

Carpenter, T., Hiebert, J., & Moser, J. (1981). Problem structure and first grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal of Research in Mathematical Education*, 12, 27-39.

Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1). Charlotte: Information Age Publishing.

- Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 133-148.
- English, L. (2016). Revealing and capitalising on young children's mathematical potential. *ZDM Mathematics Education*, 48,1079–1087.
- English, L. (2012). Data modelling with first-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 81,15–30.
- Frobisher, L., Frobisher, A., Orton, A., & Orton, J. (2007). *Learning to teach shape and space*. Cheltenham, UK: Nelson Thornes.
- Frobisher, L. & Threlfall, J. (2005). Teaching and Assessing Patterns in Number in the Primary Years. In Anthony Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp. 84-103. London: Continuum.
- Frye, D., Baroody, A. J., Burchinal, M., Carver, S. M., Jordan, N. C., & McDowell, J. (2013). *Teaching math to young children: A practice guide* (NCEE 2014-4005). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved from the NCEE [Accessed in February 2019] website: <http://whatworks.ed.gov>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2008). *Princípios e Normas Para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM & NCTM.
- Nunes, T., Bryant, P., & Watson, A. (2009). *Key understandings in mathematics learning*. London: Nuffield Foundation.
- Nunes, T., Campos, T., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Educação matemática – Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.
- Vale, I., & Fonseca, L. (2010). Pattern tasks with geometric transformation in elementary teacher's training: some examples. *Journal of the European Teacher Education Network*, 5, 76-86.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarró (Org.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-221). SPCE - Secção de Educação e Matemática da SPCE.
- Verschaffel, L., Bryant, P., & Torbeyns, J. (2012). Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 79 (3), 335-349.

Agradecimentos: FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto do CIEC  
(Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho)  
UID/CED/00317/2019.