

Desempenho de alunos de Engenharia em testes de hipóteses: o caso dos erros tipo I e tipo II

Gabriela Gonçalves¹, José António Fernandes², Maria Manuel Nascimento³

¹Instituto Superior de Engenharia do Porto, gmc@isep.ipp.pt

²Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt

³Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, mmsn@utad.pt

Resumo. Neste trabalho analisamos o desempenho em testes de hipóteses de 223 alunos da Licenciatura de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto, no ano letivo 2012-2013. Para tal, esses alunos responderam a um questionário sobre o tema, do qual analisamos neste texto três questões que versam a interpretação dos erros tipo I e tipo II. Os resultados mostram que os alunos, em geral, têm dificuldades nas questões colocadas neste tema de testes de hipóteses, principalmente em expressarem o seu raciocínio estatístico através da justificação escrita das respostas.

Palavras-chave: aprendizagem da estatística; inferência estatística; testes de hipóteses; ensino superior.

Abstract. This study analyses the performance in hypothesis testing of 223 students of Bachelor of Computer Engineering of the School of Engineering of Porto, in the academic year 2012-2013. To this end, these students answered a questionnaire on the subject, which we analyse in this paper three questions that deal with the interpretation of the type I and type II errors. The results show that students generally have difficulty in questions of this hypothesis testing theme, mainly in expressing their statistical reasoning through the written explanation of the answers.

Keywords: statistics learning; statistical inference; hypotheses testing; higher education.

Introdução

Durante as últimas décadas, o ensino da estatística tem sido integrado nas escolas e nas universidades, não só pelo seu carácter instrumental, mas também pela importância do raciocínio estatístico para lidar com a informação e a tomada de decisões.

As tecnologias têm hoje uma maior utilização nos campos da Engenharia, e o raciocínio e as metodologias da Estatística assumem-se, cada vez mais, como ferramentas de suporte para o trabalho e a investigação em engenharia. As revistas e publicações desta área estão repletas de informação estatística, tornando-se uma área imprescindível no currículo de um engenheiro. Segundo Olivo (2008), um engenheiro, na sua vida

profissional, irá deparar-se com a análise de dados e a realização de inferências estatísticas.

No caso dos testes de hipóteses, existe investigação a nível internacional, mas em Portugal é uma área ainda pouco trabalhada em termos de investigação. Por outro lado, apesar da sua relevância, é um tema em que os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos (Rodríguez, 2006; Vallecillos, 1996; Vera, Díaz, & Batanero, 2011).

Para Batanero (2001), os testes de hipóteses, embora tenham um campo de aplicação muito amplo, constitui um tema pouco compreendido, envolvendo muitos mal-entendidos em estatística. Os muitos conceitos implicados, como sejam: hipótese nula e alternativa, erros tipo I e II, probabilidades destes erros, resultados significativos e não significativos, população e amostra, parâmetro e estimador e distribuição da população e da amostra, estão na origem das interpretações erradas daqueles que recorrem aos testes de hipóteses.

Tais dificuldades justificam a investigação nesta temática, concretamente nos erros tipo I e II, uma vez que o estudo destes tópicos está pouco presente na literatura. Assim, neste trabalho temos como objetivo avaliar o desempenho e a interpretação dos erros tipo I e II de um grupo de alunos do curso de Engenharia Informática, depois de terem estudado o tema na unidade curricular (UC) de Matemática Computacional (MATCP).

Referencial teórico

Estatística nos cursos de Engenharia

O ensino da Estatística nas várias áreas do ensino superior pode ser apresentado aos alunos como uma ferramenta de análise de dados, para que eles a conheçam, saibam para que serve e tomem consciência da necessidade de a usar nos trabalhos que envolvam análise de dados. O aluno deverá perceber a importância do conhecimento das ferramentas básicas de organização e análise de dados para o exercício da sua futura atividade profissional.

Nos cursos de Engenharia a UC de Estatística pode ter um desenvolvimento maior, pois estes alunos têm uma boa formação em matemática. Ara e Musetti (2001) referem que o ensino da Estatística a partir da fundamentação matemática dos conceitos envolvidos não tem despertado o interesse esperado nos alunos. Os investigadores acham que essa falta de interesse pela UC se deve, entre outros, ao facto de que a Estatística estuda fenómenos

aleatórios com os quais o aluno do curso de engenharia, em geral, não está familiarizado. Um engenheiro está mais habituado a analisar aspetos determinísticos dos fenómenos, o que dificulta inclusive a sua compreensão da função desempenhada pela Estatística na análise desses fenómenos. Tal é confirmado pelo questionamento dos alunos sobre a necessidade da Estatística para a sua futura profissão, fazendo perguntas do tipo: “Por que devo estudar isso?”; “Para que seve?”; “Qual a aplicação na Engenharia?”

Investigações prévias sobre testes de hipóteses

As dificuldades que os alunos demonstram na compreensão dos testes de hipóteses têm sido objeto de diversos trabalhos de investigação. Nas pesquisas realizadas sobre dificuldades e erros na compreensão dos testes de hipóteses, destacamos algumas.

De acordo com Batanero (2001), os testes de hipóteses, apesar de possuírem um campo específico de aplicação, são a área da inferência estatística onde a aprendizagem gera mais incompreensões e confusões, tanto para estudantes, como para investigadores.

Também Sotos, Vanhoof, Noortgate e Onghena (2007) referem que as ideias de inferência são especialmente sensíveis a interpretações erradas e os estudantes adotam-nas com frequência pelo facto de a inferência requerer a compreensão e a conexão de muitos conceitos abstratos, como o de distribuições amostrais, nível de significância, valor de prova, entre outros. Além disso, os autores salientam o facto de a estatística inferencial ser um tópico decisivo para o desenvolvimento das pesquisas em todas as áreas das ciências.

Vallecillos e Batanero (1997) realizaram um estudo sobre as dificuldades de compreensão de estudantes universitários em alguns conceitos-chave dos testes de hipóteses, tais como: nível de significância; hipótese nula e alternativa; parâmetro estatístico e a interpretação (lógica) de um teste de hipóteses. Para tal, entrevistaram sete estudantes universitários do 2.º ano do curso de Medicina, tendo-lhes sido pedida também a resolução de dois problemas de testes de hipóteses. O estudo evidenciou que os alunos, embora tenham conhecimento de que a hipótese nula deve ser formulada com o objetivo de ser rejeitada, dificilmente conseguem enunciá-la de modo correto e todos eles cometeram erros que evidenciam a não compreensão no que se refere à relação entre a distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e de rejeição e o nível de significância.

Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2009), no seu estudo, investigaram 144 alunos universitários de cursos introdutórios de estatística através de um questionário. O questionário teve como objetivo estudar três aspetos fundamentais que são de difícil compreensão num teste de hipóteses: definição de um teste de hipóteses; interpretação do *valor de prova* e interpretação do nível de significância. Os investigadores, além de quererem detetar os erros cometidos pelos alunos, também estudaram a confiança que eles tinham nas suas respostas erradas. Analisando os erros que os alunos cometeram, os investigadores concluíram que acreditavam que um teste de hipóteses é uma prova matemática da hipótese nula, ou que é uma prova probabilística por contradição. O erro mais comum em relação ao *valor de prova* foi considerá-lo como sendo a probabilidade de cometer um erro ao rejeitar a hipótese nula. Os erros detetados com maior frequência estão relacionados com as seguintes afirmações: o resultado do teste foi estatisticamente significativo para um nível de significância de 5%; a probabilidade de rejeitar a hipótese nula é igual a 95%; e a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira é igual a 5%.

Sebastiani e Viali (2011) avaliaram os erros cometidos pelos alunos nas avaliações realizadas na UC de Estatística e Probabilidades, no segundo semestre de 2009, dos cursos de Engenharia de três universidades do Rio Grande do Sul. As questões dessas avaliações foram elaboradas pelos professores que lecionavam as respetivas disciplinas e na análise dos dados recolhidos foi utilizada a análise de conteúdo.

As dificuldades dos alunos, segundo os investigadores, poderão estar relacionadas com a metodologia adotada pelos professores que lecionavam as disciplinas de Estatística no ensino superior. Por um lado, o número de horas semanais para lecionar os conteúdos de estatística básica, 4 horas semanais, ou em alguns casos, apenas duas horas semanais. Por outro lado, nas soluções apresentadas, os alunos revelaram alguma destreza nos cálculos. Muitos conceitos, nomeadamente os erros de tipo I (nível de significância) e tipo II e o valor de prova parecem não ser tão relevantes quanto os aspetos relativos aos algoritmos (procedimentos matemáticos) e são, de certa forma, ignorados pelo professor. Segundo os autores, os alunos poderiam compreender melhor estes conceitos se lhes fossem fornecidos exercícios que os requeressem.

Batanero, Vera e Díaz (2012) realizaram um estudo com 224 alunos do 2.º ano da Licenciatura de Psicologia da Universidade de Huelva, que frequentavam a UC de Análise de Dados II, com o objetivo de avaliar as dificuldades dos alunos na compreensão dos testes de hipóteses. Mais especificamente, com base nas respostas dos

alunos a um questionário curto (seis itens sobre testes de hipóteses), avaliaram a sua compreensão sobre diferentes conceitos relativos aos testes de hipóteses: diferença entre teste unilateral e bilateral; hipótese nula e alternativa; tipos de erros e suas probabilidades e tomada de decisão. A percentagem de alunos que deram respostas corretas em todos os itens foi superior a 50%, sendo que 84,8% souberam enunciar corretamente as hipóteses nula e alternativa. Relativamente ao erro tipo II e à potência do teste, 50,9% dos alunos responderam corretamente, enquanto 64,7% discriminaram entre os erros tipo I e II. Quanto à relação entre o nível de significância e a região crítica, a percentagem de respostas corretas foi de 64,3% e na tomada de decisão foi de 58%. Face aos resultados obtidos, os investigadores reafirmam a recomendação de Harradine, Batanero e Rossman (2011), de que o raciocínio inferencial não pode ser desenvolvido num curto espaço de tempo e que seria importante começar a introduzi-lo de forma informal desde o ensino secundário.

Metodologia

Neste texto avalia-se a compreensão de alunos do ensino superior politécnico na resolução de três questões relativas a testes de hipóteses, nas quais uma primeira parte consistia num item de escolha múltipla e numa segunda parte era pedida uma justificação para a opção escolhida antes. Para tal, estudaram-se as opções selecionadas e as justificações que os alunos deram para a escolha da sua opção, de forma a avaliarmos a sua compreensão na interpretação dos erros tipo I e tipo II.

As três questões aqui analisadas, da autoria da primeira autora, fazem parte de um questionário constituído por um total de 10 questões de escolha múltipla e dois problemas de testes de hipóteses, aplicado aos alunos do 1.º ano que frequentavam a UC de Matemática Computacional (MATCP), no ano letivo 2012-13, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. O conceito de testes de hipóteses foi abordado de forma expositiva, numa aula teórica de duas horas, e tiveram a oportunidade de resolver exercícios e problemas para a consolidação dos conceitos utilizando papel e lápis e software R, em duas aulas teórico-práticas de duas horas cada. Dos 263 alunos que frequentavam a UC, responderam ao questionário 223, sendo 22 do sexo feminino, 201 do sexo masculino e 45 estavam a repetir a UC. Estes alunos distribuíam-se por várias turmas nas aulas teórico-práticas da UC. Nessas aulas os respetivos docentes (três docentes) aplicaram o questionário na última aula do

segundo semestre (junho de 2013). Este questionário foi respondido por escrito e sem consulta imediatamente depois de os alunos terem estudado o tema de testes de hipóteses na UC e os alunos dispuseram de 90 minutos para responder, o que se revelou um tempo suficiente.

Depois de recolhidos os dados, foi feita a contagem das respostas às questões de escolha múltipla, sintetizando-se em tabelas as frequências de respostas corretas e erradas. Relativamente às razões apresentadas, para justificar a resposta escolhida nos itens de escolha múltipla, foi efetuada uma análise de conteúdo mediante o processo de comparação de respostas semelhantes entre si, obtendo-se uma categorização. As justificações apresentadas, a título de exemplificação, foram reproduzidas conforme os registos dos alunos.

Respostas e justificações dos alunos às questões propostas

Nesta secção analisam-se as respostas e justificações apresentadas pelos alunos nas três questões analisadas.

Respostas e justificações na questão 1

Questão 1. Num teste de hipóteses, quando rejeitamos H_0 , sendo H_0 falsa,

- a. Comete-se um Erro Tipo I.
- b. Comete-se um Erro Tipo II.
- c. Comete-se um Erro Tipo I e II.
- d. Tomou-se a decisão correta.

Justifique a sua resposta.

Figura 1. Enunciado da questão 1.

Esta questão tem como finalidade estudar a interpretação do erro tipo I, que ocorre quando se rejeita a hipótese nula, e discriminar os erros tipo I e tipo II, permitindo comprovar se os alunos confundem estes dois tipos de erro.

Tabela 1.

Frequências (percentagens) das respostas da questão 1

Opções	Frequência (%)
a	8 (3,6%)
b	21 (9,4%)
c	22 (9,9%)
d	166 (74,4%)
Não resposta	6 (2,7%)
Total	223 (100)

Pela tabela 1 podemos observar que a opção mais frequente foi a d, que é a resposta correta, com 74,4% de respostas, o que mostra que os alunos foram capazes de interpretar os conceitos envolvidos. Destaca-se também a percentagem de alunos (9,9%) que não percebeu o conceito de erros tipo I e II uma vez que afirmam que num teste de hipóteses é possível obter os dois tipos de erro quando rejeitamos a hipótese nula, sendo ela falsa.

Na tabela 2 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 1.

Tabela 2.

Frequências (percentagens) das justificações na questão 1

Justificação	Frequência (%)
Se H_0 é falsa deve ser rejeitada e assim não se está a cometer qualquer erro	81 (36,3)
Erro tipo I: rejeitamos H_0 sendo H_0 verdadeira; Erro tipo II: não rejeitamos H_0 sendo H_0 falsa	34 (15,2)
Potência do teste	22 (9,9)
H_0 é a hipótese a ser rejeitada. Ao calcular o intervalo de rejeição e se H_0 está no intervalo, devemos então rejeitar H_0	8 (3,6)
Erro tipo II é obtido não rejeitando H_0 sendo H_0 falsa	7 (3,1)
Justificações sem sentido	14 (6,3)
Não justificar	57 (25,6)

Pela tabela 2 observa-se que a justificação mais frequente é a da categoria “Se H_0 é falsa deve ser rejeitada e assim não se está a cometer qualquer erro” (36,3%). Estes alunos interpretaram corretamente a questão, podendo-se concluir que perceberam que ao rejeitar a hipótese nula, sendo ela falsa, estavam a tomar a decisão correta e não cometiam nenhum erro.

Salienta-se, de seguida, a percentagem de alunos que apresenta como justificação as definições dos erros tipo I e II (15,2%). Destaca-se que, dos 34 alunos que a referiram, 23 usaram esta justificação para a escolha da opção d (correta) e 11 para justificar a escolha da opção c, que afirma a ocorrência simultânea dos erros tipo I e tipo II.

Um grupo considerável de alunos (9,9%) usou a “potência do teste” para justificar a opção escolhida, dos quais 16 usaram-na para justificar a opção correta, apresentando apenas como justificação a fórmula, e quatro para justificar a opção b, que se refere à

ocorrência de um erro tipo II. Estes quatro alunos não responderam adequadamente à questão, talvez por não terem entendido o conceito de potência do teste.

Um outro grupo de alunos (3,6%), embora selecionando a opção correta (opção d), justificou a escolha dizendo que se rejeitamos a hipótese nula é porque ela se encontra no intervalo de rejeição, ou seja, estes alunos justificaram a sua opção pensando que, quando estão perante um teste de hipóteses, têm sempre que definir a região crítica e a partir daí tirar as devidas conclusões.

Uma percentagem menor de alunos (3,1%) usou como justificação para a escolha da opção b: “Erro tipo II é obtido não rejeitando H_0 sendo H_0 falsa”. A análise das justificações destes alunos sugere uma interpretação errada do enunciado porque aí se afirmava que rejeitávamos a hipótese nula sendo ela falsa, e eles interpretaram o contrário, ou seja, aceitar a hipótese nula sendo ela falsa.

Nesta questão temos ainda uma percentagem (6,3%) de justificações sem sentido, em que os alunos apresentaram justificações do tipo: “pois se a hipótese nula é falsa, temos que testá-la”; por exclusão de partes, colocam apenas como justificação a região de rejeição; colocam na justificação erro tipo I e tipo II, etc.

Por fim, destacamos a considerável percentagem de alunos (25,6%) que não apresentou qualquer justificação.

Respostas e justificações na questão 2

Questão 2. Considere as duas afirmações seguintes:
I - O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa;
II- Comete-se um erro tipo II quando aceita a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa.

- a. Apenas a afirmação I é verdadeira.
- b. Apenas a afirmação II é verdadeira.
- c. Ambas as afirmações I e II são verdadeiras.
- d. Ambas as afirmações I e II são falsas.

Figura 2. Enunciado da questão 2.

A questão avalia a definição dos erros tipo I e tipo II e o nível de significância. Esta questão envolve o conhecimento de muitos conceitos que os alunos têm dificuldade em distinguir e relacionar.

Tabela 3.

Frequências (percentagens) das respostas da questão 2

Opções	Frequência (%)
a	10 (4,5%)
b	147 (65,9%)
c	23 (10,3%)
d	32 (14,3%)
Não resposta	11 (4,9%)
Total	223 (100)

Observa-se da tabela 3 que a opção mais frequente foi a b, que é a resposta correta, com 65,9% de respostas, o que mostra que os alunos parecem conhecer a definição dos conceitos envolvidos na questão.

Na tabela 4 descrevem-se as justificações apresentadas pelos alunos nesta questão e as categorias estabelecidas.

Tabela 4.

Frequências (percentagens) das justificações da questão 2

Justificação	Frequência (%)
A afirmação I é falsa porque o nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira. A afirmação II é verdadeira porque no erro tipo II não é rejeitada a hipótese nula, sendo ela falsa	32 (14,3)
O nível de significância (erro tipo I) de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira	29 (13,0)
$P(\text{Erro tipo II}) = P(\text{Não Rejeitar } H_0 H_0 \text{ Falsa})$	29 (13,0)
I – O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de aceitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa.	12 (5,4)
II – Comete-se um erro do tipo II quando se não rejeita a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa	
O que está descrito na afirmação I é a potência do teste, estando então correta só a afirmação II, isto é, $\beta = P(\text{Erro tipo II}) = P(\text{Não Rejeitar } H_0 H_0 \text{ Falsa})$	8 (3,4)
Justificações sem sentido	23 (10,3)
Não justificar	88 (39,5)
Total	223 (100)

Na tabela 4 observamos que a percentagem mais elevada (39,5%) corresponde à categoria “Não justificar”, em que os alunos não foram capazes de apresentar uma razão para a opção que selecionaram.

Um grupo menor de alunos (14,3%) apresentou justificações incluídas na categoria “A afirmação I é falsa porque o nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira. A afirmação II é verdadeira porque no Erro tipo II não é rejeitada a hipótese nula, sendo ela falsa”, para a seleção da opção correta b, da opção c (1 aluno) e também para a opção d (5 alunos). Apesar de se ter verificado, em alguns alunos, uma disparidade entre a opção escolhida e a justificativa, a maioria deles interpretou corretamente a questão ao escolher a opção correta e ao saber justificar porque escolheu essa opção.

Um outro grupo de alunos (13%) justificou, na opção correta, que “O nível de significância (erro tipo I) de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira”. Estes alunos mostram que compreenderam a questão, optando por justificar só a afirmação I, que é incorreta, e não justificar a afirmação II, que é correta. Ainda para a opção correta, um outro grupo de alunos (13%), além de ter interpretado corretamente a questão proposta, achou que devia apenas justificar que a afirmação II é verdadeira, apresentando a seguinte justificativa: $P(\text{Erro tipo II}) = P(\text{Não Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ Falsa})$.

Alguns alunos (5,4%), que poderão não ter interpretado corretamente a afirmação I, selecionaram uma opção errada. Estes alunos não perceberam o conceito nível de significância, apresentando uma justificativa que é cópia do texto apresentado. O mesmo aconteceu relativamente à afirmação II, podendo concluir-se que, para estes alunos, o nível de significância e o erro tipo II são a mesma coisa.

Outro pequeno grupo de alunos (3,4%) interpretou erradamente a afirmação I e corretamente a afirmação II, apresentando como justificativa: “O que está descrito na afirmação I é a potência do teste, estando então só a afirmação II correta, $\beta = P(\text{Erro tipo II}) = P(\text{Não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ Falsa})$ ”. Estes alunos mostram que não discriminam os conceitos de nível de significância e potência do teste, confundindo-os, embora justifiquem de forma correta a afirmação II dizendo tratar-se do erro tipo II.

Por fim, ainda deve ser assinalada a considerável percentagem de alunos (10,3%) que apresentam justificativas que não fazem sentido.

Respostas e justificações na questão 3

Com esta questão pretende-se avaliar a definição e interpretação dos erros tipo I e II. Esta questão envolve a interpretação de figuras e o conhecimento e compreensão de muitos conceitos (erros tipo I e II, nível de confiança, desvio-padrão, média amostral, potência do teste), todos eles necessários para a interpretação das figuras.

Questão 3. Observe atentamente as duas figuras seguintes:

Da Figura 1 para a Figura 2 verifica-se uma diminuição dos erros de tipo I e tipo II. Isso deve-se a:

- Um maior nível de confiança.
- Uma diminuição da potência do teste.
- Um menor desvio-padrão.
- Uma menor média amostral.

Justifique a sua resposta.

Figura 3. Enunciado da questão 3.

Observa-se da tabela 5 que a opção mais frequente foi a c, que é a resposta correta, com 37,7% de respostas, o que mostra que estes alunos parecem compreender o significado dos conceitos envolvidos na questão.

Tabela 5.

Frequências (percentagens) das respostas da questão 3

Opções	Frequência (%)
a	76 (34,1%)
b	16 (7,2%)
c	84 (37,7%)
d	27 (12,1%)
Não resposta	20 (9,0%)
Total	223 (100)

Como foi dito, esta questão exige o conhecimento de muitos conceitos e apesar de bastantes alunos terem selecionado a opção correta, quando a justificaram não apresentaram uma explicação correta, como podemos constatar na Tabela 6.

Na tabela 6 observamos que a justificção menos frequente (2,7%) é a da categoria “A distribuição da figura 2 é mais estreita devido ao seu menor desvio-padrão e, portanto, verifica-se uma diminuição dos erros tipo I e tipo II”. Estes alunos foram capazes de interpretar corretamente o enunciado da questão, conduzindo-os à opção correta (c), mas não souberam explicar o motivo pelo qual os erros tipo I e II diminuíram. Ainda para a opção correta, um outro grupo de alunos (4,9%) justificou a resposta referindo que “O desvio padrão é menor, logo há menos probabilidade de haver erros”. Também estes alunos não apresentaram uma justificção credível.

Tabela 6.

Frequências (percentagens) das justificções da questão 3

Justificção	Frequência (%)
O que causa a diminuição do erro tipo I e tipo II é um maior nível de confiança	23 (10,3)
O desvio padrão é menor, logo há menos probabilidade de haver erros	11 (4,9)
A distribuição da Figura 2 é mais estreita devido ao seu menor desvio-padrão e, portanto, verifica-se uma diminuição dos erros tipo I e tipo II	6 (2,7)
Se houver uma redução dos erros tipo I, o nível de significância diminui. Existindo portanto maior confiança, pois é o resultado de $1 - \alpha$. A confiança é tanto maior quanto menor a significância	7 (3,1)
Justificções sem sentido	64 (28,7)
Não justificar	112 (50,2)
Total	223 (100)

Destaca-se a percentagem elevada de alunos (28,7%) cujas justificções foram categorizadas em “Justificções sem sentido”, das quais salientamos: “porque a curva é mais alta, porque a curva da normal ‘encolhe’, tornando-se mais acentuada”; “se diminuir o desvio padrão, diminui-se também a área de conflito que leva à ocorrência desses erros”; “a onda é menor por causa do desvio padrão”.

Um grupo de alunos (10,3%) usou, para a opção a, a justificção: “O que causa a diminuição do erro tipo I e tipo II é um maior nível de confiança”. Ora, esta justificção

permite concluir que os alunos não souberam interpretar a questão usando o que estava no texto da própria opção para justificar a sua resposta.

Outro grupo de alunos (3,1%) justificou a mesma opção a dando a seguinte justificação: “Se houver uma redução dos Erros tipo I, o nível de significância diminui. Existindo portanto maior confiança, pois é o resultado de $1 - \alpha$. A confiança é tanto maior quanto menor a significância”. Estes alunos, como os anteriores, não entenderam a questão, e a sua justificação, além de não estar correta, não refere o erro tipo II.

Finalmente, salienta-se uma percentagem elevada de alunos (50,2%) que não apresentou qualquer justificação. As maiores dificuldades reveladas pelos alunos nesta questão podem dever-se ao facto de nas aulas teórico-práticas nunca terem sido realizados quaisquer exercícios envolvendo análise deste tipo de representações gráficas.

Conclusões

Destaca-se da análise realizada nas três questões de escolha múltipla que a opção mais frequente foi sempre a correta, com 74,4% de respostas na questão 1, 65,9% de respostas na questão 2 e 37,7% de respostas na questão 3.

Relativamente às justificações apresentadas em cada questão, constata-se que o padrão de ordem das percentagens de respostas corretas se reproduz nas justificações corretas. Verifica-se, ainda, que a categoria “Não justificar” apresenta uma elevada percentagem de alunos e, das três questões propostas, em duas delas é mesmo a maior percentagem (39,5% na questão 2 e 50,2% na questão 3). Esta situação mostra que os alunos que responderam a estas três questões do questionário não estavam suficientemente preparados neste tópico. O fraco desempenho dos alunos nos conceitos de erros tipo I e II, para além de serem conteúdos difíceis (e.g., Vallecillos, 1996; Vera et al., 2011), poderá explicar-se pelo facto de terem sido lecionados nas últimas semanas de aulas e pelo pouco tempo de preparação dos alunos.

Confirmamos também, como Sebastiani e Viali (2011) e Batanero et al. (2012), que uma percentagem considerável de alunos confunde os erros tipo I e tipo II ou evidenciam confusão sobre os seus significados, aumentando as dificuldades dos alunos no caso em que estes conceitos são apresentados em contexto gráfico.

Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destacam-se as categorizações apresentadas para as justificações que os alunos apresentaram para cada uma das respostas selecionadas nas três questões propostas.

Resumindo, os alunos mostraram ter dificuldades nos conteúdos erros tipo I e II, principalmente na interpretação das questões e na explicitação da forma como pensaram, isto é, a forma como raciocinaram em termos estatísticos. Donde, será importante explorar no ensino tais dificuldades (Batanero, 2001, 2013).

Referências bibliográficas

- Ara, A., & Musetti, A. (2001). Avaliação de uma nova metodologia no ensino da Estatística para o curso de Engenharia. In *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, COBENGE 2001* (pp. 245-250). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Engenharia.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. In J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea & P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Batanero, C., Vera, O. & Díaz, C. (2012). Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis. *Números*, 80, 91-101.
- Harradine, A., Batanero, C., & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246). New York: Springer.
- Olivo, E. (2008). *Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. (Tese de doutoramento) Universidad de Granada, Granada.
- Rodríguez, I. (2006). Estudio teórico y experimental sobre dificultades en la comprensión del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 162-168.
- Sebastiani R., & Viali, L. (2011). Teste de hipóteses: Uma análise dos erros cometidos por alunos engenharia. *Bolema*, 24 (40), 835-854.
- Sotos, C., Vanhoof, S., Noortgate W., & Onghena P. (2007). Student's misconceptions of statistical of inference: a review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.
- Sotos, C., Vanhoof, S., Noortgate, W., & Onghena P. (2009). How confident are students in their misconceptions about hypothesis test? *Journal of Statistics Education*, 17(2).
- Vallecillos, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Recife: Comares.
- Vallecillos, A., & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.

Vera, O., Díaz, C., & Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *UNIÓN*, 27, 41-61.