Jornal das Primeiras Matemáticas

Número 8
Julho 2017

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR

Ludus

Recursos Didáticos

O uso pedagógico de histórias envolvendo raciocínio matemático no 4.º ano de escolaridade

Marília Ferreira, Pedro Palhares
Universidade do Minho – Instituto de Educação
pg29759@alunos.uminho.pt, palhares@ie.uminho.pt

Resumo: *Neste artigo apresentam-se potencialidades educativas do uso pedagógico de histórias para o desenvolvimento do raciocínio matemático, dando-se primazia ao raciocínio algorítmico, sendo que foi privilegiado um ambiente de resolução de problemas em grupo. A intervenção pedagógica, desenvolvida ao longo de quatro aulas, ocorreu numa turma do 4.º ano de escolaridade, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade do Minho.*

Palavras-chave: Raciocínio matemático, uso pedagógico de histórias, resolução de problemas, aprendizagem cooperativa.

1 Introdução

A obra literária usada nesta intervenção pedagógica, *Quando as estrelas se transformam em números*, de Leonel Vieira, é uma obra que aborda a matemática de modo divertido, dinâmico e interativo, pelo ponto de vista de uma criança que se questiona, que reflete sobre vários temas matemáticos. Desta obra, apenas foi usada uma das histórias, correspondente a um dos capítulos. A história funcionou como um indutor neste processo, pois só fui usada inicialmente, mais concretamente na resolução de problemas direcionados para o raciocínio algorítmico, embora tivessem também sido abordados outros temas e conceitos matemáticos presentes ao longo da história. Esta história também foi inspiração, mais tarde, para a formulação de problemas por parte dos alunos. Depois de usada a história, foram explorados outros materiais, tendo por último os alunos resolvido uma ficha de trabalho.

Assim, com o uso desta história com problemas pretendeu-se promover uma estratégia de ensino que visasse a formulação e a resolução de problemas, permitindo a integração da matemática com a língua materna e o desenvolvimento significativo de competências de ambas as áreas. Deste modo, este estudo analisa a implementação desta estratégia de ensino que agrega os conhecimentos da Matemática à Língua Portuguesa.

Concluindo, neste artigo pretende-se dar a conhecer uma investigação desenvolvida neste âmbito que implicou uma estratégia criativa no ensino da matemática de modo a promover atitudes positivas face a esta área disciplinar. Desta forma, serão apresentadas as intervenções, e as tarefas e atividades exploradas que daí advieram, que pela sua natureza aberta e desafiante fomentaram o desenvolvimento do raciocínio matemático.

2 Revisão da literatura

A Matemática e a Literatura são duas áreas que tradicionalmente têm estado, em termos escolares, pouco interligadas. Talvez por essa razão, exista uma certa dicotomia entre a Matemática e o Português, as duas principais áreas curriculares do ensino básico, o que conduz a que alguns alunos assegurem o gosto apenas por uma delas. Mas existe vantagem em instituir e aprofundar a ligação entre as duas disciplinas escolares, sobretudo durante o ensino básico [4].

Estudos que apoiam a integração da Literatura na Matemática indicam que existe uma forte relação entre a aprendizagem de conteúdos matemáticos através da escuta e da interação com histórias que envolvem a matemática [13].

Professores de Matemática que integram a Literatura na Matemática reconhecem que a compreensão matemática envolve a leitura e a escrita. Por outro lado, o raciocínio matemático e a resolução de problemas podem ser explorados recorrendo a materiais de leitura. Essas conexões da Matemática com outras disciplinas em salas de aula dão aos alunos um maior domínio na matemática [9].

Assim, a implementação de um método de ensino interdisciplinar e integrador, na sala de aula, proporciona o desenvolvimento de competências de numeracia e de literacia, nomeadamente o desenvolvimento do raciocínio matemático, de estratégias de construção de histórias e a utilização de estratégias de resolução e formulação de problemas [10].

No que concerne à resolução de problemas, para Sardinha [10], uma abordagem tendencialmente construtivista do processo de ensino/aprendizagem, segundo alguns autores, passa por considerar que as tarefas matemáticas devem centrar-se fundamentalmente na resolução de problemas, abrangendo de forma secundária a realização de exercícios, por valorizar a criação de processos pessoais e diversos, por admitir que o erro e o seu reconhecimento são parte integrante do processo de aprendizagem e são favoráveis a uma aprendizagem intelectualmente ativa. Também para esta autora, tanto a resolução de problemas como a sua formulação, constituem-se aspetos fulcrais para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Neste sentido, o NCTM [5] refere que a proliferação de exercícios para praticar capacidades básicas de forma isolada deve mudar no sentido de tarefas mais abertas, que abordam problemas reais e a aprendizagem contextualizada, sendo importante dar mais ênfase à escrita, à oralidade e às demonstrações.

Sardinha [10] também defende que a metodologia de trabalho cooperativo é considerada essencial por permitir o desenvolvimento da comunicação matemática, das estratégias de resolução e formulação de problemas. Ao trabalharem em grupo, os alunos desenvolvem capacidades de pensamento crítico, raciocínio e compreensão mútua, partilhando ideias e dificuldades individuais, favorecendo desta forma o espírito de entreajuda e a participação inclusiva de todos os alunos independentemente do seu grau de conhecimentos e competências.

Essencialmente na resolução de problemas, o trabalho em grupo faculta oportunidades de verbalizar dificuldades e raciocínios efetuados potenciando, simultaneamente, o desenvolvimento dos processos metacognitivos e a comunicação matemática através da partilha de raciocínios e dificuldades. O facto de várias estratégias serem válidas, permite que vários alunos contribuam com diferentes partes na construção do caminho para chegar à solução final [10].

A aprendizagem cooperativa é descrita como o processo de os alunos trabalharem em pequenos grupos e para Grandin [1], o processo cooperativo envolve um conjunto de competências comportamentais de grupo: um comportamento de grupo inclusivo, que passa por partilharem pontos de vista e dificuldades; mediarem opiniões diferentes e alcançarem o consenso de opiniões no grupo, favorecendo a comunicação matemática. A capacidade de pensamento crítico, raciocínio e compreensão mútua são requeridos para analisar de que modo as contribuições individuais se reúnem para integrar um todo. Assim, o trabalho de grupo permite desenvolver uma atitude de persistência perante as dificuldades, possibilitando o envolvimento e a participação dos alunos tidos como menos bons.

3 Atividades desenvolvidas

As atividades doravante descritas foram desenvolvidas numa turma do 4.º ano de escolaridade de uma escola básica do 1.º ciclo de Braga, no âmbito da Unidade Curricular Prática de Ensino Supervisionada, contemplada no plano de estudos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade do Minho. A turma é constituída por vinte e seis alunos, situando-se estes, na grande maioria, entre o nível 3 e o nível 4, quanto ao nível referente à disciplina de Matemática. Não existem alunos identificados com NEE, nem qualquer aluno com retenções em anos anteriores, contudo existe um aluno diagnosticado com hiperatividade.

Na turma apenas três alunos tinham conseguido nível 5. Em contexto de sala de aula, estes últimos dominavam não só os momentos de aprendizagem individuais, como também as situações de aprendizagem plenárias, em grupo turma, expressando frequentemente as suas ideias, sendo muito participativos e influenciando os restantes colegas de turma a intervir, contribuindo deste modo para um trabalho coletivo.

No que concerne ao seu ambiente sócio afetivo, em termos gerais, a turma destaca-se pela sua extrema curiosidade, por ser aplicada e participativa, revelando especial entusiasmo e interesse por atividades mais dinâmicas, onde tenha a possibilidade de debater as suas ideias. De um modo geral, a turma é responsável e bem comportada, sendo cultivado entre os alunos um clima de entreajuda e de respeito pelo outro.

3.1 Intervenção 1

Nesta intervenção deu-se início à leitura da história "A divisão do Sebastião", capítulo da obra *Quando as estrelas se transformam em números*, de Leonel Vieira. Neste capítulo um menino chamado Hugo não compreende o algoritmo da divisão e é o Sebastião que o ajuda a perceber.

Esta intervenção tinha como objetivo essencial a resolução de problemas. À medida que a história foi sendo lida, foram analisados pequenos problemas e questões que envolviam o raciocínio matemático. Inicialmente a turma explorou o mês que é referido no começo da história. Assim sendo, foi questionada sobre qual seria o mês mais curto e o mais comprido, quanto ao número de letras que constituem a palavra. Foi atribuído um número inteiro (primeiramente) e um número decimal para o valor de cada letra do mês, em euros, e foi pedido aos alunos que calculassem os preços para cada mês.

De um modo geral, os alunos conceberam, de imediato, a estratégia a usar nos problemas propostos, recorrendo maioritariamente ao mesmo tipo de raciocínio, verificando-se que muitos dos alunos demonstraram interesse e curiosidade em optar pelo algoritmo da multiplicação, quando estava envolvido um número decimal, tal como tinham recorrido a esse algoritmo no cálculo com um número inteiro. Mas como os alunos ainda não tinham ainda abordado o algoritmo da multiplicação com números decimais, recorreram à adição.

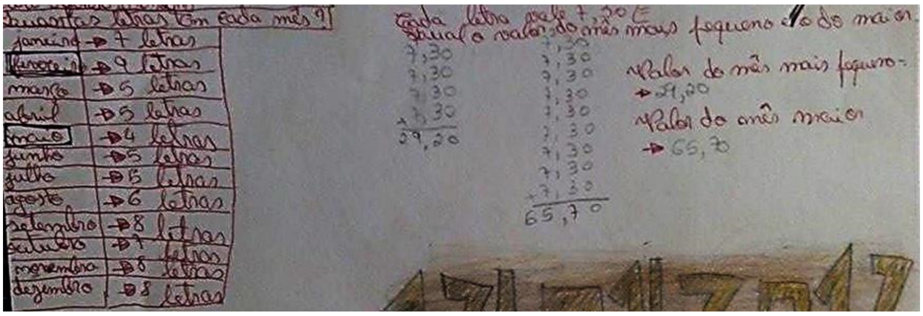


Figura 1: Determinação do mês mais pequeno e do mês maior, quanto ao número de letras, e cálculo do preço de cada mês.

Na tarefa que se seguiu, deu-se lugar à continuação da história, abordando-se a "Cantiga do Sebastião", sendo que os alunos preencheram os espaços em falta da cantiga, tendo sido este exercício realizado em Grupo–Turma.

Esta cantiga envolvia distribuir (igualmente) por cada mão, o resultado de uma divisão (divisão como distribuição). Foram propostas outras distribuições (primeiro pelas mãos), depois pelos quatro membros, usando-se a matemática de um modo mais interativo, "brincando-se" um pouco com os números, e estimulando constantemente a participação e reflexão dos alunos.

Este momento da intervenção, pelo seu caráter mais dinâmico, envolvia uma maior participação dos alunos. Segundo Martinho e Ponte, valorizar uma dinâmica comunicativa na sala de aula denota que o professor estimula o interesse dos alunos para enriquecer as interações estabelecidas. Na realidade, um dos seus papéis é fazer emergir a atividade independente de cada aluno através da interação ([3], p.5).

> Investigadora: Então trinta e dois a dividir por quatro quantos são? O que é que o autor quis dizer com "em cada mão"?
>
> RG: Dá oito, mas lá [referindo-se ao texto] diz em cada mão! Portanto dá quatro em cada mão.
>
> Investigadora: O que é que o Sebastião fez?
>
> DE: Distribuiu o oito igualmente por cada mão.
>
> FS: Não percebi...
>
> Investigadora: Repara no resultado da divisão. Qual é?
>
> FS: Oito...
>
> Investigadora: Distribuindo esse número dá quantos dedos em cada mão? Distribuindo o mesmo número.
>
> DE: Oito é igual a quatro mais quatro.
>
> Investigadora: Ou seja quatro mais quatro igual a oito. [gesticulando com as mãos, representando o número de dedos em cada mão]
>
> Investigadora: Eu vou fazer o que o Sebastião fez, mas agora com outros números. Por exemplo, quanto é que dá em cada mão dezoito a dividir por três?
>
> LF: Seis.
>
> Turma: Seis!
>
> Investigadora: Eu disse em cada mão...
>
> DE: Três.
>
> Turma: Três!
>
> (...)
>
> Investigadora: Seguindo o mesmo raciocínio, vamos agora, em vez de distribuir o resultado pelas mãos, distribuí-lo pelas mãos e pelos pés. Ou seja temos de distribuí-lo por quatro conjuntos.

DE: Agora já não é em cada mão, é em cada membro.

Investigadora: Muito bem! Agora quero que responda quem ainda não respondeu. Quanto dá então, em cada mão, quatrocentos a dividir por vinte?

NF: Ei!

Investigadora: Para já digam o resultado.

NF: Duzentos!

Investigadora: Pensem melhor.

RG: Já sei! Já sei! Mas não posso dizer...

MM: vinte!

DE: É fácil... dois vezes dois quatro...

Turma: Cinco em cada mão.

Transcrição 1 – Discussão realizada em grupo turma, na exploração da Cantiga do Sebastião.

À medida que as divisões foram ficando mais complexas e desafiantes, os alunos demoravam mais tempo a responder, precipitando-se, por vezes, a dizer o resultado. Verificou-se que o raciocínio, no que diz respeito ao cálculo mental, não era um ponto forte, na maioria da turma. No entanto, foi-se constatando, cada vez mais, um envolvimento espontâneo dos alunos nesta tarefa, os quais não demonstraram dúvidas na interpretação do que era pretendido e no tipo de raciocínio a usar.

Concluindo, nesta intervenção em que a história foi usada de modo mais intensivo, verificou-se um grande interesse e curiosidade por parte da turma em geral, em querer responder, em querer participar. Os problemas ao serem contextualizados através da história revelaram-se eficazes, no que diz respeito à participação dos alunos no decorrer das atividades.

3.2 Intervenção 2

Nesta intervenção, por forma a interligar-se com a primeira, não só se optou por dar continuidade às divisões, mas agora sob a forma de fração, como também em dar continuidade à história usada. Como primeiro objetivo esta intervenção visava a exploração de frações equivalentes (por multiplicação dos termos por um mesmo fator e dividindo os termos por dois), sendo que era esperado que os alunos verificassem que o quociente não se altera. Foi privilegiada a continuidade da narrativa, procedendo-se como segundo objetivo, à contextualização do algoritmo da divisão com um problema (inicialmente o narrado na história e posteriormente, outros problemas propostos, sendo apresentado apenas um deles). Como objetivo terceiro, depois de finalizada a leitura da história, foi proposto aos alunos a continuação da mesma.

A primeira atividade da intervenção relacionou-se com a exploração de frações equivalentes. Dada uma determinada fração, os alunos, coletivamente, teriam de achar uma fração equivalente. Posto isto, era pedido aos alunos que dividissem os termos da primeira fração (o numerador pelo denominador), e da segunda fração, sendo que era esperado que os alunos se começassem a aperceber que o resultado seria o mesmo.

> Investigadora: Nós na última aula trabalhamos com a fração três quartos. Se eu quiser achar uma fração equivalente a esta, o que faço?
>
> HC: Multiplicamos por dois, por exemplo.
>
> Investigadora: E se quisermos uma fração equivalente a esta, mas multiplicando os termos por um número maior, por exemplo por nove?
>
> RG: Quinhentos e setenta e seis!
>
> Investigadora: Muito bem! Podes vir ao quadro.
>
> RF: Quinhentos e setenta e seis setenta e dois avos.
>
> Investigadora: Agora quero que façam esta divisão, sessenta e quatro a dividir por oito e também quinhentos e setenta e seis a dividir por setenta e dois.
>
> DE: Mentalmente? Sessenta e quatro a dividir por oito são oito.
>
> FS: É difícil…
>
> Investigadora: Têm alguma noção do que vos vai dar, quinhentos e setenta e seis a dividir por setenta e dois?
>
> LA: Mais ou menos… trinta e tal…
>
> (…)
>
> Investigadora: Então conclusões a que chegamos… multiplicando o mesmo fator pelo denominador e pelo numerador, obtemos uma fração equivalente e essa fração vai ter o mesmo…?
>
> RG: O mesmo quociente.
>
> Investigadora: E o mesmo acontece quando dividimos pelo mesmo número ambos os termos da fração. Quando eu vos colocava uma fração equivalente e vos pedia para dividi-la vocês não estavam a perceber que o resultado ia ser o mesmo, pois não?
>
> Turma: Não. [olhando uns para os outros]
>
> Investigadora: Ou seja ter sob a forma de fração ou sob a forma de algoritmo é igual, é uma divisão.

Transcrição 2 – Discussão realizada em grupo turma, na exploração das frações equivalentes.

Uma das fragilidades evidenciadas pela turma prendeu-se com o facto de os alunos demorarem a compreender que o quociente não se altera, ou seja, a conjeturarem que, multiplicando ou dividindo pelo mesmo fator o denominador e o numerador, ou dividindo as frações equivalentes, o resultado seria o mesmo. Mesmo numa segunda tarefa mostraram-se surpreendidos quando o numerador da fração era maior.

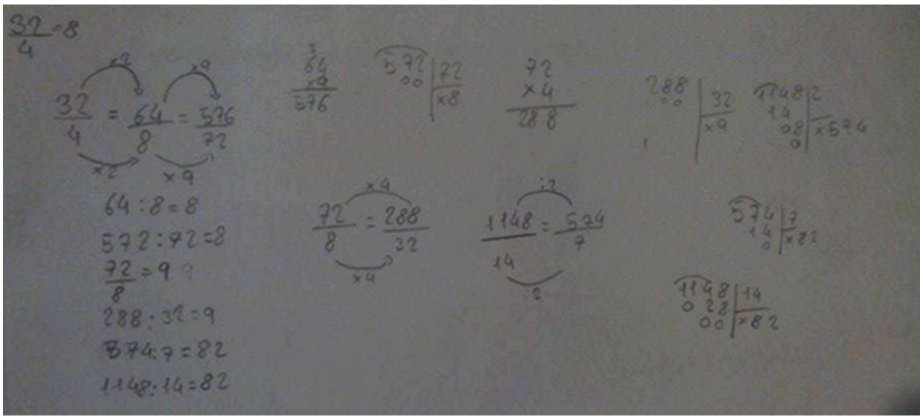


Figura 2: Exploração de frações equivalentes, pelo aluno LF.

No momento seguinte deu-se prosseguimento à narrativa, contextualizando o algoritmo da divisão com problemas. Primeiramente foi analisado o problema apresentado na história, resolvendo-o. De seguida, foi proposto um outro problema. Um dos problemas envolvia a divisão como distribuição, ao passo que o outro envolvia a divisão como medida. “A divisão como distribuição refere-se a uma situação na qual uma quantidade é partilhada igualmente num dado número de grupos e quer-se saber quantos ficam em cada grupo”. Já a divisão como medida, “corresponde a uma situação na qual se quer dividir uma quantidade em grupos com um dado número de elementos e quer-se saber quantos grupos se podem fazer” ([11], p.152).

Quanto ao problema apresentado na história, que envolvia a divisão como medida, o aluno deveria ser capaz de seguir alguns passos de modo a compreender o texto do problema, analisando-o por partes. O aluno deveria ter a capacidade de extrair e recuperar determinada informação, para interpretar aquilo que lia e para refletir sobre e/ou avaliar o conteúdo e formato do texto, com base nos seus conhecimentos.

Confrontados com o problema da história, os alunos não demonstraram dificuldades no algoritmo a aplicar, mas depois esqueceram-se de considerar os berlindes sobrantes. Depois dos alunos irem ao quadro resolver o problema pelo seu método, foi confrontada essa resolução com a resolução concretizada na história, que para além de recorrer ao raciocínio algorítmico, recorria ao cálculo mental por estimativa. Para além disso, foram visíveis algumas fragilidades quando os alunos recorreram ao cálculo mental.

Deu-se continuidade à modalidade de trabalho em grupo–turma, adotada no momento anterior, onde os alunos puderam partilhar os seus saberes e conclusões e discutir ideias.

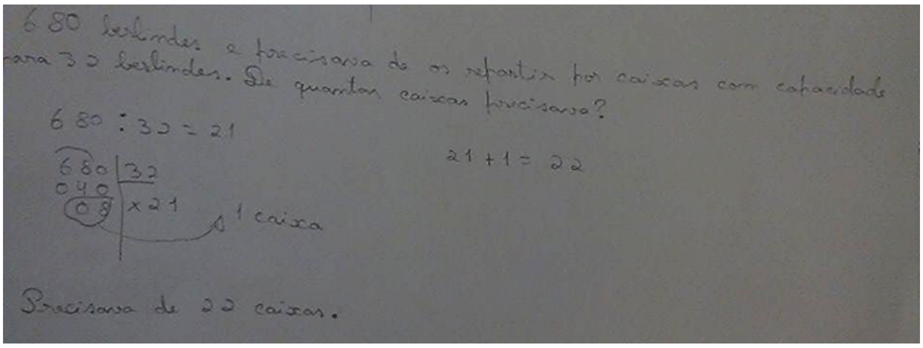


Figura 3: Resolução do problema presente na história, pelo aluno RG.

No segundo problema, como a divisão era exata, os alunos não demonstraram dificuldades nem quanto ao algoritmo a recorrer, nem quanto à interpretação do resultado obtido. Contudo, foi também pedido que calculassem o resultado por estimativa, de modo a perceber entre que valores o resultado se podia situar.

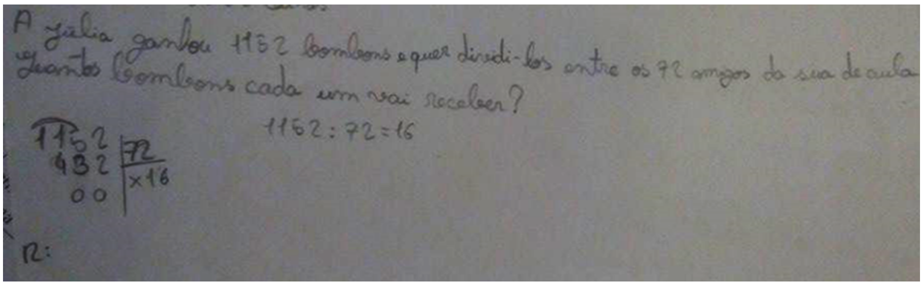
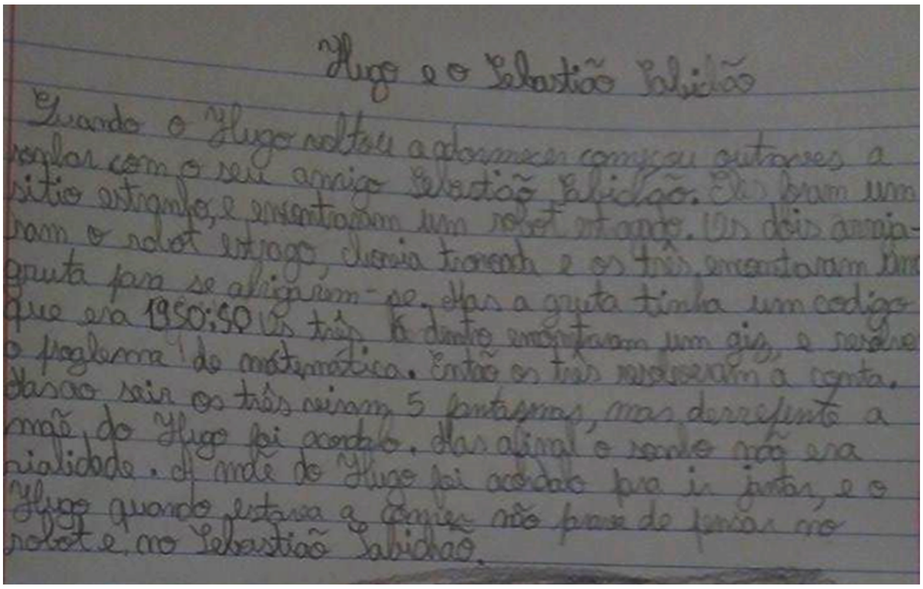


Figura 4: Resolução do segundo problema proposto, pelo aluno LF.

Em suma, foi visível por parte dos alunos uma maior dificuldade no problema presente na história, que envolvia a divisão como medição, esquecendo-se de considerar os berlindes sobrantes. Como no segundo problema, a divisão era exata, os alunos simplesmente deram atenção ao algoritmo da divisão, e não ao contexto do problema. Estas situações problema permitiram ao aluno desenvolver uma atitude crítica perante os enunciados dos problemas, promovendo a comunicação, partilha e exploração de ideias e estratégias de formulação, resultando numa resolução de forma efetiva. Para além disso, os alunos tiveram oportunidade de exprimir e justificar os seus raciocínios, revelando que a integração da matemática com a língua portuguesa é profícua no desenvolvimento de competências de numeracia.

No terceiro momento da intervenção, foi pedido aos alunos que dessem continuidade à história, em pequenos grupos, com novos diálogos e personagens, e que criassem nessa mesma história um problema que envolvesse o algoritmo da divisão, que teriam de resolver. Nesta fase, estimulou-se a comunicação entre os alunos do mesmo grupo, incentivando-os a questionarem os seus pares acerca das ideias apresentadas.

É de ressaltar que a criação de histórias com problemas envolve competências de leitura, escrita, resolução e formulação de problemas num contexto específico. Na formulação de problemas, o trabalho cooperativo demonstrou-se mais significativo, por esta ser a atividade que exigia mais criatividade.


Hugo e o Sebastião Sabidão

Quando o Hugo voltou a adormecer começou outra vez a sonhar com o seu amigo Sebastião Sabidão. Eles foram um sitio estranho, e encontraram um robot estragado. Os dois arranjaram o robot estragado, chovia trovoada e os três encontraram uma gruta para se abrigarem-se. Mas a gruta tinha um codigo que era 1950:50 Os três lá dentro encontraram um giz, e resolveram o poglema de matemática. Então os três resolveram a conta. Ao sair os três viram 5 fantasmas, mas derrepente a mãe do Hugo foi acordá-lo. Mas afinal o sonho não era realidade. A mãe do Hugo foi acordado pra ir jantar, e o Hugo quando estava a comer não parava de pensar no robot e no Sebastião Sabidão.

Figura 5: Produção da história, pelo grupo MR, MC, LA e TV.

Quanto aos vários tipos de problemas criados, dos cinco grupos apresentados, apenas três grupos contextualizaram o problema. Assim, grande parte dos grupos focou-se somente em apresentar uma simples divisão e em resolvê-la.

A maior parte dos grupos manteve as personagens da história original, sendo que outros não acrescentaram novas personagens. Alguns grupos demonstraram ter grande imaginação e criatividade, tanto no contexto do problema, como na história que o envolvia.

No que se refere à organização dos grupos e cooperação entre os vários elementos, dois dos grupos, apesar de terem integrado um aluno com dificuldades, conseguiram organizar-se bem, cooperando entre si, e ouvindo as opiniões uns dos outros. Também foi notável os vários ritmos dos grupos, sendo visível que alguns grupos demoraram a dar início ao processo e a organizarem-se, enquanto outros conseguiram fazê-lo de imediato, tendo terminado a tarefa rapidamente.

No último momento, os alunos apresentaram à turma a história e o problema, pedindo a outro grupo que fosse resolver esse mesmo problema. Na leitura das histórias, a maioria dos grupos optou por colocar os seus elementos a lerem à vez, demonstrando organização e cooperação.

No que diz respeito à resolução dos problemas que eram propostos pelo grupo que os criou, todos os grupos os conseguiram resolver, sem grandes dificuldades, exceto o grupo constituído por um só aluno. Este não estava a conseguir resolver o algoritmo da divisão, começando a chorar, quando o conseguiu resolver à segunda tentativa. Apesar dos restantes grupos conseguirem resolver os problemas, era evidente que, dentro de alguns grupos havia sempre um ou dois elementos que se destacavam, pois eram estes que estavam concentrados em resolver o problema, estando os restantes elementos à espera que o problema fosse solucionado. Noutros grupos, aquando da resolução, mantinham-se organizados e a cooperarem entre si, estando um atento à tabuada, enquanto outro escolhia o número a colocar no quociente, por exemplo.

Em síntese, com esta última tarefa pretendeu-se promover de modo mais profundo a interdisciplinaridade entre a disciplina de Matemática e a disciplina de Português. Segundo Sardinha [10], a formulação de problemas com história promove o desenvolvimento da escrita criativa, da compreensão textual, das capacidades de formulação e resolução de problemas e do pensamento crítico e criativo, potenciando o uso de estratégias de resolução diversificadas. Assim, é possível trabalhar, articular e desenvolver competências transversais e específicas das duas áreas de forma integrada.

Com estas tarefas, que potenciam o desenvolvimento matemático, os alunos mostraram-se bastante motivados e recetivos, sendo verificável um envolvimento ativo e mais confiante por parte destes na conceção dos seus problemas, na resolução e na forma de testar e verificar conjeturas, em grupo.

3.3 Intervenção 3

Esta terceira intervenção objetivava, essencialmente, a utilização do material multibase na abordagem do algoritmo da divisão. Assim, a história usada em intervenções anteriores deixou de ser usada, dando lugar ao material multibase, tendo em vista a exploração do algoritmo da divisão, mas agora de forma prática.

No primeiro momento da intervenção, foi introduzido o material multibase, sendo que este "é formado por várias peças de madeira ou plástico. As unidades mais simples são os cubos unitários, que vão sendo agrupados em número igual ao número de base. O material multibase tem uma limitação: só poderão ser representados no máximo, números com quatro algarismos, pois não há modelo físico para a unidade de 4.ª ordem." ([14], p.174).

Os alunos organizaram-se em pequenos grupos e, primeiramente foi pedido que representassem números inteiros, recorrendo ao material, como forma também de ter conhecimento sobre as conceções prévias acerca do material, e como modo preparatório para a atividade seguinte. Os alunos não demonstraram nenhumas dificuldades na manipulação do material para a representação de números inteiros (considerando o cubinho como unidade), reconhecendo as ordens correspondentes a cada material representativo, sendo notável, no grupo, o trabalho em equipa.

Figura 6: Manipulação do material multibase (base dez), por um dos grupos.

Nesta atividade foi privilegiado o trabalho em pequeno grupo, sendo que em cada grupo acabava sempre por se destacar um aluno, por norma, melhor à disciplina de Matemática, assumindo o papel de líder na atividade, cujo sucesso dependeu, principalmente, da sua iniciativa.

Neste sentido, “Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.” ([7], p. 30). Contudo, o entusiasmo era geral, querendo sempre todos os grupos participar, mostrando a representação pedida.

Na atividade seguinte, foi abordado o algoritmo da divisão, recorrendo-se ao material multibase, tendo sido feita a divisão por conjuntos: divisão das centenas, divisão das dezenas e divisão das unidades. Este processo foi feito sempre em conjunto com a turma, onde o algoritmo da divisão expandido era acompanhado com o material, de forma a perceber os passos que envolvem o algoritmo da divisão, o porquê de se ter de ”abaixar”um determinado número do dividendo, e mesmo o porquê de se escolher determinado algarismo a colocar no quociente. Por fim, simplificou-se o algoritmo da divisão.

> Investigadora: Temos quatrocentos e setenta e dois a dividir por três. Vamos repartir o número quatrocentos e setenta e dois por três conjuntos, que vamos desenhar aqui. Como se representa o quotrocentos e setenta e dois?
>
> DE: Quatro coisos assim [levantando a placa no ar], sete barras e dois cubos.
>
> Investigadora: Devemos começar por qual ordem, a distribuir pelos conjuntos? Pelo algarismo das centenas, das dezenas ou das unidades?

MA: Começamos pelo maior. [referindo-se à ordem]

Investigadora: Pegando nestas quatro placas se eu as quiser repartir por cada conjunto, com quanto fica cada conjunto?

PP: Ah... cinquenta.

Investigadora: Quatro placas que temos, quero saber o número de placas.

DV: Cento e cinquenta.

PP: Uma! Uma! Dá uma placa para cada conjunto. E depois sobra uma. Investigadora: Sobra uma, exato. E quantos quadrados tem esta placa?

DE: Cem.

Investigadora: Ou seja foi utilizada uma placa para cada conjunto. Vamos colocar aqui no dividendo qual número?

PP: Um.

Investigadora: Fazendo a divisão expandida, temos aqui agora quatro menos três que dá um, que é a placa que nos sobra. Esta placa, já vimos, que equivale a cem e vamos agora transformá-la em dezenas. O que temos de fazer?

LA: Dá dez barras.

Investigadora: Agora vamos juntar às sete dezenas que já temos e ficamos com quantas dezenas?

DE: Dezassete dezenas.

Investigadora: Como podem verificar aqui no algoritmo também abaixamos o sete e ficamos com dezassete dezenas, o algoritmo vai ao encontro do nosso processo. Distribuindo agora as quinze dezenas pelos três conjuntos, quanto fica em cada um?

RG: cinco barras em cada conjunto.

Investigadora: E sobra alguma barra?

Turma: Duas!

Transcrição 3 – Discussão em grupo-turma, no uso do material multibase, para a compreensão do algoritmo da divisão.

De um modo geral a turma percebeu os processos que envolveram o algoritmo da divisão, havendo alunos que se destacaram por perceberem de imediato quanto iria receber cada conjunto. A utilização do material ao longo da intervenção demonstrou-se estruturante para os alunos, permitindo acentuar as potencialidades e aprendizagens já possuídas acerca do mesmo, para o prosseguimento na exploração do algoritmo da divisão.

Como refere Serrazina, "Os estudantes que utilizam materiais manipulativos na construção de conceitos têm melhores resultados que os que o não fizeram, pois os alunos são indivíduos ativos que constroem, modificam e integram ideias ao interaccionar com o mundo físico, os materiais e os seus colegas, donde a aprendizagem da Matemática deve ser um processo activo. A aprendizagem baseia-se na experiência e a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer envolvimento activo do aluno e que vai progredindo do concreto para o abstracto." ([12], p.1).

No segundo momento da intervenção, foi abordado um conteúdo novo, cálculo em forma de dízima, do quociente de dois números inteiros, calculando com aproximação às décimas, às centésimas e às milésimas. Inicialmente era grande o receio de que os alunos não compreendessem o acrescento de zeros no dividendo, por ser um conteúdo novo, no entanto alguns alunos revelaram-se perspicazes.

> Investigadora: Como podemos transformar este resto seis, numa ordem mais pequena?
>
> DE: Já sei! Em décimas!
>
> Investigadora: Muito bem! E como fazemos isso?
>
> RG: Coloca-se uma vírgula.
>
> Investigadora: E acrescenta-se um...?
>
> RG: Zero!
>
> Investigadora: Então para se transformar em décimas, acrescentou-se uma casa decimal. E para se transformar em centésimas, quantas casas temos de acrescentar?
>
> RG: Duas casas decimais.
>
> Investigadora: E em milésimas?
>
> Turma: Três casas.
>
> Investigadora: Nesta divisão queremos tentar chegar ao resto zero, chegamos agora. Temos duas casas decimais no dividendo, quantas temos de ter no quociente?
>
> DE: Fica seis vírgula setenta e cinco.
>
> Investigadora: Porquê? Porque andamos duas casas decimais. Ficamos então com seis unidades e setenta e cinco centésimas. E no resto quantas casas decimais temos de colocar?
>
> Turma: Duas.

Transcrição 4 – Discussão em grupo-turma, no cálculo em forma de dízima do quociente de dois números inteiros.

Ao longo das divisões exploradas, com aproximação às décimas, centésimas e milésimas, foi sempre pedido que transformassem o resultado em fração decimal, ou seja, que apresentassem o resultado sob a forma de fração. Este pedido não suscitou dificuldades, havendo a par disto, sempre alguns alunos mais distraídos. Por último, de modo a sistematizarem o conteúdo novo aprendido, realizaram mais alguns exercícios individualmente no caderno diário, propostos no quadro.

Neste momento de intervenção, privilegiou-se o trabalho em grupo-turma, tal como na atividade anterior, dado que se tratava de um conteúdo novo, sendo que os alunos precisavam de um maior acompanhamento e orientação, ouvindo-se sempre as ideias previamente, antes de introduzir o conteúdo propriamente dito. Assim, perante as solicitações frequentes dos alunos a este novo conteúdo, não houve um foco tão grande na exteriorização de opiniões concretas, adotando-se uma atitude aberta e questionadora que os estimulou a refletirem e a (re)formularem as suas ideias face aos conflitos que experienciaram.

Tal como é referido pelo NCTM, "Em última análise, os alunos devem assumir a responsabilidade pela sua própria aprendizagem. No entanto, o professor é responsável pela criação de um ambiente no qual os alunos são encorajados a aceitar essa responsabilidade." ([6], p. 118).

Em jeito de conclusão sobre esta intervenção, torna-se relevante frisar que a manipulação do material concreto pelos alunos mostrou-se importante, pois permitiu que refletissem acerca das suas conceções e pensamentos e que elaborassem novas estratégias de raciocínio.

Deste modo, a exploração do material multibase, na abordagem do algoritmo da divisão, possibilitou aprofundar conhecimentos já construídos e edificar novos conhecimentos neste âmbito.

Nesta linha de pensamento, Ponte refere que "Para a aprendizagem ser profunda, é necessário propor aos alunos, de forma equilibrada, tarefas cujas características se complementem, possibilitando a mobilização das suas capacidades de ordem superior e uma aprendizagem mais rica e estimulante. Não o fazendo, corre-se o risco de não se desenvolverem competências importantes." ([8], p.13).

3.4 Intervenção 4

Analisando numa perspetiva sequencial as intervenções realizadas anteriormente, nas quais o algoritmo da divisão era o foco principal, nesta intervenção, achou-se mais lógico que o culminar de todo este processo objetivasse a sistematização de conhecimentos acerca do algoritmo da divisão, envolvendo o raciocínio algorítmico. Lithner refere que o raciocínio algorítmico implica a escolha de uma estratégia (um algoritmo de solução e onde a argumentação preditiva tem lugar), e também que as partes de raciocínio restantes da implementação da estratégia funcionem como triviais para o raciocínio, pois apenas um erro pode impossibilitar que se chegue a uma resposta [2].

Esta conceção de "algoritmo" é mais abrangente do que a ideia, de que um algoritmo é apenas algo que é explicitamente ensinado sob a forma de instruções executáveis, como no caso do algoritmo da divisão, por exemplo.

No que diz respeito a esta intervenção, só iremos abordar o último momento. Foi distribuída uma ficha de trabalho, "A caça aos erros no Algoritmo da Divisão", onde se pretendia que os alunos encontrassem os erros, assinalando-os, e os corrigissem.

Aqui privilegiou-se o trabalho individual, para que os alunos assumissem a sua própria independência na realização dos exercícios, que visavam dar resposta a muitas das dificuldades que surgem no algoritmo da divisão. No entanto, os alunos não se distanciavam da ficha, e tendencialmente seguiam os erros desta, copiando-os. Inicialmente, alguns dos melhores alunos da turma também estavam a seguir o mesmo caminho, mas foram conseguindo distanciar-se da mesma.

Foi feito o apoio pelos lugares, auxiliando os alunos nas suas dificuldades, o que levou mais tempo do que o previsto. Os alunos tinham dificuldades em proceder ao algoritmo da divisão corretamente e em identificar essencialmente erros como a incorreta deslocação da vírgula (tanto no quociente como no resto), a ausência do zero no quociente e mesmo a incorreta escolha dos algarismos no quociente.

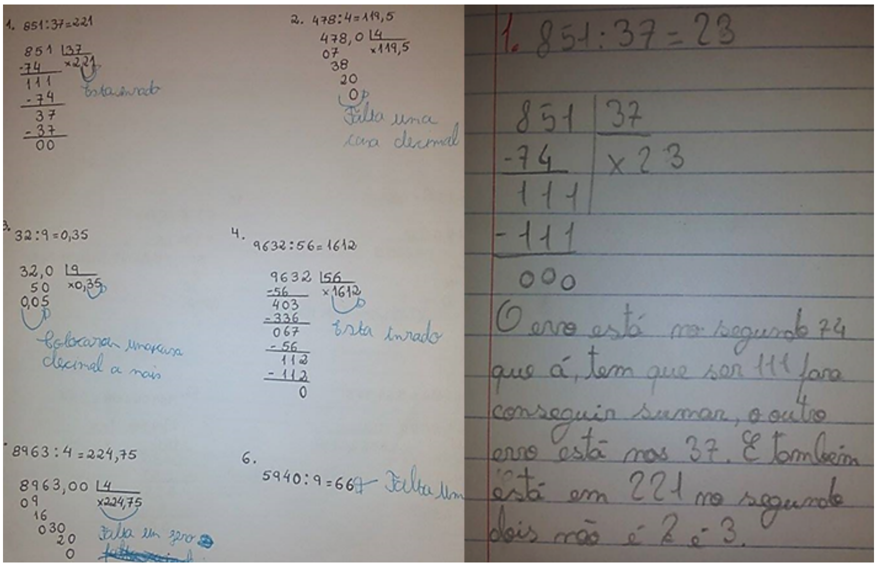


Figura 7: Identificação dos erros e correção de uma das alíneas, da ficha de trabalho.

Inicialmente estava planeado somente serem discutidos no fim os erros encontrados, no entanto, teve de ser feita alínea por alínea as correções dos algoritmos da divisão, tendo sido chamados os alunos ao quadro, para estes não adquirirem os erros que cometeram como os corretos. A ficha também se revelou um pouco grande, até porque o tempo planeado foi excedido.

Deste modo, promovendo-se um momento de discussão/reflexão em plenário, os alunos puderam sistematizar os seus conhecimentos e edificarem os métodos corretos, comparando-os somente no fim, com os erros da ficha.

Na correção da ficha surgiu uma divisão com três algarismos no divisor e, apesar de estes ainda não terem abordado este tópico do algoritmo da divisão, este facto não foi impeditivo para a realização do mesmo. Adotaram as mesmas estratégias e o mesmo raciocínio que adotariam se o divisor possuísse dois algarismos.

Concludentemente, tendo como referência o objetivo subjacente a esta intervenção, é de destacar que a ficha de trabalho que envolvia exercícios apoiados nos erros, não teve como propósito avaliar o aluno, mas compreender como este se apropria de um determinado conhecimento e quais as dificuldades que ainda necessita de superar até ser capaz de trabalhar com o conteúdo em questão. Assim, os alunos puderam visualizar os erros como um modo de alerta para não os tornarem procedimentais e tiveram a oportunidade de compará-los com o raciocínio correto a adotar.

4 Reflexão final

Tendo por base todos os objetivos subjacentes supramencionados anteriormente, importa mencionar que foram concedidas aos alunos as oportunidades necessárias para o desenvolvimento do raciocínio, sendo este considerado uma capacidade estrutural indispensável ao cumprimento dos objetivos. Não obstante o que foi dito, a apreensão de conceitos matemáticos subjacentes ao tema, possui um papel fundamental na estruturação do pensamento, funcionando como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo.

Neste âmbito, como pudemos verificar nas intervenções que envolviam o uso da história, esta revelou-se um material pedagógico potencial na aprendizagem, que facilitou o interesse pela resolução de problemas, mas também pela formulação de problemas. Assim, o uso pedagógico de histórias envolvendo o raciocínio matemático, teve um papel motivador na construção de conhecimentos por parte dos alunos, que se envolviam mais intensamente e ativamente na resolução de problemas.

Relativamente ao objetivo subjacente à segunda intervenção, é importante referir que o conceito de fração equivalente revelou-se crucial, pois os alunos não tinham a noção de fração como uma divisão, quando multiplicavam ou dividiam, o numerador e o denominador pelo mesmo número. Também nesta intervenção, as experiências de aprendizagem pensadas para os alunos construírem as suas próprias histórias, integrando um problema e resolvendo-o, constituíram-se essenciais, no sentido em que permitiram aos alunos usar a criatividade, pensando no seu próprio problema, e nos problemas de outros grupos, superando as dificuldades e cooperando em grupo.

A opção pela utilização do material multibase na terceira intervenção revelou-se, por um lado, estruturante para os alunos e, por outro lado, permitiu acentuar as potencialidades do raciocínio algorítmico. Neste domínio, o material multibase, pelas suas características, constituiu-se um material importante para auxiliar as explorações dos alunos, possibilitando situações de aprendizagem ativas e com sucesso.

Considerando o objetivo subjacente à quarta intervenção, é importante salientar que a resolução da ficha pelos alunos, que implicava a verificação do uso do raciocínio algorítmico através da descoberta de erros, no sentido de sistematizar os acontecimentos, levou a que estes não fossem independentes da resolução errada apresentada na ficha. Isto foi evidente em grande parte dos alunos da turma, o que obrigou a que se tivesse de intervir de forma não programada. A solução escolhida foi a de realizar uma sistematização geral em grupo-turma, de modo a que os alunos não tomassem o errado como correto.

Parece claro que esta atividade, ainda que dedicada ao raciocínio algorítmico, se revelou de uma dificuldade extrema para alguns alunos, tornando-se em problemas difíceis.

Em jeito de conclusão, tendo em conta que a história foi usada inicialmente, ou seja, como indutor de todo este processo pensado sequencialmente (no que se refere às intervenções), a partir desta foi verificável uma evolução dos alunos, pois estes a nível motivacional, encontravam-se mais predispostos para a resolução de exercícios e, consequentemente, para a resolução de problemas. Deste modo, é evidente que as tarefas e atividades propostas ao longo das intervenções seguiram uma lógica sequencial, que possibilitava uma ligação entre as mesmas. Esta interligação visava a progressão do aluno, "degrau a degrau".

Referências

[1] Grandin, R.G. "Following vygotsky to a learner-centred school", *Post Pressed*, 1–52, 2006.

[2] Lithner, J. "A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning", *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276, 2008.

[3] Martinho, M., Ponte, J. "Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática", em Brocardo, J., Mendes, F. & Boavida, A. (eds), Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática, Lisboa: APM, 2005.

[4] Menezes, L. "Matemática, literatura & aulas", *Educação e Matemática*, 115, 67–71, 2011.

[5] National Council of Teachers of Mathematics. "Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar", Portugal – Associação de Professores de Matemática [Edição Original, 1989 – *Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics*, Reston: The National Council of Teachers of Mathematics], 1991.

[6] National Council of Teachers of Mathematics. "Normas profissionais para o ensino da matemática", Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1994.

[7] Ponte, J. P., Brocardo, J., Oliveira, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*, Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

[8] Ponte, J. P. "Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional", *PNA*, 2(4), 153–180, 2008.

[9] Ruiz, T., Cuero. "Integrating literature in mathematics: A teaching technique for mathematics teachers", *School Science and Mathematics*, 110(5), 235–237, 2010.

[10] Sardinha, M. *Histórias com problemas e a sua ligação à promoção da numeracia e da literacia no 1.º Ciclo do Ensino Básico*, Universidade do Minho: Instituto de Educação, 2011.

[11] Serrazina, M.L. Ponte, J.P. *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*, Universidade Aberta, 150–153, 2000.

[12] Serrazina, M. L. "Os materiais e o ensino da matemática", *Educação e Matemática*, 13(1), 1, 1990.

[13] Wilburne, J. M., Napoli, M. "Connecting mathematics and literature: An analysis of pre-service elementary school teachers' changing beliefs and knowledge", *IUMPST: The Journal*, 2(1), 1–10, 2008.

[14] Vale, I., Pimentel, T. "Números e Operações", em Palhares, P. (coord), *Elementos de matemática para professores do Ensino Básico*, Lisboa: LIDEL, 159–214, 2004.