

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Rita Sampaio da Ponte

**Os materiais didáticos na aprendizagem de
tópicos de Geometria: um estudo com alunos
do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico**

Ana Rita Sampaio da Ponte
**Os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria:
um estudo com alunos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico**

UMinho | 2017

outubro de 2017



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Rita Sampaio da Ponte

**Os materiais didáticos na aprendizagem de
tópicos de Geometria: um estudo com alunos
do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico**

Relatório de Estágio

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de
Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho realizado sob a orientação do

Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

DECLARAÇÃO

Nome: Ana Rita Sampaio da Ponte

Endereço eletrónico: ritaponte@hotmail.com

Telefone: 913736155

Cartão do Cidadão: 14376296

Título do Relatório de Estágio **Os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico**

Orientador

Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Ano de conclusão: 2017

Designação do Mestrado: Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTES RELATÓRIOS APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.

Universidade do Minho, ____/____/____

Assinatura: _____

AGRADECIMENTOS

Prestes a finalizar um capítulo da minha vida, quero destacar e agradecer a importância de algumas pessoas neste percurso.

Ao professor Floriano Viseu por todos os conselhos e apoio, pela disponibilidade, dedicação e compreensão, por me fazer acreditar e confiar em mim.

Remeto, também, uma consideração às professoras cooperantes, Anabela Machado e Elisa Laureano, que se dispuseram a acompanhar e a contribuir neste processo de iniciação à prática profissional, juntamente com os alunos da turma do 1.º ano de escolaridade e da turma do 6.º ano de escolaridade, que participaram neste estudo.

À minha mãe e ao meu pai, pelo incondicional apoio e incentivo.

À minha irmã (e à Maria Clara), por ser um exemplo a seguir, pela inteira disponibilidade para me ajudar e por me suportar sempre que vacilei.

Ao Manuel Maria, pela paciência, amor e absoluta confiança.

À Lénia, à Tocha, à Tânia, à Flavinha, à Isa, à Filipa Balinha, à Madeira, à Bi e à Ana por todas as partilhas, e pela amizade.

Às minhas amigas de sempre, Andreia Mandim, Catarina Santos, Inês Marinho, Ana Luísa Silva, Joana Fernandes, Sara Fernandes, Maria Ramos e Márcia Rodrigues por todo o apoio e amizade.

A todos, muito obrigada por me terem feito acreditar que seria capaz e por fazerem parte da minha vida.

OS MATERIAIS DIDÁTICOS NA APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 1.º E 2.º CICLOS DO ENSINO BÁSICO

Ana Rita Sampaio da Ponte

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Universidade do Minho, 2017

RESUMO

Sendo a Matemática uma disciplina que exige rigor e uma contínua construção de estruturas cognitivas, limitar a aprendizagem exclusivamente à aquisição de conhecimento torna-se insuficiente sendo requerida a sua aplicabilidade o que se torna, por vezes, complexo. Neste sentido, tem-se desenvolvido ao longo do tempo recursos promotores de compreensão como é o caso dos materiais didáticos. Os materiais didáticos assumem um papel fundamental na aprendizagem dos alunos, desempenhando, por um lado, uma função lúdica promotora de motivação e, por outro, uma função dinamizadora da compreensão de conceitos, em que os alunos assumem um papel ativo na sua aprendizagem. Este estudo procura averiguar o contributo dos materiais didáticos na aprendizagem de tópicos da Geometria de alunos do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico. Na concretização deste objetivo, pretende-se responder às seguintes questões de investigação: 1. Que atividades realizam os alunos com os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que níveis de raciocínio geométrico estão contemplados nestas atividades? 2. Que dificuldades têm os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que papel desempenham os materiais didáticos na clarificação dessas dificuldades? 3. Que perceções têm os alunos sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Com o intuito de dar resposta às questões formuladas procedeu-se à recolha de informação através dos seguintes métodos de recolha de dados: observação participante; registos áudio e vídeo das sessões de intervenção; questionários; produções dos alunos; pré-teste e pós-teste; e análise documental.

A análise dos dados possibilitou determinar diversas conclusões. No que concerne às atividades realizadas pelos alunos com os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria, relativamente ao momento de pré-exploração espelham-se atividades que permitem uma assimilação e recapitulação de conteúdos abordados. Quanto ao momento exploração, destacam-se atividades de exploração, manipulação e experimentação de diversos materiais didáticos. No momento reflexão, privilegiam-se atividades de cariz reflexivo como sínteses em grande-grupo. Os níveis de raciocínio geométrico contemplados nessas atividades, no 1.º Ciclo do Ensino Básico incluem-se desde o nível I ao II de van Hiele e, no 2.º Ciclo do Ensino Básico, desde o nível II ao III proposto por van Hiele. As principais dificuldades dos alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria prendem-se com a comunicação matemática e aspetos do pensamento geométrico, tendo-se revelado os materiais didáticos artefactos promotores desta capacidade. Os alunos revelam diversas vantagens inerentes à utilização de materiais didáticos das quais se destacam a possibilidade de serem eles próprios a manipulá-los, no caso dos manipuláveis, e a motivação que sentem na sua utilização.

Palavras-chave: Materiais didáticos; Alunos do 1.º e 2.º Ciclos; Ensino e aprendizagem de Geometria; Capacidade geométrica.

DIDACTIC MATERIALS IN THE LEARNING OF TOPICS OF GEOMETRY: A STUDY WITH STUDENTS
FROM THE 1ST AND 2ND CYCLE OF BASIC EDUCATION

Ana Rita Sampaio da Ponte

Master's Degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Natural Sciences
in the 2nd Cycle of Basic Education

University of Minho, 2017

ABSTRACT

As Mathematics is a discipline that requires rigor and a continuous construction of cognitive structures, limiting learning exclusively to the acquisition of knowledge becomes insufficient, requiring its applicability, which is sometimes complex. In this sense, it has been developed over time as promoters of understanding such as the case of didactic materials. The didactic materials play a fundamental role in the students' learning, playing on, by one side, a playful function that promotes motivation and, by other side, a dynamising function of the understanding of concepts, in which the students assume an active role in their learning. This study tries to ascertain the contribution of didactic materials in the learning of topics of Geometry of students of the 1st and 2nd Cycles of Basic Education. In the accomplishment of this objective, it is intended to answer the following research questions: 1. What activities do the students carry out with the didactic materials in the learning of topics of Geometry? What levels of geometrical reasoning are contemplated in these activities? 2. What difficulties do students have in learning Geometry topics? What role do didactic materials play in clarifying these difficulties? 3. What perceptions do students have about the use of didactic materials in learning Geometry topics? In order to answer the questions asked, information was collected through the following methods of data collection: participant observation; audio and video recordings of intervention sessions; questionnaires; student productions; pre-test and post-test; and documentary analysis.

The analysis of the data made it possible to determine several conclusions. As far as the activities carried out by the students with the didactic materials in the learning of topics of Geometry are concerned, regarding the moment of pre-exploration stands out activities that allow an assimilation and recapitulation of the contents approached. As far as the moment of exploration is concerned, activities of exploration, manipulation and experimentation of several didactic materials stand out. At the moment reflection, activities of a reflexive nature are favored as class-group syntheses. The levels of geometric reasoning contemplated in these activities in the 1st Cycle of Basic Education include from level I to II of van Hiele and, in the 2nd Cycle of Basic Education, from level II to III proposed by van Hiele. The main difficulties students have in learning Geometry topics are related to mathematical communication and aspects of geometric thinking, and the didactic materials have been shown to promote this ability. The students reveal several advantages inherent in the use of didactic materials, which highlight the possibility of manipulating them, in the case of manipulable ones, and the motivation they feel in their use.

keywords: Didactic materials; Students of the 1st and 2nd Cycles; Teaching and learning of Geometry; Geometric capacity.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	III
RESUMO.....	V
ABSTRACT	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	XI
ÍNDICE DE TABELAS	XV
ÍNDICE DE QUADROS.....	XVI
CAPÍTULO I.....	1
INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVOS E QUESTÕES DO ESTUDO	1
1.2. PERTINÊNCIA DO ESTUDO	2
1.3. ESTRUTURA DO RELATÓRIO DE ESTÁGIO	5
CAPÍTULO II.....	7
ENQUADRAMENTO TEÓRICO	7
2.1. A GEOMETRIA NO CURRÍCULO DO 1º E 2º CICLOS DO ENSINO BÁSICO	7
2.2. DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO	11
2.3. OS MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA	16
2.4. ANÁLISE DE ESTUDOS EMPÍRICOS SOBRE A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS	25
CAPÍTULO III.....	29
ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO.....	29
3.1. ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL	29
3.1.1. <i>Participantes do 1º Ciclo do Ensino Básico.....</i>	<i>31</i>
3.1.2. <i>Participantes do 2º Ciclo do Ensino Básico.....</i>	<i>32</i>
3.2. ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO.....	34
3.2.1. <i>Metodologia de ensino e de aprendizagem</i>	<i>34</i>
3.2.2. <i>Estratégias de avaliação do ensino ministrado</i>	<i>37</i>
CAPÍTULO IV.....	41
DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA	41
4.1. INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO 1º CICLO DO ENSINO BÁSICO	42
4.2. INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO 2º CICLO DO ENSINO BÁSICO	69
4.3. AVALIAÇÃO DO ENSINO MINISTRADO PELOS ALUNOS DO 1º CICLO	95
4.3. AVALIAÇÃO DO ENSINO MINISTRADO PELOS ALUNOS DO 2º CICLO	103
CAPÍTULO V.....	115

CONCLUSÃO.....	115
5.1. CONCLUSÕES.....	115
5.2. REFLEXÃO FINAL	121
5.3. LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES DO ESTUDO	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125
ANEXOS.....	134
ANEXO A – QUESTIONÁRIO INICIAL - 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	134
ANEXO B - QUESTIONÁRIO FINAL - 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	135
ANEXO C – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO.....	136
ANEXO D - QUESTIONÁRIO INICIAL - 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	138
ANEXO E - QUESTIONÁRIO FINAL – 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	140
ANEXO F – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE DO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	143
ANEXO G – GRELHA DE OBSERVAÇÃO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO.....	148
ANEXO H – GRELHA DE OBSERVAÇÃO DO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO.....	149

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Classificação dos alunos do 1.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática durante o ano letivo.....	31
Figura 2 - Classificações dos alunos do 6.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática durante o ano letivo.....	33
Figura 3. Tarefa 1	42
Figura 4. Exploração livre utilizando os Blocos Lógicos.....	44
Figura 5. Atividade de formação de grupos com os Blocos Lógicos.	44
Figura 6. Construção de um ‘Comboio’ e de um ‘Pinóquio’ e contagem de figuras geométricas.	45
Figura 7. Figuras geométricas construídas por alunos com massa de moldar.....	46
Figura 8. Cartaz alusivo às formas geométricas.....	47
Figura 9. Aluno a retirar a figura geométrica solicitada.....	48
Figura 10 - Alunos na atividade 'Twister Geométrico'.	49
Figura 11. Exploração livre com o Geoplano.....	50
Figura 12. Tentativas de construção de triângulos no Geoplano.....	51
Figura 13. Construção de retângulos e de quadrados com o Geoplano.	52
Figura 14. Momento de exploração livre com o Tangram.....	54
Figura 15. Construção de triângulos com o Tangram.	54
Figura 16. Construção de quadrados com o Tangram.	55
Figura 17. Construção de retângulos com o Tangram.....	55
Figura 18. Construção no Geoplano de um retângulo e passagem para o papel ponteadado.....	56
Figura 19. Construção no Geoplano de quadrados e sua reprodução no papel ponteadado.	57
Figura 20. Construção no Geoplano de triângulos e sua reprodução no papel ponteadado.....	57
Figura 21. Construção de um triângulo no Tangram e passagem para o papel	58
Figura 22. Construção de um quadrado no Tangram e passagem para o papel	58
Figura 23. Construção de um retângulo no Tangram e passagem para o papel	58
Figura 24. Exploração livre com sólidos geométricos.	61
Figura 25. Aluno a carimbar formas geométricas no papel com representações de sólidos geométricos.	61
Figura 26. Desenhos carimbados.	62
Figura 27. Aluno a experimentar sólidos geométricos.	62
Figura 28. Mapa para o caça ao tesouro.	63

Figura 29. Aluno vendado a tentar adivinhar o sólido geométrico.....	64
Figura 30. Palhinhas e plasticina para a construção de sólidos geométricos	65
Figura 31. Alunos a construir um paralelepípedo.....	66
Figura 32. Construções de sólidos geométricos com palhinhas e plasticina	66
Figura 33. Registo na placa do nome dos sólidos geométricos	67
Figura 34. Alunos a construir o cenário da exposição	67
Figura 35 - Exposição à Comunidade Educativa	68
Figura 36. Determinação por um aluno da mediatriz de um segmento de reta através de dobragens de papel.....	71
Figura 37. Resolução da Tarefa 1 pelo Grupo 2 e pelo Grupo 4.....	74
Figura 38. Construção da imagem por reflexão axial utilizando régua e compasso.	79
Figura 39. Reflexão axial utilizando a régua, o compasso e o papel vegetal.....	80
Figura 40. Reflexão axial utilizando o mira e o origami.....	80
Figura 41. Construção da imagem de um polígono através de uma reflexão central com o GeoGebra	84
Figura 42. Simulação da construção da imagem de um polígono através de uma reflexão central... ..	85
Figura 43. Resolução e explicação da Tarefa 1 por dois dos grupos de alunos.	85
Figura 44. Construção de uma figura por rotação com recurso ao Geoplano.....	89
Figura 45. Construção de uma figura por rotação com recurso ao GeoGebra.....	89
Figura 46. Passagem da construção para papel ponteadado.....	89
Figura 47. Primeira tentativa de resolução do desafio.....	90
Figura 48. Segunda tentativa de resolução do desafio.	90
Figura 49. Resolução do desafio pelo grupo 4 e sua explicação.....	91
Figura 50. Resolução do desafio pelo grupo 5 e sua explicação.....	91
Figura 51. Imagens apresentadas à turma para discussão	92
Figura 52. Resposta dos alunos relativamente às simetrias em polígonos regulares	93
Figura 53. Exploração de simetrias de reflexão e de rotação com recurso ao papel transparente.....	93
Figura 54. Exploração de simetrias de reflexão e de rotação em polígonos regulares.	94
Figura 55. Respostas dos alunos relativamente às simetrias em polígonos regulares.	94
Figura 56. Comparação das respostas dadas no pré-teste e pós-teste à questão um.....	99
Figura 57. Comparação do pré-teste e pós-teste da resposta à questão seis.	99
Figura 58. Comparação das respostas de um aluno à questão 7 no pré-teste e no pós-teste.....	100

Figura 59. Material didático que suscitou maior interesse nos alunos do 1.º CEB (%).	101
Figura 60. Material didático que suscitou menor interesse nos alunos do 1.º CEB (%).	102
Figura 61. Comparação das respostas de um aluno à questão 3 no pré-teste e pós-teste.	107
Figura 62. Comparação das respostas de um aluno à questão 10 no pré-teste e no pós-teste.	108
Figura 63. Comparação das respostas de um aluno à questão 13 no pré-teste e no pós-teste.	108
Figura 64. Comparação das respostas de um aluno à questão 19 no pré-teste e no pós-teste.	108
Figura 65. Resposta de um aluno relativamente às vantagens da utilização de materiais didáticos.	111
Figura 66. Resposta de um aluno relativamente às desvantagens da utilização de materiais didáticos.	112
Figura 67. Resposta de um aluno relativamente ao papel que os elementos do seu grupo desempenharam na sua aprendizagem.	113

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Níveis de aprendizagem de Geometria segundo o modelo de van Hiele (Ponte & Serrazina, 2000, p. 178).....	14
Tabela 2. Desenho global da intervenção no 1.º CEB e no 2.º CEB	41
Tabela 3. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 1.....	42
Tabela 4. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 2.....	60
Tabela 5. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 3.....	63
Tabela 6. Compilação das conceções prévias dos grupos de alunos sobre a mediatriz de um segmento de reta.....	69
Tabela 7. Compilação das conceções dos grupos sobre figuras isométricas.	75
Tabela 8. Compilação das respostas dos grupos de alunos sobre figuras isométricas.....	81
Tabela 9. Compilação das conceções dos alunos	82
Tabela 10. Compilação das respostas dos grupos	86
Tabela 11. Indicadores e frequência de resposta às questões do pré-teste pelos alunos 1.º CEB.....	96
Tabela 12. Indicadores e frequência de resposta às questões do pós-teste pelos alunos 1.º CEB ...	98
Tabela 13. Comparação dos resultados do pré-teste com os do pós-teste de alunos do 1.º CEB.	99
Tabela 14. Indicadores e frequência de resposta às questões do pré-teste pelos alunos 2.º CEB...	104
Tabela 15. Indicadores e frequência de resposta às questões do pós-teste pelos alunos 2.º CEB. .	106
Tabela 16. Comparação dos resultados do pré-teste com os do pós-teste no 2.º Ciclo do Ensino Básico.	107
Tabela 17. Grau de concordância (%) das perceções dos alunos sobre a Geometria.	109
Tabela 18. Grau de concordância (%) sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.	110
Tabela 19. Grau de concordância (%) sobre as dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria com a utilização aos Materiais Didáticos.....	112
Tabela 20. Grau de concordância (%) das perceções dos alunos sobre o trabalho de grupo.....	113

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Momento pós leitura da primeira história do livro ‘O Bosque das Figuras Planas’ (Hall, 2009).	43
Quadro 2. Reconhecimento do quadrado como caso particular do retângulo.	45
Quadro 3. Discussão em grande grupo sobre as características das figuras geométricas.	46
Quadro 4. Discussão em grande grupo sobre coisas reais que se assemelham a figuras geométricas.	47
Quadro 5. Discussão em grande grupo sobre o reconhecimento das figuras geométricas através do tato	48
Quadro 6. Excerto do momento em que um aluno procura e retira uma figura geométrica solicitada.	49
Quadro 7. Excerto da atividade com o Twister Geométrico	50
Quadro 8. Diálogo com um aluno sobre a construção de triângulos no Geoplano.	51
Quadro 9. Diálogo com um aluno sobre a construção de triângulos no Geoplano	51
Quadro 10. Diálogo com o aluno sobre construções de retângulos no Geoplano.	52
Quadro 11. Diálogo com o aluno sobre construções de quadrados no Geoplano.	52
Quadro 12. Momento pós leitura da segunda história do livro ‘O Bosque das Figuras Planas’ (Hall, 2009).	53
Quadro 13. Excerto de um momento durante as construções de triângulos com o Tangram.	54
Quadro 14. Excerto de um momento durante as construções de quadrados com o Tangram	55
Quadro 15. Excerto de um momento durante as construções de retângulos com o Tangram	55
Quadro 16. Diálogo em grande grupo sobre as concepções prévias dos alunos	59
Quadro 17. Diálogo em grande grupo sobre que formas geométricas estão contempladas em cada um dos sólidos geométricos	61
Quadro 18. Diálogo com os alunos sobre a exploração	62
Quadro 19. Momento em que um aluno tenta adivinhar o sólido geométrico	64
Quadro 20. Excerto do diálogo em grande grupo sobre as construções com palhinhas e plasticina. 65	
Quadro 21. Diálogo com os alunos sobre características de sólidos geométricos	66
Quadro 22. Excerto de um momento durante a apresentação da exposição à comunidade educativa.	68
Quadro 23. Momento da abordagem à mediatriz de um segmento de reta.	69
Quadro 24. Concepções dos alunos sobre a construção da mediatriz de um segmento de reta.	70

Quadro 25. Diálogo com os alunos durante a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando Origami	72
Quadro 26. Diálogo com os alunos sobre a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando régua e compasso.	72
Quadro 27. Diálogo com os alunos sobre a resolução da Tarefa 1.	73
Quadro 28. Diálogo com os alunos sobre a resolução da Tarefa 2.	74
Quadro 29. Discussão em grande-grupo sobre figuras isométricas direcionando para a reflexão axial	76
Quadro 30. Exploração com os alunos sobre reflexão utilizando o papel transparente	77
Quadro 31. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso.	78
Quadro 32. Diálogo com os alunos após a construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso	78
Quadro 33. Diálogo com os alunos na construção de uma figura por reflexão axial utilizando o mira	79
Quadro 34. Diálogo com os alunos sobre o Grupo 2 de imagens	83
Quadro 35. Diálogo com os alunos sobre semelhanças e diferenças nos dois tipos de reflexão	83
Quadro 36. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem por reflexão central utilizando régua e compasso	84
Quadro 37. Diálogo em grande grupo sobre o conjunto de imagens.....	87
Quadro 38. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem de um polígono [ABC] por rotação utilizando o transferidor, a régua e o compasso	88
Quadro 39. Diálogo em grande grupo sobre o conjunto de imagens.	92
Quadro 40. Diálogo com os alunos sobre as conclusões que retiraram da atividade.....	95

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Neste capítulo efetua-se a apresentação do Relatório de Estágio desenvolvido no 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências no 2.º Ciclo do Ensino Básico. As intervenções pedagógicas foram desenvolvidas em duas turmas diferentes, uma do 1.º ano de escolaridade e outra do 6.º ano de escolaridade, pertencentes ao mesmo Agrupamento de escolas. Atendendo ao tema que norteou a Intervenção Pedagógica, na primeira secção deste capítulo apresentam-se os objetivos e questões de investigação, na segunda secção enfatiza-se a pertinência do estudo, e na terceira e última secção é explicitada a estrutura organizativa do relatório.

1.1. Objetivos e questões do estudo

O tema deste estudo incide na utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria de alunos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. A razão desta escolha deve-se, primeiramente por acreditar nas potencialidades e no contributo dos Materiais Didáticos no ensino da matemática em prol dos alunos. Esta preferência prendeu-se, fundamentalmente, da observação no contexto e pelas especificidades das duas turmas onde foi implementada a intervenção pedagógica. Durante a observação no contexto, apercebi-me do interesse e curiosidade revelados pelos alunos na exploração de materiais didáticos no tópico de Números e Operações. Assim, tornou-se pertinente a utilização de materiais didáticos como sustentação para a minha intervenção.

Para além da relevância de trabalhar tópicos matemáticos com recurso aos materiais didáticos, elegi uma área específica da matemática para desenvolver e implementar este projeto porque, além de ser uma temática de interesse pessoal, existem documentos orientadores (eg., Ponte et al., 2007; National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2007) que ressaltam que, em Geometria, os alunos devem utilizar materiais na aprendizagem de diversos conceitos.

A motivação dos alunos tornou-se num fator determinante. É necessário que se sintam estimulados a explorar, a testar, a comunicar e a discutir ideias e conhecimentos, sendo indispensável envolver os alunos na sua própria aprendizagem e na construção do seu próprio

conhecimento. Uma forma de promover o envolvimento dos alunos na sua aprendizagem é através da utilização de materiais didáticos pois, através da observação, da procura e da reflexão, alcançam formas de organizar o seu pensamento e estruturar os seus próprios conceitos. Neste sentido, julguei pertinente elaborar um projeto que incluía a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria, de forma a proporcionar a estes alunos uma experiência significativa e motivadora. Posto isto, com a implementação destas ideias incluí os materiais didáticos nas minhas estratégias de ensino e nas atividades de aprendizagem de tópicos da Geometria, implementado, num primeiro momento, numa turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico e, num segundo momento, numa turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Assim, a implementação da intervenção pedagógica teve como objetivo averiguar o contributo dos materiais didáticos na aprendizagem de tópicos da Geometria de alunos do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico. Na concretização deste objetivo, pretendo responder às seguintes questões de investigação:

- Q1: Que atividades realizam os alunos com os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que níveis de raciocínio geométrico estão contemplados nessas atividades?
- Q2: Que dificuldades têm os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que papel desempenham os materiais didáticos na clarificação dessas dificuldades?
- Q3: Que perceções têm os alunos sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria?

1.2. Pertinência do estudo

A disciplina de matemática, pela complexidade inerente à construção dos seus entes, adquiriu ao longo dos tempos um status social que a distingue das outras disciplinas pelo fraco desempenho que os alunos revelam nas avaliações a nível nacional (internas e externas) e nos estudos que se realizam a nível internacional (como, por exemplo, TIMSS e PISA). Tais resultados tendem a criar um estigma em torno desta disciplina, o que, muitas vezes, faz prevalecer a normalidade a 'fuga' ao esforço e à dedicação em aprender. Tal cenário exige do professor que ensina matemática empenho em encontrar meios que entusiasmem e incentivem os alunos a querer aprender conteúdos matemáticos. O professor assume, assim, um papel determinante

nesta função e na de criar ambientes favoráveis à aprendizagem de tópicos matemáticos, com estratégias apropriadas. Neste sentido, muitos são os desafios propostos em proporcionar diferentes contextos de aprendizagem.

A dificuldade de aprendizagem de conteúdos matemáticos muito fica a dever à sua natureza abstrata, que, numa perspetiva platónica, remete para a existência dos objetos matemáticos num mundo não tangível que existem num mundo do ideal que se situa para além do tempo e do espaço (Ponte, Boavida, Graça & Abrantes, 1997). Levanta-se, assim, a questão se a atividade de aprendizagem dos objetos matemáticos consiste na sua descoberta ou na sua invenção. Independentemente desta discussão epistemológica, importa evidenciar a ação educativa que faça sentir o aluno que, na construção do seu conhecimento, descobre os objetos matemáticos institucionalizados (Godino & Batanero, 1994). Atendendo à idade dos alunos que frequentam o 1.º ano e o 6.º ano de escolaridade e à fase de desenvolvimento em que se encontram, o professor de matemática tem à sua disposição uma panóplia de recursos que favorecem a transição do pensamento concreto para o abstrato na formação de conceitos matemáticos. Entre esses recursos ganham relevância os materiais didáticos que promovem experiências enriquecedoras de aprendizagem, já que desempenham uma função determinante na formação de conceitos. A partir deles, os alunos criam uma maior correlação entre o concreto e o abstrato, de forma a alcançar, assim, uma aprendizagem significativa dos conteúdos abordados.

A este propósito, Matos e Serrazina (1996) aludem que na aprendizagem da Matemática a formação dos conceitos tem de ser essencialmente alicerçada pela experiência, possibilitando desenvolver o pensamento abstrato através da experimentação. Torna-se, assim, revelante nos níveis iniciais de aprendizagem recorrer a meios que promovam essa transição.

Os materiais didáticos desempenham um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem (Breda et al. 2011; Ponte & Serrazina, 2000; Matos & Serrazina, 1996) uma vez que “ambientes onde se faça uso de materiais manipuláveis favorecem a aprendizagem e desenvolvem nos alunos uma atitude mais positiva” (Matos & Serrazina, 1996, p. 193). Adquirem sobretudo importância “como meio facilitador de uma aprendizagem significativa de diversos conceitos e relações matemáticas” (Oliveira, 2008, p. 25). Numa perspetiva construtivista do conhecimento, um ambiente de aprendizagem com recurso a materiais didáticos é propício a uma aprendizagem significativa da Matemática em geral (Canals, 2001; Dienes, 1975; Lesh, 1979;

Lorenzato, 2006; Oliveira, 2008; Piaget, 1977; Reys, 1982; Smole, 1996; Vale, 2002) e da Geometria, em particular.

A Geometria ganha relevância por se prestar “mais do que outros temas, para a aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também ‘com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes’” (Velo, 1998, p. 26). Com efeito, a Geometria apresenta-se favorável ao desenvolvimento do pensamento matemático e do raciocínio visual, priorizando o ensino por meio de descoberta através da experimentação e da manipulação (Abrantes et al., 1999).

São vários os documentos curriculares que salientam que, em Geometria, os alunos devem utilizar materiais na aprendizagem de diversos conceitos. Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007) é evidenciado que, desde cedo, os alunos deverão desenvolver capacidades de visualização com recurso a experiências concretas e com uma variedade de objetos geométricos. O currículo nacional do Ensino Básico (ME, 2001) enfatiza a utilização de materiais como um recurso privilegiado e recomenda o envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagens diversificadas.

Outrossim, Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007) destaca para o 1.º Ciclo do Ensino Básico a utilização de materiais na aprendizagem de diversos conceitos e ressalta que o “ensino e a aprendizagem da Geometria deve, neste ciclo, privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objectos do mundo real e materiais específicos, de modo a desenvolver o sentido espacial” (p. 20). Para o 2.º Ciclo do Ensino Básico, este documento enfatiza a utilização de instrumentos de medida e desenho e a utilização de materiais manipuláveis considerando um apoio essencial na aprendizagem de Geometria.

Através de uma adequada planificação e utilização de materiais didáticos é possível promover o desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico, que de acordo com o modelo de van Hiele e contrariamente à perspectiva piagetiana, o desenvolvimento do aluno está mais dependente das atividades de ensino do que da sua idade. Nesta perspectiva, é tão pertinente valorizar o que os alunos fazem, pensam e dizem como criar condições para que isso ocorra, tal como corrobora Abrantes (1999) quando afirma que “se queremos valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, teremos de criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades” (p. 25). Assim, o professor assume um papel fundamental na aprendizagem dos alunos em criar ambientes que estimulem a exploração e a

discussão de ideias. Sem as experiências adequadas dificilmente uma aprendizagem se tornará sólida e significativa (Canals, 2001).

Tendo em consideração os aspetos referidos, a implementação da Intervenção Pedagógica de forma transversal às turmas dos 1.º e 2.º Ciclos, indica que a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de Geometria se constitui relevante.

Em síntese, a relevância do estudo assenta na importância peculiar que assume dos documentos curriculares; na promoção de experiências enriquecedoras de aprendizagem; na relevância em se criar ambientes favoráveis à aprendizagem dos alunos; e nas dificuldades dos alunos relativamente à aprendizagem de conteúdos matemáticos de natureza abstrata.

1.3. Estrutura do Relatório de Estágio

Este Relatório de Estágio, sob a perspetiva da estrutura organizativa, encontra-se dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo, *Introdução*, corresponde ao capítulo em exposição que contempla os objetivos e questões de investigação, a pertinência do estudo e a estrutura organizativa do relatório.

No segundo capítulo, *Enquadramento Teórico*, procurou-se organizar uma fundamentação adequada às questões de investigação que norteiam o relatório mediante. Está dividido em quatro secções: i) A Geometria no currículo do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico; ii) Desenvolvimento do pensamento geométrico; iii) Os materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de tópicos de Geometria; e iv) Análise de estudos empíricos sobre a utilização de materiais didáticos.

No terceiro capítulo, *Enquadramento Contextual e Estratégias de Intervenção*, numa primeira secção apresentam-se a contextualização do agrupamento e das escolas e posteriormente caracterizam-se as turmas do 1.º Ciclo do Ensino Básico e do 2.º Ciclo do Ensino Básico onde decorreu a intervenção pedagógica. Na segunda secção deste capítulo menciona-se a metodologia de ensino e de aprendizagem e, por último, referem-se as estratégias de avaliação do ensino ministrado.

No quarto capítulo, *Desenvolvimento e Avaliação da Intervenção Pedagógica*, apresenta-se a análise e discussão de dados onde se descreve e avalia todo o processo de intervenção. Este capítulo é dividido em quatro secções: as duas primeiras referem-se à implementação da Intervenção Pedagógica na turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico e na turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico, respetivamente. A terceira e quarta secções contemplam a avaliação do ensino ministrado

dos alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico e dos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

No quinto capítulo, *Conclusão*, apresentam-se as principais conclusões do estudo tendo como referência o objetivo e as questões de investigação delineadas, as limitações e recomendações para futuros trabalhos desta índole.

Por fim, listam-se as Referências Bibliográficas consultadas e referidas no decorrer do relatório e, nos anexos, apresentam-se elementos que complementam a leitura do relatório.

CAPÍTULO II

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo é retratada uma revisão da literatura referente às principais temáticas que sustentam este relatório e que o enquadram. Este segundo capítulo encontra-se subdividido em quatro pontos: A Geometria no currículo do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico; o desenvolvimento do pensamento geométrico; os materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de tópicos de Geometria; e, por fim, a análise de estudos empíricos sobre a utilização de materiais didáticos.

2.1. A Geometria no currículo do 1º e 2º ciclos do ensino básico

A Geometria é um tema da Matemática essencial na interpretação e compreensão de fenómenos do quotidiano e na formação das pessoas, visto que, sem ela, “a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (Lorenzato, 1995, p. 5). Exemplo disso é a relevância que levou os antigos egípcios a desenvolver a Geometria, que, de acordo com Boyer (1996) surgiu da necessidade prática de fazer novas medições de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo. Sem marcos a delimitar os terrenos, os agricultores não conseguiam saber qual era a sua propriedade para poderem cultivar. Para demarcar novamente esses limites existiam os agrimensores egípcios que sabiam calcular perímetros e áreas de terrenos, decompondo-os em retângulos e triângulos. A necessidade de delimitar as propriedades levou à noção de figuras geométricas (retângulo, quadrado e triângulo), de perímetro e de área destas figuras.

Todavia, comparando o ensino da Geometria com o ensino de outros temas da Matemática, o currículo e a ‘escola’ não lhe têm dado a devida atenção, sendo normalmente “deixada para os finais dos anos lectivos e tratada a partir das definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos” (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011, p. 1). Apesar da sua importância, a Geometria tem sido desvalorizada por alguns professores especialmente nos anos iniciais (Vale & Pimentel, 2012). A relevância que a Geometria tem para humanidade, fez com que se destacasse nos programas de Matemática.

O atual programa de Matemática para o Ensino Básico assume uma “estrutura curricular sequencial” (MEC, 2013, p. 1), partindo do pressuposto de que a “aquisição de certos

conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente” (MEC, 2013, p. 1). Este programa privilegia os elementos essenciais, contidos no Programa de 2007, sobretudo no que diz respeito aos conteúdos contemplados, evidenciando-se como um normativo legal organizado por domínios e subdomínios para cada ano de escolaridade, assim como discrimina os objetivos gerais completados por descritores mais precisos.

No que concerne ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, relativamente ao domínio da Geometria, são evidenciadas as noções básicas “começando-se pelo reconhecimento visual de objetos e conceitos elementares como pontos, colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, paralelismo e perpendicularidade, a partir dos quais se constroem objetos mais complexos como polígonos, circunferências, sólidos ou ângulos” (MEC, 2013, p. 6). Porém, a investigação em educação matemática realizada mostra que a aprendizagem destes entes, atendendo a sua natureza abstrata, nem sempre se torna fácil de concretizar. Na perspetiva de Veloso, Brunheira e Rodrigues (2013), constata-se que a aprendizagem da Geometria deve ser feita a partir do meio envolvente e das ideias intuitivas das crianças, considerando que o desenvolvimento do sentido espacial se fundamenta na “observação, manipulação e transformação de objetos concretos, bem como das suas representações, conduzindo estas à construção de relações espaciais” (p. 6). Na mesma linha de pensamento, Ponte e Serrazina (2000) apontam que a aprendizagem da Geometria em níveis elementares “deve ser feita de um modo informal partindo de modelos concretos do mundo real das crianças, de modo a que elas possam formar os conceitos essenciais” (p. 165). Dado que a Geometria está presente no mundo que nos rodeia, torna-se fundamental explorar os conteúdos programáticos proporcionando experiências geométricas através das vivências dos alunos. Tal como aludem Mendes e Delgado (2008), o processo de ensino da Geometria deve “parti[r] do que as crianças fazem e observam nas suas experiências, progredindo para níveis mais elevados de compreensão dos conceitos geométricos associados a essas experiências” (p. 13).

O programa de Matemática para o 1.º Ciclo do Ensino Básico (MEC, 2013) destaca que os temas são “introduzidos de formas progressiva, começando-se por um tratamento experimental e concreto, caminhando faseadamente para uma conceção mais abstrata” (p. 6). No entanto, dado que algumas noções geométricas são introduzidas desde cedo de uma forma abstrata, Veloso et al. (2013) evidenciam que “em certa medida – no que toca ao grau de formalismo,

tecnicismo e abstração — este programa é demasiado ambicioso, ultrapassando os limites do que podemos pedir aos alunos do ensino básico” (p. 6).

No que respeita ao 2.º Ciclo do Ensino Básico, considerando o domínio da Geometria, verifica-se um aprofundamento dos conteúdos abordados no 1.º Ciclo do Ensino Básico bem como são introduzidos alguns “conceitos e propriedades – tão elementares quanto fundamentais – envolvendo paralelismo e ângulos, com aplicações simples aos polígonos” (MEC, 2013, p. 14). É ainda esperado que os alunos consigam “relacionar as diferentes propriedades estudadas com aquelas que já conhecem e que são pertinentes em cada situação” (idem) e ainda é solicitada a “realização de diversas tarefas que envolvem a utilização de instrumentos de desenho e de medida” (ibidem).

A nível internacional, a Geometria no currículo do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico é evidenciada em diversos documentos como é o caso do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007).

O NCTM (2007), ao valorizar a excelência do ensino e aprendizagem da matemática para todos os alunos, apresenta no documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* orientações para o ensino dos conteúdos e dos processos matemáticos a considerar na educação da matemática escolar. Tais normas são entendidas como “descrições daquilo que o ensino da matemática deverá permitir aos alunos saber e fazer” (NCTM, 2007, p. 31). As normas de conteúdo referem de forma explícita o que os alunos deverão aprender e as normas de processo realçam os meios de adquirir e utilizar os conhecimentos sobre os conteúdos. De acordo com as normas de Geometria do NCTM (2007), o ensino de tópicos deste tema deverão habilitar todos os alunos para:

- Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas;
- Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas. (p. 44)

De acordo com o NCTM (2007), do pré-escolar ao 2.º ano de escolaridade, os alunos deverão utilizar o seu próprio vocabulário para descrever objetos e discutir as suas semelhanças

e diferenças e, gradualmente, incluir a “terminologia convencional nas suas descrições de objetos bi e tridimensionais” (p. 113). Com este propósito, importa que os alunos observem uma diversidade de exemplos de figuras correspondentes ao mesmo conceito geométrico, bem como de figuras que sejam contraexemplos desse conceito. A dinamização destas atividades potencia a discussão na turma, a troca de ideias entre os alunos e entre os alunos e o professor, com o intuito de promover a aprendizagem dos conceitos geométricos em estudo.

Do 3.º ano ao 5.º ano de escolaridade, em conformidade com o NCTM (2007), os alunos deverão identificar, comparar e analisar as propriedades de formas bi e tridimensionais. Estes anos de escolaridade exigem pensar e fazer desenvolvendo, em simultâneo, o vocabulário matemático pelo facto de ouvirem termos usados repetidamente em contexto. À medida que os “alunos classificam, criam, desenham, modelam, traçam, medem e constroem, a sua capacidade de visualização das relações geométricas desenvolve-se” (NCTM, 2007, p. 191).

Do 6.º ano ao 8.º ano de escolaridade, de acordo com o NCTM (2007), os alunos analisam relações por meio de “visualizações, desenhos, medições, comparações, transformações e classificações de objetos geométricos” (p. 275). Podem ainda recorrer, por exemplo, à utilização e manipulação de objetos concretos, espelhos, programas de geometria dinâmica para que consigam mais facilmente formar imagens das figuras por meio de transformações.

Assim, a aprendizagem da Geometria deve estabelecer um fenómeno gradual, global, construtivo e social. Diz-se gradual com o intuito de ser gradualmente adquirida a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica. É global no sentido de uma propriedade ou figura não serem abstrações isoladas, mas relacionadas umas com as outras. Deve integrar um fenómeno construtivo uma vez que o aluno é o construtor do seu próprio conhecimento, suprimindo a transmissão de conhecimentos. Diz-se um ato social visto que é exercido entre o professor-aluno, aluno-aluno e aluno-comunidade (Matos & Serrazina, 1996).

Os vários documentos curriculares da atualidade nacionais e internacionais, convergem quando se referem que a Geometria é um tema de excelência para o desenvolvimento da visualização, do raciocínio e do pensamento geométrico da criança, que de acordo com Battista (2007) remete-nos para a competência de ver, analisar e refletir sobre objetos espaciais, imagens, relações e transformações.

2.2. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico

De forma a caracterizar, descrever, refletir, analisar e a compreender o mundo que nos rodeia recorreremos muitas vezes à Geometria, que é, por excelência, o conteúdo matemático que possibilita que os alunos aprendam a ver a estrutura e simetria presentes no mundo à sua volta (Breda et al., 2011). A Geometria é mais do que um conjunto de definições, sobretudo se considerarmos que se baseia na descrição de relações e do raciocínio geométrico. Com base nestes pressupostos, a Geometria é considerada como o conteúdo do currículo da matemática onde os alunos aprendem a “raciocinar e a compreender a estrutura axiomática da matemática” (NCTM, 2007, p. 44). De acordo com Battista (2007), a Geometria é “uma rede complexa interligada por conceitos, formas de pensamento e representação de sistemas que são usados para conceptualizar e analisar ambientes espaciais, físicos e imaginários” (p. 843). A complexidade com que se reveste a construção do conhecimento de alguns dos seus conceitos leva a Matos e Serrazina (1996) a considerar que a aprendizagem da Geometria deve “solicitar e desenvolver nos alunos a utilização de múltiplas capacidades” (p. 269). Na verdade, a Geometria constitui “um meio privilegiado de desenvolvimento da intuição e da visualização espacial” (Abrantes et al., 1999, p. 68). Para estes autores, no estudo de tópicos deste tema deve-se iniciar com experiências concretas e, de forma gradual, ampliar para processos mais formalizados a fim de desenvolver a capacidade de organização lógica do pensamento.

As primeiras experiências sobre tópicos geométricos são determinantes no modo como os alunos dos primeiros anos de escolaridade organizam as bases que sustentam o desenvolvimento da sua capacidade geométrica (Clements & Sarama, 2000). Tais experiências resultam de atividades como “construir, modelar, traçar, medir, desenhar, visualizar, comparar, transformar e classificar” (Abrantes et al., 1999, p. 73), que devem ser associadas à explicação e à justificação dos processos de pensamento, o que proporcionam um contexto adequado à utilização de uma linguagem geométrica significativa. Para Battista (2007), o raciocínio geométrico consiste na invenção e no uso formal de sistemas conceituais para investigar a forma e o seu espaço, levando os alunos a raciocinar mais precisamente sobre certos conteúdos. Por sua vez, grande parte do pensamento geométrico é fundamentada no raciocínio espacial, sendo este baseado na habilidade de observar, inspecionar e refletir objetos espaciais, imagens, relações e transformações.

Para a análise do desenvolvimento do pensamento geométrico, existem diversos estudos

e teorias que têm contribuído para a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem. Componentes do sentido espacial foram estudadas por Frostig, Horne e Miller (1989, 1994) que se focalizaram em aspetos da perceção visual, que associados a experiencias prévias, entende-se como a capacidade de reconhecer e discriminar estímulos visuais e interpretá-los. Pelo facto de se caracterizar como estímulo visual, não significa que essa interpretação ocorra nos olhos, na verdade, processa-se no cérebro interferindo com as nossas ações. Assim, Frostig, Horne e Miller (1989, 1994) caracterizaram cinco aspetos da perceção visual considerados relevantes na aprendizagem dos alunos, dentre os quais, a coordenação visual motora, a perceção figura-fundo, a constância percetual, a perceção da posição no espaço e a perceção das relações espaciais.

A coordenação visual-motora caracteriza-se por ser a capacidade de coordenar a visão com movimentos corporais. É uma dificuldade de controlo dos alunos que apesar de inicialmente necessitar de ser realizado um esforço mental para controlar os movimentos, vai sendo ultrapassado com o seu desenvolvimento.

Na perceção figura-fundo distingue-se por ser a capacidade de identificar um ponto de interesse, uma figura específica, um foco, sem que se desconcentrem com os fundos.

A constância percetual determina-se por ser a capacidade de reconhecer objetos ou figuras fora do seu contexto original, apresentado características diferenciadas como diferentes tamanhos, cores, texturas e diferentes posições no espaço.

A perceção da posição no espaço designa-se pela relação no espaço que um objeto tem com o seu observador, sendo fundamental ser desenvolvida antes de iniciar o ensino formal de forma a colmatar possíveis constrangimentos como inversões na escrita.

Por último, a perceção das relações espaciais entende-se por ser a capacidade de perceber a posição dos objetos relativamente ao próprio e a outros (Frostig, Horne & Miller, 1989, 1994; Gordo, 1993; Hoffer, 1977).

As estas cinco capacidades sintetizadas, Del Grande (1990) acrescenta às capacidades existentes a memória visual e a discriminação visual. A memória visual caracteriza-se por ser a capacidade de lembrar, explicitamente, objetos que deixam de estar visíveis e a discriminação visual representa a capacidade para identificar semelhanças e diferenças entre os objetos.

Lorenzato (2011) caracteriza de forma similar algumas das capacidades supramencionadas: a discriminação visual, a memória visual, a coordenação visual-motora, a conservação da forma e de tamanho, similar à constância percetual, a decomposição de campo

que se assemelha à percepção figura-fundo, evidenciado também o seu inverso - a composição de campo, que a partir das suas partes identifica o todo e, por último, a equivalência por movimento, que se caracteriza por entender a equivalência de forma entre figuras em diferentes posições.

Das teorias que têm contribuído para a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem destaca-se também o modelo de van Hiele por estabelecer uma descrição precisa do desenvolvimento desse pensamento.

Teoria dos van Hiele

O modelo de desenvolvimento geométrico desenvolvido por Dina e Pierre van Hiele, referido a partir de então apenas por van Hiele, idealiza uma forma de abordar e avaliar o desenvolvimento do raciocínio em Geometria. Conforme refere Matos (1999),

Pierre preocupava-se pelo *insight* e Dina na ênfase da manipulação de formas, no uso de geoplanos e no desenho usando réguas e compassos. Os seus alunos desenhavam, dobravam, argumentavam, comparavam e observavam. Essas atividades estão no centro das recomendações de hoje para atividades geométricas (pp. 37-38).

O modelo, estruturado por cinco níveis, preconiza uma forma de identificar o grau de maturidade geométrica dos alunos e sugere estratégias para que estes possam progredir de um nível para outro. Contrariamente à perspectiva piagetiana, o modelo de van Hiele (1999) defende que o desenvolvimento do aluno está mais dependente das atividades de ensino do que da sua idade, as quais podem fortalecer ou impedir esse desenvolvimento. Baseando-se nesta teoria, os alunos progridem através de diferentes níveis descritivos e qualitativos de raciocínio geométricos. Os níveis são sequenciais e hierárquicos, por isso, para os alunos funcionarem adequadamente num dos níveis avançados têm de passar pelos níveis mais elementares (Battista, 2007). Para que um aluno possa estar em determinado nível, necessita ter adquirido por meio de vivências, experiências e atividades de aprendizagem adequadas aptidões dos níveis anteriores. Nesta linha de pensamento, o professor tem um papel crucial na aprendizagem dos alunos. Sem as experiências adequadas, o progresso através dos níveis é limitado (Ponte & Serrazina, 2000, p. 178).

O pensamento geométrico progride de forma lenta e gradual “desde as formas iniciais de pensamento até às formas dedutivas finais onde a intuição e a dedução se vão articulando” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 179). Tal como referido, a progressão da aprendizagem da Geometria de

acordo com o modelo de van Hiele desenvolve-se através de cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme se apresentam na Tabela 1.

Tabela 1. Níveis de aprendizagem de Geometria segundo o modelo de van Hiele (Ponte & Serrazina, 2000, p. 178)

Níveis de aprendizagem da Geometria (van Hiele)

Nível 1: Visualização – Os alunos compreendem as figuras globalmente.

Nível 2: Análise – Os alunos entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades.

Nível 3: Ordenação – Os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras.

Nível 4: Dedução – Os alunos entendem a Geometria como um sistema dedutivo.

Nível 5: Rigor – Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

No *nível I*, designado de visualização ou reconhecimento, as figuras geométricas são entendidas de uma forma global pela sua aparência. O aluno que se encontra neste nível não reconhece ainda as suas partes ou propriedades, reproduz figuras dadas, aprende vocabulário geométrico básico e relaciona as formas geométricas com objetos do quotidiano, reconhecendo as figuras geométricas pelo seu aspeto e posição. A perceção dessas figuras é apenas visual.

O *nível II*, chamado de análise, é um nível descritivo onde o aluno já passou pelo nível de reconhecimento das figuras passando agora, através da observação e experimentação, a comparar e analisar as figuras pelas suas propriedades. O aluno que se encontra neste nível entende as figuras como um conjunto das suas propriedades e usa os seus componentes e atributos para as descrever e caracterizar. Contudo, não entende que uma figura pode conter vários nomes, não tem a perceção da inclusão em classes, e não consegue explicar relações entre propriedades.

No *nível III*, denominado de ordenação ou dedução informal, o aluno estabelece relações entre propriedades tanto de uma figura como entre figuras e ordena-as lógica e hierarquicamente. Neste nível, o aluno compreende as relações abstratas entre figuras e pode usar a dedução para justificar as observações feitas no nível II. No entanto, o aluno ainda não compreende o papel da definição de uma dada propriedade e da capacidade de construir provas formais, o significado da dedução como um todo nem o papel dos axiomas.

No *nível IV*, intitulado de dedução formal, é compreendido o significado da dedução e a Geometria é entendida como um sistema axiomático. O aluno deduz teoremas, estabelece inter-relações entre teoremas e manipula as relações desenvolvidas no nível III. Um aluno neste nível realiza demonstrações sem recorrer à memorização e compreende a interação de condições necessárias e suficientes.

O último nível, o *nível V*, designado de rigor, é de todos o que adquire uma maior natureza de abstração, não envolvendo necessariamente, por essa razão, modelos concretos. É neste nível que os sistemas axiomáticos são estudados (Breda et al., 2011; Crowley, 1987; Matos, 1999; Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000; Ponte et al. 2002).

A partir do trabalho de van Hiele, muitos foram os estudos realizados sobre os níveis de pensamento geométrico, em que alguns deles surgem designado de forma ligeiramente diferente. Por exemplo, Crowley (1987) numerou os níveis de 0 a 4 e designou-os respetivamente de visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor, ou seja, considera o nível I como sendo o nível 0 a que designa de nível básico. Clements e Battista (1992) descreveram a existência de um nível de pensamento geométrico anterior ao nível I de van Hiele, o nível 0, pré-reconhecimento, antecedente ao da visualização, onde a percepção imatura dos alunos faz com que apenas atendam a subconjuntos de características das formas. Assim, os alunos não distinguem exemplos de não-exemplos e as imagens mentais ainda não estão devidamente formadas (Battista, 2007)

Para além da compreensão de cada um dos níveis supracitados, os van Hiele identificaram algumas propriedades gerais que caracterizam o seu modelo:

- 1) *Sequencial*: deve-se seguir sequencialmente através dos níveis e só é possível ter sucesso num nível posterior se tivermos adquirido as estratégias dos níveis anteriores.
- 2) *Progresso*: o progresso ou não de um nível para outro provém mais do conteúdo e dos métodos de ensino do que propriamente da idade.
- 3) *Intrínseco e extrínseco*: os objetivos implícitos num determinado nível tornam-se explícitos no nível seguinte.
- 4) *Linguística*: cada um dos níveis contém a sua própria linguagem e sistemas de relações próprios que os ligam.
- 5) *Desajustamento*: quando duas pessoas não raciocinam no mesmo nível, por exemplo, se o ensino ocorrer num nível superior ao do aluno, a aprendizagem e o progresso pode não se verificar. (Crowley, 1987; Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000; Ponte et al. 2002)

De acordo com modelo de van Hiele, a passagem de um nível para o seguinte não é um processo natural, mas depende das atividades de ensino e de aprendizagem. Nesta perspetiva, para que os níveis de pensamento geométrico sejam gradualmente alcançados, o professor e as metodologias que adota são determinantes. Assim, o modelo de van Hiele apresenta uma sequência didática, constituída por cinco fases sequenciais para a aprendizagem de cada nível.

Fase 1 – *Inquirição ou informação* – é a fase de diálogo e da atividade acerca dos objetos de estudo entre os alunos e o professor. É nesta fase que o professor percebe os conhecimentos prévios dos alunos e os alunos percebem o rumo que o estudo irá levar.

Fase 2 – *Orientação guiada* – é nesta fase que os alunos, devidamente orientados, exploram os tópicos a estudar. O professor introduz sequencialmente materiais ou atividades e tem o papel de orientar os alunos para que estes se envolvam na exploração com o intuito de procurar redes de relações existentes.

Fase 3 – *Explicitação* – baseados em experiências anteriores, é nesta fase que se gere uma discussão sobre os resultados obtidos. Os alunos devem-se exprimir e partilhar as suas visões emergentes sobre as suas observações. O professor deve ajudar os alunos na utilização de linguagem precisa e apropriada, no entanto, o papel do professor é mínimo.

Fase 4 – *Orientação livre* – nesta fase os alunos realizam tarefas mais complexas, com muitos passos, que podem ser completadas de várias formas e onde expandem os seus conhecimentos.

Fase 5 – *Integração* – é nesta fase que os alunos reveem, sintetizam e tiram conclusões sobre o que aprenderam com o propósito de adquirir uma visão geral dos conteúdos estudados. (Crowley, 1987; Matos & Serrazina, 1996); Ponte & Serrazina, 2000; Ponte et al. 2002)

No final da quinta fase, os alunos atingem um novo nível de pensamento. É de destacar que o novo domínio de pensamento substitui o antigo e os alunos estarão habilitados a repetir cada uma das fases de aprendizagem para o nível seguinte (Crowley, 1987; Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000). Todavia, apesar desta teoria se constituir como um referente e possa ser benéfica ao processo de ensino e de aprendizagem, manifesta algumas limitações. Matos (1999) alega que esta teoria não contempla especificamente áreas importantes da aprendizagem da Geometria, como a orientação espacial, a medida, a trigonometria ou a geometria analítica. De acordo com Matos (1992), devido ao papel atribuído ao professor como sendo a fonte de conhecimento da sala de aula, esta teoria não possibilita que os alunos desenvolvam um conhecimento matemático autónomo. Uma outra limitação desta teoria prende-se com o facto de os alunos não serem considerados como um grupo heterogéneo, com ritmos e aptidões distintos.

2.3. Os materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de tópicos de Geometria

Quando bem orientada, a aprendizagem da matemática possibilita nos alunos que se desenvolva a capacidade de raciocínio lógico com clareza e rigor (Damas, Oliveira, Nunes & Silva, 2010). É fundamental desde cedo fomentar um processo de ensino e de aprendizagem que se

baseie em vivências e experiências que procedam ao desenvolvimento do pensamento lógico-matemático de forma a promover uma aprendizagem voltada para a experimentação e descoberta do conhecimento. As orientações atuais para a aprendizagem da matemática apontam para um processo ativo, onde a criança possa construir, modificar e integrar ideias com o mundo físico, materiais e com os seus pares (Caldeira, 2009). Neste sentido, cabe ao professor proporcionar ambientes de aprendizagem que motivem os alunos para a descoberta, através de atividades de exploração que os faça testar, discutir e aplicar ideias. Na *escola atual*, é indispensável que as crianças sejam ouvidas e o professor oriente o seu pensamento de forma a integrar ou reestruturar os novos saberes (NCTM, 1994, p. 21).

Na realização de atividades matemáticas, a resposta nem sempre é o mais importante, mas sim todo o processo e o desenvolvimento que levou o aluno a conjecturar e a refletir (Boavida et al., 2008). O aluno ao poder manipular o concreto, observar, desfazer e montar, desperta a sua curiosidade e incentiva-o a criar os seus próprios conceitos de determinados conteúdos. Como refere Piaget (1998), o aluno ao manusear o material, constrói o seu próprio conhecimento. Esta utilização evidencia a atividade de experimentação, que, segundo Lorenzato (2006),

facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar (p. 72).

Assim, a construção do conhecimento está correlacionada com a visualização do que é material, de modo a que o aluno tenha a oportunidade de interpretar o que vê, desenvolver o raciocínio, averiguar o que é verdadeiro sem que seja prontamente levado a aceitar. A produção do conhecimento com autonomia, com criatividade, com criticidade e espírito investigativo provoca a interpretação do conhecimento e não apenas a sua aceitação. Com base nestes pressupostos, importa que o professor na sua prática pedagógica proponha a realização de projetos que provoquem um estudo sistemático, tarefas de estrutura aberta, para ultrapassar a visão de que o aluno é produto e objeto, e torná-lo sujeito e produto do próprio conhecimento (Moran, Masetto & Behrens, 2006).

A matemática, ao longo dos tempos, tem sido abordada de forma abstrata, com escassas demonstrações concretas e sem o recurso à contestação com a realidade (Silveira, Novello & Laurino, 2011). Na verdade, diversos autores (eg. Caldeira, 2009; Cascallana 1988; Damas et al.,

2010; Hartshorn & Boren, 1990; Lorenzato, 2006; Matos & Serrazina, 1996; MEC, 2013; Serrazina, 1991; Serrazina, 1990; Vale, 2002) defendem que na construção do conhecimento de conceitos matemáticos se deve desenvolver e progredir do concreto para o abstrato, evidenciando a importância dos materiais didáticos neste processo. Em conformidade com Ponte e Serrazina (2000) os conceitos e as relações matemáticas são entes abstratos, mas que se podem representar em diversos tipos de suportes físicos. Segundo estes autores, a manipulação de materiais didáticos, convenientemente orientada, pelos alunos “pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e actividades, permitindo assim a sua melhor estruturação” (p. 116). No mesmo sentido, Cascallana (1988) refere que “é preciso partir da manipulação de objetos concretos para passar à fase representativa, e desta a outra mais abstrata” (p. 28). Numa mesma perspetiva, é afirmado por Hartshorn e Boren (1990) que a experimentação baseia-se na ideia de que o envolvimento ativo aumenta a aprendizagem dos alunos, e aplicar essa ideia à matemática é difícil pela abstração que lhe é inerente: “one practical route for bringing experience to bear on students’ mathematical understanding, however, is the use of manipulatives” (p. 2). Também Damas et al. (2010) mencionam que “antes da fase de abstração as crianças devem passar por situações concretas que lhes permitam, não só a construção de certos conceitos, como também uma melhor estruturação dos mesmos” (p. 5). Deste modo, os materiais didáticos configuram uma forma concreta de os alunos conectarem e interligarem novos conhecimentos, maioritariamente abstratos, aos conhecimentos anteriormente adquiridos, dando-lhes significado. (Stein & Bovalino, 2001).

Ora, os materiais didáticos são, evidentemente, um recurso fundamental e indispensável na aprendizagem da matemática, em geral, e da Geometria, em particular. Importa então referir o que diversos autores entendem sobre a noção de material didático. Na literatura, termos como “materiais didáticos”, “materiais manipuláveis”, “materiais concretos” e até “materiais curriculares” surgem com sentidos sobrepostos que apesar de serem semelhantes e de se poderem englobar uns nos outros, não têm propriamente o mesmo significado.

O termo material didático é definido por Bandeira (1994) como uma variedade de materiais pedagógicos que podem ser usufruídos em contexto didático. Este autor classifica-os em três categorias: em impressos, em audiovisuais e em novas tecnologias. Uma classificação análoga é feita por Graells (2000), ao distinguir entre os materiais didáticos os convencionais, os

audiovisuais e as novas tecnologias. Independentemente do tipo de material didático, a sua integração nas atividades de sala de aula tem por finalidade facilitar o processo de ensino e de aprendizagem, instruir, informar, analisar e experimentar. Para este autor, os materiais didáticos são um recurso educativo, no entanto, um recurso educativo que se utilize numa situação de ensino e aprendizagem pode ser ou não um material didático. Esta distinção não parece ser consensual, como se verifica na perspetiva que Ribeiro (1995) apresenta de material didático como todo o recurso utilizado em contexto educativo que visa promover e facilitar o processo de ensino e de aprendizagem. Entre os materiais didáticos, este autor destaca os materiais manipuláveis que os designa como “qualquer objeto concreto que incorpora conceitos matemáticos, apela a diferentes sentidos, podendo ser tocado, movido, rearranjado e manipulado pelas crianças” (p. 6).

Botas (2008) considera que os materiais didáticos são “materiais manipuláveis, calculadoras, manuais escolares, fichas e guiões de grupo e outros mais, que possibilitam ao professor desenvolver um ensino centrado no aluno e na sala de aula e que auxiliam a aprendizagem desenvolvendo uma atitude positiva nos alunos face à matemática” (p.30).

Lorenzato (2006) defende que os materiais didáticos consistem em quaisquer materiais que sejam propícios ao processo do ensino e de aprendizagem, auxiliando, segundo Vale (2002), o professor de forma a proporcionar aos alunos oportunidades de aprendizagem. Esta autora categoriza os materiais didáticos em três tipos: concretos, pictóricos e abstratos/simbólicos. Os materiais concretos são os que possibilitam o contacto direto e que permitem “representar uma ideia matemática através de objetos a três dimensões” (Vale, 2002, p. 7). Estão neles incluídos os materiais comuns, presentes no quotidiano, como palhinhas e folhas de papel, e os materiais educacionais como o geoplano e o mira. Os materiais pictóricos são caracterizados por desenhos, imagens de materiais concretos ou demonstrações com o propósito de representar “ideias matemáticas entre o concreto e o simbólico” (Vale, 2002, p. 8). Já os materiais simbólicos apresentam uma ideia matemática através da leitura e escrita, audição e da utilização de numerais e sinais universais.

Consoante Gellert (2004), desde que suceda sob a orientação de um professor com o intuito de desenvolver atividades matemáticas, o material didático pode ser qualquer objeto utilizado em contexto de sala de aula de Matemática tais como histórias, perguntas e desenhos.

Existem ainda autores que ao caracterizarem materiais manipuláveis, por vezes, fundem os termos dando a entender que se referem a materiais didáticos. Neste ponto de vista, para Serrazina (1991) os materiais manipuláveis correspondem a “objectos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem” (p. 37). Para Jacobs (1987), os materiais didáticos são objetos utilizados pelos alunos de forma a possibilitar uma aprendizagem ativa de determinado conceito.

As diversas definições de material didático dos autores supracitados convergem num ponto fundamental que, apesar de certas diferenças, é evidenciado que quando convenientemente aplicado em contexto educativo, desenvolve aptidões que culminará numa aprendizagem significativa. É importante ressaltar ainda a referência a materiais manipuláveis, sendo estas associadas ao lúdico, ativo, dinâmico, criativo, interativo. Passos (2004) salvaguarda justamente que “os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa” (p. 5). Ora, o conceito de material manipulável é apresentado por outros autores que acrescentam a particularidade de serem objetos tocáveis. Exemplo disso é a perspectiva que Reys (1982) apresenta como sendo material manipulável todo o material que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manusear e movimentar, podendo ser objetos do quotidiano ou objetos que servem para representar uma ideia.

De acordo com Hartshorn e Boren (1990), os materiais manipuláveis podem ser definidos como “objetos que podem ser tocados e movidos pelos alunos para introduzir ou reforçar um conceito matemático” (p. 2). No mesmo sentido, Vale (1999), sustentando o pensamento de objeto em movimento, esclarece o conceito de material manipulável como “todo o material concreto, de uso comum ou educacional, que permita, durante uma situação de aprendizagem, apelar para os vários sentidos dos alunos devendo ser manipulados e que se caracterizam pelo envolvimento activo dos alunos” (p. 112).

Neste seguimento de ideias, Velosa (2008) categoriza os materiais manipuláveis em dois grupos distintos: os materiais manipuláveis estruturados e os materiais manipuláveis não estruturados. A distinção estabelece-se pela intencionalidade na conceção do próprio material. Os primeiros foram idealizados com o objetivo específico para o ensino da matemática e para a aprendizagem de um conceito ou procedimento. Os não estruturados, apesar da possibilidade de suportar a compreensão de determinado conceito, são quaisquer materiais disponíveis, maioritariamente improvisados. No entanto, quer seja estruturado ou não estruturado, uma vez

que fomenta a observação tanto do material como do conteúdo matemático a aprender, terá sempre um papel fundamental no ensino e na aprendizagem da matemática já que “permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos” (Ponte et al., 2007, p. 21).

Atualmente, nem todos os materiais didáticos são exclusivamente palpáveis. Com o avanço da tecnologia, é possível visualizar e manipular virtualmente. Neste sentido, “a tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações em geometria, ao fornecer um meio de visualizar noções geométricas sobre diferentes perspectivas” (Breda et al., 2011, p. 21). Esta nova categoria de materiais tem vindo a ser definida como ‘manipuláveis virtuais’ que, de acordo com Moyer, Bolyard e Spikell (2002), elucidam para duas representações visuais: a estática - que não possibilita modificações na sua estrutura física resumindo-se apenas à sua visualização, e a dinâmica - que permite transformações contínuas. No entanto, apesar de ambas serem manipuláveis virtuais, a representação visual dinâmica consiste nos verdadeiros manipuláveis virtuais tendo em vista que tanto podem ser manualmente manipulados como também podem ser manipulados através do computador. Em conformidade com Morais e Palhares (2006), a tecnologia possibilita aos alunos explorar determinados conteúdos que outras ferramentas não o permitem.

Neste trabalho, considera-se material didático todo o material manipulável ou de outra natureza, que possibilita ao professor desenrolar atividades centradas no aluno, onde este seja o construtor do seu conhecimento para que assumam uma atitude positiva em relação à matemática. Importa essencialmente motivar os alunos, estimular o seu pensamento lógico, despertar o interesse, promover a autonomia e sobretudo que tenham uma atitude ativa e dinâmica face à disciplina de matemática.

Apesar dos diferentes conceitos atribuídos ao termo ‘material didático’, toda a sua utilização tem, no entanto, uma finalidade subjacente. Neste sentido, de acordo com Jesus e Fini (2005), a utilização de materiais didáticos tem o intuito de chamar a atenção do aluno para que este consiga, facilmente, concentrar-se e apreender os conteúdos abordados. Assim, os materiais didáticos poderão funcionar como um estímulo, proporcionando uma maior motivação e conseqüentemente uma melhor qualidade de aprendizagem. Na perspetiva de Gellert (2004), a utilização de materiais didáticos deve ser encarada como ferramentas para que os alunos, progressivamente, adquiram mais conhecimentos através do seu uso. Quando os alunos já

conseguem tirar proveito pedagógico da utilização de materiais didáticos, estes tornam-se num excelente auxílio ao trabalho do professor, na medida em que os alunos se tornam mais autónomos e menos dependentes. Os materiais didáticos têm a particularidade de respeitar o ritmo de trabalho de cada aluno. Cada um é diferente e têm diferentes pensamentos. Neste sentido, possibilita que cada aluno desenvolva estratégias próprias não correndo o risco das informações ficarem mal compreendidas e conseqüentemente de não ocorrer aprendizagem. As experiências com materiais tendem a despertar nos alunos a curiosidade e entusiasmo, permitindo-lhes que progridam continuamente ativas, criativas e questionadoras (Damas, Oliveira, Nunes & Silva, 2010). É essencial que os alunos tenham uma atitude positiva e aberta em relação à Matemática. Rêgo e Rêgo (2006) defendem que a utilização de materiais didáticos, com a sua adequada utilização, possibilita aos alunos ampliar as suas concepções “sobre o que é, como e para quê aprender matemática, vencendo mitos e preconceitos negativos” (p. 43). Assim, e em consonância com Matos e Serrazina (1996), “ambientes onde se faça uso de materiais manipuláveis favorecem aquela aprendizagem e desenvolvem nos alunos uma atitude mais positiva” (p. 193).

Para que os alunos tenham uma aprendizagem significativa, é imprescindível que explorem, manipulem, sejam criativos, enfim, que sejam ativos no seu processo de aprendizagem. Assim, é incontestável a importância do uso dos materiais didáticos na realização de atividades de aprendizagem. Ponte et al. (2007) salientam esta importância da utilização dos materiais "nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas" (p. 14). Os alunos apreendem melhor os conteúdos e conceitos se visualizarem ideias. A manipulação possibilita a clarificação dessas ideias e permite perceber atributos através de representações (Ribeiro, 1995). Partindo deste ponto de vista, os materiais didáticos constituem um papel determinante como recurso no processo de ensino e de aprendizagem, sendo o papel do aluno ativo exercendo uma função dinamizadora da aquisição de conhecimentos através de uma ferramenta lúdica e motivadora (Botas & Moreira, 2013).

O papel dos materiais didáticos revela-se de extrema importância e subsistem algumas vantagens aquando a sua utilização. De acordo com Matos e Serrazina (1996), uma das vantagens evidenciadas é a possibilidade de o aluno estabelecer relações de e entre conceitos matemáticos com a Matemática. Outro aspeto importante reside da proximidade dos materiais didáticos a situações da realidade proporcionando uma adequada compreensão. Este aspeto é corroborado

e complementado por Gomes (2010) quando refere que “ligar a Matemática à vida real permite realçar a sua importância no desenvolvimento da sociedade actual quer do ponto de vista científico, quer social” (p. 132). Continuamente, a interação com o material possibilita que o aluno reflita, procure respostas e se interrogue sobre o que explorou. A exploração pode auxiliar os alunos na clarificação dos atributos essenciais e não essenciais dos conceitos em estudo assim como na verificação de certas propriedades (Joyce & Weil, 1996). A utilização de materiais didáticos poderá ser benéfica, com resultados positivos na aquisição e construção do conhecimento matemático.

Todavia, apesar da potencialidade da sua utilização no ensino e na aprendizagem, existem autores que apresentam entraves ao seu uso. Para Matos e Serrazina (1996), os materiais didáticos poderão funcionar como um obstáculo à aprendizagem pela circunstância de os alunos poderem não relacionar as experiências concretas com a matemática formal. Segundo os mesmos, a interpretação que fazem do material pode não ser a prevista pelo professor. Becker e Selter (1996) recomendam alguma restrição quanto à sua utilização. Para estes autores, o material didático pode dificultar a aprendizagem, dado que tais ferramentas poderão ser interpretadas de diferentes formas, onde os significados pretendidos têm que ser construídos pelos alunos, tendo o professor um papel fulcral de mediador no processo de ensino e de aprendizagem.

O professor é o elemento basilar da mudança, visto que tem um papel fundamental no contexto que vivencia. Assim, é essencial que os professores criem ambientes de aprendizagem estimulantes para que os alunos se sintam motivados e consigam, sobretudo, fazer uma conexão mental entre o concreto e o abstrato. É o professor que deve seleccionar cuidadosamente o material adequado e decidir como, quando e porquê o usar (Serrazina, 1990). Torna-se fundamental que os professores tenham tempo e espaço para refletir e idealizar para que as atividades sejam coerentes, ao invés das aprendizagens dos alunos serem fruto de situações mecanizadas e rotineiras (Stein & Bovalino, 2001). Compete ainda ao professor ser perspicaz relativamente a diferenças individuais de cada aluno, para que consiga adequar e orientar o ensino de forma a promover o seu desenvolvimento.

Para Rêgo e Rêgo (2006), é fundamental que o professor deixe os alunos explorar livremente o material a ser utilizado, criando oportunidades aos alunos para interagir, comunicar e partilhar as suas ideias. Esta ideia é corroborada por Ponte e Serrazina (2000) quando referem que os materiais devem ser primeiramente manipulados pelo aluno, assim como garantir que o aluno saiba efetivamente qual a tarefa para a qual é suposto usar o material. Neste seguimento,

“é tão ineficaz ser o professor a usar o material, com o aluno a ver, como ter o aluno a mexer no material sem saber o que está a fazer” (p. 116). Pois bem, para a aprendizagem ser significativa é necessário que, desde cedo, haja uma “verdadeira acção por parte da criança e não uma simples reprodução do que foi dito pelo professor” (Matos & Serrazina, 1996, pp. 197–198).

Mais importante do que o material explorado pelo aluno, é a experiência que o mesmo efetiva. Apesar da ideia de que a Matemática implica exploração, é importante entender que não se trata exclusivamente de atividade física, mas sobretudo, de atividade mental (Serrazina, 1990). Tal como refere Alsina (2004), “não é a manipulação em si o importante do ponto de vista da aprendizagem matemática [mas] a acção mental que é estimulada quando as crianças têm a possibilidade de ter os objetos e os diferentes materiais nas suas mãos” (pp. 8-9).

De acordo com vários autores e recomendações de programas de matemática (eg. Januário, 2008; Lorenzato, 2006; ME, 2001; Pimm, 1995; Ponte et al., 2007; Serrazina, 1990; Smole, 1996; Vale, 2002), não há garantia que haja aprendizagem pela simples utilização de materiais didáticos visto que, tal como refere Botas (2008), “os materiais não são mágicos e não detêm o significado e discernimento por si só” (p. 35). Não obstante, a manipulação representa uma fase necessária e indispensável na aquisição de competências matemáticas. Apesar da importância da utilização de materiais didáticos, nem sempre a exploração culmina em aprendizagem. Para que tal aconteça, é essencial não só a acção do professor como mediador do processo, mas também o significado da situação, a acção do aluno e a sua reflexão sobre a mesma (Nacarato, 2005; Silveira, Novello & Laurino, 2011). Esta visão é apoiada por Clements (1999) quando assume a necessidade de ocorrer uma reflexão relativamente à atividade desenvolvida com a utilização dos materiais, de forma a compreender efetivamente os conceitos matemáticos que estão relacionados com a acção realizada. Esta ideia é corroborada por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) quando afirmam que “para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em actividades concretas, é preciso que ele se envolva no processo de reflexão sobre essas actividades” (p. 25). Desta forma, os autores defendem que o recurso a materiais e instrumentos tecnológicos é indispensável, mas estes devem constituir um meio e não um fim.

A aprendizagem não constitui uma consequência do uso de materiais didáticos, mas, sobretudo, de dois aspetos principais: a tarefa que os alunos realizam e a reflexão que sobre ela efetuam (Ponte, 2005). O professor, ao proporcionar a reflexão e discussão dos resultados, incita

a descoberta de competências educativas ao nível da expressão e comunicação por parte dos alunos (Caldeira, 2009). É importante ressaltar que embora a utilização do material por si só não determina a aprendizagem eficaz e significativa, é essencial possibilitar aos alunos a oportunidade de manusear os materiais de forma a envolvê-los nas diferentes situações da aprendizagem. Assim, “o essencial é a natureza da atividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim” (Ministério da Educação, 2001, p. 71).

2.4. Análise de estudos empíricos sobre a utilização de materiais didáticos

Em Portugal, realizaram-se alguns trabalhos de investigação centrados na utilização de materiais didáticos. Ao analisar a investigação em Educação Matemática em Portugal entre os anos 80 e 90, Ponte, Matos e Abrantes (1998) constatam que os materiais didáticos não são muito utilizados com a exceção dos tradicionais quadro, giz e manual escolar. Ainda que as tecnologias sejam vigorosamente recomendadas nos programas, tal facto não se reflete na prática pedagógica. Os autores justificam tais resultados com as concepções de ensino de índole tradicionalista que alguns professores apresentam sobre o ensino da Matemática.

Em 2002, Vale ao analisar o trabalho de alguns autores, tanto na área de matemática como na de psicologia (eg. Bruner, 1960; Dienes, 1975; Fennema, 1982; Piaget, 1977; Pimm, 1996; Post, 1988; Reys, 1982), considera que os ambientes de aprendizagem significativos são os recorrentes da utilização de materiais concretos que permitam experiências matemáticas. Estes materiais são facilitadores uma vez que possibilitam a compreensão de situações abstratas com suporte em experiências concretas.

Um estudo realizado por Almiro (2004) procurou compreender de que modo a utilização de materiais e de tecnologia influencia o contexto de aprendizagem assim como as limitações sentidas pelo professor quando envolve a sua utilização. Este estudo teve a participação de 24 alunos do 8.º ano de escolaridade no tópico de Geometria. Nesta investigação, a recolha de dados foi realizada através de entrevistas, de questionários, na observação de aulas, nos registos de observação das aulas efetuados por dois colegas e gravações em áudio das reflexões conjuntas das aulas assistidas. Almiro retira deste estudo que os recursos utilizados constituíram um contexto motivador para os alunos na medida em que contribuíram positivamente para o modo como se envolveram nas atividades. Apesar de possibilitarem concretizações e de serem auxiliares indispensáveis, não é uma chave milagrosa para todas as dificuldades sentidas. Os alunos

revelaram falta de autonomia, de persistência e de métodos de trabalho. No entanto, o autor reconhece dificuldades que se prendem com a condução das aulas, nomeadamente, em prestar um apoio eficaz a todos, em escolher as melhores ajudas a prestar aos alunos, em dar atenção aos alunos mais calados que por vezes são os que têm necessidade de maior apoio e em gerir o tempo.

Um outro estudo foi realizado por Botas (2008), de cariz quantitativo com características descritivas, sobre a utilização de materiais didáticos na disciplina de Matemática, envolvendo 53 professores de duas escolas do 1.º ciclo do ensino básico. Neste estudo, a recolha de dados foi realizada através de um questionário que surgiu de uma entrevista exploratória e pré-teste do questionário. O objetivo desta investigação consistiu em conhecer a forma como os professores integram os materiais didáticos nas suas aulas, analisar quais os materiais usados pelos professores na sua aula de Matemática e verificar de que forma os materiais são utilizados pelos docentes nas suas aulas de Matemática. A investigadora conclui que os professores veem o material didático como sendo um objeto que visa a motivação do aluno, auxiliando-o na concretização e construção dos conceitos matemáticos. Os professores afirmaram usá-los muitas vezes e para a seleção dos materiais a utilizar baseiam-se em critérios como o conteúdo a trabalhar, as características dos alunos, a existência do material em quantidade suficiente e saber explorar o material. Os professores destacam ainda a importância do material didático nas aulas de Matemática uma vez que consideram que melhora a compreensão dos conteúdos e proporciona ao aluno a construção do seu próprio conhecimento.

O estudo realizado por Caldeira (2009), de natureza qualitativa com a participação de 162 crianças com idades compreendidas entre os 5 e os 6 anos e seis educadoras, consistiu em averiguar a importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática. A recolha de dados foi realizada através de sessões filmadas, fichas de avaliação aplicadas a todas as crianças e entrevistas às seis educadoras. A investigadora conclui que na prática educativa, a utilização de materiais como mediadores de uma aprendizagem que se pretende significativa, permite que a criança se relacione com o meio e desenvolva capacidades intelectuais, afetivas e sociais. Este estudo permite inferir que as crianças beneficiam quando há manipulação de materiais desde muito cedo, que a sua utilização permite-lhes desenvolver um raciocínio matemático e a capacidade para resolverem problemas do quotidiano e que o ensino e a aprendizagem devem incidir em estratégias criativas e na resolução de problemas.

Mais tarde, Botas e Moreira (2013) efetuaram um estudo de natureza quantitativa com características descritivas sobre *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1.º Ciclo*, com a participação de 49 professores e com o objetivo de analisar o que os professores pensam sobre os materiais didáticos, quais são os materiais didáticos mais utilizados, quais os motivos que levam os professores a utilizarem os materiais e ainda averiguar em que tipo de atividades são utilizados os materiais. A recolha de dados foi realizada através de questionários. As autoras concluem que a maioria dos professores assume que o material didático corresponde a um conjunto de coisas ou objetos que possibilita o aluno sentir, movimentar e manipular e que age como um elemento motivador. Destaca-se ainda que os professores recorrem com maior frequência a materiais disponíveis na sala de aula como o lápis, papéis, caixas, mesas..., o próprio corpo, réguas, ábaco e manual escolar. Contudo, corroboram que a quantidade de materiais didáticos existentes nas escolas é insuficiente. Assim, salienta-se deste estudo que, essencialmente, os materiais didáticos são, efetivamente, indispensáveis para os professores do 1.º Ciclo e que constituem um importante auxílio para a aprendizagem da Matemática.

Assim, são vários os investigadores que referem que os materiais didáticos assumem um papel de facilitadores na aprendizagem em Matemática. No entanto, a utilização destes materiais depende de inúmeros fatores. A título de exemplo destaca-se a forma como o professor introduz e promove o material didático, assim como o seu conhecimento na sua utilização. Por outro lado, a correta exploração por parte dos alunos é essencial dado que apenas desta forma a sua aprendizagem se tornará significativa.

CAPÍTULO III

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO

Apresenta-se neste capítulo o enquadramento contextual e as estratégias de intervenção adotadas no âmbito do presente estudo. Na secção inicial do presente capítulo, Enquadramento Contextual, apresenta-se a contextualização do agrupamento, das escolas e a caracterização dos participantes das duas turmas nas quais decorreu a intervenção pedagógica: a turma do 1.º Ciclo e a turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Na segunda secção, denominada Estratégias de Intervenção, apresentam-se as metodologias de ensino e de aprendizagem e posteriormente, as estratégias de avaliação do ensino ministrado utilizadas.

3.1. Enquadramento Contextual

O projeto de intervenção pedagógica foi implementado em dois contextos educativos distintos, nomeadamente numa escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico e numa escola do 2.º Ciclo do Ensino Básico, numa zona predominantemente urbana, no concelho de Braga. Envolve um projeto educativo vertical de serviço público de educação e ensino desde o pré-escolar ao ensino secundário.

O agrupamento é constituído por catorze estabelecimentos de educação e ensino: seis jardins-de-infância, seis escolas de ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, uma escola de ensino do 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e a escola sede do agrupamento, onde funcionam o 3.º ciclo do ensino básico, ensino secundário diurno e noturno e educação de adultos (AECA, 2015).

O Projeto Educativo do agrupamento, a vigorar entre 2015 e 2018, que tem como tema *Percursos com Futuro*, pretende valorizar “a diversidade de caminhos, de opções, a verticalidade formativa, a individualidade do itinerário e do projeto de vida de cada criança, jovem ou adulto” (Projeto Educativo AECA, 2015, p. 3). É referido ainda que tencionam constituir “percursos orientados para o futuro, com relevância na formação de homens e mulheres socialmente comprometidos” e “percursos inclusivos e diversificados, orientados para a valorização de uma cultura do conhecimento (saber), da formação integral (ser) e de uma cidadania ativa (estar)” (p. 3)

A par desta breve caracterização do Agrupamento importa dar a conhecer algumas características das duas escolas onde implementei o meu projeto de intervenção pedagógica.

Relativamente à escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico existem dez turmas, duas do 1.º ano, três do 2.º ano, três do 3.º ano e duas do 4.º ano de escolaridade, abrangendo assim cerca de 200 alunos, dezoito professores e sete auxiliares de ação educativa.

Muitos dos espaços da escola precisavam de ser melhorados. O espaço do recreio carecia de coberturas que em tempos de chuva e frio é fundamental. Há ainda falta de um espaço para a realização de eventos de grande dimensão, o espaço de refeição tornava-se pequeno para os alunos e há ainda falta de uma biblioteca. Assim, e devido à necessidade de obras para oferecer melhores condições aos alunos, a escola atualmente funciona em contentores. Estes contentores mostram ter as condições necessárias para um funcionamento temporário de aulas. As salas possuem muita luz natural, estão equipadas com aquecimento, Internet e projetor. A escola contém uma sala de professores, um grande refeitório, um curto espaço de cozinha, um espaço para as auxiliares, uma unidade para crianças com necessidades educativas especiais e um ATL. Na parte exterior, o recreio da escola é alcatroado e adequado ao número de alunos que o frequenta. Existe um grande espaço coberto que funciona como corredores e não existem espaços verdes.

A escola do 2.º Ciclo do Ensino Básico engloba cerca de 700 alunos distribuídos por trinta e uma turmas. A escola, para além das salas de aula bem equipadas com ligação à Internet, com um computador e um projetor por sala, possui uma sala para professores, salas com computadores, uma reprografia, uma papelaria, um bar para professores e alunos, laboratórios de ciências e físico-química, salas apropriadas para as áreas de educação visual e educação tecnológica, um espaço refeitório, um pavilhão e uma biblioteca onde os alunos podem usufruir de recursos informáticos, áudio, acesso à Internet e tem como objetivo apoiar alunos e professores nas atividades curriculares e extracurriculares. Em relação aos espaços exteriores da escola apresentam um pavilhão gimnodesportivo e dois campos desportivos direcionadas para atividades físicas.

A escola tem ainda uma vasta oferta de projetos e atividades de enriquecimento curricular como os Clubes da Floresta Urbana, de Línguas e de Música, na área do Desporto Escolar. Os alunos podem usufruir da prática de andebol, futsal, natação, orientação e voleibol, podem

colaborar na Educação para a Cidadania Global (ECG) e Eco-escolas entre muitas outras ofertas educativas.

3.1.1. Participantes do 1º Ciclo do Ensino Básico

Em contexto educativo no 1.º Ciclo do Ensino Básico, a implementação do projeto pedagógico decorreu numa turma do 1.º ano de escolaridade. É uma turma com vinte alunos, dos quais dez são raparigas e dez são rapazes, com idades compreendidas entre os cinco e os seis anos. Trata-se de uma turma heterogénea, uma vez que abrange alunos muito diversos, com aptidões e ritmos de aprendizagem distintos. A turma não apresenta alunos com NEE (Necessidades Educativas Especiais).

No que concerne ao desempenho dos alunos na disciplina de Matemática, é ilustrado os níveis de avaliação da turma durante o ano letivo no seguinte gráfico (Figura 1).

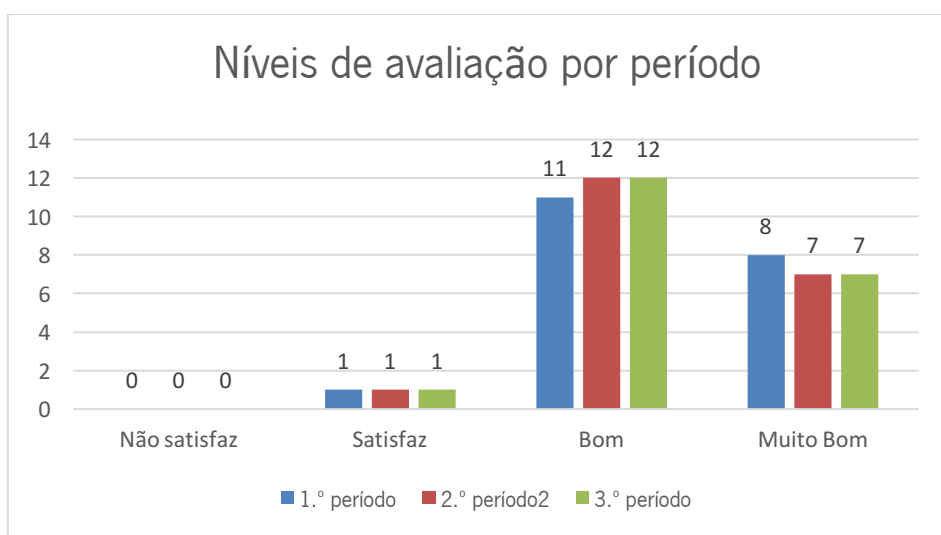


Figura 1. Classificação dos alunos do 1.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática durante o ano letivo

Da análise da Figura 1, ainda que tivessem iniciado o seu percurso escolar há pouco tempo, constata-se que se trata de uma boa turma com resultados maioritariamente entre o Bom e o Muito Bom. Nenhum aluno obteve a classificação “Não satisfaz” em nenhum dos períodos. No que respeita à classificação “Satisfaz”, foi constante ao longo do ano letivo com apenas um aluno. A frequência da classificação “Bom” subiu de onze alunos no 1.º período para doze alunos no 2.º período e manteve-se no 3.º período. O número de alunos a obter a classificação “Muito

Bom” foi de oito no 1.º período e desceu ligeiramente para sete no 2.º período, mantendo-se estável até ao final do ano letivo.

Em resposta a um questionário realizado no início da minha intervenção pedagógica, ainda que tenham explorado materiais didáticos como o ábaco e as barras de cuisenaire, cerca de metade dos alunos da turma não identifica nem reconhece materiais didáticos. A outra metade da turma identifica materiais didáticos como o ábaco e as ‘barrinhas coloridas’. Dos vinte alunos da turma, quinze revelaram gostar da disciplina de Matemática e cinco não gostar fundamentalmente por considerarem que “as fichas são difíceis”, “não gostam de fazer contas” ou porque “só aprendemos números pequenos”.

Relativamente ao formato de trabalho em sala de aula, os alunos ainda não tiveram a oportunidade de trabalhar em grupo, ainda assim, metade dos alunos da turma referem que preferem trabalhar em grupo essencialmente por “estarmos sempre a trabalhar ao mesmo tempo” e por “acabar todos ao mesmo tempo o trabalho”. Os restantes alunos que preferiam trabalhar individualmente justificaram tal opção como é exemplificado nas seguintes afirmações de alunos “ninguém olha para os meus trabalhos” ou “para ninguém me chatear”.

Em relação ao comportamento, de uma forma geral é satisfatório. A turma é aparentemente coesa, mas existe uma óbvia competição entre colegas especificamente em terminar primeiro os trabalhos propostos, bem como desdenhar os colegas quando são sabem a resposta. São crianças muito novas e existe naturalmente momentos de distração e faltas de atenção. No entanto, são alunos que gostam de aprender e de saber mais, são interessados e muito empenhados.

3.1.2. Participantes do 2º Ciclo do Ensino Básico

No 2.º Ciclo do Ensino Básico, a implementação do projeto pedagógico deu-se numa turma do 6.º ano de escolaridade, constituída por vinte e cinco alunos com idades compreendidas entre os dez e os doze anos, dos quais dez eram do sexo masculino e quinze do sexo feminino. Dois dos alunos já ficaram retidos em anos antecedentes e existe ainda um aluno sinalizado com Necessidades Educativas Especiais (NEE), nomeadamente dislexia. Como a turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico, trata-se de uma turma heterogénea dado que engloba alunos com aptidões e ritmos de aprendizagem distintos.

Tendo em consideração o desempenho dos alunos no que se refere à disciplina de Matemática, o gráfico que se segue (Figura 2) mostra os níveis de avaliação da turma durante o ano letivo:

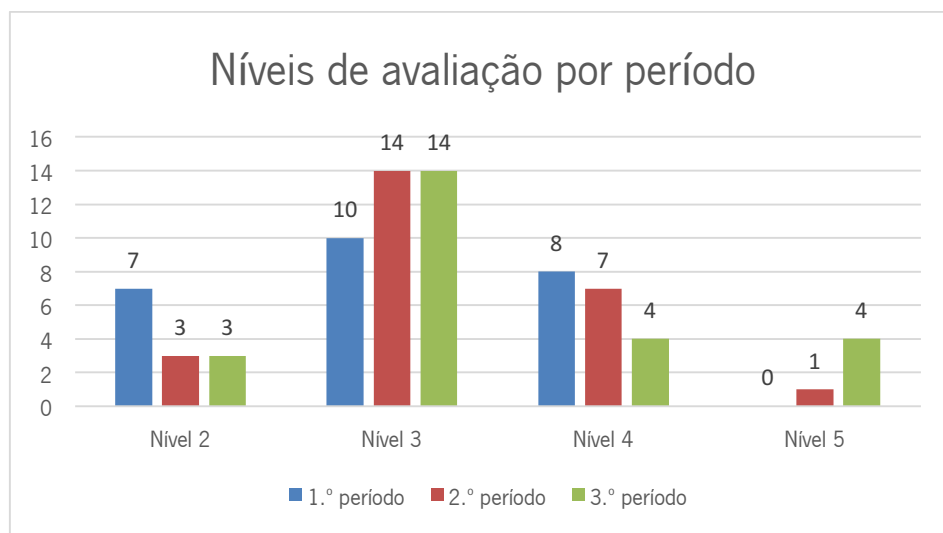


Figura 2 - Classificações dos alunos do 6.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática durante o ano letivo

Tal como mostra a Figura 2, na disciplina de Matemática constata-se que se trata de uma turma satisfatória com resultados medianos e que se verificou uma evolução ao longo do ano letivo. No 1.º período dos sete alunos a obter o nível 2 apenas três obtiveram esta classificação no 3.º período. Relativamente ao nível 3, houve uma ligeira evolução do número de alunos do 1.º período para o 2.º período e manteve-se estável no 3.º período com catorze alunos. No nível 4, o número de alunos desceu de oito no 1.º período para quatro no 3.º período. O número de alunos a obter o nível 5 subiu de zero para quatro com o final do ano letivo.

Apesar de a turma já ter explorado e manipulado em aulas antecedentes materiais didáticos, como os Polydrons, nas respostas que deram a um questionário no início da minha intervenção, os alunos revelaram que utilizam apenas, na aula de matemática, materiais didáticos como o compasso, régua, transferidor, borracha, lápis e canetas. Tais respostas mostram que os alunos não têm uma ideia concreta do que são Materiais Didáticos assumindo que são os materiais que estão no seu estojo escolar.

Dos vinte e cinco alunos da turma, dezoito revelaram gostar de Matemática e sete não gostar essencialmente por considerarem que “é difícil perceber a matéria” ou porque “é uma disciplina difícil em que tem que se ter muita concentração”.

Em relação ao formato de trabalho em sala de aula e apesar da turma não ter por hábito trabalhar em grupo, a maior parte dos alunos refere que prefere o trabalho de grupos ou trabalho de pares e apenas um aluno menciona que prefere trabalho individual.

No que concerne ao comportamento, de uma forma geral é razoável. Destaca-se a presença de um grupo de alunos bem-comportados, todavia, é evidente por outros alunos as faltas de atenção e momentos de distração. Ainda que bastante barulhentos, é uma turma muito interessada e mostravam-se empenhados e interessados em saber mais. É de salientar a falta de responsabilidade nas obrigações escolares por parte de alguns alunos, nomeadamente a nível do material escolar solicitado assim como dos trabalhos de casa.

3.2. Estratégias de Intervenção

Na primeira secção, é evidenciada a metodologia de ensino e de aprendizagem adotada no decorrer da intervenção pedagógica e, na segunda secção, é descrita as estratégias de avaliação utilizadas para a recolha de dados.

3.2.1. Metodologia de ensino e de aprendizagem

A minha prática pedagógica norteou-se segundo alguns aspetos fundamentais para a minha experiência de ensino, designadamente, o papel do aluno, o papel do professor, o trabalho de grupo e a utilização de materiais didáticos.

Papel do aluno. Pretendi, sobretudo, orientar a minha ação de modo a valorizar o que os alunos dizem e fazem. A escolha do método de ensino a utilizar revela-se fundamental para o tipo de aula que queremos desenvolver. O papel do aluno baseia-se mormente no pressuposto em que é da responsabilidade do aluno a aquisição do seu próprio conhecimento, são eles os agentes ativos da sua própria formação.

Esta construção do seu próprio conhecimento relaciona-se com os conhecimentos prévios que os alunos possuem. Como referem Coll et al. (2001), “o aluno constrói pessoalmente um significado (ou reconstrói-o do ponto de vista social) com base nos significados que já conseguiu construir previamente” (p. 54). Os alunos não são desprovidos de conhecimento, têm pensamentos, ideias e opiniões e o importante é respeitá-las e valorizá-las para que a sua aprendizagem seja significativa. Adverso ao ensino tradicionalista, este tipo de estratégia é

sugerido com designações como “ensino por descoberta”, “ensino ativo”. Para Ponte (2005), o melhor termo é o de “ensino-aprendizagem exploratório” (p. 13). A essência desta estratégia é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem (idem).

Assim, é necessário que as situações de aprendizagem sejam diversificadas, que incluam momentos onde os alunos possam argumentar e expor as suas ideias, que motivem para a aprendizagem de forma a tornar os alunos mais autónomos.

Papel do professor. Os métodos e as metodologias de ensino devem sobretudo atender às necessidades dos alunos. A prática educativa foi durante muito tempo centrada no professor, a quem competia transmitir os conhecimentos e aos alunos memorizar sem indagação ou qualquer reflexão (Oliveira, 2014). Ocorria, assim, a desmotivação e o desinteresse pela disciplina de Matemática. Ensinar não significa a transmissão direta dos conteúdos, mas levar o aluno a pensar, a argumentar, a criticar, enfim, a preparar o aluno para que este se torne um cidadão ativo na sociedade. Atualmente, a motivação e o interesse dos alunos são os fatores primordiais no processo de ensino e aprendizagem.

Uma vez que o professor desempenha um papel crucial na aprendizagem do aluno, pretendi fomentar nos alunos o gosto por saber mais, a ambição por aprender para que se envolvessem na aprendizagem. O meu papel como professor assume um carácter de mediador e facilitador na aprendizagem dos alunos que procura emergir nestes o espírito crítico. É da responsabilidade do professor criar ambientes propícios à aprendizagem dos alunos. Assim, na prática pedagógica o professor deve “propor projetos que provoquem um estudo sistemático, uma investigação orientada, para ultrapassar a visão de que o aluno é produto e objeto, e torná-lo sujeito e produto do próprio conhecimento.” (Moran, Masetto & Behrens, 2006, p. 87).

Ser facilitador no processo ensino-aprendizagem não significa tornar este processo mais fácil. No entanto, a ajuda pedagógica ao aluno, que é responsável pela construção do seu próprio conhecimento, é fundamental uma vez que

sem ela é altamente improvável que os alunos cheguem a aprender, e a aprender da maneira mais significativa possível, os conhecimentos necessários ao seu desenvolvimento pessoal e à sua capacidade de compreensão da realidade e de atuação nela, que a escola tem a responsabilidade social de transmitir” (Onrubia, 2009, p. 123).

Nessa construção, é importante que o professor forneça materiais didáticos adequados,

que promova um ambiente cooperativo e que motive para a troca de ideias de forma a tornar os alunos mais autónomos. Como defendem Coll et al. (2001), “aquilo que o aluno consegue realizar, com ajuda, em determinado momento, poderá realizá-lo mais tarde de forma independente” (p. 124).

Trabalho de grupo. Valores como o espírito de cooperação e o espírito de entreaajuda são fundamentais na sala de aula. Proporcionei aos alunos uma experiência de aprendizagem que não lhes é habitual, um diferente método de trabalho – o trabalho de grupo. Os grupos foram criteriosamente pensados para que abrangessem alunos com diferentes níveis de aproveitamento e comportamento para que todos os grupos ficassem heterogéneos. Decidi tornar os membros do grupo permanentes com o principal objetivo de assegurar que os elementos do grupo estabeleçam entre si relações baseadas no “apoio, ajuda, estímulo e o auxílio que cada um necessita para ter um bom desempenho escolar” (Lopes & Silva, 2009, p. 22). O autor refere ainda que a aprendizagem cooperativa é especialmente útil para o ensino da Matemática.

Este método de trabalho é visto com grande potencial pelo facto de favorecer tanto os alunos com mais dificuldades como os alunos com menos dificuldades, que tal como afirma Fosnot (1999) “as crianças aprendem muito umas com as outras, porque em conjunto conseguem planear, organizar e ajudarem-se mutuamente” (p. 137). A interação no processo de aprendizagem é essencial e para que trabalhem como um todo, os alunos devem ouvir atentamente as opiniões dos colegas, dar a suas opiniões, argumentar e debater construtivamente onde o respeito mútuo entre os elementos do grupo prevalece. As aprendizagens construídas em grupo tornam-se consideravelmente relevantes e têm um impacto positivo na aprendizagem dos alunos, assim, como refere Laborde (1994), as soluções produzidas pelos grupos são geralmente melhores do que as dos alunos individualmente. Proporcionar aos alunos aulas neste método de trabalho é uma mais valia uma vez que a interação entre os elementos, as discussões construtivas, as reflexões efetuadas tornam a aprendizagem significativa. Para isso é crucial que o professor consiga estimular os alunos a trocarem ideias e opiniões, incentivar o diálogo e conceder-lhes uma maior autonomia e liberdade.

Materiais Didáticos. Pretendi, acima de tudo, criar condições a todos os alunos para atingirem o sucesso escolar. A motivação e o interesse dos alunos são considerados fatores determinantes para alcançarem este sucesso. A simples manipulação e observação desperta no

aluno interesse e curiosidade, incentiva-o a pensar e criar os seus próprios conceitos e a ter a sua opinião de determinados conteúdos. De acordo com Jesus e Fini (2005),

os recursos ou materiais de manipulação de todo tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem fazer com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos (p. 144).

Os materiais didáticos, sejam eles manipuláveis ou não, são considerados um excelente recurso no ambiente de aprendizagem uma vez que o aluno, ao manipular o material, constrói ou edifica o seu próprio conhecimento. Esta utilização evidencia a atividade de experimentação que permite ao aluno procurar alternativas, dar sugestões, esclarecer as suas dúvidas, ou seja, envolver os alunos ativamente na aprendizagem. Contudo, os alunos não devem encarar os materiais didáticos como um brinquedo, mas sim como um facilitador na aprendizagem de determinado conceito. É importante ainda ressaltar que embora da utilização do material por si só não determina a aprendizagem eficaz e significativa, é essencial possibilitar aos alunos a oportunidade de manusear os materiais de forma a envolvê-lo nas diferentes situações da aprendizagem.

3.2.2. Estratégias de avaliação do ensino ministrado

Com o objetivo de analisar os resultados obtidos na minha prática pedagógica relativamente ao meu projeto, recorri a alguns métodos de recolha de dados que me possibilitam analisar o que me comprometi investigar. Estes dados são os “materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 149). Neste sentido, a recolha de dados é uma etapa indispensável de qualquer investigação e existem técnicas e instrumentos que contribuem para essa recolha. No entanto, Dexter (1970) alega que nenhuma investigação deve-se limitar aos dados recolhidos apenas de uma fonte. Neste sentido, Denzin (1970) defende a designação ‘triangulação’, que implica a recolha de dados e informação “from a diverse range of individuals and settings, using a variety of methods” (p. 310).

Na intervenção pedagógica do 1.º Ciclo do Ensino Básico e do 2.º ciclo do Ensino Básico foram utilizados um conjunto igual de instrumentos de recolha de dados. Estes instrumentos de recolha de dados, de natureza qualitativa, utilizados neste estudo baseiam-se na observação

participante, nos registos áudio e vídeo de todas as sessões de intervenção, nos questionários iniciais e finais (Anexo A,B,D e E), nas produções dos alunos, na realização de um pré-teste e de um pós-teste (Anexo C e F) e análise documental.

Em relação à observação participante, tal como refere Bogdan e Biklen (1994), é uma boa técnica de recolha de dados qualitativos. Assim, destaca-se por ser, segundo os mesmos autores, a mais verdadeira forma de recolha de informação e dados na qual podemos aperceber de atitudes e posturas dos alunos relativamente ao seu contributo na realização das atividades. Tal como corrobora Vale (2000, p. 233), “a observação é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em atividade, em primeira-mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz”.

No que concerne as gravações áudio e vídeo, revelaram-se de extrema importância na medida em que são uma forma de complementar as observações realizada porque a probabilidade de a informação escapar é considerável. Bogdan e Biklen (1994) corroboram que as pessoas habituem-se e têm tendência a ficar indiferentes à presença de máquinas. Embora aparentemente seja um fator condicionante no comportamento e atitudes dos alunos, com o passar do tempo, este instrumento de recolha de dados torna-se familiar e os alunos retomam as suas atitudes espontâneas. Este tipo de método de recolha de dados é fundamental para um professor pois aviva a memória e lembra aspetos essenciais que possam ter escapado assim como demonstram a veracidade da sessão em questão.

Quanto ao questionário, é definido por Pardal e Correia (1995) como “um conjunto de questões estruturadas com o fim de obter dados das pessoas a quem se dirige” (p. 67). Se ao aplicar um questionário pretender-se medir aspetos, atitudes ou opiniões dos alunos, só é possível por intermédio da utilização de escalas. Para os alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, utilizei a escala mais usada em pesquisas de opinião denominada *Likert*. Esta é do tipo de resposta psicométrica e engloba um conjunto de cinco preposições das quais o aluno deve selecionar uma. No 1.º Ciclo do Ensino Básico, utilizei questões abertas onde não existe limitação às respostas a dar pelos alunos onde respondiam livremente às questões. Visto serem crianças a iniciar o seu percurso escolar e ainda não saberem escrever, resolvi realizar um questionário de administração indireta, ou seja, onde eu própria registei as respostas dadas pelos alunos.

O questionário foi complementado pela realização de um pré-teste. Este pré-teste é comumente caracterizado por “avaliação antes da acção” (Ketele, 1988, citado por Figari, 1996,

p. 99) cuja finalidade implícita é averiguar os níveis de conhecimento dos participantes sobre determinado conteúdo para posteriormente organizar, planear e adequar à prática pedagógica. Em conjunto com a observação, é uma das formas de conhecer a turma. Assim, o propósito de uma avaliação diagnóstica destaca-se pela identificação das necessidades individuais, do reconhecimento dos problemas que impossibilitam que as necessidades sejam resolvidas e a identificação das possíveis soluções dos problemas (Stufflebeam & Shinkfield, 1987).

Posteriormente, foi realizado um pós-teste que visava averiguar saberes mobilizados onde o objetivo principal prendia-se com o facto de contribuir para a melhoria das aprendizagens, facultando informações sobre os progressos ou retrocessos que se verificam durante o percurso de aprendizagem (Hadji, 1994).

A análise documental caracteriza-se por ser uma “espécie de análise de conteúdo que incide sobre documentos relativos a um local ou a uma situação, corresponde, do ponto de vista técnico, a uma observação de artefactos escritos” (Lessard-Hébert et al., 2005, p. 143). Este método de recolha de informação revelou-se essencial na elaboração do projeto de intervenção pedagógica e no decorrer da prática pedagógica porque me permitiu adequar a minha prática tanto às turmas como aos objetivos implícitos nos anos em questão. Entre os variados documentos que consultei, destacam-se: O Programa de Matemática para Ensino Básico (MEC, 2013); as Metas Curriculares do Ensino Básico Matemática (MEC, 2012); a Organização Curricular e programas do Ensino Básico – 1.º Ciclo (ME, 2004); os planos de aula; os manuais escolares.

Por fim, no que diz respeito às produções dos alunos, relevaram-se importantes na medida em que serviram para identificar o que os alunos desenvolveram ao longo das atividades propostas. Pedia sobretudo que os alunos não apagassem caso se enganassem na resolução e dava espaço para efetuarem mais tentativas. Embora os tenha alertado e tranquilizado para o facto de não haver problema em relação ao errar, no entanto, e porque não estavam acostumados a este processo, muitas das vezes apagavam o que considerassem errado.

Previamente à implementação do Projeto foram elaborados pedidos de autorização aos Encarregados de Educação de todos os alunos para a recolha de dados, especificamente para a recolha de vídeo e áudio das sessões. De forma a assegurar o anonimato dos participantes, destaco que será utilizado apenas ‘aluno’ ou ‘aluno grupo n ’, em que n varia entre 1 e 5, inclusive, nas transcrições e, nas imagens elegidas para o presente relatório, é garantida a proteção da identidade dos alunos.

CAPÍTULO IV

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Neste capítulo apresenta-se a descrição e a interpretação da informação, que traduz a análise dos dados recolhidos durante a minha intervenção pedagógica no 1.º e no 2.º Ciclos do Ensino Básico, em três secções. Nas duas primeiras secções procura-se evidenciar o que mais de significativo aconteceu na prática pedagógica numa turma do 1.º ano de escolaridade e, seguidamente, numa turma do 6.º ano de escolaridade. Na terceira secção, procura-se compreender as perceções dos alunos dos dois ciclos de escolaridade sobre as estratégias de ensino concretizadas. De forma a explanar o que foi desenvolvido nas duas turmas, apresenta-se na Tabela 2 os tópicos tratados, os objetivos a desenvolver e os materiais utilizados.

Tabela 2. Desenho global da intervenção no 1.º CEB e no 2.º CEB

	Tópicos	Intervenção	Objetivos	Materiais
1.º CEB	Figuras Geométricas	1.ª	Identificar figuras geométricas Utilizar os termos «lado» e «vértice» Reconhecer o quadrado como retângulo	Blocos Lógicos Massa de Moldar
		2.ª	Identificar figuras geométricas Representar triângulos, retângulos e quadrados Compôr figuras geométricas	Twister geométrico Geoplano Tangram Papel ponteadado
	Sólidos Geométricos	3.ª	Identificar cubos, paralelepípedos retângulos, cilindros e esferas Identificar partes planas e partes não planas de sólidos	Sólidos geométricos
		4.ª	Identificar sólidos Construir cubos e paralelepípedos retângulos	Sólidos geométricos
2.º CEB	Mediatriz	1.ª	Definir mediatriz de um segmento de reta Reconhecer a propriedade da mediatriz de um segmento de reta Traçar a mediatriz de um segmento de reta	Folhas de papel Compasso/régua GeoGebra
	Reflexão axial	2.ª	Compreender a noção de reflexão axial Obter a imagem de figuras por reflexão axial	Compasso/régua Papel transparente Mira
	Reflexão central	3.ª	Compreender a noção de reflexão central Obter a imagem de figuras por reflexão central	Compasso/régua GeoGebra Corda
	Rotação	4.ª	Compreender a noção de rotação Obter a imagem de figuras por rotação	Compasso/régua Transferidor GeoGebra/Geoplano
	Simetrias	5.ª	Identificar simetrias de rotação e de reflexão Identificar uma reta como eixo de simetria	Espelho/Mira Papel transparente

4.1. Intervenção pedagógica no 1º ciclo do ensino básico

Figuras Geométricas

O estudo das figuras geométricas realizou-se em duas intervenções. A primeira intervenção desenvolvida na turma do 1.º ano de escolaridade tinha como pressuposto a abordagem inicial às figuras geométricas introduzindo algumas das suas propriedades. Na segunda intervenção desenvolvida na turma tinha o propósito, a partir da revisão das figuras geométricas e das suas propriedades, de realizar composições com as figuras geométricas.

Momento de pré-exploração. Num primeiro momento e no sentido de compreender as noções que os alunos tinham sobre os conteúdos que iam ser abordados, foi realizada individualmente a resolução da Tarefa 1 (Figura 3) que tinha como principal objetivo identificar figuras geométricas.

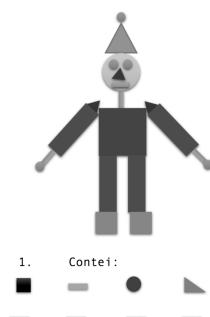


Figura 3. Tarefa 1

As respostas dos alunos foram analisadas segundo os seguintes indicadores: (i) Identifica as figuras geométricas e realiza corretamente a contagem; (ii) Identifica parcialmente as figuras geométricas; e (iii) Não identifica as figuras geométricas (Tabela 3).

Tabela 3. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 1.

Tarefa	Indicadores da resposta dos alunos	Frequência
1	Identifica as figuras geométricas e realiza corretamente a contagem	5
	Identifica parcialmente as figuras geométricas	15
	Não identifica as figuras geométricas	0

Pelas respostas que os alunos deram à tarefa proposta constata-se que a maior parte deles reconhece algumas das figuras geométricas que integravam a imagem apresentada. Mas, de um modo geral, os alunos não possuíam uma noção precisa das figuras geométricas

apresentadas uma vez que não as reconheciam se estivessem em posições diferentes. Este resultado mostra que nem todos os alunos têm a constância perceptual adquirida (Matos & Gordo, 1993).

Quando questionados sobre as características de determinada figura geométrica, os alunos não conseguem responder dizendo simplesmente que um quadrado é ‘assim’ [demonstrando com os dedos a sua forma], o que me permitiu perceber que, tal como van Hiele (1986) sugeria, este grupo de crianças estão situadas no nível I (Visualização) onde os conceitos geométricos são vistos como entidades totais e não como tendo componentes ou atributos. Os alunos tendem a reconhecer retângulos, quadrados e triângulos pelo seu aspeto e posição.

Posteriormente, efetuei a leitura da primeira história de um livro (Hall, 2009) cujo conteúdo se baseava nas figuras geométricas e nas suas características. Finda a concretização da leitura, promoveu-se um momento de discussão em grande grupo. A título de exemplo, segue-se uma situação de diálogo que decorreu neste momento da aula (Quadro 1).

Quadro 1. Momento pós leitura da primeira história do livro ‘O Bosque das Figuras Planas’ (Hall, 2009).

Professora:	Então do que se trata esta história?
Aluno:	É sobre as figuras geométricas.
Professora:	E que figuras geométricas são essas?
Aluno:	São os triângulos.
Aluno:	Os retângulos.
Aluno:	Também fala dos quadrados.
Rita:	Só essas?
Aluno:	Ah, e os círculos.
Aluno:	Sim! A nossa cara é um círculo.

A maioria dos alunos revelou facilidade na compreensão da história, tendo associado as figuras geométricas inclusive a situações reais do seu quotidiano. Quando o aluno afirma que ‘a nossa cara é um círculo’ mostra possuir a perceção da posição no espaço, relacionando um objeto do espaço consigo próprio (Del Grande, 1990).

Momento de exploração. Seguidamente, os alunos exploraram e manipularam livremente o material didático com que iriam trabalhar. Este momento é indispensável para que os alunos se familiarizem com o material, interajam, comuniquem e partilhem as suas ideias (Ponte & Serrazina, 2000; Rêgo & Rêgo, 2006). Neste momento de exploração livre, os grupos de alunos começaram a tocar e observar o material e incessantemente partiram logo para a criação de diferentes construções (Figura 4).



Figura 4. Exploração livre utilizando os Blocos Lógicos.

Na realização desta atividade identifiquei a ausência de interação entre os elementos dos grupos. Os alunos construíram diversas figuras sobretudo de forma individual. Este aspeto remete para a falta de hábitos de trabalho de grupo, o que considero normal quando as crianças iniciam o seu percurso escolar. De facto, os alunos não nascem com competências sociais, elas necessitam de ser ensinadas e aplicadas de forma sistemática para permitir a sua aprendizagem e utilização em trabalho de grupo (Freitas e Freitas, 2002). Assim, é importante colocar em prática a aprendizagem cooperativa com vista ao desenvolvimento de atitudes cooperativas para que a sua aprendizagem se torne significativa e que concomitantemente se desenvolva competências sociais.

Como sugere a teoria de van Hiele (1986), o professor deve considerar diversas fases de aprendizagem, designadamente: informação, orientação guiada, explicitação, orientação livre e integração, de forma as crianças avancem por níveis de pensamento geométrico.

Finda a fase destinada à exploração livre, prosseguimos para a seguinte atividade que consistia em formar grupos de figuras geométricas, com as peças dos Blocos Lógicos, nomeadamente o grupo dos triângulos, dos quadrados, dos retângulos e dos círculos. Os alunos teriam que colocar corretamente na caixa as figuras geométricas correspondentes (Figura 5).



Figura 5. Atividade de formação de grupos com os Blocos Lógicos.

Todos os alunos colocaram corretamente a peça correspondente no local destinado. Após experienciarem esta atividade, seguiu-se o seguinte diálogo:

Quadro 2. Reconhecimento do quadrado como caso particular do retângulo.

Professora: Onde coloco esta figura geométrica? [levanto um quadrado]
Aluno: Isso é um quadrado por isso é no sitio dos quadrados.
Professora: Coloco junto com os retângulos.
Aluno: Não, não é aí!
Aluno: Isso é o sitio dos retângulos.
Professora: Um quadrado também é um retângulo, só que especial. Sabem dizer qual é a diferença entre os dois?
Aluno: Os lados.
Professora: Quantos lados [apontando para os lados] tem um retângulo? E um quadrado?
Aluno: Quatro.
Aluno: Quatro e quatro.
Rita: Então qual será a diferença?
Aluno: O quadrado tem estas partes [apontando para os lados] todas iguais.
Professora: Isso, muito bem, os lados são todos iguais.
Aluno: Então um quadrado é um retângulo só que especial porque tem os lados todos iguais.

Os alunos ficaram inicialmente confusos com o facto de um quadrado também ser um retângulo, no entanto quando questionei sobre a sua diferença afirmou logo que se referia aos lados manifestando-se com 'estas partes'. Na verdade, numa fase inicial as crianças devem ser incentivadas a exprimir as suas compreensões geométricas com os seus próprios termos (Crowley, 1987).

Voltando à exploração em grupos, foi solicitado que construíssem um comboio e depois um Pinóquio [o mesmo da história] (Figura 6), assim como contassem com quantas figuras geométricas efetuaram as construções.

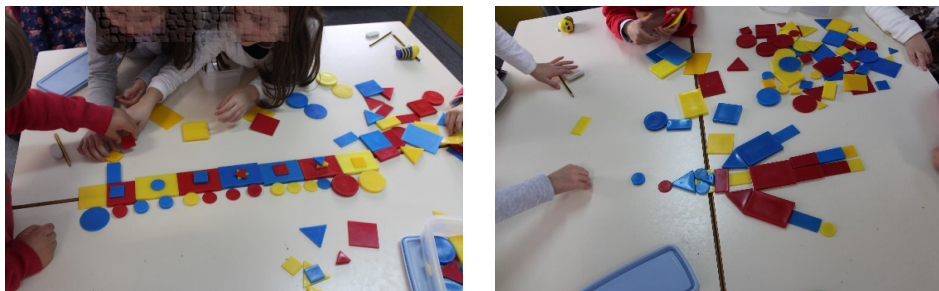


Figura 6. Construção de um 'Comboio' e de um 'Pinóquio' e contagem de figuras geométricas.

Nesta fase, ia circulando entre os grupos para procederem à contagem das figuras geométricas. Esta atividade, com a simples manipulação e observação, despertou nos alunos interesse e curiosidade sobre as figuras geométricas (Jesus & Fini, 2005). A certa altura, encontravam figuras geométricas em tudo o que os rodeia, inclusive, apontavam para o relógio da sala de aula e diziam que era um círculo.

Para além de atividades de identificação de figuras geométricas, deve-se, tal como defende Crowley (1987), proporcionar aos alunos oportunidades de as construir. Com esta finalidade, os alunos procederam de seguida à elaboração do seu próprio material, neste caso, material manipulável dinâmico que a estrutura física do material vai modificando à medida que ele vai sofrendo transformações por quem o manipula (Lorenzato, 2006). Assim, seguindo as minhas orientações, os alunos começaram por preparar a massa de moldar, para posteriormente construírem as suas figuras geométricas (Figura 7).



Figura 7. Figuras geométricas construídas por alunos com massa de moldar.

Segundo Lorenzato (2006), os alunos ao manipularem e construírem as figuras geométricas facilita a perceção de propriedades assim como a realização de redescobertas. Durante e após construírem o material, promoveu-se uma discussão sobre as características das formas geométricas, como é ilustrado no Quadro 3.

Quadro 3. Discussão em grande grupo sobre as características das figuras geométricas.

Professora: Sabem-me dizer o que são lados de uma figura?
Aluno: São estas partes aqui [apontando para os lados de um quadrado].
Professora: Sim, muito bem. Isto [apontando para os lados] são os lados. Então quantos lados têm que amassar para construir um quadrado?
Todos: Quatro!
Professora: Então quantos lados tem um quadrado?
Aluno: Tem quatro lados.
Professora: Sabem como se chama isto? [apontando para os vértices]
Aluno: São os bicos.
Aluno: São os cantos.
Professora: Estes 'bicos' ou 'cantos' chamam-se vértices. Quantos vértices tiveram de amassar para construir um triângulo?
Aluno: Três vértices porque tem três bicos.
Professora: Quando construíram o círculo quantos vértices e quantos lados amassaram?
Aluno: O círculo é redondinho, tem zero lados e zero vértices.

Os alunos mostraram ter adquirido a discriminação visual (Matos & Gordo, 1993), o que se traduz nos momentos em que conseguem classificar um conjunto de objetos de acordo com um determinado atributo, neste caso, a sua forma.

Momento de reflexão. Na sequência da atividade realizada, questionei os alunos sobre coisas ou objetos do nosso dia-a-dia que eles associassem às formas geométricas. Este momento é ilustrado no Quadro 4.

Quadro 4. Discussão em grande grupo sobre coisas reais que se assemelham a figuras geométricas.

Professora: Como disseram e bem, o relógio parece-se com um círculo. Sabem mais objetos do nosso dia-a-dia que associem às figuras geométricas?

Aluno: Sim! Uma fatia de pizza parece um triângulo.

Aluno: E uma pizza inteira um círculo.

Aluno: Uma régua.

Professora: Com que figura se parece uma régua?

Aluno: Um retângulo.

Professora: E mais?

Aluno: Uma folha de papel também parece um retângulo.

Aluno: A janela também.

Professora: E o que se parece com o quadrado?

[silêncio]

Professora: Então, não se lembram de nada?

Aluno: Não.

Para uma aprendizagem ser significativa é necessário que os alunos se relacionem com ela. Por isso, uma forma de fomentar o interesse e a motivação, é relacionar as noções matemáticas com o quotidiano dos alunos. Posto isto, distribuí diversas imagens do quotidiano e associei cada um dos quatro grupos a uma das formas geométricas. Os alunos tinham que seleccionar as formas geométricas corretamente e posteriormente construir um cartaz alusivo a estas. O resultado final do cartaz é ilustrado na Figura 8.



Figura 8. Cartaz alusivo às formas geométricas

É essencial que o professor proporcione aos alunos oportunidades de identificar uma forma ou uma relação geométrica. Com base neste pressuposto, num conjunto de figuras recortadas, os alunos tiveram que selecionar a forma geométrica e as imagens que associassem a essa forma, numa variedade de posições, envolvendo objetos do seu quotidiano (Crowley, 1987).

De forma a sintetizar o que aprenderam, a atividade seguinte consistia em descrever verbalmente formas e constructos utilizando linguagem apropriada standard ou não (Crowley, 1987). Assim, pretendi desenvolver a memória visual (Hoffer, 1977) dos alunos promovendo uma atividade em que tinham de retirar de um saco opaco a figura geométrica pretendida através das suas características. Este momento é ilustrado pelo Quadro 5.

Quadro 5. Discussão em grande grupo sobre o reconhecimento das figuras geométricas através do tato

Professora: Será que conseguem adivinhar qual é a peça se não a estiveram a ver?

Aluno: Não, temos que ver para dizer qual é.

Aluno: Com as mãos consegues, com o tato.

Aluno: Ah! Com as mãos podemos ver quantos vértices e quantos lados têm e assim adivinhamos.

Os alunos envolveram-se ativamente na atividade e mantiveram-se atentos para verificar se a peça solicitada era a peça tirada (Figura 9).



Figura 9. Aluno a retirar a figura geométrica solicitada

Todos os alunos conseguiram retirar corretamente a peça pretendida assim como descrevê-la corretamente pronunciando as suas características. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 6.

Quadro 6. Excerto do momento em que um aluno procura e retira uma figura geométrica solicitada.

Professora: Quero que retires um quadrado.
[aluno a procurar a figura geométrica utilizando o tato]
Professora: O que estás a sentir [com as mãos] para saberes se retiras um quadrado ou não?
Aluno: Estou à procura de quatro vértices.
Professora: E de que mais?
Aluno: De quatro lados que têm de ser todos iguais.
Professora: Muito bem.
Aluno: [retira a peça pretendida] Consegui!
Professora: Então que características tem o quadrado?
Aluno: Tem quatro vértices e quatro lados que são todos iguais.

Neste momento, os alunos tiveram a oportunidade de rever e sintetizar o que aprenderam no decorrer da intervenção com o intuito de formar uma visão geral dos conteúdos estudados (Crowley, 1987). Esta é a fase 5 – *integração* - das fases de aprendizagem propostas por van Hiele (1986) onde os alunos reveem, sintetizam e tiram conclusões sobre o que aprenderam.

Foi possível constatar que os alunos não revelaram dificuldades na concretização da atividade, nomeadamente em retirar a peça pretendida. Contudo, alguns alunos manifestaram dificuldade na comunicação matemática e em verbalizar e explicar o que observam (Mendes & Delgado, 2008).

Momento de pré-exploração. Na segunda intervenção, de forma a relembrar as figuras geométricas e no sentido de entender as noções que os alunos já tinham sobre os conteúdos abordados na sessão anterior, propus uma atividade designada *twister* geométrico à turma fora da sala de aula. Nesta atividade, realizada em grande grupo, os alunos tinham que colocar as mãos ou os pés num tapete que continha as figuras geométricas abordadas anteriormente (Figura 10), reavivando também a memória sobre conceitos de lateralidade (esquerda e direita).



Figura 10 - Alunos na atividade 'Twister Geométrico'.

Durante a atividade, questionava os alunos sobre as suas escolhas, nomeadamente, a razão por escolherem determinada figura geométrica. Um excerto do momento é ilustrado pelo Quadro 7.

Quadro 7. Excerto da atividade com o Twister Geométrico

Professora: [Pé direito no quadrado]. Escolheste essa figura geométrica como sendo um quadrado. Que razões te levam a pensar isso?
Aluno: Porque um quadrado tem quatro lados.
Professora: Um retângulo também tem quatro lados.
Aluno: Oh, mas não são todos iguais e para ser quadrado têm que ser todos iguais.
Professora: 'Mão direita no retângulo'.
[aluno escolhe um quadrado]
Professora: Que razões te levam escolher essa figura geométrica?
Aluno: Oh professora, um quadrado também é um retângulo, só que especial.

Constatei durante esta atividade que os alunos identificavam as figuras geométricas, o que me leva a presumir que estes alunos têm a constância perceptual adquirida (Matos & Gordo, 1993) uma vez que reconhecem as figuras geométricas em diversas posições.

Momento de exploração. Já dentro da sala de aula foi apresentado um novo material didático com que os alunos iriam trabalhar: o Geoplano. A atividade realizada com este material envolveu diferentes momentos, nomeadamente, a apresentação do material didático, a exploração livre, a exploração guiada e o registo de construções no papel pontilhado. Após a apresentação do material que possibilitou conhecer o seu nome e explorar as suas características e funcionalidades, os alunos tiveram um momento para a exploração livre. Cada um dos alunos tinha um Geoplano e diversos elásticos para o explorarem e manipularem livremente (Figura 11).

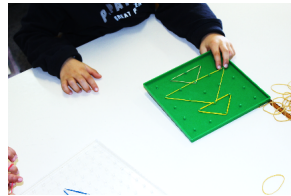


Figura 11. Exploração livre com o Geoplano

Este momento é necessário e imprescindível uma vez que os alunos não conheciam o material em questão e ainda estavam a conhecê-lo e a familiarizarem-se com ele (Ponte & Serrazina, 2000; Rêgo & Rêgo, 2006). Inicialmente, estavam receosos e não sabiam muito bem o que construir no Geoplano. Aos poucos começaram a perceber como funcionava e rapidamente começaram a construção de figuras. É importante que os alunos manipulem o Geoplano nos primeiros anos de escolaridade, uma vez que só experimentando, adquirem capacidades para resolver problemas cada vez mais complexos (Araújo, 2006).

Concluída a fase reservada à exploração livre, a primeira tarefa proposta consistiu na construção de um triângulo no Geoplano (Figura 12).

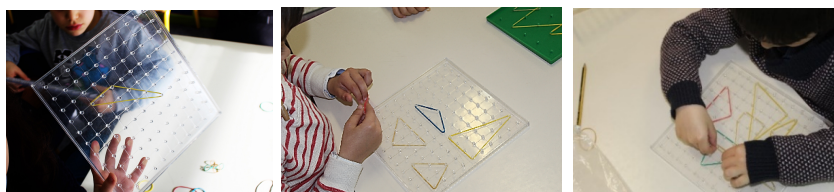


Figura 12. Tentativas de construção de triângulos no Geoplano

Na construção de triângulos pelo aluno mais à direita da Figura 12, reparei que também construiu um quadrilátero, o que proporcionou o diálogo que é ilustrado no Quadro 8 de forma a entender as suas ideias.

Quadro 8. Diálogo com um aluno sobre a construção de triângulos no Geoplano.

Professora: Que figura geométrica é esta que construístes?
Aluno: Um triângulo.
Professora: Por que dizes que é um triângulo?
Aluno: Porque tem três lados.
Professora: Olha conta para eu ver.
Aluno: 1, 2, 3...4. Não, espera, 1, 2, 3...4. Tem quatro.
Professora: E um triângulo tem quantos lados?
Aluno: Tem três lados, enganei-me nesta parte.

Quando questionado, o aluno apercebeu-se do seu erro e tratou logo de corrigir no Geoplano. De forma a entender se os alunos tinham entendido que se tratavam de triângulos por saber as suas características e não por memorização, seguiu-se o diálogo ilustrado pelo Quadro 9.

Quadro 9. Diálogo com um aluno sobre a construção de triângulos no Geoplano

Professora: Então que figura geométrica construístes?
Aluno: Um triângulo.
Professora: Por que é que é um triângulo?
Aluno: Porque tem três bicos. [apontando para os vértices]
Professora: Bicos? Ontem aprendemos como se chamam estes 'bicos'. Não te lembras?
Aluno: Ah! Os vértices.
Professora: Isso mesmo. E que mais te leva a dizer que é um triângulo?
Aluno: Os três lados.
Professora: [rodo o Geoplano 90°] E esta que figura geométrica é?
Aluno: É um triângulo na mesma.
Professora: [rodo o Geoplano 90°] E agora?
Aluno: É igual, um triângulo.
Professora: Se estiver sempre a rodar o Geoplano, que figura é que temos sempre?
Aluno: É sempre um triângulo tanto assim como assim como assim. [rodando o aluno o Geoplano].

As questões efetuadas pelo professor são essenciais para direcionar o pensamento dos alunos. De facto, questionar os alunos sobre como é que elas ‘sabem’, desafia-os a explicar o porquê e a refletir sobre as suas explicações é muito importante (Crowley, 1987).

Procedeu-se da mesma forma para as outras figuras geométricas, nomeadamente o retângulo e o quadrado (Figura 13).

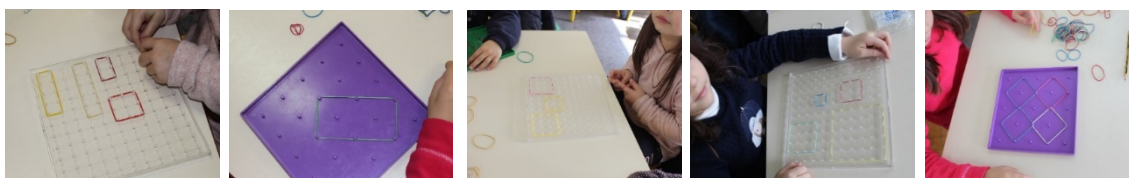


Figura 13. Construção de retângulos e de quadrados com o Geoplano.

Aquando a construção de retângulos no Geoplano, questionei diversos alunos sobre as suas opções. O excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 10.

Quadro 10. Diálogo com o aluno sobre construções de retângulos no Geoplano.

Professora: Que figuras geométricas construístes?
Aluno: Retângulos.
Professora: Ai sim, e o que me podes dizer destes retângulos? Que características encontras?
Aluno: Têm quatro vértices e quatro lados.
Professora: E esta figura geométrica é um retângulo? [Apontando para o quadrado]
Aluno: Sim! Um quadrado também é um retângulo.

Na construção de quadrados no Geoplano (Figura 13), o meu objetivo era que os alunos descobrissem que todos os lados são iguais porque têm o mesmo comprimento. Dizerem simplesmente que eram todos iguais aparentava que o diziam apenas por memorização. É ilustrado pelo Quadro 11 o excerto de um momento de diálogo com o aluno sobre as suas construções.

Quadro 11. Diálogo com o aluno sobre construções de quadrados no Geoplano.

Professora: Que figuras geométricas construístes?
Aluno: Quadrados.
Professora: O que te leva a dizer que são quadrados?
Aluno: Porque têm quatro vértices.
Professora: E o que têm mais?
Aluno: Têm quatro lados iguais.
Professora: E como sabes que os lados são iguais?
Aluno: Porque este lado é igual a este e a este e a este.
Professora: E como sabes que são iguais?
Aluno: Este tem 1, 2, 3, 4...este tem 1, 2, 3, 4, este também e este também [apontando para os lados]. Têm todos quatro [pinos]

Este momento permitiu-me perceber se os alunos reconhecem as características de figuras geométricas ou apenas recorriam à memorização. Deve ser dada mais ênfase à exploração e discussão das características das formas geométricas do que à memorização dos seus nomes (Ponte & Serrazina, 2000). O Geoplano é um material didático muito útil, especialmente para analisar figuras geométricas e para verificar que relações se estabelece entre as diferentes figuras (Alsina, 2004). Com estas atividades foram desenvolvidas a constância perceptual e a coordenação visual motora (Del Grande, 1990). Esta última capacidade tornou-se visível no desenho que os alunos efetuaram no papel pontado uma vez que representa a coordenação da visão com os movimentos do corpo. A utilização do Geoplano permite desenvolver esta capacidade devido à dificuldade intelectual e motora que um aluno, especialmente nos anos iniciais, possui ao controlar os movimentos (Del Grande, 1990).

Numa segunda parte da sessão e de forma a introduzir e apresentar à turma um material didático novo, o Tangram, foi realizada a leitura da segunda história de um livro (o mesmo da sessão anterior) cujo conteúdo se baseava nas figuras geométricas, mais especificamente no Tangram onde explicava o que era, por que peças era constituído e para que servia. Concluída a leitura, promoveu-se um momento de discussão em grande grupo sobre o conteúdo do livro. A título de exemplo, é apresentada uma situação de diálogo deste momento da aula e que evidencia algumas das perguntas que foram realizadas aos alunos (Quadro 12).

Quadro 12. Momento pós leitura da segunda história do livro 'O Bosque das Figuras Planas' (Hall, 2009).

Professora: Os habitantes do bosque das figuras planas reuniam-se numa grande festa. O que faziam nessa festa?
Aluno: Jogavam um jogo!
Professora: E como se chamava esse jogo?
Aluno: Era o Tangram!
Professora: O Tangram muito bem. E que figuras foram selecionadas para esse dia?
Aluno: Triângulos grandes, médios e pequenos.
Professora: Muito bem, sabem quantos?
Aluno: Acho que era dois grandes e dois pequenos.
Aluno: E um médio.
Professora: Certo. E que mais figuras foram selecionadas?
Aluno: O quadrado.
Professora: E sabem mais?
Aluno: A outra já não me lembro do nome.
Professora: Para...
Aluno: Paralelogramo.

De seguida, distribuí um Tangram a cada aluno e procedi à apresentação do material

didático de forma que os alunos o conhecessem. Expliquei-lhes que peças o constituem, para que servissem e como se utilizavam para procederem à fase exploração livre de forma a manipularem e explorarem o material didático em questão para se familiarizarem com ele (Ponte & Serrazina, 2000; Rêgo & Rêgo, 2006). Aquando o momento de exploração livre, começaram por manipular e unir diferentes figuras geométricas (Figura 14).

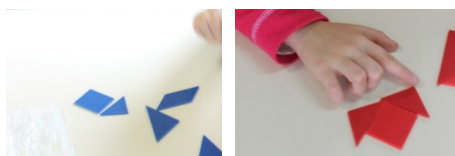


Figura 14. Momento de exploração livre com o Tangram.

Terminada a fase destinada à exploração livre, a primeira tarefa proposta consistia na construção de um triângulo (Figura 15) utilizando as peças do Tangram.

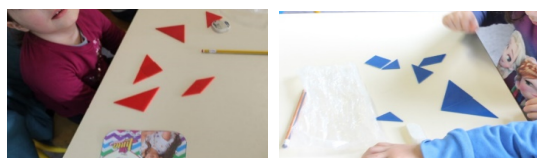


Figura 15. Construção de triângulos com o Tangram.

No decorrer da exploração circulava pela sala de aula para acompanhar a atividade dos alunos e questionava-os sobre as suas construções e sobre as características que descobriam. Um excerto desse momento é ilustrado no Quadro 13.

Quadro 13. Excerto de um momento durante as construções de triângulos com o Tangram.

Professora: Que figura construístes com o Tangram?
Aluno: O triângulo.
Professora: E que peças utilizaste?
Aluno: Dois triângulos, só podia.
Professora: Explica-me como fizeste.
Aluno: Pensei muito e fazia assim, faziam assim [rodando as peças] e juntei duas peças assim e ficou assim um triângulo.
Professora: E quantos lados tem esse triângulo?
Aluno: 1, 2, 3 [aponta para os lados] tem três.
Professora: E quantos vértices tem?
Aluno: Tem três também.

Seguidamente, propus a construção de um quadrado utilizando as peças do Tangram (Figura 16).



Figura 16. Construção de quadrados com o Tangram.

Durante a exploração, perguntava aos alunos acerca das suas construções e sobre as características que descobriam. Um excerto desde momento é ilustrado no Quadro 14.

Quadro 14. Excerto de um momento durante as construções de quadrados com o Tangram

Professora: Que figura construístes com o Tangram?
Aluno: Um quadrado
Professora: E que peças utilizaste?
Aluno: Um triângulo e outro triângulo.
Professora: Explica-me como fizeste.
Aluno: Juntando este aqui [apontando para um lado] com este aqui e faz um triân... quadrado!
Professora: E quantos lados tem esse quadrado?
Aluno: Quatro.
Professora: E quantos vértices tem?
Aluno: Quatro.

Continuou-se a exploração do Tangram com a construção de um retângulo (Figura 17). Uma vez mais ia questionando os alunos sobre as suas construções. Um excerto desde momento é ilustrado no Quadro 15.



Figura 17. Construção de retângulos com o Tangram.

Quadro 15. Excerto de um momento durante as construções de retângulos com o Tangram

Aluno: Tem outra peça igual a esta? [aponta para o quadrado] é que era mais fácil.
Aluno: Já está. Que fácil.
Professora: Que figura construiste com o Tangram?
Aluno: Olha construí um retângulo.
Professora: E que peças utilizaste?
Aluno: Utilizei um triângulo, um triângulo e um quadrado [apontando para as peças correspondentes].
Professora: E quantos lados tem esse retângulo?
Aluno: Quatro.
Professora: E quantos vértices tem esse retângulo?
Aluno: Quatro vértices.

Estas atividades permitiram-me entender se os alunos conseguiam manipular e compor diferentes figuras geométricas. O professor deve proporcionar situações de aprendizagem onde os alunos possam construir formas geométricas numa variedade de posições (Crowley, 1987). Neste caso, tanto o Geoplano como o Tangram permitem esta possibilidade, no entanto, os níveis de dificuldade são muito diferentes. Constatei que as dificuldades dos alunos residiram sobretudo na construção de figuras geométricas no Tangram. As peças não eram muito grandes e os alunos sentiram dificuldade na manipulação, mais especificamente na coordenação visual motor (Del Grande, 1990). Contudo, é uma mais-valia possibilitar aos alunos diferentes formas de aprendizagem como a exploração do Geoplano e a do Tangram, de forma a desenvolver estas e outras capacidades.

Momento de reflexão. Após as construções, proporcionava aos alunos momentos de reflexão sobre o que realizaram, nomeadamente a passagem da construção do Geoplano para o papel pontado (Figura 18, 19 e 20) e o registo escrito das construções com o Tangram. Relativamente ao Geoplano, os alunos apresentaram algumas dificuldades. No entanto, evidencio que, de forma geral, os alunos mostram perceber a forma de desenhar em papel pontado. Evidencio algumas reproduções de alunos no papel pontado comparadas com as reproduções no Geoplano.

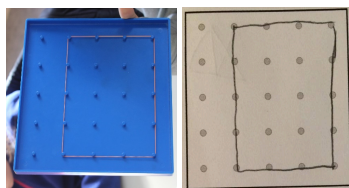


Figura 18. Construção no Geoplano de um retângulo e passagem para o papel pontado.

Na generalidade, os alunos não apresentaram grandes dificuldades na passagem de construções de retângulos para o papel ponteadado. Apesar de o traço estar pouco firme, a sua reprodução no papel ponteadado foi fiel à sua construção no Geoplano, como exemplifica a seguinte construção realizada por um aluno.

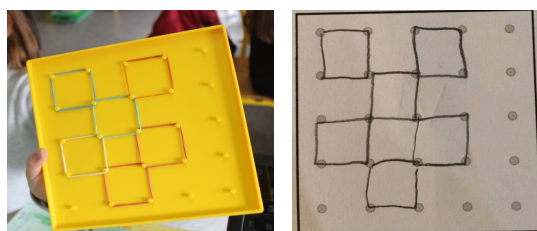


Figura 19. Construção no Geoplano de quadrados e sua reprodução no papel ponteadado.

Relativamente à construção de quadrados e à sua passagem para papel ponteadado, os alunos também não apresentaram dificuldades. A forma de desenhar um quadrado no papel ponteadado é muito idêntica à forma de desenhar um retângulo.

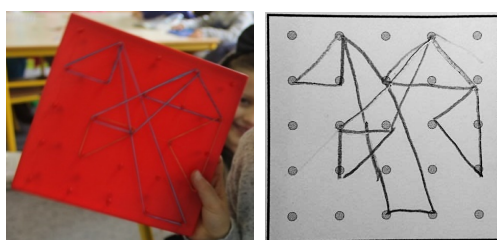


Figura 20. Construção no Geoplano de triângulos e sua reprodução no papel ponteadado.

Quanto à passagem para papel ponteadado da construção de triângulos no Geoplano a dificuldade foi maior. A sua reprodução no papel ponteadado não foi fiel à sua construção no Geoplano, embora os alunos manifestem a preocupação de unir 'pino' a 'pino' para desenhar as figuras propostas.

No que concerne ao Tangram, no final de cada construção era realizada uma reflexão sob a forma de registo escrito das construções efetuadas. As figuras 21, 22 e 23 ilustram algumas reproduções dos alunos em papel comparado com as construções no Tangram.

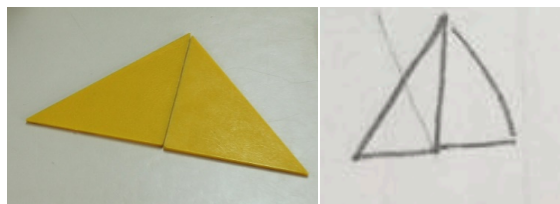


Figura 21. Construção de um triângulo no Tangram e passagem para o papel

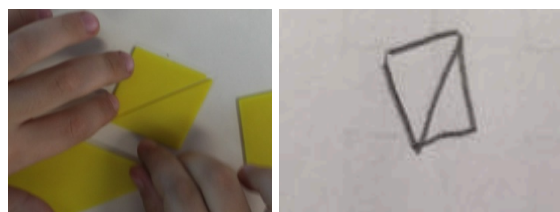


Figura 22. Construção de um quadrado no Tangram e passagem para o papel

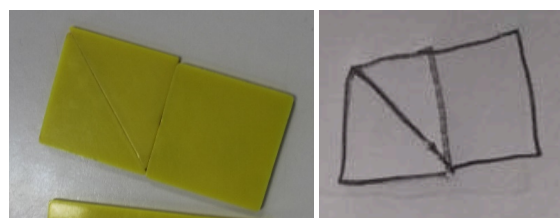


Figura 23. Construção de um retângulo no Tangram e passagem para o papel

Na representação de triângulos, de quadrados e de retângulos no papel, apesar de apresentarem muitas vezes um traço impreciso, de forma geral, os alunos não apresentam dificuldades, sendo a sua reprodução fiel à sua construção no Tangram.

Após efetuarem uma manipulação, é imprescindível que reflitam sobre ela, neste caso, a passagem para o papel é uma forma de os alunos refletirem sobre o que aprenderam tendo em vista que não é a simples manipulação em si o mais importante, mas a “a ação mental que é estimulada quando as crianças têm a possibilidade de ter os objetos e os diferentes materiais nas suas mãos” (Alsina, 2004, p. 9).

Tanto no momento de exploração como no momento de reflexão, os alunos distinguem as figuras geométricas em qualquer posição e de qualquer tamanho, enumerando as suas propriedades, o que se entende que estes alunos têm a constância perceptual e a discriminação visual adquiridas (Del Grande, 1990; Matos & Gordo, 1993; Ponte & Serrazina, 2000).

Pode-se tirar partido de diversas formas com a utilização do Tangram, no entanto “o valor educativo deste material reside, entre outros aspetos, no desenvolvimento da capacidade de concentração e no incentivo à investigação e à criatividade” (Vieira, 2006, p. 216). De facto,

materiais didáticos como o Geoplano e o Tangram podem ter um papel fulcral como mediadores na aprendizagem de diversos tópicos da Geometria (Breda et al. 2011). A sua utilização é de grande interesse para aprofundar a exploração de diferentes formas geométricas e as suas propriedades (Alsina, 2004).

No final das sessões sobre o tópico *Figuras Geométricas*, quando questionava a turma sobre as características de determinada figura geométrica, os alunos conseguiam enumerá-las não por memorização, mas por reconhecer as suas partes. Isto possibilitou-me entender que, tal como van Hiele (1986) sugeria, este grupo de crianças estão situadas no nível II (Análise), onde as figuras geométricas são reconhecidas como tendo partes e pelas suas partes.

Sólidos Geométricos

O estudo dos sólidos geométricos efetuou-se em duas intervenções. A primeira intervenção deste tópico teve como propósito a abordagem inicial aos sólidos geométricos, nomeadamente a identificação de cubos, paralelepípedos retângulos, cilindros e esferas introduzindo algumas das suas propriedades. Já a segunda intervenção foi relativa à revisão dos sólidos geométricos e das suas propriedades assim como a concretização de construções que culminassem em representações de sólidos geométricos.

Momento de pré-exploração. A abordagem inicial aos sólidos geométricos iniciou-se com um diálogo em grande grupo de forma a averiguar as conceções prévias dos alunos. Um momento desta abordagem inicial é ilustrado pelo Quadro 16.

Quadro 16. Diálogo em grande grupo sobre as conceções prévias dos alunos

Professora:	Hoje vão aprender os sólidos geométricos. Alguém conhece ou já ouviu falar sobre isto?
Todos:	Não.
Professora:	[mostro exemplares de sólidos geométricos] Isto são sólidos geométricos.
Aluno:	Ahhh... sim!
Aluno:	Eu tenho disso em casa.
Aluno:	Aquele [paralelepípedo] é como aquilo dos prédios, os tijolos.
Aluno:	E esse [esfera] parece uma bola de golfe.
Aluno:	É como uma laranja.

Com a visualização de representações de sólidos geométricos, os alunos começaram imediatamente a associar a objetos reais do nosso quotidiano, podendo-se confirmar que “as

primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objecto de outro e ao descobrirem o grau de proximidade de um dado objecto” (Abrantes et al., 1999, p. 70). Ao mostrar as representações de sólidos geométricos em madeira, mostrava também uma representação real do dia-a-dia dos alunos. A título de exemplo, ao mostrar um cilindro em madeira mostrei-lhes também uma lata de salsichas e outros objetos com diferentes tamanhos para os alunos conseguirem comparar e visualizar de outra perspetiva, de forma a não condicionar ou restringir a imagem a desenvolver pelos alunos para os conceitos geométricos (Ralha & Gomes, 2004).

Com o pressuposto de compreender as noções que tinham sobre o tópico que iria ser abordado, os alunos realizaram uma tarefa que tinha como principal objetivo reconhecimento de partes planas e de partes não planas de sólidos geométricos. Distribuí a cada um dos alunos a Tarefa 2 para que pudesse ser resolvida individualmente. Nesta sessão de intervenção faltou um aluno, o que faz com que sejam analisadas apenas 19 respostas dos 20 alunos da turma.

Tabela 4. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 2.

<i>Tarefa</i>	<i>Indicadores da resposta dos alunos</i>	<i>Frequência</i>
2	Identifica os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam.	2
	Identifica parcialmente os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam	17
	Não identifica os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam	0

Consoante a análise das respostas dos alunos da Tarefa 2, foi possível constatar alguns conhecimentos que os alunos tinham sobre os sólidos geométricos, designadamente, sobre a identificação de partes planas e de partes não planas. Verifica-se que, de forma geral, os alunos não detinham uma noção clara sobre este conteúdo uma vez que não reconheciam que determinado sólido geométrico tivesse concomitantemente partes planas e partes não planas. No entanto, todos os alunos foram capazes de identificar que a esfera rolava, embora alguns considerassem que apenas rolava em algumas posições. Ainda constatei que, de uma maneira geral, os alunos reconheciam que o cubo e o paralelepípedo não rolavam, porém, julgavam que o cone não rola e que o cilindro apenas rola. Isto possibilitou-me entender que, tal como van Hiele (1986) refere, este grupo de alunos estão situadas no nível I (Visualização) onde a perceção de objetos são vistos como entidades totais e não como tendo componentes ou atributos.

Momento de exploração. Como em aulas antecedentes, o tópico abordado foram as *Figuras Geométricas*. Julguei oportuno criar uma atividade de ligação entre as ‘figuras

geométricas' e os 'sólidos geométricos'. Neste momento da aula distribuí por cada grupo de alunos um conjunto de sólidos (cubo, paralelepípedo, cilindro, esfera e cone) para que todos os alunos tivessem um primeiro contacto e os explorassem de forma livre (Ponte & Serrazina, 2000; Rêgo & Rêgo, 2006) (Figura 24).



Figura 24. Exploração livre com sólidos geométricos.

Após uma primeira manipulação e exploração pelos alunos de forma espontânea, distribuí tintas e solicitei que carimbasse uma folha (Figura 25) de forma a averiguar que formas geométricas estão contempladas em cada um dos sólidos geométricos. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 17.



Figura 25. Aluno a carimbar formas geométricas no papel com representações de sólidos geométricos.

Quadro 17. Diálogo em grande grupo sobre que formas geométricas estão contempladas em cada um dos sólidos geométricos

Professora: Carimbaram esta forma que é... [apontando para o quadrado]
Aluno: Um quadrado!
Professora: Com que sólido geométrico?
Aluno: Com o cubo.
Professora: Então que figuras geométricas estão contempladas no cubo?
Aluno: Quadrados.
Professora: E sabem quantos quadrados?
Aluno: [pega no cubo e conta as faces] Seis.
Professora: E sabem quantos vértices tem o cubo?
Aluno: Quatro em cima e quatro em baixo.
Professora: Que são...
Aluno: Quatro mais quatro dá oito.

Esta atividade foi um ponto de partida para a introdução de algumas das características de sólidos geométricos, nomeadamente o número de faces e o número de vértices. De forma a promover a criatividade que está intimamente ligada à matemática (Pinheiro & Vale, 2013) propus que os alunos criassem um ‘desenho carimbado’ (Figura 26).



Figura 26. Desenhos carimbados.

Durante esta atividade, ia circulando pelos grupos de trabalho e questionava os alunos sobre as formas geométricas que carimbavam com os sólidos e algumas das características dos sólidos geométricos. Posteriormente, foi realizada uma atividade de exploração que consistia em identificar as partes planas e as partes não planas verificando se o sólido geométrico rolava ou se deslizava. Os alunos testaram cada um dos sólidos geométricos (Figura 27).



Figura 27. Aluno a experimentar sólidos geométricos.

Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 18.

Quadro 18. Diálogo com os alunos sobre a exploração.

Professora: Vocês acham que a esfera rola ou desliza?
Aluno: Rola
Professora: E porquê?
Aluno: Porque não tem estas partes planas.
Aluno: Porque é toda curva.
Professora: Isso, a esfera só tem superfícies curvas, não tem partes planas. E o paralelepípedo?
Aluno: Desliza.
Professora: E porquê?
Aluno: Porque não tem superfícies curvas.
Aluno: Só tem partes planas.
Professora: E o cilindro? Rola ou desliza?
Aluno: Rola!
Aluno: Desliza!
Professora: Então? Ele rola ou desliza?
Aluno: Dá as duas.
Professora: E porquê?
Aluno: Se nós fizermos assim desliza e se fizermos assim rola [explicando com o cilindro].

A manipulação de sólidos geométricos ajuda os alunos a aprenderem conceitos geométricos (Clements, 1999). Através da sua exploração, os alunos alcançaram rapidamente os objetivos propostos para esta atividade, nomeadamente, a identificação de partes planas e partes não planas dos sólidos geométricos. Na aprendizagem dos sólidos geométricos, ter representações torna-se essencial como facilitador da aprendizagem, essencialmente por permitir aos alunos assimilar mais facilmente as suas propriedades e características através do tato e visão, já que “o próprio material [que estão a usar] possibilita-lhes a prova” (Costa, 1998, p. 154).

Para que os alunos associassem o nome do sólido geométrico ao sólido correspondente, proporcionei um ‘caça ao tesouro’ onde iriam procurar pela escola representações de sólidos geométricos e respetivos nomes escritos em papel. Questionei os alunos sobre o que precisavam de ter para procurarem o lugar certo onde o sólido geométrico se encontrava ao qual me respondem rapidamente ‘mapas’. Distribuí um mapa (Figura 28) por grupo que continha imagens específicas num ambiente natural dos alunos.



Figura 28. Mapa para o caça ao tesouro.

Momento de reflexão. Após a atividade, proporcionava aos alunos momentos de reflexão sobre as suas explorações, com o propósito de perceber as noções que os alunos ficaram sobre os sólidos geométricos. Realizaram a mesma tarefa que tinham realizado no início do tópico, que tinha como principal objetivo o reconhecimento de partes planas e de partes não planas de sólidos geométricos. A descrição das respostas e o número correspondente foram compiladas na Tabela 5.

Tabela 5. Frequências das respostas dos alunos à Tarefa 3

<i>Tarefa</i>	<i>Indicadores da resposta dos alunos</i>	<i>Frequência</i>
3	Identifica os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam.	17
	Identifica parcialmente os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam	2
	Não identifica os sólidos geométricos que rolam e os que não rolam	0

Da análise das respostas dos alunos, verifica-se que as suas conceções sobre a identificação de partes planas e de partes não planas foi mobilizada, uma vez que na generalidade

os alunos conseguiram identificar os sólidos geométricos que apenas rolam, os que não rolam ou deslizam e os que rolam e deslizam. Consta-se que os alunos ficaram com uma noção mais precisa sobre este conteúdo uma vez que já assumem que determinado sólido geométrico possa ter simultaneamente partes planas e partes não planas.

Momento de pré-exploração. Na última intervenção no 1.º ciclo, de forma a recordar os sólidos geométricos e averiguar se os alunos compreenderam o tópico lecionado na sessão antecedente, verificando as noções que os alunos já tinham, propus um momento que consistia em descobrir o sólido geométrico (Figura 29) e descrevê-lo verbalmente utilizando linguagem apropriada standard ou não (Crowley, 1987). Com efeito, considerei desenvolver a memória visual (Hoffer, 1977) dos alunos propiciando uma atividade em que vendados lhes fornecia um sólido geométrico que tinham que adivinhar qual era e porquê, enumerando assim algumas das suas características.



Figura 29. Aluno vendado a tentar adivinhar o sólido geométrico.

Este momento é ilustrado pelo Quadro 19.

Quadro 19. Momento em que um aluno tenta adivinhar o sólido geométrico

Professora:	[fornecendo um cilindro] Será que consegues adivinhar qual é o sólido geométrico?
Aluno:	Ai, esse é super fácil.
Aluno:	Oh tu também estás a ver, claro que é fácil assim.
Professora:	Não estás a conseguir? O teu grupo pode-te ajudar dando pistas.
Aluno do grupo:	Esse sólido tem partes curvas e partes planas.
Aluno vendado:	Ah já sei, é o cilindro.
Professora:	Muito bem. Explica-me o que fizeste para descobrir.
Aluno:	Porque o cilindro tem partes curvas e partes planas.
Professora:	E não podia ser um cone?
Aluno:	Podia porque também tem partes planas e partes curvas.
Professora:	Então como é que sabem que é um cilindro e não um cone?
Aluno:	O cone tem um vértice e o cilindro não.

Durante este momento, foi possível constatar que os alunos não demonstram dificuldades em distinguir os sólidos geométricos, enumerando até algumas características que os distinguem. O que por vezes acontecia era se esquecerem do seu nome e, por isso, necessitavam de um ‘empurrão’ para lembrarem. De uma forma geral, estes alunos revelaram dificuldades na comunicação matemática e em verbalizar aquilo que estão a pensar (Mendes & Delgado, 2008).

Momento de exploração. Os alunos sabiam que iríamos fazer uma exposição sobre os sólidos geométricos à comunidade educativa neste dia e, por isso, questionei a turma sobre que sólidos é que eles iriam apresentar. Rapidamente me respondem que não podem ser os sólidos geométricos em madeira porque não eram deles e sugeriram construir uns sólidos geométricos deles para apresentarem na exposição. Posto isto, distribuí palhinhas e plasticina (Figura 30) pelos diversos grupos para os alunos construírem sólidos geométricos.

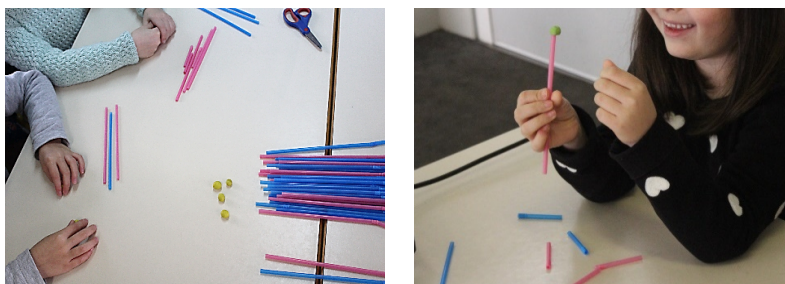


Figura 30. Palhinhas e plasticina para a construção de sólidos geométricos

Um excerto do momento é ilustrado pelo Quadro 20. Sugeri que começassem a construção unindo uma palhinha a uma bolinha de plasticina (Figura 30), enquanto isso, projetei um *PowerPoint* com exemplares de sólidos geométricos para os alunos reproduzirem.

Quadro 20. Excerto do diálogo em grande grupo sobre as construções com palhinhas e plasticina.

Professora: Que sólidos geométricos podemos construir com as palhinhas e a plasticina?
Aluno: O cubo.
Aluno: O paralelepípedo.
Aluno: O cilindro.
Professora: Podemos construir o cilindro?
Aluno: Claro que não dá por causa dos círculos.
Aluno: O cilindro tem partes curvas por isso é que não dá. É como a esfera, também não dá.
Professora: Então que tipo de sólidos geométricos podemos construir?
Aluno: Só os que têm partes planas.

Com a visualização do *PowerPoint*, os alunos conseguiram reproduzir com facilidade as construções. Num primeiro momento aperceberam-se que construíram um quadrado e durante a exploração afirmaram que precisavam de outro quadrado como aquele (Figura 31).



Figura 31. Alunos a construir um paralelepípedo

Durante e após as construções dos sólidos geométricos (Figura 32) questionei os alunos sobre as suas construções. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 21.

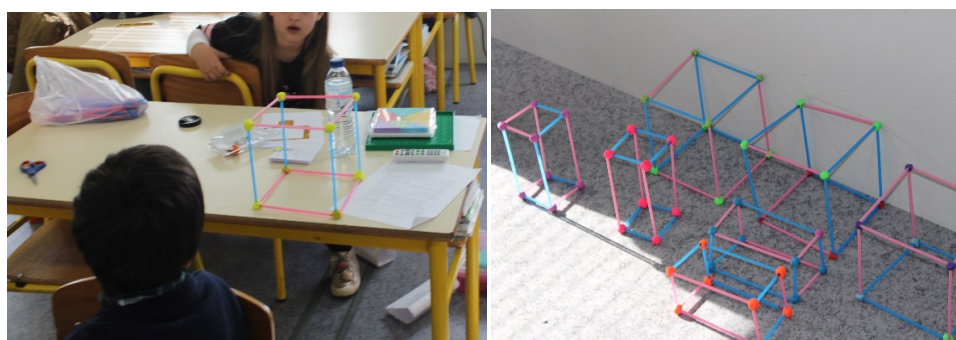


Figura 32. Construções de sólidos geométricos com palhinhas e plasticina

Quadro 21. Diálogo com os alunos sobre características de sólidos geométricos

Professora: Sabem quantos vértices tem o cubo?
Aluno: Os vértices são as bolinhas de plasticina!
Professora: Isso mesmo. Quantos tem afinal?
Aluno: Quatro.
Aluno: Oito.
Professora: Vamos contar? [apontando para os vértices]
Aluno: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
Professora: Sabem o que são arestas?
Aluno: Sei. São as palhinhas.
Professora: Então quantas arestas tem?
Aluno: [contando baixinho] Doze!
Professora: Isso mesmo. E as faces? Sabem dizer quantas são?
Aluno: São estas partes aqui [apontando para as faces do cubo].
Aluno: São seis.

Com a visualização de modelos de sólidos geométricos, os alunos conseguem distingui-los e identificar algumas características, nomeadamente os vértices, as faces e as arestas. Durante esta experiência de exploração foram desenvolvidas algumas capacidades relativas à perceção visual, que indica que um aluno é capaz de reconhecer e distinguir os estímulos visuais, compreendendo-os e relacionando-os com experiências anteriores (Frostig, Horne & Miller, 1994). Mais especificamente, foram desenvolvidas capacidades como a coordenação visual motora, na construção de sólidos geométricos uma vez que os alunos precisam de coordenar as mãos com a visão, a constância perceptual quando reconhecem as características invariantes e a discriminação visual quando os alunos conseguem comparar os sólidos geométricos encontrando semelhanças e diferenças (Del Grande, 1990).

Seguidamente à construção de representações de sólidos geométricos, os alunos registaram numa placa (Figura 33) o nome dos sólidos geométricos.



Figura 33. Registo na placa do nome dos sólidos geométricos

Para a exposição foi necessário produzir um cenário que se relacionasse com o tópico. Como os alunos ainda não têm capacidades para desenharem em papel representações de sólidos geométricos, sugeri que realizassem vários desenhos, mas com a condição de conter apenas formas geométricas. E assim sucedeu, estendi papel cenário e cada um dos alunos desenhou figuras geométricas (Figura 34).



Figura 34. Alunos a construir o cenário da exposição

Momento de reflexão. Finalizando as construções dos sólidos geométricos, a elaboração de uma placa identificadora de cada sólido e o cenário da exposição procedeu-se à apresentação da exposição sobre os sólidos geométricos à comunidade educativa (Figura 35).



Figura 35 - Exposição à Comunidade Educativa

Foram convidadas todas as turmas da escola para ver a exposição e durante esta os alunos iam descrevendo os sólidos geométricos. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 22.

Quadro 22. Excerto de um momento durante a apresentação da exposição à comunidade educativa.

Aluno:	Obrigada por virem à nossa exposição de sólidos geométricos.
Aluno:	Este aqui é o cubo [apontando para o cubo].
Aluno:	Ele só tem superfícies planas.
Aluno:	Tem seis faces.
Aluno:	Tem oito vértices que são as bolinhas de plasticina.
Aluno:	E tem doze arestas que são as palhinhas.

Tanto no momento de exploração como no momento reflexão, constatei que os alunos reconhecem as figuras geométricas em qualquer posição e de qualquer tamanho, conseguindo descrever as suas propriedades. Entendo assim, que estes alunos têm a constância perceptual e a discriminação visual adquiridas (Del Grande, 1990; Matos & Gordo, 1993; Ponte & Serrazina, 2000). Pelo facto de os alunos reconhecerem os atributos dos sólidos geométricos, possibilitou-me compreender que, tal como van Hiele (1986) defende, as crianças estão situadas no nível II (Análise), onde são os sólidos são reconhecidas como tendo partes e pelas suas partes.

4.2. Intervenção pedagógica no 2º ciclo do ensino básico

Mediatriz de um segmento de reta

O estudo da mediatriz de um segmento de reta realizou-se em duas intervenções. A primeira intervenção desenvolvida na turma do 6.º ano de escolaridade tinha como propósito a abordagem inicial deste tópico, fazendo a introdução às suas propriedades. A segunda intervenção teve como intuito a aplicação da mediatriz de um segmento de reta na resolução de tarefas que os alunos olhem e compreendam situações do quotidiano do ponto de vista matemático.



Momento pré-exploração. No sentido de perceber as conceções dos alunos sobre o tópico da mediatriz de um segmento de reta, selecionei quatro imagens que continham exemplos e contraexemplos deste tópico, com a finalidade de solicitar os alunos a identificarem e a reconhecerem a mediatriz de um segmento de reta, justificando as suas opções. Após a projeção no quadro de quatro imagens, os alunos confrontaram as suas ideias no seu grupo e registaram-nas para uma discussão em grande-grupo (Quadro 24).

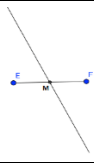
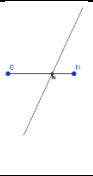
Quadro 23. Momento da abordagem à mediatriz de um segmento de reta.

Professora: Vocês já deram no ano passado a mediatriz de um segmento de reta. Dentro destas quatro imagens têm que, em grupo, pensar e dizer se é ou não mediatriz de um segmento de reta e o porquê.
Aluno: Que fácil. Já posso dizer?
Professora: Pensem bem primeiro, façam os vossos registos para depois procedermos a uma discussão em grande-grupo.

De forma a uma melhor apreciação das respostas dos alunos, compilei-as relativamente a cada uma das quatro imagens na Tabela 6.

Tabela 6. Compilação das conceções prévias dos grupos de alunos sobre a mediatriz de um segmento de reta.

Imagem apresentada	Justificações dos alunos
	É mediatriz porque o ponto A e o B estão à mesma distância do ponto M.
	Não é mediatriz porque os pontos C e D não estão à mesma distância do ponto N. A reta r não está no meio dos pontos C e D. A reta que está horizontal não é mediatriz e a vertical é.

	<p>Não é mediatriz porque a linha que dista do ponto E ao F é oblíqua. É mediatriz porque o ponto M está à mesma distância do ponto E e F.</p>
	<p>Não é mediatriz pois o ponto N está mais para o ponto H do que para o G. Não é mediatriz porque o ponto G e H estão a diferentes distâncias do ponto N.</p>

Relativamente à primeira situação, todos os grupos concordaram que era mediatriz de um segmento de reta, tal como é exemplificado na justificação de um aluno presente na tabela supracitada, contudo, não apresentaram mais argumentos para tal afirmação. Quanto à segunda situação, alguns grupos de alunos concordaram que não era mediatriz de um segmento de reta justificando-se relativamente às distâncias dos pontos e outro grupo explica que a reta que está horizontal não é mediatriz de um segmento de reta e a vertical é, não conseguindo explicar o porquê. A terceira situação foi a que despoletou mais dúvidas e mais confrontos, uns diziam que não era mediatriz de um segmento de reta e outros que era mediatriz de um segmento de reta, porém, as suas justificações sucintas e pouco explícitas.

Na última situação, todos os grupos concordaram que não traduzia uma mediatriz de um segmento de reta essencialmente porque as extremidades estarem a diferentes distâncias do ponto N.

De um modo geral, os alunos apresentam uma vaga noção do que é mediatriz de um segmento de reta, o que se traduz na apresentação de justificações sem menção às características deste tópico. A discussão que se gerou sobre as respostas dadas remete para a possibilidade de negociação de significados de forma a proporcionar construção de novos conhecimentos (Ponte, 2016). Este exercício mental de comparar, verificar semelhanças e diferenças das diferentes figuras é uma forma de desenvolver a discriminação visual (Del Grande, 1990).

Num segundo momento, propus que os alunos sugerissem como se efetuava a construção da mediatriz de um dado segmento de reta (Quadro 24).

Quadro 24. Concepções dos alunos sobre a construção da mediatriz de um segmento de reta.

<p>Professora: Alguém me sabe dizer como se constrói a mediatriz de um segmento de reta?</p>
<p>Aluno: Eu acho que sei...</p>
<p>Professora: Qual acham que é o primeiro passo para a construção da mediatriz de um segmento de reta?</p>

Aluno: Fazer primeiro uma linha.
 Professora: Uma linha?
 Aluno: Não é uma linha, é uma reta só que tem principio e tem fim...
 Professora: Então é um...?
 Aluno: Segmento de reta! É fazer um segmento de reta.
 Aluno: Depois temos que marcar o centro.
 Aluno: Agora temos que escrever A e B nos outros pontos.
 Aluno: Falta escrever a letra do centro.
 Aluno: Com o compasso, rodar um bocadinho assim [gesticulando].
 Aluno: É um quarto de circunferência para cada lado.
 Aluno: Eu acho que é um arco.
 Aluno: É igual, não interessa. É a ponta seca no A, colocamos a ponta que escreve no B e...
 Aluno: Medimos meia circunferência.
 Aluno: Temos que pôr um ponto em cima e outro em baixo.
 Aluno: Marcar os pontos C, D, E e F.
 Aluno: E marcar uma linha horizontal nesses pontos. Vertical [reforça]
 Professora: Então acham que se seguirem estes passos conseguem construir a mediatriz de um segmento de reta?
 Aluno: Isso já vai mal...
 Aluno: Quando colocamos a ponta seca no ponto A depois temos que fazer para o ponto B.
 Aluno: Não, está tudo mal.

Os alunos apesar de terem uma noção vaga do tópico, não sabem como construir uma mediatriz de um segmento de reta. Embora mostrem interesse em participar, a sua capacidade de comunicação matemática necessita de ser desenvolvida.

Momento exploração. O questionamento à turma sobre formas possíveis que conheciam para a construção da mediatriz de um segmento de reta, as respostas incidiram nos materiais que estavam habituados a trabalhar na sala de aula: o compasso, a régua, o lápis e o papel. Destes materiais exploraram o papel para determinarem a mediatriz de um segmento de reta através de dobragens (Origami) (Figura 36).

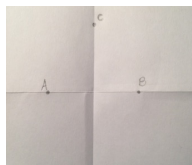


Figura 36. Determinação por um aluno da mediatriz de um segmento de reta através de dobragens de papel.

Durante a construção ia questionando os alunos sobre o que identificavam passo a passo. Este momento é ilustrado pelo Quadro 25.

Quadro 25. Diálogo com os alunos durante a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando Origami

Professora: Marcar dois pontos distintos A e B na folha e fazer uma dobragem que passe por ambos. O que determinaste?

Aluno: O segmento de reta [AB].

Professora: Dobrar o papel, coincidindo o ponto A com o ponto B. Nesta dobragem determinaste uma reta (s). Que características identificas desta reta em relação ao segmento de reta [AB]?

Aluno: A reta é perpendicular.

Professora: Onde é que se intersesta?

Aluno: Está a passar no meio do segmento de reta.

Professora: Então passa no ponto...

Aluno: No ponto médio do segmento de reta [AB].

Aluno: Também faz ângulos retos.

Professora: Vamos continuar, marcar o ponto C sobre a reta s. Fazer uma dobragem que passa pelos pontos A e C e outra que passa por B e C.

Aluno: Ah! Ficou um triângulo.

Aluno: A mediatriz já está feita desde que dobramos ao meio.

O *Origami*, para além de contribuir para o desenvolvimento da psicomotricidade, pode funcionar como um estímulo atrativo para explorar conteúdos (Cebolo, Araújo & Cadeia, 2006). A sua utilização proporciona aos alunos momentos de discussão e comunicação de descobertas com os seus pares, assim como a tendência para procurar ver e apreciar (Cebolo, Araújo & Cadeia, 2006).

Posteriormente, seguiu-se a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando a régua e o compasso. À medida que explicava passo a passo como se procedia no quadro com o material de desenho adequado, os alunos ouviam iam construindo e confrontavam o que estava a ser dito com os registos no quadro. Finda a construção da mediatriz de um segmento de reta, questionei a turma sobre que características identificavam na sua construção, como é ilustrado no Quadro 26.

Quadro 26. Diálogo com os alunos sobre a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando régua e compasso.

Professora: Com a observação da vossa construção, que características identificam?

Aluno: O ponto M é o ponto médio do segmento de reta [AB].

Aluno: A reta s é perpendicular ao segmento de reta [AB].

Aluno: E passa pelo ponto M.

Professora: O ponto M é o único ponto que está à mesma distância de A e de B?

Aluno: Não.

Professora: Então?

Aluno: É o ponto que faz ligação.. [não consegue explicar]

De forma a averiguarem se o ponto M é o único ponto que está à mesma distância de A e de B, os alunos exploraram uma construção efetuada no GeoGebra e concluíram que, tal como exemplifica a seguinte afirmação de um aluno “qualquer ponto que esteja na reta s está a mesma distância de A e de B”. A vantagem do auxílio de softwares de Geometria dinâmica, neste caso o GeoGebra, reside no facto de poderem fazer simulações e de visualizar situações que seriam muito complicadas e até mesmo inexequíveis sem o suporte da tecnologia (NCTM, 2007).

Momento reflexão. Após as construções com a utilização de *Origami* e de régua e compasso, os alunos foram desafiados a refletir sobre o que aprenderam e a aplicar os seus conhecimentos na resolução de tarefas, como exemplifica a seguinte que foi resolvida em grupo:

Tarefa 1. A figura seguinte representa o esboço de uma estrada. O segmento de reta [AB] representa a estrada e os pontos C e D representam duas casas. Em que ponto da estrada deve ser colocado uma paragem de autocarros de modo que fique à mesma distância de cada uma das casas?



Todos os alunos identificaram a situação como uma aplicação da mediatriz de um segmento de reta. Porém, os alunos revelaram dificuldades na interpretação do enunciado da tarefa ao determinarem a mediatriz do segmento de reta [AB]. Após visualizarem a sua resolução e de relerem o problema, aperceberam-se que não estava correto, como mostra o excerto deste momento ilustrado no Quadro 27.

Quadro 27. Diálogo com os alunos sobre a resolução da Tarefa 1.

Aluno grupo 5:	Nós fizemos a mediatriz do segmento de reta [AB].
Aluno grupo 4:	Nós também. [todos os grupos afirmam ter feito]
Professora:	E porquê?
Aluno grupo 1:	Não sei...
Aluno grupo 3:	Porque era o único segmento de reta...
Aluno grupo 4:	Porque pensamos em grupo que podíamos fazer a mediatriz normal [refere-se à mediatriz do segmento [AB]], mas a mediatriz nas casas não ficou no ponto médio.
Professora:	Então o que têm que fazer?
Aluno grupo 4:	O ponto tem que estar à mesma distância de C e de D.
Professora:	Então...?
Aluno grupo 4:	É a mediatriz do segmento de reta [CD].
Aluno grupo 2:	Depois a reta tem que tocar no segmento de reta [AB] e é aí a paragem de autocarros.

Dada a incorreção inicial, pedi aos alunos que resolvessem novamente a tarefa proposta. Nessa resolução, os alunos utilizaram a régua e o compasso e só na segunda tentativa é que conseguiram resolvê-la (Figura 37).

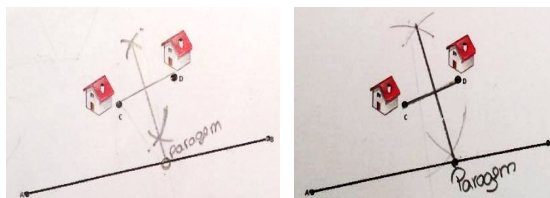


Figura 37. Resolução da Tarefa 1 pelo Grupo 2 e pelo Grupo 4.

Após a clarificação da resolução da Tarefa 1, seguiu-se a resolução da Tarefa 2:

Tarefa 2. O professor pediu ao Miguel, M, para se colocar em igual distância do André, A, e do Bruno, B. O Miguel colocou-se exatamente no meio de ambos. Será que este era o único lugar onde o Miguel se poderia posicionar?



Na globalidade, os alunos concretizaram a Tarefa 2 que envolve uma situação de mediatriz de um segmento de reta. De facto, não se verificaram dificuldades na identificação do pretendido e até lembraram que era possível verificar com o GeoGebra. No final da realização da Tarefa 2, promoveu-se um momento de discussão e reflexão acerca da mesma. Este momento é ilustrado pelo Quadro 28.

Quadro 28. Diálogo com os alunos sobre a resolução da Tarefa 2.

Aluno grupo 3:	São infinitas as possibilidades.
Professora:	E porquê?
Aluno grupo 4:	Porque pensamos que se podia localizar em qualquer ponto da mediatriz.
Professora:	Então dizem que não é o único lugar onde se poderia posicionar?
Aluno grupo 5:	Não, porque qualquer ponto que esteja na mediatriz está à mesma distância das extremidades.
Aluno grupo 2:	O Miguel pode-se posicionar para a frente e para trás continuando sempre no centro deles e assim ter a mesma distância entre cada um deles.
Aluno grupo 1:	Também achamos que não porque poderá estar em infinitos em cima e em baixo da mediatriz. Isto é mais fácil de explicar no GeoGebra.

Tanto a Tarefa 1 como a Tarefa 2 tornaram-se importantes para aferir as fragilidades dos alunos relativamente à comunicação matemática e à capacidade de argumentação. Para finalizar a resolução das tarefas, definimos em grande grupo o conceito de mediatriz de um segmento de reta. Durante as resoluções das tarefas, os alunos utilizaram a régua e o compasso mostrando capacidade de coordenação visual motora (Del Grande, 1990), embora algumas das construções

não revelem rigor.

Reflexão Axial

O estudo da reflexão axial realizou-se em duas intervenções. A primeira intervenção pedagógica teve como finalidade introduzir as isometrias, mais especificamente a reflexão axial e uma abordagem às suas propriedades. A segunda intervenção desenvolvida na turma do 6.º ano de escolaridade teve como propósito a aplicação de tarefas que envolvam a reflexão axial utilizando material didático à escolha do aluno.

Momento pré-exploração. Com o intuito de entender as noções que os alunos tinham sobre reflexão axial, selecionei dois grupos de figuras: um grupo apenas com figuras isométricas e outro grupo onde as figuras não eram isométricas (Tabela 7).

Tabela 7. Compilação das conceções dos grupos sobre figuras isométricas.

Grupo	Respostas dos alunos
1	<p>1.º registo:</p> <p>O que entendes por figuras isométricas?</p> <p>As figuras isométricas são geometricamente iguais, são simétricas têm a mesma distância da mediatriz do segmento de reta.</p>
2	<p>O que entendes por figuras isométricas?</p> <p>As figuras isométricas são simétricas, são do mesmo tamanho e podem ter rotacion.</p> <p>simétrica é quando a figura tem reflexão.</p>
3	<p>1.º registo:</p> <p>O que entendes por figuras isométricas?</p> <p>São geometricamente iguais.</p> <p>Têm o mesmo tamanho, são simétricas</p>
4	<p>1.º registo:</p> <p>O que entendes por figuras isométricas?</p> <p>Itismo que esteja na vertical, horizontal ou diagonal são sempre iguais, o mesmo tamanho, altura e largura...→ isométricas</p> <p>Quando uma das figuras está mais ampliada que a outra não têm a mesma altura, tamanho, nem largura. → não isométricas</p>
5	<p>1.º registo:</p> <p>O que entendes por figuras isométricas?</p> <p>As figuras têm de estar à mesma distância do eixo de simetria e têm de ter o mesmo tamanho e forma.</p>

Após todos os grupos registarem as suas ideias, promoveu-se uma discussão em grande-grupo sobre as mesmas de forma a direccionar as figuras isométricas para o tópico a abordar nesta sessão, a reflexão axial. Com efeito, o momento é ilustrado pelo Quadro 29.

Quadro 29. Discussão em grande-grupo sobre figuras isométricas direccionando para a reflexão axial

Aluno grupo 2:	As figuras isométricas são simétricas, são do mesmo tamanho e podem ter rotação.
Professora:	Que figuras é que têm rotação?
Aluno grupo 2:	A da lua e a da árvore.
Professora:	Podem explicar melhor?
Aluno grupo 2:	A lua e a árvore rodam assim [gesticulando] por isso têm rotação.
Aluno grupo 5:	As figuras têm de estar à mesma distância do eixo de simetria e têm de ter o mesmo tamanho e forma.
Professora:	O que é isso de eixo de simetria?
Aluno grupo 5:	O eixo de simetria é quando se tem duas coisas iguais dos lados e o eixo de simetria mesmo no meio.
Aluno grupo 3:	O eixo de simetria é quando se tem uma linha [gesticulando] no meio de duas figuras exatamente iguais à mesma distância uma da outra.
Professora:	Concordam todos?
Aluno grupo 3:	Não.. não é só em duas figuras, a simetria pode ser só numa figura, desde que um lado seja igual ao outro.
Professora:	E o que é isso de simetria?
Aluno grupo 3:	É um lado igual ao outro.
Aluno grupo 2:	É quando uma figura tem reflexão.
Professora:	O que é a reflexão?
Aluno grupo 1:	É o reflexo.
Aluno grupo 4:	Por exemplo, nós temos uma figura aqui e se pusermos aqui é igual [gesticulando]
Professora:	E no meio dessas duas figuras há o quê?
Aluno grupo 1:	A mediatriz.
Aluno grupo 3:	Não! O eixo de simetria.
Professora:	Então é uma reflexão mas tem um eixo de simetria?
Aluno grupo 2:	Então é um eixo de reflexão.
Aluno grupo 3:	Ah! Já sei. Quando é uma simetria é um eixo de simetria e quando é uma reflexão é um eixo de reflexão.

Pelo facto de os alunos averiguarem as semelhanças e diferenças nos dois grupos de figuras, desenvolvem a discriminação visual (Del Grande, 1990).

Momento exploração. Após o momento de discussão em grande-grupo, distribuí um dos materiais didáticos com que iriam trabalhar, o papel transparente. Os alunos começaram por explorar e manipular livremente o material para que se familiarizassem com ele e comunicassem e partilhassem as suas ideias (Ponte & Serrazina, 2000; Rêgo & Rêgo, 2006). Finda a exploração

livre com o papel transparente, sugeri que selecionassem duas figuras: uma isométrica e outra não isométrica e fossem seguindo uma série de procedimentos. Durante esses procedimentos ia questionando os alunos sobre o que identificavam em cada passo, como exemplifica o excerto deste momento ilustrado no Quadro 30.

Quadro 30. Exploração com os alunos sobre reflexão utilizando o papel transparente

Professora:	Dobrem o papel transparente para que a imagem da esquerda coincida com a imagem da direita. O que observam?
Aluno grupo 2:	Nas figuras isométricas coincide tudo e nas não isométricas não.
Aluno grupo 3:	Pois, esta imagem é o reflexo desta.
Professora:	Exatamente, todas essas imagens que estão no grupo 1 das isométricas apresentam reflexão.
Professora:	Com a dobragem que fizeram para coincidir vincaram a folha. O que significa esse vinco?
Aluno grupo 3:	É o eixo de reflexão.
Professora:	À figura da esquerda chamamos objeto e a da direita chamamos imagem. Vão colocar um ponto no objeto e determinar a imagem desse ponto segundo o eixo de reflexão.
Aluno grupo 1:	Ah Já sei!
Professora:	Já fizeram? Com a régua meçam as distâncias desses pontos ao eixo de reflexão. O que observam?
Aluno grupo 1:	A distância até ao eixo de reflexão é a mesma.
Aluno grupo 4:	A distância do ponto do objeto ao eixo e do ponto da imagem ao eixo é a mesma.
Professora:	Isso mesmo, mantêm as distâncias entre o objeto e a imagem relativamente ao eixo de reflexão.
Professora:	E na figura dos triângulos? O que se mantém?
Aluno grupo 5:	Os segmentos de reta.
Professora:	Sim, e que mais?
Aluno grupo 3:	Os ângulos.
Professora:	E na figura do hexágono? O que observam nesse ponto X?
Aluno grupo 1:	Que o ponto X está no eixo de reflexão.
Professora:	Então qual será a imagem do ponto X?
Aluno grupo 1:	Fica o mesmo.
Aluno grupo 5:	É o próprio ponto.

O papel transparente é um material acessível e sugestivo para trabalhar as isometrias proporcionando a compreensão de aspetos importantes (Veloso, Bastos, & Figueirinhas, 2009). Com esta exploração os alunos mobilizaram os seus conhecimentos e conseqüentemente criaram aprendizagens, nomeadamente que a reflexão axial mantém as distâncias entre o objeto e imagem relativamente ao eixo de reflexão, que transforma um segmento de reta num outro segmento de reta com o mesmo comprimento, que mantém as amplitudes dos ângulos correspondentes e que

transforma um ponto do eixo de reflexão no próprio ponto. Os alunos identificaram as propriedades de uma reflexão axial, o que, tal como van Hiele (1986) sugeria, situa este grupo de alunos no nível II (Análise).

Concluída a exploração da reflexão axial com recuso ao papel transparente, seguiu-se a construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso. Antes de lhes explicar passo a passo como se procedia para um dos pontos (A), questionei a turma sobre como se procedia para a construção da reflexão axial com régua e compasso (Quadro 31).

Quadro 31. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso.

Professora:	Alguém sabe como se constrói a imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso?
Aluno:	Põe-se a ponta seca num ponto qualquer no eixo de reflexão e a ponta com mina por exemplo no ponto B. Depois traça-se um arco e depois mede-se com o compasso a medida entre o ponto B e a ponta seca.
Professora:	Alguém quer dizer mais alguma coisa?
Aluno:	Não...

Aquando da construção da reflexão axial pelos alunos eu realizava-a no quadro com o material de desenho adequado. Para os restantes pontos B e C, referi que se procedia da mesma forma e para averiguar se os alunos tinham entendido sugeri que fossem eles a explicar. Após a construção, promovi uma discussão em grande grupo sobre o que realizaram. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 32.

Quadro 32. Diálogo com os alunos após a construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando a régua e o compasso

Aluno grupo 4:	As duas figuras são isométricas.
Professora:	Porquê?
Aluno grupo 1:	Porque do ponto B até ao eixo tem a mesma distância do B' ao eixo.
Aluno grupo 3:	Pode não ser pontos, pode ser segmentos de reta.
Professora:	Consegues explicar melhor?
Aluno grupo 3:	Um segmento de reta é transformado noutro com o mesmo comprimento.
Professora:	E que mais?
Aluno grupo 5:	O tamanho e a forma têm que ser iguais.
Aluno grupo 1:	Os ângulos ficam iguais.

Os alunos expressaram mais rigor nas construções (Figura 38) e, de forma geral, não apresentaram dificuldades em retirar conclusões das construções.

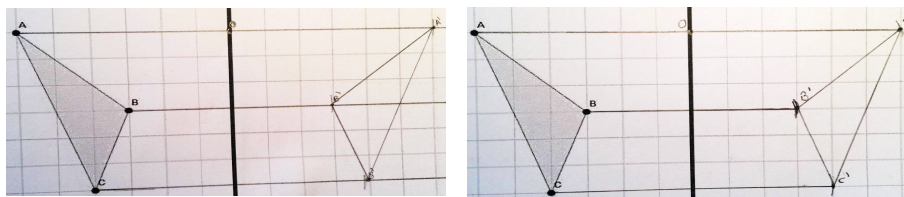


Figura 38. Construção da imagem por reflexão axial utilizando régua e compasso.

Os alunos procederam de seguida à construção da imagem de uma figura por reflexão axial utilizando um novo material didático, o Mira. Distribuí o material didático pelos grupos para procederem ao momento inicial de exploração livre. Após este momento, pretendia que os alunos determinassem a imagem de uma figura selecionada através de uma reflexão axial com um eixo à sua escolha. Um excerto deste momento é ilustrado pelo Quadro 33.

Quadro 33. Diálogo com os alunos na construção de uma figura por reflexão axial utilizando o mira

Professora:	Se colocares o mira sobre alguma parte da figura, o que acontece?
Aluno:	Faz a reflexão axial da figura.
Professora:	Desenhem um eixo de reflexão à vossa escolha. Já está?
Aluno:	Sim.
Professora:	Agora onde terão de colocar o mira?
Aluno:	No eixo de reflexão.
Professora:	Então o que representará o mira?
Aluno:	O eixo de reflexão.

Os alunos indicaram ter compreendido a finalidade da utilização do mira assim como o identificaram como eixo de reflexão. O facto de o mira associar a propriedade de reflexão do espelho à transparência, torna a abordagem à geometria natural e estimulante, fomentando nos alunos a curiosidade e a criatividade (Woodward, 1996). A utilização do mira promove o desenvolvimento da perceção da posição no espaço (Del Grande, 1990) entendida como a capacidade para distinguir figuras iguais mas colocadas com orientações diferentes.

Momento reflexão. A exploração e manipulação de materiais e a reflexão sobre os mesmos têm um papel fulcral na construção de conceitos estabelecendo-se como meio facilitador do desenvolvimento do pensamento geométrico (Ponte & Serrazina, 2000). De forma a refletir o trabalho desenvolvido com os materiais utilizados, propus uma tarefa de aplicação da reflexão axial segundo um eixo de reflexão dado em que os alunos poderiam utilizar o material didático que entendessem. A título de exemplo, são analisadas duas resoluções: uma em que para construir a imagem de uma figura segundo um eixo de reflexão utilizaram o compasso, a régua e o papel transparente (Figura 39), e outra onde utilizaram o mira e o *origami* (Figura 40).

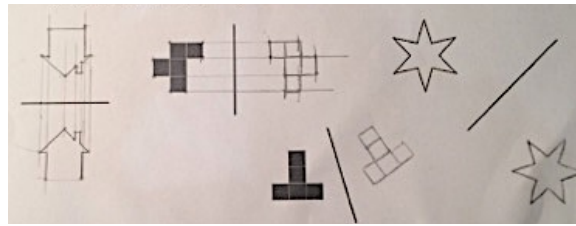


Figura 39. Reflexão axial utilizando a régua, o compasso e o papel vegetal

Na primeira construção, os alunos utilizaram o compasso, a régua e o papel transparente. Utilizaram o compasso e a régua nas duas primeiras figuras (da esquerda para a direita) e o papel transparente nas duas últimas figuras. Sobre o porquê da sua escolha, tal como é exemplificado nas seguintes afirmações de alunos, utilizam a régua e o compasso “porque facilita a decomposição” e “para fazer direitinho” e utilizam o papel transparente “porque dá para decalcar e fica mais fácil”.

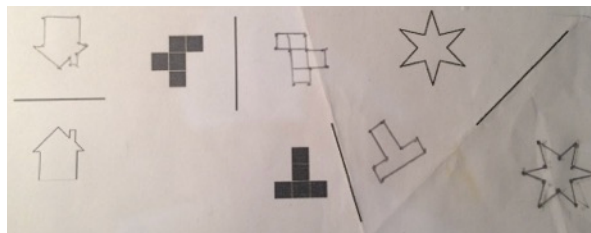


Figura 40. Reflexão axial utilizando o mira e o origami

Ao confrontar os alunos sobre os materiais que utilizaram na sua construção da imagem por reflexão axial, afirmaram ter utilizado o Mira e o *Origami*. Utilizaram o Mira nas duas primeiras figuras (da esquerda para a direita) e o *Origami* nas duas últimas figuras. A razão da escolha do Mira, como é exemplificado na seguinte afirmação de um aluno, foi porque “é um material que me ajuda a compreender melhor” e do *Origami*, como é ilustrado na seguinte afirmação de um aluno, “porque ao dobrar o papel a luz refletia e assim era só passar por cima”. De forma geral, denota-se a dificuldade que os alunos revelaram em justificar as suas opções assim como alguma falta de rigor.

Por fim, distribuí a tarefa inicial com que os alunos se depararam no estudo deste tópico para averiguar se os seus conhecimentos foram mobilizados (Tabela 8).

Tabela 8. Compilação das respostas dos grupos de alunos sobre figuras isométricas

Grupo	Respostas dos alunos
1	2.º registo: As figuras isométricas contém um eixo reflexão que quando um ponto do objeto da figura tem a mesma distância até ao eixo e se tiver no eixo continua o mesmo nome.
2	2.º registo: Estas figuras isométricas tem reflexão axial porque tem a mesma forma, o mesmo tamanho, os ângulos são iguais e mantêm a distância do objeto ao eixo de reflexão e da imagem do eixo de reflexão.
3	2.º registo: As isométricas são iguais, são do mesmo tamanho, tudo o que está no eixo de reflexão continua no mesmo sítio e qualquer ponto ou segmento de reta da figura está a mesma distância dum lado e do outro do eixo.
4	2.º registo: Qualquer ponto que esteja no eixo de reflexão continua no mesmo local. Qualquer ponto que esteja no objeto está a mesma distância do ponto da imagem até ao eixo de reflexão.
5	2.º registo: As figuras isométricas (grupo 1) mantêm as distâncias até ao eixo de reflexão; se tiver um ponto do eixo transforma no proprio ponto; são geometricamente iguais.

Na comparação do 1.º registo com o 2.º registo dos alunos, constata-se que após a exploração, as suas ideias foram mobilizadas. Os alunos apresentam limitações na comunicação matemática, tanto pelo registo escrito como na expressão oral. Os alunos já reconhecem que as figuras isométricas apresentadas traduzem uma reflexão axial e enumeram diversas características concluindo que são geometricamente iguais. Segundo os níveis de van Hiele (1986) os alunos ao deduzirem que as figuras têm a mesma forma tamanho e por isso são geometricamente iguais situam-se no nível III (Dedução informal).

Reflexão central

O estudo da reflexão central realizou-se numa intervenção pedagógica, que teve como propósito a introdução das suas propriedades e posteriormente a sua aplicação.

Momento pré-exploração. De forma a entender as noções que os alunos tinham sobre o tópico que iria ser abordado, selecionei e agrupei figuras em dois grupos. O primeiro grupo de figuras, já conhecidas pelos alunos, apresentam reflexão axial. O segundo grupo de figuras corresponde ao tópico a abordar, neste caso, a reflexão central. O objetivo deste momento era averiguar e registar as noções dos grupos de alunos sobre o tópico e possibilitar que os alunos justificassem as suas ideias. Com efeito, distribuí uma folha por grupo e propus aos alunos que

realizassem um primeiro registo sobre as diferenças e as semelhanças nos dois grupos de figuras. Para uma melhor análise, compilei as respostas dos alunos, por grupo, na Tabela 9.

Tabela 9. Compilação das concepções dos alunos

Grupo	Respostas dos grupos de alunos
1	<p>1.º registo:</p> <p>No grupo 1 todas as figuras têm reflexão axial pois têm um eixo de reflexão. No grupo 2 não têm eixo de reflexão.</p>
2	<p>1.º registo:</p> <p>O Grupo 1 têm reflexão axial e o Grupo 2 não, o grupo 2 não têm eixo de reflexão</p>
3	<p>1.º registo:</p> <p>Eles têm eixo de reflexão, mas diferentes, maneiras de cálculo diferentes</p>
4	<p>1.º registo:</p> <p>No Grupo 1 existe reflexão axial, pois estão à mesma distância do eixo de reflexão. No Grupo 2 existe rotação, porque a figura está numa posição diferente da outra.</p>
5	<p>1.º registo:</p> <p>Grupo 1: Todas as figuras têm um eixo de reflexão. Grupo 2: Todas as figuras têm um ponto de reflexão</p>

De uma forma geral, relativamente ao Grupo 1 das imagens, os alunos reconheceram a reflexão axial essencialmente por conter um ‘eixo de reflexão’, visto que, tal como é exemplificado na seguinte afirmação de um aluno “não importa o eixo de reflexão estar na vertical, na horizontal ou na diagonal, é sempre uma reflexão axial”. Quanto ao Grupo 2 de imagens, dois grupos consideram não haver ‘eixo de reflexão’ o que não traduz uma reflexão axial. Um grupo pondera tratar-se de uma rotação e justificando-se como é ilustrado na seguinte afirmação “estão em posição diferente da outra”. O grupo 5 foi o que mais se aproximou do pretendido, analisaram as imagens e aperceberam-se que a primeira tratava de uma reflexão axial que reconheceram por conter um eixo de reflexão e a segunda repararam que não tinha um eixo de reflexão, mas sim um ponto, o qual o designaram por ponto de reflexão. Após os grupos de alunos registarem as suas ideias, procedeu-se a um momento de diálogo em grande-grupo para as discutir. Segue-se uma situação de diálogo que decorreu neste momento da aula. (Quadro 34)

Quadro 34. Diálogo com os alunos sobre o Grupo 2 de imagens

Aluno:	Nós achamos que é uma rotação.
Professora:	E porquê?
Aluno:	Quer dizer, parece uma reflexão só que não tem nenhum eixo de reflexão.
Professora:	Se não tem eixo de reflexão tem o quê?
Aluno:	Na primeira e na segunda figura tem um ponto, na terceira não tem nada.
Aluno:	Então na terceira também pode ter o ponto só que pertence à figura.
Professora:	E esse ponto onde se encontra?
Aluno:	No meio da figura
Aluno:	No centro.
Professora:	Então se esta reflexão tem um ponto no centro, como acham que se chama?
Aluno:	Reflexão de centro.
Aluno:	Só pode ser reflexão central.

Ao partilharem as suas ideias com os seus pares e com o professor é promovida a comunicação matemática dos alunos, com vista a negociar significados, mobilizar os seus conhecimentos e contruírem “um significado socialmente partilhado e compreendido por todos” (Ponte et al., 2007, p. 47). Continuamente, os alunos são questionados sobre as diferenças e semelhanças que apresentam os dois grupos de imagens, como é ilustrado pelo Quadro 35.

Quadro 35. Diálogo com os alunos sobre semelhanças e diferenças nos dois tipos de reflexão

Professora:	Que semelhanças encontram nestes dois grupos de figuras?
Aluno:	São as duas isométricas.
Professora:	E porquê?
Aluno:	Porque são geometricamente iguais.
Aluno:	Os ângulos refletidos têm a mesma amplitude.
Aluno:	As duas transformam um segmento de reta noutra com o mesmo comprimento.
Aluno:	Um ponto é transformado noutra e têm a mesma distância ao centro ou ao eixo.
Professora:	E que diferenças encontram?
Aluno:	Acho que um tem um eixo de reflexão e outro tem um ponto.

Este momento de averiguar semelhanças e diferenças entre figuras pretende desenvolver a discriminação visual (Del Grande, 1990) dos alunos assim como desenvolver a capacidade de conservação de forma e de tamanho (Lorenzato, 2011) onde os alunos têm de perceber as invariâncias.

Momento exploração. De seguida os alunos procederam à construção da imagem de um polígono [ABC] por reflexão central utilizando a régua e o compasso. Expliquei-lhes passo a passo como se realizava para o ponto A. Aquando a construção dos alunos no caderno eu realizava-a no

quadro com o material de desenho adequado. Finalizada a construção, questionei a turma sobre qual a razão das suas figuras serem isométricas, como mostra o Quadro 36.

Quadro 36. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem por reflexão central utilizando régua e compasso

Aluno:	São isométricas porque são geometricamente iguais.
Aluno:	Têm a mesma forma.
Aluno:	As amplitudes dos ângulos do objeto e da imagem são iguais.
Aluno:	Tem o mesmo tamanho.
Professora:	Se o ponto médio pertencer à imagem, em que ponto é transformado?
Aluno:	No próprio ponto.

Os alunos revelaram ter compreendido as características de uma reflexão central conseguindo realizar a sua construção e retirar dessa construção conclusões. Revelam ter desenvolvida a equivalência por movimento (Lorenzato, 2011), sendo esta a capacidade de perceber a equivalência de forma entre figuras que estão em posições diferentes, neste caso a reflexão.

Na atividade seguinte, pretendia que os alunos determinassem a imagem de um quadrilátero [ABCD] através de uma reflexão central com recurso ao GeoGebra. Inicialmente, os alunos tiveram alguma dificuldade em encontrar as ferramentas corretas, mas à medida que foram explorando, encontraram o caminho para a correta execução. A Figura 41 representa uma das construções efetuadas por um dos grupos com recurso ao GeoGebra.

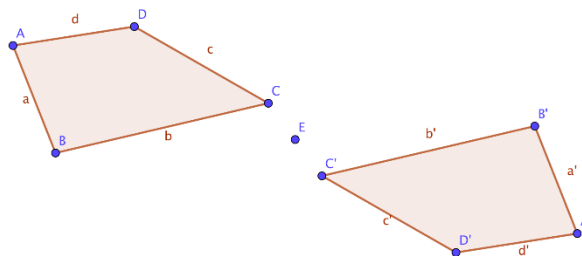


Figura 41. Construção da imagem de um polígono através de uma reflexão central com o GeoGebra

Após este momento, pretendia que os alunos simulassem uma construção com o próprio corpo de forma a interiorizar o tópico abordado (Figura 42).

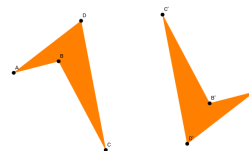


Figura 42. Simulação da construção da imagem de um polígono através de uma reflexão central

Inicialmente questionei os alunos sobre o que tinham que fazer para efetuarem a construção. Afirmaram que a primeira coisa que tinha que fazer era ‘construir um polígono’ e ‘definir um ponto’ para procederem à reflexão central. De facto, a experiência corporal possibilita um envolvimento dos alunos que permite mais facilmente obter imagens mentais. Uma noção é corporizada quando é motivada pela experiência corporal (Lakoff, 1987).

Momento reflexão. Após as construções de polígonos com a utilização de régua e compasso e posteriormente com recurso ao GeoGebra e ao próprio corpo, proporcionava aos alunos momentos de reflexão sobre os conteúdos abordados e a sua aplicação na resolução de tarefas que envolvessem a reflexão central. Com efeito, distribuí a cada um dos grupos a Tarefa 1:

Tarefa 1: Na figura, o polígono $[A'B'C'D']$ é a imagem do polígono $[ABCD]$ por meio de uma reflexão central de centro O . Utiliza o material que te permite determinar a posição exata do ponto O .



Inicialmente, os alunos ficaram confusos porque não tinham que efetuar a reflexão central da forma habitual. Contudo, quando se aperceberam que o que faltava era apenas o ponto O , procederam à resolução da tarefa. A título de exemplo, é apresentado a resolução assim como a sua explicação por dois grupos de alunos.

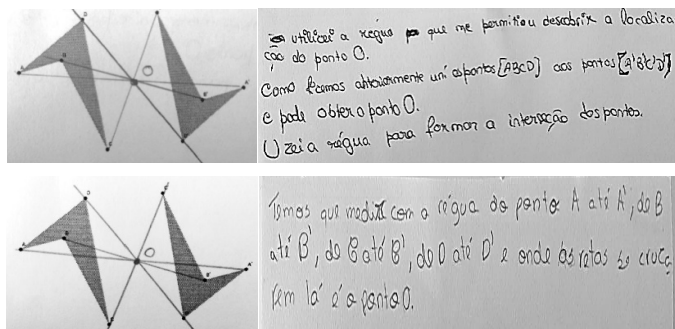


Figura 43. Resolução e explicação da Tarefa 1 por dois dos grupos de alunos.

De forma geral, os grupos obtiveram o resultado pretendido assim como explicar como procederam para a resolução.

Por fim, distribuí a tarefa inicial na abordagem deste tópico para averiguar se os conhecimentos dos alunos foram mobilizados, compilando as respostas, em grupo, na Tabela 10.

Tabela 10. Compilação das respostas dos grupos

Grupo	Respostas dos grupos de alunos
1	<p>2.º registo:</p> <p>No grupo 1 contém uma reflexão axial, pois contém um eixo no qual é a mediatriz, transforma um segmento de reta muito segmento de reta e mantém o mesmo ângulo do objeto para a imagem com a mesma amplitude.</p> <p>No grupo 2 contém uma reflexão central, pois tem um centro que é o ponto médio do segmento de reta, transforma um segmento de reta muito segmento de reta com a mesma medida, transforma o ângulo muito com a mesma amplitude. Essas figuras são isométricas.</p>
2	<p>2.º registo:</p> <p>Ambos os grupos têm isométricas, os ângulos têm a mesma amplitude, os segmentos de reta têm a mesma medida que a sua reflexão.</p> <p>O grupo 1 tem reflexão axial e o grupo 2 tem reflexão central, o grupo 1 tem um eixo que é mediatriz que é do segmento de reta e o grupo 2 tem um centro que é o ponto médio.</p>
3	<p>2.º registo:</p> <p>É tudo isométrico</p> <p>É tudo isométrico</p> <p>Um eixo entre o ponto.</p> <p>Todos os pontos e retas estão à mesma distância do eixo ou do ponto.</p> <p>Os ângulos têm a mesma amplitude de um lado e de outro.</p>
4	<p>2.º registo:</p> <p>No grupo 1 ^{e no grupo 2} os diversos ângulos do objeto têm a mesma amplitude dos ângulos da imagem.</p> <p>No grupo 1 todas as imagens têm um eixo de reflexão e no grupo 2 têm um ponto médio.</p> <p>As figuras são isométricas.</p> <p>Grupo 1 → é reflexão axial Grupo 2 → é reflexão central</p>
5	<p>2.º registo: Ambos as reflexões são isométricas que transformam um segmento de reta muito com o mesmo comprimento e os ângulos com a mesma amplitude.</p> <p>Grupo 1 - Reflexão axial Grupo 2 - Reflexão central.</p>

O objetivo deste momento consistiu em averiguar se as concepções iniciais dos alunos tinham sido mobilizadas. Pela análise das respostas dos alunos, relativamente ao primeiro registo sobre as diferenças e as semelhanças nos dois grupos de figuras, constato que as suas respostas

foram muito diferentes. Neste segundo registo, os alunos apresentam claramente que o Grupo 1 de figuras se refere à reflexão axial e que o Grupo 2 se refere à reflexão central apresentando diversas características de ambas as reflexões. Consta-se, assim, que os alunos são capazes de deduzir características das figuras, os que os situa no nível III (Dedução informal), tal como preconiza van Hiele (1986).

Rotação

O estudo da rotação de uma figura realizou-se em duas intervenções pedagógicas: A primeira com o objetivo de introduzir o tópico de rotação e as suas propriedades e a segunda com o objetivo de aplicar o conhecimento adquirido na resolução de tarefas que envolvessem a rotação.

Momento pré-exploração. Iniciou-se o tópico da rotação com um levantamento de conceções sobre o mesmo. Para isso, seleccionei três imagens que representassem uma rotação e questionei os alunos de forma a averiguar as noções que tinham sobre o tópico e como justificavam as suas ideias. Primeiro, pedi que discutissem as suas ideias dentro do grupo para posteriormente proporcionar uma discussão em grande-grupo, como é ilustrado no Quadro 37.

Quadro 37. Diálogo em grande grupo sobre o conjunto de imagens.

Professora:	Observem estas imagens e digam-me o que será que têm em comum?
Aluno grupo 2:	Parece simetria.
Aluno grupo 3:	Parece que têm circunferências.
Aluno grupo 5:	Têm rotação
Aluno grupo 4:	Também achamos que é uma rotação.
Professora:	Porque acham que é uma rotação?
Aluno grupo 4:	Porque todas as figuras parecem estar a rodar [gesticulando].
Aluno grupo 5:	E se estiverem assim a rodar [gesticulando] ficam sempre iguais.
Professora:	Que elementos caracterizam o movimento que identificaram?
Aluno grupo 1:	Todas têm um ponto central.
Aluno grupo 5:	Rodam todas em torno de um ponto.
Professora:	Não identificam mais características?
Aluno grupo 4:	O ângulo
Professora:	Conseguem explicar melhor?
Aluno grupo 4:	Têm sempre a mesma amplitude ao rodar.
Aluno grupo 2:	Também rodam todas no sentido do relógio.
Professora:	Só rodam num sentido então?
Aluno grupo 4:	Mas uns podem rodar para o lado esquerdo e outras para o lado direito.
Professora:	Exatamente, existem dois sentidos. O horário...
Aluno grupo 1:	Que é o dos ponteiros do relógio.
Aluno grupo 3:	E o anti-horário.

Com este momento, procurei desenvolver a noção de rotação, reconhecer o sentido de

uma determinada rotação e procurar identificar os elementos que caracterizem uma rotação. Os alunos já tinham algumas noções sobre o tópico em estudo e conseguiram identificar os elementos que caracterizam uma rotação assim como os dois sentidos existentes. Assim, os alunos revelaram capacidade para entender as propriedades invariantes, neste caso, tinham a capacidade de conservação da forma e tamanho (Lorenzato, 2011).

Quando questionados sobre situações do quotidiano que exemplifiquem o movimento de rotação surgiram diversos exemplos, de entre os quais se destacam o do planeta terra, as rodas da bicicleta, as pás do moinho e engrenagens. Como defendem Rogenski e Pedroso (2007), deve-se partir da realidade dos alunos e, a partir dessa relação com a realidade, explorar situações para o desenvolvimento da visualização e construção de conceitos. No entanto, quando questionados, não sabiam como realizar a construção da imagem de uma figura por rotação com recurso ao compasso, régua e transferidor.

Momento exploração. Na construção da imagem de um polígono [ABC] por rotação os alunos utilizaram o transferidor, a régua e o compasso. Expliquei-lhes passo a passo como se procedia para o ponto A. Aquando a construção dos alunos no caderno eu realizava-a no quadro com o material de desenho adequado. Para os restantes pontos, perguntava aos alunos como se procedia de forma a verificar se tinham compreendido. Durante e após a construção da imagem de um polígono [ABC] por rotação, questionei a turma sobre que características identificavam na sua construção. Este momento é ilustrado pelo Quadro 38.

Quadro 38. Diálogo com os alunos sobre a construção da imagem de um polígono [ABC] por rotação utilizando o transferidor, a régua e o compasso

Professora: Para construir a rotação deste polígono do que precisamos?
Aluno: De um ponto.
Professora: E de que mais?
Aluno: Uma amplitude
(...)
Professora: Que propriedades identificam na vossa construção?
Aluno: Os ângulos do objeto e os ângulos da imagem têm a mesma amplitude.
Aluno: Tem que haver um ponto central.
Aluno: As imagens podem rodar em sentido horário ou anti-horário.
Aluno: Por exemplo, o ponto A e A' têm de estar a mesma distância do ponto central.
Aluno: As duas figuras são geometricamente iguais.
Professora: Se um ponto da figura pertencer ao centro de rotação é transformado em quê?
Aluno: No próprio ponto.

Os alunos iniciaram ter apreendido as propriedades de uma rotação uma vez que para além de efetuarem corretamente a sua construção, indicaram algumas propriedades, nomeadamente, que a figura original e o seu transformado são geometricamente iguais, que um ponto e o seu transformado estão à mesma distância do centro de rotação e que um ponto da figura pertencente ao centro de rotação é transformado no próprio ponto. Este tipo de atividades desenvolvem várias capacidades, como, por exemplo, a coordenação visual motora (Del Grande, 1990) na construção da imagem do polígono por rotação com a utilização de régua, compasso e transferidor, e a capacidade da conservação de forma e de tamanho (Lorenzato, 2011).

Na atividade seguinte, distribuí geoplanos pelos grupos para procederem à construção de uma imagem à sua escolha por uma rotação de 90° . É apresentado na Figura 44 algumas construções dos alunos.



Figura 44. Construção de uma figura por rotação com recurso ao Geoplano

Relativamente às suas construções no Geoplano, os alunos não tiveram dificuldade. De forma a verificarem se o que construíram estava correto, propus que explorassem e comprovassem no GeoGebra (Figura 45).

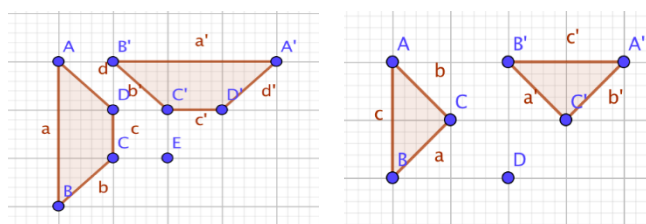


Figura 45. Construção de uma figura por rotação com recurso ao GeoGebra

Momento reflexão. Concluído o momento de verificação, recorrendo ao GeoGebra, os alunos procederam a um momento de reflexão sem a utilização de materiais didáticos, neste caso à passagem da sua construção para o papel pontado (Figura 46)

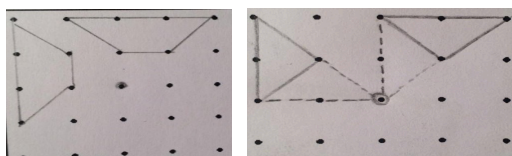
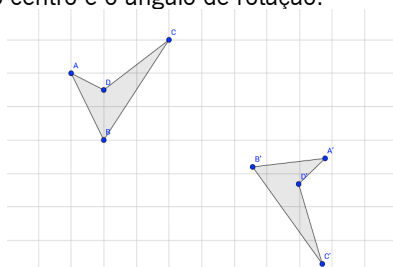


Figura 46. Passagem da construção para papel pontado.

Durante a atividade, os alunos não apresentaram grandes dúvidas. A sua passagem para o papel pontado foi fiel à sua construção o que significa que demonstram ter capacidade coordenação visual motora (Del Grande, 1990). Finalizadas as construções com a utilização de régua, compasso e transferidor, do Geoplano e posteriormente do GeoGebra, propus aos alunos um desafio que envolvesse a rotação. Assim, distribuí a cada um dos grupos a Tarefa 1:

O João apresentou à Maria o resultado da sua construção, dizendo-lhe:
 “Agora tenho eu um desafio para ti. A partir da Figura A obtive a Figura B com uma rotação.
 Consegues descobrir o centro e o ângulo de rotação?”



A resolução deste desafio foi através de tentativas por parte dos alunos. Inicialmente sugeriam que ligando os pontos correspondentes do objeto à imagem daria o centro de rotação e aí seria apenas medir o ângulo (Figura 47).

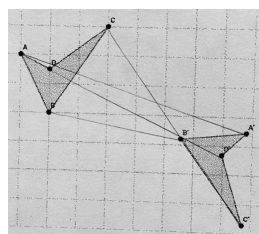


Figura 47. Primeira tentativa de resolução do desafio.

Quando se aperceberam que nem todos os pontos se cruzavam sabiam que unir os pontos não bastava e, por isso, sugeriram marcar o ponto médio de todos os segmentos de reta (Figura 48).

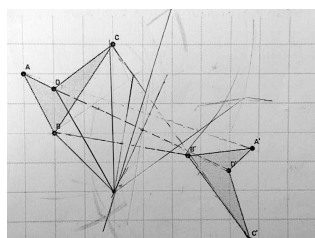


Figura 48. Segunda tentativa de resolução do desafio.

Após verificarem que a interseção dos segmentos de reta dava um ponto, instantaneamente determinaram o seu ângulo. No entanto, nem todos os grupos foram rigorosos nas suas construções. É apresentado de seguida a resolução e explicação de um grupo que determinou corretamente o centro e o ângulo de rotação (Figura 49) e de um outro grupo que, embora a sua explicação seja mais completa, foi pouco rigoroso na sua construção (Figura 50).

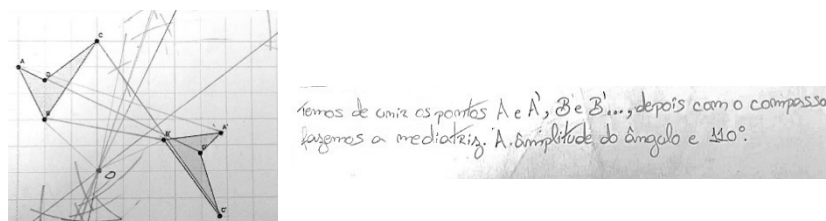


Figura 49. Resolução do desafio pelo grupo 4 e sua explicação

Embora não tenha sido especificado o sentido do ângulo, este grupo apenas apresentou uma das possibilidades e incompleta uma vez que não registaram se o sentido era horário ou anti-horário, quando deveriam ter apresentado as duas soluções possíveis, neste caso 250° considerando o sentido positivo (anti-horário) e -110° considerando o sentido negativo (horário).

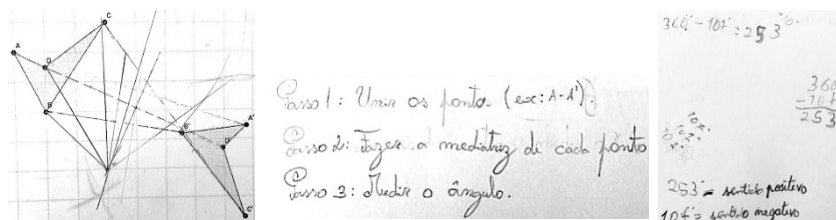


Figura 50. Resolução do desafio pelo grupo 5 e sua explicação

Embora a precisão na concretização do desafio seja pouco rigorosa não chegando à resposta correta, é importante valorizar o processo que os alunos realizaram na sua resolução (Salin, 2013) tendo especificado as duas soluções possíveis.

Assim, através da análise e discussão das resoluções dos alunos, constata-se que são capazes de deduzir as características de uma rotação, indiciando situarem-se no nível III (Dedução informal) dos níveis de van Hiele.

Simetrias

O estudo das simetrias realizou-se numa intervenção pedagógica, que teve como objetivo introduzir o tópico das simetrias, designadamente, a simetria de reflexão e a simetria de rotação, fazendo uma referência às suas propriedades. Nesta intervenção, uma das atividades teve o propósito de averiguar as diferenças existentes na aplicação de simetrias com e sem os materiais didáticos.

Momento pré-exploração. De forma a entender as noções que os alunos tinham sobre o tópico a abordar nesta intervenção, selecionei quatro imagens (Figura 51).



Figura 51. Imagens apresentadas à turma para discussão

A primeira representa uma simetria de reflexão; a segunda não apresenta simetria; a terceira simetria de rotação; e a última apresenta ambas as simetrias. Inicialmente, pedi aos alunos que observassem as imagens e, em grupo, discutissem o seu significado e o que representavam. Posteriormente fomentei a discussão em grande-grupo de forma a perceber as suas ideias e possibilitar que justificassem as suas opções. Este momento é ilustrado pelo Quadro 39.

Quadro 39. Diálogo em grande grupo sobre o conjunto de imagens.

Aluno:	As imagens têm reflexão axial.
Professora:	Todas?
Aluno:	Não, aquela ali [a flor] tem rotação.
Aluno:	Todas as figuras são simétricas.
Professora:	São todas simétricas? E que tipo de simetria acham que existe?
Aluno:	Se aquela parece que tem reflexão axial acho que é simetria axial.
Aluno:	E simetria de rotação.
Professora:	Exatamente, existe a simetria de reflexão e a simetria de rotação.
Professora:	Em relação a estas imagens, que simetrias então acham que encontram?
Aluno:	Na primeira tem simetria de reflexão.
Aluno:	Na segunda também tem simetria de reflexão.
Aluno:	A da flor tem simetria de rotação.
Aluno:	O leme também tem simetria de rotação.

Os alunos optavam por nomear apenas uma das simetrias para cada imagem, considerando não ser possível uma imagem conter as duas simetrias. Para eles, as duas primeiras

imagens apresentavam simetria de reflexão e as duas últimas imagens apresentavam simetria de rotação.

Quando questionados sobre situações do dia-a-dia que exemplifiquem simetrias de reflexão e de rotação surgiram diversos exemplos, de entre os quais se destacam nas seguintes afirmações de alunos “as rodas de um carro, flores e alguns animais”. A proximidade da matemática à realidade dos alunos estimula o interesse e fomenta a motivação para facilitar a compreensão e construção de conceitos (Rogenski & Pedroso, 2007).

De seguida, propus a realização de uma atividade que consistia em averiguar, uma vez mais, as ideias dos alunos relativamente às simetrias em polígonos regulares. Os alunos tinham de registar as suas ideias relativamente ao número de simetrias de reflexão e simetrias de rotação de polígonos regulares, como o triângulo, o quadrado, o pentágono e o hexágono. Apresenta-se, a título de exemplo, as respostas de dois dos grupos (Figura 52).

Polígono	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono
Representação				
N.º de lados	3	4	5	6
N.º simetria de reflexão	3	4	5	6
N.º simetria de rotação	0		0	

Polígono	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono
Representação				
N.º de lados	3	4	5	6
N.º simetria de reflexão	1	4	1	4
N.º simetria de rotação	1	1	1	1

Figura 52. Resposta dos alunos relativamente às simetrias em polígonos regulares

De um modo geral, os alunos apresentaram algumas dificuldades no preenchimento da tabela assim como em justificarem as suas opções.

Momento exploração. Durante o momento de exploração, pretendia que, com a manipulação do papel transparente, os alunos explorassem as simetrias existentes nas imagens iniciais e confrontassem com as suas ideias iniciais. Assim, distribuí pelos grupos as imagens impressas em papel transparente para que com dobragens e rotações averiguassem sobre que simetria estava presente em cada uma (Figura 53).



Figura 53. Exploração de simetrias de reflexão e de rotação com recurso ao papel transparente.

Após explorarem cada uma das figuras com o papel transparente alunos puderam verificar a existência de simetria de reflexão na borboleta dobrando a folha. Relativamente à joaninha, à primeira vista sugeriam que contivesse simetria de reflexão, mas comprovaram que a imagem não continha qualquer simetria. Confirmaram que na flor ao dobrarem o papel transparente não apresentava simetria de reflexão, mas ao rodar o papel transparente sobre outro papel, verificaram que apresentava simetria de rotação e finalmente na última imagem, os alunos julgavam que apresentava apenas simetria de rotação, mas com a dobragem da mesma verificaram que a imagem apresentava simultaneamente simetria de reflexão.

É necessário fomentar atividades deste tipo que visam a promoção do desenvolvimento da perceção espacial dos alunos. A coordenação visual-motora (Del Grande, 1990) é desenvolvida quando os alunos olham e agem simultaneamente, neste caso, com a manipulação de material didático. O papel transparente tornou-se num material didático facilitador da compreensão de tópicos como a simetria de rotação e de reflexão, procurando desenvolver nos alunos a equivalência por movimento (Lorenzato, 2011). Com intuito de promover a atividade relativa às simetrias de reflexão e de rotação em polígonos regulares, distribuí pelos alunos miras, espelhos e papel transparente, para que averiguassem e confrontassem os resultados com as suas ideias iniciais (Figura 54).

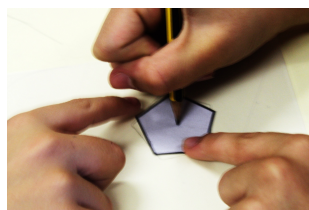


Figura 54. Exploração de simetrias de reflexão e de rotação em polígonos regulares.

Aquando a exploração das simetrias em polígonos regulares, propus que voltassem a preencher a tabela relativa ao número de lados dos polígonos, de simetrias de reflexão e de simetrias de rotação. Apresenta-se, a título de exemplo, as respostas de dois grupos (Figura 55).

Polígono	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono
Representação				
N.º de lados	3	4	5	6
N.º simetria de reflexão	3	4	5	6
N.º simetria de rotação	3	4	5	6
	120°	90°	72°	60°

Polígono	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono
Representação				
N.º de lados	3	4	5	6
N.º simetria de reflexão	3	4	5	6
N.º simetria de rotação	3	4	5	6
	120°	90°	72°	60°

Figura 55. Respostas dos alunos relativamente às simetrias em polígonos regulares.

Momento reflexão. Tornou-se pertinente fazer uma discussão em grande-grupo acerca das conclusões que os alunos retiraram da tabela após o seu preenchimento. Este momento é ilustrado pelo Quadro 40.

Quadro 40. Diálogo com os alunos sobre as conclusões que retiraram da atividade.

Professora: Que conclusões tiraram desta atividade?
Aluno: O triângulo tem três, três, três. Três lados, três simetrias de reflexão e três simetrias de rotação.
Professora: E que mais?
Aluno: O quadrado tem quatro, quatro, quatro e sempre assim.
Professora: Não conseguem dizer isso de uma forma geral?
Aluno: O número de lados de um polígono regular é igual ao número de simetrias de reflexão e igual ao número de simetrias de rotação.

O intuito deste momento foi averiguar se as ideias iniciais dos alunos tinham sido mobilizadas. Apesar de os alunos terem alguma dificuldade na comunicação matemática, pela análise das suas respostas, constata-se que os materiais didáticos tiveram um papel facilitador na compreensão de conceitos e ideias matemáticas (Ponte et al., 2007; Ponte & Serrazina, 2000) e, conseqüentemente na aquisição de conhecimento. Posteriormente, definimos em grande-grupo os conceitos de simetria de reflexão e simetria de rotação. A negociação de significados é um processo determinante na reinterpretação de novos significados e processos, uma vez que pressupõe uma participação ativa dos indivíduos (Guerreiro, 2013).

4.3. Avaliação do ensino ministrado pelos alunos do 1º ciclo

É apresentada nesta secção, a avaliação do ensino ministrado pelos alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico que, num primeiro momento, consistiu num pré-teste antes da intervenção pedagógica e de um pós-teste no final da intervenção pedagógica sobre conhecimentos de tópicos de Geometria. Num segundo momento, foram recolhidas as perceções dos alunos no final da intervenção pedagógica através de um questionário de administração indireta.

Pré-teste e Pós-teste sobre conhecimentos de tópicos de Geometria

Pré-teste. Previamente à intervenção pedagógica, propus aos 20 alunos da turma do 1.º ano de escolaridade a realização de um pré-teste com a duração aproximadamente de 60 minutos. Com este pretendia avaliar os conhecimentos dos alunos relativamente às formas geométricas e aos sólidos geométricos e aferir informação em relação às dificuldades sentidas pelos alunos da

turma. O pré-teste, realizado individualmente, era constituído por nove questões com as quais procurava verificar nos alunos: a identificação e o reconhecimento de formas geométricas e respetivos lados e vértices (questões 2, 3, 9); a identificação de sólidos geométricos (questão 6); a identificação de figuras com superfícies curvas e planas (questão 7); a destreza em desenhar seguindo regras simples e em papel pontado (questões 1, 4, 5); composições com figuras geométricas (questão 8). Tendo em conta que a turma do 1.º ano de escolaridade estava numa fase inicial da aprendizagem da leitura e da escrita, foi necessária a leitura de cada uma das questões assim como tempo suficiente para que todos conseguissem responder. Posteriormente, todas as respostas foram analisadas e sistematizadas na Tabela 11.

Tabela 11. Indicadores e frequência de resposta às questões do pré-teste pelos alunos 1.º CEB

Questão	Indicadores da resposta dos alunos	Frequência
1	Desenha as figuras geométricas corretamente	3
	Desenha parcialmente as figuras geométricas	15
	Não desenha corretamente as figuras geométricas	2
2	Identifica as figuras geométricas e realiza corretamente a contagem	3
	Identifica parcialmente as figuras geométricas	17
	Não identifica as figuras geométricas	0
3	Identifica os lados e os vértices das figuras	1
	Identifica parcialmente os lados e os vértices das figuras	16
	Não identifica os lados nem os vértices das figuras	3
4	Desenha corretamente em papel pontado	10
	Desenha parcialmente em papel pontado	5
	Não desenha corretamente em papel pontado	5
5	Reproduz as figuras corretamente	7
	Não reproduz as figuras corretamente	13
6	Reconhece os sólidos geométricos	10
	Reconhece pelo menos dois sólidos geométricos	5
	Não reconhece sólidos geométricos	5
7	Reconhece os sólidos geométricos que têm apenas superfícies planas	10
	Reconhece os sólidos geométricos que têm apenas superfícies curvas	5
	Reconhece os sólidos geométricos que têm superfícies planas e curvas	6
8	Compõe quadrados apenas com triângulos	6
	Não compõe quadrados apenas com triângulos	14
9	Reconhece o quadrado como caso particular do retângulo	7
	Não reconhece o quadrado como caso particular do retângulo	13

Pela análise dos resultados do pré-teste, quanto ao tópico das figuras geométricas, verifica-se que os alunos conseguem identificá-las embora parcialmente. Contudo, quando é sugerido que

desenhem as figuras geométricas, apenas 3 dos 20 alunos as conseguem desenhar corretamente. De forma geral, ao contrário dos vértices, a maioria dos alunos identifica os lados das figuras geométricas e metade dos alunos sabe como desenhá-las em papel pontado. Quando interpelados a reproduzir figuras em papel pontado, apenas 7 dos alunos o consegue fazer corretamente. Relativamente ao tópico dos sólidos geométricos, constata-se que os alunos possuem alguns conhecimentos e que a maioria dos alunos reconhece o cubo e a esfera. Contudo, poucos alunos reconhecem os sólidos geométricos que têm superfícies curvas assim como os que têm superfícies planas e curvas.

Verifica-se, assim, a necessidade de desenvolver nestes alunos capacidades como coordenação visual-motora com atividades de exploração com o geoplano e o tangram que envolvam duas ou mais ações concomitantemente, a constância perceptual, a discriminação visual de forma a averiguar diferenças e semelhanças entre figuras, a decomposição de campo uma vez que a maioria dos alunos não sabe como compor quadrados apenas com triângulos (Del Grande, 1990; Lorenzato, 2011). Este grupo de crianças revela uma capacidade geométrica ao nível da visualização (van Hiele, 1986), uma vez que os conceitos geométricos são encarados como um todo e não pelas suas partes. Assim, os alunos reconhecem, por exemplo, as figuras geométricas pelo seu aspeto e posição.

Pós-teste. Posteriormente à intervenção pedagógica, foi proposta a realização de um pós-teste, resolvido de forma individual pelos alunos, que decorreu durante cerca de 60 minutos. O pós-teste apresentou as mesmas questões do pré-teste e pretendia sobretudo avaliar os conhecimentos dos alunos adquiridos na intervenção pedagógica sobre as formas geométricas e os sólidos geométricos. Tal como no pré-teste, foi necessária a leitura de cada pergunta assim como tempo suficiente para que todos os alunos conseguissem responder. As respostas dos alunos foram analisadas e sistematizadas na Tabela 2.

Analisando os resultados do pós-teste do 1.º Ciclo do Ensino Básico, quanto às questões relativas ao tópico das figuras geométricas, verifica-se uma melhoria significativa em todas as questões. De forma geral, os alunos já identificam e conseguem desenhar corretamente as figuras geométricas recorrendo inclusive à régua para o fazer. Estes alunos identificam corretamente os lados das figuras e embora tenham melhorado o seu desempenho, ainda surgem algumas dúvidas em relação aos vértices. Conseguem desenhar corretamente em papel pontado assim como

reproduzir as figuras corretamente. Constata-se ainda uma melhoria significativa na composição de quadrados recorrendo a triângulos (Tabela 12).

Tabela 12. Indicadores e frequência de resposta às questões do pós-teste pelos alunos 1.º CEB

Questão	Indicadores da resposta dos alunos	Frequência
1	Desenha as figuras geométricas corretamente	19
	Desenha parcialmente as figuras geométricas	1
	Não desenha corretamente as figuras geométricas	0
2	Identifica as figuras geométricas e realiza corretamente a contagem	17
	Identifica parcialmente as figuras geométricas	3
	Não identifica as figuras geométricas	0
3	Identifica os lados e os vértices das figuras	15
	Identifica parcialmente os lados e os vértices das figuras	5
	Não identifica os lados nem os vértices das figuras	0
4	Desenha corretamente em papel pontado	18
	Desenha parcialmente em papel pontado	2
	Não desenha corretamente em papel pontado	0
5	Reproduz as figuras corretamente	18
	Não reproduz as figuras corretamente	2
6	Reconhece os sólidos geométricos	20
	Reconhece pelo menos dois sólidos geométricos	0
	Não reconhece sólidos geométricos	0
7	Reconhece os sólidos geométricos que têm apenas superfícies planas	20
	Reconhece os sólidos geométricos que têm apenas superfícies curvas	17
	Reconhece os sólidos geométricos que têm superfícies planas e curvas	18
8	Compõe quadrados apenas com triângulos	19
	Não compõe quadrados apenas com triângulos	1
9	Reconhece o quadrado como caso particular do retângulo	19
	Não reconhece o quadrado como caso particular do retângulo	1

Relativamente ao tópico dos sólidos geométricos, verifica-se que todos os alunos reconhecem os sólidos geométricos e revelam uma melhoria no reconhecimento dos sólidos que têm superfícies planas, superfícies curvas e ambas.

A evolução que se verificou entre os dois momentos indicia que este grupo de crianças transitou do nível de visualização para o nível de análise (van Hiele, 1986) uma vez que os conceitos geométricos são reconhecidos como tendo partes e pelas suas partes.

Comparação dos resultados do Pré-teste com os do Pós-teste. A realização de um pré-teste antes da intervenção pedagógica e de um pós-teste no final da intervenção pedagógica permite realizar uma análise comparativa de forma a averiguar o progresso dos alunos nos tópicos

abordados, como é ilustrado na Tabela 13 através do número de respostas corretas a cada um desses testes.

Tabela 13. Comparação dos resultados do pré-teste com os do pós-teste de alunos do 1.º CEB.

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
Pré-teste	3	3	1	10	7	10	10	5	5	6	7
Pós-teste	19	17	15	18	18	20	20	17	18	19	19

Na maioria das questões verifica-se uma diferença significativa no número de respostas corretas na comparação entre os dois testes. Em algumas questões do pré-teste, cerca de metade dos alunos da turma já possuía alguns conhecimentos sobre os tópicos abordados, que foram aprofundados no desenvolvimento das intervenções. Para melhor comparar os resultados, exemplificam-se algumas das respostas dos alunos dadas nos dois momentos, como ilustra a Figura 56 no que diz respeito à questão 1.

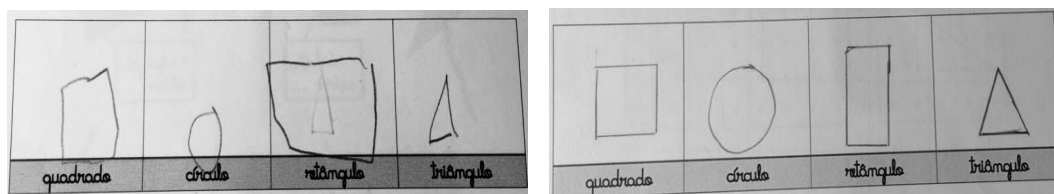


Figura 56. Comparação das respostas dadas no pré-teste e pós-teste à questão um.

Na questão 1 era solicitado aos alunos que desenhassem as figuras geométricas nos espaços correspondentes. No pré-teste, o aluno consegue desenhar parcialmente as figuras geométricas o que mostra ter noção da sua forma. Todavia, verifica-se uma melhoria significativa do pré-teste para o pós-teste uma vez que recorre a materiais de desenho para o fazer.

Outra questão que também ilustra uma melhoria nas respostas dos alunos de um momento para o outro é a questão 6 (Figura 57).

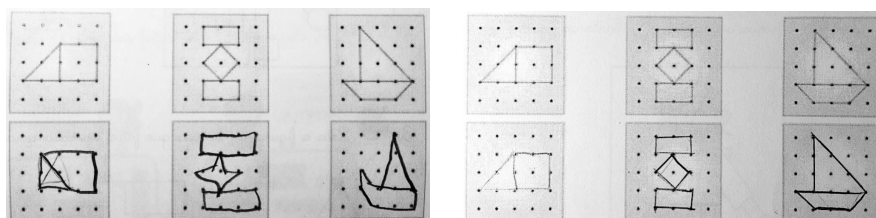







Figura 57. Comparação do pré-teste e pós-teste da resposta à questão seis.

Na questão seis era pedido que os alunos reproduzisse as figuras corretamente em papel pontado. Metade da turma não conseguiu reproduzir corretamente no pré-teste, embora

tentassem ao máximo unir os pinos. Em comparação, verifica-se uma vez mais, uma melhoria já que todos os alunos reproduziram corretamente e muitos recorreram à régua para o fazer.

Outro exemplo que comprova tal melhoria é o que diz respeito à questão sete, que pretendia que os alunos identificassem os sólidos geométricos que têm superfícies planas, superfícies curvas e superfícies planas e curvas (Figura 58).

					
Só tem superfícies planas.	X				X
Só tem superfícies curvas (não planas).		X			
Tem superfícies planas e curvas.			x	X	






					
Só tem superfícies planas.	x	x			
Só tem superfícies curvas (não planas).				x	
Tem superfícies planas e curvas.			x		x

Figura 58. Comparação das respostas de um aluno à questão 7 no pré-teste e no pós-teste.

No pré-teste, metade da turma não conseguiu identificar os sólidos geométricos que apenas têm superfícies planas e apenas cinco dos vinte alunos conseguiu identificar os sólidos geométricos que têm superfícies curvas e superfícies planas e curvas. Comparando os resultados dos dois testes, verifica-se que todos os alunos conseguiram identificar os sólidos geométricos que têm superfícies planas e poucos falharam na identificação dos sólidos geométricos que têm superfícies curvas e superfícies planas e curvas.

De forma geral, é possível verificar um desenvolvimento considerável em diversas capacidades das quais se destacam a coordenação visual-motora e a constância perceptual (Del Grande, 1990). Os materiais didáticos permitiram a realização de atividades dinâmicas, que os alunos se interessassem por aprender e por descobrir mais, o que indicia que se tornou fundamental para o alcance destes resultados.

Perceções dos alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico sobre o ensino ministrado

Quando concluída a intervenção pedagógica no 1.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos responderam a um questionário organizado com questões de resposta aberta tendo em vista efetuar uma apreciação global sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria com recurso a materiais didáticos.

Perceções dos alunos sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria. Quando questionados se gostaram de aprender com recurso a materiais

didáticos, todos os alunos responderam positivamente e as suas justificações foram essencialmente porque os materiais didáticos os ajudaram a aprender melhor, mais rápido e porque os podiam manusear, tal como exemplificam as seguintes afirmações de alunos: “porque aprendemos melhor e é divertido”, “porque assim aprendi mais rápido” e “porque podia mexer neles”. É ainda afirmado por todos os alunos que com o auxílio dos materiais didáticos as suas dificuldades foram ultrapassadas designando os sólidos geométricos o material que mais os ajudou por, tal como é ilustrado na afirmação de um aluno, é “mais fácil quando o estamos a ver”. Uma vez mais, todos os alunos responderam afirmativamente quando questionados se os materiais que utilizaram os ajudaram a perceber melhor os conteúdos, fundamentando-se que aprendiam melhor uma vez que os podiam ver, podiam mexer e podiam explorá-los. Todos os alunos gostariam de utilizar materiais didáticos na aprendizagem de outros conteúdos, tal como exemplificam as seguintes afirmações: “porque aprendo melhor”; “porque as coisas difíceis ficam mais fáceis de aprender”; e “porque é mais divertido”.

Perceções dos alunos sobre os materiais didáticos que suscitaram maior e menor interesse. Relativamente ao material didático que suscitou maior interesse pelos alunos do 1.º ano de escolaridade, a figura que se segue ilustra, em percentagem, as suas preferências.

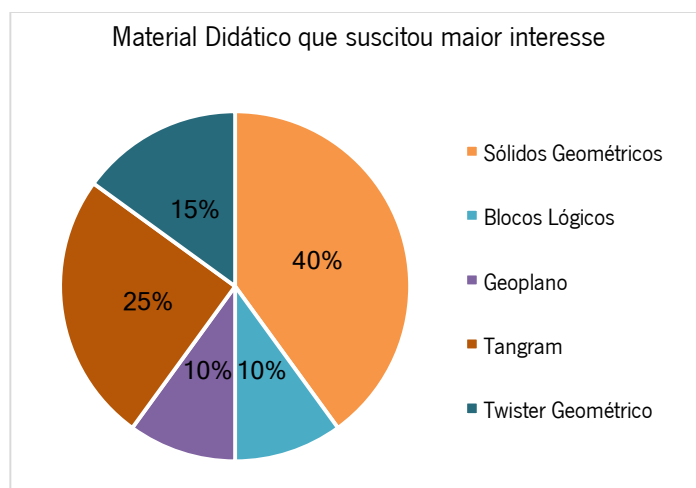


Figura 59. Material didático que suscitou maior interesse nos alunos do 1.º CEB (%).

Pela análise da Figura 59, existe um material didático que se destaca dos restantes - sólidos geométricos, o que se deve, segundo as justificações dos alunos, por ser mais fácil aprender quando os estão a ver, tal como exemplificam algumas afirmações dos alunos como “consegui ver as partes planas e curvas e aprendi melhor”, “porque assim conseguimos contar

os vértices e as faces” e “porque gostei de carimbar para ver as faces”. Cerca de $\frac{1}{4}$ dos alunos afirmam que o tangram lhes suscitou maior interesse porque “conseguiu montar imagens como triângulos e quadrados” e “porque conseguíamos fazer desenhos com as formas geométricas”. Quanto ao Twister geométrico, 15% dos alunos afirma que este material didático lhes suscitou interesse uma vez que afirmam que “divertia-me e aprendia ao mesmo tempo”. Com menor percentagem, os alunos afirmam que tanto o Geoplano como os blocos lógicos lhes suscitaram interesse porque “aprendi as formas geométricas”, e porque “aprendi a fazer formas [com o Geoplano] e ajudava-me a aprender”.

Assim como houve materiais didáticos que suscitaram um maior interesse nos alunos, surgiram também alguns que suscitaram um menor interesse, desta forma, é apresentado na figura 60 os materiais didáticos que suscitaram menor interesse.

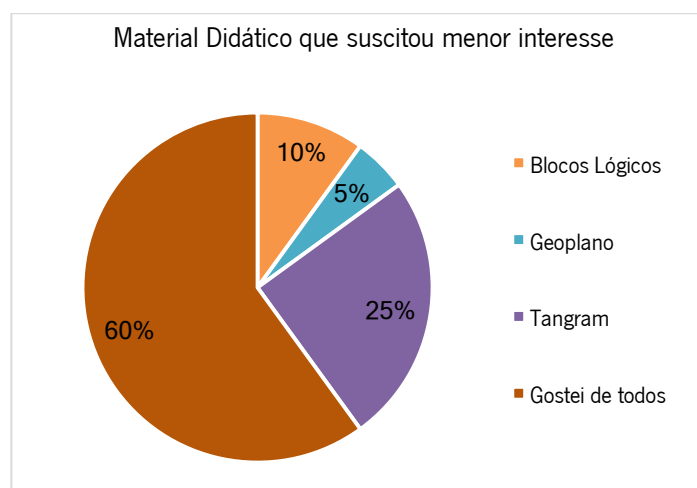


Figura 60. Material didático que suscitou menor interesse nos alunos do 1.º CEB (%).

Apesar de a maioria dos alunos afirmar gostar de aprender com todos os materiais didáticos, relativamente ao que suscitou menor interesse, $\frac{1}{4}$ dos alunos afirma que foi o tangram por o considerarem difícil na composição de figuras geométricas, tal como exemplifica as afirmações dos alunos “era um pouco difícil” e “porque era para construir e eu não conseguia bem”. Cerca de 10% dos alunos afirma que os Blocos Lógicos suscitaram menor interesse porque “não dava para por água como nos sólidos geométricos” e, em menor percentagem apresentam o Geoplano como um material didático que lhes suscitou menor interesse porque “era muito frágil e podia-se partir”.

Percepções dos alunos sobre o trabalho de grupo. Apesar de se encontrarem numa fase inicial do seu percurso escolar e de esta ser a sua primeira experiência a trabalhar em grupo, as suas percepções sobre este formato de aula foram muito positivas uma vez que todos os alunos afirmam ter gostado de trabalhar em grupos fundamentalmente por poderem partilhar e discutir as suas ideias alegando ainda que trabalharam bem com os seus colegas, tal como ilustram as seguintes afirmações de alunos “podia dizer as minhas ideias”; “somos todos amigos e devemos ouvir todos” e “acho que trabalhei muito bem em grupo”.

Quando questionados sobre a importância da partilha e discussão de ideias com os colegas, estes alunos reconhecem a sua relevância justificando-se que em grupo têm mais ideias uma vez que todos dão a sua opinião, conseguem resolver as atividades bem e de forma mais rápida e escutam todas as opiniões de forma a culminar numa ideia de grupo, como exemplifica as seguintes afirmações dos alunos “no trabalho de grupo temos que partilhar para ter muitas ideias”; “fazemos mais rápido os trabalhos” e porque “assim juntamos as ideias de todos e depois fica só uma ideia”.

Para que ocorra uma melhoria na aprendizagem e de forma a aumentar a eficácia do grupo, propus a cada um dos grupos de alunos que, no final de cada sessão de intervenção se autoavaliassem analisando de forma criteriosa a maneira como trabalham juntos (Lopes & Silva, 2009). Constatou-se que à medida que se avaliavam, estes alunos começaram a ter um olhar mais crítico e justo relativamente à sua prestação.

4.3. Avaliação do ensino ministrado pelos alunos do 2º ciclo

É apresentada nesta secção, a avaliação do ensino ministrado pelos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Este momento consistiu inicialmente num pré-teste antes da intervenção pedagógica e de um pós-teste no final da intervenção pedagógica sobre conhecimentos de tópicos de Geometria e posteriormente num questionário com a escala de *Likert* e questões de resposta aberta.

Pré-teste e Pós-teste sobre conhecimentos de tópicos de Geometria

Pré-teste. Antes de iniciar a intervenção pedagógica, foi proposta aos 25 alunos da turma do 6.º ano de escolaridade a realização de um pré-teste que durou sensivelmente 45 minutos. Com a sua realização, objetivava averiguar possíveis dificuldades relativamente aos tópicos a

abordar. O pré-teste era constituído por vinte questões de resposta rápida (com a exceção das construções) e procurava averiguar os conhecimentos dos alunos relativamente aos tópicos da mediatriz de um segmento de reta (questões 1, 2), da reflexão axial (questões 3, 4, 5, 6), da reflexão central (questões 7, 8, 9, 10), da rotação (questões 11, 12, 13, 14, 15) e das simetrias (questões 16, 17, 18, 19, 20). Posteriormente, as respostas foram analisadas e sistematizadas na Tabela 14.

Tabela 14. Indicadores e frequência de resposta às questões do pré-teste pelos alunos 2.º CEB.

Questão	Indicadores da resposta dos alunos	Frequência
1	Identifica a situação que traduz uma mediatriz de um segmento de reta	19
	Não identifica a situação que traduz uma mediatriz de um segmento de reta	6
2.1	Traça corretamente a mediatriz de um segmento de reta	2
	Não traça corretamente a mediatriz de um segmento de reta	23
2.2	Identifica a propriedade que caracteriza a mediatriz de um segmento de reta	1
	Não identifica a propriedade que caracteriza a mediatriz de um segmento de reta	24
3	Identifica a imagem de pontos por reflexão axial	5
	Não identifica a imagem de pontos por reflexão axial	19
4	Identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	4
	Não identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	21
5	Identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão axial	13
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão axial	12
6	Desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão axial	12
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão axial	13
7	Identifica figuras que traduzem uma reflexão central	2
	Não identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	23
8	Identifica a imagem de pontos por reflexão central	5
	Não identifica a imagem de pontos por reflexão central	20
9	Identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão central	4
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão central	21
10	Desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão central	8
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão central	17
11/12/15	Identifica a imagem de segmentos de reta por rotação	8
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por rotação	17
13/15	Identifica a imagem de pontos por rotação	2
	Não identifica a imagem de pontos por rotação	23
14	Desenha corretamente o transformado de figuras por rotação	0
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por rotação	25
17	Identifica o n.º de eixos de simetria de polígonos regulares	4
	Não identifica o n.º de eixos de simetria de polígonos regulares	21
19	Identifica o n.º de simetrias de rotação	7
	Não identifica o n.º de simetrias de rotação	18
20	Identifica a imagem de pontos por simetria de rotação	0
	Não identifica a imagem de pontos por simetria de rotação	25

Pela análise dos resultados do pré-teste, relativamente ao tópico da mediatriz de um segmento de reta, verifica-se que os alunos de forma geral conseguem-na identificar, no entanto não conseguem traçá-la nem justificar a razão de ser mediatriz de um segmento de reta.

Quanto ao tópico da reflexão axial, de forma geral, os alunos não identificam a imagem de pontos nem identificam figuras que a traduzam. Verifica-se ainda que cerca de metade da turma consegue desenhar a imagem de uma figura por reflexão axial por intuição. No que diz respeito ao tópico da reflexão central, constata-se que, de modo geral, os alunos não identificam figuras que a traduzam assim como não identificam a imagem de pontos nem segmentos de reta transformados por reflexão central. O mesmo acontece relativamente ao tópico da rotação, uma vez que os alunos não identificam a imagem nem de pontos nem de segmentos de reta por rotação. Nenhum dos alunos conseguiu desenhar o transformado de uma figura por rotação.

Por fim, no que concerne às simetrias, os alunos possuem poucos conhecimentos sobre este tópico uma vez que apresentam dificuldades na identificação da imagem de pontos por simetria de rotação, na identificação do número de eixos de simetria em polígonos regulares assim como a identificação do número de simetrias de rotação.

Surge, assim, a necessidade de desenvolver nestes alunos capacidades como a coordenação visual-motora na construção da imagem de figuras por reflexão axial, reflexão central e rotação com materiais como a régua, o compasso e o transferidor e outros, onde envolvam duas ou mais ações em simultâneo, a equivalência por movimento, a discriminação visual, a conservação de forma e tamanho entre outras capacidades (Del Grande, 1990; Lorenzato, 2011). Uma vez que os alunos reconhecem características e os conceitos geométricos são reconhecidos pelas suas partes, este grupo de alunos poderão estar situados no nível II (Análise) de van Hiele (1986)

Pós-teste. Relativamente à turma do 6.º ano de escolaridade, após a intervenção pedagógica, foi proposta a realização individual de um pós-teste que perpez cerca de 45 minutos. Este pós-teste apresentava as mesmas questões do pré-teste e pretendia avaliar os conhecimentos da turma em relação aos tópicos abordados. As respostas dos alunos foram analisadas e sistematizadas na seguinte tabela. (Tabela 15).

Tabela 15. Indicadores e frequência de resposta às questões do pós-teste pelos alunos 2.º CEB.

Questão	Indicadores da resposta dos alunos	Frequência
1	Identifica a situação que traduz uma mediatriz de um segmento de reta	23
	Não identifica a situação que traduz uma mediatriz de um segmento de reta	2
2.1	Traça corretamente a mediatriz de um segmento de reta	24
	Não traça corretamente a mediatriz de um segmento de reta	1
2.2	Identifica a propriedade que caracteriza a mediatriz de um segmento de reta	18
	Não identifica a propriedade que caracteriza a mediatriz de um segmento de reta	7
3	Identifica a imagem de pontos por reflexão axial	21
	Não identifica a imagem de pontos por reflexão axial	4
4	Identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	20
	Não identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	5
5	Identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão axial	23
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão axial	2
6	Desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão axial	23
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão axial	2
7	Identifica figuras que traduzem uma reflexão central	20
	Não identifica figuras que traduzem uma reflexão axial	5
8	Identifica a imagem de pontos por reflexão central	19
	Não identifica a imagem de pontos por reflexão central	6
9	Identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão central	22
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por reflexão central	3
10	Desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão central	19
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por reflexão central	6
11/12/15	Identifica a imagem de segmentos de reta por rotação	19
	Não identifica a imagem de segmentos de reta por rotação	6
13/15	Identifica a imagem de pontos por rotação	20
	Não identifica a imagem de pontos por rotação	5
14	Desenha corretamente o transformado de figuras por rotação	14
	Não desenha corretamente o transformado de figuras por rotação	11
17	Identifica o n.º de eixos de simetria de polígonos regulares	17
	Não identifica o n.º de eixos de simetria de polígonos regulares	8
19	Identifica o n.º de simetrias de rotação	19
	Não identifica o n.º de simetrias de rotação	6
20	Identifica a imagem de pontos por simetria de rotação	18
	Não identifica a imagem de pontos por simetria de rotação	7

Ao analisar os resultados do pós-teste dos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, quanto às questões relativas ao tópico da mediatriz de um segmento de reta, verifica-se que, de um modo geral, os alunos conseguem identificá-la e traçá-la com instrumentos de desenho, porém, existe alguns alunos (7) que não a conseguem caracterizar.

Em relação ao tópico da reflexão axial, os alunos identificam a imagem de pontos e segmentos de reta por reflexão axial, reconhecem figuras que traduzam a reflexão axial e ainda conseguem desenhá-la recorrendo a instrumentos de desenho. No que concerne ao tópico da reflexão central, a maior parte dos alunos identifica a imagem de pontos e de segmentos de reta por reflexão central e consegue desenhá-la corretamente recorrendo a instrumentos de desenho.

O tópicos de rotação, embora haja uma melhoria relativamente ao pré-teste, alguns alunos (11) apresentam dificuldades em desenhar o transformado de figuras por rotação, no entanto, a maioria consegue identificar a imagem de pontos e de segmentos de reta por esta transformação geométrica.

Relativamente ao último tópico, as simetrias, na generalidade os alunos identificam o número de eixos de simetria de polígonos regulares, o número de simetrias de rotação assim como identificam a imagem de pontos por simetria de rotação. No entanto, existe um grupo de alunos (cerca de 7) que apresentam dificuldades neste tópico.

De um modo geral, estes alunos conseguem deduzir, embora não compreendam o significado da dedução como um todo, o que nos remete para características do nível III (Dedução informal) de van Hiele (1986).

Comparação dos resultados do Pré-teste e do Pós-teste. Procurando averiguar o progresso dos alunos nos tópicos abordados, procedi a uma análise comparativa dos resultados no pré-teste, realizado antes da intervenção pedagógica, com os resultados do pós-teste, realizado no final da intervenção pedagógica, como é evidenciado na Tabela 16 através do número de respostas corretas a cada um desses testes.

Tabela 16. Comparação dos resultados do pré-teste com os do pós-teste no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Questão	1	2.1	2.2	3	4	3	6	7	8	9	10	11, 12, 15	13, 15	14	17	19	20
<i>Pré-teste</i>	19	2	1	5	4	13	12	2	5	4	8	8	2	0	4	7	0
<i>Pós-teste</i>	23	24	18	21	20	23	23	20	19	22	19	19	20	14	17	19	18

Relativamente à comparação dos resultados do pré-teste com os do pós-teste dos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, verifica-se uma mudança significativa no número de respostas corretas. Embora alguns alunos ainda apresentem dificuldades, de forma geral os alunos responderam corretamente à maioria das questões e, nas construções, recorreram frequentemente a materiais de desenho para realizarem a atividade com rigor.

De forma a evidenciar a melhoria das respostas dadas pelos alunos nos dois momentos, apresento, a título de exemplificação, as respostas às questões 3, 10, 13 e 19. Na questão três era solicitado que os alunos identificassem a imagem de pontos por reflexão axial (Figura 61).

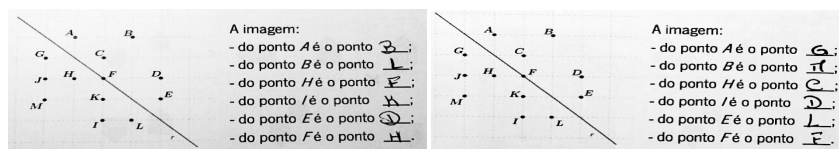


Figura 61. Comparação das respostas de um aluno à questão 3 no pré-teste e nós-teste.

Neste exemplo apresentado, o aluno no pré-teste falha em todos os aspetos que são colocados, nomeadamente na identificação da imagem de pontos por reflexão axial fora do eixo de reflexão e no eixo de reflexão. No pós-teste verifica-se uma grande melhoria uma vez que responde corretamente à questão. Nesta questão do pré-teste apenas 5 dos 25 alunos da turma conseguiram identificar corretamente enquanto no pós-teste o número de respostas corretas aumentou significativamente.

Quanto à questão dez, era pedido aos alunos que construíssem a imagem de duas figuras por reflexão central.

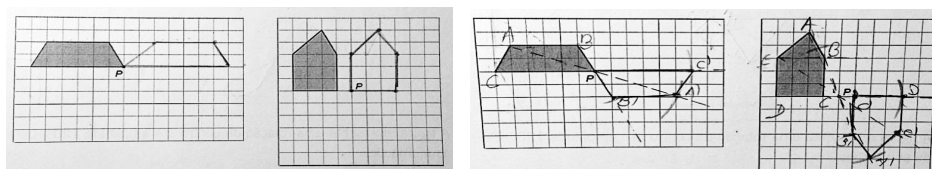


Figura 62. Comparação das respostas de um aluno à questão 10 no pré-teste e no pós-teste.

Comparativamente, verifica-se uma melhoria significativa do pré-teste para o pós-teste. Enquanto no pré-teste, mais de metade da turma não tinha uma ideia concreta de como construir, no pós-teste grande parte da turma construiu corretamente e recorreu a instrumentos de desenho para o fazer.

Outro exemplo que comprova tal melhoria é o que diz respeito à questão treze, que pretendia que os alunos identificassem a imagem de pontos por rotação.

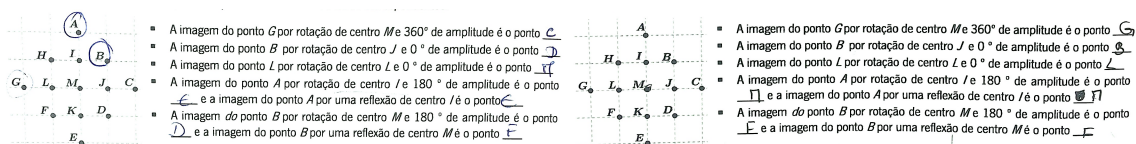


Figura 63. Comparação das respostas de um aluno à questão 13 no pré-teste e no pós-teste

No pré-teste, este aluno do exemplo apresentado não responde corretamente à questão colocadas e, comparativamente ao pós-teste, verifica-se uma significativa melhoria, uma vez que responde corretamente a todos os aspetos colocados. Nesta questão do pré-teste, apenas 2 dos

25 alunos da turma responderam corretamente o que, comparado com o pós-teste, verifica-se uma melhoria significativa no número de repostas corretas dadas pelos alunos.

Quanto à questão dezanove, era pedido aos alunos que identificassem o número de simetrias de rotação e a menor amplitude de rotação atendendo às representações das rosáceas.

Representação				Representação			
N.º de simetrias de rotação	1	2	4	N.º de simetrias de rotação	3	6	12
Menor amplitude de rotação	120°	60°	30°	Menor amplitude de rotação	120°	60°	30°

Figura 64. Comparação das respostas de um aluno à questão 19 no pré-teste e no pós-teste.

Verifica-se que no exemplo apresentado, no pré-teste o aluno não identifica corretamente nem o número de simetrias de rotação nem a menor amplitude de rotação que comparativamente ao pós-teste, constata-se uma melhoria significativa em todos os aspetos.

De um modo global, a comparação dos resultados dos alunos no pré-teste e no pós-teste permite verificar uma melhoria significativa nos tópicos abordados. Para a obtenção destes resultados, a utilização de diversos materiais didáticos indicia que se tornou essencial uma vez que a perspetiva lúdica do ensino provoca maior interesse e motivação.

Perceções dos alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico sobre o ensino ministrado

No final da intervenção pedagógica, tornou-se fundamental entender as perceções dos alunos do 6.º ano de escolaridade através da realização de um questionário. O questionário, organizado com questões de concordância e questões de resposta aberta, pretendia efetuar uma apreciação geral sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria com recurso a materiais didáticos. Na análise das respostas dos alunos a essas questões, apresento a informação que lhe corresponde em quatro categorias, designadamente: as perceções sobre a Geometria; perceções sobre a utilização de materiais didáticos; dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria com a utilização de materiais didáticos; e perceções sobre o trabalho em grupo.

Perceções sobre a Geometria. Para entender as perceções dos alunos do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico sobre Geometria, questionei-os de forma a entender se eles gostam deste tema, se acham que é importante para a sua formação, se reconhecem que a Geometria está presente no quotidiano, bem como a dificuldade que os alunos sentem em aprender tópicos de Geometria.

Tabela 17. Grau de concordância (%) das percepções dos alunos sobre a Geometria.

Afirmações	DT/D	I	C/CT
Gosto de Geometria.	0	8	92
Aprender Geometria é muito importante para a minha formação.	0	16	84
A Geometria está em tudo aquilo que nos rodeia.	12	20	68
A Geometria é difícil de aprender.	52	32	16

A maior parte dos alunos (92%) afirma gostar de Geometria e considera-a importante para a sua formação e mais de metade da turma (68%) concorda que a Geometria está presente no seu quotidiano. Relativamente à dificuldade sentida, apenas 16% dos alunos consideram a Geometria como sendo de difícil aprendizagem

Percepções sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria. De forma a entender o grau de satisfação dos alunos quanto à utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria, questionei-os relativamente à motivação sentida na exploração de tópicos geométricos com recurso a materiais didáticos, a importância que diferentes materiais didáticos tiveram na aprendizagem desses tópicos e ainda sobre algumas vantagens e desvantagens da utilização de materiais didáticos.

Tabela 18. Grau de concordância (%) sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.

Afirmações	DT/D	I	C/CT
Aprendo melhor quando utilizo materiais didáticos.	0	4	96
Fico mais motivado na aula de matemática quando utilizo materiais didáticos para aprender novas matérias.	0	12	88
Descobrir por mim próprio os conteúdos matemáticos é mais aliciante do que ser o professor a apresentá-los.	20	28	52
Não conseguiria resolver muitas das tarefas que resolvi sem a utilização da régua, compasso e transferidor	0	12	88
Senti uma evolução da minha parte na manipulação da régua, do compasso e do transferidor.	12	8	80
O origami foi importante para a aprendizagem do conceito de mediatriz	0	28	72
Gostei das aulas em que foi utilizado o papel transparente.	0	32	68
O papel transparente foi importante para a aprendizagem dos conceitos de reflexão e de rotação.	8	0	92
O Geoplano foi importante na aprendizagem do conceito de rotação.	0	16	84
O MIRA foi um material didático importante para a minha aprendizagem	4	12	84
A utilização do Espelho foi importante na compreensão do conceito de reflexão.	0	20	80
O GeoGebra permitiu-me visualizar melhor as construções efetuadas.	0	8	92
O GeoGebra ajudou-me a estabelecer as relações e as propriedades estudadas nas isometrias.	0	8	92
Nas aulas com a manipulação de materiais didáticos faz-me pensar mais do que uma aula em que o professor expõe a matéria.	12	24	64
Gostaria de aprender outros tópicos matemáticos com recurso aos materiais didáticos.	0	8	92

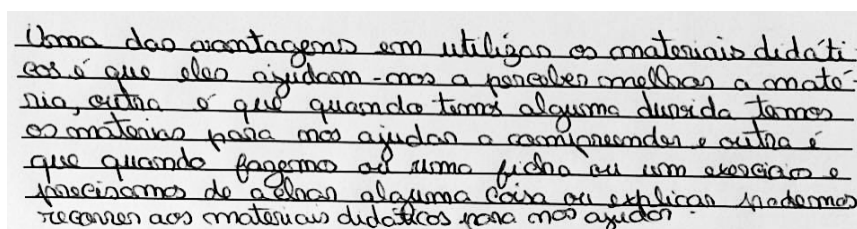
A maioria dos alunos afirma que com a utilização de materiais didáticos a sua aprendizagem torna-se mais sólida, considerando-os indispensáveis e sentindo uma maior motivação para a aprendizagem quando recorrem a essa utilização.

Foi consensual à maioria dos alunos que materiais didáticos como o GeoGebra e o papel transparente revelaram-se importantes para a sua aprendizagem e que sentiram uma melhoria na utilização de instrumentos de desenho.

Apesar de cerca de metade da turma afirmar que descobrir por si próprio os conteúdos matemáticos é mais aliciante do que ser o professor a apresentá-los, os restantes alunos não concordam ou são indiferentes, o que me leva a julgar que o hábito que estes alunos têm da lecionação das aulas ser pelo método tradicional incentiva um estado de apatia que, quando confrontados com atividades de exploração, que os faça pensar e descobrir por eles próprios, não lhes seja aliciante.

De forma a ter uma maior perceção das opiniões dos alunos, foram colocadas no questionário questões de resposta aberta, nomeadamente sobre as vantagens e as desvantagens da utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.

No que se refere às vantagens, de forma geral, os alunos identificam que os materiais didáticos possibilitam a experimentação e a descoberta, que os ajudavam a entender melhor os conteúdos e possibilitava a clarificação de dúvidas. Com a utilização de materiais didáticos sentiam menos dificuldades na resolução das atividades. Afirmam ainda que os ajudou a pensar de outras formas e conseqüentemente a ter uma aprendizagem mais significativa. A título de exemplo, é ilustrado pela na figura 65 uma resposta de um aluno relativamente às vantagens da utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.



Uma das vantagens em utilizar os materiais didáticos é que eles ajudam-nos a perceber melhor a matéria, outra é que quando temos alguma dúvida temos os materiais para nos ajudar a compreender e outra é que quando fazemos o mesmo ficheiro ou um exercício e precisamos de ajudar alguma coisa ou explicar podemos recorrer aos materiais didáticos para nos ajudar.

Figura 65. Resposta de um aluno relativamente às vantagens da utilização de materiais didáticos.

Apesar da maioria dos alunos considerar não existir desvantagens na utilização de materiais didáticos, alguns consideram a fragilidade de certos materiais como um entrave.

Consideram ainda como desvantagem o facto de, à primeira vista, não o saberem utilizar devidamente o que os leva a especular a utilização de materiais didáticos como uma brincadeira, a título de exemplo, é apresentado na figura 66 uma resposta de um aluno relativamente às desvantagens da utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.

Figura 66. Resposta de um aluno relativamente às desvantagens da utilização de materiais didáticos.

Dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria com a utilização de materiais didáticos. Para compreender se os alunos sentiram dificuldades na utilização de algum material didático, questionei-os de forma a poder averiguar as diferenças nas dificuldades sentidas no início do estudo e no final do estudo.

Tabela 19. Grau de concordância (%) sobre as dificuldades na aprendizagem de tópicos de Geometria com a utilização aos Materiais Didáticos.

Afirmações	DT/D	I	C/CT
No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular a régua.	88	4	8
No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular o compasso.	88	8	4
No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular o transferidor.	60	8	32
Continuo a ter dificuldade em manipular a régua.	100	0	0
Continuo a ter dificuldade em manipular o compasso.	96	0	4
Continuo a ter dificuldade em manipular o transferidor.	88	8	4
No início tive dificuldade em manipular o papel transparente.	52	24	24
Continuo a ter dificuldade em manipular o papel transparente.	84	8	8
No início tinha dificuldade em manipular o Geoplano.	40	24	36
Continuo a ter dificuldades em manipular o Geoplano.	84	4	12
No início tive dificuldade em manipular o MIRA.	56	20	24
Continuo a ter dificuldades em trabalhar com o MIRA.	84	12	4
No início tive dificuldade em manipular o Espelho.	72	12	16
Continuo a ter dificuldades na manipulação do Espelho.	84	16	0

No que concerne às dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria com a utilização de materiais didáticos, constata-se que há a ocorrência de um ligeiro progresso desde o início da intervenção pedagógica em comparação com o final. Os materiais didáticos que os alunos sentiram mais dificuldade no início da intervenção foram o Geoplano (36%), o transferidor (32%) o MIRA (24%) e o papel transparente (24%). No final da intervenção

pedagógica a maior parte dos alunos já não sentia dificuldades na utilização de materiais didáticos, verificando-se uma evolução da percentagem de alunos com dificuldade, designadamente de 36% para 12% no Geoplano, de 32% para 4 % no transferidor, de 24% para 8% e por fim, o MIRA de 24% para 4%.

Percepções sobre o trabalho em grupo. Para compreender como os alunos encaram o trabalho de grupo questionei-os no sentido de perceber se estes recorriam aos seus colegas quando surgia alguma dúvida e ainda, para ter uma melhor percepção, realizei uma questão de resposta aberta sobre o trabalho de grupo.

Tabela 20. Grau de concordância (%) das percepções dos alunos sobre o trabalho de grupo.

Afirmações	DT/D	I	C/CT
Quando senti dificuldades recorri aos colegas de grupo.	8	4	88

A maioria da turma (88%) afirma que no surgimento de alguma dificuldade recorria inicialmente aos colegas de grupo, afirmando ainda que estes tinham um papel fundamental na sua aprendizagem uma vez que quando erravam em alguma situação os elementos do grupo elucidavam e explicavam para o erro não voltar a surgir. A título de exemplo, é ilustrado pela Figura 67 uma resposta de um aluno relativamente ao papel que os elementos do seu grupo desempenharam na sua aprendizagem.

Raramente tive dificuldades em manipular o material, mas quando tive todos os elementos do meu grupo a me ajudarem, explicaram-me e a ajuda deles foi muito importante para a minha aprendizagem

Figura 67. Resposta de um aluno relativamente ao papel que os elementos do seu grupo desempenharam na sua aprendizagem.

Para este aluno, embora ressalte que raramente ocorreram dificuldades na manipulação de materiais, afirma que os elementos do seu grupo foram muito importantes uma vez que, no surgimento de alguma dúvida recorria aos seus colegas para o esclarecerem.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Apresentam-se neste capítulo as principais conclusões que emergiram da intervenção pedagógica atendendo ao objetivo e às questões de investigação delineados. Tais conclusões dão origem a uma nova secção que trata a reflexão final. Finalmente, a última secção apresenta as limitações do estudo realizado e de recomendações para futuros estudos sobre a aprendizagem de tópicos de Geometria com recurso a materiais didáticos.

5.1. Conclusões

Nesta secção são retomadas as questões de investigação delineadas em torno da aprendizagem de tópicos de Geometria com recurso a materiais didáticos, para a formulação das conclusões do estudo.

1) Que atividades realizam os alunos com os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que níveis de raciocínio geométrico estão contemplados nessas atividades?

A análise e interpretação da informação dos produtos obtidos no decorrer da implementação da prática pedagógica possibilitou evidenciar as atividades que os alunos realizaram com os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria. Durante a prática pedagógica, os alunos realizaram distintas atividades nas diferentes fases que compunham as sessões de intervenção, nomeadamente, a fase pré-exploração, a fase exploração e a fase reflexão.

Na fase pré-exploração, relativamente ao 1.º ciclo do Ensino Básico, os alunos realizavam atividades de forma a relembrar conteúdos estudados em aulas antecedentes. Apesar das suas explicações nem sempre serem explícitas e organizadas, tornou-se pertinente promover a comunicação matemática destes alunos, aludindo essencialmente às suas ideias prévias para o desenvolvimento de compreensões.

Relativamente à turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico, as atividades que estes alunos realizavam durante esta fase, basearam-se essencialmente na observação e interpretação de figuras, na observação e confronto de exemplos e contraexemplos, momentos fundamentais para

os alunos levantarem questões sobre determinados conceitos, expor dúvidas de compreensão e promover a comunicação matemática pelo facto de verbalizarem as suas ideias.

De uma forma geral aos dois Ciclos, os alunos apelavam aos seus saberes, formais e informais, sobre os tópicos a explorar. Com base nesse conhecimento, os alunos procuravam interpretar imagens, compreender histórias e relembrar conceitos. Assumiram esta fase de pré-exploração como uma fase em que as suas ideias tinham valor, expondo e discutindo. Os alunos não são desprovidos de conhecimentos, eles possuem um conhecimento informal que se baseia na diversidade de capacidades e na variedade de interesses. A valorização da natural motivação, curiosidade e entusiasmo são fatores determinantes para serem agentes ativos na construção do seu próprio conhecimento (Boavida et al., 2008). Atendendo ao que conhece, o aluno consegue interpretar um novo conteúdo e atribuir-lhe um sentido e significado empírico e iniciar, conseqüentemente, o processo de aprendizagem. Os conhecimentos prévios possibilitam este contacto inicial com um novo conteúdo que são essenciais para a construção de novos significados (Coll, 2001).

Ainda nesta fase, os alunos realizaram atividades que permitiram uma assimilação e recapitulação de conteúdos abordados anteriormente. Atividades de cariz lúdico realizadas em grande-grupo, como o twister geométrico, que promovam o envolvimento dos alunos na sua aprendizagem, aumentando a motivação por se estar “a desenvolver atividades dinâmicas, como se de um jogo se tratasse, onde nem os alunos se apercebem de que estão a adquirir conhecimentos” (Damas et al., 2010, p. 7).

O momento de pré-exploração fez emergir que no 1.º Ciclo do Ensino Básico os alunos situavam-se no nível I (Visualização) (van Hiele, 1986), uma vez que, por exemplo, reconheciam as figuras geométricas como um todo e não as identificavam pelas suas propriedades. Já no 2.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos situavam-se no nível II (Análise) (van Hiele, 1986) já que reconheciam figuras como tendo partes e pelas suas partes.

Na fase exploração, no que concerne a turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos iniciavam a exploração do material de forma livre e espontânea, tendo-se revelando um momento privilegiado para os alunos se familiarizarem com o material, tornando-se essencial uma vez que os alunos não conheciam a maior parte dos materiais utilizados. Esta exploração livre serviu como ponto de partida para a posterior exploração de atividades mais orientadas.

Quanto à turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico, partiu-se do mesmo fundamento da exploração livre, ainda mais quando a utilização de materiais didáticos não era um recurso frequente para estes alunos, no entanto, exploraram espontaneamente os materiais aludindo à sua curiosidade e interesse. O envolvimento em trabalho de grupo, contribuiu para os alunos se entreajudarem na exploração de materiais, para que partilhassem diferentes conhecimentos, com vista a promover a comunicação matemática que implica a negociação de ideias comuns.

De forma geral a ambos os Ciclos, os alunos confrontaram as suas ideias iniciais com os resultados obtidos da exploração de materiais didáticos. Para isso, realizaram atividades com intuito de descoberta através da utilização de diversos materiais didáticos, tais como o geoplano, o tangram, os sólidos geométricos, o mira, espelhos, instrumentos de desenho, o papel transparente e o GeoGebra. O Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007) sugere que o ensino da Geometria tanto no 1.º Ciclo como no 2.º Ciclo do Ensino Básico tenha por base a exploração, manipulação e experimentação de materiais. A utilização destes materiais desempenham um papel fundamental como mediadores na aprendizagem (Breda et al., 2001) ao possibilitar que seja mais concreta e efetiva. O ambiente de aprendizagem proporcionado pelo uso de materiais didáticos tende, segundo Matos e Serrazina (1996), a favorecer a aprendizagem e a desenvolver nos alunos uma atitude mais positiva.

Através da realização de tais atividades, os alunos adquiriram aspetos da perceção visual (Del Grande, 1990; Frostig, Horne & Miller, 1994; Matos & Gordo, 1993), como a constância perceptual na utilização do Geoplano, a coordenação visual motora ao desenharem no papel ponteadado e a discriminação visual ao verificarem semelhanças e diferenças das diferentes figuras.

O envolvimento dos alunos no formato de aula adotado, o trabalho em grupo, potencializou as atividades realizadas, a motivação, o raciocínio e as competências sociais dos alunos (Carneiro, 2000). Permitiu ainda que estes partilhassem e discutissem ideias e concomitantemente desenvolvessem a comunicação matemática.

Na fase reflexão, os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico, realizavam atividades de reflexão dos conteúdos abordados onde se evidenciou a partilha e discussão de ideias. Realizavam atividades que apelassem à memória visual e aos sentidos, como o tato, na caracterização de figuras geométricas e sólido geométricos. Pelo facto de estarem numa fase inicial do ensino formal, os alunos não sabiam nem ler nem escrever, o que comprometeu os registos escritos.

Relativamente ao 2.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos procediam a uma reflexão sobre o que aprenderam. Definiram, inicialmente conceitos em grande-grupo e, seguidamente registaram as suas definições no caderno diário, justificavam as suas opções e apresentavam à turma os seus trabalhos.

De forma geral aos dois Ciclos, os alunos refletiram sobre o que aprenderam. De facto, para que a aprendizagem seja significativa e alcance a apropriação de novos saberes, envolver os alunos em atividades concretas não é o suficiente, é sobretudo importante que haja um processo de reflexão sobre as atividades em que estiveram envolvidos (Abrantes et al., 1999). Realça-se nesta fase, a importância de sínteses finais realizadas em grande-grupo permitindo aos alunos justificar as suas opções, apresentar à turma o seu trabalho, discutir ideias e incentivar os alunos a verbalizar as suas descobertas (Boavida et al., 2008), possibilitando o desenvolvimento da comunicação matemática, uma das capacidades transversais da matemática.

Pelo momento de reflexão, os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico revelaram situarem-se no nível II (Análise) (van Hiele, 1986) já que conseguiam identificar, neste caso, as figuras geométricas pelas suas propriedades. Os alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico manifestaram indicadores do nível III (Dedução informal) (van Hiele, 1986) ao deduzirem características de figuras.

2) Que dificuldades têm os alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria? Que papel desempenham os materiais didáticos na clarificação dessas dificuldades?

A observação realizada no decurso da intervenção pedagógica e a análise da informação recolhida permitem evidenciar eventuais dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem de tópicos de Geometria. Nos dois ciclos de ensino foram identificadas dificuldades, sendo as mais evidenciadas a comunicação matemática e aspetos do pensamento geométrico. Sendo a comunicação matemática uma capacidade transversal a todo o ensino da matemática, a sua importância é indubitavelmente reconhecida por vários documentos curriculares (ME, 2001; MEC, 2013; NCTM, 2007; Ponte et al., 2007). Práticas que fomentem uma comunicação que se baseie na partilha de ideias matemáticas “permite[m] a interação de cada aluno com as ideias expostas para se poder apropriar delas e aprofundar as suas” (Boavida et al., 2008, p. 61). Para além da comunicação matemática possibilitar a aprendizagem, contribui igualmente para uma adequada compreensão do próprio pensamento, para a construção de conhecimentos, para a interiorização

de conceitos, contribui, essencialmente no desenvolvimento de mais e melhores compreensões (Boavida et al., 2008).

A par da importância da comunicação matemática oral, está igualmente destacada a importância da comunicação matemática escrita, já que esta permite “ajudar os alunos a consolidar o seu pensamento, uma vez que os obriga a reflectir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias acerca das noções desenvolvidas” (NCTM, 2007, p. 67). Relativamente aos alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico, embora não estivessem preparados para a redação escrita por se encontrarem a iniciar o ensino formal, participaram em discussões em grande-grupo e expunham as suas ideias. Os alunos deste ciclo manifestaram constrangimentos em explicar e justificar raciocínios tornando-se mais evidentes nas questões que exigiam saber a razão da resposta, uma vez que não conseguiam descrever o que os levou a obtê-la.

Relativamente aos alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico, esta dificuldade tornou-se ligeiramente mais evidente do que no 1.º Ciclo do Ensino Básico pois, ao longo do tempo é esperado que haja uma crescente maturação na comunicação e nas justificações utilizadas (NCTM, 2007). Os alunos apresentaram dificuldades em comunicar de forma clara e objetiva, uma vez que esta capacidade exige a organização e clarificação do pensamento (Boavida et al., 2008), como também em redigir convenientemente as suas respostas e em explicar devidamente o seu raciocínio, apresentando respostas pouco desenvolvidas, o que se justifica dado que “comunicar oralmente o nosso pensamento a terceiros exige um esforço de organização de ideias, passá-lo ao formato escrito é ainda mais exigente” (Boavida et al., 2008, p. 68).

Os materiais didáticos revelaram-se vantajosos em diversos aspetos. Para além de se verificar, tanto no 1.º Ciclo como no 2.º Ciclo do Ensino Básico, uma maior motivação e predisposição nos alunos para aprender, o facto de os alunos serem levados à experimentação, à procura, à reflexão, contribuiu para um ambiente de trabalho participativo. Os materiais didáticos incentivam a interação não apenas com o material em si, mas com os seus pares, que consequentemente advém uma maior partilha e troca de ideias, desenvolvendo a comunicação matemática. Esta ideia é corroborada por Caldeira (2009b), que na sequência de um estudo realizado com a participação de 162 crianças com cinco anos, conclui que os materiais facilitam a estruturação de determinados conceitos e facilitam a comunicação e a interação entre alunos.

Na realização das atividades da sala de aula surgiram eventuais dificuldades relacionadas com aspetos do pensamento geométrico, particularmente a nível da visualização. Este nível

envolve a compreensão de movimentos imaginários de objetos de duas e três dimensões (Clements, 1999), onde o aluno necessita de criar imagens mentais e ser capaz de as manipular.

A nível do 1.º Ciclo do Ensino Básico, evidenciou-se como dificuldade o tópico dos sólidos geométricos, nomeadamente no reconhecimento e na identificação de características dos sólidos estudados. É naturalmente difícil para alunos de anos iniciais desenvolverem uma imagem mental de um sólido geométrico e com essa imagem mental conseguir extrair características como determinar o número de faces, vértices e arestas. A exploração, manipulação e experimentação, utilizando tanto objetos do mundo real como materiais específicos, promoveram o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos (Ponte et al., 2007).

A nível do 2.º Ciclo do Ensino Básico destacou-se como dificuldade o tópico de simetrias de rotação e de reflexão, onde se evidencia a atividade realizada no momento de pré-exploração. Pela observação de figuras, os alunos indiciam que determinada figura apresenta um tipo de simetria e pela experimentação, neste caso do papel transparente, verificam a sua veracidade. Através da experimentação de diversos materiais didáticos os alunos verificam intuitivamente o modo como realmente acontece, dando-lhes flexibilidade no raciocínio (Kelly, 2006).

O desenvolvimento dos alunos evolui do pensamento concreto para o abstrato (Matos & Serrazina, 1996). É evidenciado por documentos curriculares, como o NCTM (2007), que é necessário, desde cedo, desenvolver capacidades de visualização através de experiências concretas. A utilização de materiais didáticos assume um papel determinante na aquisição de capacidades como a de visualização, uma vez que “permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos” (Ponte et al., 2007, p. 21). A capacidade de visualização é promovida através de uma adequada experimentação e exploração de diversos materiais já que “a dificuldade dos alunos manipularem mentalmente, rodarem ou inverterem um objeto, representado graficamente, resulta de não lhes terem sido proporcionadas experiências de manipulação com esses objectos” (Abrantes et al., 1999, p. 79).

3) Que perceções têm os alunos sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria?

No término da intervenção pedagógica, os alunos do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico responderam a um questionário que pretendia averiguar as suas perceções sobre a utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria. A análise dos questionários permite

evidenciar vantagens expressas pelos alunos na utilização de materiais didáticos na sua aprendizagem de tópicos de Geometria. Uma das vantagens mais referidas é, no caso dos manipuláveis, a possibilidade de serem eles próprios a manipulá-los. Esta vantagem é corroborada por Lorenzato (2006) quando assume existir uma diferença pedagógica entre as aulas onde não se faça uso de materiais das aulas em que os alunos os manipulam. As aulas em que os alunos manipulam os materiais são mais vantajosas à sua formação uma vez que “as observações e reflexões deles serão mais profícuas, uma vez que poderão em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades” (p. 27).

Outra vantagem expressa pelos alunos assenta na motivação que sentem quando recorrem à utilização de materiais didáticos. Esta vantagem é sustentada por diversos autores (eg., Botas & Moreira, 2013; Caldeira, 2009; Damas et al., 2010; Jesus & Fino, 2005; Lemos, 2005; Lorenzato, 2006; Reys, 1982; Vale, 2002) quando assumem que a utilização de materiais didáticos atua como um estimulante que proporciona uma maior motivação e naturalmente uma aprendizagem mais significativa.

É evidenciado pelos alunos o contributo do trabalho de grupo na aprendizagem, destacando a partilha de ideias, conhecimentos e a possibilidade de aprenderem com os outros. Na verdade, a utilização de materiais didáticos facilita o trabalho cooperativo e promove a comunicação matemática (Kelly, 2006) que explora raciocínios diferentes permitindo aos alunos observar diferentes pontos de vista. A interação com os materiais didáticos possibilita que os alunos com mais dificuldades aprendam naturalmente com alunos que já dominem os conteúdos, permitindo a interação de informações que, influenciando-se mutuamente, tornam o trabalho cooperativo mais eficaz (Lopes & Silva, 2009; Ponte et al. 2014).

5.2. Reflexão final

As aprendizagens adquiridas no decorrer deste estágio contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Foi um desafio incutido por mim enriquecer as atividades dos alunos com materiais didáticos que fossem, sobretudo, apelativas e motivantes, mas também nas estratégias de ensino que segui, como as histórias contadas sobre os tópicos a abordar que exigiu de mim imaginação e criatividade para o conseguir desenvolver. Assumo que a minha função como professora durante a intervenção pedagógica se processou de forma reflexiva,

participativa e criativa: reflexiva porque, com base na observação da prática, a análise retrospectivamente do que via/fazia se tornou fundamental para amenizar possíveis constrangimentos que poderiam surgir e para reformular as minhas estratégias de ensino. Participativa, uma vez que assumi um papel participante em todo o processo da intervenção pedagógica e criativa porque, além de propor aos alunos atividades que fossem enriquecedoras e desafiantes com a utilização de materiais didáticos, as atividades estavam articuladas com os documentos curriculares apelando à imaginação dos alunos.

À medida que a prática pedagógica decorria pude evidenciar diversas potencialidades nos materiais didáticos utilizados. A curiosidade acrescida por parte dos alunos, a predisposição para a aprendizagem, a passagem da 'ponte' mental entre o concreto e o abstrato, a interação e socialização entre os alunos foram fatores imprescindíveis para obter aprendizagens significativas. Não obstante, é necessário ter em consideração que todos os materiais possuem potencialidades e limitações. O material didático pode-se revelar uma fonte de dificuldade para a aprendizagem, na medida em que as construções dos alunos podem não estar próximas das que são previstas pelo professor. Ainda, os alunos poderão assumir o material didático como um brinquedo tornando a sua exploração supérflua para a aprendizagem e para o pensamento dos alunos. A utilização de materiais por si só não conduz a nenhuma aprendizagem. O professor assume um papel fundamental neste processo e na de propor uma experimentação de forma adequada (Breda et al., 2011).

Fazendo uma retrospectiva de todo o processo, destaco a importância dos materiais didáticos como uma forma de tornar os alunos ativos na construção do seu próprio conhecimento. Aspeto que, definitivamente, irei adotar enquanto professora do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.

5.3. Limitações e Recomendações do estudo

Independentemente das ilações retiradas da implementação da intervenção pedagógica, durante este estudo surgiram, eventualmente, algumas limitações.

Relativamente à implementação no 1.º Ciclo do Ensino Básico, evidenciou-se como limitação a imaturidade dos alunos aliado ao facto de não saberem nem ler nem escrever. Seria mais proveitoso para estes alunos se, no momento de reflexão conseguissem concretizar e compreender um registo escrito dos conteúdos abordados.

Outra limitação prende-se com a dificuldade motora e cognitiva dos alunos. Na utilização de materiais didáticos é essencial que os alunos tenham desenvolvida a motricidade fina, uma vez que possibilita melhores resultados e conseqüentemente, melhora a estrutura cognitiva.

Em referência à implementação no 2.º Ciclo do Ensino Básico, manifestou-se como limitação a inexperiência dos alunos em trabalhar com o tipo de atividades que propus aliado ao facto de estarem em trabalho de grupo.

Os escassos recursos tecnológicos que a escola possui tornou limitada a experiência dos alunos no software de geometria dinâmica utilizado - GeoGebra. Beneficiaria se fosse possível fornecer, pelo menos, um computador por grupo para a sua afetiva exploração.

Os diferentes níveis de desempenho dos alunos foi outra limitação evidenciada. Apesar deste aspeto ser consideravelmente colmatado com a organização de grupos heterogêneos, ainda assim se pronunciou.

Alusiva às duas turmas, uma das limitações consideradas significativas refere-se à escassez do tempo. Tornaria todo o processo benéfico se o tempo destinado ao conhecimento e problematização do contexto, articulado com a pesquisa de referencial teórico necessário pudesse ser alargado.

Devido à gestão curricular das escolas, o facto de todas as sessões de intervenção serem contínuas tornou-se uma limitação, não usufruindo de interrupções alongadas para refletir convenientemente.

Uma outra limitação prendeu-se com o reduzido número de sessões de implementação que usufruí para as desenvolver, associado ao curto tempo em que este decorreu. É importante referir que uma investigação em que predomine a utilização de materiais didáticos deve ter um período de implementação alargado para que possa emergir uma maior evolução dos alunos e, conseqüentemente, que estes tenham aprendizagens mais significativas.

As conclusões deste estudo possibilitam definir alguns aspetos para investigações futuras.

Seria pertinente concretizar uma investigação que incida sobre a avaliação da capacidade geométrica dos alunos segundo os níveis de van Hiele através da utilização de materiais didáticos.

Considero igualmente oportuno a realização de um estudo que incida sobre a promoção da comunicação matemática através da utilização de materiais didáticos. Pelo facto de o aluno recorrer à utilização de materiais didáticos é capaz de verbalizar aquilo que fez, e com esta verbalização urge a necessidade de proferir matematicamente os conceitos que abordou.

Seria ainda conveniente um estudo que incidisse na aprendizagem de outros tópicos matemáticos com recurso aos materiais didáticos.

Por fim, devo salientar que seria adequado a realização de um estudo que incida na utilização de materiais didáticos na resolução de problemas. Por norma, resolvemos problemas sem o recurso a materiais e por isso seria pertinente que o investigador propusesse problemas que são propícios à utilização de determinados materiais a que o aluno possa recorrer espontaneamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- AECA (2015). *Percursos com futuro*. Braga: Projeto Educativo.
- Almiro, J. (2004). Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de Matemática. In GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 275-316). Lisboa: APM.
- Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos*. Porto: Porto Editora.
- Araújo, F. (2006). Geoplano. In P. Palhares & A. Gomes (Coords.), *Mat1C - Desafios para um novo rumo* (pp. 246-251). Braga: Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho.
- Bandeira, D. (1994). *Material didático: conceito, classificação geral e aspectos da elaboração*. Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de São Paulo.
- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Greenwich: Information Age Publishing.
- Becker, J. & Selter, C. (1996). Elementary School Practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 511-564). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G. Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular Lisboa.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas*. Porto: Porto Editora.
- Botas, D. (2008). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1.º Ciclo*. Tese de Mestrado em Ensino das Ciências, Ensino da Matemática, Universidade Aberta, Lisboa.
- Botas, D. & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1.º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26 (1), 253-286.

- Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática*. S. Paulo: Edgard Blücher.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H. & Oliveira, P. (2011). *Geometria e medida no ensino básico. Brochura de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) para o ensino da Geometria e Medida*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Caldeira, M. (2009b). A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática. In *Atas do X Congresso Internacional Galego Português de Psicopedagogia*. Braga: Universidade do Minho.
- Caldeira, M. F. (2009a). *Aprender a Matemática de uma Forma Lúdica*. Lisboa: Escola Superior de Educação João de Deus.
- Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Octaedro-Rosa Sensat.
- Carneiro, R. (2000). *Educar Hoje: Ajudar a Aprender*. Lisboa: Lexicultural.
- Cascallana, T. (1988). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Cebolo, V., Araújo, F. & C. Cadeia. (2006) Matemática com Origami. In P. Palhares & A. Gomes (Coords.), *MAT 1C: desafios para um novo rumo – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 129-138). Braga: Universidade do Minho - Instituto de Estudos da Criança.
- Clements, D & Battista, M. (1992) Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York, NY: MacMillan.
- Clements, D. (1999). Concrete manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1, 45-60.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2000). Young children's ideas about geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 6(8), 482–487
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubias, J., Solé, I. & Zabala, A. (2001) *O construtivismo na sala de aula: novas perspetivas para a ação pedagógica*. Porto: Edições Asa.
- Costa, L. B. (1998). Manipulação de materiais no Ensino da Matemática. Uma varinha de condão? In A. Machado, B. Silveira, C. Lobo, F. Macedo, J. Ferreira, J. Barbedo, et al. (Eds.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 149-155). Guimarães: APM: Associação de Professores de Matemática.

- Crowley, M. (1987). The van Hiele model of development of geometric thought. In M. M. Lindquist, (Ed.), *Learning and teaching geometry, K-12* (pp.1–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R. & Silva, L. (2010) *Alicerces da Matemática – Guia prático para professores e educadores*. Porto: Areal Editores.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20.
- Denzin, K. (1970). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods*. Chicago: Aldine.
- Dexter, L. A. (1970). *Elite and specialized interviewing*. Evanston, IL: Northwestern University Press.
- Dienes, Z. P. (1975). *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. S. Paulo: EPU.
- Figari, G. (1996). *Avaliar: Que referencial?* Porto: Porto Editora.
- Fosnot, C. T. (1999). *Construtivismo e educação: teoria, perspectivas e prática*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Freitas, L. V & Freitas, C. V (2002). *Aprendizagem Cooperativa*. Porto: Edições ASA.
- Frostig, M., Horne, D. & Miller, A. (1989). *Figuras y formas: Programa para el desarrollo de la percepción visual*. Madrid: Editorial Medica Panamericana.
- Frostig, M., Horne, D. & Miller, A. (1994). *Figuras y Formas*. Madrid: Editorial Medica Panamericana, S. A.
- Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 163-179.
- Godino, J. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- Gomes, A. (2010). Conjunto de princípios que sustentam a importância da aprendizagem da matemática no 1.º ciclo do ensino básico no sentido da aplicabilidade dos seus conteúdos como meios de resolução de situações problemáticas no dia-a-dia de um cidadão. Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação João de Deus, Lisboa.
- Gordo, M. F. (1993). *A Visualização Espacial e a Aprendizagem da Matemática - Um estudo no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação, Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciências e Tecnologias, Lisboa.
- Graells, P. (2000). *Los médios didácticos*. Universidade Aberta do Brasil, Ed.

- Guerreiro, A. (2013). Negociação de significados no 1.º ano de escolaridade: Conceitos e processos matemáticos. In J. Fernandes, M. Martinho, J. Tinoco & F. Viseu, (Orgs.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIEd da Universidade do Minho.
- Hadji, C. (1994). *Avaliação, regras do jogo: Das intenções aos instrumentos*. Porto: Porto Editora.
- Hall, A. (2009). *O Bosque das Figuras Planas*. (1ª ed.) Porto: Ambar.
- Hartshorn, R. & Boren, S. (1990). *Experiential learning of mathematics: Using manipulatives*. Charleston, WV: ERIC Clearinghouse on Rural Education and Small Schools.
- Hoffer, A. (1977). *Geometry and visualization - Mathematics Resource Project*. Palo Alto: Creative Publications.
- Jacobs, H. (1987). *Geometry*. Nova Iorque: W. H. Freeman & Company
- Januário, G. & Tinti, D. (2008). *Manipulando Materiais, (re) descobrindo a matemática: possibilidades em sala de aula*. In: *II Jornada Nacional de Educação Matemática e XV Jornada Regional de Educação Matemática* (pp. 1-12). Passo Fundo/RS: Universidade de Passo Fundo.
- Jesus, M. & Fini, L. (2005). Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In M. BRITO (Org), *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis: Insular.
- Joyce, B. & Weil, M. (1996). *Models of teaching*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kelly, C. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: a performance-based analysis. *TMME*, 3(2), 184-193.
- Laborde, C. (1994). Working in small groups. A working situation? In R. Biehler, R. Scholz, R. Staßer e B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 147-158). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Lakoff, G. (1987). Part II: Philosophical Implications. In G. Lakoff (Ed.), *Women, Fire and Dangerous Things What Categories Reveal about the Mind* (pp. 154-370). Chicago and London: The University of Chicago Press.
- Lemos, M. (2005). Motivação e Aprendizagem. In G. Miranda & S. Bahia (2005), *Psicologia da Educação: temas de desenvolvimento, aprendizagem e ensino* (pp.193-231). Lisboa: Relógio d'Água Editores.

- Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: considerations for identification, diagnosis and remediation. In R. Lesh, D. Mierkiewicz & M. G. Kantowski (Eds.), *Applied Mathematical Problem Solving* (pp. 99-129). Columbus: Eric/Smear.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G. & Boutin, G. (2005). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lopes, J. & Silva, H. S. (2009). *A Aprendizagem Cooperativa na sala de aula – um guia prático para o professor*. Lisboa: Lidel - Edições Técnicas.
- Lorenzato, S. (1995). Porque não ensinar Geometria? *A Educação Matemática em Revista. Blumenau*, 4, 3-15
- Lorenzato, S. (2006). Laboratório de ensino da matemática e materiais didáticos manipuláveis. In S. Lorenzato (Ed.), *O Laboratório de ensino da Matemática na formação de professores* (pp. 3-38). Campinas: Autores Associados.
- Lorenzato, S. (2006). *Para aprender Matemática*. Campinas: Autores Associados.
- Lorenzato, S. (2011). *Educação infantil e Percepção matemática*. SP: Autores Associados.
- Matos, J. M. (1999). *Cognitive models for the concept of angle*. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática.
- Matos, J. M. & Gordo, M. F. (1993). Visualização espacial: algumas atividades. *Educação e Matemática*, 26, 13-17.
- Matos, M. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Mendes, M. F. & Delgado, C. C. (2008). *Geometria - Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas – 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: DEB.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2012). *Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica (2001). *Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais: competências gerais/competências específicas da matemática*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

- Morais, C. & Palhares, P. (2006). Tecnologias no desenvolvimento de perspectivas para o estudo da matemática. In I. Vale, J. Portela & P. Palhares (Eds.), *Elementary mathematics education – 2nd international meeting proceedings*. [CD-ROM]. Available: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.
- Moran, J., Masetto, M. & Behrens, M. (2006). *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus.
- Moyer, P., Bolyard, J. & Spikell, M. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377.
- Nacarato, A. (2005). Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática*, 9, 1-6.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- National Council Teachers of Mathematics (1994). *Normas Profissionais para o ensino da Matemática*. Tradução Portuguesa. Lisboa: APM-IE.
- Oliveira, M. (2008). A Importância dos Materiais Manipuláveis. In E. Mamede (Coord.), *Matemática: ao encontro das práticas - 1.º Ciclo* (pp. 25-30). Braga: Universidade do Minho - Instituto de Estudos da Criança.
- Oliveira, W. (2014) Uma abordagem sobre o pape do professor no processo ensino/aprendizagem. *Inesul, Londrina*, 1-12.
- Onrubia, J. (2009). Ensinar: criar zonas de desenvolvimento proximal e nelas intervir. In C. Coll *et al.* (Eds.), *O Construtivismo na sala de aula* (pp. 123-151). São Paulo: Ática.
- Pardal, L. & Correia, E. (1995). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal.
- Passos, C. (2004) Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In *VII Encontro Paulista de Educação Matemática: Matemática na Escola: Conteúdos e Contextos* (pp. 1-11). São Paulo. SBEM/SP,.
- Piaget, J. (1977). *O Desenvolvimento do Pensamento*. Lisboa: Publicações D. Quixote.
- Piaget, J. (1998). *A psicologia da criança*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.
- Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.
- Pinheiro, S. & Vale, I. (2013). Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática. In J. Fernandes, M. Martinho, J. Tinoco, & F. Viseu, (Orgs.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIEd da Universidade do Minho.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o*

- desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2016) O que nos diz a Investigação em Didática da Matemática? In M. Martinho, R. T. Ferreira, I. Vale & H. Guimarães (Eds.), *Atas Provisórias do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 5–19). Porto: APM.
- Ponte, J. P. (Ed.) (2014). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática no 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M. & Abrantes, P. (1997). *Didática da Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Matos, J. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A, Guimarães, F. Sousa, H., Menezes, L, Martins, M. E. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Ponte, J. P.; Costa, C.; Rosendo, A., Maia, E., Figueiredo, N., & Dionísio, A. (2002). *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores*. Lisboa: SEM-SPCE.
- Ralha, E. & Gomes, A. (2004). A Medida. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 375-405). Lisboa: Lidel.
- Rêgo, R. & Rêgo, R. (2006). Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In S. Lorenzato (Org.), *Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores* (pp. 39-56) Campinas. Ed. Autores Associados.
- Reys, R. (1982). Considerations for teaching using manipulative materials. *Teaching made aids forelementary school mathematics*. Reston: NCTM.
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de professores do 1.º Ciclo: A Matemática, o seu ensino e os materiais didáticos*. Lisboa: APM.
- Rogenski, M. & Pedroso, S. (2007) O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades. Programa de Desenvolvimento Educacional - SEED/PR) - Universidade Estadual de Ponta Grossa.

- Salin, E. (2013). Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas. *REVEMAT*, 8(2), 261-274.
- Serrazina, L. (1990). *Os Materiais e o Ensino da Matemática. Educação e Matemática*, 13, 1, Lisboa: APM
- Serrazina, L. (1991). *Aprendizagens da Matemática: A importância da utilização de materiais. Noesis*, 21, 37-39.
- Silveira, D., Novello, T. & Laurino, D. (2011). O uso de materiais concretos no ensino da matemática nas primeiras etapas de escolarização. *Revista Jr. ICCEEg*, (pp. 19-22), v.2.
- Smole, K. C. (1996). *A matemática na educação infantil. A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: one piece. *Mathematics teaching in the middle school*, 6 (6).
- Stufflebeam, D. & Shinkfield, A. (1987). *Evaluación sistemática. Guia teórica y práctica*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Vale, I. (1999). Materiais manipuláveis na sala de aula: O que se diz, o que se faz. In APM (Eds.), *Actas do ProfMat99* (pp. 111-120). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Vale, I. (2000) *Didáctica da Matemática e Formação Inicial de Professores num Contexto de Resolução de Problemas e de Materiais Manipuláveis*. Aveiro. Universidade de Aveiro.
- Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. Viana do Castelo: ESE
- Vale, I., & Pimentel, T. (2012). A utilização da visualização para ensinar a aprender matemática. In *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 245-257). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight - A Theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 6, 310 – 316.
- Velosa, R. (2008). *A aprendizagem da Geometria com recurso aos materiais manipuláveis no 7.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado em Ensino, Universidade da Madeira, Madeira, Portugal.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas Actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

- Veloso, E., Bastos, R. & Figueirinhas, S. (2009). Isometrias e Simetria com materiais manipuláveis. *Educação e Matemática*, 101, 23-28.
- Veloso, G., Brunheira, L. & Rodrigues, M. (2013). *A proposta de Programa de Matemática*. Lisboa: Escola Superior De Educação de Lisboa
- Vieira, L. (2006). Tangram. . In P. Palhares & A. Gomes (Coords.), *MAT 1C: desafios para um novo rumo – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 216-223). Braga: Universidade do Minho - Instituto de Estudos da Criança.
- Woodward, E. & Woodward, M. (1996). *Image Reflector Geometry*. New York: Cuisenaire Company of America, Inc.

ANEXOS

Anexo A – Questionário inicial - 1.º Ciclo do Ensino Básico

1. Gostas de matemática? Porquê?

2. O que mais gostas de fazer na aula de matemática?

3. E o que menos gostas de fazer na aula de matemática?

4. Nas aulas de matemática costumavas usar materiais? Quais? Com que finalidade os usas?

5. Para além dos materiais que usaste até ao momento, conheces outros materiais? Quais?

6. Na utilização de materiais nas aulas de matemática quem os costuma explorar, o professor ou os alunos? Que diferenças há entre ser os alunos a manipular os materiais, ser o professor ou estar desenhado no papel?

7. Qual achas que é mais fácil para resolver tarefas, com a ajuda do material ou sem a sua ajuda?

8. Comenta a afirmação:

A utilização de materiais ajuda-me a compreender melhor os conceitos matemáticos.

Anexo B - Questionário final - 1.º Ciclo do Ensino Básico

1. Nas atividades de aprendizagem sobre tópicos de Geometria utilizaste vários materiais. Gostaste de trabalhar com os materiais didáticos? Porquê?

2. Quais foram os materiais didáticos que mais gostaste de trabalhar? Porquê?

3. Quais foram os materiais didáticos que menos gostaste de trabalhar? Porquê?

4. Que dificuldades sentiste nas aulas em que aprendeste as figuras geométricas e as formas geométricas?

5. Os materiais que usaste ajudou a ultrapassar alguma dificuldade que sentiste? Se sim, qual?

6. O que mais gostaste de fazer nas aulas em que aprendeste as figuras geométricas e os sólidos geométricos?

7. Gostaste de trabalhar em grupo? Como avalias a tua participação no teu grupo?

8. Achaste importante partilhar e discutir as ideias com os teus colegas? Porquê?

9. Achas que os materiais que usaste te ajudaram a perceber melhor os conteúdos? Porquê?

10. Que diferenças há entre ser os alunos a manipular os materiais, ser o professor ou estar desenhado no papel?

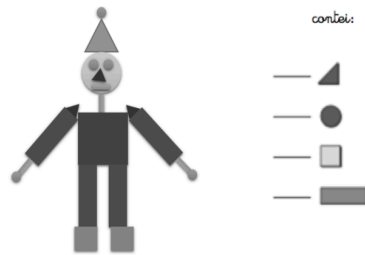
11. Gostarias de utilizar materiais didáticos na aprendizagem de outros conteúdos?



Anexo C – Pré-teste e Pós-teste do 1.º Ciclo do Ensino Básico

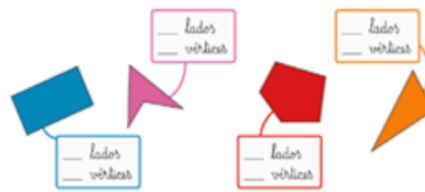
1.  Desenha um:


quadrado	círculo	retângulo	triângulo




2.  Observa a imagem.  Conta as figuras geométricas e regista.




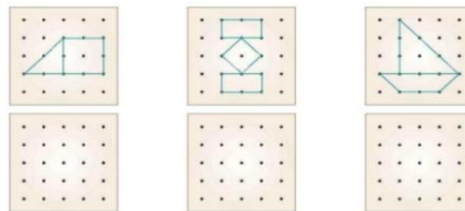
3.  Observa as imagens:
 Quantos lados e quantos vértices tem cada figura?




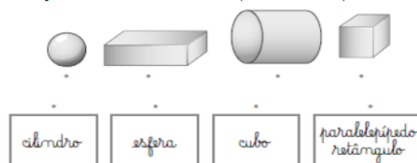
4.  Desenha, no papel pontado, uma figura geométrica de acordo com a instrução dada.

3 lados	4 lados iguais	4 lados
		






5.  Reproduz, no geoplano, figuras geometricamente iguais às apresentadas.




6.  Liga cada sólido ao nome que lhe corresponde.




7.  Completa.


					
Só tem superfícies planas.					
Só tem superfícies curvas (não planas).					
Tem superfícies planas e curvas.			X		

8.  Usando os triângulos de um tangram, descobre diferentes quadrados e desenha-os no espaço a seguir.



9.  Observa os conjuntos feitos pela Camila e pelo Ivo.



 Quem tem razão? Assinala com um X

- Apenas o Ivo tem razão. Nenhum tem razão.
 Apenas a Camila tem razão. Os dois meninos tem razão.

Anexo D - Questionário inicial - 2.º Ciclo do Ensino Básico

1. Quais são as tuas disciplinas preferidas? Porquê?

2. Quais são as disciplinas que menos preferes? Porquê?

3. Quais são as disciplinas que tens mais dificuldades? Porquê?

4. Gostas da disciplina de matemática? Justifica a tua resposta.

5. Qual foi a tua classificação a Matemática no final do 1.º período deste ano letivo?

6. Como preferes trabalhar na aula de matemática?

Trabalho em grupo Trabalho individual Trabalho em pares
Porquê?

7. O que mais gostas de fazer nas aulas de matemática?

8. O que menos gostas de fazer nas aulas de matemática?

9. Como aprendes melhor nas aulas de matemática?

10. Que materiais didáticos costumavas usar nas aulas de matemática?

11. Com que finalidade usas os materiais didáticos nas aulas de Matemática?

12. Na utilização de materiais didáticos nas aulas de matemática quem os costuma explorar, o professor ou os alunos?

13. Que diferenças há entre ser os alunos a manipular os materiais, ser o professor ou estar desenhado no papel?

14. Comenta a afirmação: A utilização de materiais ajuda-me a compreender melhor os conceitos matemáticos.

15. Descreve uma atividade que tenhas realizado nas aulas de Matemática com recurso a materiais didáticos:

Obrigada pela colaboração!

Anexo E - Questionário final – 2.º Ciclo do Ensino Básico

Estimado(a) aluno(a)

Este questionário tem como objetivo recolher as tuas perceções sobre a utilização de diferentes materiais no ensino e aprendizagem de tópicos de Geometria.

A informação que vais partilhar é de extrema importância para o estudo que me encontro a realizar. Por esta razão, é necessário que leias com atenção e respondas a todas as questões com honestidade e empenho.

A informação recolhida será usada exclusivamente para fins académicos, garantindo o anonimato da mesma.

Grata pela colaboração,

I. Dados Pessoais

1. Nome: _____

2. Idade: _____

3. Gostas de Matemática: Sim Não
Porquê? _____

II. Percepções sobre o ensino e a aprendizagem de Geometria com materiais didáticos

Responde a cada uma das seguintes afirmações assinalando com um **x** o grau de concordância que lhe atribuis, considerando que todas as opções de resposta utilizam a seguinte escala:

DT: Discordo totalmente; **D:** Discordo; **I:** Indiferente; **C:** Concordo; **CT:** Concordo totalmente

Afirmações	DT	D	I	C	CT
1. Gosto de Geometria.					
2. Aprender Geometria é muito importante para a minha formação.					
3. A Geometria está em tudo aquilo que nos rodeia.					
4. A Geometria é difícil de aprender.					
5. Aprendo melhor quando utilizo materiais didáticos.					
6. Fico mais motivado na aula de matemática quando utilizo materiais didáticos para aprender novas matérias.					
7. Descobrir por mim próprio os conteúdos matemáticos é mais aliciante do que ser o professor a apresentá-los.					
8. No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular a régua.					
9. No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular o compasso.					
10.No início do estudo de Geometria tinha dificuldade em manipular o transferidor.					
11.Continuo a ter dificuldade em manipular a régua.					
12.Continuo a ter dificuldade em manipular o compasso.					
13.Continuo a ter dificuldade em manipular o transferidor.					
14.Não conseguiria resolver muitas das tarefas que resolvi sem a utilização da régua, compasso e transferidor.					
15.Senti uma evolução da minha parte na manipulação da régua, do compasso e do transferidor.					
16.O origami foi importante para a aprendizagem do conceito de mediatriz.					
17.Gostei das aulas em que foi utilizado o papel transparente.					
18.O papel transparente foi importante para a aprendizagem dos conceitos de reflexão e de rotação.					
19.No início tive dificuldade em manipular o papel transparente.					
20.Continuo a ter dificuldade em manipular o papel transparente.					
21.O Geoplano foi importante na aprendizagem do conceito de rotação.					
22.No início tinha dificuldade em manipular o Geoplano.					
23.Continuo a ter dificuldades em manipular o Geoplano.					
24.No início tive dificuldade em manipular o MIRA.					
25.O MIRA foi um material didático importante para a minha aprendizagem.					
26.Continuo a ter dificuldades em trabalhar com o MIRA.					
27.A utilização do Espelho foi importante na compreensão do conceito de reflexão.					
28.No início tive dificuldade em manipular o Espelho.					
29.Continuo a ter dificuldades na manipulação do Espelho.					
30.O GeoGebra permitiu-me visualizar melhor as construções efetuadas.					
31.O GeoGebra ajudou-me a estabelecer as relações e as propriedades estudadas nas isometrias.					
32.Nas aulas com a manipulação de materiais didáticos faz-me pensar mais do que uma aula em que o professor expõe a matéria.					
33.Quando senti dificuldades recorri aos colegas de grupo.					
34.Gostaria de aprender outros tópicos matemáticos com recurso aos materiais didáticos.					

1. Indica, **justificando, três vantagens** da utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.

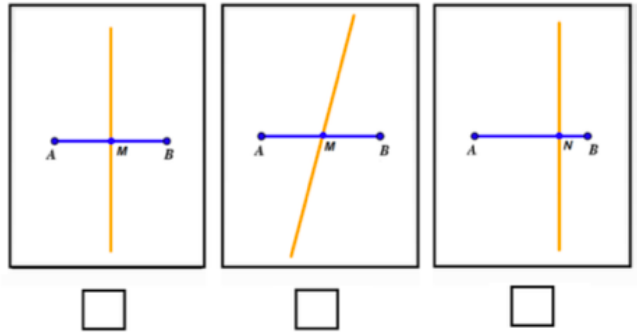
2. Indica, **justificando, três desvantagens** da utilização de materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria.

3. Refere, **justificando**, o papel que desempenharam os elementos do teu grupo na tua aprendizagem em manipular os materiais.

4. Que dificuldades sentiste nas aulas sobre as isometrias e simetrias? Caso tenhas sentido, como ultrapassaste essas dificuldades?

Anexo F – Pré-teste e Pós-teste do 2.º Ciclo do Ensino Básico

1. Das seguintes situações, qual é a que traduz a **mediatriz** do segmento de reta $[AB]$.



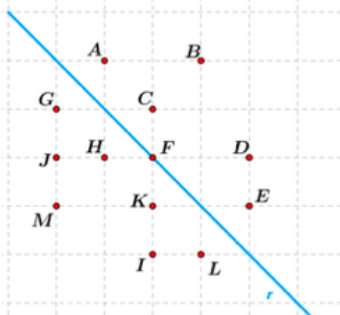
2. Considera o segmento de reta $[AB]$.

2.1. Traça a mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

2.2. Que propriedade caracteriza a mediatriz de um segmento de reta.



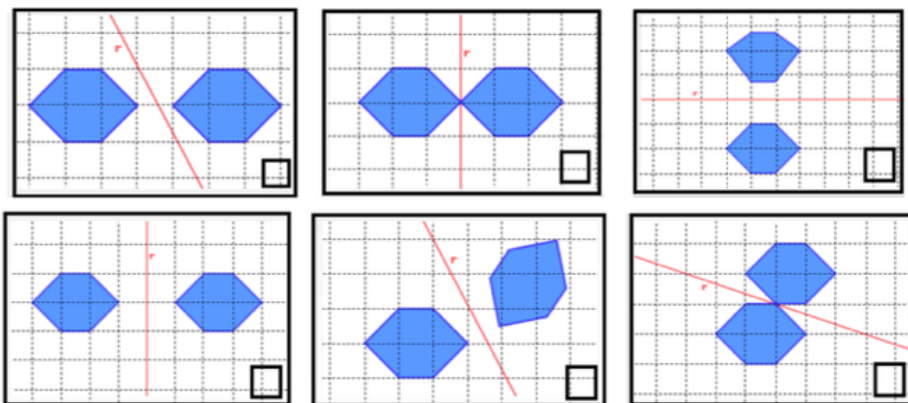
3. Identifica a imagem de cada um dos pontos indicados por uma **reflexão** de eixo r .



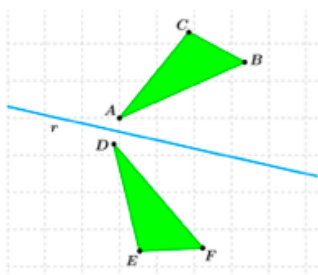
A imagem:

- do ponto A é o ponto ___;
- do ponto B é o ponto ___;
- do ponto H é o ponto ___;
- do ponto I é o ponto ___;
- do ponto E é o ponto ___;
- do ponto F é o ponto ___.

4. Em cada uma das seguintes figuras, identifica as que traduzem uma **reflexão axial** de eixo r .

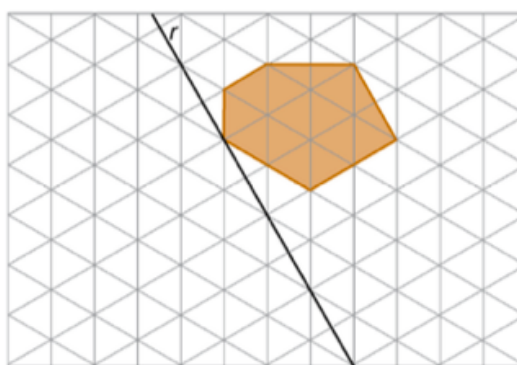
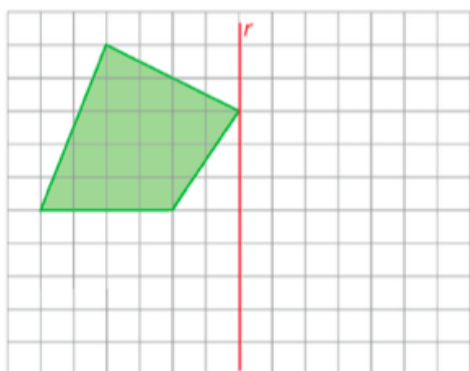


5. Na figura está representado o triângulo $[ABC]$ e o seu transformado por **reflexão** de eixo r . Completa as igualdades.

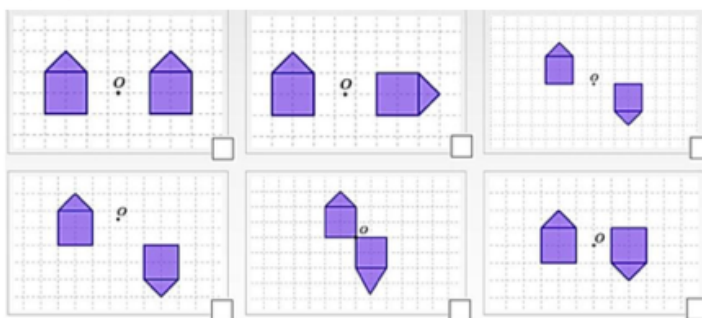


$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \square \\ \overline{BC} &= \square \\ \overline{AC} &= \square \\ \widehat{CBA} &= \square \\ \widehat{A'CB} &= \square \\ \widehat{B'A'C} &= \square \end{aligned}$$

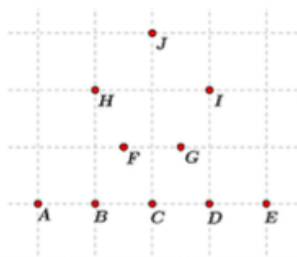
6. Para cada uma das seguintes figuras, desenha o seu transformado por **reflexão** segundo a reta r .



7. Identifica as imagens em que a figura da direita é a transformada da figura da esquerda por **reflexão central** de centro O .

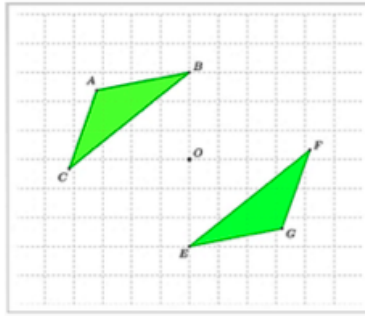


8. De acordo com a figura, completa as frases com os respetivos pontos.



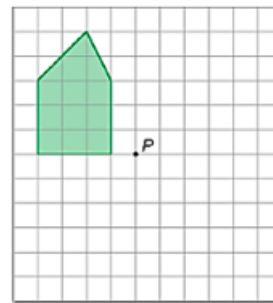
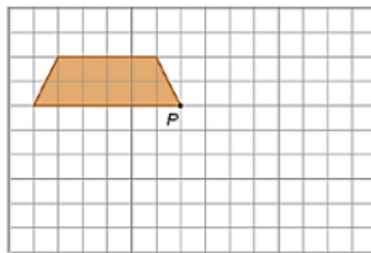
- A imagem do ponto I por uma reflexão de centro F é: _____
- A imagem do ponto A por uma reflexão de centro C é: _____
- A imagem do ponto A por uma reflexão de centro B é: _____
- A imagem do ponto I por uma reflexão de centro I é: _____
- O ponto _____ é o ponto médio do segmento de reta $[CE]$.
- A imagem do ponto C por uma reflexão de centro G é: _____
-

9. Na figura está representado o triângulo $[CBA]$ e o seu transformado por reflexão central de centro O . Completa as igualdades.

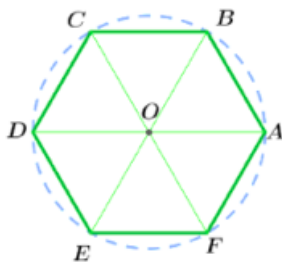


$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \square \\ \overline{BC} &= \square \\ \overline{AC} &= \square \\ \widehat{ABC} &= \square \\ \widehat{BCA} &= \square \\ \widehat{CAB} &= \square \end{aligned}$$

10. Para cada uma das seguintes figuras, desenha o transformado da figura por uma **reflexão central** de centro P .

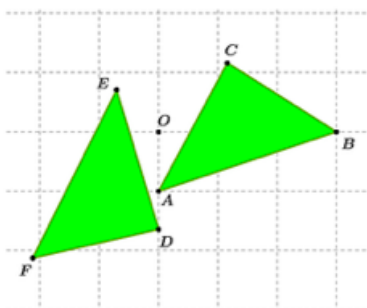


11. A figura representa um hexágono regular inscrito numa circunferência de centro O . Completa a tabela com as imagens de cada objeto pela **rotação** de centro O indicada.



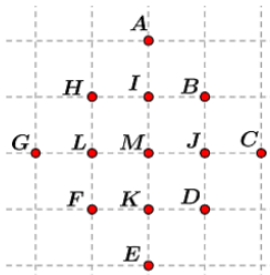
Objeto	Rotação de 60° (sentido positivo)	Rotação de 120° (sentido negativo)	Rotação de 240° (sentido positivo)
A	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
C	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
E	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$[FA]$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\Delta[OBC]$	$\Delta[\text{input}]$	$\Delta[\text{input}]$	$\Delta[\text{input}]$

12. O triângulo $[DEF]$ é a imagem do triângulo $[ABC]$ por **rotação** de centro O e amplitude 225° . Completa as igualdades.



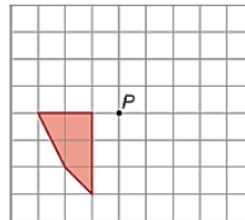
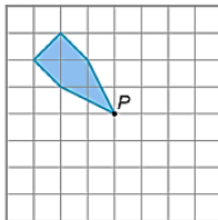
$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \square \\ \overline{BC} &= \square \\ \overline{AC} &= \square \\ \widehat{CBA} &= \square \\ \widehat{ACB} &= \square \\ \widehat{BAC} &= \square \end{aligned}$$

13. De acordo com a imagem, completa as frases com as letras correspondentes.

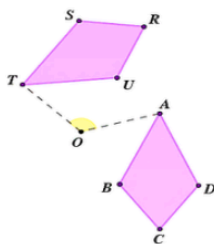


- A imagem do ponto G por rotação de centro M e 360° de amplitude é o ponto ____
- A imagem do ponto B por rotação de centro J e 0° de amplitude é o ponto ____
- A imagem do ponto L por rotação de centro L e 0° de amplitude é o ponto ____
- A imagem do ponto A por rotação de centro I e 180° de amplitude é o ponto ____ e a imagem do ponto A por uma reflexão de centro I é o ponto ____
- A imagem do ponto B por rotação de centro M e 180° de amplitude é o ponto ____ e a imagem do ponto B por uma reflexão de centro M é o ponto ____

14. Para cada uma das seguintes figuras, desenha o transformado da figura por uma **rotação** de centro P e **amplitude 270°** .



15. A figura representa uma **rotação** de centro O e **amplitude 120°** . De acordo com a imagem, completa as afirmações.



- A imagem do ponto A é o ponto ____ .
- A imagem do ponto D é o ponto ____ .
- A imagem do segmento de reta $[AD]$ é o segmento de reta [____] .
- A imagem do segmento de reta $[BC]$ é o segmento de reta [____] .
- A imagem do segmento de reta [____] é o segmento de reta $[TU]$

16. Considera as figuras A e B.



Para cada alínea escolhe a opção correta.

16.1 A **Figura A** :

- (A) tem 3 eixos de simetria;
- (B) não tem simetria de rotação;
- (C) não tem simetria de reflexão;
- (D) tem 8 eixos de simetria.

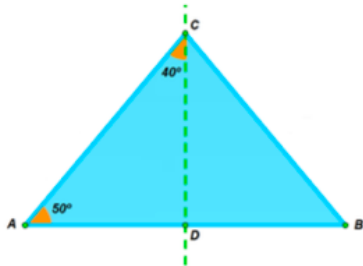
16.2 A **Figura B** :

- (A) não tem simetria de rotação;
- (B) tem 8 eixos de simetria;
- (C) tem 4 eixos de simetria;
- (D) tem 2 eixos de simetria.

17. Sabe-se que os polígonos representados na seguinte tabela são todos regulares. Completa a tabela com os números correspondentes.

Polígono	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Heptágono
Representação					
N.º de lados	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
N.º de eixos de simetria	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

18. De acordo com a figura, completa as frases seguintes.






A semirreta \widehat{CD} é a bissetriz do ângulo ACB , então:

$\widehat{DCB} = \boxed{}^\circ$, $\widehat{ACB} = \boxed{}^\circ$ e $\widehat{CBA} = \boxed{}^\circ$.

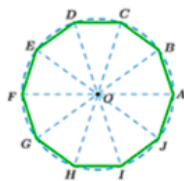
A reta é o eixo de simetria do ângulo ACB .

A imagem do ponto A por reflexão na reta CD é o ponto .

19. Completa a tabela atendendo às representações das diferentes rosáceas.

Representação			
N.º de simetrias de rotação	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Menor amplitude de rotação	<input type="text"/> °	<input type="text"/> °	<input type="text"/> °

20. Considera o decágono regular representado na figura e completa a tabela, considerando as rotações no sentido positivo.



Ponto inicial	Imagem	Ângulo de rotação
A	C	<input type="text"/> °
C	B	<input type="text"/> °
D	<input type="text"/>	144°
I	<input type="text"/>	252°
<input type="text"/>	F	36°
<input type="text"/>	I	72°

Anexo G – Grelha de Observação do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Atividades dos alunos	G1	G2	G3	G4	Comentários
Trabalho em grupo					
▪ Interpretação tarefa					
▪ Resolve a tarefa individualmente					
▪ Resolvem a tarefa em grupo					
▪ Espera a ajuda do grupo para resolver a tarefa					
Atividades					
▪ Respeita as ideias dos colegas					
▪ Discute as ideias com os colegas					
▪ Não trocam ideias					
▪ Solicita a ajuda do professor					
▪ Incentiva os colegas a trabalhar					
▪ Revela satisfação pelos trabalhos					
Dificuldades					
▪ Visualização					
▪ Análise					
Dificuldades					

Anexo H – Grelha de Observação do 2.º Ciclo do Ensino Básico

Atividades dos alunos	G1	G2	G3	G4	G5	Comentários
Trabalho em grupo						
▪ Interpretação tarefa						
▪ Resolve a tarefa individualmente						
▪ Resolvem a tarefa em grupo						
▪ Espera a ajuda do grupo para resolver a tarefa						
Atividades						
▪ Respeita as ideias dos colegas						
▪ Discute as ideias com os colegas						
▪ Não trocam ideias						
▪ Solicita a ajuda do professor						
▪ Incentiva os colegas a trabalhar						
▪ Revela satisfação pelos trabalhos						
Dificuldades						
▪ Visualização						
▪ Análise						