



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Paulo Miguel Ferreira Miranda

**Estratégias de Resolução de Problemas e
Formulação de Problemas – Um estudo
nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico**



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Paulo Miguel Ferreira Miranda

**Estratégias de Resolução de Problemas e
Formulação de Problemas – Um estudo
nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico**

Relatório de Estágio

Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática
e Ciências Naturais no 2ºCiclo do Ensino Básico

Trabalho realizado sob a orientação da

Professora Doutora Ema Paula Botelho da Costa Mamede

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição-NãoComercial-SemDerivações
CC BY-NC-ND

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Agradecimentos

À minha mãe, por ser a pessoa mais incrível e lutadora que eu alguma vez conheci, a minha maior inspiração. Ao meu irmão, por me ensinar a não me conformar com a mediania, por fazer com que eu consiga chegar sempre mais além.

À Margarida, o meu porto seguro, por estar lá sempre, nos bons e nos maus momentos. Por ser a minha eterna nono!

À professora doutora Ema Mamede, por todos os conselhos, disponibilidade e dedicação, bem como toda a paciência e compreensão nos erros, indecisões e precipitações. O seu bom trabalho merece realmente ser reconhecido.

Às professoras cooperantes, e a todos os que me acolheram nas escolas, não podia ter desejado melhor sorte, fizeram-me sentir como um de vós.

À família Nutella, por se ter transformado numa família de verdade, daquelas que se guarda para a vida toda. Um agradecimento especial à Joana, por tudo madrinha!

Aos meus amigos da universidade, em especial à minha companheira de estágio Cristina, por todo o apoio e paciência. Também aos meus amigos do básico e secundário, em especial ao Henrique, ao César, ao Carlos e ao João, por todas as piadas que fizemos ao longo destes anos.

A todos os professores que me marcaram e inspiraram ao longo de todo o percurso escolar. Um agradecimento especial ao professor Domingos, por um dia ter explicado de uma forma tão apaixonada o porquê de ele ser professor, a um aluno que dizia querer ser tudo menos professor.

A todos os que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho fosse possível. Um especial agradecimento à Rosa, por todo o carinho, apoio e disponibilidade. Espero um dia poder retribuir essa dedicação, ajudando novos professores no início da sua caminhada.

A todos os meus alunos que participaram neste projeto e a todos os meus futuros alunos: este trabalho é vosso!

A todos, o meu mais sincero obrigado!

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho acadêmico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Estratégias de Resolução de Problemas e Formulação de Problemas – Um estudo nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico

Resumo

O presente relatório apresenta uma investigação pedagógica desenvolvida no âmbito da Unidade Curricular de Estágio do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Este projeto desenvolveu-se em dois contextos escolares distintos, nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, numa turma de 1.º e de 6.º ano de escolaridade. Teve como tema a resolução de problemas, nomeadamente a exploração de estratégias de resolução de problemas e a formulação de problemas, inserido na área curricular de Matemática. Pretendeu-se compreender os processos desenvolvidos pelos alunos, relativamente à resolução de problemas, identificando as suas estratégias de resolução e as suas capacidades de formulação, respondendo às seguintes questões: 1) Quais são as estratégias que os alunos utilizam para a resolução de problemas? 2) Como entendem os alunos a formulação de problemas? 3) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução e formulação de problemas?

Optou-se por uma metodologia baseada nos pressupostos da investigação-ação, respeitando as fases de planificação, ação, observação e reflexão, que se desenvolveram em ciclos consecutivos, existindo lugar para uma operacionalização de melhoria nas práticas. Em cada contexto, o plano de intervenção foi iniciado pelo momento diagnóstico, no qual se pretendeu aferir as conceções prévias dos alunos. As intervenções foram desenvolvidas com base nos ciclos supracitados, promovendo um desenvolvimento de competências ao nível da resolução e formulação de problemas. No caso do 1.º ciclo, foram desenvolvidos sete momentos de intervenção, ao passo que no contexto de 2.º ciclo houve lugar a cinco momentos interventivos. A sessão de avaliação final serviu para aferir o desenvolvimento global das aprendizagens realizadas.

Observou-se uma evolução positiva no que concerne à utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, tais como a construção de esquemas e tabelas, trabalhar do fim para o início, tentativa com indução, entre outras, bem como às capacidades de resolução de problemas, de diferentes tipologias. Quanto à formulação de problemas, mesmo percebendo que os alunos não se encontram acostumados a este tipo de tarefas, verificou-se um progresso nas suas competências, havendo espaço para novas aprendizagens. Destaca-se a potencialização da comunicação matemática, o envolvimento ativo, motivação e o empenho dos alunos neste projeto.

Palavras-chave: Estratégias de resolução de problemas; Formulação de problemas; Resolução de problemas.

Problem-solving Strategies and Problem-posing - A study in 1st and 2nd Cycles of Basic Education

Abstract

This report presents a pedagogical research developed within the Curriculum Unit of the Master's Degree in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education. This project was developed in two different school contexts, in the 1st and 2nd cycles of Basic Education, in a class of 1st and 6th grade. Its theme was problem solving, namely the exploration of problem-solving strategies, and the problem-posing, inserted in the curriculum area of Mathematics. It was intended to understand the problem-solving processes developed by the students, identifying their resolution strategies and their posing skills, answering the following questions: 1) What are the strategies that students use for problem-solving? 2) How do students understand problem-posing? 3) What difficulties do students manifest in problem-solving and posing?

We opted for a methodology based on the assumptions of action research, respecting the phases of planning, action, observation and reflection, which were developed in consecutive cycles, having always room for an operationalization of improvement in practices. The intervention plan was initiated by the diagnostic moment, which was intended to assess the students' previous conceptions. The interventions were developed based on the above action research model cycles, enhancing the development of problem-solving and problem-posing skills. In the case of the 1st cycle, seven intervention moments were developed, whereas in the 2nd cycle context there were five intervention moments. Finally, the final assessment session served, in both cases, to gauge the overall development of student learning.

It was possible to observe a positive evolution regarding the use of different problem-solving strategies, such as building schemas and tables, working from end to beginning, induction attempt, among others, as well as problem solving capabilities, of different typologies. Regarding the problem-posing, even realizing that students are not used to this type of tasks, there was a progress in their skills, with room for new learning. We also highlight the enhancement of mathematical communication throughout the project, as well as the active involvement, motivation and commitment of students in the accomplishment of tasks.

Keywords: Problem-posing; Problem-solving; Problem-solving strategies.

Índice

Direitos de autor e condições de utilização do trabalho por terceiros	ii
Agradecimentos	iii
Declaração de integridade	iv
Resumo	v
Abstract	vi
Índice de figuras.....	x
Índice de tabelas.....	xiv
Índice de transcrições	xv
Índice de esquemas	xv
Índice de apêndices	xvi
1. Introdução.....	1
1.1 A Matemática e a resolução de problemas no Ensino Básico	1
1.2 Justificação da escolha do tema	3
1.3 Problema e questões de investigação.....	4
1.4 Organização do relatório	4
2. Enquadramento teórico	6
2.1 Conceito de problema.....	6
2.1.1 Tipos de problemas	9
2.2 Resolução de problemas.....	11
2.2.1 Estratégias de resolução de problemas	12
2.3 Formulação de problemas	13
2.3.1 Estratégias de formulação de problemas	14
2.4 A resolução de problemas na aula de Matemática.....	15
2.4 A avaliação na resolução de problemas.....	17
2.5 A resolução de problemas nos documentos curriculares	18
2.6 Estudos prévios realizados.....	21
2.7 Síntese	22

3. Metodologia	23
3.1 Opções metodológicas.....	23
3.2 Plano do Estudo	24
3.3 Estudo 1	25
3.3.1 Participantes	25
3.3.2 Tarefas	26
3.3.3 Procedimentos	27
3.4 Estudo 2	28
3.4.1 Participantes	28
3.4.2 Tarefas	28
3.4.3 Procedimentos	30
3.5 Recolha de dados	30
4. Resultados	32
4.1 Estudo 1	32
4.1.1 Momento diagnóstico	32
4.1.2 Sessão 1	36
4.1.3 Sessão 2	41
4.1.4 Sessão 3	45
4.1.5 Sessão 4	49
4.1.6 Sessão 5	52
4.1.7 Sessão 6	58
4.1.8 Sessão 7	61
4.1.9 Momento de avaliação	65
4.1.10. Síntese do estudo	69
4.2 Estudo 2	69
4.2.1 Momento diagnóstico	69
4.2.2 Sessão 1	73

4.2.3 Sessão 2.....	78
4.2.4 Sessão 3.....	82
4.2.5 Sessão 4.....	88
4.2.6 Sessão 5.....	91
4.2.7 Momento de avaliação.....	96
4.2.8 Síntese do estudo.....	101
4.3 Discussão dos resultados	101
5. Considerações finais	105
5.1 Conclusões do estudo	105
5.2 Reflexão sobre os estudos do relatório	109
5.3 Implicações educacionais	112
5.4 Limitações do estudo.....	113
5.5 Recomendações para futuras investigações	113
Referências Bibliográficas.....	114
Apêndices	118

Índice de figuras

Figura 1: Exemplos de resolução de um problema de cálculo	34
Figura 2: Exemplos de resolução de um problema de processo	35
Figura 3: Exemplos de formulação de um problema	36
Figura 4: Resolução do problema no quadro	38
Figura 5: Exemplos de resolução do problema retirado dos cadernos dos alunos	38
Figura 6: Resolução de um problema de cálculo por um aluno	39
Figura 7: Resolução de um problema de cálculo em grupo-turma, no quadro.....	39
Figura 8: Exemplos de resolução de um problema de cálculo pelos alunos	39
Figura 9: Resolução de um problema de cálculo em grupo-turma, no quadro.....	40
Figura 10: Resolução conjunta do problema no quadro	41
Figura 11: Formulação da extensão do problema, com base numa dramatização	42
Figura 12: Resolução do problema formulado na aula	43
Figura 13: Dramatização/simulação do problema pelos alunos	44
Figura 14: Resolução do problema sob a forma de jogo online	44
Figura 15: Elaboração do esquema no quadro pelos alunos	45
Figura 16: Preenchimento da tabela pelos alunos no quadro	46
Figura 17: Execuções de tabelas por alunos, no caderno.....	46
Figura 18: Resolução do problema em discussão de grupo-turma.....	47
Figura 19: Resolução conjunta de exemplar de Sudoku	48
Figura 20: Exemplos de resolução individual de exemplar de Sudoku.....	48
Figura 21: “Caixa de Sudoku”	49
Figura 22: Formulação de um problema por um aluno	50
Figura 23: Resolução em grupo do problema na sala	51
Figura 24: Resolução do problema pelos alunos.....	51

Figura 25: Resolução, em grupo, do problema no exterior	52
Figura 26: Soluções encontradas pelos alunos na aula	53
Figura 27: Formulação dos problemas pelos alunos	55
Figura 28: Imagem utilizada na tarefa de formulação	55
Figura 29: Representação do enunciado do problema	56
Figura 30: Representação do enunciado do problema	56
Figura 31: Resolução do problema através de uma simulação	57
Figura 32: Representação do enunciado e resolução de um problema	59
Figura 33: Representação do enunciado e resolução de um problema	59
Figura 34: Representação do enunciado e resolução de um problema	60
Figura 35: Formulação de dois problemas pelo mesmo aluno	60
Figura 36: Resolução do problema formulado, recorrendo ao algoritmo da adição, através de números e de desenhos	61
Figura 37: Exploração do material didático	62
Figura 38: Reprodução de figura “gato” e “tartaruga”	62
Figura 39: Criação de uma nova figura “aranha robô gigante” e “dragão”	63
Figura 40: Exploração comparativa das figuras no quadro	63
Figura 41: Resolução do problema clássico “Torre de Hanói”	64
Figura 42: Debate de diferentes resoluções elaboradas pelos alunos	64
Figura 43: Exemplos de resolução de um problema de cálculo	67
Figura 44: Exemplos de resolução de um problema de processo	67
Figura 45: Exemplo de resolução de um problema de processo, através de uma tabela .	68
Figura 46: Exemplos de formulação de problemas, a partir de uma imagem.....	68
Figura 47: Exemplos de resoluções do problema de processo	71
Figura 48: Exemplo de explicação verbal da resolução do problema	71
Figura 49: Exemplo de formulação e resolução de um problema	71

Figura 50: Exemplo de resolução do problema por um aluno.....	72
Figura 51: Explicação verbal da resolução do problema	73
Figura 52: Apresentação dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável na sala	74
Figura 53: Resoluções do problema pelos alunos	75
Figura 54: Resolução e discussão final do problema, em grupo-turma	75
Figura 55: Formulação conjunta do problema apresentada no quadro	76
Figura 56: Resolução do problema formulado	76
Figura 57: Resolução por desenho e identificação de padrão	77
Figura 58: Resolução aludindo à lei de formação e expressão geradora	77
Figura 59: Exemplo de utilização do rascunho para a formulação de problemas	79
Figura 60: Exemplos de formulação de problema, por pares de alunos.....	79
Figura 61: Formulação e resolução de problema relacionado com percentagens.....	80
Figura 62: Formulação e resolução de problema relacionado com áreas.....	81
Figura 63: Enunciado que necessitava de uma reformulação da pergunta	83
Figura 64: Exemplo de formulação de problema que utilizava valor elevado	84
Figura 65: Resolução do problema pelos alunos.....	85
Figura 66: Resolução de um problema por um aluno, utilizando uma regra de três simples	85
Figura 67: Resolução de um problema por um aluno, utilizando uma sequência lógica de cálculos.....	86
Figura 68: Explicação verbal do processo de resolução.....	86
Figura 69: Esquema elaborado por aluno para a sua explicação	89
Figura 70: Tabela elaborada por um aluno	90
Figura 71: Enumeração de passos elaborada por dois alunos, com diferentes soluções investigadas para o problema.....	90
Figura 72: Resolução conjunta do problema no quadro	92

Figura 73: Exemplos de formulação de problema, mantendo a estrutura original	93
Figura 74: Exemplos de formulação de problema, através de uma extensão	94
Figura 75: Formulação de um problema complexo, partindo do contexto geral do problema	94
Figura 76: Exemplo de formulação complexa por um aluno	95
Figura 77: Resolução do problema pelo mesmo aluno.....	95
Figura 78: Exemplos de resoluções do problema de processo	98
Figura 79: Exemplo de explicação verbal da resolução do problema	98
Figura 80: Exemplo de formulação e resolução de um problema	99
Figura 81: Exemplo de resolução do problema através de uma estratégia inovadora	100
Figura 82: Descrição verbal da resolução do problema	100

Índice de tabelas

Tabela 1: Tipologia de problemas segundo Palhares (1997)	9
Tabela 2: Tipologia de problemas segundo o GIRP (citado por Vale & Pimentel, 2004) ...	10
Tabela 3: Tipologia de problemas segundo Boavida <i>et al.</i> (2008)	10
Tabela 4: Estratégias de resolução de problemas segundo Vale e Pimentel (2004)	13
Tabela 5: Estratégias para a formulação de problemas, segundo Vale e Pimentel (2004)	15
Tabela 6: Calendarização das sessões de intervenção desenvolvidas no Estudo 1	27
Tabela 7: Calendarização das sessões de intervenção desenvolvidas no Estudo 2	30
Tabela 8: Respostas obtidas no momento diagnóstico do Estudo 1	33
Tabela 9: Respostas obtidas no momento de avaliação do Estudo 1	66
Tabela 10: Respostas obtidas no momento diagnóstico do Estudo 2	70
Tabela 11: Respostas obtidas no momento de avaliação do Estudo 2	97

Índice de transcrições

Transcrição 1: Momento de definição da estratégia do problema	37
Transcrição 2: Formulação da extensão do problema	42
Transcrição 3: Debate em grupo sobre modificação do problema	47
Transcrição 4: Enunciado elaborado por um aluno	50
Transcrição 5: Conversa sobre a regularidade do número de molas.....	54
Transcrição 6: Trecho da discussão sobre a investigação	54
Transcrição 7: Enunciado do problema formulado por um aluno.....	56
Transcrição 8: Excerto da exploração do problema	57

Índice de esquemas

Esquema 1: Modelo da metodologia de Investigação-Ação (Coutinho et al., 2009, p. 366)	23
Esquema 2: Plano de trabalho do projeto	24

Índice de apêndices

Apêndice 1: Ficha de diagnóstico do Estudo 1	118
Apêndice 2: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 1)	120
Apêndice 3: Problema abordado na sessão de intervenção 2 (Estudo 1)	120
Apêndice 4: Problema abordado na sessão de intervenção 3 (Estudo 1)	121
Apêndice 5: Problema abordado na sessão de intervenção 3 (Estudo 1)	121
Apêndice 6: Problemas abordados na sessão de intervenção 4 (Estudo 1)	122
Apêndice 7: Problema abordado na sessão de intervenção 4 (Estudo 1)	123
Apêndice 8: Problema abordado na sessão de intervenção 5 (Estudo 1)	123
Apêndice 9: Problema abordado na sessão de intervenção 5 (Estudo 1)	124
Apêndice 10: Problema abordado na sessão de intervenção 6 (Estudo 1)	124
Apêndice 11: Problema abordado na sessão de intervenção 6 (Estudo 1)	125
Apêndice 12: Ficha de avaliação do Estudo 1	126
Apêndice 13: Ficha de diagnóstico do Estudo 2	129
Apêndice 14: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)	131
Apêndice 15: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)	131
Apêndice 16: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)	132
Apêndice 17: Ficha utilizada na sessão de intervenção 2 (Estudo 2)	133
Apêndice 18: Problema abordado na sessão de intervenção 2 (Estudo 2)	134
Apêndice 19: Problema abordado na sessão de intervenção 4 (Estudo 2)	134
Apêndice 20: Problemas abordados na sessão de intervenção 5 (Estudo 2)	135
Apêndice 21: Ficha de avaliação do Estudo 2	136

1. Introdução

O presente relatório é parte integrante de uma investigação pedagógica desenvolvida no âmbito da Unidade Curricular de Estágio do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Universidade do Minho. Este projeto desenvolveu-se em dois contextos escolares distintos, nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico. O tema global deste projeto centra-se na resolução de problemas, nomeadamente a exploração de estratégias de resolução de problemas e a formulação de problemas, inserido na área curricular de Matemática.

Entende-se por resolução de problemas os esquemas de ação desenvolvidos para solucionar uma situação que apresenta um obstáculo ao resolvidor (Pólya, 1995; Palhares, 1997; Vale & Pimentel, 2004) e por exploração de estratégias de resolução de problemas, o processo global pelo qual se descobre diferentes formas para conseguir dar resposta a diversas situações problemáticas (Pólya, 1995; Vale & Pimentel, 2004; Boavida *et al.*, 2008). A formulação de problemas é entendida como a concetualização ou reformulação de enunciados problemáticos, conseguindo criar contextos reais em que possam ser enquadradas situações matemáticas (Vale & Pimentel, 2004; Boavida *et al.*, 2008).

Este capítulo abarca considerações sobre a relevância da Matemática no Ensino Básico, nomeadamente sobre a importância da resolução de problemas. De seguida, introduz-se a justificação da escolha do tema, o problema em estudo e respetivas questões de exploração, terminando com a organização do relatório.

1.1 A Matemática e a resolução de problemas no Ensino Básico

A Matemática surge como um dos alicerces fundamentais do Ensino Básico. A sua relevância surge em inúmeros contextos, sendo uma das ciências que assume um papel cada vez mais preponderante na nossa sociedade:

A Matemática, podemos dizer, sempre permeou a actividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento e são hoje múltiplos e variados os seus domínios internos, como são múltiplos e variados os domínios externos em que é aplicada. Hoje, mais do que nunca, está presente em todos os ramos da ciência e tecnologia, em diversos campos da arte, em muitas profissões e sectores da actividade de todos os dias (Ponte *et al.*, 2007, p.3).

O *Programa e Metas Curriculares de Matemática* (DGE, 2013) realça que o ensino desta área curricular deve proporcionar aos alunos a construção de conhecimentos básicos em Matemática, o desenvolvimento do raciocínio matemático, a evolução da comunicação matemática, a concetualização das redes e ligações matemáticas e a promoção de competências de resolução de problemas.

A resolução de problemas possibilita, deste modo, o desenvolvimento de novas formas de pensamento, persistência e curiosidade nos alunos (Vale & Pimentel, 2004; Boavida *et al.*, 2008). Sendo uma componente aberta da Matemática, permite construir uma visão global das diferentes áreas, construindo teias de conhecimento através do cruzamento de diferentes contextos (Vale & Pimentel, 2004), facultando a interação com situações próximas do quotidiano dos alunos (Boavida *et al.*, 2008) tornando-se um fator de motivação e potenciando a construção de aprendizagens significativas.

Pólya (1995) enfatiza a importância da resolução de problemas na educação, afirmando que “o problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, uma marca indelével na mente e no carácter” (p. V).

Na mesma linha de pensamento, o investigador Brian Greene sugere:

If kids could have a small glimpse of that [excitement in scientific discovery], even by solving problems that we know already have answers, but that moment of going from confusion to clarity, that transition, its what science is, and that is what makes it exciting. And if only more kids would have that experience, I just think it would change the world (Greene, 2013).

É perceptível a relevância que a resolução de problemas assume na construção de competências para o presente e futuro das crianças. Um exemplo disso é a importância atribuída quando se prevê as competências mais procuradas no futuro, destacando o estudo de Frey e Osborn (2013), que sublinha a capacidade de “develop creative ways to solve a problem” (p.31) como um dos limites da computorização e, conseqüentemente, como uma das competências que tende para a sua futura valorização.

Deste modo, compreende-se a pertinência da presença da resolução de problemas no quotidiano dos alunos, percebendo que “é necessário propor-lhes experiências diversificadas que permitam desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, de modo a poderem tirar

partido da Matemática ao longo da vida” (Boavida *et al.*, 2008, p.13), cabendo ao professor a missão de o conseguir fazer.

1.2 Justificação da escolha do tema

A relevância do tema surge essencialmente das necessidades dos contextos específicos em que se pretendeu implementar este projeto.

No 1.º ciclo, tratando-se de alunos do primeiro ano de escolaridade, foi possível perceber a importância da utilização, reflexão e descoberta de estratégias para a resolução de problemas, bem como para a formulação de situações problemáticas. Analisando o contexto concreto da turma, foi possível constatar que a resolução de problemas e a exploração de diferentes estratégias para a sua resolução não era uma prática adotada frequentemente e nunca tinha sido proposto à turma a formulação de problemas. Reconhecendo algum interesse dos alunos, nas poucas vezes em que se assistiu à abordagem deste tipo de tarefa, considera-se que foi um contributo relevante para a sua formação e motivação, permitindo-lhes um contacto mais frequente, estruturado e consciente com a resolução e formulação de problemas, sublinhando também o papel do raciocínio e da comunicação matemática neste processo.

No que concerne ao contexto do 2.º ciclo, com alunos do sexto ano de escolaridade, o interesse surgiu no sentido de potenciar as capacidades dos alunos visto que a resolução de problemas já assumia algum protagonismo nas práticas observadas. No entanto, tratava-se de uma abordagem restritiva do desenvolvimento das atividades e, por outro lado, comprometedora do desenvolvimento dos alunos, na medida em que se percebeu serem capazes de chegar mais além.

Enfatizar também que a resolução e formulação de problemas são temáticas que estão plasmadas nos documentos curriculares do 1.º e 2.º ciclos, (DGE, 2013; DGE, 2018), pelo que a escolha do tema se encontra devidamente enquadrada e contextualizada curricularmente.

Com base nestes pressupostos, o presente projeto foi conceptualizado, sempre com o intuito de potencializar uma construção progressiva de competências, no âmbito da resolução de problemas, criando oportunidades de desenvolvimento de aprendizagens significativas para os alunos.

1.3 Problema e questões de investigação

Este relatório procura perceber como os alunos dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico compreendem a resolução de problemas, identificando as suas estratégias de resolução e as suas capacidades para formular problemas. Para tal, procurar-se-á dar resposta às seguintes questões:

- Quais são as estratégias que os alunos utilizam para a resolução de problemas?
- Como entendem os alunos a formulação de problemas?
- Que dificuldades manifestam os alunos na resolução e formulação de problemas?

1.4 Organização do relatório

O relatório encontra-se dividido em 5 capítulos. O primeiro, Introdução, faz uma apresentação do relatório, constando a pertinência e justificação do tema, o problema em estudo e as questões de investigação associadas.

Seguidamente, o capítulo 2 contempla o Enquadramento teórico, discutindo o conceito de problema, apresentando diferentes tipologias de problemas, refletindo um pouco acerca do conceito e características da resolução de problemas, bem como de algumas estratégias de resolução. Por outro lado, também se discute o conceito e importância da formulação de problemas, tal como algumas associadas a este tema. De seguida, destaca-se a importância da resolução de problemas na aula de Matemática, debruça-se sobre a avaliação na resolução e formulação de problemas, faz-se um estudo sobre a relevância do tema nos documentos curriculares, bem como sobre estudos prévios realizados neste âmbito. Conclui-se com algumas considerações, destacando-se a relevância da abordagem e o carácter inovador do estudo.

O capítulo 3 remete-nos para a apresentação da Metodologia do projeto. São apresentadas as opções metodológicas tomadas, o plano de estudos, a caracterização dos participantes, as tarefas e procedimentos adotados, bem como os meios de recolha de dados utilizados.

Relativamente ao capítulo 4, os Resultados, apresentam-se as sessões de intervenção realizadas no projeto. Está organizado pelos dois estudos elaborados, nomeadamente o Estudo 1, relativo ao 1.º ciclo, e o Estudo 2, relativo ao 2.º ciclo. No final, procede-se à discussão dos resultados obtidos.

No capítulo 5, as Considerações finais, apresentam-se as conclusões do estudo, onde se procura responder às questões de investigação. De seguida, desenvolve-se uma reflexão acerca

dos estudos e das aprendizagens construídas ao longo do projeto. Conclui-se com algumas implicações educacionais, limitações do estudo e recomendações para futuras investigações.

2. Enquadramento teórico

Este capítulo terá como objetivo explorar alguma revisão de literatura no âmbito da resolução de problemas. Num primeiro momento, será desenvolvido o conceito de problema, segundo diferentes perspetivas, bem como uma abordagem à tipologia de problemas. Também será objeto de análise o conceito de resolução de problemas, onde serão apresentadas estratégias de resolução, realçando a sua importância no ensino da Matemática. Seguidamente, será explorada a temática da formulação de problemas e apresentados exemplos de estratégias de formulação. Por fim, será refletido o papel da avaliação neste processo e feita uma análise aos documentos curriculares e a alguns estudos realizados no âmbito da resolução e formulação de problemas. Termina-se com algumas considerações, destacando a relevância da abordagem e o caráter inovador do estudo.

2.1 Conceito de problema

Percecionando a resolução de problemas como o tema global deste projeto, torna-se fundamental discutir previamente o conceito de problema, através de diferentes perspetivas.

John Dewey (1933) foi dos primeiros pensadores do século XX a chamar a atenção para “o papel potencialmente relevante que os problemas poderiam desempenhar no processo educativo” (Valente, Neto & Valente, 1989, p.71).

No entanto, apenas com Pólya, no final do século XX, foi dada a devida relevância a este tema, partindo da sua publicação “Como resolver problemas” (Pólya, 1995) (“How to solve it”, publicado originalmente em 1945), pelo que surgiram diferentes tentativas para o estabelecimento da definição de problema. Pólya defende que “to have a problem means: to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately attainable, aim” (1981, p. 118).

Vale e Pimentel (2004, p. 12) apresentam a sua visão do conceito de problema como “uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução”. Boavida *et al.* corroboram esta visão, afirmando que se trata de um problema “quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados” (2008, p. 15).

Partindo dos pontos comuns das diferentes definições, Lester (1994, citado por Vale & Pimentel, 2004, p. 14) sugere que “a situação não pode ser considerada um problema se a sua realização não for desejada”, colocando o foco na entidade que pretende resolver o problema.

Kantowski (1974, citado por Vale & Pimentel, 2004, p. 14), em relação a esta ideia, também sugere que “o problema de um pode ser o exercício de outro e a frustração de um terceiro”. Deste modo, uma “mesma questão pode ser um exercício para uns e um problema para outros, e ainda para o mesmo indivíduo uma situação pode ser um problema numa fase de aprendizagem e exercício noutra fase posterior” (Vale & Pimentel, 2004, p. 14). Para melhor conseguir fazer o contraponto entre problema e exercício, Vale e Pimentel esclarecem:

[...] só se tem um problema se não se sabe como chegar até à solução, pois, se uma questão não tem surpresas e pode ser resolvida confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares, não interessando quão complicados sejam, é um exercício. Assim, um exercício resolve-se habitualmente por processos mecanizados e repetitivos (2004, p. 13).

Deste modo, concordando com Souviney (2005) e com Vale e Pimentel (2004), torna-se possível identificar fatores inerentes ao agente da resolução, bem como à situação proposta, que influenciam a caracterização da tarefa como problema ou exercício, bem como o desempenho de quem a resolve (Santos, 2016).

Assim, Palhares (1997) constrói uma definição de problema que pretende aglomerar diferentes contributos afirmando:

[...] um problema é constituído por um conjunto de informações sobre uma situação inicial e sobre a situação final que é requerida, ou sobre a transformação que é requerida; existe um obstáculo que impede uma classe de indivíduos de obter a transformação requerida sem recorrer a algum tipo de raciocínio para que obtenha a solução pelos seus próprios meios (ou uma solução, ou a certeza que não há solução); a classe de indivíduos para as quais existe um obstáculo terá de aplicar algum ou alguns procedimentos descritos atrás; finalmente não pode existir indicação precisa de qual o procedimento a utilizar (p. 167).

Também os documentos reguladores do currículo apresentam diferentes aceções da definição de problema, tornando-se necessário uma reflexão sobre a forma como as definições teóricas são interpretadas para o contexto prático, influenciando as práticas desenvolvidas na sala de aula (Souviney, 2005; Dante, 2009).

O documento *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DEB, 2001), sugere a seguinte definição de problema: os problemas são “situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução – e não exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz directamente à solução” (p. 68).

A nível internacional, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (1991) define problema como uma situação “em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel” (p. 11).

Esta perspetiva vai ao encontro do conceito da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky, sugerindo “a existência de uma “janela de aprendizagem” em cada momento do desenvolvimento cognitivo do aprendiz” (Fino, 2001). Por conseguinte, é fulcral que os problemas sejam personalizados ao contexto em que vão ser resolvidos, não se tratando apenas de exercícios, mas também não se afastando demasiado na direcção oposta (Palhares, 1997; Dante 2009).

Esta preocupação também surge como um fator motivacional, pois potencializa o gosto pela Matemática e o interesse que lhe é dedicado pelos alunos, tal como sublinhado pela Associação de Professores de Matemática (APM, 1988) ou, mais recentemente, por Dante, no seguinte excerto:

O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Sua autoestima aumenta consideravelmente com a sensação do “eu sou capaz de fazer isto”. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e seu conformismo (2009, p.21).

Para tal, é fundamental que os problemas se apresentem como elementos motivadores da aprendizagem matemática, enfatizando a presença de problemas diversificados na sala de aula (Palhares, 1997; Dante, 2009), atendendo à sua tipologia.

2.1.1 Tipos de problemas

Dependendo do objetivo que se pretende alcançar, existem diversos tipos de problemas que se podem explorar com vista a alcançar diferentes finalidades (Boavida *et al.*, 2008; Dante, 2009). Seguidamente, apresentam-se algumas tipologias que visam orientar e enquadrar os diferentes problemas.

Palhares (1997) categoriza os problemas em sete tipos diferentes (Tabela 1), destacando o procedimento necessário para resolver determinado problema. Nesta tipologia é fundamental ter em conta a “classe de indivíduos que são destinatários” (Palhares, 1997, p. 167), percebendo que esta pode ser alterada, consoante o agente de resolução.

Tabela 1: Tipologia de problemas segundo Palhares (1997)

Tipos de Problemas	
Problemas de conteúdo	Requerem “o uso de conhecimentos matemáticos recentemente adquiridos ou ainda não totalmente adquiridos” (p. 168).
Problemas de processo	Requerem “o uso de estratégias de resolução” (p. 168).
Problemas de capacidades	Requerem “o uso de capacidades matemáticas” (p. 168), por exemplo cálculo mental ou capacidade de estimativa.
Problemas tipo puzzle	Requerem “o alargamento do espaço de resolução” (p. 168).
Problemas de aplicação	Requerem “a recolha e tratamento de informação” (p. 168).
Problemas abertos	Requerem “uma escolha ponderada entre vários caminhos possíveis” (p. 168).
Problemas de aparato experimental	Requerem “o uso de esquemas investigativos” (p. 169).

Vale e Pimentel (2004) apresentam uma tipologia diferente (Tabela 2), desenvolvida pelo projeto GIRP (citado por Vale & Pimentel, 2004, p. 19), que não pressupõe que a inclusão isolada “num e só num dos tipos”. Assim, podem surgir situações em que o mesmo problema surge com mais do que uma categoria associada.

Tabela 2: Tipologia de problemas segundo o GIRP (citado por Vale & Pimentel, 2004)

Tipos de Problemas	
Problemas de conteúdo	Requerem “a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas. Sem eles dificilmente poderá ser resolvido” (p. 19)
Problemas de processo	Um problema de processo “não se resolve, geralmente, pela aplicação directa de um algoritmo, isto é, dificilmente se resolverá sem a utilização de estratégias de resolução de problemas” (p. 19).
Problemas de aparato	Demandam “a utilização de um aparato experimental, sobre o qual o solucionador deve exercer as suas ações. É um tipo de problema que dificilmente se resolve sem a utilização do aparato e que suscita a utilização de métodos de investigação próprios das ciências experimentais” (p. 20).
Problemas de aplicação	Utilizam “dados da vida real, apresentados ao solucionador ou por ele recolhidos. (...) A resolução destes problemas passa muitas vezes pela utilização de uma ou mais estratégias de resolução de problemas (...) e podem admitir mais que uma solução” (p. 20).

Por fim, Boavida *et al.* (2008) sugerem uma tipologia mais parcimoniosa (Tabela 3), focalizando o enunciado e o processo de resolução como critérios de organização.

Tabela 3: Tipologia de problemas segundo Boavida *et al.* (2008)

Tipos de Problemas	
Problemas de cálculo	Demandam que os alunos tomem decisões acerca das operações matemáticas que necessitam de utilizar, potenciando a “oportunidade de aplicarem conceitos e destrezas previamente aprendidos” (p. 18).
Problemas de processo	Requerem estratégias de resolução mais complexas e criativas, não sendo resolúveis apenas pela seleção de operações apropriadas. Estes “podem ser usados para desenvolver diferentes capacidades, para introduzir diferentes conceitos ou para aplicar conhecimentos e procedimentos matemáticos anteriormente aprendidos” (p.19).
Problemas abertos	Também denominados de investigações, podem apresentar mais do que um percurso para chegar à solução, e mais do que uma resposta correta. Através destes, “os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão” (p. 20).

Ao longo do projeto, será esta última tipologia que será adotada nos dois estudos elaborados, permitindo construir paralelismos e retirar conclusões sobre as aprendizagens desenvolvidas.

2.2 Resolução de problemas

A resolução de problemas surge, atualmente, como um dos vetores fundamentais do ensino da Matemática (Boavida *et al.*, 2008; Vale & Pimentel, 2004; Souviney, 2005; Dante, 2009).

John Dewey (1933), como um dos pioneiros desta abordagem, enfatiza a importância do desenvolvimento de capacidades de pensamento de resolução de problemas, destacando que “the mind should be sensitive to problems and skilled in methods of attack and solution” (p. 78).

Pólya (1981) afirma que “solving problems is the specific achievement of intelligence” (p. 118), sugerindo a resolução de problemas como “the ability to go around an obstacle, to undertake an indirect course where no direct course presents itself” (p. 118).

Para Palhares (1997, p. 167), a “resolução de problemas ocorre quando um indivíduo (ou grupo de indivíduos) se confronta com um problema, decide resolvê-lo pelos seus próprios meios e, portanto, aplica conhecimentos que não estão a priori estabelecidos ou não são a priori conhecidos”.

Vale e Pimentel (2004) definem resolução de problemas como “o conjunto de ações tomadas para resolver essa situação [problema]”. No entanto, interessa olhar para a resolução de problemas de uma forma mais ampla, identificando três perspectivas, tal como as mesmas autoras sugerem: como um processo, “quando pretendemos dotar os alunos com estratégias de resolução tornando-os solucionadores cada vez mais aptos de problemas”; como uma finalidade, “quando tentamos atender aos aspetos matemáticos como explorar, questionar, investigar, descobrir e usar raciocínios plausíveis”; e, por fim, como método de ensino, “que surge para introduzir conceitos envolvendo exploração e descoberta, de acordo com as finalidades do ensino da Matemática e de factos, conceitos e procedimentos matemáticos” (pp. 11-12).

A resolução de problemas assume, assim, um papel essencial para a estimulação do raciocínio e comunicação matemática, da apresentação da relevância da Matemática no quotidiano dos alunos e como um catalisador da construção do gosto pela disciplina (Boavida *et al.*, 2008; Lupinacci & Botin, 2004; Krulik & Rudnick, 1993; Palhares, 1997; Dante 2009). Mamede corrobora esta perspectiva, afirmando que a resolução de problemas nas aulas fomenta “condições para desenvolver nos alunos também as capacidades de raciocínio e comunicação matemática” (2009, p. 10).

Para orientar o processo de resolução de problemas, Pólya identifica quatro fases de trabalho, no que hoje chamamos de modelo de Pólya (Vale & Pimentel, 2004; Boavida *et al.*, 2008):

Primeiro temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (Pólya, 1995, pp. 3-4).

No entanto, e tal como sublinham Boavida *et al.*, torna-se importante distinguir as estratégias de resolução do modelo de Pólya:

O modelo proporciona uma visão geral de como nos devemos movimentar na resolução de um problema, enquanto as estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas (2008, p. 23).

Deste modo, é na interseção do modelo de Pólya com as diferentes estratégias que surge a possibilidade de resolver uma grande variedade de problemas e desenvolver múltiplas aprendizagens.

2.2.1 Estratégias de resolução de problemas

As estratégias de resolução assumem uma grande relevância nos estudos efetuados. É necessário sublinhar que, tal como Boavida *et al.* (2008) e Dante (2009) sublinham, o professor deve proporcionar tarefas que potencializem o aparecimento das estratégias, deixando que sejam os alunos a descobrir e construir novos esquemas de ação. Porém, não pode ser desvalorizado o papel final de identificação e sistematização, para cimentar as aprendizagens desenvolvidas.

Vale e Pimentel (2004) indicam algumas estratégias de resolução de problemas (Tabela 4). A estas, Serrazina (n.d, p. 6) acrescenta a estratégia “organizar uma sequência de passos” que “permite esgotar e visualizar todos os casos possíveis” para a resolução do problema.

Assim, e corroborando Pólya (1995), estes autores sublinham a importância da exploração das estratégias pelos alunos, na busca de diferentes formas de resolver problemas.

Tabela 4: Estratégias de resolução de problemas segundo Vale e Pimentel (2004)

Estratégias de resolução de problemas	
Descobrir um padrão/regra ou lei de formação	“Esta estratégia centra-se em certos passos do problema e a solução é encontrada por generalizações de soluções específicas” (p. 24).
Fazer tentativas/conjeturas	“Nesta estratégia tem de se “adivinhar” a solução, segundo os dados do problema, e confirmar ou não as condições do problema” (p. 24).
Trabalhar do fim para o princípio	“Nesta estratégia começa-se pelo fim ou pelo que se quer provar” (p. 24).
Usar dedução lógica/fazer eliminação	“Nesta estratégia encaram-se todas as hipóteses e vai-se eliminando, uma a uma, aquelas que não são possíveis” (p. 24).
Reduzir a um problema mais simples/simplificação	“Esta estratégia implica resolver um caso particular de um problema. Normalmente aparece associada à estratégia de descoberta de um padrão” (p. 24).
Fazer uma simulação/experimentação/dramatização	“Esta estratégia consiste em utilizar objetos, criar um modelo ou fazer uma dramatização que traduza o problema a ser resolvido” (p. 25).
Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema	“Um desenho vale mais do que mil palavras” (p. 25).
Fazer uma lista organizada ou tabela	“Utiliza-se como estratégia de resolução ou simplesmente para representar, organizar e guardar informação” (p. 25).

2.3 Formulação de problemas

A formulação de problemas, em conjunto com a respetiva resolução, surge como um vetor fundamental do ensino da Matemática (Kilpatrick, 1987; Silver, 1997; Pólya 1995; Vale & Pimentel, 2004, Boavida *et al.*, 2008; Palhares 1997; Dante, 2009). No entanto, Kilpatrick já em 1987 afirmava que “it has received little explicit attention, however, in the mathematics curriculum” (p.123), o que não sofreu grandes alterações até à atualidade.

Silver (1997, citado por Pinheiro & Vale, 2013) considera que “a formulação de problemas se refere quer à criação de novos problemas quer à reformulação de um dado problema” (p. 483). Já para Palhares (1997, p. 167), a “formulação de problemas ocorre quando um indivíduo inventa ou descobre um problema”, podendo surgir de forma articulada com a resolução de problemas.

Segundo Pólya (1995), Kilpatrick (1987), Ernest (1991) e Dante (2009), a articulação potencia o sucesso do processo de aprendizagem matemática, contribuindo positivamente para o desenvolvimento das competências de resolução de problemas, ao mesmo tempo que promove o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, estimulando o pensamento e o raciocínio. Assim, Vale e Pimentel (2004) realçam a relevância da formulação de problemas para o desenvolvimento dos alunos: “[...] a importância da formulação de problemas é inquestionável, pois é uma atividade fundamental que contribui consideravelmente para a compreensão dos conceitos matemáticos ao proporcionar uma revisão quer do processo necessário para resolver determinado problema quer dos conteúdos desenvolvidos” (p. 39).

Na mesma linha, Kilpatrick acrescenta que “the experience of discovering and creating one’s own mathematics problems ought to be part of every student’s education” (1987, p. 123), enfatizando a importância do desenvolvimento de atividades de formulação de problemas nas aulas de Matemática.

Vale e Pimentel alertam que “os professores têm de estar atentos às situações com que são confrontados, que podem ser provocadas ou ocasionais, para reconhecerem as suas potencialidades matemáticas e a partir delas serem capazes de transformá-las em situações desafiantes e matematicamente ricas para os alunos” (2004, p. 40).

Stoyanova (1998, citada por Vale, Pimentel & Barbosa, 2015, pp. 46-47) identifica três categorias de formulação de problemas: “situações livres – os alunos formulam problemas sem qualquer restrição”; “situações semi-estruturadas – os alunos formulam problemas similares a outros que conhecem ou então tendo por base figuras ou diagramas”; “situações estruturadas – os alunos criam problemas através da reformulação de problemas já resolvidos ou então através da alteração de condições ou questões de uma situação problemática conhecida”. Deste modo, é através de tarefas nos diferentes âmbitos que se torna possível o desenvolvimento de novas aprendizagens (Stoyanova, 1998), sendo necessário adequar as tarefas aos contextos, bem como potenciar a exploração de diferentes estratégias de formulação de problemas.

2.3.1 Estratégias de formulação de problemas

Assim, Vale e Pimentel (2004) sugerem algumas estratégias para a formulação de problemas (Tabela 5).

Tabela 5: Estratégias para a formulação de problemas, segundo Vale e Pimentel (2004)

Estratégias de formulação de problemas	
Aceitando os dados	A partir de uma dada situação, estática, como seja, por exemplo, uma definição, uma condição, um objeto, uma figura, uma tabela, formulam-se perguntas.
E se em vez de	A partir de uma situação identificamos quais as suas propriedades ou atributos. Negamos uma ou mais dessas propriedades e, então, formulamos perguntas que, por sua vez, poderão originar a negação de outra propriedade e mais perguntas.
Varição de um problema	A partir de um problema podemos obter outros problemas por meio de decomposição e recomposição, de analogia, de particularização e generalização.
De problema para problema	A partir do problema original e da sua resolução, podem-se desenvolver muitos problemas mudando algumas condições ou atributos do problema original.
Recontextualização	Depois de resolvido um dado problema e identificada alguma característica, podem-se formular novos problemas fixando essa característica e envolvendo-o em novo contexto.

Destaca-se que os mesmos autores enfatizam o desenvolvimento de uma boa construção de enunciados, através destas estratégias, para a aprendizagem matemática.

2.4 A resolução de problemas na aula de Matemática

A abordagem à resolução de problemas na aula de Matemática deve integrar os diferentes pressupostos teóricos analisados, adaptando-se ao contexto em que se desenvolve. Deste modo, sublinha-se a personalização e o equilíbrio das práticas de resolução de problemas ao meio em que estas estão inseridas (Boavida *et al.*, 2008; Vale & Pimentel, 2004; Krulik & Rudnick, 1993; Dante, 2009). De facto, estas devem ser suficientemente desafiadoras para conseguirem potencializar a construção de novas aprendizagens, não devendo assumir uma dificuldade demasiado elevada, tal como indica Pólya, quando afirma que o “estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso” (1995, p. 1).

Desta forma, cabe ao professor conseguir adaptar a sua prática docente de forma a “encorajar os alunos nas aulas de Matemática a tornarem-se competentes na formulação e resolução de problemas” (Vale, Pimentel & Barbosa, 2015, p.46), destacando igualmente a importância da relevância das aprendizagens no quotidiano dos alunos, tal como enfatizado por Dante (2009), quando afirma que a “oportunidade de usar conceitos e procedimentos matemáticos no dia a dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à matéria” (p. 21).

O professor deve surgir como um mediador da construção de aprendizagens dos alunos, considerando sempre as suas necessidades, e promovendo o gosto pela aprendizagem matemática, tal como descrito por Pólya:

Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe os desenvolvimentos intelectuais dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (1995, p. V).

O *National Council of Teachers of Mathematics* corrobora esta perspetiva, afirmando:

to ensure that students have the opportunity to engage in high-level thinking, teachers must regularly select and implement tasks that promote reasoning and problem solving. These tasks encourage reasoning and access to the mathematics through multiple entry points, including the use of different representations and tools, and they foster the solving of problems through varied solution strategies (NCTM, 2014, p. 17).

Atestando esta visão, Mamede acrescenta que o professor deve “aproveitar para discutir os processos e as soluções encontradas pelos alunos, facultando-lhes a oportunidade de confrontar as suas estratégias e resultados, e os raciocínios envolvidos na resolução de problemas” (Mamede, 2009, p. 10).

Denota-se, por fim, o papel do processo reflexivo numa aula de resolução de problemas. Segundo Krulik e Rudnik, após a resolução de um problema, os alunos devem direcionar a sua atenção para os processos e raciocínios desenvolvidos (1993). Existem algumas formas de potencializar esta ação metacognitiva, quer seja através de uma discussão final conjunta, ou da escrita de um “summary paragraph of their thought processes at the conclusion of each problem

solution” (p. 97). Os mesmos autores sublinham a relação desta tarefa com o desenvolvimento da comunicação matemática.

2.4 A avaliação na resolução de problemas

Os mecanismos tradicionais de avaliação não se têm mostrado totalmente eficazes para conseguir medir a evolução das aprendizagens, no âmbito da resolução de problemas (Krulik & Rudnick, 1993). Assim, torna-se necessário que existam processos complementares para acompanhar o progresso dos alunos.

Krulik e Rudnick (1993) destacam três instrumentos fundamentais para que seja possível acompanhar e refletir acerca das aprendizagens desenvolvidas: observações, diários ou parágrafos reflexivos e testes. Em relação às observações, enfatiza-se o caráter formativo ao longo das sessões. Deste modo, o professor deve mover-se pela sala, elaborando questões orientadoras, e tomando notas mentais sobre os comportamentos dos alunos (Krulik & Rudnick, 1993). No final da aula, as informações recolhidas devem ser registadas. No que concerne aos diários ou parágrafos reflexivos, destaca-se os processos metacognitivos associados a este procedimento que permitem, ao professor e aos alunos, conseguir perceber melhor os raciocínios elaborados. Os mesmos autores afirmam que “whenever our students begin to think about their own thinking, they begin to do much more conscious thinking” (Krulik & Rudnick, 1993, p. 114). Por fim, no que diz respeito aos testes, enfatiza-se a importância da presença de perguntas em que se pede aos alunos para resolver problemas e, se possível, que expliquem o seu raciocínio.

Em relação à formulação de problemas, analisando à luz dos critérios da criatividade matemática, presentes em Silver (1997), existem três categorias que podem ser utilizadas para analisar as produções dos alunos (Leikin, Koichu & Berman, 2009): a fluência, a flexibilidade e a originalidade. Pinheiro e Vale (2013) interpretam que “*fluência* corresponde ao número de problemas levantados que se ajustam aos requisitos da tarefa; *flexibilidade* corresponde ao número de diferentes tipos de problemas colocados; *originalidade* corresponde ao número de problemas colocados que são únicos ou raros” (p. 485).

Assim, para proceder à avaliação das diferentes tarefas seguiu-se uma versão adaptada da escala de avaliação de problemas apresentada por Van de Walle (1998): considera-se como correto quando o aluno percebe completamente o problema, elabora um plano adequado, que o leva a uma solução correta, consegue alcançar uma resposta correta e é capaz de a interpretar

no contexto do problema; considera-se como parcialmente correto quando o aluno não percebe parte do problema, elabora um plano com base na sua interpretação parcial e chega a uma resposta que respeita o seu plano e a sua interpretação, ou então quando apresenta uma resposta parcial; considera-se como incorreto quando o aluno não compreende o enunciado, não procede à tentativa de elaborar um plano, ou este se demonstra totalmente inadequado e chega a uma resposta que não respeita a sua interpretação e o seu plano, ou quando o aluno não tenta concetualizar um plano e não apresenta resposta.

No projeto, teve-se em consideração estes critérios, potenciando o desenvolvimento equilibrado das competências de formulação de problemas aos alunos, sempre de forma personalizada ao seu contexto e faixa etária.

2.5 A resolução de problemas nos documentos curriculares

A partir do século XX foram várias as perspectivas consideradas nos documentos curriculares nacionais, relativamente à resolução de problemas. Nos documentos curriculares de 1929, 1937, 1960 e 1974/75, já surgiam algumas referências à resolução de problemas. Porém, estas assumiam uma importância menor no cômputo geral dos documentos (Santos, 2016).

O *Programa de Matemática* de 1990 (DGEBS, 1990) foi um documento pioneiro na forma de olhar para a resolução de problemas. Este documento afirma que a “resolução de problemas, quer na fase de exploração e descoberta, quer na fase de aplicação, deverá constituir a actividade fundamental desta disciplina e estar presente no desenvolvimento de todos os capítulos” (DGEBS, 1990, p. 128). Neste, já são feitas algumas referências que marcam a perspectiva defendida neste relatório, quer seja ao nível do domínio da significatividade de aprendizagens, da partilha de estratégias, da relação dos problemas com o quotidiano e pela integração do desenvolvimento da comunicação matemática (DGEBS, 1990).

Deste modo, a resolução de problemas surge como um processo transversal de aprendizagem, aliado ao desenvolvimento de competências de raciocínio e comunicação matemática. Mais tarde, o documento *Curriculo Nacional para o Ensino Básico – Competências Essenciais* (DEB, 2001), vem secundar esta ideia, afirmando que a “resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades” (p. 68).

O documento *Organização Curricular e Programas* (DEB, 2004), vai ao encontro das perspetivas anteriores, destacando o papel da resolução de problemas para a aprendizagem matemática: “A resolução de problemas coloca o aluno em atitude activa de aprendizagem, quer dando-lhe a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações levantadas (exploração e descoberta de novos conceitos), quer incitando-o a utilizar as aquisições feitas e a testar a sua eficácia” (p. 164).

No *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 (Ponte *et al.*, 2007), a resolução de problemas surge como uma competência transversal, realçando o papel intrínseco desta ao quotidiano dos alunos e a outras áreas de saber. Para além disto, nos objetivos gerais do ensino da Matemática, surge explicitamente o desenvolvimento da comunicação matemática, do raciocínio e da capacidade de resolver problemas. Nesta última, destaca-se a capacidade de “compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas” (Ponte *et al.*, 2007), de “monitorizar o seu trabalho e reflectir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes” e, pela primeira vez, é explicitamente delineada a capacidade de “formular problemas” (p. 5).

O *Programa e Metas Curriculares de Matemática*, homologado em 2013 e atualmente em vigor, toma um rumo diferente em relação à resolução de problemas. Numa primeira fase, destaca como finalidades a “estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade” (DGE, 2013, p. 2), sendo possível relacionar estas finalidades com a resolução de problemas. Isto não surge articulado no documento, remetendo a resolução de problemas para o capítulo dos objetivos. Nesse capítulo, destaca “a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais” (DGE, 2013, p. 5).

Neste âmbito, são desvalorizadas as atividades de exploração e descoberta, afirmando-se que estas “não se revelam adequadas à concretização efetiva de uma finalidade tão exigente” (DGE, 2013, p.5). Assim, e partindo de uma visão diferente das restantes, a resolução de problemas é olhada como um fim e não como um meio de aprendizagem. Mais, acrescenta que embora “os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, devem ser incentivados a

recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados” (DGE, 2013, p. 5), menosprezando a relevância de algumas estratégias de resolução de problemas, praticamente consensuais na comunidade acadêmica.

Mais tarde, no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins *et al.*, 2017), a resolução de problemas recupera protagonismo, aliado ao raciocínio, formando uma das áreas de competências fundamentais. Nesta, destacam-se os “processos de encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões” (Martins *et al.*, 2017, p. 23).

Por fim, surgem os documentos denominados *Aprendizagens Essenciais* (DGE, 2018), homologados pelo Despacho Normativo n.º 6944-A/2018, de 19 de julho. Estes documentos surgem como forma de articulação entre os diferentes documentos curriculares anteriores, “tanto numa abordagem vertical como horizontal, bem como de uma atualização, já que, dada a sua dispersão temporal, resultaram de visões do currículo distintas e em muitas situações contraditórias” (Despacho Normativo n.º 6944-A/2018, de 19 de julho).

Nestes documentos orientadores do currículo, destaca-se, novamente, as competências de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática, tanto na articulação com o *Perfil dos Alunos*, como numa perspetiva de conteúdo de aprendizagem. Em relação a este último ponto, salienta-se que emergem objetivos e práticas de aprendizagem que relacionam a resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática com os diferentes temas e conteúdos a abordar. Assim, surge uma articulação que vai ao encontro dos pressupostos teóricos em relação a este tema, e da prática educativa, surgindo no documento referências explícitas como, por exemplo, “resolver e formular problemas, analisar estratégias variadas de resolução de problemas, e apreciar os resultados obtidos” (DGE, 2018, p. 8).

Os documentos das *Aprendizagens Essenciais*, assumiram um grande protagonismo no desenvolvimento deste projeto, sendo um documento de referência para a orientação curricular desenvolvida, sempre em articulação com os restantes documentos analisados, com especial atenção para o programa de Matemática vigente. No entanto, também foram tidas em consideração algumas propostas a nível internacional. Neste âmbito, realçam-se dois documentos internacionais que enfatizam a relevância da resolução de problemas: o documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), que destaca explicitamente a resolução de problemas como uma das normas de processo fundamentais para a aprendizagem matemática

(NCTM, 2007); e o documento *Mathematics counts* (1982), conhecido como *The Cockcroft Report*, que enfatiza que “mathematics teaching at all levels should include opportunities for (...) problem solving, including the application of mathematics to everyday situations” (Cockcroft, 1982, p. 71). Deste modo, ambas publicações constituíram, em conjunto com os documentos nacionais, uma perspectiva orientadora das práticas desenvolvidas.

2.6 Estudos prévios realizados

A literatura apresenta já alguns estudos no âmbito da resolução e formulação de problemas nos 1.º e 2.º ciclos. Santos (2016) desenvolveu um estudo numa turma de 2.º ano de escolaridade, no âmbito da resolução e formulação de problemas em Matemática. Este procurou compreender os processos de resolução estabelecidos pelos alunos, com especial ênfase nas estratégias de resolução. O estudo seguiu a metodologia de investigação-ação, realizando uma avaliação inicial, as diferentes intervenções e uma avaliação final. Relativamente aos resultados, destacou-se a evolução dos alunos na utilização de diferentes estratégias e interpretação dos enunciados. No que concerne à formulação, denotou-se a recetividade, empenho e motivação nas tarefas, percebendo que os resultados dos alunos espelham que este tipo de tarefas deveria assumir um maior protagonismo no seu quotidiano.

Pereira (2017) elaborou um estudo com crianças do 1.º e 6.º anos de escolaridade no âmbito da resolução de problemas, numa perspetiva interdisciplinar. Foi desenvolvida uma investigação qualitativa que pretendia investigar a resolução de problemas através da exploração de histórias e de conteúdos da microbiologia. Foi concluído que a exploração através destes meios potenciou o desenvolvimento do raciocínio matemático, da exploração de estratégias de resolução e do pensamento matemático nos alunos.

Martins (2016) efetuou um estudo com alunos do 4.º e 5.º anos de escolaridade sobre formulação de problemas. Este debruçou-se sobre os tipos de problemas formulados, os conhecimentos dos alunos revelados na formulação de problemas, bem como as características da criatividade inerentes às formulações. Concluiu-se que os alunos evoluíram na complexidade de problemas formulados, criando situações e contextos plausíveis e que a formulação de problemas potencia o desenvolvimento da criatividade matemática.

Pinheiro e Vale (2013) realizaram um estudo numa turma de 5.º ano sobre a criatividade matemática através da resolução e formulação de problemas. Através de uma abordagem

qualitativa, por estudos de caso, concluiu-se que os alunos se encontram bastante recetivos às tarefas abertas, demonstrando entusiasmo e interesse. Relativamente à formulação de problemas, foi concluído que os alunos não se encontram acostumados a este tipo de tarefas, surgindo casos de enunciados com escassez de informação, desorganizados e de difícil compreensão.

Parece, assim, ainda haver lugar para um estudo no âmbito da resolução e formulação de problemas com crianças dos 1.º e 2.º ciclos.

2.7 Síntese

A resolução e formulação de problemas surge como um vetor fulcral da aprendizagem matemática (Pólya, 1995; Dante, 2009; Vale & Pimentel, 2004; Palhares 1997; Boavida *et al.*, 2008). Assim, é fundamental realçar a importância de desenvolver estudos neste âmbito, permitindo ampliar conhecimento sobre as práticas e os resultados desta abordagem.

Neste projeto, realça-se o carácter inovador presente nos dois estudos elaborados: em relação ao estudo do 1.º ciclo, evidencia-se um estudo que relaciona a resolução e a formulação de problemas no 1.º ano numa fase em que os alunos já conhecem formalmente algumas operações aritméticas, mas ainda se encontram em processo de aprendizagem da leitura e da escrita; no 2.º ciclo, realça-se a integração da resolução e formulação de problemas com problemáticas relacionadas com a Educação para a Cidadania, indo ao encontro dos interesses dos alunos e de um tema atual e pertinente na nossa sociedade. Em ambos os casos, na pesquisa efetuada, não foram encontrados estudos que tivessem paralelo em relação a estas componentes.

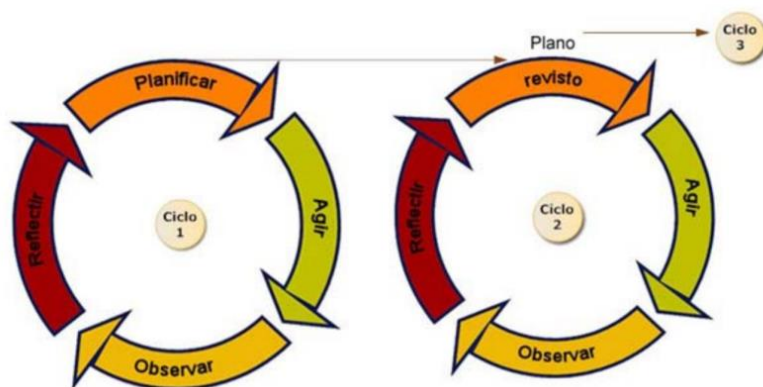
3. Metodologia

Este capítulo dedicar-se-á à apresentação da metodologia adotada no projeto. Neste, serão apresentadas as opções metodológicas, o plano de estudos, a caracterização dos participantes nos estudos, as tarefas, os procedimentos desenvolvidos, bem como os meios de recolha de dados.

3.1 Opções metodológicas

Neste projeto concretizou-se uma investigação qualitativa, privilegiando “a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação” (Bogdan & Biklen, 2013, p. 16), valorizando as questões processuais, identificando e refletindo sobre as transformações que ocorreram durante o projeto (Bogdan & Biklen, 2013), numa visão inspirada no modelo de Investigação-Ação.

No modelo de Investigação-Ação, definido por Bogdan e Biklen (2013, p. 292) como um processo de “recolha de informações sistemáticas com o objetivo de promover mudanças sociais”, observamos um conjunto de fases, que são desenvolvidas de forma contínua, podendo ser condensadas na sequência apresentada no Esquema 1: planificação; ação; observação e reflexão. Estas fases traduzem-se num movimento circular, dando origem a um novo ciclo que, por sua vez, levará a mais espirais de ação reflexiva (Coutinho *et al.*, 2009).



Esquema 1: Modelo da metodologia de Investigação-Ação (Coutinho et al., 2009, p. 366)

Deste modo, percebemos que o processo de Investigação-Ação não se fecha em um único ciclo. Tendo em conta que o objetivo central desta metodologia se prende com a operacionalização de mudanças nas práticas, com vista a alcançar melhorias nos resultados, existiu uma necessidade constante de análise, reflexão e adaptação das práticas (Coutinho *et al.*, 2009), ajustando o processo ao contexto em que está inserido.

As práticas adotadas neste projeto foram sempre ao encontro do que afirma Máximo-Esteves, quando enfatiza que a ação educativa não “deve obedecer a um plano prescrito de regras definitivas, bem pelo contrário, o plano é que tem de ser reajustado, sempre que as derivas da ação ocorram de forma não planeada” (Máximo-Esteves, 2008, p. 82). Por conseguinte, foi desta forma que emergiu uma verdadeira aceção do ensino construtivista, surgindo o aluno como o protagonista da prática educativa.

Relativamente ao professor, considero que este assumiu o papel de mediador de aprendizagens, pelo que a sua ação educativa integrou uma perspetiva holística do método de Investigação-Ação, enfatizando o processo reflexivo, tal como descrito no seguinte excerto:

A dinâmica cíclica de ação-reflexão, própria da investigação-ação, faz com que os resultados da reflexão sejam transformados em praxis e esta, por sua vez, dê origem a novos objetos de reflexão que integram, não apenas a informação recolhida, mas também o sistema apreciativo do professor em formação. É neste vaivém contínuo entre ação e reflexão que reside o potencial da investigação-ação enquanto estratégia de formação reflexiva, pois o professor regula continuamente a sua ação, recolhendo e analisando informação que vai usar no processo de tomada de decisões e de intervenção pedagógica (Moreira, 2004, p. 664).

Desta forma, foi através do equilíbrio de uma ação reflexiva que realmente se tornou possível construir uma verdadeira prática inspirada no modelo de Investigação-Ação, respeitando sempre a dinâmica cíclica deste processo ao longo de todo o projeto.

3.2 Plano do Estudo

Distinguem-se dois estudos na realização deste trabalho. O Estudo 1 que teve lugar no 1.º ciclo do Ensino Básico e o Estudo 2 que ocorreu no 2.º ciclo do Ensino Básico.

O plano de trabalho (Esquema 2) constitui-se por um momento diagnóstico, um programa de intervenção, composto por várias sessões, e pelo momento de avaliação final. Este foi repetido nos dois contextos de intervenção, seguindo-se um trajeto idêntico.



Esquema 2: Plano de trabalho do projeto

Na sessão diagnóstica, os alunos, sem qualquer intervenção do professor, abordaram a resolução e a formulação de problemas, servindo para aferir as suas concepções prévias acerca destes temas. As intervenções foram desenvolvidas com base nos ciclos do modelo de Investigação-Ação supracitados, potencializando um desenvolvimento de competências sustentado e sustentável, ao nível da resolução e formulação de problemas. No caso do 1.º ciclo, foram desenvolvidos sete momentos de intervenção, ao passo que no contexto de 2.º ciclo houve lugar a cinco momentos interventivos. Por fim, a sessão de avaliação final serviu, em ambos os casos, para aferir o desenvolvimento global das aprendizagens efetuadas pelos alunos, ao longo de todo o projeto.

3.3 Estudo 1

3.3.1 Participantes

A turma na qual estive integrado, no que concerne ao 1.º ciclo, caracteriza-se por ser relativa ao 1.º ano de escolaridade, sendo composta por 22 crianças, com idades entre os 6 e os 7 anos, e estando inserida em um meio essencialmente urbano.

No grupo, não existem casos diagnosticados de crianças com Necessidades Educativas Especiais. Porém, existem dois alunos em risco educacional, por não serem falantes nativos da língua portuguesa. Um dos casos apresentava uma maior severidade, pois a transição ainda era muito recente, pelo que o aluno não conseguia expressar ou compreender português, mais do que as ações básicas de rotina diária.

A população que circunda a instituição é de classe média-baixa. As famílias dos alunos são de classe média-baixa (salvo raras exceções), sendo que a maioria terminou a sua escolaridade no 3.º ciclo do Ensino Básico, Ensino Secundário havendo também alguns pais com grau académico superior. Existem alguns casos de pais desempregados, sendo que a maioria trabalha na área dos serviços, indústria e alguns casos de profissões ligadas com áreas intelectuais e científicas.

Por fim, enfatizar que, por razões de ética e confidencialidade, todos os nomes presentes neste estudo se tratam de nomes fictícios.

3.3.2 Tarefas

As tarefas desenvolvidas ao longo deste projeto foram pensadas e adaptadas ao currículo preconizado nos documentos oficiais, tais como o *Programa e Metas Curriculares de Matemática* (DGE, 2013), *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DGE, 2001), bem como o documento *Aprendizagens Essenciais – Matemática* (DGE, 2018), relativos ao 1.º ano.

As tarefas foram desenvolvidas adotando como base a resolução de problemas, essencialmente problemas de processo e abertos (Boavida *et al.*, 2008), potencializando a descoberta e exploração de diferentes estratégias de resolução. Relativamente à formulação de problemas, estas incidiram no âmbito da extensão de problemas pré-existentes, bem como numa perspetiva de formulação a partir de um determinado contexto pré-definido, fomentando o contacto e exploração de variadas estratégias de formulação.

O momento diagnóstico teve como intenção a elaboração de uma avaliação diagnóstica, relativa à resolução e formulação de problemas. O momento de avaliação, teve o intuito de conseguir aferir o desenvolvimento construído pelos alunos, sobre as mesmas temáticas. Assim, as fichas de problemas nos dois momentos mantiveram uma estrutura análoga, para ser possível retirar conclusões da sua análise. No entanto, no momento de avaliação acrescentaram-se novas tarefas, que retratam algumas das recentes aprendizagens dos alunos. Procedeu-se, desta forma, à realização de uma ficha de problemas, na qual estavam plasmados problemas de cálculo e de processo (Boavida *et al.*, 2008), bem como tarefas de formulação de problemas estruturadas e semiestruturadas (Stoyanova, 1998), relacionadas com extensão de problemas pré-existentes e criação de novos contextos problemáticos, aceitando dados pré-definidos.

As diferentes tarefas desenvolvidas nas intervenções (Tabela 6) assumiram como tema global problemáticas relacionadas com o quotidiano dos alunos. A importância da conexão dos problemas com o quotidiano é fundamental para que estes possam estar devidamente contextualizados (Boavida *et al.*, 2008), principalmente em faixas etárias mais baixas. Por outro lado, foi aplicada uma abordagem que deu protagonismo à variedade de problemas, evitando uma abordagem demasiado exaustiva destes. Estes dois fatores serviram como vertentes motivacionais identificadas no decorrer do projeto, pelo que foram adotadas de forma personalizada e refletida.

Tabela 6: Calendarização das sessões de intervenção desenvolvidas no Estudo 1

	Âmbito	Nome do Problema	Duração	Tipo de Problema	Estratégias Potencializadas
Sessão 1 09/01/2019	R.P.	“O lanche do Pedro”	40 min.	Problema de processo	Construção de esquema
	R.P.	“Problema dos pontos”	15 min.	Problema de cálculo	Utilização de algoritmo
	R.P.	“Problema dos carrinhos”	10 min.	Problema de cálculo	Utilização de algoritmo
Sessão 2 11/01/2019	R.P.	“As laranjas do Bruno”	25 min.	Problema de processo	Do fim para o início
	F.P.	“As maçãs do Gonçalo”	15 min.	Situação estruturada	E se em vez de
	R.P.	“Lobo, ovelha e couve”	45 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias
Sessão 3 16/01/2019	R.P.	“A roupa da Ana”	20 min.	Problema de processo	Construção de tabela
	R.P.	“O mealheiro do Duarte”	10 min.	Problema de processo	Sequência de passos
	F.P.	Alterações aos problemas anteriores	10 min.	Situação estruturada	Recontextualização
	R.P.	“Sudoku”	30 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias
Sessão 4 17/01/2019	F.P.	Inventa um problema (com adição)	20 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados
	F.P.	Inventa um problema (com subtração)	20 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados
	R.P.	“Triângulo Mágico”	40 min.	Problema aberto	Tentativa com indução
Sessão 5 23/01/2019	R.P.	“Os guardanapos da Margarida”	30 min.	Problema de processo	Identificação de padrão/desenho
	F.P.	Inventa um problema na Quinta	20 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados
	R.P.	“A travessia dos pinguins”	45 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias
Sessão 6 25/01/2019	F.P.	Inventa um problema com lápis	20 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados
	F.P.	Inventa um problema com números	20 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados
Sessão 7 30/01/2019	R.P.	“Tangram”	30 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias
	R.P.	“Torre de Hanói”	20 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias

Legenda: R.P.: Resolução de Problemas; F.P.: Formulação de Problemas.

3.3.3 Procedimentos

Em relação ao estudo elaborado no contexto de 1.º ciclo, toda a atividade pedagógica desenvolvida teve como essência uma visão construtivista do desenvolvimento de competências dos alunos. Assim, o protagonismo foi-lhes sempre assegurado, no sentido de se tornarem os construtores do seu próprio conhecimento. No entanto, e tendo em conta o ano de escolaridade e a fase inicial em que os alunos se encontravam, foi necessário alcançar uma coerência na prática educativa, auxiliando-os sempre que necessário, mas não sobrevalorizando o papel do professor nas atividades desenvolvidas.

Ao longo do projeto foram proporcionadas situações de resolução individual e em grupo, assumindo um caráter diversificado e motivador, potencializando o espírito de pesquisa, criatividade, gosto pela Matemática, bem como a autonomia e cooperação, tal como defendido por Palhares (2004).

Nas diferentes tarefas, foi demonstrado o cuidado de equilibrar o projeto nas suas duas vertentes: resolução e formulação de problemas. Porém, visto que os alunos ainda não estavam acostumados à prática de resolução de problemas, e o facto de que é com base nesta que se consegue potenciar as capacidades de formulação (Boavida *et al.*, 2008), o projeto assumiu um maior pendor para esta vertente, sem esquecer ou desvalorizar a formulação de problemas. Assim,

houve um grande investimento nos problemas de processo e abertos (Boavida *et al.*, 2008), identificados reflexivamente como grandes promotores de aprendizagens significativas.

Por fim, salienta-se que todos os enunciados utilizados foram lidos pelo professor, uma vez que os alunos ainda não tinham desenvolvido essa capacidade. Também se destaca a utilização do tradutor, enquanto uma ferramenta essencial para a adaptação das atividades aos alunos que apresentavam dificuldades linguísticas ao nível do português. Através desta aplicação, os alunos foram capazes de acompanhar e intervir nas diferentes tarefas desenvolvidas.

3.4 Estudo 2

3.4.1 Participantes

Relativamente à turma de 2.º ciclo relativa ao 6.º ano de escolaridade, era composta por 30 alunos, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. O grupo também estava inserido em um meio urbano.

A população que circunda a instituição é bastante heterogénea. As famílias dos alunos também apresentam uma grande heterogeneidade, pertencendo a várias classes sociais. A maioria dos familiares terminou a sua escolaridade no 3.º ciclo do Ensino Básico, Ensino Secundário e alguns no Ensino Superior. Existem poucos casos de pais desempregados, sendo que a maioria trabalha na área dos serviços, profissões ligadas à indústria e a áreas intelectuais e científicas.

Mais uma vez, sublinha-se que todos os nomes presentes neste estudo se tratam de nomes fictícios.

3.4.2 Tarefas

As tarefas desenvolvidas ao longo deste projeto foram pensadas e adaptadas ao currículo preconizado nos documentos oficiais, tais como o *Programa e Metas Curriculares de Matemática* (DGE, 2013), *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DGE, 2001) e o documento *Aprendizagens Essenciais – Matemática* (DGE, 2018), relativos ao 6.º ano.

Mais uma vez, as tarefas foram desenvolvidas adotando como base a resolução de problemas, essencialmente problemas de processo e abertos (Boavida *et al.*, 2008), potencializando a descoberta e exploração de diferentes estratégias de resolução. No que concerne

à formulação de problemas, estas incidiram no âmbito da extensão de problemas pré-existentes, bem como numa perspetiva de formulação a partir de um determinado contexto pré-definido, fomentando também o contacto e exploração de variadas estratégias de formulação.

O momento diagnóstico teve como intenção a elaboração de uma avaliação diagnóstica, relativa à resolução e formulação de problemas. Relativamente ao momento de avaliação, teve como propósito conseguir aferir o desenvolvimento construído pelos alunos, sobre as mesmas temáticas. Assim, as fichas de problemas nos dois momentos mantiveram uma estrutura análoga, para ser possível retirar conclusões da sua análise. No entanto, no momento de avaliação, modificou-se um dos enunciados, mantendo a estrutura do problema, visto que quase todos os alunos obtiveram sucesso na tarefa no momento diagnóstico. Procedeu-se, desta forma, à realização de uma ficha de problemas, na qual estavam plasmados problemas de processo e abertos (Boavida *et al.*, 2008), bem como tarefas de formulação de problemas semiestruturadas (Stoyanova, 1998), relacionadas com a criação de novos contextos problemáticos, aceitando dados pré-definidos.

As diferentes tarefas desenvolvidas nas intervenções (Tabela 7) assumiram como tema global problemáticas relacionadas com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, preconizados pela Organização das Nações Unidas (ONU, 2015). Esta decisão surgiu da análise do contexto, bem como dos interesses demonstrados pela turma. Os alunos assumiram uma postura muito interventiva e envolvida neste tipo de problemáticas, pelo que este tema foi considerado pertinente para o desenvolvimento do projeto. Os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável foram adotados pela Direção-Geral da Educação (DGE, 2015), pelo que também se encontram presentes e justificados a nível curricular.

Tabela 7: Calendarização das sessões de intervenção desenvolvidas no Estudo 2

	Âmbito	Nome do Problema	Duração	Tipo de Problema	Estratégia Utilizada
Sessão 1 30/04/2019	R.P.	“Hortas urbanas entre vizinhos”	10 min.	Problema de cálculo	Construção de esquema E se em vez de Utilização de algoritmo
	F.P.	“Horta urbana envolvendo um círculo”	10 min.	Situação estruturada	
	R.P.	“Sequência de quadrados nas hortas urbanas”	20 min.	Problema de processo	
Sessão 2 10/05/2019	F.P.	“Formulação com base nos ODS”	45 min.	Situação semiestruturada	Aceitar os dados Aceitar os dados
	F.P.	Formula um problema com base na imagem de uma quinta	10 min.	Situação semiestruturada	
Sessão 3 28/05/2019	R.P.	Resolução alternada dos problemas formulados pelos alunos na sessão anterior.	45 min.	Problemas diversos	Múltiplos procedimentos e estratégias
Sessão 4 04/06/2019	R.P.	“Raposa, ovelha e couve”	45 min.	Problema aberto	Múltiplas estratégias
Sessão 5 07/06/2019	R.P.	“Hibernação do urso”	30 min.	Problema de processo	Trabalhar do fim para o princípio Múltiplas estratégias
	F.P.	Formula um problema com base no anterior	15 min.	Situação estruturada	

Legenda: R.P.: Resolução de Problemas; F.P.: Formulação de Problemas.

3.4.3 Procedimentos

Relativamente ao estudo elaborado no contexto de 2.º ciclo, e à imagem do que foi mencionado anteriormente, toda a atividade pedagógica desenvolvida teve como essência uma visão construtivista do desenvolvimento de competências dos alunos, os quais foram os principais construtores do seu próprio conhecimento.

Metodologicamente, e à semelhança do contexto anterior, foram proporcionadas situações de resolução individual e em grupo, assumindo um caráter diversificado e motivador, potencializando o espírito de pesquisa, criatividade, gosto pela Matemática, a autonomia e cooperação, tal como defendido por Palhares (2004).

Neste contexto, foi demonstrado o cuidado de tentar equilibrar as tarefas de resolução e formulação de problemas. Percecionando o papel que ambas desempenham e as necessidades da turma, tornou-se fulcral que as duas vertentes se cruzassem nas diferentes tarefas, potencializando uma perspetiva mais completa acerca da problemática em estudo.

3.5 Recolha de dados

A recolha de dados foi elaborada com base em diferentes recursos, nomeadamente fotografias, gravações de áudio, gravações de vídeo, registos de produções escritas dos alunos, bem como notas de campo do investigador. As notas de campo surgiram, diariamente, como um

instrumento de recolha de informação que, depois de cruzadas com as fotografias, gravações de áudio e vídeo, serviram de suporte para a elaboração das diferentes reflexões.

Todos os recursos utilizados foram devidamente autorizados pelas professoras cooperantes e pelos encarregados de educação, informados aquando das reuniões com as docentes. Em todos os casos, foram considerados os parâmetros éticos e de confidencialidade que pautam uma intervenção investigativa, no âmbito de contacto com crianças.

4. Resultados

Este capítulo pretende apresentar as sessões de intervenção realizadas no âmbito deste projeto. Cada estudo iniciará pelo momento diagnóstico, seguido das sessões de intervenção e concluído com o momento de avaliação. Neste último, será feita uma avaliação comparativa dos resultados iniciais. As sessões de intervenção serão desenvolvidas em três momentos sequenciais: introdução e objetivos da sessão, descrição e reflexão. No final de cada estudo será realizada uma síntese, e, por último, uma discussão de resultados.

4.1 Estudo 1

4.1.1 Momento diagnóstico

O momento diagnóstico, relativo ao Estudo 1, consistiu na resolução de uma ficha de problemas (Apêndice 1) para aferir os conhecimentos dos alunos, em relação à resolução e formulação de problemas. Para tal, foram concebidas diferentes tarefas, nos dois âmbitos: tarefas relacionadas com a resolução de problemas, nomeadamente problemas de cálculo, resolvidos através de operações, e de processo, estimulando a utilização de estratégias de resolução (Boavida *et al.*, 2008); tarefas relacionadas com a formulação de problemas, nomeadamente através de situações estruturadas, criando extensões de problemas, e semiestruturadas, construindo um problema a partir de dados, imagens, etc. (Stoyanova, 1998) que potenciam a utilização das estratégias “e se em vez de” e “aceitar os dados” (Boavida *et al.*, 2008; Vale & Pimentel, 2004).

De seguida, apresentam-se os níveis de desempenho obtidos pelos alunos, nas diferentes tipologias de resolução e formulação de problemas (Tabela 8).

Tabela 8: Respostas obtidas no momento diagnóstico do Estudo 1

Resoluções dos alunos (%)			
	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
Problemas de cálculo			
Momento diagnóstico	9.1%	0%	90.9%
Problemas de processo			
Momento diagnóstico	45.4%	45.4%	9.2%
Formulações estruturadas			
Momento diagnóstico	27,3%	27.3%	45.4%
Formulações semiestruturadas			
Momento diagnóstico	22.7%	18.2%	54.5%

Em relação aos problemas de cálculo (Figura 1), os alunos conseguiram obter uma grande taxa de sucesso, pelo que apenas dois alunos não conseguiram responder acertadamente a nenhum dos problemas. Assim, decidiu-se que estes problemas não seriam o foco principal das intervenções, existindo, no entanto, a preocupação de os incluir em, pelo menos, uma sessão, para que todos os alunos conseguissem alcançar sucesso total na sua resolução.

1 - Dois amigos estavam a decorar uma árvore de Natal. Um deles colocou 4 fitas na árvore, e o outro acrescentou 3 anjos. Com quantos enfeites de Natal ficou a árvore?

Res.: A árvore ficou com 7 enfeites de natal.

1 - Dois amigos estavam a decorar uma árvore de Natal. Um deles colocou 4 fitas na árvore, e o outro acrescentou 3 anjos. Com quantos enfeites de Natal ficou a árvore?

Res.: A árvore ficou com 10 enfeites de natal.

Figura 1: Exemplos de resolução de um problema de cálculo

Em relação aos problemas de processo (Figura 2), a maioria dos alunos não os conseguiu resolver com sucesso. Este facto era expectável, uma vez que se tratam de problemas com dificuldade acrescida, e que os alunos não estavam acostumados. Assim, foi considerado que os problemas de processo (em conjunto com os problemas abertos) seriam os melhores instrumentos para o desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas. Os problemas abertos não foram alvo de análise diagnóstica nesta ficha devido a constrangimentos de tempo e personalização das tarefas ao contexto, uma vez que os alunos não estavam habituados a tarefas autónomas que envolvessem processos investigativos, visto se encontrarem no início do primeiro ano do Ensino Básico. Estes foram explorados de uma forma mais apoiada, ao longo das diferentes sessões.

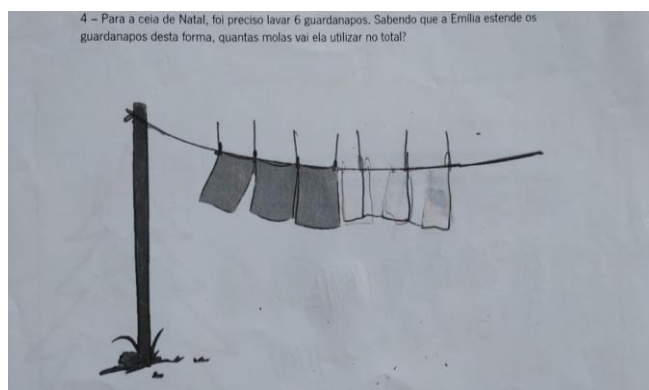


Figura 2: Exemplos de resolução de um problema de processo

No que concerne às atividades de formulação de problemas (Figura 3), considero que grande parte dos alunos percebeu o que era pretendido, demonstrando interesse pela tarefa. Contudo, houve dificuldades, dado ainda não terem tido experiências prévias de formulação de um problema. Por constrangimentos inerentes à resolução da ficha, visto que os mesmos ainda não sabiam escrever, não foi possível recolher os enunciados, ficando apenas com as representações gráficas da formulação dos problemas. A recolha dos enunciados orais foi uma das preocupações ao longo das diferentes sessões de intervenção.

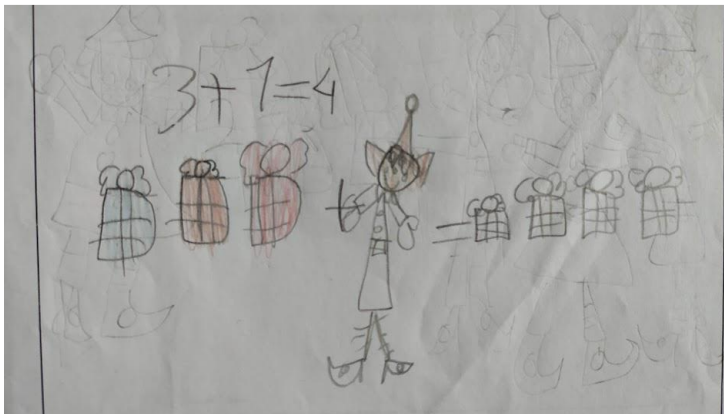
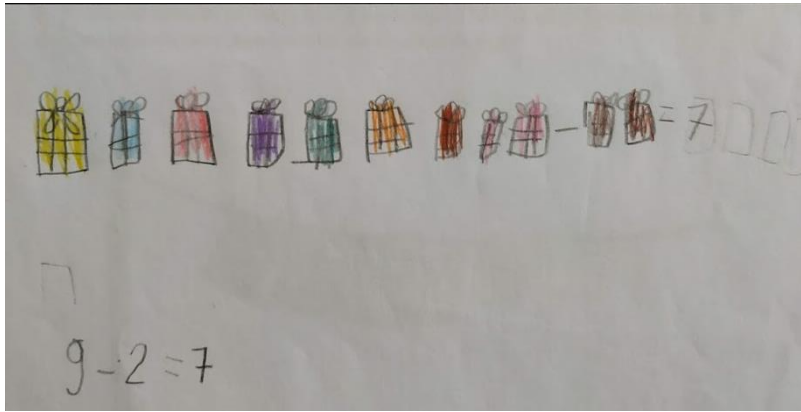


Figura 3: Exemplos de formulação de um problema

Esta tarefa permitiu avaliar alguns fatores para o futuro das intervenções neste âmbito, percebendo que houve alunos que conseguiram criar situações originais e pertinentes, enquanto outros ainda demonstraram dificuldades para a realização da formulação.

No final do momento diagnóstico, desenvolveu-se uma conversa com os alunos, sobre como se tinham sentido na realização da ficha, pelo que alguns reconheceram ter sentido algumas dificuldades, nomeadamente nos problemas de processo e formulações.

4.1.2 Sessão 1

Esta sessão teve como objetivo inicial abordar, de uma forma global, o método de resolução de problemas de Pólya, com as suas diferentes fases, aliado à resolução de um problema de processo (Apêndice 2). Numa fase posterior, foi objetivo da sessão realizar uma pequena abordagem aos problemas de cálculo.

Decidi explorar a implementação do método de resolução de Pólya ao longo da resolução de um problema, para uma aplicação verdadeira e acompanhada do método. Assim, decorreram,

em simultâneo, uma abordagem exploratória e sistemática dos passos do método de Pólya e a resolução de um problema potenciador da estratégia de resolução através de uma tabela/esquema. Mais tarde, desenvolveram-se tarefas relacionadas com os problemas de cálculo.

Descrição

Iniciámos a sessão pela etapa de compreensão do problema de processo, que envolveu a leitura do problema, reconto e algumas perguntas de interpretação, para perceber se os alunos realmente entenderam o enunciado. Esta etapa decorreu de um modo expectável, tendo estes participado de uma forma ativa e pertinente, existindo uma previsão dos resultados pelos alunos, que foram recolhidos no quadro.

Passando para a segunda etapa do processo, o estabelecimento de um plano, onde surgiram novos desafios: a estratégia de resolução de problemas através de um esquema ou de uma tabela, sendo das estratégias menos próximas dos alunos, quer seja pelo tipo de problema (que normalmente envolve um processo combinatório) quer seja pelo uso da estratégia em si (que não é muito usual na resolução de problemas, no 1.º ano), representou um desafio. No entanto, depois de algum tempo para pensar e algumas perguntas orientadoras, surgiu a sugestão de criar um esquema/diagrama para dar resposta ao problema, tendo essa sugestão aparecido sob a forma de gestos, tal como mostra a Transcrição 1:

- Prof. - Como é que temos a certeza que não falta mais nenhuma [combinação possível]? Como é que podemos organizar isto [aponta para os dados]?
- André - Eu acho que, é, eu acho que é para juntar aquilo [pão] é com o leite [aponta para o leite] e também é com o sumo [a apontar para os dados do problema, faz o gesto intuitivo de um diagrama de árvore].
- Prof. - Ah, ajuda-me a fazer então. [desenho um pão] Isto é para ligar com o leite? [desenho um braço do diagrama] e com o sumo [desenho outro braço do diagrama]?
- Vitor - E as bolachas, é para ligar com o leite, e depois com o sumo!

Transcrição 1: Momento de definição da estratégia do problema

A partir deste momento, o problema foi resolvido no quadro (Figura 4) e nos cadernos dos alunos (Figura 5). Todos consideraram que o esquema foi uma boa estratégia para resolver o problema. Não introduzi o conceito de criar uma tabela, mas tal também era possível. Pensei que poderia ser um ponto de partida para uma atividade futura, executando um problema semelhante, de forma a perceber se os alunos seriam capazes de construir um esquema tal como no problema analisado. Nesta, instigaria a encontrarem outra forma de resolver o problema, compreendendo

que o mesmo pode ser resolvido através de diferentes formas. Relativamente à verificação, todos os alunos concordaram que apenas existiam quatro possibilidades, tendo depois sido feita a comparação do resultado com as previsões efetuadas.

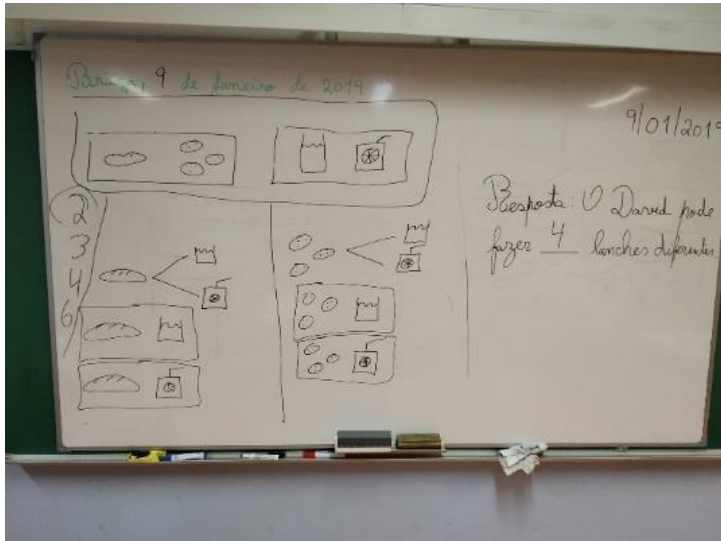


Figura 4: Resolução do problema no quadro

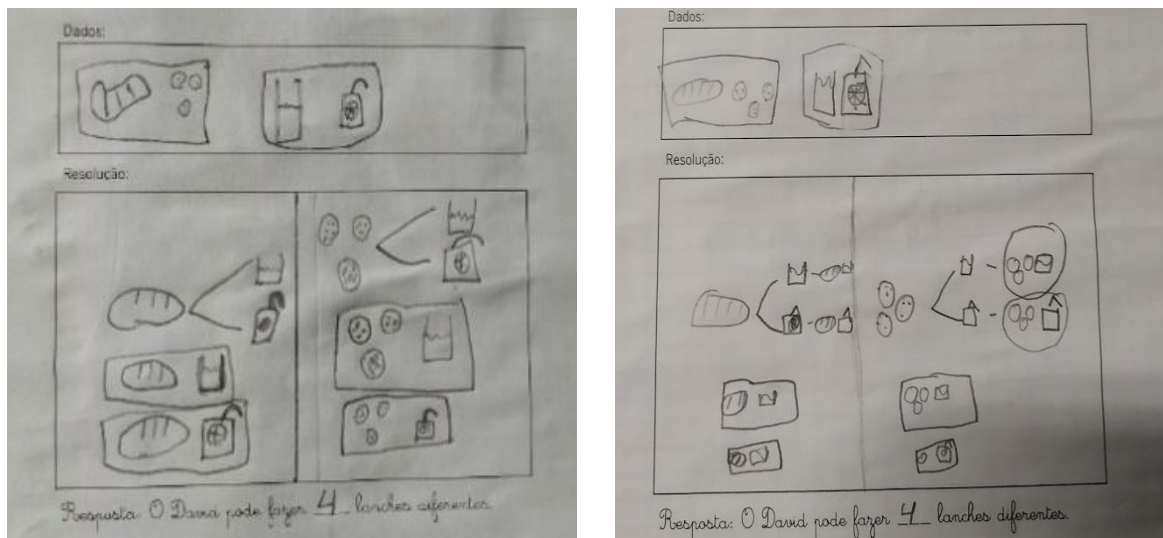


Figura 5: Exemplos de resolução do problema retirado dos cadernos dos alunos

Numa fase posterior da aula, foram resolvidos dois problemas de cálculo (Figura 6 - 9). Os problemas foram resolvidos em grupo-turma, tendo existido um processo de resolução similar ao anteriormente relatado.

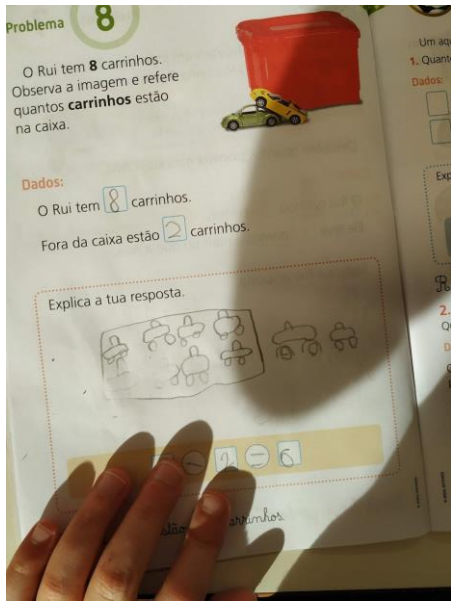


Figura 6: Resolução de um problema de cálculo por um aluno

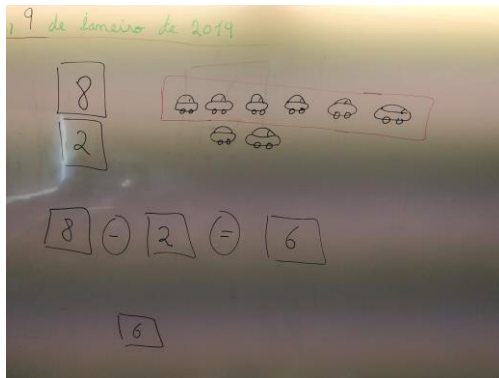


Figura 7: Resolução de um problema de cálculo em grupo-turma, no quadro

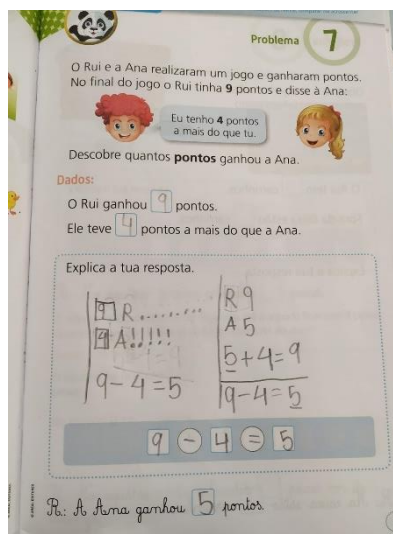
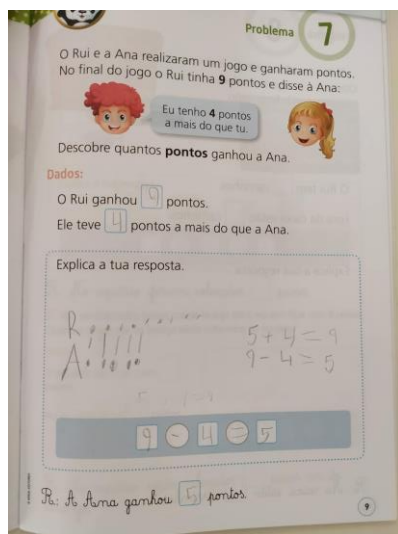


Figura 8: Exemplos de resolução de um problema de cálculo pelos alunos

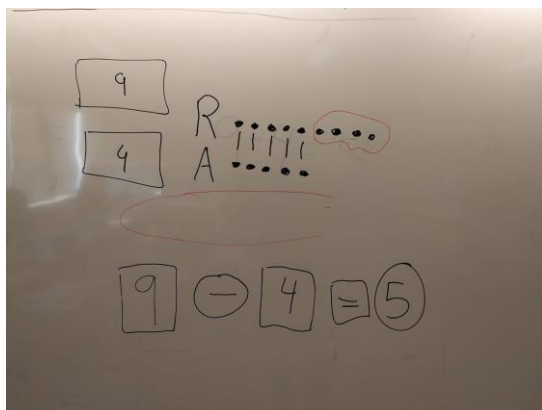


Figura 9: Resolução de um problema de cálculo em grupo-turma, no quadro

Os alunos não apresentaram qualquer dificuldade na resolução destes problemas, pelo que percebi que os problemas de cálculo, nesta fase, pouco acrescentavam ao seu desenvolvimento. De facto, é possível considerar que estes problemas não se constituíam como problemas, mas exercícios, não sendo identificados obstáculos na resolução dos mesmos.

Reflexão

Refletindo acerca da primeira sessão, considero que foi desenvolvida com sucesso. Os alunos foram participativos e envolveram-se nas diferentes resoluções. Relativamente à resolução do primeiro problema, penso que, se pudesse repetir, não o faria da mesma forma, pois teria dividido os dois tópicos em situações distintas. Concluí que, o facto de os alunos não estarem tão próximos da estratégia de resolução por esquema, fez com que se perdesse algum do foco das diferentes etapas do método de Pólya. De qualquer modo, considero que os mesmos percorreram as diferentes etapas deste, percebendo a sua necessidade e importância. Contudo, compreendi que as atividades seriam mais focadas se os dois conteúdos fossem abordados em situações distintas.

Relativamente à resolução dos problemas de cálculo, observei que não se constituíram como meios potencializadores de novas aprendizagens por parte dos alunos. Atento que isto advém do facto de que os problemas de cálculo (Boavida *et al.*, 2008), adaptados ao nível de conhecimentos dos alunos, se baseiam demasiado em operações que estes já dominam, pelo que não se apresentam verdadeiramente como problemas. Por este motivo, concluiu-se que os problemas de processo e abertos se constituem como mais desafiantes, pelo que nas sessões seguintes lhes foi dado um maior protagonismo.

4.1.3 Sessão 2

Nesta sessão iniciou-se a abordagem à resolução de problemas de processo. Para esta aula, foi escolhido trabalhar um problema que potencializa a construção da estratégia “trabalhar do fim para o início” (Palhares, 1997; Boavida *et al.*, 2008) (Apêndice 3). Seguidamente, foi efetuada uma primeira abordagem à formulação de problemas, nomeadamente a construção de uma extensão, considerando-se uma situação estruturada (Stoyanova, 1998), através da estratégia “e se em vez de?” (Palhares, 1997; Boavida *et al.*, 2008). Numa fase posterior, foi objetivo da sessão realizar uma abordagem aos problemas abertos, através de uma investigação no âmbito de um problema clássico de travessias.

Descrição

Na primeira parte da aula, os alunos resolveram um problema de processo, através da estratégia “trabalhar do fim para o início”. Numa primeira fase, houve espaço para o resolverem individualmente, seguida de uma fase de discussão e resolução conjunta no quadro (Figura 10). Os alunos sentiram-se confortáveis com esta estratégia, percebendo o raciocínio despoletado pela situação.

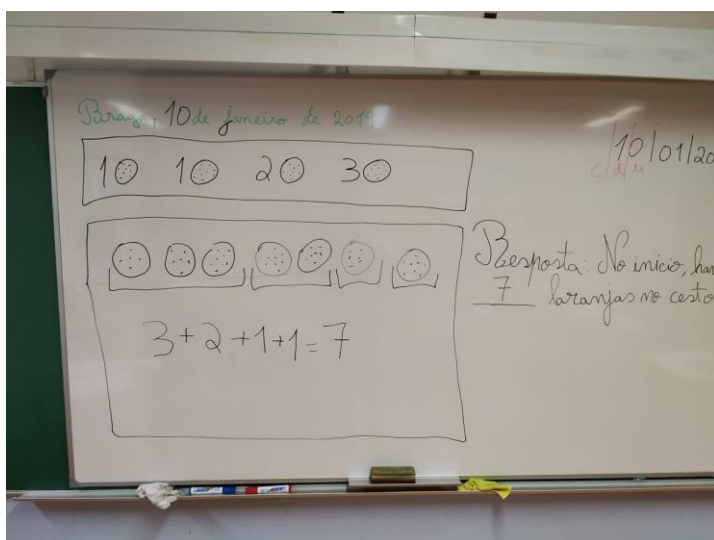


Figura 10: Resolução conjunta do problema no quadro

Seguidamente, foi desenvolvida a atividade de formulação de problemas estruturada, através da exploração da estratégia “e se em vez de?”, criando uma extensão próxima do problema inicial. Esta primeira formulação foi auxiliada por uma dramatização da situação (Figura 11), assumindo-me como mediador (Transcrição 2).



Figura 11: Formulação da extensão do problema, com base numa dramatização

- Gonçalo - Agora é inventar um novo!
Prof. - E quem é que vai inventar?
Bárbara - Somos nós que vamos inventar um novo!
Prof. - Então vamos lá, Gonçalo, escolhe quantos meninos queres que o problema tenha.
Gonçalo - Quero quatro. [pausa]. A Inês, o Rodrigo, a Paula e a Gabriela.
Prof. - Ok, então agora vamos la inventar o nosso problema. Tu vens com a cestinha de maçãs, não olhes para dentro da cesta, quantas maçãs vais dar à Inês?
Gonçalo - Uma.
Prof. - Ok, dá então uma maçã à Inês. Quantas maçãs vais dar ao Rodrigo?
Gonçalo - Uma.
Prof. - Muito bem. E à Paula?
Gonçalo - Vou dar duas.
Prof. - Ok, muito bem. Já deste as duas?
Gonçalo - Sim.
Prof. - E agora, quantas vais dar à Gabriela?
Gonçalo - Uma.
Prof. - Ok, agora olha para dentro da cesta. Quantas maçãs vês?
Gonçalo - Cinco.
Prof. - Muito bem, vês cinco maçãs. E então como era a pergunta do outro problema?
Gonçalo - [silêncio]
Prof. - Alguém se lembra?
Vitor - Era, era, era com quantas laranjas havia no cesto!
Prof. - No início, certo?
Vitor - Sim!
Prof. - E aqui, pode ser igual Gonçalo?
Gonçalo - Sim, mas agora são maçãs!
Prof. - Muito bem. Então como fica?
Gonçalo - Quantas maçãs havia no cesto?
Prof. - No início certo? Não te esqueças que era no início.
Gonçalo - Sim, quantas maçãs havia no cesto no início?

Transcrição 2: Formulação da extensão do problema

Depois de formulado o problema, houve lugar à sua resolução conjunta no quadro (Figura 12). Os alunos, nesta resolução, não apresentaram grandes dúvidas relativamente à estratégia, tendo sido uma resolução eficaz e eficiente.

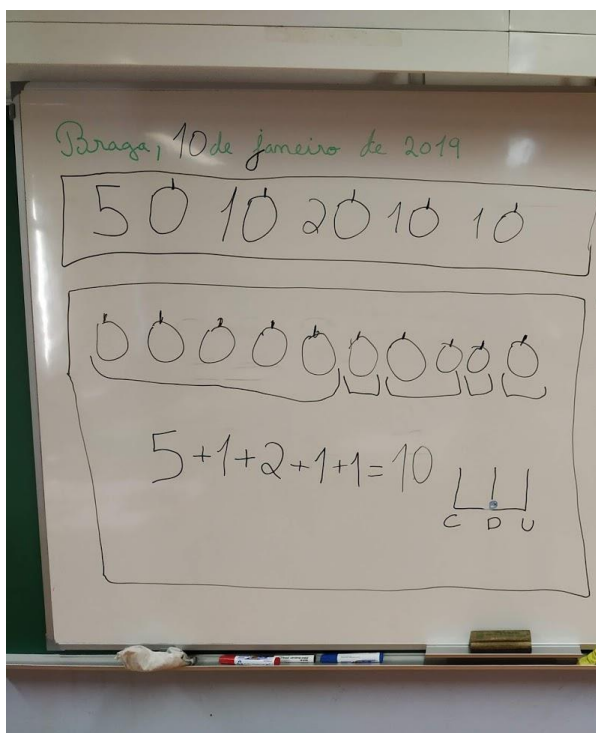


Figura 12: Resolução do problema formulado na aula

Neste problema surgiu um novo dado, que se prendeu com o aparecimento do número dez. Nesta fase, os alunos ainda não tinham aprendido formalmente este número, pelo que surgiu uma oportunidade para uma explicação contextualizada e uma aprendizagem operacional do número em contexto de resolução de problemas. Também foi feita, com recurso ao ábaco, uma introdução à ordem das dezenas.

Relativamente à segunda parte da aula, esta teve como âmbito a exploração de uma investigação relacionada com um problema clássico de travessias, nomeadamente uma adaptação do problema “lobo, ovelha e couve”¹. Numa primeira fase, o problema foi abordado de uma forma dramatizada e oral, pois a abordagem escrita iria complexificar o problema e, possivelmente, inviabilizar a sua execução. Assim, com a ajuda de figuras, foram selecionados quatro alunos, que se apresentaram à turma como sendo os intervenientes do problema (Figura 13). De seguida, com

¹ Adaptação do problema presente no apêndice 19.

a ajuda e a participação da turma, todos foram resolvendo o problema, atravessando para um lado e para o outro da sala, imaginando estar em ambas as margens de um rio.



Figura 13: Dramatização/simulação do problema pelos alunos

No final da primeira resolução, foi questionado se aquela seria a única forma possível de chegar à resposta mínima (sete travessias), concluindo-se que existem duas formas de resolver o problema. A forma alternativa foi alcançada através de uma versão do problema convertida para jogo no computador, projetada no quadro (Figura 14). Neste, a turma, com uma menor intervenção do professor, conseguiu, mais uma vez, responder com sucesso ao problema.



Figura 14: Resolução do problema sob a forma de jogo online

Reflexão

Esta aula revelou-se produtiva, tendo, no entanto, sido necessário mais tempo do que o inicialmente previsto. Os objetivos desta sessão foram alcançados, existindo um grande envolvimento por parte dos alunos nas resoluções e formulação de problemas. A justificação deste êxito prende-se com o sucesso da resolução de um problema de dificuldade elevada, bem como

com a sua participação e motivação na realização dos problemas. Destaca-se a resolução do problema aberto, que apresentava um elevado nível de exigência, e que foi resolvido com sucesso. Assim, concluiu-se a pertinência da resolução de problemas abertos, pelo que foi um recurso que surgiu com uma maior preponderância após esta aula.

4.1.4 Sessão 3

Esta sessão teve como objetivos explorar a resolução de problemas. Tentou-se abordar um problema potenciador de resolução através de uma tabela/esquema (Apêndice 4), resolver um problema segundo uma sequência de passos (Apêndice 5) e pensar em mais um problema aberto, relacionado com o jogo “Sudoku”, retomando a relevância dos problemas abertos e de processo.

Descrição

No primeiro problema, começámos pela etapa de compreensão, que envolveu a leitura do problema, reconto e algumas perguntas de interpretação propostas aos alunos, para perceber se entenderam o enunciado. Como este tipo de problemas já tinha sido abordado anteriormente, o plano de resolução foi baseado na experiência da turma, traduzindo-se assim na construção de um esquema.

Dando a oportunidade de intervenção e protagonismo aos alunos, foram explorados os diferentes raciocínios elaborados, existindo um debate de ideias sobre a forma de resolução do problema. O próprio esquema no quadro também foi elaborado pelos próprios (Figura 15).

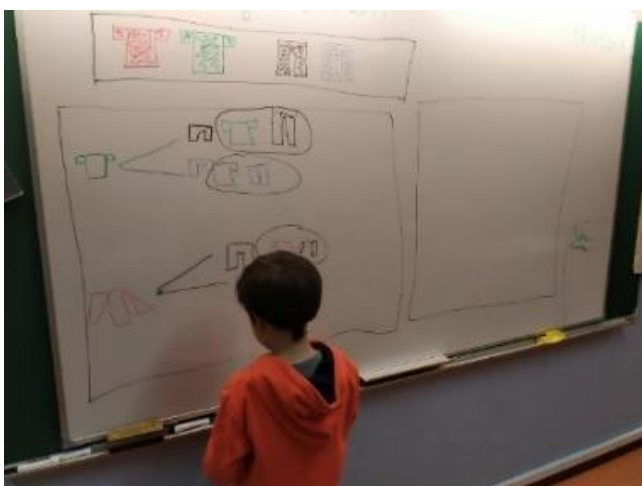


Figura 15: Elaboração do esquema no quadro pelos alunos

Numa segunda fase do problema, foi pedido que pensassem numa forma diferente de resolver o problema. Não sendo uma tarefa fácil, tendo em conta a complexidade do mesmo,

foram necessárias algumas questões orientadoras, até se chegar à elaboração de uma tabela. Esta tabela foi preenchida pelos alunos no quadro (Figura 16) e construída por estes nos seus cadernos. Relativamente à construção da tabela, optou-se por serem os alunos a construí-la de raiz, pois, deste modo, seriam desenvolvidas capacidades na área da geometria e das expressões, no desenho da tabela. No entanto, e visto que ainda se encontravam no primeiro ano, alguns alunos conseguiram construir a tabela facilmente, enquanto que outros sentiram dificuldades (Figura 17).



Figura 16: Preenchimento da tabela pelos alunos no quadro

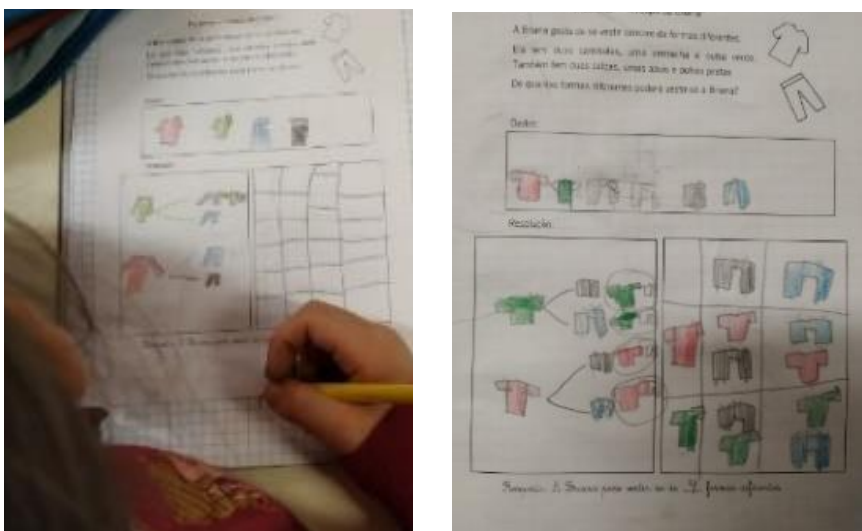


Figura 17: Execuções de tabelas por alunos, no caderno

Relativamente a este ponto, se, por um lado, a construção das tabelas levou a que a resolução do problema demorasse mais tempo e necessitasse de algumas explicações adicionais, por outro, fez com que os alunos as construíssem, de forma autónoma, desenvolvendo competências que teriam sido ignoradas se a tabela fosse preparada de antemão.

Por fim, houve uma pequena discussão no âmbito da formulação de problemas, no sentido de formular uma situação diferente, recontextualizando o problema inicial. Os alunos sugeriram que poder-se-ia modificar o contexto do problema (ver Sessão 1), utilizando alimentos para o lanche.

No que concerne aos restantes problemas desenvolvidos, o problema relacionado com a estratégia de sequência de passos, mesmo não sendo usualmente trabalhado no primeiro ano, foi resolvido pelos alunos com sucesso, de forma individual e, mais tarde, em discussão no quadro (Figura 18).

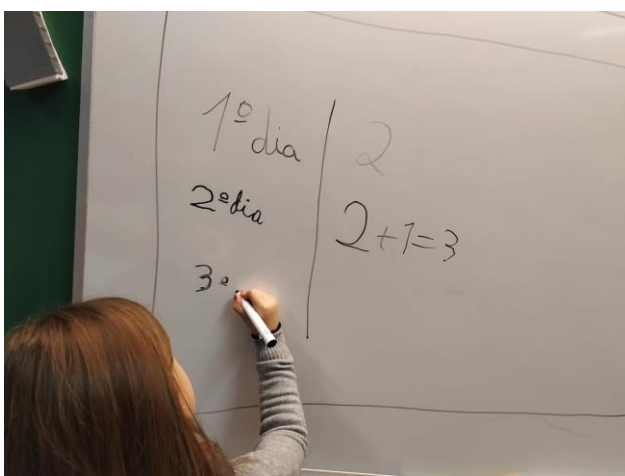


Figura 18: Resolução do problema em discussão de grupo-turma

Também aqui foi proposto modificar os dados do problema, surgindo na discussão situações análogas à desenvolvida na sessão (Transcrição 3), modificando o número de moedas que eram recolhidas ao longo dos dias, para rebuçados guardados e para diplomas de bom comportamento.

Prof. - E se agora quisermos fazer outro problema parecido? Em vez de moedas, o que poderia ser?

Vitor - Rebuçados!!

Manuel - Sim, pode ser rebuçados!

Prof. - Todos concordam que podem ser rebuçados?

Grupo - Sim!

Daniela - Também podia ser os diplomas de bom comportamento que a professora Carolina dá.

Prof.- Sim, Daniela, também é uma boa ideia.

Transcrição 3: Debate em grupo sobre modificação do problema

Relativamente ao problema do Sudoku, os alunos mostraram-se muito motivados para a sua resolução, tendo demonstrado uma capacidade de resolução acima do previsto. Assim, tendo existido uma discussão sobre as diferentes formas e estratégias de resolução, obtiveram, na globalidade, sucesso na resolução de exemplares do problema (Figuras 19 -20).

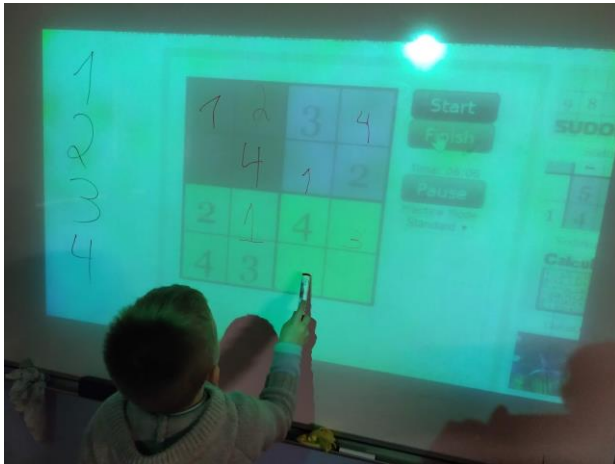


Figura 19: Resolução conjunta de exemplar de Sudoku

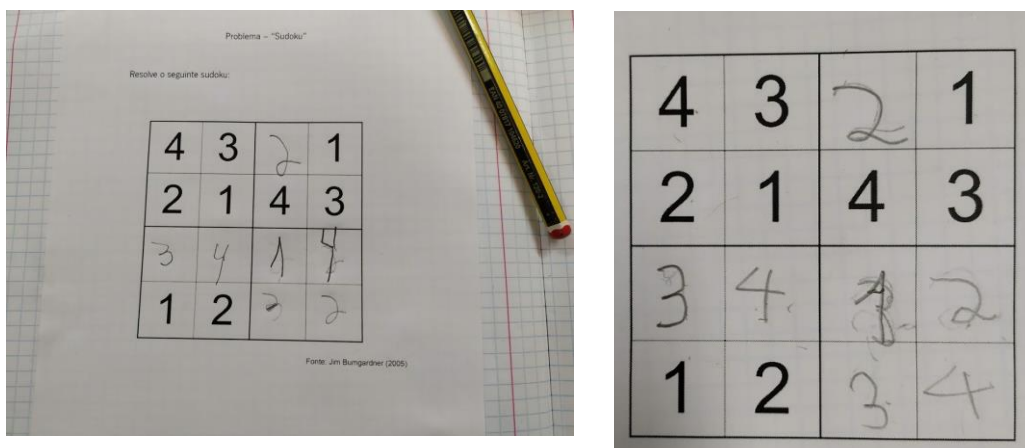


Figura 20: Exemplos de resolução individual de exemplar de Sudoku

Percebendo o interesse demonstrado por esta atividade, surgiu a ideia de criar uma “caixa de Sudoku” (Figura 21), ou seja, uma caixa com exemplares de Sudoku que os alunos poderiam resolver em momentos de pausa ou transição entre tarefas.



Figura 21: “Caixa de Sudoku”

Esta versão simplificada de uma “caixa de problemas” surgiu como uma personalização ao contexto, uma vez que os alunos, ainda não tendo completado a capacidade de leitura, não conseguiriam interpretar individualmente enunciados escritos. Deste modo, e percebendo que o “enunciado” do Sudoku não se altera, apenas os dados, esta tarefa foi possível de realizar de forma individual e sem intervenção do professor. Ao longo dos dias, foi perceptível o interesse por esta tarefa, tendo existido muitas resoluções de sudoku, enquanto esperavam pelo final de uma atividade, tendo acabado mais cedo, ou até no final das aulas.

Reflexão

Refletindo um pouco acerca desta aula, é possível afirmar que, na sua globalidade, foi alcançado sucesso. Todas as tarefas desenvolvidas apresentavam um nível acentuado de dificuldade (adaptado ao contexto), pelo que a reação e o desempenho dos alunos foi muito meritório. Os alunos mostraram-se sempre interessados e participantes, potencializando a construção de uma aula ativa e dinâmica, com múltiplos contributos nas discussões e resoluções de problemas, o que também facilita o desenvolvimento de competências de comunicação matemática. No que concerne à caixa de Sudoku, existiu uma grande aceitabilidade e acolhimento da ideia na sala, pelo que considero ser mais um fator motivacional promotor do gosto pela Matemática.

4.1.5 Sessão 4

A quarta sessão de intervenção teve como objetivo fundamental a iniciação à formulação de problemas semiestruturada, através da estratégia de “aceitar os dados”, construindo um contexto

problemático e um enunciado à volta dos dados (Apêndice 6). Por outro lado, também houve lugar à resolução de problemas em grupos, nomeadamente uma investigação relacionada com adições (Apêndice 7).

Descrição

Os alunos, desde o início da abordagem da formulação de problemas que demonstraram algumas dificuldades no critério da fluência (Silver, 1997) ao não apresentarem a questão do problema, por exemplo. Na flexibilidade (Silver, 1997), também tiveram limitações, apresentando sempre problemas simples de um passo, como seria de esperar numa turma de primeiro ano, que contacta pela primeira vez com a formulação de problemas. No entanto, relativamente à originalidade, os alunos desenvolveram uma grande capacidade criativa, concetualizando enunciados originais e muito interessantes (Figura 22 e Transcrição 4).

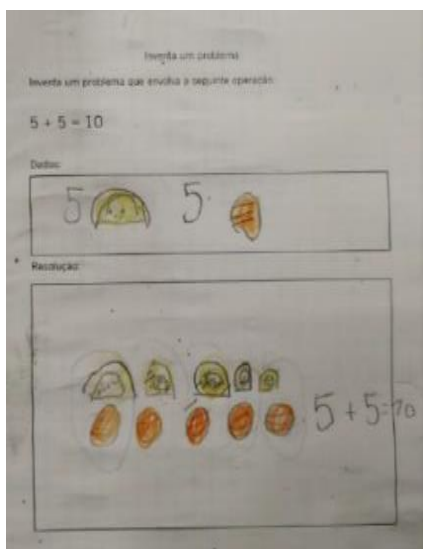


Figura 22: Formulação de um problema por um aluno

- Prof. - Diz-me lá o teu problema Manuel.
Manuel - O Manuel tem cinco queijos e o António tem cinco pães. Cinco mais cinco é igual a dez.
Prof. - E a pergunta?
Manuel - [silêncio]
Prof. - Quantos alimentos... [silêncio] tem o Manuel e o António, não é?
Manuel - Sim. Cinco mais cinco é igual a dez.

Transcrição 4: Enunciado elaborado por um aluno

Nenhum aluno conseguiu formular sozinho a pergunta do problema, característica que Pinheiro e Vale (2013) encontraram em alunos de faixas etárias superiores, que também apresentaram problemas não formulando qualquer questão associada. Assim, este ponto tornou-se um dos focos das minhas intervenções, potenciando uma capacidade de formulação de problemas mais coerente e completa.

Relativamente à investigação em trabalho de grupo, este decorreu de uma forma bastante positiva, embora não fosse habitual realizarem tarefas com a organização utilizada (Figuras 23-24). A estratégia de tentativa com indução foi a predominante ao longo da tarefa, pelo que não demonstraram dificuldades na aplicação desta estratégia. O debate das resoluções encontradas foi realizado em grupo, nesta primeira fase.



Figura 23: Resolução em grupo do problema na sala

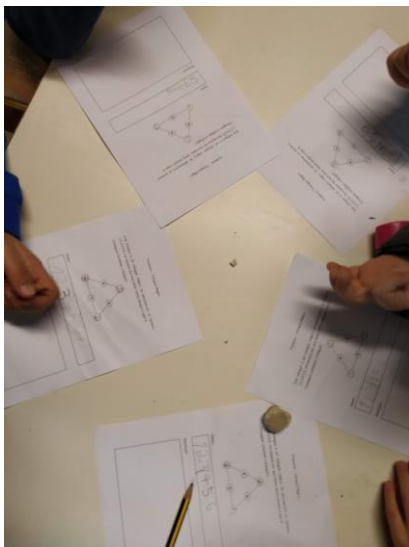


Figura 24: Resolução do problema pelos alunos

A atividade foi posteriormente desenvolvida no recreio (Figura 25), articulando-se com a Expressão Físico-motora. Nesta, os alunos, em vez de escreverem números, tiveram de os ir buscar ao final de um percurso, no formato de gincana. Foi pedido que construíssem um novo triângulo mágico, atentando que não poderiam construir um exemplar igual ao construído na sala. No final, surgiu uma discussão em turma sobre as diferentes resoluções obtidas.



Figura 25: Resolução, em grupo, do problema no exterior

Reflexão

É possível afirmar que, mais uma vez, os objetivos propostos foram alcançados com sucesso. Esta sessão comprovou ser possível construir uma aula com uma visão integrada das diferentes áreas curriculares. Assim, ao longo da aula foram desenvolvidas competências no âmbito da Matemática, do Português, com a elaboração e interpretação de enunciados, bem como de Expressão Físico-motora. Os alunos envolveram-se na resolução dos problemas, tendo apresentado um bom desempenho e participação nos debates propostos. Relativamente à formulação de problemas, os mesmos demonstraram uma grande evolução, considerando que nunca tiveram contacto com este tipo de atividades. Assim, torna-se necessário continuar a promover esse desenvolvimento, nas sessões seguintes, permitindo a consolidação das aprendizagens e alcançar objetivos mais ambiciosos, tal como a consciência da necessidade de formulação de uma pergunta, nos enunciados dos problemas.

4.1.6 Sessão 5

A quinta sessão de intervenção assumiu como objetivos fundamentais o desenvolvimento de competências de resolução e formulação de problemas. Ao longo da aula, decorreu a exploração de um problema de processo (Apêndice 8), a resolução de um problema aberto

relacionado com travessias², bem como a formulação semiestruturada de um problema, a partir de uma imagem (Apêndice 9).

Descrição

Relativamente ao problema inicial, este foi baseado na situação clássica de colocar guardanapos a secar, tendo em conta o menor número de molas possível. Este tinha como objetivo potenciar o desenvolvimento de diferentes estratégias por parte dos alunos, sendo previsto que surgissem abordagens relacionadas com a exploração de padrões, porventura aliado a uma representação por desenho.

Iniciámos com a etapa de compreensão do problema, que envolveu a sua leitura, reconto e algumas perguntas de interpretação aos alunos, para perceber se realmente entenderam o enunciado. Dando-lhes a oportunidade de intervenção e o protagonismo, depois de terem tempo para construir uma solução, foram explorados os diferentes raciocínios elaborados, existindo um debate de ideias sobre as múltiplas formas de resolução encontradas.

Deste modo, e depois de um debate, foram globalmente apresentadas duas soluções distintas, sendo depois transpostas para o quadro pelos alunos para uma análise conjunta (Figura 26).

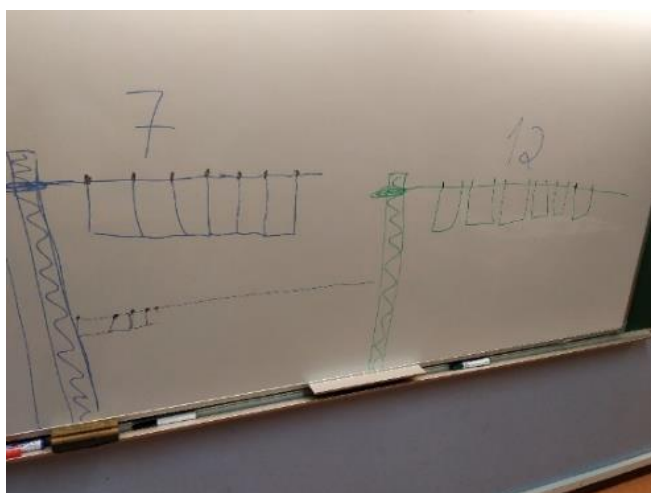


Figura 26: Soluções encontradas pelos alunos na aula

A partir da contraposição das duas propostas, surgiu então a partilha de argumentos a favor de cada uma das perspetivas. Com a discussão, o grupo foi gradualmente reconhecendo a solução

² Baseado no problema presente no apêndice 19.

mais eficaz (o número mínimo de molas utilizadas), percebendo a regularidade das molas (Transcrição 5).

- Prof. - Quantas molas vou pôr? [para acrescentar mais um guardanapo]
Grupo - Uma!
Prof. - Mas um guardanapo não precisa de duas molas?
Vitor - Mas a [mola] do primeiro também segura a do segundo, por isso é que tem duas, mas só pomos uma.

Transcrição 5: Conversa sobre a regularidade do número de molas

Entendendo que os alunos estavam a conseguir perceber o busílis do problema, foi potencializado o salto para uma pequena investigação, questionando quantas molas seriam necessárias se existissem mais guardanapos, com o expoente máximo no número trinta. Foram obtidas algumas respostas coerentes, com uma boa compreensão da regularidade (Transcrição 6).

- Prof. - E agora se fossem trinta guardanapos, quantas molas seriam precisas?
Grupo - [silêncio]
Bruno - Vinte e nove!
Prof. - Vinte e nove Bruno? Alguém concorda com o Bruno?
Bruno - Não, não, trinta e um!
Prof. - Porquê trinta e um Bruno?
Bruno - Porque leva duas [molas] no primeiro, e depois uma em cada um [aponta para outros guardanapos].

Transcrição 6: Trecho da discussão sobre a investigação

Seguiu-se a tarefa de formulação de problemas, partindo de uma imagem. Nesta, foi dada liberdade criativa para que os alunos, através da análise da ilustração, conseguissem construir um enunciado matemático que manifestasse um problema (Figura 27).



Figura 27: Formulação dos problemas pelos alunos

Foi selecionada uma imagem de uma quinta (Figura 28) para esta tarefa de formulação semiestruturada. Esta foi escolhida com o intuito de dar a oportunidade aos alunos de se poderem focar em diferentes elementos, fomentando assim a diversidade de formulações. Deste modo, a complexidade da imagem surgiu como um elemento potencializador de aprendizagens, uma vez que ofereceu uma maior autonomia aos alunos para poderem focar-se nos parâmetros que lhes despertavam um maior interesse.



Figura 28: Imagem utilizada na tarefa de formulação³

À semelhança das anteriores tarefas de formulação, os problemas foram recolhidos com base em dois elementos: as fichas, com os dados utilizados e as resoluções e gravações de áudio, com os enunciados descritos. Este método surgiu devido ao facto de os alunos ainda não serem

³ Imagem retirada do banco de imagens Dreamstime.

capazes de escrever grande parte das palavras ou frases. No entanto, sublinha-se que este impedimento não limitou a capacidade de formulação de problemas. Seguem-se dois exemplos de formulações de problemas: o Alberto afirmou “O Alberto tinha três casas. Desapareceu uma. Fiquei com duas” (Figura 29); outro exemplo de formulação encontra-se transposto na Figura 30 e na Transcrição 7.



Figura 29: Representação do enunciado do problema

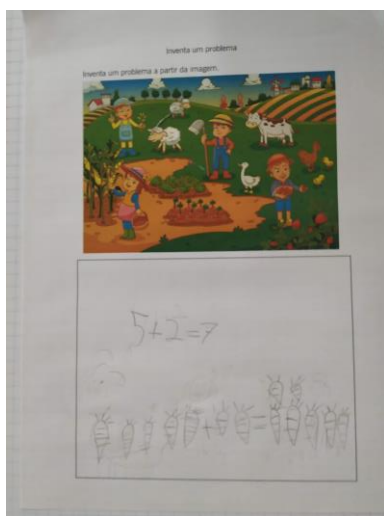


Figura 30: Representação do enunciado do problema

Ricardo - O Ricardo tinha cinco cenouras. E plantei mais duas cenouras. Com quantas cenouras fiquei?

Prof. - Muito bem Ricardo. E com quantas ficaste?

Ricardo - Fiquei com sete!

Transcrição 7: Enunciado do problema formulado por um aluno

Quanto à última tarefa, esta surgiu como seguimento de um problema realizado numa aula anterior. Percebendo que os alunos resolveram com sucesso um problema de travessias mais

simples, foi decidido continuar essa exploração, complexificando um pouco a situação em análise. Para isso, foi adaptado um novo problema de travessias, com um maior número de participantes e percursos, tendo, mais uma vez, sido usada a estratégia de dramatização, depois de selecionados alguns alunos (Figura 31).



Figura 31: Resolução do problema através de uma simulação

Toda a turma se sentiu motivada para a resolução do problema, tomando parte na discussão para a sua realização (Transcrição 8). Desta forma o problema foi resolvido em grupo, à segunda tentativa. Ao longo da resolução, assumi um papel de mediador, existindo a preocupação de perguntar o porquê de algumas decisões, aprofundando competências de comunicação matemática.

- Daniel - Vai o pai!
Daniel - Ó Fábio, vai para trás!
Prof. - Ok, vamos lá ver então o que o Daniel diz.
Daniel - Agora, o pai que tem cachecol verde leva a filha.
Prof. - Ok, venham os dois então no bocadinho de gelo
Prof. - E agora, quem é que vai para ali Daniel? [para a margem]
Daniel - O pai azul!
Prof. - O pai azul não pode ser, o pai está do outro lado.
Prof. - Destes dois verdes, quem é que fica [na margem]?
Manuela - O filho!
Prof. - Porque é que tem de ser o filho?
Ricardo - Porque se ele tiver este aqui, eu fico com medo [Ricardo está a representar um filho].
Prof. - Ok, e o pai verde, o que é que tem de fazer?
Turma - Tem de voltar para trás!

Transcrição 8: Excerto da exploração do problema

Reflexão

Considero que os objetivos propostos foram alcançados com sucesso apesar da sessão ter-se estendido mais que o inicialmente planejado. No entanto, penso que os alunos se envolveram ativamente nas diferentes atividades, existindo um bom desempenho na resolução dos problemas e discussões, relevando também a motivação e gosto pela resolução e formulação de problemas. Em relação à formulação, destaca-se que, pela primeira vez, existiram situações em que os alunos já conseguiram incorporar uma pergunta na produção de enunciados, sinal de evidente evolução. Assim, considero que será fundamental continuar a fomentar essa capacidade, potencializando o desenvolvimento de novas, e cada vez mais complexas, capacidades dos alunos nas próximas sessões.

4.1.7 Sessão 6

A sexta sessão de intervenção foi dedicada, fundamentalmente, à formulação de problemas. Percecionando que os alunos se encontravam confortáveis com situações estruturadas, estendendo um problema pré-existente, foram desenvolvidas tarefas de formulação de problemas semiestruturadas, a partir de contextos (Apêndice 10) e até apenas de números (Apêndice 11), potenciando uma maior liberdade e autonomia nas formulações.

Descrição

Na primeira tarefa, os alunos tinham de formular um problema aceitando os dados pré-definidos: um menino, uma menina e sete lápis. Um dos objetivos prendia-se com a construção da conceção de que, perante os mesmos dados, era possível formular problemas que apresentassem situações distintas, podendo existir operações inversas. Neste âmbito, e com sucesso, foram identificados alguns casos diferentes de formulação.

Mais uma vez, os alunos desenharam os dados utilizados e estratégias de resolução, tendo os enunciados sido recolhidos com base em gravações de áudio. Grande parte da turma conseguiu formular os problemas respeitando os diferentes dados, mas sem a presença da pergunta do problema, como são exemplo os seguintes casos: a Andreia afirmou “Eu tinha sete lápis. Dei um ao Vítor. Fiquei com seis lápis!” (Figura 32); o Manuel disse “Eu tinha três lápis. A minha mãe deu-me mais quatro. Fiquei com sete lápis!” (Figura 33).

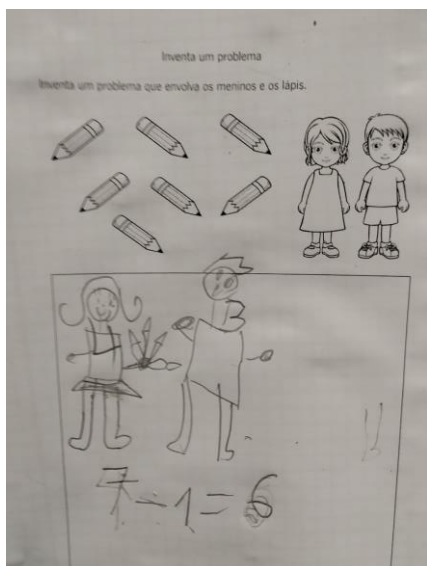


Figura 32: Representação do enunciado e resolução de um problema

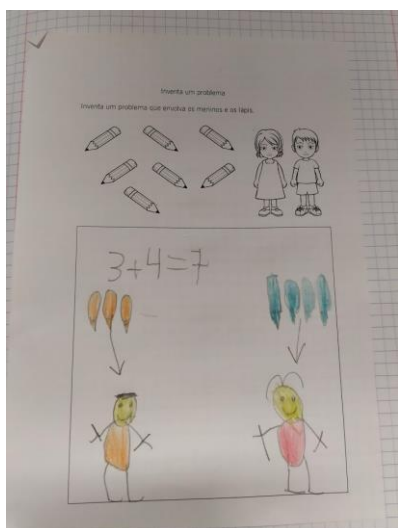


Figura 33: Representação do enunciado e resolução de um problema

A turma reconhecia a importância da pergunta embora, na maioria das vezes, apenas após a minha intervenção. Os casos de alunos que reconheceram previamente a sua importância demonstram uma grande evolução no critério da fluência, definido por Silver (1997): o Alberto afirmou “Eu tenho quatro [aponta para os lápis] e a Bárbara tem seis. Quantos tem ao todo? Quatro mais seis é igual a dez!” (Figura 34). Neste caso, também surge uma característica que os alunos demonstravam: a necessidade de resolver o problema quando da descrição do enunciado.

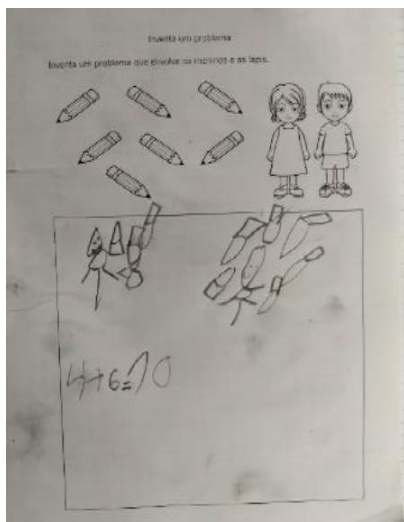


Figura 34: Representação do enunciado e resolução de um problema

No que concerne à segunda tarefa proposta, esta centrava-se na formulação de problemas, mas com um teor mais abrangente. Em vez de ser sugerido o contexto, apenas foram sugeridos três números, que os alunos poderiam utilizar na construção do seu problema. Isto levou a que surgissem situações inesperadas, como o caso de um aluno que decidiu formular dois problemas diferentes, recorrendo a duas operações distintas (Figura 35).

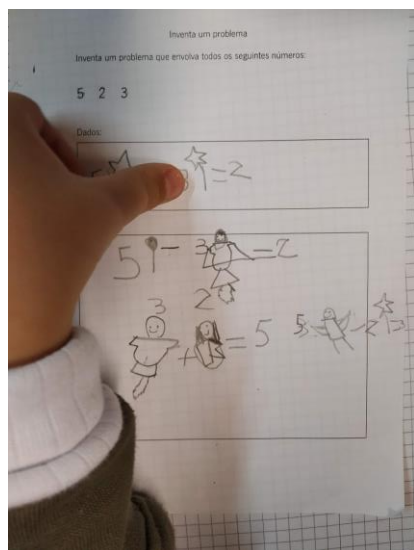


Figura 35: Formulação de dois problemas pelo mesmo aluno

Por vezes, surgiam casos em que os alunos, possivelmente, devido ao trabalho realizado com recurso a representações distintas das estratégias de resolução, também resolviam os seus problemas utilizando diferentes formas de representação (Figura 36).

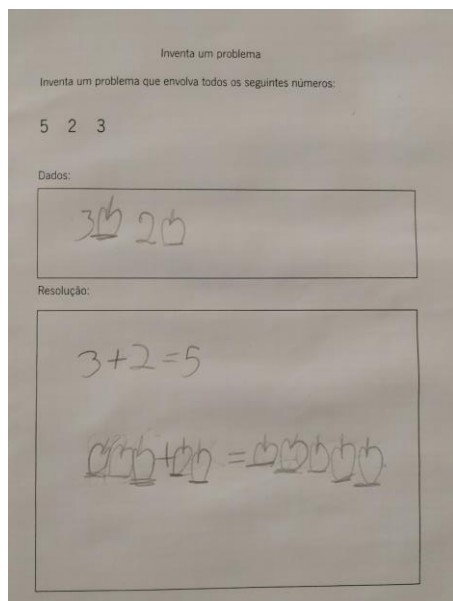


Figura 36: Resolução do problema formulado, recorrendo ao algoritmo da adição, através de números e de desenhos

Reflexão

Em reflexão, considero que esta sessão cumpriu os objetivos propostos. Foi uma aula em que os alunos se envolveram nas diferentes formulações, sendo possível identificar uma evolução das suas competências, comparativamente às primeiras sessões. Teria sido uma boa proposta de atividade sugerir que os alunos criassem problemas uns para os outros. No entanto, esta possibilidade não seria exequível, visto que os enunciados foram propostos oralmente, pois os mesmos ainda não conseguiam escrever frases completas.

Considero que este é um dos grandes entraves às atividades de formulação de problemas no primeiro ano, o que não significa que este tema adquira uma importância despreciable, pois, tal como comprovado ao longo das diferentes sessões, mesmo que os alunos não consigam transcreever os seus enunciados para o papel, tal não os impede de conceptualizá-los e descrevê-los. Assim, relacionaram-se três dos objetivos principais do ensino e aprendizagem matemática (DGE, 2013): desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática.

4.1.8 Sessão 7

A sétima sessão de intervenção foi dedicada à resolução de problemas abertos, como uma oportunidade dos alunos explorarem contextos de problemas mais diversificados e menos estandardizados, utilizando o tangram e o jogo “torre de Hanói”. Esta tinha como objetivos

promover e analisar diferentes elaborações de estratégias, quando confrontados com problemas que se assumem como mais abrangentes e que promovem a criatividade.

Descrição

Iniciando pela atividade do tangram, este recurso não surge usualmente identificado como um meio para o desenvolvimento de problemas. No entanto, ressalva-se que os alunos se encontram no primeiro ano de escolaridade, pelo que muitos não tinham ainda interagido com este material didático.

O enunciado da tarefa foi simples: depois de explorar o material (Figura 37), conseguir construir figuras semelhantes às que estavam representadas no quadro, da forma mais autónoma possível (Figura 38). Numa fase seguinte, evoluiu-se para que cada aluno produzisse figuras de forma autónoma e criativa, atribuindo-lhes um nome, caso achasse pertinente (Figura 39).

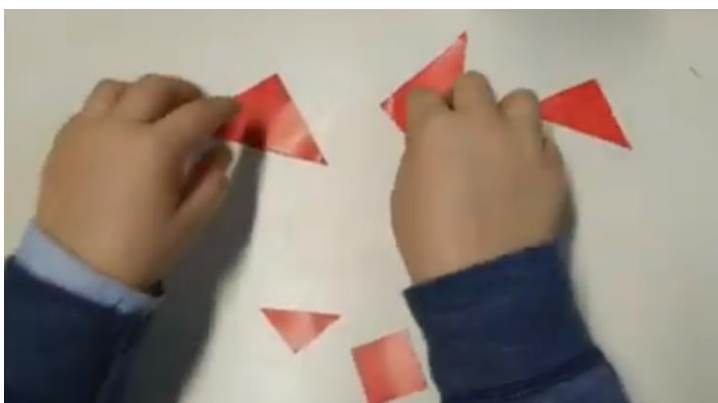


Figura 37: Exploração do material didático



Figura 38: Reprodução de figura “gato” e “tartaruga”

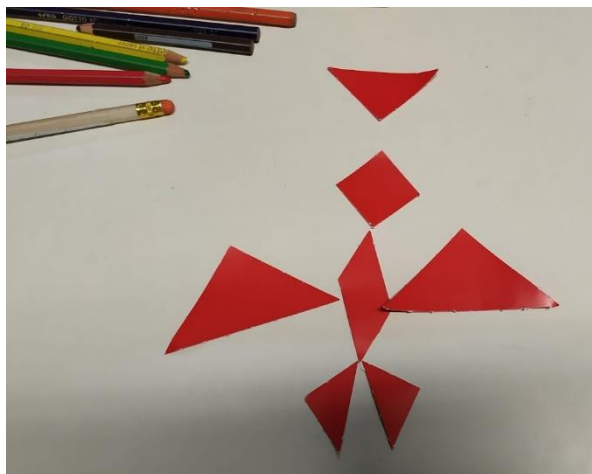
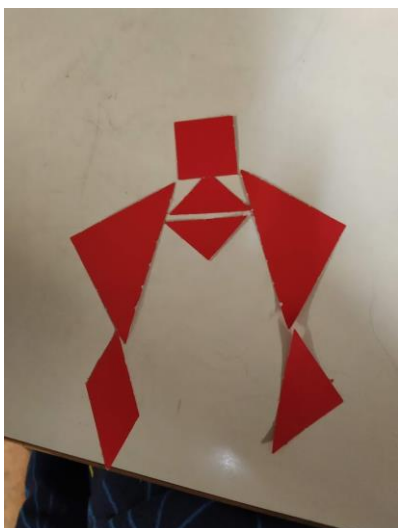


Figura 39: Criação de uma nova figura “aranha robô gigante” e “dragão”

No início, alguns alunos sentiram dificuldades, não estando acostumados com algumas das formas presentes no tangram. Assim, foi-lhes dada a oportunidade de comparar as suas peças com as projetadas no quadro, para tirarem as suas dúvidas sobre a forma das peças e respetiva disposição (Figura 40).



Figura 40: Exploração comparativa das figuras no quadro

Relativamente à segunda atividade, relacionada com o problema clássico “torre de Hanói” (Figura 41), os alunos resolveram o problema de forma autónoma (a pares, mas com uma baixa intervenção do professor). Mais tarde, desafiou-se para que descobrissem soluções com o menor número de movimentos possíveis, sendo que grande parte deles conseguiu pelo número mínimo de movimentos do problema, perante as peças disponibilizadas.

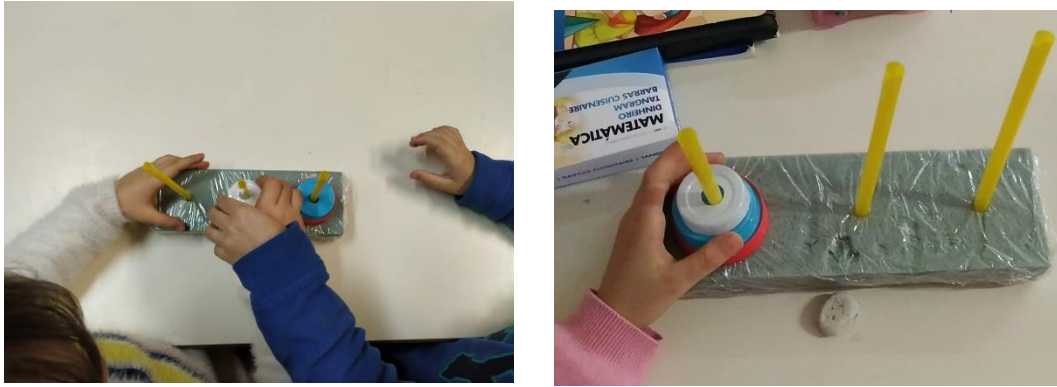


Figura 41: Resolução do problema clássico “Torre de Hanói”

Numa primeira fase, não foi previsto que existisse um enunciado para esta atividade, apenas uma explicação das regras. Porém, visto que o projeto desenvolvido se relaciona com a resolução e formulação de problemas, decidiu-se que iria ser construído um enunciado, em conjunto com os alunos. Desta forma, foi elaborada uma situação em que um rei pretendia mudar uma torre de lugar, mas queria gastar o mínimo de tempo possível para o fazer. Pretendia-se, assim, saber qual seria a melhor forma de conseguir alcançar o seu objetivo.

Depois de todos os alunos se inteirarem do problema e construírem a sua resolução, foi aberto o debate na sala, para comparar resoluções (Figura 42).



Figura 42: Debate de diferentes resoluções elaboradas pelos alunos

Reflexão

Foi interessante constatar as diferentes reações dos alunos, na familiarização com o material, desde a categorização das diferentes formas, comparação dos tamanhos e a abordagem inata para a construção de figuras. Isto também justifica a atividade final com este material, que se prende com a criatividade dos alunos para a construção de novas figuras. De facto, o tangram é um material didático cheio de potencialidades que, neste caso, serviu de suporte para um problema que apelava à criatividade e participação ativa.

Similarmente, a utilização do jogo “torre de Hanói” conseguiu despertar nos alunos o interesse na exploração de processos lógicos, bem como fomentar a capacidade de argumentação. Esta última surgiu, essencialmente, no debate final, quando estes compararam as diferentes resoluções e chegaram a um consenso sobre a solução mais eficiente.

4.1.9 Momento de avaliação

O Estudo 1 teve como intenção a elaboração de uma avaliação das aprendizagens desenvolvidas, relativa à resolução e formulação de problemas. Procedeu-se à realização de uma ficha de problemas (Apêndice 11). Nesta, estavam plasmados problemas de cálculo e de processo (Boavida *et al.*, 2008); tarefas de formulação de problemas, relacionadas com extensão de problemas pré-existent, situações estruturadas; criação de novos contextos problemáticos, aceitando dados pré-definidos, situações semiestruturadas, tal como no momento diagnóstico. No entanto, acrescentou-se algumas tarefas que ganharam protagonismo ao longo do projeto, e que também mereceram destaque no momento avaliativo, tais como a resolução de problemas utilizando estratégias específicas - uma tabela, bem como a formulação de problemas a partir de uma imagem.

Os enunciados das tarefas foram modificados, visto que a ficha elaborada no momento diagnóstico era alusiva ao Natal, época em que foi aplicada. No entanto, existiu o cuidado de os problemas da ficha de avaliação manterem a estrutura, para se poder retirar conclusões com alguma fiabilidade.

De seguida, apresentam-se os níveis de desempenho obtidos pelos alunos, nas diferentes tipologias de resolução e formulação de problemas (Tabela 9).

Tabela 9: Respostas obtidas no momento de avaliação do Estudo 1

Resoluções dos alunos (%)			
	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
Problemas de cálculo			
Momento diagnóstico	9.1%	0%	90.9%
Momento de avaliação	0%	0%	100%
Problemas de processo			
Momento diagnóstico	45.4%	45.4%	9.2%
Momento de avaliação	4.5%	18.2%	77.3%
Formulações estruturadas			
Momento diagnóstico	27,3%	27.3%	45.4%
Momento de avaliação	0%	4.5%	95.5%
Formulações semiestruturadas			
Momento diagnóstico	22.7%	18.2%	54.5%
Momento de avaliação	0%	9.1%	90.9%

Em relação aos problemas de cálculo (Figura 43), todos os alunos conseguiram obter sucesso, ao contrário do momento diagnóstico, em que o sucesso não foi universal. Assim, pode-se considerar que houve algum desenvolvimento neste aspeto, contribuindo para que os alunos tenham conseguido resolver, de forma acertada, todos os problemas de cálculo propostos.

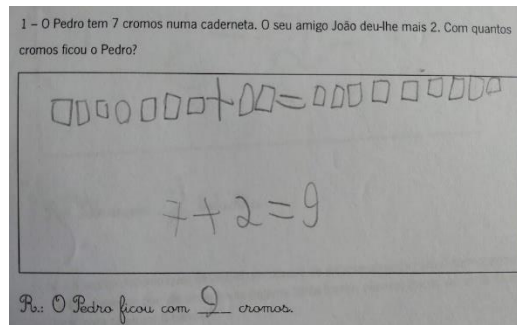
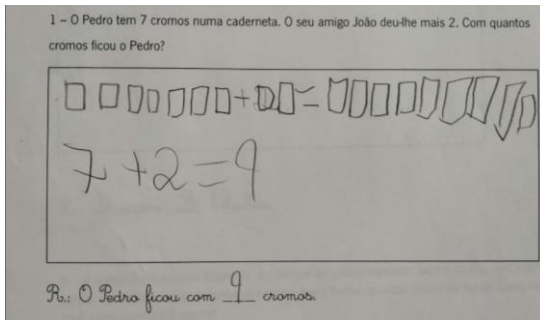


Figura 43: Exemplos de resolução de um problema de cálculo

Em relação aos problemas de processo (Figura 44), e ao contrário do que aconteceu no momento diagnóstico, a maioria dos alunos conseguiu resolver os problemas com sucesso. Este tipo de problemas foi o que mereceu uma maior atenção ao longo das sessões, pelo que é possível constatar uma grande evolução dos alunos. Neste aspeto, não apenas os alunos conseguiram resolver os problemas com sucesso, como o fizeram de uma forma autónoma. Destaca-se que no âmbito da avaliação dos problemas de processo, acrescentaram-se mais problemas, para avaliar aprendizagens mais específicas desenvolvidas nas sessões de intervenção, tais como a resolução de problemas através de uma tabela (Figura 45).

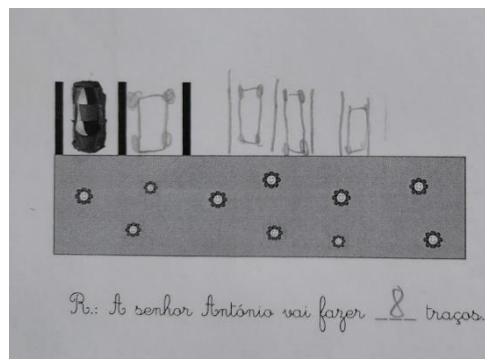
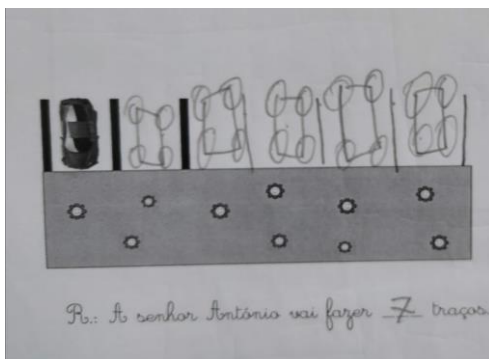








Figura 44: Exemplos de resolução de um problema de processo

	Chocolate (C)	Morango (M)	Baunilha (B)
			
			

Rs.: Existem 6 tipos de gelado diferentes.

Figura 45: Exemplo de resolução de um problema de processo, através de uma tabela

Nas atividades de formulação de problemas, considera-se que foram desenvolvidas com sucesso pela generalidade dos alunos. Neste âmbito, enfatiza-se que uma das atividades assumia uma maior dificuldade, pois ao invés de indicar os dados, apresentava apenas uma imagem (Figura 46), cabendo ao aluno interpretar a figura e formular um problema. Neste caso, também nesta atividade, houve uma grande taxa de sucesso pelos alunos. Em um dos casos, não foi possível interpretar o problema formulado.

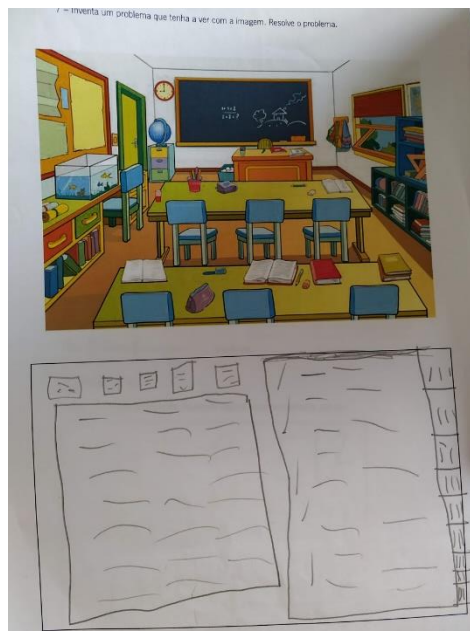
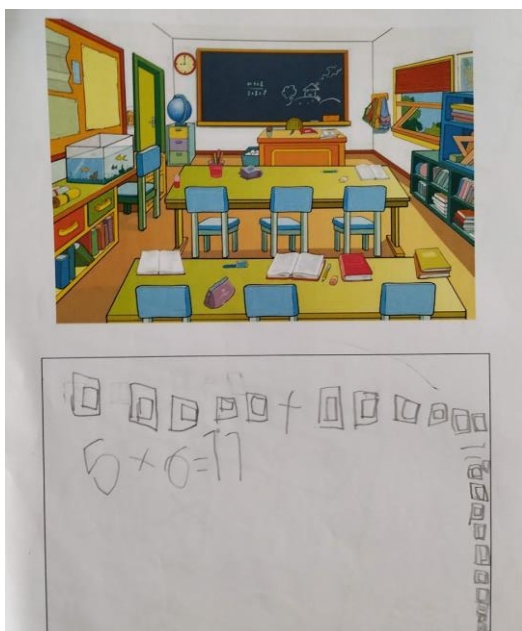


Figura 46: Exemplos de formulação de problemas, a partir de uma imagem

Desta forma, foi possível concluir que existiu uma modificação notória nas capacidades de resolução e formulação que os alunos apresentavam. Não podendo assumir que esse desenvolvimento surge como resultado das sessões de intervenção, pode-se, pelo menos, afirmar

que estas contribuíram para a construção de competências de resolução e formulação mais completas.

No final do momento de avaliação, desenvolveu-se uma conversa com os alunos, sobre como se tinham sentido na realização da ficha. Em contraponto com o momento de diagnóstico, os alunos reconheceram que se sentiram mais confiantes e capazes, não reportando muitas dificuldades, o que é um dado importante para análise.

4.1.10. Síntese do estudo

Ao longo das sessões do estudo foi possível constatar uma grande evolução das aprendizagens dos alunos, motivação e gosto pela Matemática.

Em relação à resolução de problemas, salienta-se o progresso na utilização de diferentes estratégias de resolução, bem como a resolução de diferentes tipos de problemas, enfatizando os problemas de processo e abertos. Isto potencializou novas competências ao nível da diversidade de estratégias que os mesmos utilizaram, ao nível da capacidade de raciocínio matemático e da comunicação matemática, de forma integrada e contextualizada.

No que concerne à formulação de problemas, destaca-se o papel inovador destas tarefas no quotidiano dos alunos, nunca experienciadas anteriormente. Assim, considerando a faixa etária destes, a própria capacidade de formulação de problemas, em si mesma, já é uma grande conquista, salientando o critério da originalidade nos enunciados construídos. Enfatiza-se que alguns alunos já conseguiram alcançar a consciência da necessidade da questão do problema na formulação, o que também se apresenta como um grande progresso.

4.2 Estudo 2

4.2.1 Momento diagnóstico

O momento diagnóstico, relativo ao Estudo 2, consistiu na resolução de uma ficha de problemas (Apêndice 13). Esta ficha foi concetualizada no sentido de conseguir aferir os conhecimentos dos alunos, em relação à resolução e formulação de problemas. Para tal, foram concebidas diferentes tarefas, nos dois âmbitos: tarefas relacionadas com resolução de problemas, nomeadamente um problema de processo e uma pequena investigação (Boavida *et al.*, 2008); e uma tarefa relacionada com formulação de problemas, através de uma situação

semiestruturada, que potencia a utilização da estratégia de “aceitar os dados” (Boavida *et al*, 2008; Vale & Pimentel, 2004).

De seguida, apresentam-se os níveis de desempenho obtidos pelos alunos, nas diferentes tipologias de resolução e formulação de problemas (Tabela 10).

Tabela 10: Respostas obtidas no momento diagnóstico do Estudo 2

Resoluções dos alunos (%)			
	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
Problema de processo			
Momento diagnóstico	13.3%	0%	86.7%
Problema aberto			
Momento diagnóstico	80%	16.6%	3.4%
Formulação semiestruturada			
Momento diagnóstico	13.3%	20%	66.7%

Em relação ao problema de processo, os alunos conseguiram obter uma grande taxa de sucesso, pelo que apenas quatro (de um total de 30 alunos) não conseguiram responder acertadamente ao problema. Porém, salvo uma exceção, todos utilizaram a mesma estratégia, recorrendo a um desenho para conseguir prever o elemento seguinte da sequência (Figura 47). No que concerne à explicação verbal da resolução, a maior parte dos alunos deixou o espaço em branco, surgindo também algumas explicações de cariz coloquial (Figura 48).

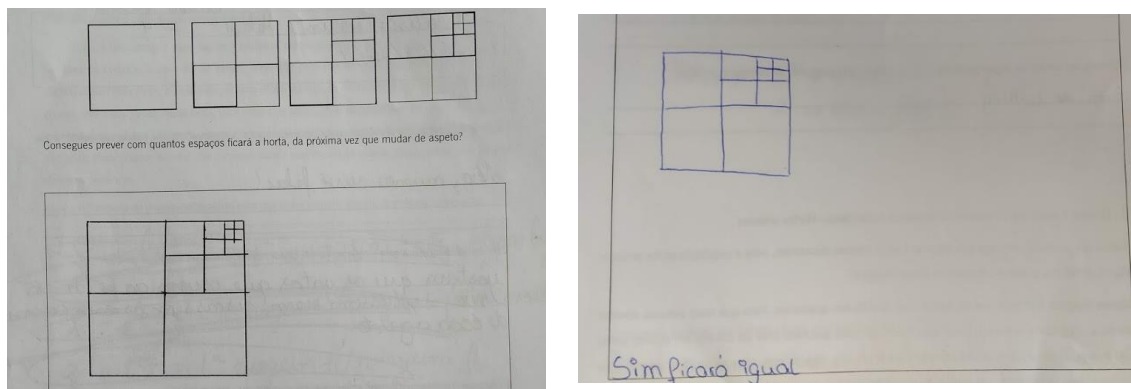


Figura 47: Exemplos de resoluções do problema de processo

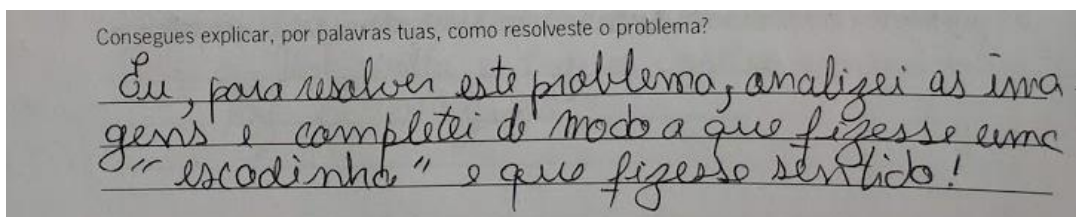


Figura 48: Exemplo de explicação verbal da resolução do problema

Deste modo, um dos objetivos fundamentais deste estudo foi explorar novas estratégias de resolução de problemas com os alunos, ampliando o seu leque de possibilidades de “atacar” um problema, aliado ao desenvolvimento das competências de comunicação matemática.

Em relação à tarefa de formulação, a maioria dos alunos conseguiu construir um enunciado com base nos dados fornecidos. Globalmente, apresentaram uma grande capacidade criativa, construindo situações originais. No entanto, os enunciados, de forma geral, apresentavam-se muito simples e com processos matemáticos básicos e repetitivos (Figura 49). Similarmente, alguns alunos deixaram a tarefa em branco.

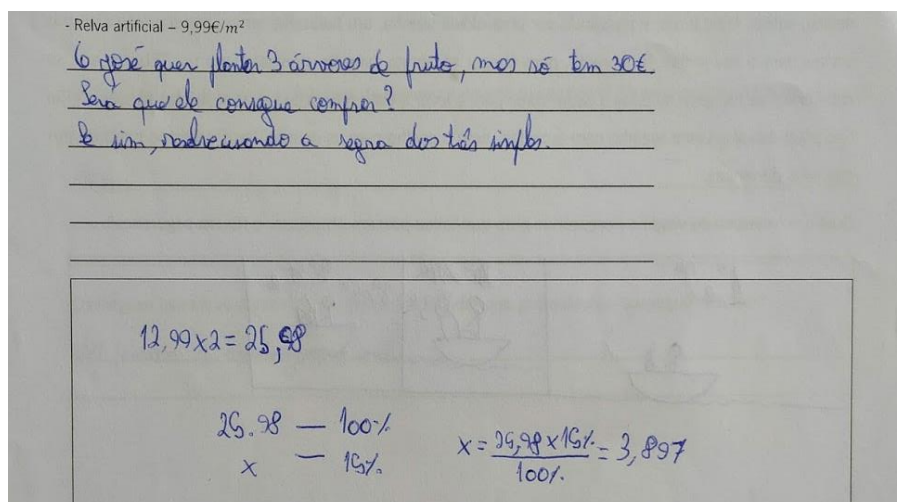


Figura 49: Exemplo de formulação e resolução de um problema

Em relação à formulação de problemas, foi atribuído protagonismo ao desenvolvimento da criatividade dos alunos, dando-lhes mais autonomia e estimulando a formulação de situações mais complexas.

No que concerne ao problema investigativo, apenas um aluno conseguiu alcançar a resposta correta. Grande parte dos alunos ignorou algumas das premissas do enunciado ou construiu uma solução impossível de realizar, não considerando, por exemplo, o número total de viagens efetuadas. Também surgiram algumas situações mais criativas, mas que não respeitavam os pressupostos apresentados pelo enunciado (Figura 50). Em relação à explicação verbal da resolução, a esmagadora maioria não respondeu. Alguns alunos, mais uma vez, tentaram construir algumas respostas mais simplistas (Figura 51), não existindo nenhum caso de uma explicação mais formal e completa.

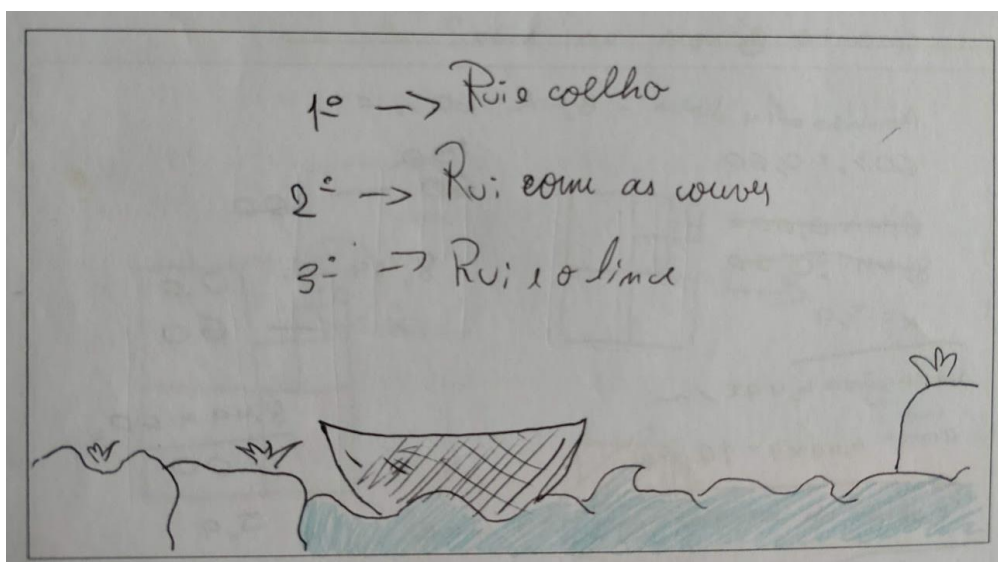


Figura 50: Exemplo de resolução do problema por um aluno

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Rui leu o colho, depois ele come as couves
 e leu o limão

Ao realizar esta ficha senti-me:

Confiante, sem dificuldades ___
 Com algumas dificuldades X
 Com muitas dificuldades ___

Figura 51: Explicação verbal da resolução do problema

Foi considerado que este problema deveria ser explorado em sessões posteriores, adaptando o seu enunciado, mas mantendo a estrutura. Desta forma, e percebendo que os alunos se interessaram por esta tarefa, mesmo não obtendo sucesso, será possível potenciar um momento simultâneo de aprendizagem matemática e de estímulo pelo gosto e prazer na resolução de problemas.

No final da ficha, foi reservado um espaço para uma pequena autoavaliação dos alunos. Grande parte destes assinalou que tinha sentido algumas dificuldades, existindo também casos de alunos que afirmaram não sentir dificuldades. Apenas um caso manifestou sentir muitas dificuldades.

4.2.2 Sessão 1

Esta sessão teve como objetivo inicial abordar, de uma forma global, o método de resolução de problemas de Pólya, com as suas diferentes fases, aliado à resolução de um problema de cálculo (Apêndice 14). Numa fase posterior, objetivou-se abordar a formulação de problemas, conjugando as estratégias de aceitar os dados e de variação de um problema (Vale & Pimentel, 2004) (Apêndice 15), bem como a resolução de um problema de processo (Boavida *et al*, 2008) (Apêndice 16).

Desta vez, e tendo em conta a faixa etária dos alunos, a exploração do método de resolução de Pólya surgiu sob a forma de um debate inicial sobre o primeiro problema proposto,

potencializando, de seguida, uma oportunidade para que os alunos o explorassem, de forma autónoma.

Descrição

A sessão começou com uma introdução ao tema transversal escolhido para as intervenções na turma, os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Estes foram delineados pela ONU (2015), e propostos pelo Ministério da Educação (DGE, 2015) como um possível tema para abordar transversalmente as diferentes áreas curriculares. Sendo um tema suficientemente abrangente, próximo dos alunos e potenciador de construção de enunciados problemáticos com sentido, este tema foi o ponto de partida para as diferentes atividades no âmbito da intervenção no segundo ciclo.

Deste modo, e depois de uma apresentação sucinta (Figura 52) e da visualização de um vídeo relativo ao tema, foi proposto um *brainstorming* sobre o que aprenderam, e a importância do assunto. Um dos alunos conseguiu sistematizar a sua aprendizagem, afirmando que estes objetivos são “metas de desenvolvimento sustentável, em diversas áreas da sociedade, que a ONU pretende desenvolver com a meta em 2030”.



Figura 52: Apresentação dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável na sala

No momento seguinte, foram elaboradas três tarefas: duas relacionadas com a resolução de problemas e uma relacionada com a formulação.

A primeira tarefa prendeu-se com um problema de cálculo (Boavida *et al.*, 2008), a partir dos conteúdos que estavam a ser desenvolvidos pela turma, nas aulas anteriores. Assim, e percebendo que estes se baseavam no cálculo de áreas e perímetros de figuras, foi proposto um

problema que relacionava os dois conteúdos. Este problema também serviu como um meio para uma breve abordagem às diferentes fases do método de resolução de problemas de Pólya.

Deste modo, depois de um debate na turma acerca do método de resolução, foi dada a oportunidade a cada aluno de resolver individualmente o problema (Figura 53). Posteriormente, as resoluções foram debatidas no quadro, em grupo-turma (Figura 54).

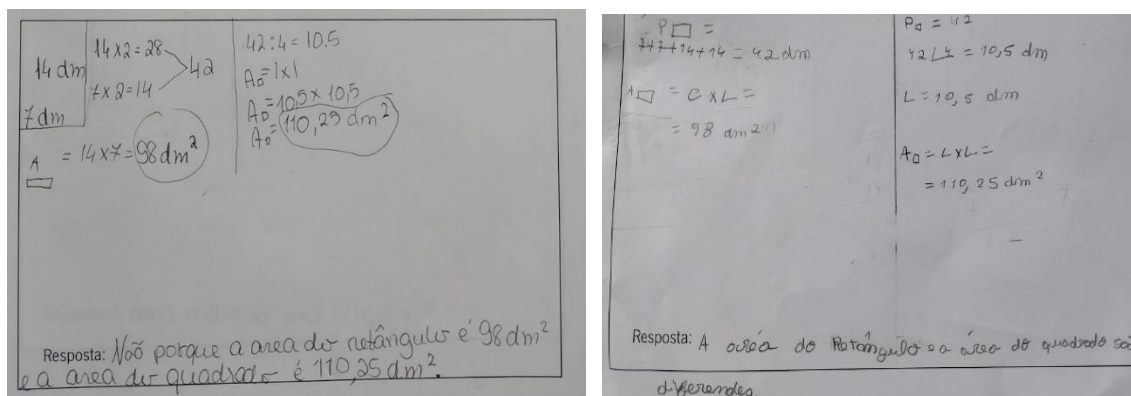


Figura 53: Resoluções do problema pelos alunos

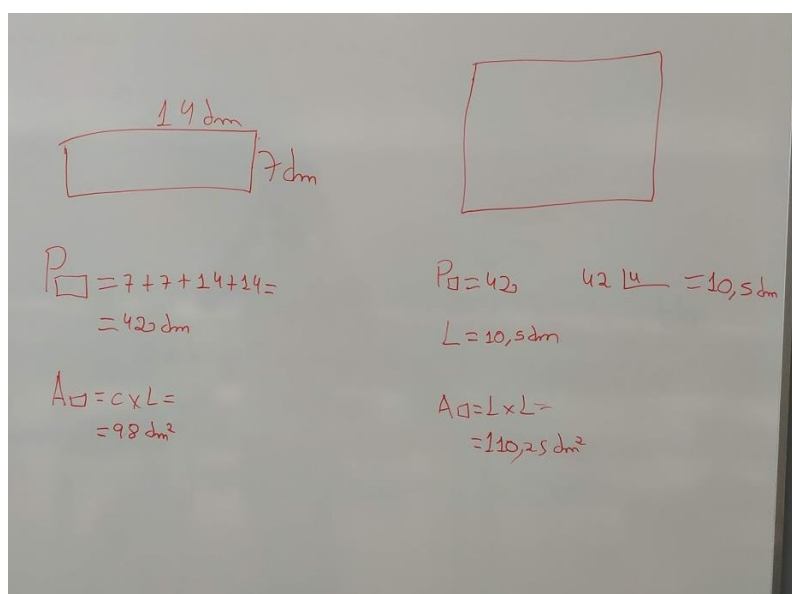


Figura 54: Resolução e discussão final do problema, em grupo-turma

No que concerne à tarefa de formulação de problemas, surgiu como uma primeira abordagem ao tema, pelo que foi elaborada em grupo-turma (Figura 55). A partir do problema anterior, numa situação estruturada, foi sugerido que se concebesse um novo problema com base no problema anterior, mas que envolvesse a área de um círculo. Os alunos discutiram conjuntamente a elaboração do enunciado e da situação envolvida chegando, no final, a um

consenso. Seguidamente, o problema foi resolvido individualmente e, posteriormente, debatido e corrigido em grupo (Figura 56).

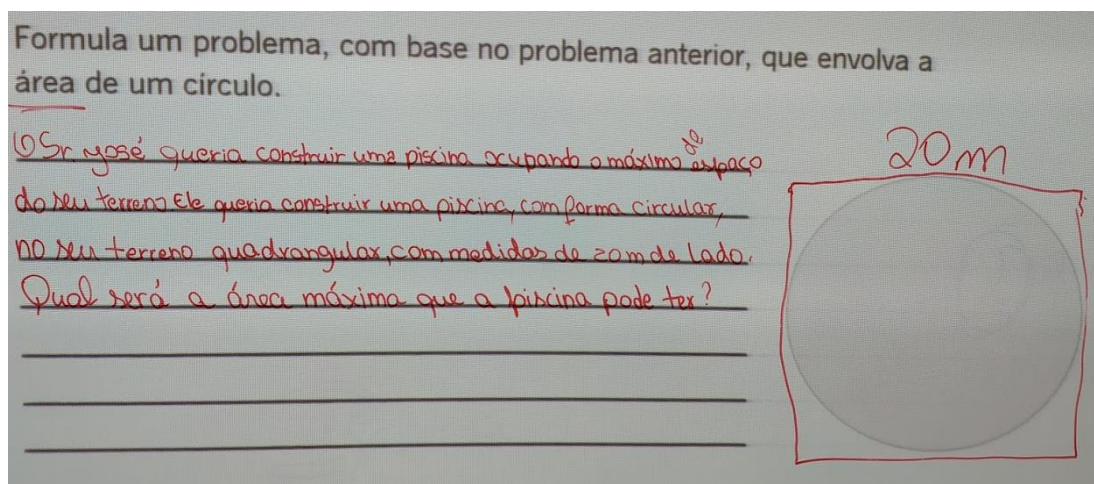


Figura 55: Formulação conjunta do problema apresentada no quadro

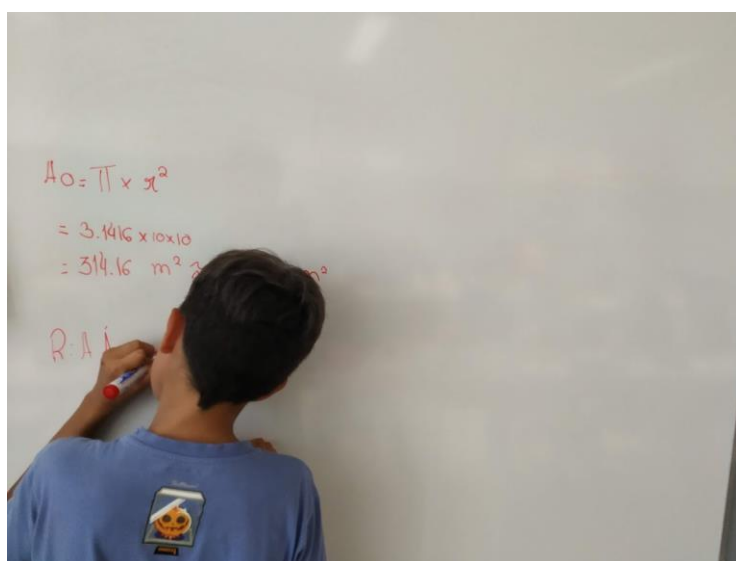


Figura 56: Resolução do problema formulado

Por fim, salienta-se o problema de processo relacionado com sequências, existindo a possibilidade de ser resolvido por várias estratégias. Desta forma, foi concedida a liberdade aos alunos de escolher o seu processo, tendo depois surgido o debate e o confronto sobre as diferentes soluções encontradas. Alguns alunos optaram por resolver o problema através de um desenho e identificação de um padrão (Figura 57), enquanto outros decidiram enveredar por uma abordagem mais formal das sequências, quer seja através da análise do padrão numérico ou através da descoberta da sua lei de formação (Figura 58).

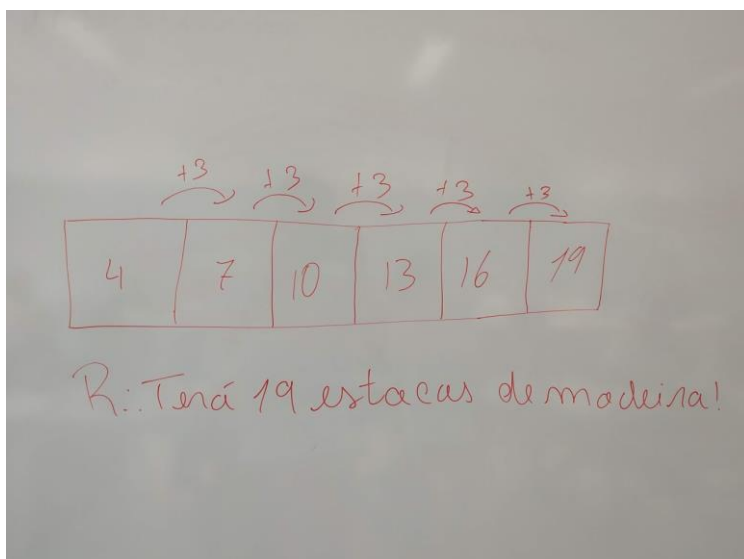


Figura 57: Resolução por desenho e identificação de padrão

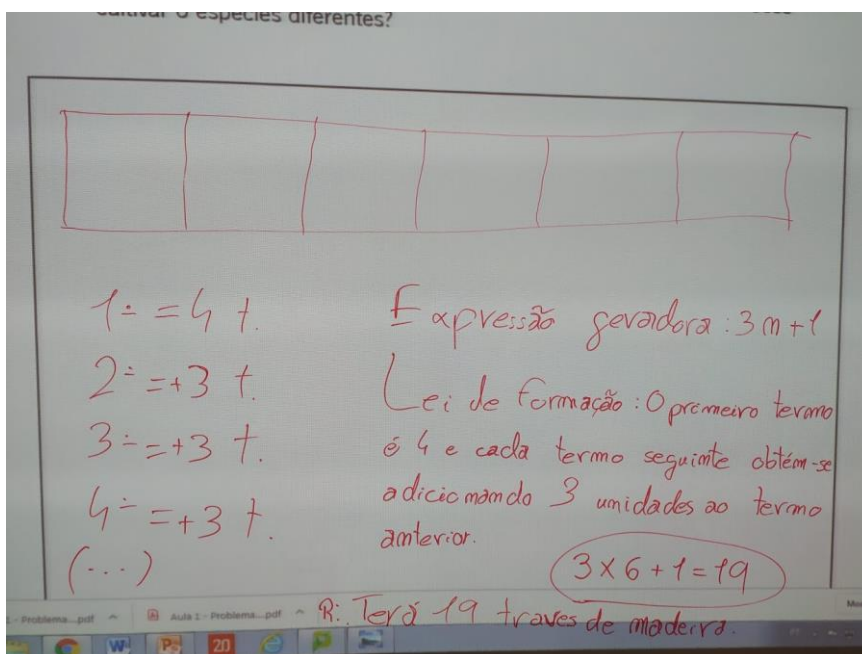


Figura 58: Resolução aludindo à lei de formação e expressão geradora

Durante o debate, tiveram a oportunidade de discutir verbalmente as diferentes resoluções, potenciando o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação matemática.

Reflexão

Considero que esta sessão decorreu com sucesso, uma vez que foram alcançados os diferentes objetivos propostos, sendo notório o empenho na procura de diferentes estratégias e processos de resolução dos problemas abordados. Os alunos mostraram-se interessados no tema, fator motivacional para estes, no sentido de poderem tratar de problemas reais no contexto das

aulas de Matemática, fator que não costuma estar presente, e que é defendido pela literatura (APM, 1988; Dante, 2009).

Considero que a tarefa de formulação conjunta não terá sido a escolha mais acertada, pois a intenção prendia-se com a discussão de diferentes enunciados formulados pelos alunos, que aconteceu com sucesso. No entanto, no final, foi necessário escolher um único enunciado para ser resolvido em grupo, o que limitou o potencial da atividade. Assim, considere que, no futuro, teria uma maior preocupação em que as atividades de formulação de problemas pudessem aceitar diferentes enunciados, mesmo tendo de alterar a discussão conjunta para discussão a pares, potenciando uma maior variedade de enunciados e resoluções, sublinhando a riqueza e a diversidade de situações.

4.2.3 Sessão 2

Esta sessão foi dedicada à formulação semiestruturada de problemas, com base nos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, através da estratégia de aceitar os dados (Boavida *et al*, 2008; Vale & Pimentel, 2004). Tendo por base as aprendizagens e experiência nas sessões anteriores, relativamente à formulação de problemas, organizou-se os alunos em pares, sendo que cada par iria escolher um dos objetivos, e formular um problema matemático com base no tema deste (Apêndice 17).

Descrição

A sessão foi iniciada pela exposição na sala da imagem, já conhecida dos alunos, que enumera os diferentes objetivos, tendo sido dada total autonomia tanto ao objetivo escolhido, como depois ao próprio problema.

Para tal, foi fornecida uma ficha a cada aluno que apresentava um espaço para a formulação de um problema. Uma das preocupações tomadas na concetualização da tarefa prendeu-se com a necessidade da existência de um espaço de rascunho (Figura 59), no verso da página da atividade, para que os alunos pudessem testar e reformular as suas criações, de forma a construir um problema de forma refletida. A maioria utilizou estes espaços, sendo que um dos alunos agradeceu o facto de esse espaço ter sido pensado previamente, o que surpreendeu pela capacidade de metacognição apresentada nesta ação.

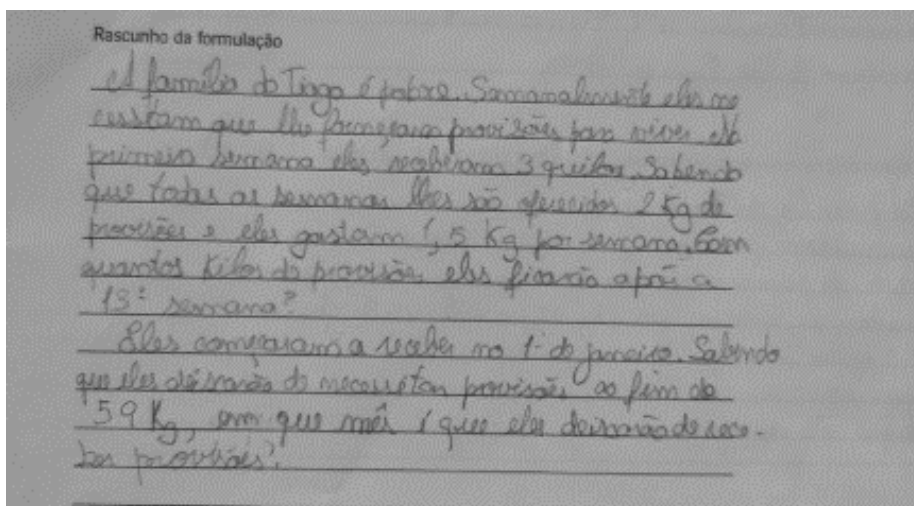


Figura 59: Exemplo de utilização do rascunho para a formulação de problemas

Ao longo da atividade, foi perceptível a grande variedade de contextos e enunciados construídos pelos alunos (Figuras 60). Não apenas ao nível dos diferentes objetivos, como também, quando dentro do mesmo objetivo, surgirem diferentes e interessantes propostas de problemas formulados. Este facto veio justificar a decisão de permitir a liberdade de ação na atividade, pensando que, caso esta opção não tivesse sido tomada, os alunos sentir-se-iam mais limitados e a riqueza da atividade teria sido perdida.

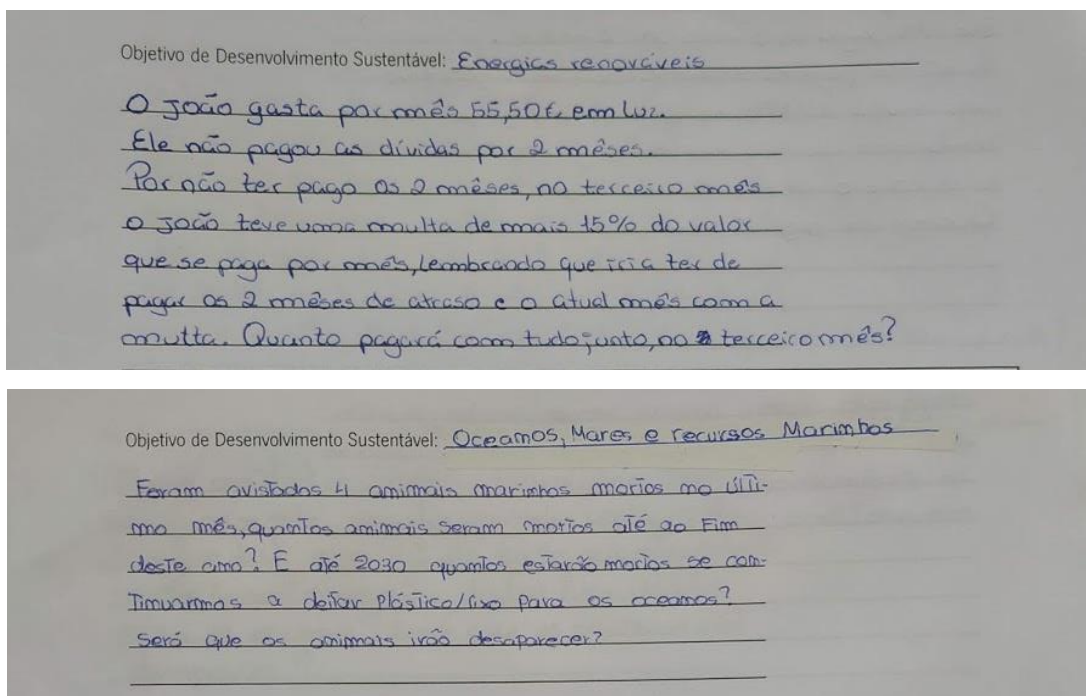



Figura 60: Exemplos de formulação de problema, por pares de alunos

Como não existiu tempo suficiente para a formulação e resolução (alternada) do problema, como inicialmente pensado, decidiu-se que a aula seria totalmente dedicada à formulação de problemas.

No entanto, e percebendo que alguns alunos terminaram mais cedo, foi também desenvolvida uma tarefa relacionada com a formulação de problemas com base numa imagem, aceitando o contexto fornecido (Apêndice 18) e posterior resolução. Esta tarefa foi preparada previamente como uma atividade extra, no caso de alguns pares terminarem as formulações mais cedo, tendo-se revelado muito útil.

Nesta tarefa surgiram formulações interessantes, tendo os alunos conseguido concetualizar diferentes situações passíveis de problematizar, com base na mesma imagem (Figuras 61-62).

Formula e resolve um problema, com base na imagem seguinte.



A Sara tem três terrenos. Um terreno tinha 15 cenouras, outro tinha 18 couves e o outro tinha 12 espigas de milho. Os seus animais comem 60% da sua cultivação. Com quantos alimentos ela ficou?


$$15 + 18 + 12 = 45$$
$$\begin{array}{r} 45 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 60\% \end{array}$$
$$x = \frac{45 \times 60}{100} = 27$$
$$45 - 27 = 18$$

Resposta: Ela ficou com 18 alimentos.

Figura 61: Formulação e resolução de problema relacionado com percentagens

Formula e resolve um problema, com base na imagem seguinte.

O ab. João das Boas tem
 1 terreno com 7000m^2
 e quer plantar 1
 campo de milho, 1 de
 canavieira e 1 de couves to-
 das com 240m^2 . Mas
 também quer construir
 1 portico infantil com
 240m^2 . Será que
 vai sobrar espaço para pastar as vacas?



$$7000 - (240 \times 3) = 6040\text{m}^2$$

Resposta: Sim e ainda sobra espaço
 para construir qualquer coisa

Figura 62: Formulação e resolução de problema relacionado com áreas

Reflexão

Considero que esta sessão obteve sucesso, uma vez que conseguiu alcançar os objetivos propostos. No entanto, foi necessário adaptar a estrutura da sessão, uma vez que não houve tempo suficiente para a formulação e resolução cruzada dos problemas. Foi uma decisão tomada por mim próprio pois, para desenvolver as duas atividades planificadas, teria de sacrificar a intenção educativa e o propósito destas. Assim, a resolução (alternada entre os diferentes pares) foi desenvolvida na sessão seguinte.

No início da tarefa de formulação, foram surgindo algumas dúvidas e apreensão por parte da turma. Na minha opinião, tal aconteceu pela falta de frequência de atividades de formulação de problemas, assunto já identificado em sessões anteriores. A isto, alia-se também o facto de que a atividade potencia a liberdade e o espírito criativo dos alunos: os dados para a formulação de problemas eram suficientemente amplos para lhes permitir explorar uma grande diversidade de potenciais contextos e problemas matemáticos. De facto, esta tarefa surge de um contexto semiestruturado, mas os dados fornecidos são tão amplos e gerais, que se pode afirmar que esta tarefa se aproxima muito de uma situação não estruturada de formulação.

Estando este último ponto identificado como uma dificuldade, foi um desafio refletido e implementado propositadamente: a não circunscrição exagerada dos limites e da diversidade possível na atividade potencia a criatividade, responsabilidade e a autonomia, capacidades fundamentais para o desenvolvimento dos alunos, sobretudo nos dias de hoje (Boavida *et al.*, 2008). Esta opção foi tomada de forma personalizada e consciente, percebendo que uma turma de sexto ano, e particularmente a turma na qual a atividade foi desenvolvida, deve ser desafiada com atividades novas, criativas e cada vez mais autónomas, passando o protagonismo das aulas de Matemática do professor para os alunos.

A nível da construção dos problemas, existiram características que emergiram, e que vão ao encontro da literatura (Pinheiro & Vale, 2013) sobre o tema. Os alunos, de forma geral e salvo algumas exceções, tenderam a formular problemas cuja dificuldade poderia ser mais acentuada, existindo também casos de problemas que não possuíam todos os dados para a sua resolução.

Relativamente à atividade de formulação semiestruturada com base numa imagem, os alunos elaboraram diferentes enunciados, e resolveram os problemas formulados. Uma das análises que considero mais interessantes prende-se com a comparação entre a formulação que os alunos do sexto ano fizeram e uma atividade semelhante realizada numa situação de estágio diferente, no Estudo 1. Uma das características que me chamou a atenção foi o facto de os alunos do primeiro ano se centrarem num dado específico (problema com cenouras; problema com milho; etc.) ao invés dos alunos do sexto ano, que formularam problemas que envolviam diferentes dados (problemas com múltiplos dados; problemas de áreas, etc.). Sendo este progresso um facto esperado, não deixa de ser interessante comparar as duas perspetivas sobre o mesmo enunciado. Deste modo, será minha intenção conseguir, pelo menos mais uma vez, utilizar uma atividade, devidamente adaptada, que já foi desenvolvida num contexto de estágio diferente.

4.2.4 Sessão 3

Esta sessão foi dedicada à resolução dos problemas com base nos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Tendo em conta as modificações no plano da aula anterior, em que foi dado protagonismo apenas à formulação de problemas, esta aula surge no seguimento da ação relativamente à resolução dos problemas formulados.

Assim, e depois de uma análise feita às formulações dos alunos, percebeu-se que foram formulados essencialmente problemas de cálculo (Boavida *et al.*, 2008). Mesmo considerando

que os problemas de processo e abertos (Boavida *et al.*, 2008) potenciam aprendizagens mais completas, considere-se que, tal como inicialmente previsto, faria todo o sentido que os alunos conseguissem resolver os problemas propostos pelos seus pares.

No final da resolução, também foi objetivo desta sessão promover um momento de discussão verbal sobre as diferentes resoluções, promovendo assim aprendizagens ao nível da comunicação matemática.

Descrição

A sessão foi iniciada com os problemas formulados, distribuídos pelos pares de forma alternada, isto é, cada par de alunos formulou um problema (na aula anterior) e agora resolveu um outro problema, formulado por um par diferente.

Numa primeira fase, teve lugar uma discussão sobre os diferentes enunciados. Foi dado um tempo para que interpretassem o problema, e percebessem se o seu problema era passível de resolução, se tinham os dados todos para resolver o problema. Esta atividade metacognitiva surgiu como uma forma de os alunos analisarem conscientemente a exequibilidade dos problemas, pois sabia-se de antemão que alguns problemas não tinham todos os dados necessários para a sua resolução.

Assim, quando um dos pares percebeu que não tinha todos os dados, pediu ajuda, sendo que, consoante os casos previamente analisados, foram feitas questões potenciadoras de uma melhor compreensão, de indicação dos dados que não se encontravam tão explícitos ou de percepção de como fariam diferente se fossem eles a formular o problema, para que aquela situação fosse resolvida (Figura 63).

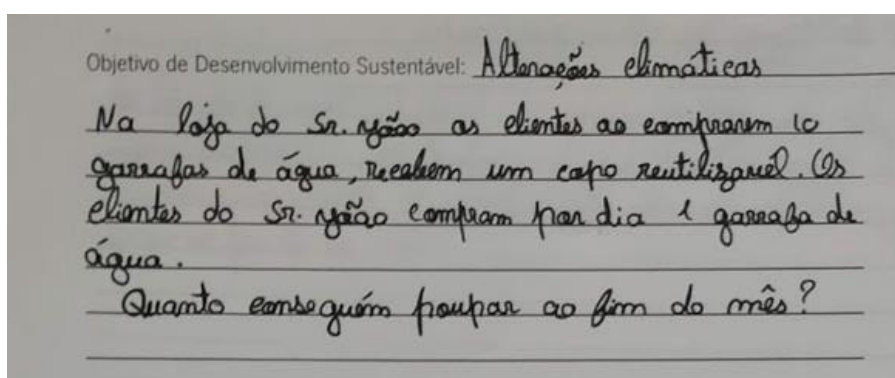


Figura 63: Enunciado que necessitava de uma reformulação da pergunta

Numa segunda fase, em que todos os pares já estavam confortáveis com a interpretação dos diferentes enunciados, cada par seguiu com o seu processo de resolução. Aqui, surgiram dificuldades de um outro tipo: alguns alunos decidiram utilizar, nas suas formulações, valores muito elevados (Figura 64) (por exemplo, o valor total da população no mundo), pelo que surgiram dificuldades de cálculo, também já espectáveis.

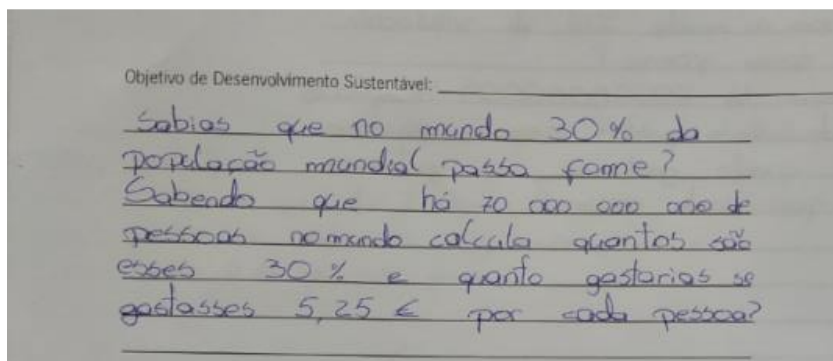


Figura 64: Exemplo de formulação de problema que utilizava valor elevado

Para a sua resolução, e percebendo que nem com o auxílio da calculadora seria possível resolver a situação de uma forma perceptível para os alunos (pois os resultados iriam surgir em notação científica, que ainda desconheciam), adotaram-se dois procedimentos: foi necessária uma breve explicação, dentro do nível adequado, do valor que a calculadora lhes apresentava, visto terem dúvidas que não faria sentido serem simplesmente ignoradas; tratando-se de um problema relacionado com percentagens (o processo de resolução escolhido por eles foi uma regra de três simples), foi possível elaborar uma explicação com base em uma analogia com valores mais baixos (utilizando uma estratégia de conversão de um problema para outro mais simples) e depois relacionar com os valores do problema original (Figura 65).

$$\frac{7000000000}{100} \times 30$$

$$= \frac{7000000000 \times 30}{100} = 2100000000$$

$$2100000000 \times 5,25 = 11025000000 \text{ €}$$

Resposta:

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Sabemos que 30% da população mundial passa fome, então vamos calcular quanto é 30% de 7 bilhões, para isso fazemos a regra dos três simples. Todas as pessoas se gastaram 5,25€ então para calcular o gasto temos multiplicar 21

Figura 65: Resolução do problema pelos alunos

Ao longo da sessão, os alunos conseguiram resolver os problemas com sucesso, maioritariamente com recurso a regras de três simples (Figura 66), não existindo uma grande variedade de estratégias resolução diferentes (Figura 67).

80% → passam fome
 20% → não passa fome

$$\begin{array}{l} 100\% \text{ — } 79 \\ 80\% \text{ — } X \\ X = \frac{80 \times 79}{100} \approx 63,2 \end{array}$$

$$63 \times 3,50 = 220,5 \text{ €}$$

Resposta: Doou 220,5€

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Em primeiro calculei o nº de pessoas que passam fome na aldeia da namã. Depois multipliquei o nº de euros por cada pessoa doada pelas pessoas que passam fome.

Figura 66: Resolução de um problema por um aluno, utilizando uma regra de três simples

$1 \text{ mês} - 4 \text{ animais}$
 $4 \times 8 = 32 \text{ animais} \rightarrow \text{resto do ano}$

$4 \times 12 = 48 \text{ animais} \rightarrow \text{por ano}$
 $48 \times 10 = 480 \text{ animais} \rightarrow 2020/2030$

$480 + 32 = 512 \text{ animais} \rightarrow \text{até 2030}$

Até 2030 morrerão 512 animais
 Resposta: Até ao final do ano serão mortos 32 animais

Figura 67: Resolução de um problema por um aluno, utilizando uma sequência lógica de cálculos

Um aspeto que também tem apresentado um papel preponderante ao longo das intervenções, e que nesta aula assumiu um especial relevo, prende-se com a exploração da comunicação matemática. Nesta aula foi dada uma especial atenção a esta componente. Depois da resolução de todos os problemas foram discutidos alguns exemplos de explicações (Figura 68), para que todos ficassem a conhecer os diferentes problemas e a sua resolução.

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Multiplicamos o número de animais vendidos mortos no último mês de Abril pelos meses restantes que deu nos a primeira resposta. Para descobrirmos o número de animais vendidos mortos até 2030, multiplicamos os meses de um ano por 4 e somamos o resultado da primeira resposta deu-nos a segunda resposta.

Figura 68: Explicação verbal do processo de resolução

Um dos exemplos mais significativos prendeu-se com um par de alunos que decidiu explicar o processo individualmente. Assim, foi possível obter duas versões diferentes de explicação da mesma resolução, o que foi interessante para o decorrer da atividade. Numa, a aluna Renata explicou: “Para resolver o problema, eu fiz sete vezes seis!”, noutra a aluna Irene referiu que “Para resolver o problema, eu multipliquei o número de garrafas de plástico pelo número de dias, para

ter o resultado de garrafas que conseguiu poupar. Foram sete garrafas vezes seis dias que fui à praia”.

Aproveitando as diferenças expostas, foi possível que os alunos construíssem um debate sobre qual seria a forma mais correta, aquela que melhor descreveria e explicaria a resolução elaborada pelo par. Todos reconheceram que a segunda proposta se adequava melhor ao objetivo da tarefa, até mesmo a aluna que escreveu a primeira proposta. Assim, considero que esta parte final foi bastante produtiva, no sentido em que raramente as questões da comunicação matemática são trabalhadas de forma explícita.

Reflexão

Esta sessão alcançou os objetivos propostos. De alguma forma, foi uma aula dedicada à resolução de problemas, complementar à sessão anterior, que potenciou a construção ao nível da resolução de problemas e da comunicação matemática.

Em relação à fase inicial da sessão, para ter a certeza de que a tarefa seria resolúvel, todos os problemas foram resolvidos por mim próprio, numa fase anterior à aula. No entanto, as alterações necessárias identificadas, de baixa frequência e relevância (dados indicados de uma forma menos explícita, por exemplo), não foram transpostas para as folhas, servindo também como uma atividade para os alunos conseguirem identificar se os problemas são passíveis de resolução, perante os dados indicados, ou se houve defeitos na formulação. Este último ponto, potenciador de um processo metacognitivo, foi totalmente identificado nos casos em que as formulações necessitavam de um ajustamento.

As resoluções dos problemas foram desenvolvidas com sucesso, tendo a globalidade dos alunos conseguido resolver os problemas propostos, que foram por eles formulados na sessão anterior.

No entanto, gostaria de destacar que a maioria dos problemas formulados não potenciava o aparecimento de uma grande diversidade de estratégias de resolução. Isto porque quase todos os problemas eram considerados problemas de cálculo (Boavida *et al.*, 2008). Reconheço que seja normal que isto aconteça, uma vez que a formulação de problemas de processo, ou abertos, apresenta uma dificuldade superior e os alunos não estavam acostumados a este tipo de tarefas.

Em relação à atividade final de discussão das resoluções, esta foi fundamental para o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação matemática. Tal como Boavida *et*

a/. (2008) afirma, “ao verbalizarem a forma como pensaram para efetuar o cálculo, dão importantes pistas ao professor sobre o que sabem sobre os números, as operações e as suas relações e, ainda, sobre a forma como são capazes de usar esse conhecimento” (p.52). Para além disto, acrescenta que a “verbalização cria ainda oportunidades para perceberem como os outros pensaram” (p.52).

Deste modo, tanto neste projeto, como na minha futura prática profissional, é fundamental potenciar a construção de competências sólidas no âmbito da comunicação matemática. Este facto tem vindo a ser reconhecido pelos professores, bem como pelos documentos reguladores (DGE, 2013).

4.2.5 Sessão 4

A quarta sessão de intervenção prendeu-se com a resolução de um problema aberto (Boavida *et al.*, 2008), nomeadamente um problema clássico de travessias (Apêndice 19). Neste, foi dada a oportunidade de os alunos investigarem possíveis processos para a resolução do problema, construindo explorações lógicas, no sentido de conseguirem alcançar uma possibilidade de resposta, apoiando-se em competências de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática. Também se identifica como objetivo desta sessão conseguir fazer a comparação de diferentes estratégias encontradas pelos alunos, enfatizando assim o papel investigativo do problema.

Descrição

Esta sessão teve por base um problema análogo que tinha sido parte da ficha diagnóstica, elaborada no início do projeto. Assim, quando os alunos começaram a ler o enunciado, tiveram presente que já teriam tido contacto com um problema semelhante. Normalmente, esta seria uma das perguntas orientadoras que surgiria, se já se depararam com algum problema semelhante, pelo que desta vez a resposta surgiu de forma inata. Como opção procedimental, decidiu-se utilizar um problema idêntico ao abordado anteriormente, mas com uma contextualização diferente, não acrescentando complexidade à situação e respeitando a zona de desenvolvimento proximal dos alunos.

Ao contrário do que aconteceu no momento diagnóstico, possivelmente depois de refletirem sobre um problema já conhecido, alguns alunos conseguiram, ao longo da aula, resolver com

sucesso o problema. É necessário ter-se em conta que a resolução de problemas na sala de aula potencia a discussão entre os alunos, e que o confronto de ideias poderá ter sido um grande promotor de aprendizagens.

Assim, para além da análise do resultado das resoluções, puderam também ser analisadas as estratégias que diferentes alunos utilizaram. Existindo múltiplas estratégias, percebeu-se que seria interessante que os alunos pudessem comparar a variedade presente na sala. Deste modo, foram primeiramente discutidas as diferentes soluções a que chegaram, para, de seguida, serem analisadas as estratégias de resolução.

No entanto, antes de ser possível passar para essa fase da aula, era fundamental que todos percebessem que o problema era resolúvel. Um dos alunos não chegou a essa conclusão e, sendo um aluno com uma boa capacidade de argumentação e personalidade forte, convidei-o a explicar à turma o seu ponto de vista. Este facto não é despidendo, uma vez que, caso não fosse desta forma, teria de proceder de um modo diferente, para que não existisse constrangimento e desconforto por parte do aluno, quando exposto à turma com uma resposta que os restantes tinham chegado à conclusão ser errada.

Assim, durante a explicação, e tal como previsto, o aluno percebeu o erro cometido, auxiliando-se da elaboração de um esquema no quadro (Figura 69), enquanto explicava o seu ponto de vista à turma.

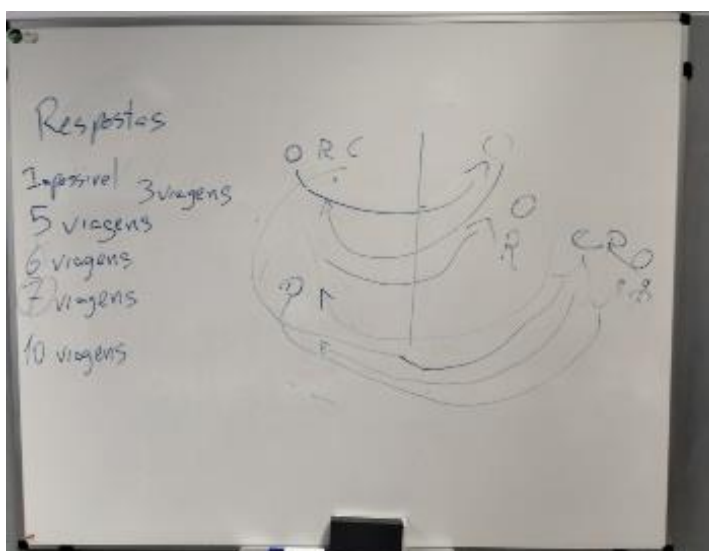


Figura 69: Esquema elaborado por aluno para a sua explicação

Deste modo, e depois deste momento, surgiu então a oportunidade de discutir as diferentes explicações verbais, bem como as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos: organização

por tabela (Figura 70); elaboração de um esquema; enumeração textual dos diferentes passos (Figura 71).

N.º de viagens	Passageiros	Sentido	Legenda
1.º	P+O	→	P - pessoa
2.º	P	←	R - raposa
3.º	P+C	→	O - ovelha
4.º	P+O	←	C - couve
5.º	P+R	→	
6.º	P	←	
7.º	P+O	→	
8.º		←	
9.º		→	

Figura 70: Tabela elaborada por um aluno

Ovelha	1.º - leva a ovelha	1.º - levar a ovelha
Raposa	2.º - volta sozinho	2.º - voltar sozinho
Couve	3.º - trazer a couve	3.º - levar a raposa
	4.º - volta com a ovelha	4.º - trazer a ovelha
	5.º - leva a raposa	5.º - levar a couve
	6.º - volta sozinho	6.º - voltar sozinho
	7.º - e trazia a ovelha	7.º - levar a ovelha

Figura 71: Enumeração de passos elaborada por dois alunos, com diferentes soluções investigadas para o problema

As diferentes investigações levaram a que fossem encontradas duas soluções distintas para o problema. Este facto despoletou o debate na turma, analisando se, de facto, era possível tal acontecer, bem como a procura de resoluções distintas que pudessem satisfazer as premissas do problema. Chegaram à conclusão de que as duas soluções discutidas se apresentavam como as

que utilizavam o menor número de viagens possível, mas que existiam outras que satisfaziam as premissas do problema (com passos redundantes).

Os alunos reconheceram a utilidade das diferentes estratégias, tendo utilizado aquela que consideraram mais adequada de acordo com o seu estilo de raciocínio e resolução. De qualquer das formas, o confronto de diferentes estratégias para um mesmo problema, que estava presente como um dos objetivos da aula, foi interessante para estes, visto não ser prática comum nas salas de aula, e nomeadamente na resolução de problemas.

Reflexão

Considero que esta sessão alcançou sucesso, na medida em que cumpriu os objetivos propostos, em relação à exploração do problema e diferentes soluções encontradas. Os alunos participaram de forma ativa e construtiva, sempre empenhados na busca de diferentes resoluções.

Esta sessão teve por base o desenvolvimento de múltiplos vetores da aprendizagem matemática, quer seja a resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática. Este tipo de tarefas apresenta uma relevância ímpar para a construção de novas competências, no sentido em que os desafia a conseguirem construir um percurso, uma visão própria para a resolução da situação proposta.

Com efeito, esta sessão também permitiu que os alunos construíssem uma visão mais aproximada e prazerosa da atividade matemática. Ao longo da realização da tarefa, foram perceptíveis o entusiasmo e a entrega dos alunos à aula, percebendo-se que, para além de estarem a aprender e realizar procedimentos matemáticos, também se estavam a divertir e a construir um novo gosto por esta área curricular. Considero que o professor tem o dever de conseguir levar este tipo de tarefas para a sala de aula, pois tratam-se de um instrumento equilibrado e eficaz entre a aprendizagem matemática e o despertar da motivação dos alunos.

4.2.6 Sessão 5

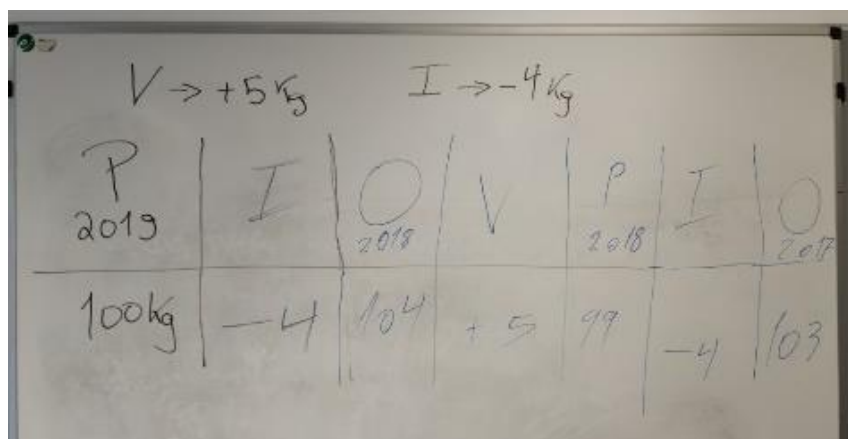
A quinta caracterizou-se da seguinte forma: uma primeira fase, relacionada com a resolução de um problema, e uma segunda fase, relacionada com a extensão desse problema (Apêndice 20). Esta sessão tinha como objetivos a exploração de um problema de processo (Boavida *et al.*, 2008), potenciando o aparecimento da estratégia de “pensar do fim para o início”, bem como uma extensão do problema, através de diferentes estratégias de formulação. Por outro lado, e

mais uma vez, também se destaca a importância do desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática.

Descrição

O primeiro problema abordado nesta sessão não se tratou de uma tarefa recorrente no quotidiano dos alunos. A tipologia de problema, bem como a estratégia que este potencia, não são frequentes no ensino da Matemática.

Na resolução do problema, surgiram dificuldades, visto não se tratar de um problema intuitivo. A estratégia que mais se adequava para a sua resolução prendia-se com o procedimento de pensar de fim para o início, tarefa que os alunos não se encontravam acostumados a fazer. Depois do tempo de resolução, e de se perceber que parte da turma estava com dificuldades, decidiu-se resolver o problema em conjunto, no quadro, através de uma tabela (Figura 72):



	P	I	O	V	P	I	O
	2019		2018		2018		2017
	100kg	-4	104	+5	99	-4	103

Figura 72: Resolução conjunta do problema no quadro

A resolução foi baseada em perguntas direcionadas à turma, seguidas de uma reflexão e evolução para o passo seguinte, consoante as respostas dadas pelos alunos. A partir de um determinado ponto, foi o aluno Afonso que assumiu o protagonismo da explicação, percebendo o busilis do problema: a resolução baseava-se em operações inversas das que surgem como intuitivas, visto se tratar de um processo do fim para o início, afirmando que “para que o urso chegue a 100kg, e se perde 4kg no inverno, no outono ele tem de pesar mais do que os 100kg, não menos”.

Este raciocínio, por simples que pareça, não é intuitivo na resolução do problema, pelo que demorou um pouco para que todos o compreendessem. Porém, penso que, no final, todos tinham percebido o processo envolvido nesta.

Relativamente ao momento de formulação, relacionado com a extensão do problema, surgiram diferentes abordagens: alguns dos alunos modificaram os dados do problema, mantendo a sua estrutura, sendo possível identificar a estratégia “E se em vez de” (Vale & Pimentel, 2004) (Figuras 73); outros decidiram partir do contexto do problema para criar extensões do problema (Figuras 74).

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Um ~~coala~~ ^{cavalo} engorda 2 kg no Verão e perde 3 kg no Inverno. Na primavera e no outono mantém sempre o seu peso. No outono de 2019 ele pesa 400 kg. Quantos quilos é que ele pesa na Primavera de 2016?

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Um coala nasceu em 2016, ^{no Inverno} ele nasceu com 0,20g. No outono ele engorda 0,30g e no verão ele emagrece 0,10g. No Inverno e na primavera ele volta a emagrecer 0,20g. No Inverno de 2019, quanto é que o coala pesava?

Figura 73: Exemplos de formulação de problema, mantendo a estrutura original

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Quando os ursoes chegasssem a 110 kg em qualquer estagão do ano, morreriam. Se o urso A é mais pesado 1kg do que o B e o B mais pesado 1kg do que o C e o C mais pesado 1kg do que o D e o D mais pesado 1kg do que o E, quanto tempo demoraria até que todos os ursoes morressem?

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Passado 3 anos o urso do problema anterior morreu. Quantos kilos tinha o urso quando morreu? Começa o problema a partir do versão de 1019!

Figura 74: Exemplos de formulação de problema, através de uma extensão

Realça-se também a formulação de dois problemas que se evidenciaram pela complexidade da sua formulação. Um dos casos (Figura 75), decidiu partir do contexto do problema para a criação de uma situação totalmente nova, mantendo apenas o contexto dos animais.

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Um leão come uma ovelha em 4 horas, um leopardo demora 5 horas para comer uma ovelha, e um urso precisa de 6 horas para comer uma ovelha, com os três animais juntos levariam quanto tempo para comer a ovelha?

Figura 75: Formulação de um problema complexo, partindo do contexto geral do problema

Num outro caso (Figura 76), o aluno decidiu manter a estrutura original do problema, mas construiu um contexto muito complexo, adicionando diferentes dados e sugestões para auxiliar a sua resolução. Posteriormente, o aluno decidiu resolver o problema (Figura 77), sendo perceptível,

também na sua resolução, o grau de dificuldade e especificidade que decidiu espelhar na sua formulação.

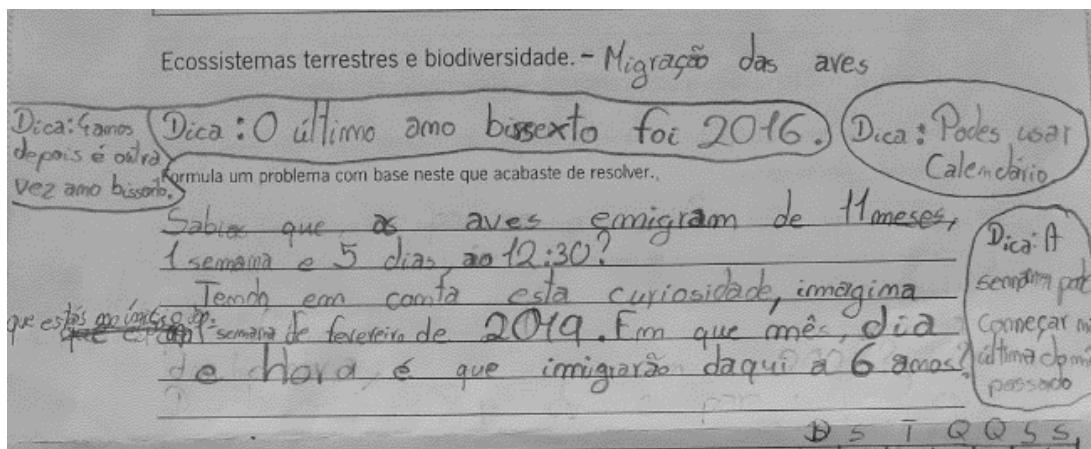


Figura 76: Exemplo de formulação complexa por um aluno

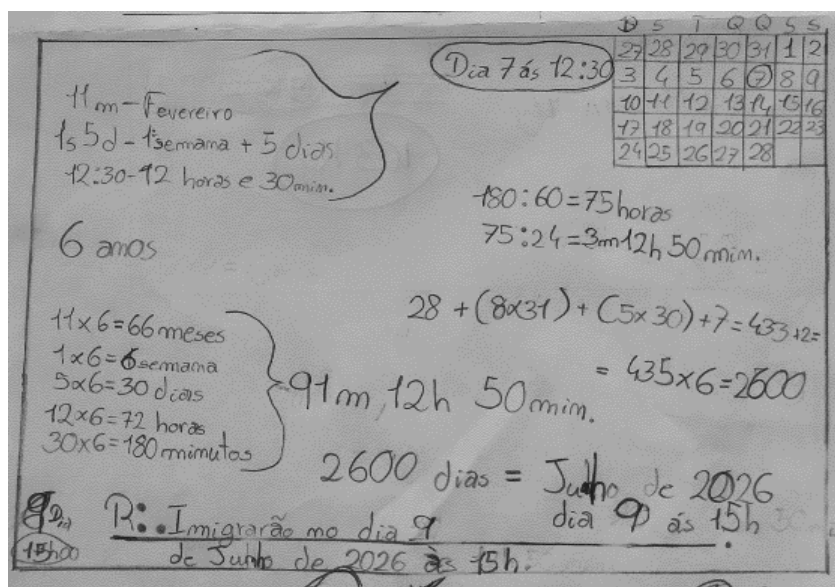


Figura 77: Resolução do problema pelo mesmo aluno

Por fim, e depois de todos terem elaborado a sua formulação, houve ainda lugar a uma conversa sobre as diferentes formulações, existindo assim partilha dos diferentes enunciados.

Reflexão

A quinta sessão decorreu de acordo com o que foi previsto, tendo alcançado os objetivos que foram inicialmente delineados.

No que concerne à resolução do problema, tratou-se de uma situação que os alunos não se encontravam acostumados. Tal como indicado em reflexões anteriores, os alunos resolvem maioritariamente problemas de cálculo, sendo as restantes vertentes virtualmente ignoradas no

quotidiano normal da sala de aula. Assim, o problema de processo apresentado desafiou-os a procurar soluções criativas e dinâmicas.

Em relação à tarefa de formulação, houve uma grande participação e envolvimento ativo dos alunos, relevando a diversidade de enunciados produzidos com base no mesmo problema, tendo existido posteriormente uma apresentação e discussão dos diferentes problemas criados.

Estas múltiplas abordagens tocam em diferentes pontos de desenvolvimento, pelo que considero que a variedade presente na turma é enriquecedora. No entanto, e por limitações de tempo, o debate sobre as diferentes abordagens não foi muito extenso, pelo que gostaria de desenvolver esta atividade com uma maior profundidade.

4.2.7 Momento de avaliação

O momento de avaliação, relativo ao Estudo 2, consistiu na resolução de uma ficha de problemas (Apêndice 21). Esta ficha foi concetualizada no sentido de conseguir aferir o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, em relação à resolução e formulação de problemas. Para tal, foram concebidas tarefas relativas aos mesmos âmbitos apresentados no momento diagnóstico.

A estrutura da ficha realizada no momento diagnóstico foi mantida. No entanto, o problema de processo foi modificado, visto que quase todos os alunos tinham obtido sucesso, e provavelmente, iriam utilizar a mesma estratégia. Assim, este foi substituído por um problema similar, mas com um enunciado e figura diferentes.

De seguida, apresentam-se os níveis de desempenho obtidos pelos alunos, nas diferentes tipologias de resolução e formulação de problemas (Tabela 11).

Tabela 11: Respostas obtidas no momento de avaliação do Estudo 2

Resoluções dos alunos (%)			
	Não resolveu	Resolveu parcialmente	Resolveu completamente
Problema de processo			
Momento diagnóstico	13.3%	0%	86.7%
Momento de avaliação	3.4%	0%	96.6%
Problema aberto			
Momento diagnóstico	80%	16.6%	3.4%
Momento de avaliação	0%	6.7%	93.3%
Formulação semiestruturada			
Momento diagnóstico	13.3%	20%	66.7%
Momento de avaliação	0%	3.4%	96.6%

Em relação ao problema de processo, apenas um aluno não conseguiu resolver o problema, tendo deixado em branco. Porém, mais relevante para esta análise, surgiram novas estratégias na resolução, existindo dois casos em que apenas foi apresentado um desenho como resolução única, em contraponto com o que foi registrado no momento diagnóstico. A maior parte dos alunos utilizou a procura de um padrão numérico (Figura 78) ou descobriu a expressão geradora da sequência. No que concerne à explicação verbal da resolução, identificou-se uma grande alteração, pois todos tentaram explicar o seu raciocínio, sendo já identificáveis casos em que estava patente um novo cuidado com a forma e termos utilizados (Figura 79).

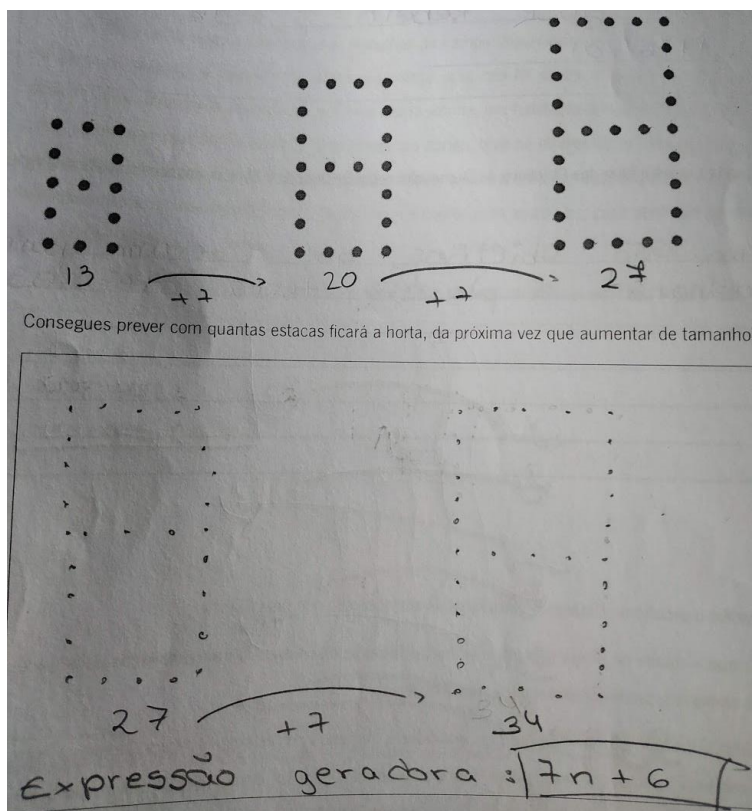


Figura 78: Exemplos de resoluções do problema de processo

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Eu comecei por contar a diferença de estacas nas figuras e vi que cada uma tem mais sete (7) estacas que a outra. Fiz a expressão geradora e descobri quantas estacas teria de ter a figura a seguir e vi que teria 34 estacas

Figura 79: Exemplo de explicação verbal da resolução do problema

Em relação à tarefa de formulação, todos os alunos conseguiram construir um enunciado com base nos dados fornecidos, ao contrário do momento diagnóstico, em que houve casos em que deixaram esta secção em branco. Todos apresentaram uma grande capacidade criativa, construindo situações originais e diversificadas. Foi possível identificar uma tendência geral de construção de situações mais complexas, comparando com o momento diagnóstico, não apenas no número de passos dos problemas, como também na integração de mais dados e situações mais intrincadas (Figura 80). No entanto, considero que seria possível que os alunos conseguissem concetualizar enunciados ainda mais complexos, nomeadamente formulando

problemas de processo e abertos, o que não se sucedeu, visto ser uma abordagem ainda recente deste tipo de tarefa.

O Senhor Mamel quer vedar o seu terreno com vedação em madeira, e plantar relva com $\frac{5}{10}$ do terreno e $\frac{2}{10}$ com relva artificial e o resto com árvores de fruto. Sabendo que o seu terreno é de 100m^2 . Quanto gastará, sabendo que para as árvores ele precisa de todas as atenções?

Quanto gastará, sabendo que para as árvores ele precisa de todas as atenções. Que vai plantar que ficará com árvores. Lembrete o terreno é \square .

$\frac{5}{10} = 0,50$ $0,50 - x$
 $\frac{2}{10} = 0,20$ $1 - 100\text{m}^2$
 $\frac{3}{10} = 0,30$ $x = 50\text{m}^2$ (relva)
 $0,3 - x$ $0,20 - x$
 $1 - 100$ $1 - 100\text{m}^2$
 $x = 30\text{m}^2$ $x = 20\text{m}^2$ (Árvores)
 (relva artificial)
 $30 \times 10 = 300$

$5\text{€} \times 40 = 200\text{€}$
 200€
 $6,50\text{€}$
 $8,50\text{€}$
 300€
 10€
 10€
 $534,00\text{€}$

... por palavras tuas, como resolveste o problema?

Figura 80: Exemplo de formulação e resolução de um problema

No que concerne ao problema investigativo, todos os alunos conseguiram encontrar soluções para a situação apresentada, com apenas uma resposta parcialmente correta, percecionando-se assim um grande desenvolvimento. Novamente, surgiram novas e diferentes estratégias de resolução, tais como a criação de uma sequência de passos, tabelas, esquemas simples e até um caso de um esquema inovador, em que foram utilizados símbolos e uma legenda para a resolução do problema (Figura 81).

Em relação à explicação verbal da resolução, em oposição ao que se passou no momento diagnóstico, todos tentaram descrever verbalmente o seu raciocínio. Não sendo um facto universal, existiram já muitos casos de alunos que conseguiram descrever a sua estratégia neste problema, o que demonstra um grande avanço comparativamente ao obtido no momento diagnóstico, bem como a descrição verbal de uma possível solução para o problema (Figura 82).

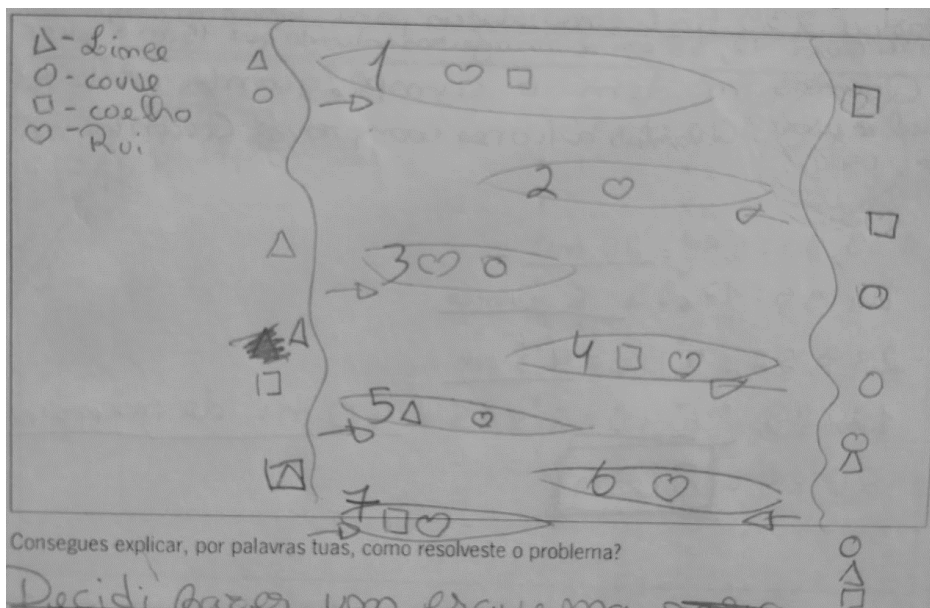


Figura 81: Exemplo de resolução do problema através de uma estratégia inovadora

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Como o lince não pode estar sozinho com o coelho e o coelho não pode estar sozinho com as couves, levamos primeiro o coelho e fica lá o lince e as couves e volta sozinho, depois leva as couves e fica lá o lince mas volta com o coelho porque o coelho não pode estar com as couves, depois leva o lince ~~por~~ e volta sozinho e depois leva o coelho

Ao realizar esta ficha senti-me:

Confiante, sem dificuldades Com algumas dificuldades Com muitas dificuldades

Figura 82: Descrição verbal da resolução do problema

Tal como no momento diagnóstico, no final da ficha, foi reservado um espaço para uma pequena autoavaliação dos alunos. Neste âmbito, existiu uma evolução na perceção da capacidade de resolução de problemas, pelo que grande parte deles assinalou que se sentia confiante, sem dificuldades. Existiram alguns casos de alunos que afirmaram ainda sentir algumas dificuldades. Nenhum aluno assinalou que sentiu muitas dificuldades, ao contrário do que aconteceu no início do estudo.

4.2.8 Síntese do estudo

No presente estudo foi possível constatar uma grande evolução das aprendizagens dos alunos, também ao nível da motivação e gosto pela Matemática.

Em relação à resolução de problemas, destaca-se o progresso na utilização de estratégias de resolução de diferentes tipos de problemas, enfatizando os problemas de processo e abertos. Deste modo, foi possível desenvolver novas competências ao nível da diversidade de estratégias utilizadas pelos alunos, ao nível da capacidade de raciocínio matemático, na resolução dos diferentes problemas, e da comunicação matemática, especialmente destacada ao longo das resoluções e discussões.

No que concerne à formulação de problemas, salienta-se o papel inovador destas tarefas no quotidiano dos alunos, que não surgiam de forma usual. Assim, é possível destacar o progresso na complexidade das situações construídas, bem como na diversidade de contextos e de procedimentos utilizados, sublinhando assim o desenvolvimento dos critérios de fluência e de originalidade.

4.3 Discussão dos resultados

Ao longo dos estudos desenvolvidos, a resolução de problemas assumiu um papel preponderante no desenvolvimento das aprendizagens matemáticas. A evolução que foi descrita ao longo das sessões e sistematizada na análise e comparação entre os momentos diagnósticos e de avaliação dos dois estudos, permite-nos afirmar que estes foram elementos que contribuíram para a evolução das competências dos alunos neste âmbito.

A resolução de problemas parece ter surgido como potenciador do desenvolvimento do raciocínio (Lupinacci & Botin, 2004; Krulik & Rudnick, 1993; Boavida *et al.*, 2008), dando a oportunidade de os alunos poderem desenvolver novas formas de pensamento. Assim, como Lupinacci e Botin indicam, a “resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos” (2004, p. 1).

Por outro lado, a resolução de problemas também parece ter-se manifestado como um elemento promotor do desenvolvimento da comunicação matemática nos dois ciclos (Lupinacci &

Botin, 2004; Krulik & Rudnick, 1993; Boavida *et al.*, 2008). Ao longo das diferentes tarefas, este processo foi destacado nos dois estudos, permitindo “o aparecimento de diferentes resoluções, comparando-as entre si e pedindo que alguns resolvidores verbalizem como chegaram à solução” (Lupinacci & Botin, 2004, p.3), o que levou a que os alunos também demonstrassem um maior progresso neste vetor.

Também se destaca o papel da resolução de problemas como um elemento promotor do gosto pela Matemática (APM, 1988; Dante, 2009). Através desta, os alunos mostraram-se mais motivados e participativos nas diferentes sessões, demonstrando que o seu envolvimento se reflete de forma positiva quando desafiados com tarefas que os estimulem, relevando neste ponto a contextualização das tarefas. O professor deve concetualizar tarefas de resolução e formulação de problemas que permitam aos alunos reconhecer a relevância da Matemática em diversas situações e contextos, potenciando situações de aprendizagem ricas e contextualizadas, tal como defendido por Vale e Pimentel (2004) quando afirmam que a “resolução de problemas oferece uma oportunidade única de mostrar a relevância da matemática no quotidiano dos alunos, apesar de toda a dificuldade que resolver problemas reveste” (p.7).

No âmbito da tipologia de problemas, foi necessária uma adaptação do plano inicial às características dos alunos. O ajuste mais importante relacionou-se com a tipologia dos problemas utilizados. Numa fase inicial, o projeto foi conceptualizado tendo em conta um equilíbrio entre os três tipos gerais de problemas: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos. No entanto, desde as primeiras abordagens, tornou-se evidente que os problemas de cálculo apresentavam diversas limitações na sua utilização: não apenas estes potenciavam um desenvolvimento de aprendizagens mais restrito, como não se assumiam como elementos de motivação dos alunos. Isto aconteceu de tal forma que, em alguns casos, estes problemas não se assumiam sequer como problemas, na sua definição mais adequada, pois não apresentavam qualquer obstáculo à sua resolução.

Assim, optou-se por uma orientação que ofereceu um maior protagonismo aos problemas de processo e aos problemas abertos. Estas duas categorias, por vezes, aparecem indissociáveis, tendo em conta a complexidade que as abordagens aos problemas podem tomar, conforme a ação dos alunos e a intencionalidade característica de cada problema. Estes foram reconhecidos, ao longo do projeto, como os melhores promotores da construção de aprendizagens, da realização dos objetivos propostos.

Em relação às estratégias de resolução de problemas, todos foram desafiados a descobrir as estratégias, ao invés de optar por um ensino prescritivo destas (Boavida *et al.*, 2008), o que poderá ser uma justificação para a evolução dos alunos neste âmbito. Assim, o professor deve concetualizar tarefas que permitam o desenvolvimento deste processo, assumindo uma postura de mediador de aprendizagens, e não limitando a descoberta e exploração de diferentes estratégias. A construção destas contribuiu para a criação de novos esquemas de ação dos alunos para o “ataque” a novos problemas, tal como constatado na comparação entre os momentos diagnósticos e de avaliação, contribuindo assim para uma evolução transversal das competências de resolução de problemas (Boavida *et al.*, 2008).

No que diz respeito à formulação de problemas, é fundamental destacar a articulação das tarefas de formulação com as tarefas de resolução, o que terá potenciado uma maior taxa de sucesso das aprendizagens matemáticas, tal como defendido por Pólya (1995). Assim, foi dada a oportunidade de os alunos desenvolverem um trabalho articulado entre a resolução e a formulação de problemas, que de outra forma certamente não teria assumido o mesmo protagonismo, possibilitando o desenvolvimento de aprendizagens mais sólidas (Kilpatrick, 1987).

Sublinha-se a importância das situações estruturadas, elaborando extensões dos problemas, e semiestruturadas, formulando problemas com base em dados, imagens, situações etc. (Stoyanova, 1998). Concetualizando tarefas adaptadas aos contextos em que foram desenvolvidas, não se optou pelo desenvolvimento de situações não estruturadas, visto que os alunos, dos dois ciclos, não se encontravam acostumados a tarefas de formulação. No entanto, foram dados passos nesse sentido, existindo, gradualmente, situações que ofereciam uma liberdade maior nos temas e contextos desenvolvidos nas sessões.

Esta personalização vai ao encontro de Pólya (1995) e Vale, Pimentel e Barbosa (2015), sugerindo que o professor deve adaptar a sua prática docente para que o aluno experiencie a resolução e formulação de problemas de forma ativa, mas não se sinta abandonado no seu desenvolvimento.

Foram implementadas tarefas que ofereceram a oportunidade para os alunos pensarem e refletirem sobre as suas resoluções, sublinhando a necessidade de discussão dos processos e das soluções encontradas, confrontando diferentes perspetivas e permitindo assim uma maior evolução das aprendizagens (NCTM, 2014; Mamede, 2009).

Por fim, sublinha-se também o papel reflexivo ao longo das sessões (Krulik & Rudnick, 1993), quer seja através de debates orais ou da escrita de pequenos parágrafos que os alunos utilizaram para explicitar as suas resoluções, desenvolvendo a sua capacidade de metacognição sobre os processos envolvidos, bem como a promoção do raciocínio e da comunicação matemática.

5. Considerações finais

Este último capítulo apresenta as considerações finais deste projeto. Procura-se, assim, responder às questões de investigação previamente delineadas. Posteriormente, será elaborada uma reflexão mais pessoal sobre os estudos, bem como o desenvolvimento e aprendizagens construídas ao longo do projeto. Por fim, terá lugar uma pequena reflexão sobre as implicações educacionais, limitações do estudo e recomendações para futuras investigações.

5.1 Conclusões do estudo

5.1.1 *Quais são as estratégias que os alunos utilizam para a resolução de problemas?*

Ao longo do projeto, os alunos conceitualizaram e utilizaram diversas estratégias para a resolução de problemas. Estando presentes os três tipos globais de problemas (cálculo, processo e abertos), foi possível idealizar e construir atividades que potenciaram a utilização de estratégias de resolução de problemas variadas.

Existiu sempre a preocupação em promover uma aprendizagem construtivista, dedicando o protagonismo das aulas aos alunos que, por via do raciocínio, debate e discussão, conseguiram elaborar diferentes estratégias de resolução, aproximando-se das descritas na literatura (Vale & Pimentel, 2004; Boavida *et al.*, 2008). No decorrer dos estudos, demonstraram um grande progresso ao nível da diversidade de estratégias de resolução de problemas utilizadas.

No estudo referente ao 1.º ciclo, foi possível que os alunos utilizassem uma grande diversidade de estratégias, desde a construção de esquemas e tabelas, trabalhar do fim para o início, tentativa com indução, descoberta de padrões, entre outras. No que concerne ao 2.º ciclo, exploraram estratégias de resolução de problemas, tais como a construção de esquemas e tabelas, trabalhar do fim para o princípio, entre outras.

É fundamental destacar o papel dos problemas de processo e dos problemas abertos neste projeto. Foram estes que realmente elevaram a resolução de problemas a um novo patamar de desenvolvimento, pois potenciaram aos alunos, de uma forma mais vincada, o desenvolvimento e a utilização de diferentes estratégias.

A necessidade de serem os alunos a descobrir “os seus próprios processos de resolução” (Boavida *et al.*, 2008, p.25) foi um fator transversal a todo o projeto, afastando a visão do ensino prescrito de estratégias. Assim, através da idealização de “tarefas que favoreçam o aparecimento

dessas estratégias” (p.25) foi possível contribuir para que se tornassem agentes ativos e participativos na construção e estruturação de aprendizagens significativas.

Foram os alunos que, na verdade, desenvolveram este projeto, pois foi a partir deles, dos seus contributos, das suas interpretações, das suas escolhas metodológicas perante determinada situação problemática, que as tarefas foram desenvolvidas. Isto levou a que, não raras vezes, as resoluções tomassem um rumo diferente daquele que se antecipou. No entanto, é deste facto que surge a riqueza deste projeto, bem como a valorização das aprendizagens elaboradas pelos alunos, que foram decisores ativos na evolução do seu conhecimento.

Enfatiza-se também o papel da comunicação matemática no processo de resolução de problemas (Mamede, 2009). Desde cedo, foi minha intenção conseguir aliar, nas diferentes atividades, a resolução de problemas com o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Esta última componente é frequentemente negligenciada, travando o desenvolvimento de novas competências fundamentais para uma aceção completa do ensino da Matemática, em geral, e da resolução de problemas, em particular.

Deste modo, e partindo da análise entre o momento diagnóstico e o momento de avaliação, nos dois contextos, é evidente a evolução nas competências de resolução de problemas, por parte dos alunos. Não sendo possível afirmar que esse desenvolvimento se deve exclusivamente ao presente projeto, será sempre provável a afirmação de que este contribuiu para a construção de novas competências nesse âmbito.

5.1.2 Como entendem, os alunos do 1.º e 2.º ciclos, a formulação de problemas?

Em ambos os contextos, este projeto foi o meio que propiciou um contacto inicial dos alunos com a formulação de problemas. Não sendo uma atividade comum nas aulas de Matemática, esta componente da resolução de problemas encerra inúmeras potencialidades de desenvolvimento dos alunos (Boavida *et al.*, 2008; Vale & Pimentel, 2004).

O foco do desenvolvimento das atividades e da investigação dirigiu-se para a capacidade de formular problemas segundo duas estratégias gerais: a criação de extensões de problemas existentes, atendendo a situações estruturadas (Stoyanova, 1998) que potenciam a estratégia “e se em vez de” (Boavida *et al.*, 2008); a conceção de problemas com base em dados ou contextos fornecidos, em situações semiestruturadas (Stoyanova, 1998) que vai ao encontro da estratégia de “aceitar os dados” (Boavida *et al.*, 2008).

Os alunos de ambos ciclos demonstraram espírito criativo na elaboração dos diferentes contextos e enunciados das situações problemáticas, tanto em situações estruturadas como semiestruturadas. De uma forma global, sendo necessário adaptar a dificuldade à faixa etária presente nos dois contextos, conseguiram evidenciar as três dimensões postuladas por Silver (1997) para a análise da criatividade na formulação de problemas: fluência, flexibilidade e originalidade. Assim, relativamente à fluência, foi possível identificar que, em traços gerais, os alunos participantes nos dois estudos formularam problemas que se ajustavam aos requisitos propostos, devidamente adaptados às suas idades. No que concerne à flexibilidade, ou seja, aos diferentes tipos de problemas criados, houve um desenvolvimento menos acentuado, que será objeto de análise posterior. No que diz respeito à originalidade, sublinhar a grande variedade de enunciados únicos e criativos, sendo uma das potencialidades identificadas neste projeto, nos dois ciclos em estudo.

Uma vez mais, importa enfatizar a relevância que a comunicação matemática assumiu neste processo. Por um lado, surge a comunicação matemática como o meio de recolha de enunciados, em conjunto com representações gráficas, no 1.º ciclo. Isto deveu-se ao facto de os alunos ainda não serem capazes de escrever os seus próprios enunciados, mas já conhecerem formalmente, por exemplo, algumas operações aritméticas. Este é um ponto de pesquisa inovador, uma vez que na pesquisa de literatura não me deparei com nenhum estudo feito neste âmbito em particular (início do 1.º ano do Ensino Básico). Por outro lado, surge a comunicação matemática de uma forma mais transversal, aqui já aplicada aos dois ciclos em estudo. Nas diferentes atividades, foi sempre objeto de atenção a necessidade do desenvolvimento e da importância da comunicação matemática. Um dos vetores fulcrais no que diz respeito à formulação de problemas prende-se com a elaboração dos enunciados. Para que este processo seja executado de forma eficaz, os alunos desenvolveram, exercitaram e utilizaram, de forma preponderante, as suas capacidades comunicativas ao longo das diferentes propostas educativas.

Por fim, e mais uma vez partindo da análise entre momento diagnóstico e o momento de avaliação, nos dois contextos, é evidente a evolução nas competências de formulação de problemas, por parte dos mesmos. Não sendo possível afirmar que esse desenvolvimento se deve exclusivamente ao projeto apresentado, será sempre provável a afirmação de que este também contribuiu para a construção de novas competências nesse âmbito.

5.1.3 Que dificuldades os alunos manifestam na resolução e formulação de problemas?

De um modo geral, os alunos do 1.º e 2.º ciclos integrantes no projeto conseguiram, ao longo do tempo de intervenção, desenvolver de forma significativa as suas competências ao nível da resolução e formulação de problemas.

No que concerne à resolução de problemas, existem dificuldades que foram identificadas transversalmente ao longo de todo o projeto, existindo também algumas que se assumiam mais particulares num determinado contexto, nomeadamente no 1.º ciclo. Começando por este contexto, encontramos dificuldades na resolução operativa dos problemas. Este facto já era esperado, uma vez que o contacto com a Matemática de uma forma formal ainda era muito precoce na turma de primeiro ano, o que, por vezes, se refletia no desenvolvimento da resolução de problemas. Por outro lado, e atentando agora às dificuldades mais transversais, é relevante destacar dificuldades ao nível da interpretação de enunciados, adaptados aos diferentes níveis etários. Estas dificuldades foram desvanecendo ao longo do projeto, tendo existido uma evolução significativa destes pontos.

Em relação à formulação de problemas, como principal dificuldade, é fundamental destacar que a complexidade dos problemas formulados, em regra geral, tendia para um nível um pouco abaixo das suas capacidades, tanto no primeiro como no segundo ciclo, bem como a observação de que a tipologia de problemas concetualizados não foi muito variada. Estes factos estão identificados na literatura (Pinheiro & Vale, 2013), sendo já expectáveis. De algum modo, considero que uma das razões que o explicam prende-se com a baixa frequência deste tipo de atividades no quotidiano dos alunos, o que leva a que ainda não se sintam à vontade para arriscarem propostas mais arrojadas.

No entanto, e especialmente no 2.º ciclo, já foi possível identificar alguns casos em que estes saíram da sua zona de conforto e aventuraram-se na formulação de problemas mais complexos. Pela minha observação e reflexão, sujeita a crítica, foi possível identificar uma relação entre estes casos e a motivação e gosto pela Matemática: os alunos que arriscaram mais tendiam a mostrar-se mais participativos e empenhados nas diferentes tarefas propostas. Pelo contrário, já não foi possível identificar a mesma relação com o aproveitamento escolar: existiam alunos que, não obstante um aproveitamento escolar regular, conseguiram destacar-se neste tipo de atividade. Também existiram casos, menos frequentes, em que, mesmo com um bom aproveitamento

escolar, não se destacaram pela originalidade, nem pela superação de dificuldades no processo de formulação de problemas mais complexos.

Este facto enfatiza a importância da motivação e do gosto pela Matemática, sendo dois fatores indispensáveis para uma aula que pretende desafiar os alunos e ser enriquecida pelos seus raciocínios e propostas. Esta foi uma das muitas aprendizagens que desenvolvi, a nível pessoal, e que certamente terá influência futura na minha prática profissional.

5.2 Reflexão sobre os estudos do relatório

De uma forma global, considero que o projeto decorreu de forma positiva. Ao longo de todo o ano, e nos diversos contextos em que decorreu, este potenciou a construção de múltiplas oportunidades de desenvolvimento de competências dos alunos, no âmbito da resolução e formulação de problemas.

Os alunos demonstraram, de uma forma transversal, um grande interesse pelo tema e um acolhimento do projeto que me surpreendeu. De alguma forma, considero que este facto se prende com a necessidade de os professores concetualizarem uma nova visão sobre o ensino da Matemática: diversos alunos, tanto nos contextos de 1.º como 2.º ciclos, demonstraram um agrado especial pela fuga à rotina, pela ânsia da descoberta de uma tarefa que os desafie, pelo caminho alternativo a uma aula transmissiva, monótona e passiva..

Enquanto momento de reflexão global face ao projeto e às aprendizagens desenvolvidas ao longo do ano, esta secção analisará a relevância global do projeto desenvolvido e a autoavaliação geral das aprendizagens construídas, bem como as dificuldades sentidas ao longo deste percurso.

Em relação à relevância do projeto, considero que este se apresentou com especial interesse para os diferentes participantes. Assim, será feita uma análise da relevância de acordo com três perspetivas distintas: a perspetiva dos alunos participantes; a minha perspetiva como professor estagiário e responsável pelo projeto; e a perspetiva da comunidade científica.

Relativamente à perspetiva do desenvolvimento dos alunos, considero que este projeto surgiu com a intenção primordial de potenciar a construção e a evolução das competências no âmbito da resolução e formulação de problemas. Assim, e percebendo que estas competências são fulcrais para o seu desenvolvimento presente e futuro, é possível concluir que o projeto contribuiu para que essas aprendizagens fossem potenciadas. Para tal, o progresso nas

capacidades dos alunos foi o fator basilar deste projeto, acontecendo sempre de forma gradual, mas sustentada, contribuindo para o desenvolvimento holístico dos alunos, e especificamente das suas competências na área curricular da Matemática.

No que concerne à minha visão como professor estagiário, reconheço a importância que este teve na construção de novas competências, planos de ação e perspectivas da ação educativa. Ao longo do ano foi possível constatar a minha evolução nas funções de docente e investigador, no sentido de integrar as duas concepções num perfil de futuro docente investigador, que relaciona as questões teóricas com as atividades práticas e reflete as atividades práticas para a construção teórica de novas práticas. Em relação à minha participação nos diferentes contextos, não posso deixar de salientar o progresso que senti ao longo do ano. As aprendizagens nos mais variados âmbitos, desde a relação com os alunos e professores, a familiarização com os contextos de sala de aula e as suas rotinas, os diferentes papéis que o professor desempenha dentro e fora da sala de aula, bem como a visão mais académica e investigativa, no sentido da perceção da importância que a análise e reflexão dos contextos práticos têm para a investigação académica, constituíram um enriquecimento da minha identidade profissional.

Para a comunidade científica, este projeto revela a sua relevância não apenas pelo seu tema, que é amplamente enfatizado como um dos vetores fundamentais do ensino da Matemática, mas também pela sua aplicação e inovação face aos trabalhos já realizados no âmbito da resolução de problemas. Em relação à exploração de estratégias, destaca-se a importância da intervenção do 1.º ciclo. Este protagonismo surge pela faixa etária e pelo momento em que o projeto decorreu, pois não são comuns estudos no início do 1.º ano do Ensino Básico, nomeadamente na exploração de estratégias de resolução de problemas. Por outro lado, e em relação à formulação de problemas, este tema ainda é pouco explorado tanto a nível científico como na presença de atividades no quotidiano escolar. Mais uma vez, torna-se possível destacar o carácter inovador desta abordagem no início do 1.º ano do Ensino Básico. Na minha pesquisa, não encontrei qualquer estudo que tivesse sido aplicado nas condições em que este projeto decorreu, nomeadamente na interseção de fases em que os alunos já conheciam formalmente algumas operações aritméticas, mas ainda se encontravam numa fase muito precoce do processo de aprendizagem da leitura e escrita. Deste modo, penso que a formulação de problemas nestas circunstâncias é um fator inovador, ou pelo menos pouco explorado, que pode ser alvo de posterior análise e reflexão ou até de um seguimento por parte de outros projetos.

Em relação às aprendizagens desenvolvidas ao longo do ano, será sempre um esforço resumir em poucas palavras toda a evolução que senti com base nas experiências que a integração nos diferentes contextos me proporcionou. Consciente de que será uma tentativa inglória, não posso deixar de destacar que a integração nas diferentes turmas, com os alunos e com as professoras cooperantes, foi um dos fatores que, sem dúvida, merece o meu destaque.

Sublinhando que encontrei, nos contextos em que estive inserido, pessoas que realmente tornaram este projeto possível e que potenciaram todas as aprendizagens que hoje me orgulho de ter desenvolvido, destaco a integração nos diversos contextos: o desenvolvimento de competências de liderança, responsabilidade e autonomia e a capacidade de lidar com imprevistos. Neste âmbito, é necessário sublinhar a capacidade de antecipação de situações, que pode ser fundamental para preparar possíveis soluções *à priori*, no sentido de estarem planeadas alternativas diferentes para o caso de alguma situação inesperada acontecer. Outros casos, prendem-se com situações não previsíveis, em que é necessário um espírito aberto e criativo, no sentido de providenciar soluções eficazes *in loco*, em tempo útil. Também é fundamental destacar a importância da capacidade de reflexão e de aplicação dos ciclos de investigação-ação na atividade educativa. Esta capacidade foi essencial para que todas as atividades seguissem o ritmo e o percurso personalizado dos alunos.

Em relação às dificuldades sentidas e pontos a melhorar no futuro, destaco a manutenção do ritmo de trabalho, ou seja, à capacidade que o professor tem de ter para conseguir que os alunos se mantenham focados e interessados nas tarefas propostas. Em relação a este tema, considero que consegui uma grande evolução, percecionando até que este não foi um problema muito comum nas minhas aulas, mas que mereceu a minha preocupação constante. Aqui, sublinho a necessidade de concetualizar aulas que consigam despertar o interesse e motivação dos alunos, outra das razões que considero fundamental para este problema não ter acontecido com mais frequência, e que posso aplicar como uma solução eficaz no futuro.

Outra problemática no mesmo tema prende-se com a capacidade de gestão de diferentes ritmos de aprendizagem dentro da mesma sala de aula. É fundamental perceber e respeitar os diferentes ritmos de aprendizagem e trabalho dos alunos, pelo que uma gestão eficaz neste âmbito é fulcral para aproveitar e rentabilizar todas as experiências de aprendizagem. Mais uma vez, uma das soluções remete-nos para uma boa planificação das atividades idealizadas, e para a preparação de diferentes atividades extra. Isto é decisivo para que os alunos com um maior ritmo

de trabalho não sejam ignorados, e para que o professor também consiga auxiliar aqueles que demonstrem ter mais dificuldades, conseguindo assim gerir o tempo letivo de uma forma organizada e eficiente.

Em suma, muitas foram as aprendizagens e os desafios enfrentados durante este ano de iniciação à prática profissional. De alguma forma, só me resta salientar a importância que todo este processo, enquanto profissional e enquanto pessoa. Arrisco dizer que, em conjunto com todos os professores que me inspiraram ao longo do meu percurso académico, este projeto e as práticas desenvolvidas este ano foram um dos vetores marcantes da construção do meu perfil e ética profissional, presente e futura. Foram, sem dúvida, aprendizagens que irei guardar, sublinhando todos os momentos passados com os alunos, bem como os conselhos que provieram da minha colega de estágio, das orientadoras cooperantes e da professora supervisora. Todos merecem o meu mais sincero agradecimento. Deste modo, julgo que a melhor forma de realizar esse agradecimento passa por conseguir transpor e aplicar todas as aprendizagens construídas numa prática profissional que os orgulhe, e que também ela possa um dia ser considerada inspiradora.

5.3 Implicações educacionais

Este projeto potencializou um maior protagonismo da resolução de problemas no quotidiano dos alunos, promovendo a construção de aprendizagens variadas neste âmbito e contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação matemática e da motivação e gosto pela Matemática. É esperado que as competências desenvolvidas possam promover um maior sucesso no futuro académico e pessoal dos alunos, sublinhando a importância da resolução de problemas ao longo de toda a vida, mas com especial relevância quando abordada desde os primeiros anos de escolaridade.

Deste modo, este projeto realça o papel que a resolução e a formulação de problemas devem assumir no quotidiano dos alunos, tendo uma atenção especial para que este tema não seja desvalorizado no 1.º ano do Ensino Básico.

Também destacar a importância das tarefas de formulação de problemas, salientando o desenvolvimento da criatividade e da metacognição. Deste modo, tentou-se promover ao longo dos estudos um espírito de curiosidade, autonomia e protagonismo dos alunos nas aulas, fundamentais para que se envolvam ativamente na construção das suas aprendizagens.

Por fim, e como somatório do que foi dito, sugerir que os professores possam promover e incluir a resolução e formulação de problemas nas suas aulas, podendo relacionar diferentes conteúdos e até temas que interessem aos alunos, integrando outras áreas curriculares.

5.4 Limitações do estudo

Na globalidade, considero que os objetivos deste projeto foram cumpridos. No entanto, salientar que gostaria que tivesse sido possível desenvolver um maior número de sessões, especialmente no 2.º ciclo, visto que tive de partilhar o tempo disponível com a turma, com a minha colega de estágio. Assim, perante este facto, sinto que poderia existir um maior desenvolvimento das competências dos alunos, em relação à formulação e resolução de problemas, não desvalorizando, porém, os progressos alcançados.

Por outro lado, reforço que os resultados obtidos nos estudos não são generalizáveis, devido ao número reduzido de participantes e diversidade da amostra.

5.5 Recomendações para futuras investigações

Como possíveis recomendações para futuras investigações, sugere-se que se aprofunde o estudo, no 1.º ciclo, sobre os efeitos de proporcionar o contacto com atividades de resolução e formulação de problemas, antes e depois de aprender a escrever, analisando as particularidades que este processo pode encerrar na construção e interpretação dos enunciados, bem como nas estratégias desenvolvidas.

Em relação ao 2.º ciclo, aconselha-se a realização de mais estudos que integrem a resolução e formulação de problemas com diferentes áreas de saber, partindo, por exemplo, do que foi desenvolvido neste projeto, através de temas relativos à cidadania e à participação dos alunos na sociedade.

Por fim, salienta-se a necessidade de realizar estudos com períodos de contacto mais longos, e de um aumento do número de participantes e diversidade da amostra, permitindo uma maior generalização dos resultados obtidos.

Referências Bibliográficas

APM (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R. & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora. (Obra originalmente publicada em 1994)

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.

Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. & Vieira, S. (2009). *Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas*. Revista Psicologia, Educação e Cultura. Vol. XIII, n.º2, pp.455-479.

Dante, L. R. (2009). *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. 1ª ed. São Paulo: Ática.

DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

DEB. (2004). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

Despacho Normativo n.º 6944-A/2018, de 19 de julho. Diário da República – II Série – n.º 138, 1.º Suplemento.

Dewey, J. (1933). *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. Boston, MA: D.C. Heath & Co Publishers.

DGE. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.

DGE. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação/Direcção-Geral da Educação.

DGE. (2015). *Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, 2016-2030 (ODS)*. Lisboa: Ministério da Educação/Direcção-Geral da Educação.

- DGE. (2018). *Aprendizagens essenciais de Matemática – 1.º ano*. Lisboa: Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.
- DGEBS. (1990). *Programa do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Fino, C. N. (2001). *Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas*. Revista Portuguesa de Educação, vol 14, nº 2, pp. 273-291.
- Frey, C.B. & Osborne, M. A. (2013). *The Future of Employment: How Susceptible are Jobs to Computerization?* Oxford: University of Oxford.
- Greene, B. [ShirleyFilms]. (2013, 04, 23). The Great Debate: the storytelling of science [Video file]. Retirado de: https://www.youtube.com/watch?v=_J4QPz52Sfo&t=3756s.
- Kilpatrick, J. (1987). *Problem formulating: Where do good problems come from?* In: A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123- 147). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krulik, S. & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving – A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Leikin, R., Berman, A. & Koichu, B. (2009). *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. Rotterdam: Sense Publisher.
- Lupinacci, V. & Botin, M. (2004). *Resolução de Problemas no Ensino de Matemática*. Universidade de Pernambuco: Anais do VIII ENEM.
- Mamede, E. (2009). *Matemática – Tarefas para o novo programa – 1.º Ciclo*. Braga: AEME – Associação para a Educação Matemática Elementar.
- Martins, B. (2016). *Formulação de problemas na aprendizagem de tópicos matemáticos do 1º e 2º ciclos do ensino básico*. Braga: Universidade do Minho.
- Martins, G., Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Silva, ... Rodrigues, S. M. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.

Moreira, M. (2004). *Formar formadores pela investigação-acção: potencialidades e constrangimentos de um programa de formação*. Actas do VI Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia, (pp. 663-674). Braga.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM & NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematics Success for All*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

ONU. 2015. *Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development*. UNDoc. A/70/L.

Palhares, P. (1997). *Histórias com problemas construídas por futuros professores*. In D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho & I. Vale (Coord.). *Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspectivas* (pp. 159-188). Aveiro: GIRP.

Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 1-6). Lisboa: Lidel.

Pereira, S. (2017). *A Resolução de Problemas numa Ótica Interdisciplinar*. Braga: Universidade do Minho.

Pinheiro, S. & Vale, I. (2013). *Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática*. In: Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.) (2013). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. APM & CIEEd. Braga: Universidade do Minho.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: John Wiley & Sons.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas* (2ª edição). Rio de Janeiro: Interciência. (Obra originalmente publicada em 1945).

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., ... Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação –DGIDC.

Santos, S. (2016). *Inventar e Resolver Problemas: estratégias de aprendizagem matemática com crianças do 1.º ciclo do ensino básico*. Braga: Universidade do Minho.

Serrazina, L. (n.d.). *Estratégias de resolução*. Viseu: Escola Superior de Educação.

Silver, E. (1997). *Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing*. ZDM, 3, 75-80.

Souviney, R. J. (2005). *Solving math problems kids care about*. Tucson: Good year Books.

Stoyanova, E. (1998). *Problem posing in mathematics classrooms*. In A. McIntosh & N. Ellerton (Eds), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective* (pp. 164-185). Edith Cowan University: MASTEC.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). *Resolução de problemas*. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

Vale, I.; Pimentel, T.; Barbosa, A. (2015). *Ensinar Matemática com Resolução de Problemas*. Revista Quadrante, Lisboa, V. Xxiv, N. 2, P. 39-60.

Valente, M. O., Neto, A. & Valente, M. (1989). *Resolução de problemas: Necessidade de uma ruptura com a didáctica tradicional em física*. Gazeta da Física., Vol. 12, Fase. 2. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Física.

Van de Walle, J. (1998). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. New York: Longman.

Apêndices

Apêndice 1: Ficha de diagnóstico do Estudo 1

Ficha de problemas

Nome: _____
Turma: 1°
Data: _____

1 - Dois amigos estavam a decorar uma árvore de Natal. Um deles colocou 4 fitas na árvore, e o outro acrescentou 3 anjos. Com quantos enfeites de Natal ficou a árvore?



R.: A árvore ficou com ____ enfeites de natal.

2 - E se em vez de?

Inventa um problema diferente, mudando alguma coisa no problema anterior. Desenha os teus dados na imagem.



R.: A árvore ficou com ____ enfeites de natal.

3 - A Emília deixou 5 bolachas para o Pai Natal, perto da lareira. Quando ele chegou, comeu apenas 2. Quantas bolachas sobraram?



R.: Sobraram ____ bolachas.

4 - Para a ceia de Natal, foi preciso lavar 6 guardanapos. Sabendo que a Emília estende os guardanapos desta forma, quantas molas vai ela utilizar no total?



R.: A Emília vai utilizar ____ molas.

5 – Que problema consegues inventar com estes números?

3 4 1

Desenha, em baixo, os dados do teu problema e resolve-o.

...

6 – Inventa um problema que tenha a ver com a imagem. Resolve o problema.



Apêndice 2: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 1)

Problema – “O lanche do Bruno”

O Bruno gosta de levar lanches diferentes para a escola. Para o lanche dos próximos dias, a mãe do Bruno comprou pão e bolachas, para comer, e leite e sumo, para beber.

O Bruno pensou: Que bom! Agora já posso fazer o meu lanche de muitas maneiras diferentes!

Quantos lanches diferentes poderá fazer o Bruno?

Dados:

Resolução:

Resposta: O Bruno pode fazer ____ lanches diferentes.

Apêndice 3: Problema abordado na sessão de intervenção 2 (Estudo 1)

Problema – “As laranjas do Afonso”

Na segunda-feira, o Afonso foi o responsável do dia. Quando pegou na cesta das laranjas, ele deu uma à Joana, uma ao Gonçalo e duas ao Vítor.

Quando olhou para a cesta, só restavam 3 laranjas.

Quantas laranjas havia no cesto, no início?

Dados:

Resolução:

Resposta: No início, havia ____ laranjas no cesto.

Apêndice 4: Problema abordado na sessão de intervenção 3 (Estudo 1)

Problema – “A roupa da Daniela”

A Daniela gosta de se vestir sempre de formas diferentes.
Ela tem duas camisolas, uma vermelha e outra verde.
Também tem duas calças, umas azuis e outras pretas
De quantas formas diferentes poderá vestir-se a Daniela?



Dados:

Resolução:

--	--

Resposta: A Daniela pode vestir-se de ____ formas diferentes.

Apêndice 5: Problema abordado na sessão de intervenção 3 (Estudo 1)

Problema – “O mealheiro do Abel”

O Abel decidiu juntar dinheiro no seu mealheiro. No primeiro dia decidiu colocar lá 2 moedas. No segundo dia, decidiu colocar mais uma moeda que no dia anterior. No terceiro dia, colocou também mais uma moeda do que no dia anterior



Quantas moedas colocou o Abel no terceiro dia?

Dados:

Resolução:

Resposta: O Abel colocou ____ moedas no terceiro dia.

Apêndice 6: Problemas abordados na sessão de intervenção 4 (Estudo 1)

Inventa um problema

Inventa um problema que envolva a seguinte operação:

$$5 + 5 = 10$$

Dados:

Resolução:

Inventa um problema

Inventa um problema que envolva a seguinte operação:

$$8 - 3 = 5$$

Dados:

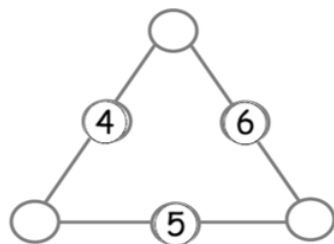
Resolução:

Apêndice 7: Problema abordado na sessão de intervenção 4 (Estudo 1)

Problema – Triângulo Mágico

Este triângulo é um triângulo mágico. Se adicionarmos os números 1,2,3,4,5,6, nos espaços dos seus lados, temos sempre o valor 9.

Consegues completar o triângulo?



Dados:

Resolução:

Apêndice 8: Problema abordado na sessão de intervenção 5 (Estudo 1)

Problema – “Os guardanapos da Gabriela”

A Gabriela precisa de secar 6 guardanapos. Sabendo que ela estende os guardanapos desta forma, quantas molas vai ela utilizar no total?



R.: A Gabriela vai utilizar ____ molas.

Apêndice 9: Problema abordado na sessão de intervenção 5 (Estudo 1)

Inventa um problema

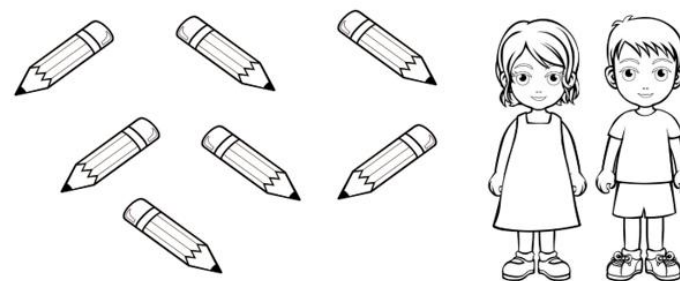
Inventa um problema a partir da imagem.



Apêndice 10: Problema abordado na sessão de intervenção 6 (Estudo 1)

Inventa um problema

Inventa um problema que envolva os meninos e os lápis.



Apêndice 11: Problema abordado na sessão de intervenção 6 (Estudo 1)

Inventa um problema

Inventa um problema que envolva todos os seguintes números:

5 2 3

Dados:

Resolução:

Apêndice 12: Ficha de avaliação do Estudo 1

Ficha de problemas

Nome: _____

Turma: 1ºB

Data: _____

1 – O Pedro tem 7 cromos numa caderneta. O seu amigo João deu-lhe mais 2. Com quantos cromos ficou o Pedro?

Res.: O Pedro ficou com ____ cromos.

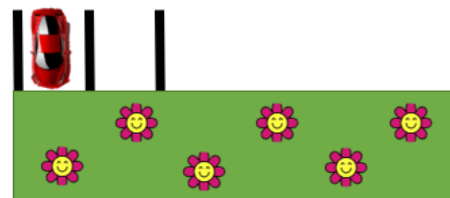
2 – E se em vez de?

Inventa um problema diferente, mudando alguma coisa no problema anterior.

3 – A Eva levou 5 bolachas para o lanche da escola. De manhã comeu apenas 2. Quantas bolachas sobraram para o lanche da tarde?

Res.: Sobraram ____ bolachas.

4 – A senhor António quer desenhar um parque de estacionamento para 6 carros, perto do seu jardim. Sabendo que ele desenha os lugares desta forma, quantos traços vai ter de fazer, no total, para caberem 6 carros?



Res.: O senhor António vai fazer ____ traços.

5 – A Raquel foi comprar um gelado. Na gelataria existem 3 sabores diferentes: chocolate, morango e baunilha.

Ela pode pedir o gelado em cone ou em copo.

Quantos tipos de gelado diferentes poderá pedir a Raquel?



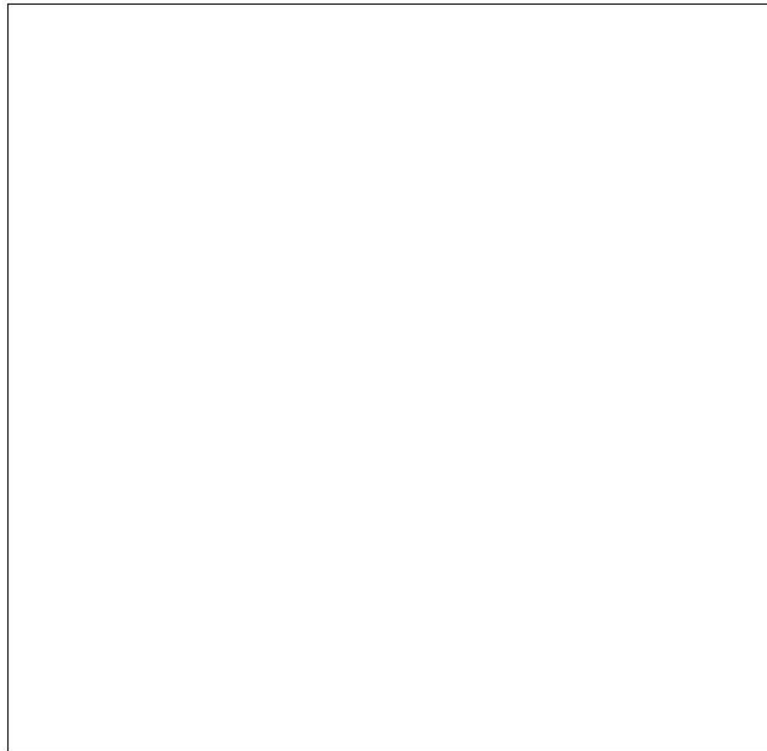
	Chocolate 	Morango 	Baunilha 

R.: Existem ____ tipos de gelado diferentes.

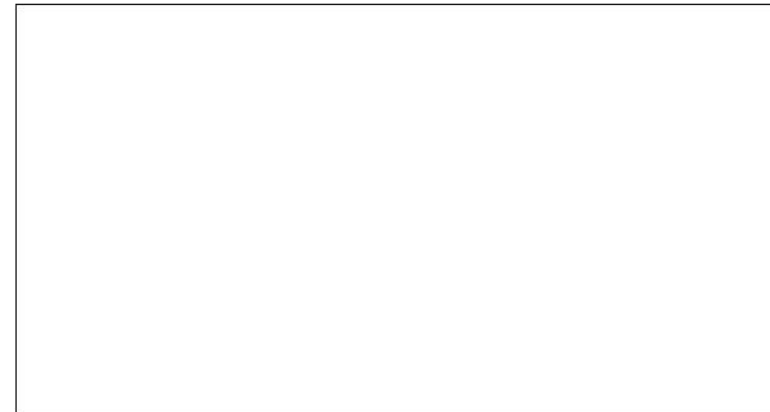
6 – Que problema consegues inventar com estes números?

3 1 4

Desenha, em baixo, os dados do teu problema e resolve-o.



7 – Inventa um problema que tenha a ver com a imagem. Resolve o problema.



Apêndice 13: Ficha de diagnóstico do Estudo 2

Nome: _____ N.º _____

Data: _____

Alguma vez ouviste falar dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável? Se sim, consegues explicar o que são?

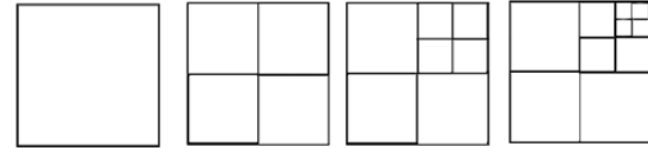
Consegues identificar algum problema, na tua cidade, que gostasses de conseguir resolver?

1 - Resolve o problema: Cidades e comunidades sustentáveis - Hortas urbanas

Sabias que a cidade de Braga tem algumas hortas urbanas disponíveis, para a população poder produzir alguns alimentos, preferencialmente de forma biológica?

Vamos imaginar que uma dessas hortas será dividida em quadrados. Para que mais pessoas tenham direito a um pedaço de terreno, foi criada uma regra: cada quadrado deve ser dividido em quatro, sendo que 3 serão distribuídos pelos interessados e um ficará livre. Quando mais pessoas se interessarem, esse quadrado livre será dividido em quatro, 3 serão distribuídos e um ficará livre, e assim sucessivamente.

Esta foi a evolução da horta até ao dia de hoje:



Consegues prever com quantos espaços ficará a horta, da próxima vez que mudar de aspeto?

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

2 - Formula e resolve um novo problema, utilizando esta lista de preços:

PROMOÇÕES JARDIM

- Semente de relva (2kg) – 9,99€ (rendimento 1Kg/40m²)
 - Mangueira (15m) – 6,49€
 - Vedação em madeira – 4,99€/m
 - Ancinho, com 14 dentes – 8,49€
 - Relva artificial – 9,99€/m²
 - Caixa de compostagem – 39,49€ (Leve 2, pague 1)
 - Árvores de fruto – 12,99€ (Leve 3, pague 2)
 - Envada – 9,99€
- Se comprar 3 produtos ou mais, tem um desconto adicional de 15%

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

3 - Resolve o problema: Ecossistemas terrestre e biodiversidade – Travessia do rio

Sabias que, em Portugal, existem muitas espécies em vias de extinção, havendo cientistas que trabalham diariamente para a subsistência dessas espécies?

O Rui é um biólogo e num dos seus trabalhos de campo deparou-se com um Lince-ibérico ferido, na Serra da Malcata. A caminho do abrigo, encontrou uma cria de coelho abandonada, que também decidiu salvar. Mais tarde, e passando por uma aldeia vizinha, um habitante amigo ofereceu-lhe algumas couves para o seu jantar. No entanto, para chegar ao abrigo, teve de atravessar um rio. O barco que se encontrava na margem só tinha a capacidade para o levar a ele e a uma das suas restantes posses. O Rui não pôde deixar o Lince sozinho com o coelho, nem o coelho com as couves, caso contrário perderia um dos seus pertences.

Quantas viagens são necessárias para que todos possam atravessar o rio em segurança?

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Ao realizar esta ficha senti-me:

Confiante, sem dificuldades____ Com algumas dificuldades____ Com muitas dificuldades____

Apêndice 14: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)

Cidades e comunidades sustentáveis - Hortas urbanas

Sabias que a cidade de Braga tem algumas hortas urbanas disponíveis para a população poder produzir alimentos, preferencialmente de forma biológica?

O sr. José cultiva um terreno numa horta urbana de Braga. Ele decidiu organizar a sua horta em quadrados. O seu vizinho escolheu retângulos, com as seguintes medidas:



O sr. José ficou pensativo. Numa conversa com o vizinho, descobriu que as duas figuras possuíam o mesmo perímetro.

Será que também possuem a mesma área? Justifica a tua resposta.

Adaptado da Prova de Aferição de Matemática, 2º ciclo, 2001

Resposta:

Apêndice 15: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)

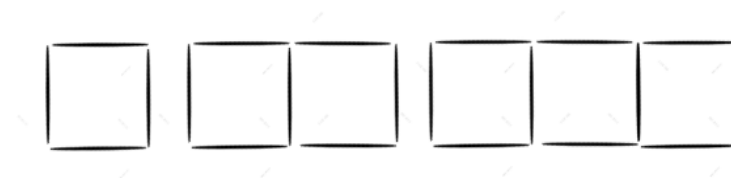
Formula um problema, com base no problema anterior, que envolva a área de um círculo.



Resposta:

Apêndice 16: Problema abordado na sessão de intervenção 1 (Estudo 2)

Para manter a sua horta organizada, o sr. José constrói um novo quadrado, por cada espécie diferente que tem, com traves de madeira. A figura seguinte mostra o procedimento como ele constrói os quadrados:



Com quantas traves de madeira irá ficar a horta, quando o sr. José cultivar 6 espécies diferentes?

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Apêndice 17: Ficha utilizada na sessão de intervenção 2 (Estudo 2)

Formulado por: _____ Nº. _____

Resolvido por: _____ Nº. _____

Objetivo de Desenvolvimento Sustentável: _____

Resposta:

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

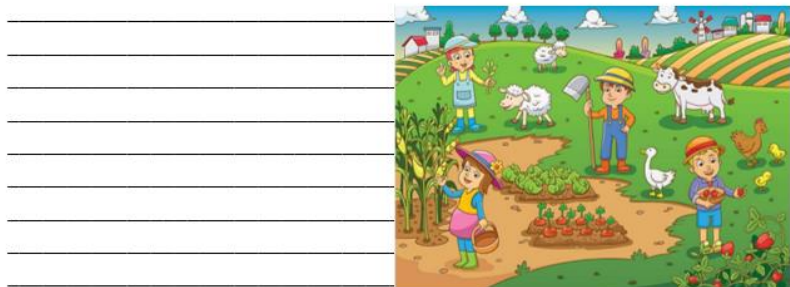
Rascunho da formulação

Rascunho da resolução

Apêndice 18: Problema abordado na sessão de intervenção 2 (Estudo 2)

Nome: _____ N.º: _____

Formula e resolve um problema, com base na imagem seguinte.



Resposta:

Apêndice 19: Problema abordado na sessão de intervenção 4 (Estudo 2)

Nome: _____ N.º: _____
Data: _____

Paz, justiça e instituições eficazes/Cidades e comunidades sustentáveis – O enigma da tribo

Sabias que, em diversas regiões do mundo, ainda existem pessoas que vivem em tribos, como por exemplo a tribo Daasanach da Etiópia, e que algumas também se estão a envolver na procura de um futuro mais sustentável?

Numa reunião, o líder de uma tribo decidiu testar a capacidade de raciocínio dos seus parceiros, contando-lhes um enigma antigo:

“Um rapaz voltava à sua terra natal, com uma raposa, uma ovelha e uma couve. No entanto, para chegar a casa, tinha de atravessar um rio. O barco que se encontrava na margem só tinha a capacidade para dois passageiros (o rapaz e uma das suas restantes posses). O rapaz não pode deixar a raposa sozinha com a ovelha, nem a ovelha com a couve, caso contrário perderia um dos seus pertences.”

Qual o número de viagens necessárias para que todos possam atravessar o rio em segurança?

Explica, por palavras tuas, como resolveste o problema.

Apêndice 20: Problemas abordados na sessão de intervenção 5 (Estudo 2)

Nome: _____ N.º _____
Data: _____

Ecosistemas terrestres e biodiversidade – Hibernação dos ursos

Sabias que os ursos hibernam durante o inverno, baixando o seu metabolismo para 25% do normal, para fazer face à falta de alimento?

Nas florestas da Finlândia, um urso engorda 5 kg no Verão e perde 4 kg no Inverno. Na Primavera e no Outono mantém sempre o seu peso. Na Primavera de 2019 ele pesa 100 kg. Quantos quilogramas é que ele pesava no Outono de 2017?

Resposta:

Nome: _____ N.º _____
Data: _____

Ecosistemas terrestres e biodiversidade.

Formula um problema com base neste que acabaste de resolver.

Apêndice 21: Ficha de avaliação do Estudo 2

Nome: _____ N.º: _____

Data: _____

Alguma vez ouviste falar dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável? Se sim, consegues explicar o que são?

1 - Resolve o problema: Cidades e comunidades sustentáveis - Hortas urbanas

Sabias que a cidade de Braga tem algumas hortas urbanas disponíveis, para a população poder produzir alguns alimentos, preferencialmente de forma biológica?

Uma dessas hortas será dividida em dois quadrados, limitados por estacas verticais. Quando a horta se torna pequena para as culturas, a área dela é aumentada. Para tal, acrescenta-se mais estacas para a delinear, tal como é apresentado na figura da página seguinte. No início, a horta utilizava 13 estacas, tendo este número aumentado sempre que a horta mudava de aspeto.

Esta foi a evolução da horta até ao dia de hoje, vista de cima.



Consegues prever com quantas estacas ficará a horta, da próxima vez que aumentar de tamanho?

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

2 - Formula e resolve um novo problema, utilizando esta lista de preços:

PROMOÇÕES JARDIM

- Semente de relva (2kg) – 9,99€ (rendimento 1Kg/40m²)
- Caixa de compostagem – 39,49€ (Leve 2, pague 1)
- Mangueira (15m) – 6,49€
- Árvores de fruto – 12,99€ (Leve 3, pague 2)
- Vedação em madeira – 4,99€/m
- Enxada – 9,99€
- Ancinho, com 14 dentes – 8,49€
- Se comprar 3 produtos ou mais, tem um desconto adicional de 15%
- Relva artificial – 9,99€/m²

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

3 - Resolve o problema: Ecossistemas terrestre e biodiversidade – Travessia do rio

Sabias que, em Portugal, existem muitas espécies em vias de extinção, havendo cientistas que trabalham diariamente para a subsistência dessas espécies?

O Rui é um biólogo e num dos seus trabalhos de campo deparou-se com um Lince-ibérico ferido, na Serra da Malcata. A caminho do abrigo, encontrou uma cria de coelho abandonada, que também decidiu salvar. Mais tarde, e passando por uma aldeia vizinha, um habitante amigo ofereceu-lhe algumas couves para o seu jantar. No entanto, para chegar ao abrigo, teve de atravessar um rio. O barco que se encontrava na margem só tinha a capacidade para o levar a ele e a uma das suas restantes posses. O Rui não pôde deixar o Lince sozinho com o coelho, nem o coelho com as couves, caso contrário perderia um dos seus pertences.

Qual o número de viagens necessárias para que todos possam atravessar o rio em segurança?

Consegues explicar, por palavras tuas, como resolveste o problema?

Ao realizar esta ficha senti-me:

Confiante, sem dificuldades___ Com algumas dificuldades___ Com muitas dificuldades___