



Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Desenvolvimento de Conectores sem Contactos (*Contactless*) para Aplicações de Elevada Potência, Baseados em Acoplamento Indutivo Ressonante

Carlos Alberto Cadilhe Marques

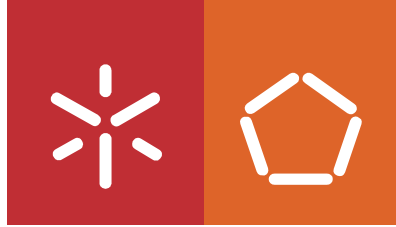
UMinho | 2016

Carlos Alberto Cadilhe Marques

Desenvolvimento de Conectores sem Contactos (*Contactless*) para Aplicações de Elevada Potência, Baseados em Acoplamento Indutivo Ressonante

Junho de 2016





Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Carlos Alberto Cadilhe Marques

**Desenvolvimento de Conectores sem
Contactos (*Contactless*) para Aplicações de
Elevada Potência, Baseados em Acoplamento
Indutivo Ressonante**

Programa Doutoral em Engenharia Eletrónica e de Computadores

Orientadores:

Professor Doutor José Gerardo Vieira da Rocha

Professor Doutor Raul Manuel Esteves de Sousa Figueiro

DECLARAÇÃO

Nome

Endereço electrónico: _____ Telefone: _____ / _____

Número do Bilhete de Identidade: _____

Título dissertação /tese

Orientador(es):

_____ Ano de conclusão: _____

Designação do Mestrado ou do Ramo de Conhecimento do Doutoramento:

Nos exemplares das teses de doutoramento ou de mestrado ou de outros trabalhos entregues para prestação de provas públicas nas universidades ou outros estabelecimentos de ensino, e dos quais é obrigatoriamente enviado um exemplar para depósito legal na Biblioteca Nacional e, pelo menos outro para a biblioteca da universidade respectiva, deve constar uma das seguintes declarações:

1. É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA TESE/TRABALHO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE;
2. É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO PARCIAL DESTA TESE/TRABALHO (indicar, caso tal seja necessário, nº máximo de páginas, ilustrações, gráficos, etc.), APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, , MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE;
3. DE ACORDO COM A LEGISLAÇÃO EM VIGOR, NÃO É PERMITIDA A REPRODUÇÃO DE QUALQUER PARTE DESTA TESE/TRABALHO

Universidade do Minho, ___/___/_____

Assinatura: _____

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da presente tese. Confirmo que em todo o trabalho conducente à sua elaboração não recorri à prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação de resultados.

Mais declaro que tomei conhecimento integral do Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, ____ de _____ de _____

Nome completo: _____

Assinatura: _____

Agradecimentos

“Se vi mais longe, foi por estar aos ombros de gigantes.”

Isaac Newton, 1676.

Este trabalho é dedicado a todos aqueles que, pela sua visão, génio, honestidade, coragem e humanidade, me acalentaram na ascensão aos seus ombros.



Trabalho financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia através da bolsa com referência SFRH/BD/80551/2011.



Resumo

A implementação de conectores sem contactos (*contactless*) envolve a transmissão de energia sem fios a curta distância. Atualmente, este tipo de sistemas é já uma realidade em algum equipamento das tecnologias de informação (IT) de baixa potência e dimensões reduzidas (*smartphones*, sobretudo), onde é utilizado para carregamento das respetivas baterias. O presente trabalho tem como objetivo o estudo e a conceção de um sistema de conectores sem contactos de elevada potência (entre 100 W a 1000 W); o princípio subjacente é o acoplamento indutivo ressonante. O sistema destina-se sobretudo a aplicações têxteis de aquecimento, onde pretende substituir os conectores tradicionais, baseados em contactos condutores. Considerando este domínio de aplicação, é importante que a dimensão do sistema seja a menor possível, o que implica uma otimização cuidada.

Pretende-se que o trabalho esteja sempre ancorado nos fundamentos físicos subjacentes. Assim sendo, começa-se pela revisão do Eletromagnetismo Clássico, no contexto da área tecnológica em questão. Segue-se o levantamento do estado da arte, onde os diferentes métodos de transmissão de energia sem fios são revistos e categorizados segundo o princípio físico subjacente. O acoplamento indutivo é então estudado em detalhe, com particular ênfase no transformador linear e respetivos modelos equivalentes. De seguida, aborda-se o acoplamento indutivo ressonante, onde incide a maioria da componente de investigação do trabalho. Aqui, procura-se estabelecer uma teoria unificadora no âmbito da Teoria de Circuitos em regime de excitação harmónica estacionária (domínio da frequência), que permita a sistematização do desenvolvimento dos sistemas baseados em acoplamento indutivo ressonante, o que constitui trabalho original. Para tal, recorreu-se sobretudo ao conceito de alinhamento, usual no domínio dos filtros. A busca dessa teoria deveu-se à constatação da sua falta aquando do levantamento do estado da arte, no qual ocorrem sobretudo abordagens *ad hoc*. Dentro dessa teoria, os principais resultados são a identificação e categorização dos diferentes regimes de acoplamento e a identificação de configurações ressonantes com capacidade de regulação de carga.

Por fim, procede-se à conceção de um sistema de conectores sem contactos experimental, sendo assistida por simulação FEA para Eletromagnetismo e por simulação SPICE. No ensaio experimental do sistema, a potência máxima conseguida sem ventilação foi de cerca de 250 W; com ventilação, chegou-se a 350 W. Em ambos os casos, o rendimento do sistema foi de cerca de 95,5%, tendo-se considerado que estes resultados demonstram a viabilidade do sistema. O trabalho termina com a indicação de alguns melhoramentos e sugestões de trabalho futuro.

Abstract

The deployment of contactless connectors involves short-range wireless power transmission. Currently, this type of systems is already implemented in some low-power and small-size information technology equipment (IT), for battery charging (smartphones, mainly). The objective of the present work is the study and development of a high-power system of contactless connectors (from 100 W to 1000 W), based on resonant inductive coupling. The system is primarily intended for textile heating applications, where it would replace traditional connectors, based on conductive contacts. Considering this application domain, the system size should be as small as possible, demanding a careful optimization process.

The work should be always anchored on the underlying physical fundamentals. Being so, it begins by reviewing the Classical Electromagnetism in the context of the work's technological field. Next, the state of the art is studied, and the different methods of wireless power transmission are reviewed and categorized according their underlying physical principle. The inductive coupling is then studied in detail, with particular emphasis on the linear transformer and its equivalent models. After that, the resonant inductive coupling is finally addressed, and this is where the main research component of the work begins. The main goal is the establishment of a tentative unifying theory in the context of Circuit Theory under sinusoidal steady-state (frequency domain), that would enable the systematization of the development of systems based on resonant inductive coupling, which is original work. This theory is mainly based on the concept of alignment, more usual in the context of filters. The pursuit of such theory was motivated by its absence in the state of the art, in which mainly occur *ad hoc* approaches. Within this theory, the main results are the identification and categorization of different coupling regimes and the identification of resonant configurations with load regulation capability.

Finally, the design of an experimental system of contactless connectors is carried on, with the assistance of FEA simulation for Electromagnetism and SPICE simulation. In the experimental tests, the maximum power achieved by the system without ventilation was about 250 W; with ventilation, the system reached 350 W. In both cases, system efficiency was about 95.5%. It was considered that these results demonstrate the viability of the system. The work ends with the indication of some improvements and future work suggestions.

Índice

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxv
Lista de Acrónimos	xxvii
Convenções	xxix
1 – Introdução, Objetivos e Metodologia	1
1.1 – Introdução	1
1.2 – Objetivos	2
1.3 – Metodologia e Estrutura da Dissertação	5
1.4 – Ferramentas de <i>Software</i> Utilizadas	6
Referências	7
2 – Revisão do Eletromagnetismo Clássico	9
2.1 – Campo Elétrico e Campo Magnético, Lei da Força de Lorentz	9
2.2 – Distribuições de Carga e de Corrente	11
2.3 – Equações de Maxwell	12
2.3.1 – Descrição das Equações de Maxwell	14
2.3.2 – Comportamento dos Campos E e B : Caso Estático e Caso Dinâmico	15
2.3.2.1 – Caso Estático	15
2.3.2.2 – Caso Dinâmico	16
2.3.3 – Ondas Eletromagnéticas no Vazio	16
2.3.4 – Solução Geral ou Completa das Equações de Maxwell	17
2.3.4.1 – Potencial Escalar Elétrico e Potencial Vetorial Magnético	17
2.3.4.2 – Significado Físico dos Potenciais	18
2.3.5 – Energia de um Campo Eletromagnético, Teorema de Poynting	20
2.4 – Campos Eletromagnéticos na Matéria	21
2.4.1 – Campos Elétricos na Matéria: Condutores	21
2.4.1.1 – Blindagem Eletrostática	22
2.4.1.2 – Capacidade	23
2.4.1.3 – Condutividade e Resistividade	24

2.4.1.4 – Indutância	24
2.4.2 – Campos Elétricos na Matéria: Dielétricos	25
2.4.2.1 – Polarização	26
2.4.2.2 – Deslocamento Elétrico: O Campo D	28
2.4.2.3 – Permitividade	28
2.4.2.4 – Significado Físico da Permitividade Relativa	29
2.4.3 – Campos Magnéticos na Matéria	30
2.4.3.1 – Magnetização	31
2.4.3.2 – Excitação Magnética: O Campo H	33
2.4.3.3 – Permeabilidade	34
2.4.3.4 – Significado Físico da Permeabilidade Relativa	34
2.4.4 – Comentário aos Campos Auxiliares D e H	35
2.4.5 – Equações de Maxwell na Matéria	36
2.4.6 – Alguns Fenômenos Dinâmicos em Condutores	40
2.4.6.1 – Efeito Pelicular	40
2.4.6.2 – Blindagem Eletromagnética	41
2.4.6.3 – Efeito Pelicular em Condutores que Transportam Correntes	41
2.4.6.4 – Impedância Interna de um Condutor sob Efeito Pelicular	42
2.4.6.5 – Efeito de Proximidade em Condutores que Transportam Correntes	44
2.4.6.6 – Mitigação do Efeito Pelicular e do Efeito de Proximidade	45
2.5 – Aproximação Quase-estacionária e Quase-estática	46
2.6 – Radiação e Antenas	48
2.6.1 – Dipolo Elétrico e Dipolo Magnético	48
2.6.2 – Conceito de Dimensão Elétrica	49
2.6.3 – Dipolos Elementares	50
2.6.3.1 – Campo Eletromagnético	51
2.6.3.2 – Regiões do Campo Eletromagnético	53
a) Região de Campo Próximo (<i>Near-field Region</i>)	54
b) Região de Campo Distante (<i>Far-field Region</i>)	54
c) Comentário às Regiões do Campo Eletromagnético	55
2.6.3.3 – Padrão de Radiação	56
2.6.3.4 – Impedância de Entrada	57
a) Dipolo Elétrico Elementar	58
b) Dipolo Magnético Elementar	58
2.6.4 – Comentário à Dimensão Elétrica dos Componentes Passivos	59
Referências	60
3 – Métodos de Transmissão de Energia elétrica <i>Wireless</i>	63
3.1 – Propagação de Ondas	63
3.1.1 – Ondas Acústicas	63
3.1.2 – Ondas Eletromagnéticas	64
3.1.2.1 – Feixes de Radiofrequência	64
3.1.2.2 – Feixes Óticos (LASER)	64

3.1.2.3 – Limitações	65
3.2 – Campos Eletromagnéticos Quase-estáticos: Acoplamento Aperiódico	65
3.2.1 – Acoplamento Capacitivo Aperiódico	65
3.2.1.1 – Aplicações	66
3.2.1.2 – Interferência Eletromagnética	67
3.2.2 – Acoplamento Indutivo Aperiódico	68
3.2.2.1 – Aplicações	68
3.2.2.2 – Interferência Eletromagnética	69
3.2.3 – Comparação entre Acoplamento Capacitivo e Indutivo (Caso Aperiódico)	69
3.3 – Ressonância	70
3.3.1 – Ressonância Acústica	70
3.3.2 – Ressonância Eletromagnética	70
3.3.2.1 – Ressonância Eletromagnética de Médio Alcance	72
3.3.2.2 – Ressonância Eletromagnética de Curto Alcance	75
3.4 - Campos Eletromagnéticos Quase-estáticos: Acoplamento Ressonante	75
3.4.1 – Paradigma Geral	76
3.4.1.1 – Frequência de Operação	77
3.4.1.2 – Conversor DC/AC ou Inversor de Potência	78
3.4.2 – Acoplamento Capacitivo Ressonante	80
3.4.2.1 – Aplicações	81
3.4.3 – Acoplamento Indutivo Ressonante	82
3.4.3.1 – Interface Indutiva	83
3.4.3.2 – Aplicações de Potência Inferior a 1 kW	85
3.4.3.3 – Aplicações de Potência Superior a 1 kW	86
3.4.3.4 – <i>Relaying</i> e Metamateriais	87
3.4.3.5 – Sistemas com Vários Recetores	88
3.4.3.6 – Sistemas com Comunicação de Dados	88
3.4.3.7 – Aplicações Têxteis	89
3.4.3.8 – Produtos Comerciais	90
3.4.4 – Comparação entre Acoplamento Capacitivo e Indutivo (Caso Ressonante)	92
3.5 – Conclusão	93
Referências	94
4 – Fundamentos do Acoplamento Indutivo	101
4.1 – Autoindução e Indutância Mútua	101
4.1.1 – Autoindução	101
4.1.1.1 – Conceito de Fluxo Total ou Concatenado	101
4.1.1.2 – Relação Tensão-Corrente de uma Bobina	102
4.1.1.3 – Energia Armazenada numa Bobina	102
4.1.1.4 – Fator de Qualidade de uma Bobina	102
4.1.2 – Indutância Mútua	103
4.1.2.1 – Relações Tensão-Corrente de um Sistema de Duas Bobinas Acopladas	105
4.1.2.2 – Energia Armazenada num Sistema de Duas Bobinas Acopladas	107

4.1.2.3 – Coeficiente de Acoplamento Indutivo	107
4.1.2.4 – Sistemas com Mais de Duas Bobinas Indutivamente Acopladas	108
4.1.2.5 – Determinação Experimental da Indutância Mútua	109
a) Método das Relações Tensão-Corrente	109
b) Método das Autoinduições	110
4.1.2.6 – Determinação Experimental do Coeficiente de Acoplamento Indutivo	111
a) Método das Relações de Tensão	111
b) Método da Indutância de Fuga	112
4.2 – Transformador Indutivo	113
4.2.1 – Transformador Linear	113
4.2.1.1 – Reflexão e Inversão de Impedância	114
4.2.1.2 – Modelos Equivalentes Baseados na Inversão de Impedância	115
4.2.1.3 – Modelos Equivalentes Baseados em Fontes Dependentes	116
4.2.1.4 – O Transformador Ideal	117
4.2.1.5 – Modelos Equivalentes Baseados no Transformador Ideal	118
4.2.1.6 – Determinação Experimental dos Parâmetros do Transformador Linear	120
4.2.2 – Indutância de Fuga e Indutância de Magnetização	121
4.2.2.1 – Modelo Equivalente Baseado nas Indutâncias de Fuga e de Magnetização	123
4.2.2.2 – Modelos Equivalentes com Transformador Ideal	123
4.2.2.3 – Determinação Experimental das Indutâncias de Fuga e de Magnetização	125
a) Determinação Experimental de L_{LT1}	126
b) Determinação Experimental de L_{MT1}	126
4.2.2.4 – Modelo Simplificado de um Transformador de Acoplamento Elevado	127
4.2.3 – Conclusão	128
4.3 – Materiais Ferromagnéticos e Circuitos Magnéticos	128
4.3.1 – Materiais Ferromagnéticos	128
4.3.1.1 – Comportamento da Permeabilidade	129
4.3.1.2 – Perdas num Material Ferromagnético	131
a) Perdas a Excitação Reduzida e Permeabilidade Complexa	131
b) Perdas a Excitação Elevada	133
4.3.2 – Conceito de Circuito Magnético	134
4.3.3 – Circuito Magnético de um Transformador	138
Referências	140
5 – Acoplamento Indutivo Ressonante	143
5.1 – Circuitos Ressonantes <i>RLC</i>	143
5.1.1 – Fator de Qualidade de Circuitos <i>STC</i>	143
5.1.2 – Equivalência de Circuitos <i>STC</i> Série e Paralelo	144
5.1.3 – Fator de Qualidade dos Circuitos <i>RLC</i> Elementares	144
5.1.4 – Comportamento dos Circuitos <i>RLC</i> Elementares e Fator de Qualidade	146
5.1.4.1 – Seletividade de um Circuito <i>RLC</i> Elementar	146
5.1.4.2 – Relações de Tensão e Corrente nos Circuitos <i>RLC</i> Elementares	146
5.1.5 – Ressonância em Circuitos <i>RLC</i> Não-elementares	147

5.2 – Modelos para Análise do Acoplamento Indutivo Ressonante	148
5.3 – Acoplamento Indutivo Ressonante: Ressonância	149
5.3.1 – Determinação de Imitâncias	150
5.3.2 – Ressonância	153
5.3.2.1 – Conceito de Alinhamento	153
5.3.2.2 – Alinhamento Síncrono	154
5.3.2.3 – Alinhamento Síncrono em Termos de Fatores de Qualidade	156
5.3.2.4 – Alinhamentos Aproximados ao Alinhamento Síncrono	158
5.3.2.5 – Alinhamentos de Compensação	159
a) Alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”	159
b) Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”	160
5.3.2.6 – Considerações Sobre as Variações de Acoplamento e de Carga	161
5.3.3 – Generalização da Ressonância	162
5.3.3.1 – Polinómio de Ressonância	162
5.3.3.2 – Regimes de Acoplamento	166
5.3.4 – Configurações e Alinhamentos Caracterizáveis Analiticamente	167
5.3.4.1 – Modelo Completo	168
a) Configuração SS, Alinhamento Síncrono	168
b) Configuração SP, Alinhamento Síncrono	170
5.3.4.2 – Modelo sem Resistências Parasitas	171
a) Configuração SP, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”; e PS, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”	171
b) Configuração PP, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”	173
c) Configuração PP, Alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”	174
5.3.4.3 – Discussão dos Critérios de Acoplamento Crítico	175
5.3.4.4 – Alinhamentos de Interesse Identificados	176
5.3.5 – Exemplo de Análise Gráfica da Ressonância	177
5.3.5.1 – Representação da Fase em Função de f e k_L	177
5.3.5.2 – Representação da Fase em Função de f e R_L	179
5.4 – Acoplamento Indutivo Ressonante: Desempenho	181
5.4.1 – Determinação das Tensões e Correntes de Entrada e de Saída	181
5.4.2 – Parâmetros de Transferência	183
5.4.2.1 – Análise Gráfica	183
5.4.2.2 – Análise sob Ressonância, Alinhamentos de Interesse	186
5.4.3 – Parâmetros de Eficiência	189
5.4.3.1 – Análise Gráfica	189
5.4.3.2 – Análise sob Ressonância, Alinhamento Síncrono	192
a) Configuração SS	193
b) Rendimento em Termos de Fatores de Qualidade	195
5.5 – Outras Formas de Ressonância	196
5.5.1 – Configurações <i>Double-Tuned</i> Alternativas	196
5.5.1.1 – Determinação de Imitâncias	197
5.5.1.2 – Alinhamento Ideal	199
5.5.1.3 – Ressonância e Regimes de Acoplamento	200

a) Configurações 1T e 1II, Alinhamento Ideal	201
b) Configuração 2T, Alinhamento Ideal	202
c) Configuração 2II, Alinhamento Ideal	203
5.5.1.4 – Parâmetros de Transferência	203
5.5.1.5 – Conclusões	204
5.5.2 – Configurações <i>Single-Tuned</i>	204
5.5.2.1 – Ressonância e Regimes de Acoplamento	205
a) Configuração 1S	205
b) Configuração 1P	206
c) Configuração 2S	206
d) Configuração 2P	207
5.5.2.2 – Desempenho: Parâmetros de Transferência e de Eficiência	208
5.5.2.3 – Alinhamento Ideal	209
5.5.2.4 – Alinhamento de Giração	211
5.5.2.5 – Conclusões	214
5.5.3 – Outras Possíveis Configurações Ressonantes de Interesse	214
5.5.4 – Acoplamento Aperiódico	215
Referências	216
6 – Sistema de Conectores sem Contactos Experimental	219
6.1 – Interface Indutiva	219
6.1.1 – Escolha de Paradigma e de Materiais	219
6.1.2 – Simulação por FEA	222
6.1.2.1 – Introdução à Análise por Elementos Finitos	222
6.1.2.2 – Definição do Problema para FEA	224
6.1.2.3 – <i>Software</i> de FEA Escolhido	225
6.1.2.4 – Simulação Magnetostática da Interface Indutiva	225
a) Determinação e Ajuste de Parâmetros	227
b) Análise do Efeito da Variação de Parâmetros	230
6.1.2.5 – Estimativa da Curva de Magnetização Normal do Núcleo	231
6.1.2.6 – Simulação Magnetoquase-estática da Interface Indutiva	232
a) Efeito Pelicular e de Proximidade	232
b) Determinação do Campo Magnético Total em Função da Carga	235
c) Dimensionamento do Fio <i>Litz</i>	237
6.1.2.7 – Caracterização da Interface Indutiva por Simulação FEA	239
a) Caracterização a uma Corrente de Teste Única	239
b) Modelo Dissipativo e Rendimento	241
6.1.2.8 – Campo de Fuga e Segurança de Pessoas	244
a) Normalização Relativa à Exposição de Pessoas a um Campo Eletromagnético	244
b) Avaliação e Redução do Campo de Fuga	245
c) Notas Relativas ao Campo de Radiação	250
6.1.3 – Caracterização Experimental da Interface Indutiva	251
6.1.3.1 – Frequência de Auto-ressonância e Dimensão Elétrica	252

6.1.3.2 – Determinação de Indutâncias e do Coeficiente de Acoplamento	253
6.1.3.3 – Determinação das Resistências Parasitas à Frequência de Trabalho	255
6.2 – Paradigma Ressonante e Conversor DC/AC	258
6.2.1 – Configurações <i>Double-tuned</i> 1T e 1Π	259
6.2.2 – Configuração <i>Single-tuned</i> 1S	267
6.2.3 – Conclusões	270
6.3 – Sistema Experimental	272
6.3.1 – Emissor	272
6.3.1.1 – Descrição das Secções Funcionais do Emissor	272
a) Secção “ <i>Power Supply</i> ”	274
b) Secção “ <i>H Bridge & Drivers</i> ”	275
c) Secção “ <i>Overload Protection</i> ”	276
d) Secção “ <i>Control & Oscillator</i> ”	277
6.3.1.2 – Comportamento sob Curto-circuito	282
6.3.1.3 – Descrição da PCB do Emissor	285
6.3.2 – Recetor	286
6.3.2.1 – Descrição Funcional do Recetor	286
a) Diagrama de Blocos	286
b) Controlador de Retificação Síncrona	287
c) <i>Snubber</i> e Operação a Carga Reduzida	288
6.3.2.2 – Descrição da PCB do Recetor	289
6.3.3 – Teste do Sistema Experimental	289
6.3.3.1 – Procedimento Experimental	290
6.3.3.2 – Resultados Experimentais	292
a) Teste de Carga Variável	292
b) Teste de Carga Máxima	298
6.3.4 – Melhoramentos e Trabalho Futuro	298
Referências	299
7 – Conclusão	303

Apêndices

A – Fenómenos Dissipativos em Condensadores	307
A.1 – Origens dos Fenómenos Dissipativos	307
A.2 – Modelo Dissipativo Série e Respetivos Parâmetros	307
A.3 – Escolha dos Condensadores de Ressonância	308
Referências	309
B – Programação em MATLAB	311
B.1 – <i>Scripts</i> ou Programas Principais	311
B.1.1 – <i>Script</i> “ <i>CompAlignsExpr.m</i> ”	311

B.1.2 – Script “wRes_kCrit.m”	311
B.1.3 – Script “wRes_kCrit_NoRp.m”	314
B.1.4 – Script “AlignCalc.m”	316
B.1.5 – Script “Ph3DvsKI.m”	317
B.1.6 – Script “Ph3DvsRI.m”	317
B.1.7 – Script “PhZiZ2.m”	318
B.1.8 – Script “TransParam3DvsKI.m”	319
B.1.9 – Script “TransParam3DvsRI.m”	320
B.1.10 – Script “TransParam.m”	321
B.1.11 – Script “TransParamExpr.m”	322
B.1.12 – Script “EffParam3DvsKI.m”	323
B.1.13 – Script “EffParam3DvsRI.m”	324
B.1.14 – Script “EffParam.m”	325
B.1.15 – Script “EffParamExpr.m”	325
B.1.16 – Script “EffParamExprQ.m”	326
B.1.17 – Script “wRes_QICritADT.m”	327
B.1.18 – Script “AlignCalcADT.m”	329
B.1.19 – Script “Ph3DvsKIADT.m”	330
B.1.20 – Script “Ph3DvsRIADT.m”	331
B.1.21 – Script “wResST.m”	332
B.1.22 – Script “AlignCalcST.m”	332
B.1.23 – Script “Ph3DvsKIST.m”	333
B.1.24 – Script “Ph3DvsRIST.m”	334
B.1.25 – Script “TransParam3DvsKIST.m”	335
B.1.26 – Script “TransParam3DvsRIST.m”	336
B.1.27 – Script “TransParamExprST.m”	337
B.1.28 – Script “EffParam3DvsKIST.m”	338
B.1.29 – Script “EffParam3DvsRIST.m”	340
B.1.30 – Script “GetPtsfromImg.m”	341
B.2 – Funções Auxiliares	341
B.2.1 – Função “FactorIfPossible.m”	341
B.2.2 – Função “FactorOut.m”	342
B.2.3 – Função “PlotResFreqContour.m”	342
C – Sistema Experimental: Lista de Material e Esquema Elétrico	343
C.1 – Lista de Material	343
C.2 – Esquema Elétrico Completo	345
C.2.1 – Emissor	345
C.2.2 – Recetor	346

Lista de Figuras

Capítulo 1

- Figura 1.1 – Logótipos dos standards Qi, PMA e Rezence.
- Figura 1.2 – Conetor *contactless* para têxteis aquecidos.
- Figura 1.3 – Detalhe das bobinas planares.
- Figura 1.4 – Conetor *contactless* genérico, ligado.
- Figura 1.5 – Conetor *contactless* genérico, desligado.
- Figura 1.6 – Detalhe das bobinas planares do conetor genérico.

Capítulo 2

- Figura 2.1 – Representação das densidades de corrente \mathbf{K} e \mathbf{J} .
- Figura 2.2 – Condutor esférico num campo eletrostático.
- Figura 2.3 – Condutor esférico oco em diversas situações.
- Figura 2.4 – Bloco de material dielétrico num campo eletrostático.
- Figura 2.5 – Bloco de material num campo magnetostático.
- Figura 2.6 – Efeito pelicular num condutor cilíndrico.
- Figura 2.7 – Condutor plano de profundidade infinita.
- Figura 2.8 – Efeito de proximidade entre dois condutores cilíndricos paralelos.
- Figura 2.9 – Dipolo elétrico e dipolo magnético.
- Figura 2.10 – Distribuições de carga e de corrente em dipolos ressonantes.
- Figura 2.11 – Dipolo elétrico elementar e seu equivalente físico.
- Figura 2.12 – Dipolo magnético elementar e seu equivalente físico.
- Figura 2.13 – Sistema de coordenadas esféricas para os dipolos elementares.
- Figura 2.14 – Módulo da impedância de onda em função de $(k.r)$.
- Figura 2.15 – Padrão de radiação dos dipolos elementares.

Capítulo 3

- Figura 3.1 – Acoplamento capacitivo.
- Figura 3.2 – Acoplamento indutivo.
- Figura 3.3 – Sistema experimental do MIT.
- Figura 3.4 – Diagrama de blocos de um sistema de acoplamento ressonante típico.
- Figura 3.5 – Topologias em ponte H básicas, alimentação por tensão.
- Figura 3.6 – Topologias em ponte H básicas, alimentação por corrente.
- Figura 3.7 – Topologias *single-ended* mais comuns.
- Figura 3.8 – Métodos mais relevantes de acoplamento capacitivo ressonante.
- Figura 3.9 – Métodos mais relevantes de acoplamento indutivo ressonante.
- Figura 3.10 – Bobinas de baixa potência.

Figura 3.11 – Interface indutiva de alta potência.
Figura 3.12 – Guia de ondas magneto-indutivas de 5 elementos.
Figura 3.13 – Metamaterial magnético.
Figura 3.14 – Interfaces indutivas em vestuário.
Figura 3.15 – Exemplos de produtos comerciais.

Capítulo 4

Figura 4.1 – Dois anéis de corrente próximos.
Figura 4.2 – Casos possíveis de duas bobinas acopladas.
Figura 4.3 – Relações tensão-corrente.
Figura 4.4 – Método das autoinduçãoes.
Figura 4.5 – Transformador linear.
Figura 4.6 – Modelo com transformação de impedância.
Figura 4.7 – Modelo T do transformador linear.
Figura 4.8 – Modelos diretos das relações tensão-corrente e corrente-tensão.
Figura 4.9 – Modelos baseados em fontes de tensão/corrente controladas por tensão/corrente.
Figura 4.10 – Transformador ideal.
Figura 4.11 – Modelos baseados no transformador ideal.
Figura 4.12 – Modelos resultantes da reflexão de impedância.
Figura 4.13 – Decomposição do campo magnético de um transformador.
Figura 4.14 – Modelo baseado nas indutâncias de fuga e de magnetização.
Figura 4.15 – Modelo equivalente com transformador ideal.
Figura 4.16 – Modelos equivalentes com reflexão de impedância.
Figura 4.17 – Modelo simplificado.
Figura 4.18 – Curvas de magnetização de um material ferromagnético.
Figura 4.19 – Evolução da permeabilidade com H .
Figura 4.20 – Evolução de μ_i com a temperatura, ferrites N87 e N30.
Figura 4.21 – Bobina com núcleo ferromagnético fechado.
Figura 4.22 – Bobina com núcleo ferromagnético com um entreferro.
Figura 4.23 – Exemplo de circuito magnético com ramos em paralelo.
Figura 4.24 – Transformador e respetivo circuito magnético.

Capítulo 5

Figura 5.1 – Circuitos RLC elementares.
Figura 5.2 – Exemplos de circuitos RLC não-elementares.
Figura 5.3 – Modelos das quatro configurações básicas em regime harmónico estacionário.
Figura 5.4 – Efeito ideal da ressonância.
Figura 5.5 – Comparação entre modelos.
Figura 5.6 – Circuitos para determinação de Z_2 , Z_1 ou Y_1 , e Z_i .
Figura 5.7 – Semiplano $R_L - k_L$, alinhamento síncrono.
Figura 5.8 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de k_L (configuração SS, alinhamento síncrono).

Figura 5.9 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L .
 Figura 5.10 – Fase em função de f e k_L ; configuração SS.
 Figura 5.11 – Fase em função de f e k_L ; configuração SP.
 Figura 5.12 – Fase em função de f e k_L ; configuração PS.
 Figura 5.13 – Fase em função de f e k_L ; configuração PP.
 Figura 5.14 – Fase em função de f e R_L ; configuração SS.
 Figura 5.15 – Fase em função de f e R_L ; configuração SP.
 Figura 5.16 – Fase em função de f e R_L ; configuração PS.
 Figura 5.17 – Fase em função de f e R_L ; configuração PP.
 Figura 5.18 – Fase de Z_i e Z_2 em função de f ; configuração PP.
 Figura 5.19 – Circuitos para determinação de Z_2 , \mathbf{v}_o , \mathbf{i}_o , \mathbf{v}_i e \mathbf{i}_i .
 Figura 5.20 – Magnitude de A_v em função de f e R_L ; configuração SS.
 Figura 5.21 – Magnitude de A_v em função de f e R_L ; configuração SP.
 Figura 5.22 – Magnitude de A_i em função de f e R_L ; configuração PS.
 Figura 5.23 – Magnitude de A_i em função de f e R_L ; configuração PP.
 Figura 5.24 – Parâmetros $|A_v|$ e $|A_i|$ em função de f ; configuração SS.
 Figura 5.25 – Rendimento em função de f e R_L ; configuração SS.
 Figura 5.26 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração SS.
 Figura 5.27 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração SP.
 Figura 5.28 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração PS.
 Figura 5.29 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração PP.
 Figura 5.30 – Parâmetros η e χ em função de f ; configuração SS.
 Figura 5.31 – Rendimento em função de R_L e em função de k_L .
 Figura 5.32 – Rendimento em função de R_L e de k_L .
 Figura 5.33 – Configurações *double-tuned* alternativas.
 Figura 5.34 – Definição das imitâncias intermédias.
 Figura 5.35 – Configurações *double-tuned* alternativas sobre os modelos com transformador ideal.
 Figura 5.36 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L .
 Figura 5.37 – Configurações *single-tuned*.
 Figura 5.38 – Evolução de $P_4(\omega)$ com a subida de k_L .
 Figura 5.39 – Configurações *single-tuned* sobre os modelos com transformador ideal.
 Figura 5.40 – Configurações *single-tuned* sobre os modelos diretos.

Capítulo 6

Figura 6.1 – Interface indutiva experimental, sem bobinas.
 Figura 6.2 – Núcleo B65611W0000R030; dimensões em mm.
 Figura 6.3 – Geometria do problema.
 Figura 6.4 – Problema completamente definido no pré-processador.
 Figura 6.5 – Detalhe da malha computacional conformal.
 Figura 6.6 – Vista geral do pós-processador.

Figura 6.7 – Campo magnético para a) $I_1 = 5 \text{ A}$ e $I_2 = 0$; b) $I_1 = 0$ e $I_2 = 5 \text{ A}$.

Figura 6.8 – Ciclo de histerese e curva de magnetização normal estimada.

Figura 6.9 – Curva de magnetização normal e curva da permeabilidade correspondente.

Figura 6.10 – Campo magnético e densidade de corrente (condutores sólidos, $i_1 = 7,07 \text{ A}$ e $i_2 = 0$).

Figura 6.11 – Campo magnético e densidade de corrente (fio *litz* ideal, $i_1 = 7,07 \text{ A}$ e $i_2 = 0$).

Figura 6.12 – Aplicação elementar da interface indutiva.

Figura 6.13 – Campo magnético para a) $R_L = 10 \ \Omega$, b) $R_L = 20 \ \Omega$ e c) $R_L \rightarrow \infty$.

Figura 6.14 – Efeito da natureza espiral da bobina do secundário em N_2 .

Figura 6.15 – Modelo equivalente da interface indutiva.

Figura 6.16 – Amplitude do campo magnético.

Figura 6.17 – Campo magnético com blindagem exterior.

Figura 6.18 – Transformadores com banda para diminuição do campo de fuga.

Figura 6.19 – Campo magnético com espiras em curto-circuito.

Figura 6.20 – Campo magnético com blindagens e espiras em curto-circuito.

Figura 6.21 – Amplitude do campo magnético para as três abordagens estudadas.

Figura 6.22 – Interface desmontada e montada.

Figura 6.23 – Medição da frequência de auto-ressonância aproximada de L .

Figura 6.24 – Medição de autoindução.

Figura 6.25 – Medidor de Q .

Figura 6.26 – Pontes para medição de indutância.

Figura 6.27 – Configurações *double-tuned* 1T e 1II com circuito LC série adicional.

Figura 6.28 – Circuito para simulação da configuração 1T, alinhamento ideal, circuito LC série adicional.

Figura 6.29 – Circuito para simulação da configuração 1II, alinhamento ideal, circuito LC série adicional.

Figura 6.30 – Configuração 1T, tensões para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.31 – Configuração 1T, correntes para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.32 – Configuração 1T, tensões para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.33 – Configuração 1T, correntes para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.34 – Configuração 1II, tensões para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.35 – Configuração 1II, correntes para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.36 – Configuração 1II, tensões para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.37 – Configuração 1II, correntes para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.38 – Configuração 1T, i_{SW} para $R_L = 10 \ \Omega$ e $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.39 – Configuração 1II, i_{SW} para $R_L = 10 \ \Omega$ e $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.40 – Circuito para simulação da configuração 1S, alinhamento ideal.

Figura 6.41 – Configuração 1S, tensões para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.42 – Configuração 1S, correntes para $R_L = 10 \ \Omega$.

Figura 6.43 – Configuração 1S, tensões para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.44 – Configuração 1S, correntes para $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.45 – Configuração 1S, i_{SW} para $R_L = 10 \ \Omega$ e $R_L = 200 \ \Omega$.

Figura 6.46 – Configuração 1S sobre o modelo relacionado.
Figura 6.47 – Diagrama de blocos do emissor.
Figura 6.48 – Esquema elétrico da secção “Power Supply”.
Figura 6.49 – Esquema elétrico da secção “H Bridge & Drivers”.
Figura 6.50 – Esquema elétrico da secção “Overload Protection”.
Figura 6.51 – Esquema elétrico da secção “Control & Oscillator”.
Figura 6.52 – Corrente i_p , arranque normal sem TVS.
Figura 6.53 – Tensão v_o , arranque normal sem TVS.
Figura 6.54 – Corrente i_p , arranque normal com TVS.
Figura 6.55 – Tensão v_o , arranque normal com TVS.
Figura 6.56 – Corrente i_p , arranque suave.
Figura 6.57 – Tensão v_o , arranque suave.
Figura 6.58 – Corrente i_p , situação sem TVS.
Figura 6.59 – Tensão v_o , situação sem TVS.
Figura 6.60 – Corrente i_p , situação com TVS.
Figura 6.61 – Tensão v_o , situação com TVS.
Figura 6.62 – PCB do emissor montada.
Figura 6.63 – Diagrama de blocos do recetor com esquema simplificado.
Figura 6.64 – Esquema de aplicação do controlador síncrono.
Figura 6.65 – PCB do recetor montada.
Figura 6.66 – Sistema experimental completo.
Figura 6.67 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 10 \Omega$.
Figura 6.68 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 10 \Omega$.
Figura 6.69 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 33,3 \Omega$.
Figura 6.70 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 33,3 \Omega$.
Figura 6.71 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 100 \Omega$.
Figura 6.72 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 100 \Omega$.
Figura 6.73 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L \rightarrow \infty$.
Figura 6.74 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L \rightarrow \infty$.

Apêndice A

Figura A.1 – Modelo dissipativo série de um condensador.

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Tabela 1.1 – Ferramentas de *software* utilizadas.

Capítulo 2

Tabela 2.1 - Equações de Maxwell.

Tabela 2.2 – Constantes universais: relação e valores.

Tabela 2.3 - Equações de Maxwell na matéria.

Tabela 2.4 - Equações de Maxwell num meio linear, isotrópico e homogéneo.

Tabela 2.5 – Equações de Maxwell expressas em termos de **E** e **H**.

Tabela 2.6 – Equações de Maxwell em **E** e **H**, notação complexa.

Capítulo 3

Tabela 3.1 – Comparação entre o modelo auto-ressonante e o modelo localizado (*lumped*).

Tabela 3.2 – Outras empresas relevantes no sector.

Tabela 3.3 – Empresas de semicondutores e seus produtos.

Capítulo 5

Figura 5.1 Tabela 5.1 – Q dos circuitos STC.

Tabela 5.2 – Q_0 dos circuitos *RLC* elementares.

Tabela 5.3 – Componentes de Z_2 ; secundário série e paralelo.

Tabela 5.4 – Componentes de Z_1 ou Y_1 e de Z_i ; primário série e paralelo.

Tabela 5.5 – Alinhamento síncrono do secundário.

Tabela 5.6 – Alinhamento síncrono do primário.

Tabela 5.7 – Fatores de qualidade dos circuitos STC constituintes.

Tabela 5.8 – Alinhamento síncrono em termos dos fatores de qualidade.

Tabela 5.9 – Alinhamentos aproximados ao alinhamento síncrono.

Tabela 5.10 – Alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”.

Tabela 5.11 – Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”.

Tabela 5.12 – Coeficientes de $P_6(\omega)$ para as quatro configurações, caso geral.

Tabela 5.13 – Número de raízes positivas distintas de $P_3(z)$ ou de $P_6(\omega)$.

Tabela 5.14 – Número de raízes positivas distintas de $P_2(z)$ ou de $P_4(\omega)$.

Tabela 5.15 – Parâmetros de entrada e de saída, alinhamento síncrono.

Tabela 5.16 – Parâmetros Z_2 e \mathbf{v}_0 ; secundário série e paralelo.

Tabela 5.17 – Parâmetros i_j e \mathbf{v}_j ; primário série e paralelo.

- Tabela 5.18 – Parâmetros de transferência a ω_r .
- Tabela 5.19 – Parâmetros de transferência em função de Q_L .
- Tabela 5.20 – Parâmetros de transferência sob acoplamento crítico.
- Tabela 5.21 – Rendimento a ω_r ; alinhamento síncrono.
- Tabela 5.22 – Componentes de Z_S ou Y_S e de Z_2 .
- Tabela 5.23 – Componentes de Z_1 ou Y_1 , Z_P ou Y_P e de Z_i .
- Tabela 5.24 – Alinhamento ideal das configurações *double-tuned* alternativas.
- Tabela 5.25 – Expressões de Q_L .
- Tabela 5.26 – Parâmetros de transferência a ω_r das configurações alternativas, alinhamento ideal.
- Tabela 5.27 – Expressões de Q_L .
- Tabela 5.28 – Alinhamento ideal das configurações *single-tuned*.
- Tabela 5.29 – Parâmetros de transferência a ω_0 das configurações *single-tuned*, alinhamento ideal.
- Tabela 5.30 – Impedância Z_i a ω_0 ; configurações *single-tuned*, alinhamento ideal.
- Tabela 5.31 – Alinhamento de giração das configurações *single-tuned*.
- Tabela 5.32 – Parâmetros de transferência a ω_0 das configurações *single-tuned*, alinhamento de giração.
- Tabela 5.33 – Impedância Z_i a ω_0 ; configurações *single-tuned*, alinhamento de giração.

Capítulo 6

- Tabela 6.1 – Principais características das ferrites N87 e N30.
- Tabela 6.2 – Valores nominais provisórios.
- Tabela 6.3 – Efeitos da variação de parâmetros.
- Tabela 6.4 – Características dos fios *litz*.
- Tabela 6.5 – Caracterização da interface indutiva por simulação FEA.
- Tabela 6.6 – Caracterização das perdas nos enrolamentos a 200 kHz.
- Tabela 6.7 – Resistências do modelo dissipativo.
- Tabela 6.8 – Síntese do comportamento dissipativo da interface indutiva a 200 kHz.
- Tabela 6.9 – Caracterização da interface com blindagens e espiras em curto-circuito.
- Tabela 6.10 – Resultados experimentais da medição de indutâncias.
- Tabela 6.11 – Desempenho das configurações 1T e 1II.
- Tabela 6.12 – Tensões e correntes de pico nos condensadores.
- Tabela 6.13 – Parâmetros do procedimento experimental.
- Tabela 6.14 – Condições do teste de carga variável.
- Tabela 6.15 – Resultados do teste de carga variável.
- Tabela 6.16 – Carga máxima alcançada.

Apêndice A

- Tabela C.1 – Lista de material do sistema experimental.

Lista de Acrónimos

AC: *Alternating Current.*
ASK: *Amplitude-Shift Keying.*
CAD: *Computer-Aided Design.*
CMT: *Coupled-Mode Theory.*
CT: *Circuit Theory.*
DC: *Direct Current.*
DPFC: *Dynamic Power Factor Correction.*
ESD: *Electrostatic Discharge.*
ESR: *Equivalent Series Resistance.*
FEA: *Finite Element Analysis.*
FEM: *Finite Element Methods.*
HF: *High Frequency.*
IEEE: *Institute of Electrical and Electronics Engineers.*
ICNIRP: *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection.*
IGBT: *Insulated-Gate Bipolar Transistor.*
IT: *Information Technology.*
JFET: *Junction Field-Effect Transistor.*
KAIST: *Korea Advanced Institute of Science and Technology.*
LASER: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.*
LCD: *Liquid-Crystal Display.*
LED: *Light-Emitting Diode.*
MIT: *Massachusetts Institute of Technology.*
MOSFET: *Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor.*
MPE: *Maximum Permissible Exposure.*
NASA: *National Aeronautics and Space Administration.*
OLEV: *On-Line Electrical Vehicle.*
OPAMP: *Operational Amplifier.*
P: Pico (valor).
PCB: *Printed Circuit Board.*
PFC: *Power Factor Correction.*
PLL: *Phase-Locked Loop.*
PP: Pico-a-Pico (valor).
PWM: *Pulse-Width Modulation.*
RAMP: *Raytheon Airborne Microwave Platform.*
RF: *Radiofrequência.*
RFI: *Radio-Frequency Interference.*
RFID: *Radio-frequency Identification.*
RMS: *Root Mean Square (valor).*
ROVER: *Remotely Operated Vehicle for Emplacement and Reconnaissance.*

SI: Sistema Internacional (unidades).
SMD: *Surface-Mount Device*.
SPICE: *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*.
STC: *Single Time-Constant* (circuito).
TFT: *Thin-Film Transistor* (LCD).
TVS: *Transient Voltage Suppressor*.
UVLO: *Undervoltage-Lockout*.
VHF: *Very-High Frequency*.
VLF: *Very-Low Frequency*.
WPC: *Wireless Power Consortium*.
ZCS: *Zero-Current Switching*.
ZVS: *Zero-Voltage Switching*.

Convenções

- Unidades SI.
- Notação de grandezas:
 - Negrito (**A**, **a**): Campo vetorial ou vetor.
 - Itálico (*A*, *a*): Campo escalar ou escalar, intensidade do campo vetorial (**A**, **a**).
 - Negrito e Itálico (**A**, *a*): Fasor.

 - Nota: O vetor prevalece sobre o fasor, isto é; se determinado vetor for também um fasor (um vetor-fasor), então será representado como um vetor. Assim sendo, a magnitude do vetor-fasor **A** ou **a** será representada por *A* ou *a*, respetivamente.

 - No âmbito dos circuitos elétricos, as tensões e correntes que não variam no tempo são representadas por letra maiúscula em itálico (*V*, *I*); caso contrário, são representadas por letra minúscula em itálico (*v*, *i*).
- *j*: Unidade imaginária.
- *e*: Número de Euler.
- Duas barras verticais (||) representam uma ligação em paralelo.
- As referências bibliográficas estão organizadas por capítulo. A numeração das referências é feita ascendentemente, segundo a ordem cronológica de aparecimento no texto. No entanto, as citações múltiplas estão também ordenadas segundo a relevância relativa para o tópico em questão, podendo portanto aparecer situações como “[6, 2, 3, 1]”.

1 – Introdução, Objetivos e Metodologia.

1.1 – Introdução.

Apesar de atual, a demanda pela transmissão de energia elétrica sem fios (*wireless*) não é recente, tendo começado há cerca de um século com o trabalho pioneiro de Nikola Tesla. Atualmente, existem já diversas aplicações funcionais dessa tecnologia, destacando-se a alimentação de redes de sensores, RFID, alimentação de implantes biomédicos, carregamento de baterias de dispositivos móveis (equipamento das tecnologias de informação (IT), automóveis elétricos, veículos não-tripulados, etc.), alimentação de equipamentos móveis ou em veios rotativos, transporte de eletricidade a longa distância por feixes de ondas eletromagnéticas [1, 2, 3]. Destas aplicações, a mais difundida é o carregamento das baterias de equipamento IT portátil (*laptops, notebooks, smartphones, etc.*), graças à atual proliferação deste tipo de equipamento. Nesse contexto, o método de transmissão de energia *wireless* mais usado é o acoplamento indutivo ressonante. Em 2008, reconhecendo o potencial económico dessa aplicação, um pequeno grupo internacional de empresas (Philips, Texas Instruments, Sanyo, Logitech, entre outras) criou o Wireless Power Consortium (WPC). O trabalho inicial deste consórcio foi o estabelecimento do standard Qi, destinado a regulamentar o carregamento das baterias de dispositivos portáteis que envolvam potências até 5 W, hoje largamente difundido. Em março de 2013, e com já cerca de 180 membros corporativos, o consórcio decidiu expandir a sua atividade ao conceito de *Cordless Kitchen*, pela criação de um grupo de trabalho cuja missão é a promoção da tecnologia dos eletrodomésticos sem fios para cozinha e respetiva normalização [4]. Uma vez que os trabalhos ainda decorrem, a única informação disponibilizada até à data consta de um *white paper* disponibilizado pelo consórcio. Segundo este documento, a potência-alvo estará entre 100 W e 2,4 kW, podendo ser fornecida por plataformas indutivas embutidas em mobiliário ou até pelos atuais fogões de indução, dado que o conceito é semelhante [5].

Em 2012, surgiu nos EUA uma organização industrial concorrente ao WPC, a Power Matters Alliance (PMA). Esta organização tem já atualmente cerca de 100 membros corporativos, sendo o seu conselho de administração constituído por membros das empresas Duracell Powermat, Procter & Gamble, Starbucks, AT&T Mobility, Powermat Technologies e Energy Star. A sua atividade é similar à do WPC, tendo resultado no estabelecimento do standard homónimo PMA, concorrente direto do standard Qi. Recentemente, a atividade da PMA estendeu-se aos sistemas estacionários de carregamento *wireless* de baterias de automóveis elétricos [6].

Também em 2012, surge um terceiro consórcio industrial na área do carregamento *wireless* de dispositivos IT: a Alliance for Wireless Power (A4WP). Este consórcio sem fins lucrativos é atualmente composto por cerca de 90 membros corporativos, sendo o seu conselho de administração constituído por membros das empresas Qualcomm, Samsung, Gill Electronics, IDT, Intel, Broadcom e WiTricity. O principal objetivo da A4WP é o

O paradigma geral do sistema de conectores a desenvolver é apresentado na Figura 1.2. O têxtil (a laranja) é alimentado através de uma pinça com mola, que é colocada numa zona específica (círculo roxo), sob a qual se encontra o enrolamento secundário do transformador responsável pela transferência de energia. O enrolamento primário e respetiva blindagem residem nas placas circulares da pinça. A dimensão da pinça pretende-se a mais pequena possível, para que o sistema seja funcional. Este requisito obrigará à maximização da densidade de potência (W/m^2) na região de transferência de energia. Tendo em vista essa maximização, o primário será constituído por duas bobinas planares, uma em cada placa da pinça, procurando-se assim aumentar o acoplamento relativamente a uma solução de uma só bobina. Essas bobinas serão ligadas de forma a que os respetivos fluxos magnéticos sejam aditivos, podendo constituir um primário com tomada central, por exemplo. Na Figura 1.3, as zonas que contêm os enrolamentos foram tornadas transparentes, para detalhe das bobinas planares do transformador, que será designado por interface indutiva. A pinça é mostrada aberta, para melhor visualização.

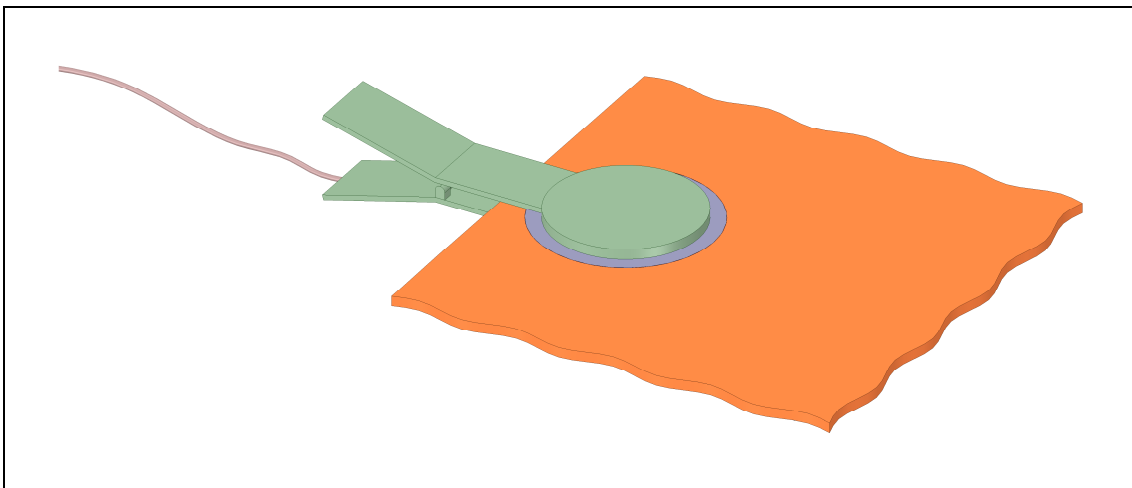


Figura 1.2 – Conector *contactless* para têxteis aquecidos.

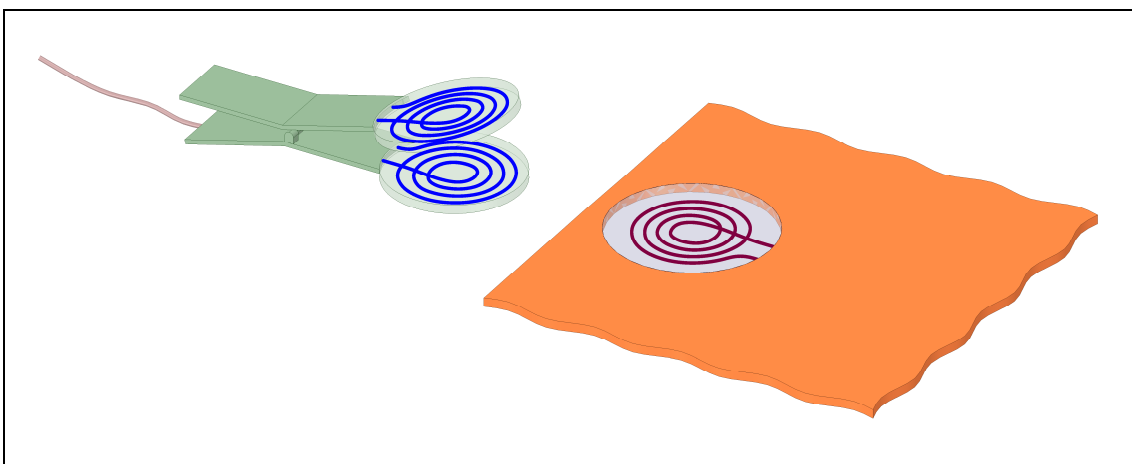


Figura 1.3 – Detalhe das bobinas planares.

Os resultados do trabalho a desenvolver extravasam o domínio de aplicação têxtil, estendendo-se também à generalidade das aplicações que envolvem um grande desgaste mecânico e/ou químico, decorrente do uso frequente e/ou de ambientes quimicamente hostis. Alguns exemplos de tais aplicações são os conectores para carregamento de baterias de veículos ou de ferramentas elétrica, e conectores para meios corrosivos, esterilizados,

explosivos ou subaquáticos, desde que não-condutores (dielétricos). Nas Figuras 1.4 e 1.5 apresenta-se um exemplo genérico de conector *contactless* não-têxtil (ligado e desligado, respetivamente), baseado no paradigma preconizado; na Figura 1.6 detalham-se as bobinas planares desse conector.

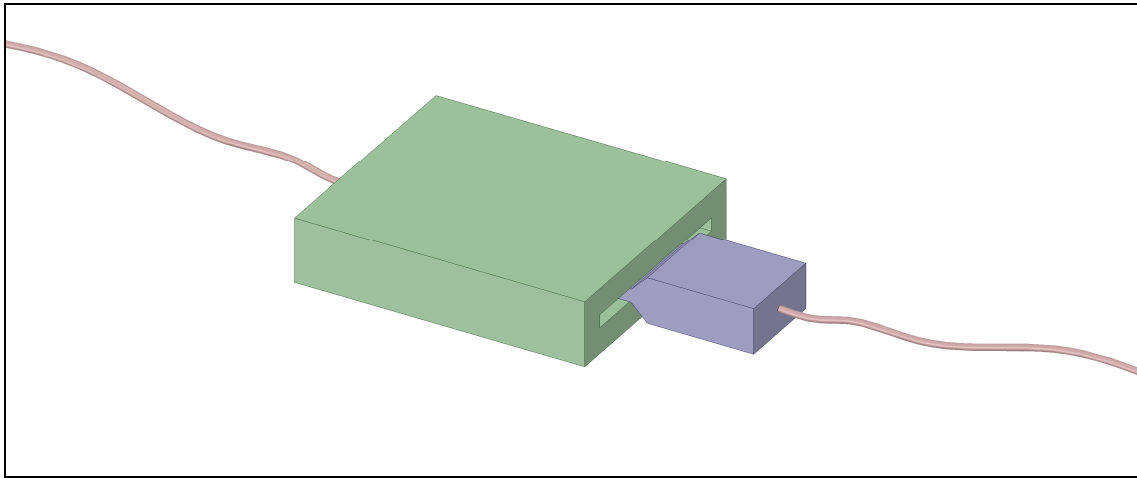


Figura 1.4 – Conector *contactless* genérico, ligado.

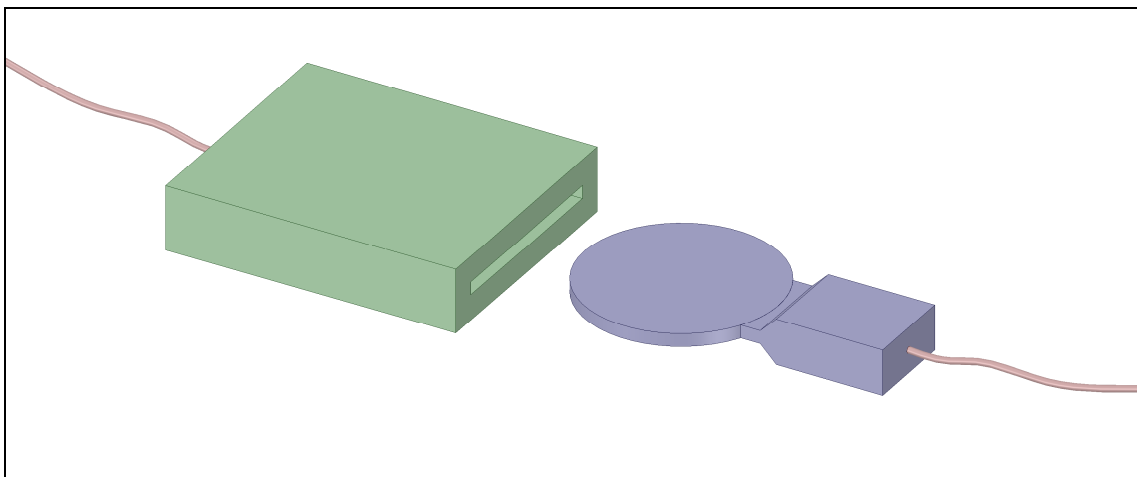


Figura 1.5 – Conector *contactless* genérico, desligado.

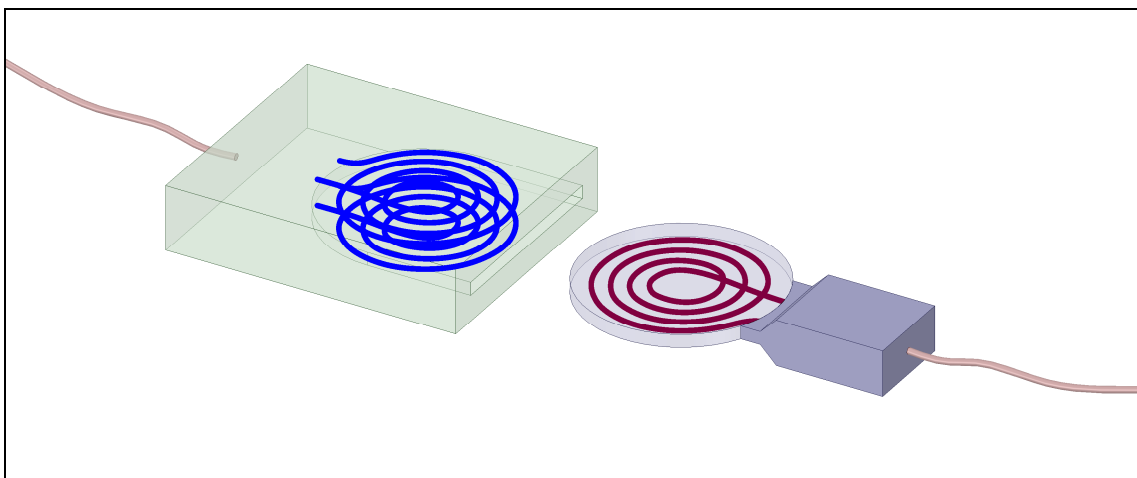


Figura 1.6 – Detalhe das bobinas planares do conector genérico.

No levantamento do estado da arte (capítulo 3), não se encontrou nenhum conector *contactless* em forma de pinça ou na forma apresentada nas figuras 1.4 e 1.5, pelo que essas soluções poderão constituir inovações, caso provem ser viáveis.

1.3 – Metodologia e Estrutura da Dissertação.

Pretende-se que o trabalho a desenvolver esteja fortemente ancorado nos fundamentos físicos subjacentes, de forma a reforçar a sua coerência e fundamentação, fornecendo meios para a correta interpretação dos problemas que certamente surgirão e para a resolução consequente dos mesmos, procurando-se assim evitar abordagens *ad hoc* e por tentativa-e-erro. Esta abordagem possibilita ainda a análise crítica do estado da arte, evitando a crença cega em artigos pelo simples facto de estarem publicados em revistas da especialidade, e de serem portanto citáveis.

Assim sendo, antes sequer do levantamento do estado da arte, o trabalho começa pela revisão do Eletromagnetismo Clássico (capítulo 2), no contexto da área tecnológica deste trabalho. Na leitura da dissertação, aqueles que estiverem por dentro desse ramo da física poderão passar diretamente ao capítulo seguinte. Contudo, recomenda-se pelo menos a leitura das secções 2.5 e 2.6, pois aí é estabelecida alguma terminologia fundamental, a usar posteriormente.

O capítulo seguinte (capítulo 3) é devotado ao levantamento do estado da arte, onde se expõem os principais métodos de transmissão de energia elétrica *wireless* existentes até abril de 2014, com ênfase no acoplamento indutivo ressonante. Estes métodos são categorizados segundo o princípio físico subjacente. No final deste capítulo (secção 3.5), justifica-se a escolha em favor do acoplamento indutivo ressonante.

No capítulo 4 procede-se ao estudo detalhado do acoplamento indutivo, começando-se pelos respetivos fundamentos físicos, abordando o essencial da ligação entre a Teoria de Campos (equações de Maxwell) e a Teoria de Circuitos (análise de circuitos). A maioria do capítulo incide sobre o transformador indutivo e respetivos modelos equivalentes, cujo levantamento se revelou fundamental na identificação e conceção de configurações ressonantes de interesse no capítulo seguinte. A determinação experimental dos parâmetros desses modelos equivalentes é também abordada. A parte final do capítulo (secção 4.3) incide sobre os materiais ferromagnéticos, aproveitando-se também para rever o conceito de circuito magnético.

O capítulo seguinte (capítulo 5) estuda em profundidade o acoplamento indutivo ressonante, sendo talvez o mais relevante em termos de investigação. Relativamente a ferramentas de *software*, este capítulo recorre sobretudo ao MATLAB, acompanhado de alguma simulação SPICE para confirmação de resultados.

Após uma breve revisão dos circuitos ressonantes elementares e do estabelecimento de terminologia para as possíveis formas de ressonância, tenta-se estabelecer uma teoria unificadora no âmbito da Teoria de Circuitos em regime de excitação harmónica estacionária (domínio da frequência), que permita a sistematização do desenvolvimento dos sistemas baseados em acoplamento indutivo ressonante. Para tal, recorreu-se sobretudo ao conceito de alinhamento, usual no domínio das redes seletivas de frequência (filtros). Aqui começa o trabalho original propriamente dito. A busca dessa teoria unificadora deve-se à constatação da sua falta aquando do levantamento do estado da arte, no qual ocorrem sobretudo abordagens *ad hoc*. Numa primeira fase, essa teoria é desenvolvida sobre as configurações ressonantes *double-tuned* convencionais, com um condensador no primário e outro no secundário, mais

comuns no contexto da transmissão de energia *wireless*. Na secção 5.3.3 estabelece-se um método para a generalização do estudo dos diferentes regimes de acoplamento, um tema pouco abordado na bibliografia consultada. Esse método recorre ao conceito de polinómio de ressonância, sendo posteriormente aplicado na secção 5.3.4. Em particular, na secção 5.3.4.4 identificam-se quais as configurações *double-tuned* convencionais e respetivos alinhamentos que têm interesse para a aplicação em questão. Após um breve exemplo de análise gráfica da ressonância (secção 5.3.5), as configurações *double-tuned* convencionais são estudadas em termos de desempenho (secção 5.4). Esse estudo é efetuado através dos parâmetros de transferência (ganho em tensão, ganho em corrente e transimitâncias) na secção 5.4.2, e dos parâmetros de eficiência (rendimento, etc.) na secção 5.4.3. A secção 5.5 é das que contém mais trabalho original, sendo dedicada ao estudo de outras formas de ressonância: as configurações *double-tuned* alternativas (secção 5.5.1) e as configurações *single-tuned*, que apenas empregam um condensador ressonante (secção 5.5.2). Nestas secções estabelecem-se alguns alinhamentos de interesse, para além do estudo da ressonância (regimes de acoplamento) e do desempenho. O interesse desses alinhamentos está em conferir regulação de carga (regulação de tensão e/ou corrente) às configurações em questão, sendo baseados nos modelos equivalentes do transformador linear desenvolvidos no capítulo 4.

Estando o acoplamento indutivo ressonante estudado e as configurações e alinhamentos de interesse identificados, pode-se finalmente encetar a conceção de um sistema experimental de conetores *contactless* (capítulo 6). Optou-se por começar pela conceção e caracterização da interface indutiva, antes da conceção da parte eletrónica (escolha da configuração ressonante, etc.). Com isto, pretende-se conceber a parte eletrónica a partir da interface indutiva que é possível realizar com os meios disponíveis, e não a partir de uma interface idealizada. Assim sendo, começa-se pela definição do paradigma-base da interface indutiva a partir dos requisitos funcionais estabelecidos na secção 1.2, tendo em conta os materiais disponíveis no mercado e respetivo custo, aspectos importantes de um problema de engenharia real. Na secção 6.1.2 passa-se à caracterização e otimização da interface indutiva por simulação de elementos finitos (FEA) para Eletromagnetismo, onde se ajustam indutâncias, justifica-se e dimensiona-se o fio *litz* que constitui as bobinas, e procede-se ao estudo da redução do campo magnético de fuga, que passa pela conceção de blindagens, mas não só. De seguida (secção 6.1.3), procede-se à realização prática da interface indutiva e à respetiva caracterização experimental, a confrontar com os resultados da simulação FEA. Estando a interface indutiva construída e caracterizada experimentalmente, pode-se então proceder à escolha da configuração ressonante e respetivo alinhamento (secção 6.2), de entre os considerados de interesse no capítulo 5. Esta escolha baseia-se exclusivamente em simulação SPICE. Finalmente, na secção 6.3 procede-se à conceção e realização prática do sistema experimental e à avaliação do respetivo desempenho, através da obtenção de dados experimentais e respetiva discussão. A terminar, apontam-se as principais debilidades do sistema e sugerem-se eventuais medidas corretivas, que deverão constituir trabalho futuro.

O capítulo final (capítulo 7) é dedicado a conclusões e a comentários de âmbito geral, incidindo sobre a totalidade do trabalho.

1.4 – Ferramentas de *Software* Utilizadas.

Neste trabalho recorreu-se a diversas ferramentas de *software*, nomeadamente para processamento matemático, para simulação SPICE de circuitos elétricos, simulação FEA para Eletromagnetismo, e captura de esquemático e desenho de PCBs. Na Tabela 1.1 detalham-se essas ferramentas. Toda a programação em MATLAB efetuada neste trabalho encontra-se no apêndice B.

FUNÇÃO	SOFTWARE	VERSÃO	FABRICANTE
Processamento matemático	MATLAB	R2013a	MathWorks, Inc.
Simulação SPICE	CircuitMaker PRO	6.2c	Protel Technology, Inc.
Simulação FEA	FEMM	4.2	David Meeker
Captura de esquemático e desenho de PCBs	EAGLE Professional	6.4.0	CadSoft Computer

Tabela 1.1 – Ferramentas de *software* utilizadas.

Referências.

- [1] K. Kim; *Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations*; InTech, 2012.
- [2] J. Agbinya; *Wireless Power Transfer*, River Publishers Series in Communications; River Publishers, 2012.
- [3] K. Schuylenbergh, R. Puers; *Inductive Powering - Basic Theory and Application to Biomedical Systems*, Analog Circuits and Signal Processing Series (ACSP); Springer, 2009.
- [4] <http://www.wirelesspowerconsortium.com>, Website; Wireless Power Consortium (WPC).
- [5] "Cordless kitchen appliances - A powerful new kitchen concept", White Paper, Abril de 2013; Wireless Power Consortium (WPC).
- [6] <http://www.powermatters.org>, Website; Power Matters Alliance (PMA).
- [7] <http://www.rezence.com>, Website; Alliance for Wireless Power (A4WP).

2 – Revisão do Eletromagnetismo Clássico.

Tal como a massa, a carga elétrica é uma propriedade da matéria, com características e efeitos próprios. Uma partícula eletricamente carregada designa-se genericamente por carga. A força exercida entre massas designa-se por força gravítica, enquanto que a força exercida entre cargas designa-se por força elétrica. Ao contrário da massa, a carga elétrica existe em duas variedades (ou sinais): positiva e negativa. Experimentalmente, verifica-se uma força (elétrica) atrativa entre cargas com sinais contrários, e uma força repulsiva entre cargas com o mesmo sinal. Esta situação não se verifica com a massa, onde a força gravítica é sempre atrativa. A carga tem outra propriedade importante: o princípio da conservação de carga. Com efeito, a carga total de um sistema isolado conserva-se, pelo que a soma algébrica de todas as cargas positivas e negativas contidas nesse sistema permanece constante. Efetivamente, não se conhece nenhum processo através do qual seja possível criar uma só carga negativa (ou positiva) a partir de uma carga neutra (partícula sem carga elétrica) [1]. O princípio da conservação de carga aplica-se também a corpos carregados em movimento, uma vez que se verifica que a carga de um determinado corpo é independente da sua velocidade. Esta independência é designada por invariância de carga. Note-se que tal situação não se verifica com a massa, já que a massa de um determinado corpo aumenta com a velocidade deste.

Essencialmente, o Eletromagnetismo Clássico (ou Eletrodinâmica Clássica) descreve os efeitos das cargas elétricas, quer em repouso, quer em movimento (correntes), recorrendo ao conceito de campo, mas sem considerar os fenómenos da Mecânica Quântica. Nesse sentido, é uma aproximação ou simplificação da teoria eletromagnética atual, sendo adequado para descrever a grande maioria dos fenómenos eletromagnéticos que ocorrem a uma escala espacial bastante superior à do átomo [2]. É sem dúvida a grande base física da Eletrónica. O Eletromagnetismo Clássico tem mais de um século de existência, estando já completamente estabelecido por volta de 1905 [3]. Apesar da sua complexidade e abrangência, pode ser completamente sintetizado pela lei da força de Lorentz e pelas equações de Maxwell, a abordar de seguida.

2.1 – Campo Elétrico e Campo Magnético, Lei da Força de Lorentz.

Antes de mais, convém esclarecer o conceito de campo e respetiva terminologia. O campo de uma determinada grandeza descreve a distribuição espacial dessa grandeza em determinada região do espaço. Mais especificamente, é o valor dessa grandeza em todos os pontos r (em coordenadas Cartesianas, $r(x, y, z)$) de uma determinada região do espaço. Se essa grandeza for escalar, o campo será escalar; se for vetorial, o campo será vetorial. Adicionalmente, se a referida distribuição não variar no tempo, o campo será estático; caso contrário, o campo será dinâmico. O conceito de campo foi introduzido no Eletromagnetismo Clássico por Michael Faraday [4]. Nesse contexto, os campos relevantes para cargas e correntes no vácuo são o campo elétrico (\mathbf{E}) e o campo magnético (\mathbf{B}), ambos campos vetoriais, que podem ser estáticos ou dinâmicos.

O campo elétrico em r ($\mathbf{E}(r)$) representa a força elétrica que é exercida numa carga de prova (positiva, unitária e pontual) quando esta é mantida em repouso na posição r , ou seja, é

a força elétrica por unidade de carga em r . A unidade do campo elétrico é o V/m (volt por metro), que corresponde ao N/C (newton por coulomb). Recordando que a unidade de carga elétrica é o C (coulomb), constata-se que o N/C reflete diretamente a definição de campo elétrico apresentada. Na Eletrostática (cargas em repouso), é necessário pelo menos um par de cargas para que haja força elétrica. Por este motivo, é necessário pelo menos uma carga para produzir um campo elétrico, e outra carga (carga de prova) para o detetar. Na Eletrostática, só uma distribuição de carga pode produzir um campo elétrico, sendo portanto a sua fonte, como se verá na discussão das equações de Maxwell (secção 2.3.2).

Considere-se novamente um par de cargas em repouso. Se as cargas não tiverem massa, a força elétrica será a única força que existirá entre elas; caso contrário, a força entre cargas será igual á soma vetorial das forças elétrica e gravítica. Todavia, se os corpos em questão não tiverem grandes quantidades de massa, a força elétrica será muito maior que a força gravítica, pelo que esta última vai ser desprezada na presente discussão.

Suponha-se agora que ambas as cargas do referido par estão em movimento. Nesse caso, em determinado instante de tempo, verifica-se experimentalmente que a força elétrica existente entre elas é diferente da esperada no caso eletrostático, como se passasse a existir uma outra força, responsável por esta alteração. A essa outra força chama-se força magnética. O comportamento verificado deve-se a um fenómeno relativístico da força elétrica, explicado pela Teoria da Relatividade Restrita, pelo que a força magnética não é propriamente uma força nova, distinta da força elétrica, representando apenas o efeito desse aspecto relativístico.

O campo magnético está relacionado com a força magnética. Como se viu, esta está relacionada com cargas em movimento, ou seja, com correntes elétricas. Na Magnetostática (cargas com velocidade constante – correntes estacionárias, invariantes no tempo), a força magnética só se verifica entre correntes elétricas. Efetivamente, é necessária pelo menos uma corrente para produzir um campo magnético, e uma outra corrente para sentir o seu efeito, que é a força magnética. Na Magnetostática, só uma distribuição de corrente pode produzir um campo magnético, sendo portanto a sua fonte, como se verá na discussão das equações de Maxwell (secção 2.3.2).

A unidade do campo magnético é o T (tesla). A definição do campo magnético é mais complexa que a do campo elétrico, uma vez que a força magnética depende da velocidade das cargas e da sua direção, como se verá de seguida.

Considere-se um ponto r do espaço onde existe um campo eletromagnético, ou seja, onde coexistem um campo elétrico \mathbf{E} e um campo magnético \mathbf{B} . Quando uma carga pontual q com velocidade \mathbf{v} passa por r , verifica-se experimentalmente a existência de uma força elétrica \mathbf{F} sobre q , dada por (2.1).

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

A força \mathbf{F} designa-se por força de Lorentz, sendo a expressão (2.1) correspondentemente conhecida como lei da força de Lorentz, após o trabalho do físico holandês Hendrik Lorentz, que a formulou em 1892 [5]. Para melhor expor a informação contida em (2.1), pode-se decompor a força elétrica total \mathbf{F} em duas componentes: \mathbf{F}_e (força elétrica devida a \mathbf{E}) e \mathbf{F}_m (força magnética). Esta decomposição é detalhada em (2.2).

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m, \quad \mathbf{F}_e = q \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{F}_m = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

A componente \mathbf{F}_e representa a força elétrica que seria exercida sobre q se esta carga estivesse em repouso ($\mathbf{v} = 0$) em r , ou seja, representa a componente de \mathbf{F} devida a $\mathbf{E}(r)$. Esta representação é coerente com a definição de campo elétrico apresentada, onde se pressupõe

que a carga de prova está em repouso. A componente \mathbf{F}_m pode ser encarada como uma correção relativística que é necessário somar a \mathbf{F}_e para se obter \mathbf{F} , incorporando o efeito da velocidade de q . Em (2.2) pode-se constatar que \mathbf{F}_m é ortogonal a \mathbf{v} e a \mathbf{B} , e diretamente proporcional a q , a \mathbf{v} e a \mathbf{B} . A partir da definição de \mathbf{F}_m , pode-se finalmente definir \mathbf{B} : o campo magnético em r ($\mathbf{B}(r)$) é o campo vetorial que tem que existir em r para que numa carga pontual q que passe por r com velocidade \mathbf{v} seja exercida uma força \mathbf{F}_m , com as características referidas [6, 3, 2, 1].

A força magnética \mathbf{F}_m tem uma particularidade importante, que não se verifica com a força elétrica \mathbf{F}_e : a força magnética nunca realiza trabalho. A explicação deste fenómeno reside num princípio elementar da Mecânica Clássica, relativo ao trabalho: o trabalho realizado por determinada força no deslocamento de um corpo é nulo se o deslocamento efetivo desse corpo for perpendicular a essa força. No presente contexto, o corpo é a carga q , cujo deslocamento tem a direção da respetiva velocidade (\mathbf{v}). Como se viu, \mathbf{F}_m é sempre perpendicular a \mathbf{v} , pelo que o trabalho efetuado por essa força é sempre nulo. Por outro lado, o trabalho efetuado pela força elétrica \mathbf{F}_e será apenas nulo na eventualidade de \mathbf{F}_e ser perpendicular a \mathbf{v} , uma vez que \mathbf{F}_e não depende de \mathbf{v} .

Devido à incapacidade de realizar trabalho, a força magnética \mathbf{F}_m não pode acelerar ou travar cargas em movimento, podendo apenas alterar a direção desse movimento (deflexão de carga) [6].

Sintetizando, a lei da força de Lorentz (2.1) exprime a força exercida sobre partículas carregadas, quer em repouso, quer em movimento (correntes), na presença dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} . Todavia, nada diz sobre as origens de \mathbf{E} e de \mathbf{B} . Esse e outros aspectos desses campos são descritos pelas equações de Maxwell.

2.2 – Distribuições de Carga e de Corrente.

Antes de se abordar as equações de Maxwell, convém desenvolver alguns conceitos importantes relativos às distribuições de carga e de corrente, e à respetiva caracterização.

Uma distribuição espacial de carga real pode ser enquadrada num de três paradigmas idealizados, discriminados pelo número de dimensões espaciais consideradas: linha de carga (distribuição unidimensional); superfície de carga (distribuição bidimensional); e volume de carga (distribuição tridimensional). As grandezas que caracterizam essas distribuições são densidades espaciais de carga, sendo grandezas escalares. Efetivamente, uma linha de carga é caracterizada pela densidade linear de carga (λ), cuja unidade é o C/m (coulomb por metro); uma superfície de carga é caracterizada pela densidade superficial de carga (σ), cuja unidade é o C/m² (coulomb por metro quadrado); e um volume de carga é caracterizado pela densidade volúmica de carga (ρ), cuja unidade é o C/m³ (coulomb por metro cúbico).

Se uma determinada distribuição de carga estiver em movimento com velocidade \mathbf{v} , ter-se-á também uma distribuição de corrente associada. Nesse caso, a uma linha de carga caracterizada por λ estará associada uma corrente I , de unidade A (ampere), que corresponde ao C/s (coulomb por segundo); a uma superfície de carga caracterizada por σ estará associada uma densidade superficial de corrente \mathbf{K} , de unidade A/m (ampere por metro); e a um volume de carga caracterizado por ρ estará associada uma densidade volúmica de corrente \mathbf{J} , de unidade A/m² (ampere por metro quadrado), de acordo com (2.3).

$$\begin{aligned}
I &= \lambda \cdot v \\
\mathbf{K} &= \sigma \cdot \mathbf{v} \\
\mathbf{J} &= \rho \cdot \mathbf{v}
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

Em (2.3), note-se que a natureza vetorial de I foi descartada, ao considerar-se apenas o módulo de \mathbf{v} na sua definição. Este é o procedimento usual, baseando-se no facto de a direcção de uma corrente linear que ocorre num filamento condutor não ser outra senão a do próprio filamento. Contudo, convém não esquecer que I tem uma direcção e um sentido associados.

Na Figura 2.1 detalha-se o significado físico de \mathbf{K} e de \mathbf{J} . Note-se que nesta figura considera-se a natureza vetorial de \mathbf{I} , que para maior facilidade de representação é uma corrente longitudinal uniforme.

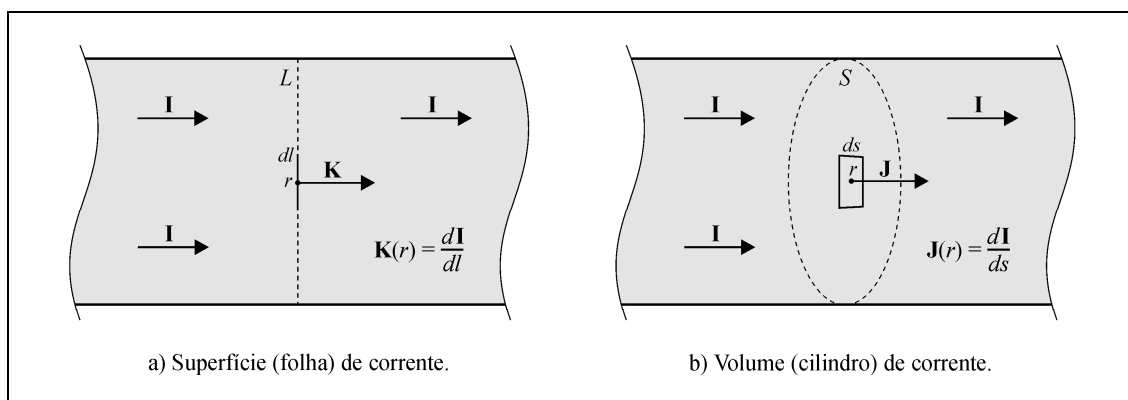


Figura 2.1 – Representação das densidades de corrente \mathbf{K} e \mathbf{J} .

Na figura 2.1 a) representa-se uma porção de uma superfície de corrente plana, onde se traçou uma linha imaginária L que é perpendicular a \mathbf{I} em todos os seus pontos, passando pelo ponto genérico r . A densidade superficial de corrente em r ($\mathbf{K}(r)$) é a razão entre a corrente que atravessa o segmento elementar dl e o comprimento de dl . O segmento elementar dl pertence a L , estendendo-se pela vizinhança infinitesimal de r . Desta definição, depreende-se que \mathbf{K} representa a corrente por unidade de comprimento perpendicular a \mathbf{I} . Na figura 2.1 b) representa-se uma porção de um volume de corrente cilíndrico, onde se traçou uma superfície imaginária S que é perpendicular a \mathbf{I} em todos os seus pontos, passando pelo ponto genérico r . A densidade volumica de corrente em r ($\mathbf{J}(r)$) é a razão entre a corrente que atravessa a superfície elementar ds e a área de ds . A superfície elementar ds pertence a S , estendendo-se pela vizinhança infinitesimal de r . Assim sendo, \mathbf{J} representa a corrente por unidade de área perpendicular a \mathbf{I} [6].

2.3 – Equações de Maxwell.

As equações de Maxwell são um conjunto de quatro equações vetoriais que definem completamente os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , relacionando-os entre si e com as respetivas fontes. Foram formuladas pelo físico inglês James Clerk Maxwell, em 1864 [7], sintetizando e unificando os trabalhos anteriores de Coulomb, Gauss, Faraday e Ampère. Contudo, a grande novidade desse trabalho foi a alteração da lei de Ampère, pela inclusão de um termo extra: a corrente de deslocamento. O significado deste novo termo será discutido adiante.

Geralmente, as equações de Maxwell são apresentadas na forma diferencial, onde os campos vetoriais \mathbf{E} e \mathbf{B} são descritos através da respetiva divergência e rotacional, num total de quatro equações. Note-se que qualquer campo vetorial cujas derivadas espaciais sejam

finitas e contínuas pode ser completamente definido pela sua divergência e pelo seu rotacional, desde que sejam também especificadas as condições-fronteira (teorema de Helmholtz) [6]. Na forma diferencial, as equações de Maxwell definem as propriedades locais dos campos **E** e **B**, mais especificamente, num determinado ponto e na sua vizinhança imediata (infinitesimal). Estas equações podem também ser apresentadas na forma integral, passando a descrever as propriedades globais dos campos **E** e **B**, nas zonas de integração em questão. A passagem da forma diferencial para a forma integral (e vice-versa) pode ser efetuada recorrendo ao teorema de Gauss (divergências) e ao teorema de Stokes (rotacionais), ambos teoremas da Análise Vetorial. Na Tabela 2.1 apresentam-se as equações de Maxwell (I a IV), nas formas diferencial e integral.

Eq.	FORMA DIFERENCIAL	FORMA INTEGRAL	NOTAS
I	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$Q = \int_V \rho \, dv$ (<i>V</i> é o volume encerrado por <i>S</i>)
II	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$	$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ (<i>S</i> é a superfície delimitada por <i>Γ</i>)
III	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$	-
IV	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$	$\oint_\Gamma \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \right)$	$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$ (<i>S</i> é a superfície delimitada por <i>Γ</i>)
V	$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$	$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dv = -\frac{\partial Q}{\partial t}$	$Q = \int_V \rho \, dv$ (<i>V</i> é o volume encerrado por <i>S</i>)

Tabela 2.1 - Equações de Maxwell.

Nas equações I e V, ρ refere-se à densidade volúmica de carga elétrica; Q é a carga elétrica total contida num volume V delimitado pela superfície fechada S .

Nas equações IV e V, \mathbf{J} refere-se à densidade volúmica de corrente elétrica.

Na equação IV, I é a corrente elétrica que atravessa a superfície aberta S , delimitada pela curva fechada Γ .

Na equação II, Φ refere-se ao fluxo do campo magnético através da superfície aberta S , delimitada pela curva fechada Γ , sendo expresso em Wb (weber). Note-se que 1 weber corresponde a 1 tesla - metro quadrado (1 Wb = 1 T.m²). O fluxo do campo magnético é usualmente referido apenas como fluxo magnético.

As grandezas μ_0 e ϵ_0 são constantes universais. A constante μ_0 é a permeabilidade do vazio (vácuo), expressa em H/m (henry por metro); e ϵ_0 é a permissividade do vazio, expressa em F/m (farad por metro); Estas duas constantes estão relacionadas, sendo a respetiva relação e valores apresentados na Tabela 2.2. Nesta tabela, c é a velocidade da luz no vazio, expressa em m/s (metros por segundo) [6, 3, 2].

RELAÇÃO	VALORES
$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$	$\epsilon_0 = [1/(36\pi)] \times 10^{-9}$ F/m
	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
	$c = 2,998 \times 10^8$ m/s

Tabela 2.2 – Constantes universais: relação e valores.

2.3.1 – Descrição das Equações de Maxwell.

Nas equações de Maxwell, as distribuições espaciais de carga e de corrente são descritas por ρ e por \mathbf{J} (respetivamente), que são portanto funções do espaço: $\rho(r)$ e $\mathbf{J}(r)$. No caso dinâmico, tanto ρ como \mathbf{J} podem ainda variar no tempo, tendo-se aí $\rho(r, t)$ e $\mathbf{J}(r, t)$. Na discussão que se segue, as equações de Maxwell serão referenciadas pelo respetivo número na tabela 2.1.

A equação I corresponde à lei de Gauss. Efetivamente, a forma integral desta equação é o enunciado da lei de Gauss, que afirma que o fluxo de \mathbf{E} através de uma superfície fechada S depende apenas da carga total Q contida no volume V delimitado por S , sendo diretamente proporcional a Q . Esta lei estabelece a relação entre \mathbf{E} e uma distribuição de carga $\rho(r, t)$.

A equação II descreve o fenómeno da indução magnética, correspondendo à lei de Faraday. A forma integral da equação II é efetivamente o enunciado dessa lei: a tensão desenvolvida ao longo da curva fechada Γ é igual ao oposto da taxa de variação temporal do fluxo magnético Φ , sendo este último definido como o fluxo de \mathbf{B} através da superfície aberta S delimitada por Γ .

A equação III afirma que o fluxo magnético através de uma superfície fechada é sempre nulo. Como consequência, não existem monopolos ou “cargas magnéticas”, que sejam equiparáveis às cargas elétricas. Assim sendo, as linhas do campo magnético \mathbf{B} são sempre fechadas, o que não se verifica no caso das linhas do campo elétrico \mathbf{E} .

Na tabela 2.1, a equação IV é a última das equações de Maxwell, uma vez que a equação V é apenas um corolário destas, como se verá. No caso estático, onde a derivada temporal de \mathbf{E} é nula, a equação IV corresponde simplesmente à lei de Ampère. De facto, nesse caso, a forma integral da equação IV é o enunciado dessa lei: a circulação do campo magnético \mathbf{B} ao longo da curva (fechada) Γ é diretamente proporcional à corrente elétrica I que atravessa a superfície aberta S delimitada por Γ .

Contudo, no caso dinâmico, a derivada temporal de \mathbf{E} deixa de ser nula, o que leva ao aparecimento de um termo adicional (em relação à lei de Ampère) na equação IV, a que Maxwell chamou “corrente de deslocamento”. Maxwell chegou à conclusão que, no caso dinâmico, a inclusão deste novo termo tornava as suas equações compatíveis com o princípio da conservação de carga, sintetizado na equação V. De facto, tomando a divergência de ambos os lados da equação IV (forma diferencial) e recorrendo à equação I (forma diferencial), chega-se à forma diferencial da equação V. Assim, graças à inclusão da corrente de deslocamento na equação IV, a equação V torna-se efetivamente num corolário das equações de Maxwell.

A corrente de deslocamento foi uma descoberta da maior importância, pois levou Maxwell a presumir a existência de ondas eletromagnéticas, levando-o ao desenvolvimento de uma teoria eletromagnética para a luz. Contudo, estes trabalhos foram puramente teóricos, já que na altura Maxwell não os confirmou experimentalmente. Essa confirmação só viria décadas depois, com o trabalho experimental do físico alemão Heinrich Hertz em 1888 [6]. A relação entre a corrente de deslocamento e as ondas eletromagnéticas será detalhada adiante.

Apesar de a unidade da corrente de deslocamento ser igual à da grandeza que descreve a corrente elétrica na equação IV (na forma diferencial, \mathbf{J} (A/m^2); na forma integral, I (A)), a corrente de deslocamento não é uma corrente elétrica, pois não é constituída por cargas em movimento. Esta designação ambígua persistiu por razões históricas, estando relacionada com o modelo físico que Maxwell propôs para justificar a inclusão do novo termo na equação IV. De facto, no contexto desta equação, a corrente de deslocamento refere-se apenas ao fenómeno da criação de um campo magnético por um campo elétrico variável no

tempo. A única semelhança comportamental que existe entre a corrente de deslocamento e a corrente elétrica (constituída por cargas em movimento) está no facto de ambas produzirem um campo magnético. Um exemplo clássico do fenómeno da corrente de deslocamento é o sistema físico constituído por um condensador com dielétrico vazio (vácuo), em processo de carga ou descarga. Nesta situação, existe corrente de deslocamento entre as placas do condensador, pois nesta região o campo elétrico está necessariamente a variar no tempo, o que origina um campo magnético. Para além disso, em qualquer instante de tempo, verifica-se que a intensidade da corrente de deslocamento é igual à intensidade da corrente elétrica que flui nos terminais de ligação do condensador [6, 7, 2, 8].

Uma vez que no contexto da equação IV a corrente de deslocamento se refere apenas ao fenómeno da criação (indução) de um campo magnético por um campo elétrico variável no tempo, será mais adequado designá-la alternativamente por “indução elétrica”, realçando assim a dualidade existente em relação à indução magnética e evitando a referida ambiguidade da designação “corrente de deslocamento”. Assim sendo, esta terminologia vai ser adotada no presente trabalho, deixando-se a designação “corrente de deslocamento” para outro fenómeno associado, que será discutido na secção 2.4.5, onde serão apresentadas as equações de Maxwell na matéria.

Concluindo a análise da equação IV, pode-se constatar que esta relaciona \mathbf{B} com uma distribuição de corrente $\mathbf{J}(r, t)$ e com a indução elétrica, que por sua vez é diretamente proporcional à taxa de variação temporal de \mathbf{E} .

Como referido, a equação V é um corolário das equações de Maxwell, sendo conhecida como a equação da continuidade. Foi incluída na tabela 2.1 por enunciar de forma mais direta um princípio fulcral, também já referido: o princípio da conservação de carga. O lado esquerdo da forma integral da equação V é o fluxo da densidade de corrente através de uma superfície fechada S , que é igual à corrente total que passa através de S . Assim sendo, a forma integral da equação V formula que a corrente total que passa através da superfície fechada S é igual ao oposto da taxa de variação temporal da carga total Q contida no volume V delimitado por S . Equivalentemente, a corrente total através de S só será nula se não houver libertação ou acumulação de carga no volume V delimitado por S . Este é o fundamento físico da conhecida lei de Kirchhoff relativa às correntes (lei dos “nós”) [6, 2].

2.3.2 – Comportamento dos Campos \mathbf{E} e \mathbf{B} : Caso Estático e Caso Dinâmico.

A partir das equações de Maxwell, podem diferenciar-se características e comportamentos dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} segundo os casos estático e dinâmico.

2.3.2.1 – Caso Estático.

No caso estático, como ρ e \mathbf{J} não variam no tempo ($\rho(r)$ e $\mathbf{J}(r)$), a única fonte de \mathbf{E} é ρ , e a única fonte de \mathbf{B} é \mathbf{J} . Efetivamente, na equação I, pode-se constatar que se ρ não varia no tempo, o mesmo acontecerá com \mathbf{E} . Assim sendo, a indução elétrica na equação IV (que envolve a derivada temporal de \mathbf{E}) é nula, pelo que \mathbf{J} se torna na única fonte de \mathbf{B} . Se \mathbf{J} não variar no tempo, o mesmo acontecerá com \mathbf{B} , o que anula a indução magnética (que envolve a derivada temporal de \mathbf{B}) na equação II. Como consequência, deixa de haver equações que contenham simultaneamente \mathbf{E} e \mathbf{B} , o que permite concluir que no caso estático os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são independentes, ou desacoplados.

O caso estático abrange duas áreas: a Eletrostática e a Magnetostática. Na Eletrostática, considera-se que a distribuição de carga ρ está em repouso, pelo que $\mathbf{J} = 0$ e $\mathbf{B} = 0$, existindo portanto apenas um campo elétrico estático (eletrostático) \mathbf{E} gerado por ρ , de acordo com a lei de Gauss (equação I), que é a única das equações de Maxwell que está ativa na Eletrostática.

Na Magnetostática, considera-se que a carga está em movimento contínuo com velocidade constante, originando densidades de carga e de corrente invariantes no tempo. Assim sendo, a densidade de carga ρ dá origem a um campo eletrostático \mathbf{E} , de acordo com a lei de Gauss, tal como na Eletrostática; e a densidade de corrente \mathbf{J} dá origem a um campo magnético estático (magnetostático) \mathbf{B} , de acordo com a lei de Ampère (redução da equação IV ao caso estático). Na Magnetostática, só a equação II está inativa (não há indução magnética), ainda que a equação IV esteja apenas parcialmente ativa (não há indução elétrica). As correntes invariantes no tempo (estacionárias) da Magnetostática caracterizam-se por terem uma densidade (\mathbf{J}) solenoidal (divergência nula), como facilmente se constata aplicando o princípio da conservação de carga (equação V, forma diferencial) ao caso magnetostático [6, 2].

2.3.2.2 – Caso Dinâmico.

No caso dinâmico, como ρ e \mathbf{J} variam no tempo ($\rho(r, t)$ e $\mathbf{J}(r, t)$), o mesmo acontecerá com \mathbf{E} e \mathbf{B} (equações I e IV), pelo que as derivadas temporais destes campos deixam de ser nulas. Consequentemente, \mathbf{E} deixa de ter ρ como única fonte, já que um campo \mathbf{B} variável no tempo também contribui para \mathbf{E} (indução magnética, equação II). De forma análoga, \mathbf{B} deixa de ter \mathbf{J} como única fonte, uma vez que um campo \mathbf{E} variável no tempo também contribui para \mathbf{B} (indução elétrica, equação IV). Assim sendo, no caso dinâmico, os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são interdependentes, estando inextricavelmente ligados. De facto, um não existe sem o outro [6, 2].

2.3.3 – Ondas Eletromagnéticas no Vazio.

Uma das consequências mais importantes da interdependência de \mathbf{E} e \mathbf{B} verificada no caso dinâmico é a existência de ondas eletromagnéticas. Por questões de simplicidade, considere-se uma região do espaço vazia, onde não existem distribuições de carga nem de corrente, mas onde coexistem campos \mathbf{E} e \mathbf{B} variáveis no tempo. Neste caso, a única fonte de \mathbf{E} é um campo \mathbf{B} variável no tempo e vice-versa, ou seja, um campo gera o outro. Claro que tem que haver algures uma distribuição de carga e de corrente que inicie este processo, que seja a origem última dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , mas suponha-se que no caso presente essas distribuições estão muito afastadas da região considerada. Nesse caso ($\rho = 0$ e $\mathbf{J} = 0$), as quatro equações de Maxwell podem ser reduzidas às duas equações (2.4).

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

As equações (2.4) são equações de onda homogêneas. As suas soluções (\mathbf{E} e \mathbf{B}) representam uma onda eletromagnética plana que se propaga no espaço à velocidade da luz (c), evoluindo portanto no espaço e no tempo. A direção e o sentido de propagação são dados pelo vetor de Poynting (\mathbf{S}), que é dado por (2.5). O módulo deste vetor é uma densidade de potência, refletindo o facto de uma onda eletromagnética não-estacionária transportar energia. A unidade de \mathbf{S} é o W/m^2 (watt por metro quadrado).

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (2.5)$$

Numa onda eletromagnética plana que se propaga no vácuo, os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são sempre perpendiculares entre si e perpendiculares à direção de propagação, dada por \mathbf{S} [2, 6]. O vetor de Poynting advém do teorema de Poynting, que será apresentado na seção 2.3.5.

As equações de Maxwell nunca poderiam originar equações de onda em \mathbf{E} e \mathbf{B} sem a indução elétrica (a que Maxwell chamou “corrente de deslocamento”), o que atesta a importância desta na descoberta das ondas eletromagnéticas.

A ocorrência de ondas eletromagnéticas não está confinada a regiões onde não existem distribuições de carga e de corrente, verificando-se também no caso mais geral das regiões onde estas existem e variam no tempo. Para demonstrar, é necessário determinar a solução geral das equações de Maxwell, tema a abordar de seguida [6].

2.3.4 – Solução Geral ou Completa das Equações de Maxwell.

Geralmente, a resolução das equações de Maxwell envolve a determinação dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} a partir de distribuições de carga e de corrente conhecidas. Quando o problema físico em questão impõe restrições a estas distribuições, a resolução das equações de Maxwell é geralmente simplificada. Alguns exemplos desta situação são o caso estático ($\rho(r)$ e $\mathbf{J}(r)$) ou a ausência de distribuições de carga e/ou de corrente ($\rho = 0$ e/ou $\mathbf{J} = 0$). A resolução deste tipo de problemas envolve a determinação de soluções particulares das equações de Maxwell.

Nos problemas em que as distribuições de carga e de corrente existem e variam no tempo ($\rho(r, t)$ e $\mathbf{J}(r, t)$), a solução a determinar é a solução geral (ou completa) das equações de Maxwell, o que é uma tarefa complexa [6].

2.3.4.1 – Potencial Escalar Elétrico e Potencial Vetorial Magnético.

Para simplificar a determinação da solução geral das equações de Maxwell, pode-se definir \mathbf{E} e \mathbf{B} em termos de um novo campo vetorial \mathbf{A} e de um novo campo escalar ϕ , desenvolvidos a partir dos teoremas da Análise Vetorial e das equações de Maxwell referentes à divergência de \mathbf{B} e ao rotacional de \mathbf{E} (equações III e II da tabela 2.1, respetivamente), do que resulta (2.6).

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \end{aligned} \quad (2.6)$$

O campo vetorial \mathbf{A} designa-se por potencial vetorial magnético, cuja unidade é o Wb/m (weber por metro). O campo escalar ϕ designa-se por potencial escalar elétrico, cuja unidade é o V (volt). Em conjunto, \mathbf{A} e ϕ são frequentemente referidos como funções de potencial ou simplesmente como potenciais [9].

Até agora, apenas se definiu o rotacional de \mathbf{A} em (2.6). Para que \mathbf{A} esteja completamente definido, falta ainda estipular a sua divergência, de acordo com o teorema de Helmholtz. A este respeito, existe alguma liberdade, desde que a escolha da divergência de \mathbf{A} não altere os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} [6]. No caso dinâmico, a escolha mais relevante é dada por (2.7).

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.7)$$

A escolha (2.7) é conhecida como condição (*gauge*) de Lorentz, estabelecendo uma relação adicional entre \mathbf{A} e ϕ que é consistente com a equação da continuidade (equação V, tabela 2.1) [9]. O seu interesse tornar-se-á claro de seguida.

Inserindo (2.6) nas restantes equações de Maxwell (equações IV e I), recorrendo novamente aos teoremas da Análise Vetorial e usando a condição de Lorentz (2.7), chega-se às equações (2.8).

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} &= -\mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\epsilon_0}\end{aligned}\quad (2.8)$$

As equações (2.8) são duas equações diferenciais independentes, uma exprimindo \mathbf{A} em função de \mathbf{J} , e outra exprimindo ϕ em função de ρ . O interesse da condição de Lorentz está precisamente em conseguir essa independência, desacoplando \mathbf{A} e ϕ . Assim, através da formulação por potenciais, o problema da resolução das quatro equações de Maxwell transforma-se na resolução das duas equações independentes (2.8), que são exatamente equivalentes às equações de Maxwell [3]. As equações (2.8) são equações de onda não-homogêneas, cujas soluções representam ondas que se deslocam à velocidade da luz (c). Nessas equações, os termos da direita são as funções-fonte ou funções de comando. As soluções de (2.8) são dadas por (2.9).

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(r, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(r', t')}{R} dv' \\ \phi(r, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(r', t')}{R} dv'\end{aligned}\quad (2.9)$$

Em (2.9), r' é o ponto contido num volume elementar dv' de uma distribuição de carga ou corrente de volume V ; R é a distância entre r' e r ; e t' é o chamado tempo retardado, definido como $t' = t - R/c$. Como R/c é o tempo que uma perturbação das fontes (\mathbf{J} e ρ) em r' demora a deslocar-se até r viajando à velocidade da luz (c), então t' representa o instante de tempo em que essa perturbação “partiu” de r' . Assim sendo, pode-se concluir que o estado das fontes \mathbf{J} e ρ em r' não influencia instantaneamente os potenciais \mathbf{A} e ϕ em r , demorando antes R/c segundos a fazê-lo. Por este motivo, os potenciais \mathbf{A} e ϕ em (2.9) são conhecidos como potenciais retardados.

Estando \mathbf{A} e ϕ determinados a partir de (2.9), pode-se finalmente inserir esses potenciais em (2.6) para determinar \mathbf{B} e \mathbf{E} , obtendo-se assim a solução geral das equações de Maxwell [6]. Como a determinação de \mathbf{B} e \mathbf{E} em (2.6) é feita através da diferenciação de \mathbf{A} e ϕ , os campos \mathbf{B} e \mathbf{E} são também funções do tempo retardado t' , constituindo portanto ondas eletromagnéticas que se propagam à velocidade da luz [9].

A resolução das equações de Maxwell através dos potenciais \mathbf{A} e ϕ é um método bastante comum na abordagem de problemas de Eletromagnetismo, quer no caso dinâmico, quer no caso estático [6, 8]. Esse método é também bastante usado na Análise por Elementos Finitos (FEA) aplicada ao Eletromagnetismo [10].

2.3.4.2 – Significado Físico dos Potenciais.

O fluxo do campo magnético (Φ) através da superfície aberta S , delimitada pela curva fechada Γ , é dado por (2.10).

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.10)$$

Em (2.10), definindo \mathbf{B} como o rotacional de \mathbf{A} (como em (2.6)) e recorrendo ao teorema de Stokes, chega-se a (2.11).

$$\Phi = \oint_r \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.11)$$

A expressão (2.11) revela a origem da unidade de \mathbf{A} (Wb/m), bem como o significado físico de \mathbf{A} : a circulação de \mathbf{A} ao longo de uma determinada curva (fechada) é igual ao fluxo magnético através da superfície aberta delimitada por essa curva [9]. Isto é válido tanto para o caso estático como para o caso dinâmico. Este significado físico não tem grande interesse, pelo que \mathbf{A} é sobretudo importante como ferramenta teórica [6].

Por outro lado, no caso estático, o potencial escalar ϕ tem um significado físico importante. Como no caso estático (Eletrostática ou Magnetostática) não há indução magnética, \mathbf{E} é sempre irrotacional (rotacional nulo), ou equivalentemente, a circulação de \mathbf{E} é sempre nula, como se pode constatar reduzindo a equação II da tabela 2.1 (Lei de Faraday) ao caso estático. Como consequência, \mathbf{E} torna-se num campo conservativo, podendo ser definido por (2.12), que não é mais que a redução de (2.6) ao caso estático, num ponto genérico r .

$$\mathbf{E}(r) = -\nabla \phi(r) \quad (2.12)$$

Integrando (2.12), chega-se a (2.13).

$$\phi(r) = -\int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.13)$$

Em (2.13), o limite inferior de integração é o infinito por aí se considerar que $\mathbf{E} = 0$, e que portanto $\phi = 0$. A expressão (2.13) revela o importante significado que ϕ tem no caso estático: $\phi(r)$ corresponde ao trabalho realizado ao transportar num campo eletrostático uma carga unitária desde o infinito até ao ponto r . Como \mathbf{E} é conservativo, $\phi(r)$ corresponde à energia potencial por unidade de carga em r . Uma vez que a unidade de ϕ é o volt, pode-se constatar a partir de (2.13) que 1 volt corresponde a 1 J/C (joule por coulomb). A expressão (2.13) revela também a origem da unidade do campo elétrico (V/m – volt por metro).

Note-se que a escolha do referencial de ϕ (onde se considera que $\phi = 0$) é arbitrária, tal como acontece com o referencial da energia potencial num campo gravítico. Em termos físicos, o que realmente tem significado é a variação de energia potencial entre dois pontos, que é representada pela diferença de potencial (d.d.p.) entre eles. De (2.13), facilmente se conclui que a d.d.p. entre dois pontos arbitrários b e a (ϕ_{ba}) é dada por (2.14).

$$\phi_{ba} = \phi(b) - \phi(a) = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.14)$$

Assim, ϕ_{ba} corresponde ao trabalho realizado por unidade de carga ao transportar uma carga do ponto a para o ponto b num campo eletrostático, representado pelo integral em (2.14). Como um campo eletrostático é conservativo, esse trabalho é independente do percurso realizado entre a e b . O integral em (2.14) é usualmente designado por tensão entre b e a (V_{ba}), pelo que no caso estático ϕ_{ba} e V_{ba} são conceitos equivalentes [8].

Na Magnetostática, o campo \mathbf{E} permanece estático, pelo que a grande diferença em relação à Eletrostática é a existência de um campo \mathbf{B} estático adicional, motivado pelo movimento de carga (secção 2.3.2.1). Neste caso, pode-se constatar em (2.6) que um campo \mathbf{B} estático tem associado um potencial vetorial magnético \mathbf{A} que também é estático, não

influenciando portanto ϕ . Assim sendo, o comportamento de ϕ é idêntico na Eletrostática e na Magnetostática.

No caso dinâmico, o campo \mathbf{E} deixa de ser conservativo, devido à indução magnética (equação II, tabela 2.1), pelo que (2.12) deixa de ser válida. Como consequência, $\phi(r)$ deixa de corresponder ao integral (2.13), que por sua vez deixa de corresponder à energia potencial por unidade de carga em r . Todavia, os integrais (2.13) e (2.14) continuam a representar o trabalho realizado por unidade de carga no transporte de uma carga no campo \mathbf{E} , simplesmente deixam de corresponder à energia potencial por unidade de carga (no caso de (2.13)) e à d.d.p. entre os pontos b e a (no caso de (2.14)). Assim sendo, o integral (2.14) passa a corresponder apenas à tensão entre b e a (V_{ba}), como exposto em (2.15) [8], deixando de existir a equivalência entre tensão e d.d.p. verificada no caso estático. Em (2.15), note-se que V_{ba} depende do percurso específico seguido entre a e b , ao contrário do verificado no caso estático.

$$V_{ba} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.15)$$

No caso dinâmico, o potencial escalar elétrico ϕ perde significado físico, dado que deixa de corresponder à energia potencial por unidade de carga, como acontecia no caso estático. Por este motivo, no caso dinâmico, ϕ é essencialmente uma ferramenta teórica [6, 9, 2].

2.3.5 – Energia de um Campo Eletromagnético, Teorema de Poynting.

Um campo eletromagnético contém energia, cuja densidade volúmica (u) é dada por (2.16). A unidade de u é o J/m^3 (joule por metro cúbico). Note-se que em (2.16) entram apenas os módulos de \mathbf{E} e \mathbf{B} (E e B).

$$u = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (2.16)$$

Considere-se um volume V delimitado pela superfície (fechada) S , onde existe um campo eletromagnético. A energia total contida ou armazenada nesse campo pode ser obtida integrando u ao longo de V . Segundo o princípio da conservação de energia, essa energia total só poderá diminuir no tempo se houver um fluxo de energia para fora de V (através de S) e/ou pela dissipação de parte dessa energia em V . Esta dissipação apenas se verifica caso existam cargas em V , traduzindo-se num aumento da energia mecânica (cinética) dessas cargas. O fluxo de energia através de S por unidade de tempo e por unidade de área (W/m^2) é dado pelo vetor de Poynting \mathbf{S} , já definido na secção 2.3.3 como (2.5). O aumento da energia mecânica de eventuais cargas dá-se pela ação do campo eletromagnético existente em V , de acordo com a lei da força de Lorentz ((2.1)). A partir desta lei, conclui-se que a transferência de energia desse campo para energia mecânica (dissipação), por unidade de tempo e por unidade de volume (W/m^3), é dada por $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{J})$. Note-se que todo este processo pode decorrer em sentido contrário, quando a energia total do campo eletromagnético existente em V aumenta. O termo dissipativo $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{J})$ pode também ser negativo, representando a taxa de trabalho realizado por uma fonte de energia externa a V sobre as cargas que eventualmente existam em V . Em qualquer caso, a transferência de energia num sistema eletromagnético é descrita quantitativamente pelo teorema de Poynting, que foi desenvolvido em 1884 pelo físico inglês John Henry Poynting [5]. A forma integral deste teorema é dada por (2.17), enquanto que a forma diferencial ou local é dada por (2.18).

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V u \, dv = \oint_S \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} + \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \, dv \quad (2.17)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{S} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (2.18)$$

Textualmente, a forma integral do teorema de Poynting ((2.17)) estabelece que a taxa de decréscimo da energia total do campo eletromagnético existente em V é igual à soma da taxa a que a energia sai de V através de S com a taxa a que a energia é dissipada dentro de V , caso aí existam cargas. Recorde-se que a taxa de variação ou de transferência de energia é uma potência. O teorema de Poynting é um conceito fundamental do Eletromagnetismo, sendo válido para os casos estático e dinâmico [3, 6, 8, 11].

2.4 – Campos Eletromagnéticos na Matéria.

Até agora, a carga foi tratada como uma entidade abstrata e indiferenciada, tendo-se contornado as questões relativas à sua natureza e mobilidade. Contudo, essas questões são incontornáveis no estudo do comportamento da matéria na presença de campos eletromagnéticos. Ver-se-á que na matéria, a carga tem diferentes mobilidades, dependendo do material em questão, podendo ser enquadrada em duas grandes categorias: carga livre e carga fixa. Far-se-á também a distinção dual relativamente à corrente, nomeadamente entre corrente livre e corrente fixa. Esta diferenciação de carga e corrente em termos de mobilidade é a chave do estudo do comportamento da matéria na presença de campos eletromagnéticos.

2.4.1 – Campos Elétricos na Matéria: Condutores.

O comportamento dos materiais na presença de campos elétricos permite diferenciá-los segundo duas grandes categorias: materiais condutores, e materiais isolantes ou dielétricos. Nos materiais condutores, existe uma grande quantidade de cargas livres, que se podem movimentar na presença de um campo elétrico. A natureza das cargas livres depende do tipo de condutor: no caso dos condutores metálicos, as cargas livres são eletrões que não estão associados a um núcleo em particular (um ou dois por átomo, tipicamente); no caso dos condutores iónicos (eletrólitos), as cargas livres são iões móveis. Em contraste, no caso dos dielétricos, todas as cargas estão vinculadas a átomos (ou moléculas) específicos, tendo portanto uma mobilidade muito limitada [6].

Quando um bloco de material condutor é colocado num campo eletrostático, as suas cargas livres deslocam-se de acordo com esse campo para as zonas superficiais do bloco, acumulando-se aí. Esta acumulação de carga cria um campo elétrico no interior do bloco que se opõe ao campo original, enfraquecendo-o. Após um curto espaço de tempo (definido pelo tempo de relaxação), a carga acumulada na superfície é tal que o campo elétrico no interior do bloco é completamente anulado. Nesta situação, a carga livre fica novamente em repouso, alcançando-se assim uma situação de equilíbrio [6]. Este fenómeno é exemplificado na Figura 2.2, onde um condutor esférico neutro é colocado num campo eletrostático \mathbf{E} (inicialmente uniforme), cujas linhas de campo correspondem às linhas a cheio. As linhas a tracejado representam superfícies equipotenciais [9].

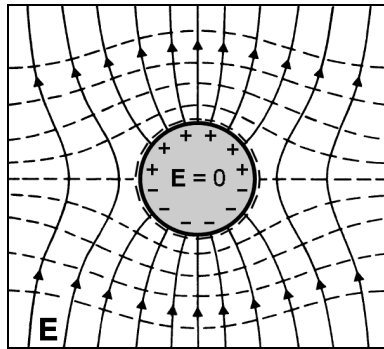


Figura 2.2 – Condutor esférico num campo eletrostático.

O facto de o campo elétrico ser nulo no interior de um condutor (após o deslocamento da carga livre para a superfície) é uma característica geral dos condutores, da qual decorrem as seguintes propriedades:

- A densidade volúmica de carga livre (ρ_L) no interior do condutor é nula ($\rho_L = 0$), uma vez que toda a carga livre se acumula na superfície do condutor.

- O condutor é um corpo equipotencial. Na vizinhança imediata (exterior) da superfície do condutor, o campo elétrico não é nulo, sendo perpendicular a essa superfície.

Note-se que as propriedades descritas referem-se a um condutor ideal, no qual se assume que existe uma quantidade ilimitada de cargas completamente livres. Geralmente, os condutores metálicos aproximam-se bastante desse comportamento ideal [6].

2.4.1.1 – Blindagem Eletrostática.

Suponha-se agora que o condutor da figura 2.2 é oco, como representado na Figura 2.3 a). Neste caso, a redistribuição de carga livre no condutor levaria igualmente a uma acumulação de carga na superfície exterior deste, que anularia completamente o campo elétrico tanto no interior do condutor como na cavidade. Por este motivo, um condutor oco (fechado) comporta-se como uma blindagem eletrostática, resguardando o interior de qualquer campo eletrostático externo. O comportamento do campo elétrico no exterior dos condutores das figuras 2.2 e 2.3 a) seria idêntico.

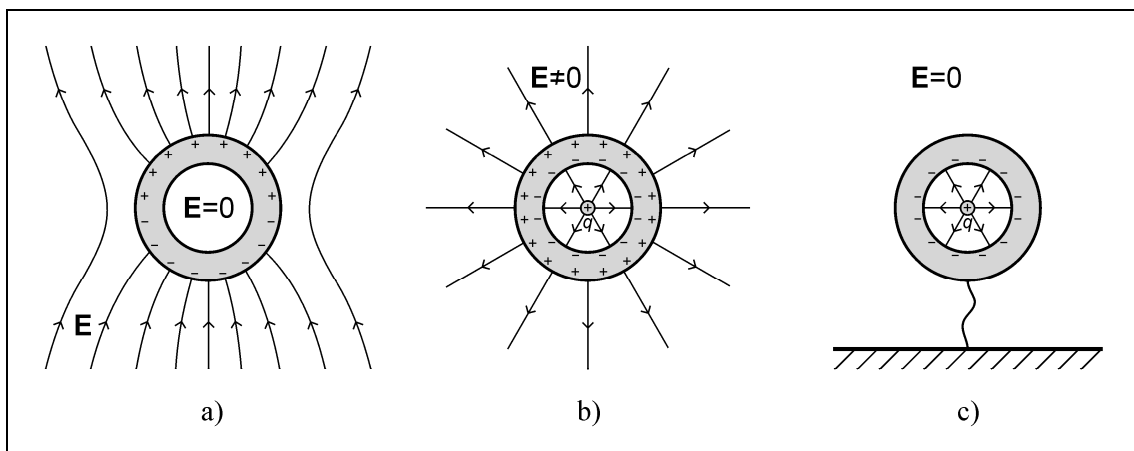


Figura 2.3 – Condutor esférico oco em diversas situações.

Suponha-se agora que a fonte de campo eletrostático passa para a cavidade do condutor oco, tomando a forma de uma carga positiva q , como representado na figura 2.3 b). Neste caso, a carga livre positiva do condutor deslocar-se-ia no sentido do campo eletrostático criado por q , enquanto que a carga livre negativa o faria no sentido oposto ao campo, o que provocaria uma acumulação de carga positiva na superfície exterior do condutor e uma acumulação de carga negativa na superfície interior, anulando o campo no interior do condutor. Por outro lado, a distribuição de carga positiva na superfície exterior do condutor leva à existência de um campo eletrostático não-nulo no exterior. Por outras palavras, o condutor “comunica” ao exterior a presença da carga q no seu interior. No caso do condutor esférico da figura 2.3 b), a carga q estaria uniformemente distribuída pela superfície exterior. Em condutores não-esféricos, a densidade de carga seria maior nas zonas de menor raio de curvatura (mais aguçadas). Em qualquer caso, note-se que a distribuição de carga na superfície exterior não depende da posição de q na cavidade.

O campo eletrostático existente no exterior do condutor da figura 2.3 b) pode ser eliminado ligando esse condutor à terra (através de outro condutor), como representado na figura 2.3 c). Nesta situação, a carga positiva da superfície exterior atrairia carga negativa da terra, que a anularia completamente. Assim sendo, o campo exterior seria eliminado, uma vez que a sua fonte é a carga da superfície exterior. Em consequência, o efeito da presença da carga q na cavidade seria nulo no exterior do condutor, noutra manifestação do efeito de blindagem eletrostática, oposta à da figura 2.3 a). Note-se que este fenómeno pressupõe que a terra seja uma fonte inesgotável de carga, positiva ou negativa. Em conclusão, um corpo condutor oco não só isola a respetiva cavidade do campo elétrico exterior (figura 2.3 a)), como isola o exterior do eventual campo elétrico existente na cavidade, desde que esse corpo esteja ligado à terra (figura 2.3 c)). Nestas aplicações de blindagem, as paredes do condutor não precisam de ser completamente fechadas, podendo ser constituídas por uma grelha ou rede de passo reduzido relativamente à sua área. Um dispositivo de blindagem deste género denomina-se “Gaiola de Faraday”, em homenagem ao seu inventor (Michael Faraday) [12, 13, 6].

2.4.1.2 – Capacidade.

Considere-se o sistema constituído por dois condutores separados num meio dielétrico, um com carga Q e outro com carga $-Q$. Estes condutores são corpos equipotenciais, pelo que a tensão ou diferença de potencial entre qualquer ponto de um e qualquer ponto do outro é a mesma, podendo-se portanto considerar simplesmente a tensão existente entre estes condutores (V) sem qualquer ambiguidade. Um sistema com estas características constitui um condensador.

Independentemente da forma dos dois condutores e do meio dielétrico envolvente, sabe-se que o campo elétrico E por eles provocado será diretamente proporcional a Q (lei de Gauss, equação I da tabela 2.1), e que portanto o mesmo acontecerá com V , já que esta tensão é diretamente proporcional a E , como se pode constatar em (2.14). À constante de proporcionalidade entre Q e V chama-se capacidade (C), que é portanto definida por (2.19). A unidade da capacidade é o farad (F), sendo que 1 F equivale a 1 C/V (coulomb por volt).

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.19)$$

Em determinado meio dielétrico, a capacidade depende unicamente da geometria do condensador, nomeadamente da forma, tamanho e separação dos condutores. A título de exemplo, considere-se o condensador elementar constituído por duas placas condutoras, iguais e de área a , colocadas paralelamente e de forma alinhada no vazio. Considere-se

também que o espaçamento entre as placas (d) é muito menor do que a dimensão destas, de forma a que o campo elétrico na região entre placas possa ser considerado uniforme. Tal dispositivo designa-se por condensador de placas paralelas, sendo a sua capacidade dada por (2.20) [6].

$$C = \varepsilon_0 \frac{a}{d} \quad (2.20)$$

Para alterar a tensão de um condensador, é necessário remover ou adicionar uma determinada quantidade de carga por meio de uma corrente elétrica, o que se traduz numa certa inércia à alteração da tensão, aspecto fundamental da operação dos condensadores.

2.4.1.3 – Condutividade e Resistividade.

Quando um condutor é submetido a um campo elétrico externo, verifica-se uma movimentação de cargas livres segundo a direção do campo, ou seja, uma corrente elétrica. Num condutor real, o percurso seguido pelas cargas livres é bastante acidentado, ocorrendo frequentemente choques com obstáculos, nos quais parte da energia cinética das cargas é dissipada em calor (efeito de Joule). Esses choques constantes limitam a velocidade média de deslocação das cargas livres (velocidade de arrastamento (*drift*)), limitando portanto a corrente elétrica originada pelo campo elétrico [1]. A facilidade de movimentação de cargas livres num condutor real é geralmente quantificada pela condutividade σ , cuja unidade é o S/m (siemens por metro). Quanto maior for a facilidade de movimentação de carga livre em determinado condutor, maior será a sua condutividade. A condutividade corresponde ao inverso da resistividade ρ ($\sigma = 1/\rho$), mais usual no contexto da engenharia elétrica. A unidade de ρ é o $\Omega \cdot m$ (ohm - metro). Note-se que, no presente contexto, as letras σ e ρ não representam a densidade superficial de carga e a densidade volúmica de carga (respetivamente), como anteriormente.

Num ponto de um condutor onde a condutividade é σ , a densidade de corrente livre \mathbf{J}_L (constituída pelas cargas livres) devida a um campo elétrico \mathbf{E} é dada por (2.21).

$$\mathbf{J}_L = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (2.21)$$

A expressão (2.21) é uma relação local ou pontual, sendo uma consequência da limitação da velocidade das cargas livres na matéria. Constitui uma forma da conhecida lei de Ohm, sendo designada por lei de Ohm para campos [4], ou lei de Ohm pontual [9]. A expressão (2.21) é também conhecida como a relação constitutiva de \mathbf{J}_L [9].

Os condutores podem ser classificados de acordo com o comportamento da sua condutividade σ : se σ não depender de \mathbf{E} , ou seja, se \mathbf{J}_L for sempre diretamente proporcional a \mathbf{E} , o condutor é linear ou Ohmico; se σ não variar de ponto para ponto, o condutor é homogéneo; se σ não depender da direção de \mathbf{E} , o condutor é isotrópico [11]. Note-se que a condutividade de um condutor anisotrópico (não isotrópico) é um tensor, e não um escalar. A maioria dos condutores é linear, para uma variação ampla de \mathbf{E} [2].

2.4.1.4 – Indutância.

Considere-se um anel de fio condutor num meio dielétrico, onde circula uma corrente constante I por ação de um campo elétrico externo, de acordo com (2.21). Independentemente da forma do anel de corrente assim formado e do meio dielétrico envolvente, sabe-se que o campo magnetostático \mathbf{B} provocado pelo anel será diretamente proporcional a I , de acordo com a lei de Ampère (redução da equação IV da tabela 2.1 ao caso

estático), e que portanto o mesmo acontecerá com o fluxo de \mathbf{B} através da superfície delimitada pelo anel (Φ), já que este fluxo é diretamente proporcional a \mathbf{B} . À constante de proporcionalidade entre Φ e I chama-se indutância, ou auto-indução do anel (L), que é portanto definida por (2.22). A unidade da indutância é o henry (H), sendo que 1 H equivale a 1 Wb/A (weber por ampere).

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (2.22)$$

Em determinado meio dielétrico, a indutância depende unicamente da geometria do anel de corrente, nomeadamente da sua forma e tamanho. A título de exemplo, considere-se o sistema constituído por N anéis de corrente iguais, com área a e alinhados contiguamente ao longo de um comprimento d , no vazio. Tal sistema equivale a uma bobina solenoidal (solenóide) de N espiras juntas, secção transversal a e comprimento d , no vazio. Considere-se também que a maior dimensão transversal da bobina é muito menor que o comprimento d , de forma a que o campo magnético no interior da bobina possa ser considerado uniforme. A indutância de tal bobina solenoidal é dada por (2.23) [9].

$$L = \mu_0 \cdot N^2 \frac{a}{d} \quad (2.23)$$

Quando a corrente numa bobina é alterada, o campo magnético e respetivo fluxo são alterados em conformidade, induzindo na bobina uma tensão que se opõe a essa alteração de corrente, de acordo com o fenómeno da indução magnética (tabela 2.1, equação II). Isso traduz-se numa certa inércia à alteração da corrente, aspecto fundamental da operação das bobinas.

2.4.2 – Campos Elétricos na Matéria: Dielétricos.

Nos dielétricos (ou isolantes), todas as cargas estão vinculadas a átomos (ou moléculas) específicos, sendo nesse sentido denominadas cargas fixas, em oposição às cargas livres presentes nos condutores. Contudo, quando um material dielétrico é submetido a um campo eletrostático, verifica-se um deslocamento microscópico das cargas fixas, que altera a distribuição espacial de carga nos átomos ou moléculas constituintes. Antes de abordar as consequências deste fenómeno, interessa desenvolver o conceito de dipolo elétrico.

Um dipolo elétrico é simplesmente um sistema constituído por duas cargas de valores opostos ($+q$ e $-q$), separadas pela distância d , que se supõe pequena. A grandeza que o caracteriza é o momento dipolar elétrico (\mathbf{p}), definido por (2.24). A unidade de \mathbf{p} é o C.m (coulomb - metro). Em (2.24), o vetor \mathbf{d} vai da carga negativa para a positiva, sendo o seu módulo igual à distância d .

$$\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d} \quad (2.24)$$

Quando um dielétrico é submetido a um campo eletrostático, o deslocamento das cargas fixas pode ocorrer segundo dois grandes mecanismos: esticamento e/ou rotação.

A nível atómico, o mecanismo relevante é o esticamento, uma vez que o campo elétrico externo atua no sentido de descentrar a nuvem eletrónica em relação ao núcleo, alongando ligeiramente a forma do átomo. Em consequência, o átomo passa a comportar-se como um pequeno dipolo elétrico, outrora inexistente. Nesse sentido, trata-se de um dipolo induzido.

A nível molecular, a ação do campo elétrico externo depende do tipo de molécula em questão. Nas moléculas polares, a disposição espacial dos átomos ou iões constituintes é tal que estas comportam-se efetivamente como dipolos elétricos permanentes, no sentido em que não necessitam de um campo elétrico externo para terem momento dipolar elétrico. Na ausência de um campo elétrico externo, os momentos dipolares elétricos destas moléculas estão orientados de forma aleatória. Na presença de um campo elétrico externo, estas moléculas rodam no sentido de alinhar os respetivos momentos dipolares elétricos com o campo elétrico, pelo que o mecanismo de deslocamento prevalente é a rotação. No caso das moléculas não-polares, não existem dipolos elétricos permanentes. Quando uma molécula desse tipo é sujeita a um campo elétrico externo, o mecanismo de deslocamento relevante é o esticamento, uma vez que as cargas positivas e negativas constituintes movimentam-se segundo o campo em sentidos opostos, o que alonga a molécula, conferindo-lhe um momento dipolar elétrico. Tal como no caso atómico, trata-se de um dipolo induzido, já que só existe na presença de um campo elétrico externo. [6, 11].

2.4.2.1 – Polarização.

Quando um bloco de material dielétrico é submetido a um campo eletrostático, o deslocamento de carga fixa leva a que o bloco fique preenchido com uma grande quantidade de dipolos elétricos microscópicos, que tendem a orientar-se segundo o campo elétrico - o bloco fica polarizado. Para descrever a distribuição da polarização, recorre-se à densidade volúmica de momento dipolar elétrico (\mathbf{P}), grandeza vetorial cuja unidade é o C/m² (coulomb por metro quadrado). O campo vetorial \mathbf{P} é também designado por densidade de polarização, ou simplesmente polarização. A sua definição é dada por (2.25), onde $d\mathbf{p}$ é o momento dipolar elétrico de um volume elementar dv .

$$d\mathbf{p} = \mathbf{P}.dv \quad (2.25)$$

Portanto, a polarização \mathbf{P} num determinado ponto r do espaço ($\mathbf{P}(r)$) é o momento dipolar elétrico por unidade de volume em r . Se \mathbf{P} não variar no espaço, diz-se que a polarização é uniforme.

A partir de \mathbf{P} , pode-se determinar a densidade volúmica de carga fixa (ρ_f) através de (2.26), que é uma relação local ou pontual. Em (2.26), constata-se que ρ_f é nula num local onde \mathbf{P} é uniforme. Essa situação corresponde a densidades volúmicas de carga fixa positiva e negativa iguais, cujos efeitos se anulam mutuamente.

$$\rho_f = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (2.26)$$

Se o bloco dielétrico estiver no vazio, não existem dipolos elétricos para além do volume ocupado pelo bloco. Assim sendo, \mathbf{P} anula-se abruptamente no exterior do bloco, ocorrendo tal descontinuidade na superfície do mesmo. Por este motivo, em pontos da superfície do bloco, deve antes considerar-se a densidade superficial de carga fixa σ_f , que é dada por (2.27), onde $\hat{\mathbf{n}}$ é a normal unitária à superfície no ponto em questão, apontando para fora do bloco. Note-se que (2.27) foi obtida a partir da aplicação de (2.26) a este caso especial, que exige algumas precauções de ordem matemática [4].

$$\sigma_f = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (2.27)$$

Para melhor se visualizar o fenômeno da polarização, considere-se o exemplo da Figura 2.4, onde um bloco de material dielétrico homogêneo foi colocado num campo eletrostático \mathbf{E}_0 (inicialmente uniforme).

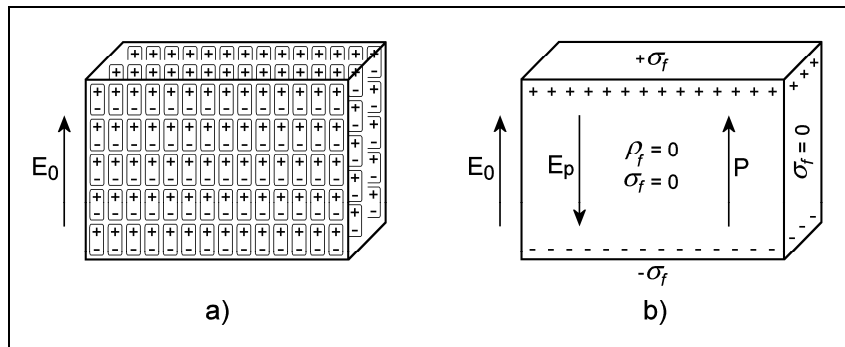


Figura 2.4 – Bloco de material dielétrico num campo eletrostático.

Na figura 2.4 a) representam-se esquematicamente os dipolos elétricos microscópicos que ocorrem no bloco polarizado, resultantes do deslocamento de carga fixa. Note-se que todos os dipolos estão orientados segundo a direção de \mathbf{E}_0 . Como o dielétrico é homogêneo, a polarização resultante é uniforme, pelo que as extremidades de dipolos adjacentes (no sentido vertical) têm cargas exatamente opostas, anulando-se mutuamente a nível macroscópico. Assim sendo, no interior do bloco $\rho_f = 0$, tal como previsto por (2.26).

Contudo, essa anulação não se verifica na superfície superior e na superfície inferior do bloco, uma vez que uma das extremidades dos dipolos aí existentes não tem dipolos adjacentes (verticalmente). Assim sendo, verifica-se uma acumulação de carga fixa nestas superfícies, originando uma densidade superficial de carga fixa σ_f , tal como previsto por (2.27). Esta situação é apresentada na figura 2.4 b), onde se representa também a polarização \mathbf{P} e o campo elétrico \mathbf{E}_p . O campo \mathbf{E}_p é o campo elétrico macroscópico de polarização, que é originado exclusivamente pela distribuição de carga fixa σ_f . Em todo o espaço, o campo elétrico total \mathbf{E} é dado pela soma vetorial de \mathbf{E}_0 e \mathbf{E}_p [11]. Em particular, no interior do bloco, como \mathbf{E}_0 e \mathbf{E}_p têm a mesma direção e sentidos opostos, a intensidade (módulo) de \mathbf{E} é menor que a intensidade de \mathbf{E}_0 . Esta relação de intensidades é comum a todos os dielétricos, embora a sua expressão dependa da natureza de cada dielétrico. Sintetizando, pode-se enunciar a seguinte propriedade geral dos dielétricos: a inclusão de um dielétrico numa região vazia do espaço sujeita a um campo eletrostático diminui esse campo no volume ocupado pelo dielétrico. Esta propriedade será desenvolvida adiante.

No caso de a polarização \mathbf{P} não ser uniforme, a carga fixa não se acumula apenas nas superfícies do bloco polarizado, acumulando-se também em regiões do seu interior. Nessas regiões, as densidades volúmicas de carga fixa positiva e negativa não estão perfeitamente balanceadas, pelo que a densidade volúmica de carga fixa (ρ_f) resultante não é nula, de acordo com (2.26).

Convém realçar que \mathbf{P} , σ_f , ρ_f e \mathbf{E}_p são grandezas macroscópicas, que correspondem à ação média ou conjunta dos efeitos microscópicos da polarização na matéria [4, 7].

Quando o campo elétrico externo é removido, o dielétrico perde geralmente a polarização ($\mathbf{P} = 0$). Com efeito, os dipolos induzidos desaparecem, enquanto que os dipolos permanentes de eventuais moléculas polares voltam a ter uma orientação aleatória. Contudo, existem dielétricos que têm a faculdade de manter a polarização após a remoção do campo

elétrico externo, sendo conhecidos por eletretes, por analogia com os ímãs permanentes) [9].

2.4.2.2 – Deslocamento Elétrico: O Campo \mathbf{D} .

Considere-se agora um sistema onde coexistem cargas livres e cargas fixas, representadas pelas densidades de carga ρ_L e ρ_f , respetivamente. Tal sistema pode ser constituído por condutores e dielétricos (como num condensador), ou por um material onde simplesmente coexistem cargas livres e cargas fixas, que tem que ter portanto uma condutividade não nula. Independentemente da constituição do sistema, tanto ρ_L como ρ_f contribuem para o campo elétrico total \mathbf{E} , em qualquer ponto do espaço.

A lei de Gauss (tabela 2.1, equação I) relaciona a divergência de \mathbf{E} com a densidade de carga total ρ . Como no presente sistema $\rho = \rho_L + \rho_f$, a lei de Gauss toma a forma (2.28).

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_L + \rho_f}{\varepsilon_0} \quad (2.28)$$

A densidade de carga fixa ρ_f é dada por (2.26), como se viu. Inserindo (2.26) em (2.28) e rearranjando, vem (2.29).

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_L \quad (2.29)$$

A expressão entre parênteses de (2.29) é relevante na análise de dielétricos, surgindo frequentemente nesse contexto. Assim sendo, achou-se conveniente tratá-la antes como um campo vetorial (\mathbf{D}), definido por (2.30) [11].

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.30)$$

O campo \mathbf{D} é designado por deslocamento elétrico. A sua unidade é a mesma de \mathbf{P} , naturalmente (C/m^2). Inserindo (2.30) em (2.29), vem finalmente a forma geral da lei de Gauss (2.31), que inclui o comportamento macroscópico da matéria na presença de um campo elétrico.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_L \quad (2.31)$$

Note-se que (2.31) é válida tanto para o caso estático como para o caso dinâmico, uma vez que se baseia na lei de Gauss no vazio (tabela 2.1, equação I), que tem a mesma forma em ambos os casos [6, 11].

2.4.2.3 – Permittividade.

Como se viu, um dielétrico fica polarizado ($\mathbf{P} \neq 0$) quando é inserido numa região do espaço onde existe um campo elétrico (\mathbf{E}_0). Em todo o espaço, o campo elétrico resultante (\mathbf{E}) é dado por $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_p$, sendo \mathbf{E}_p o campo elétrico devido exclusivamente à distribuição de carga fixa. Por conseguinte, no volume ocupado pelo dielétrico, o campo elétrico macroscópico a que a matéria está efetivamente sujeita é \mathbf{E} , e não \mathbf{E}_0 . Assim sendo, faz sentido estabelecer a relação entre \mathbf{P} e \mathbf{E} , dada por (2.32).

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \mathbf{E} \quad (2.32)$$

A expressão (2.32) é uma relação local ou pontual, onde ε é a permissividade do dielétrico no ponto em questão. A unidade de ε (farad por metro: F/m) é a mesma de ε_0 , naturalmente. Como ε_0 é sempre constante, a relação entre \mathbf{P} e \mathbf{E} depende apenas do comportamento de ε , que constitui portanto um critério útil para a classificação dos dielétricos. Assim, um dielétrico é linear se ε não depender de \mathbf{E} , ou seja, se \mathbf{P} for diretamente proporcional a \mathbf{E} ; é homogéneo se ε não variar de ponto para ponto; e é isotrópico se ε não depender da direção de \mathbf{E} [11]. Note-se que a permissividade de um dielétrico anisotrópico (não isotrópico) é um tensor, e não um escalar.

A permissividade de um dielétrico pode também ser expressa em termos da permissividade relativa ε_r (em relação a ε_0), definida por (2.33). Naturalmente, ε_r é uma grandeza adimensional.

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2.33)$$

A partir de (2.32), pode-se definir o campo \mathbf{D} sem recorrer a \mathbf{P} . Efetivamente, inserindo (2.32) em (2.30) e simplificando, vem (2.34).

$$\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (2.34)$$

A equação (2.34) é conhecida como a relação constitutiva do deslocamento elétrico \mathbf{D} [11, 14, 9].

2.4.2.4 – Significado Físico da Permissividade Relativa.

No caso estático, o campo \mathbf{E} é sempre irrotacional, dada a ausência de indução magnética (tabela 2.1, equação II). Nesse caso, pode concluir-se de (2.34) que \mathbf{D} será também irrotacional se ε for uma constante (escalar), o que se verifica num meio dielétrico infinito, linear, isotrópico e homogéneo. Portanto, se nesse meio existir uma distribuição de carga livre ρ_L , ela será a única fonte de \mathbf{D} , de acordo com (2.31). Assim sendo, \mathbf{D} não será diferente se essa mesma distribuição de carga livre estiver no vácuo. Contudo, o campo elétrico será diferente nas duas situações. Efetivamente, o campo elétrico no dielétrico (\mathbf{E}) é dado por $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\varepsilon$ (segundo (2.34)); enquanto que o campo elétrico no vácuo (\mathbf{E}_0) é dado por $\mathbf{E}_0 = \mathbf{D}/\varepsilon_0$ (segundo (2.30) ou (2.34)). Considerando as intensidades (módulos) de \mathbf{E} e \mathbf{E}_0 (E e E_0 , respetivamente) e recorrendo à definição de ε_r , dada por (2.33), pode-se concluir que $E/E_0 = 1/\varepsilon_r$. Por outro lado, como exposto no exemplo da figura 2.4, E é sempre menor que E_0 , pelo que ε_r é sempre maior que 1. Estes factos revelam o significado físico de ε_r : a introdução de um dielétrico infinito, linear, isotrópico e homogéneo com permissividade relativa ε_r no vazio reduz a intensidade do campo elétrico outrora existente ε_r vezes. Note-se que o dielétrico não precisa de ser realmente infinito, bastando que ocupe todas as regiões do espaço onde o campo elétrico não é nulo [6].

Retome-se o exemplo do condensador de placas paralelas da secção 2.4.1.2. Se o espaço entre placas for completamente preenchido por um material dielétrico de permissividade relativa ε_r , o campo elétrico nessa região (que é uniforme) será reduzido $1/\varepsilon_r$ vezes, como se viu. Consequentemente, a tensão entre placas será também reduzida na mesma proporção, uma vez que é diretamente proporcional ao campo elétrico, pelo que a capacidade do condensador resultante aumentará ε_r vezes, segundo a definição de capacidade

(2.19). Sendo este o caso geral, a expressão da capacidade do condensador de placas paralelas no vazio (2.20) é generalizada por (2.35), onde ϵ é a permissividade do dielétrico em questão.

$$C = \epsilon \frac{a}{d} \quad (2.35)$$

Em (2.35) recorde-se que a é a área de cada placa e d é distância entre placas, que se supõe muito menor que as dimensões destas [11, 6].

2.4.3 – Campos Magnéticos na Matéria.

A modelização do comportamento dos campos magnéticos na matéria segue um caminho paralelo ao seguido na modelização do comportamento dos campos elétricos na matéria, realçando o claro paralelismo comportamental existente entre estes dois casos, apesar de envolverem fenómenos físicos bastante diferentes. Vai-se portanto começar por desenvolver o conceito de dipolo magnético.

Um dipolo magnético consiste num pequeno anel plano de corrente elétrica, de forma arbitrária. A grandeza que o caracteriza é o momento dipolar magnético (\mathbf{m}), definido por (2.36). A unidade de \mathbf{m} é o A.m² (ampere - metro quadrado). Em (2.36), I é a corrente que percorre o anel, a é a área do anel e $\hat{\mathbf{n}}$ é a normal unitária ao plano do anel, cujo sentido depende do sentido de circulação da corrente, sendo dado pela regra da mão direita ou do “saca-rolhas”. Assim sendo, a normal de um anel de corrente situado no plano deste texto apontará para o leitor se a corrente do anel circular no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio [11].

$$\mathbf{m} = I.a.\hat{\mathbf{n}} \quad (2.36)$$

O comportamento da matéria na presença de campos magnéticos não pode ser convenientemente explicado pelo Eletromagnetismo Clássico, uma vez que envolve fenómenos quânticos. Todavia, é possível traçar um cenário qualitativo aproximado à luz do modelo atómico clássico [9]. Começa-se por classificar a matéria segundo duas grandes categorias, de acordo com o comportamento verificado na presença de um campo magnético: materiais diamagnéticos e materiais paramagnéticos. Para o efeito, considere-se uma região do espaço onde existe um campo magnético. Coloque-se um corpo de um determinado material nessa região. Se o campo magnético no volume ocupado pelo corpo diminuir em relação ao valor no vazio, o material diz-se diamagnético; caso contrário o material diz-se paramagnético [14, 11].

No modelo atómico clássico, existem fundamentalmente dois tipos de dipolos magnéticos naturais: aqueles que advêm da rotação (*spin*) dos eletrões, que constitui correntes circulares (dipolos de *spin*); e aqueles originados pelas correntes formadas pelo movimento orbital dos eletrões (dipolos orbitais). Na presença de um campo magnético externo \mathbf{B} , todos os dipolos magnéticos (de *spin* ou orbitais) cujos momentos dipolares magnéticos estejam desalinhados em relação a \mathbf{B} ficam sujeitos a um torque, que tende a rodá-los de forma a que os seus momentos dipolares magnéticos fiquem alinhados paralelamente a \mathbf{B} (mesma direção e sentido), o que reforça \mathbf{B} . Este é o comportamento que contribui para o paramagnetismo da matéria. Todavia, o grau de alinhamento obtido depende do tipo de dipolo em questão. Uma vez que é mais difícil rodar um plano orbital de um eletrão do que o seu *spin*, a contribuição dos dipolos orbitais para o paramagnetismo é pequena, pelo que este se deve sobretudo aos dipolos de *spin*. Contudo, as leis da Mecânica Quântica (nomeadamente o princípio de exclusão de Pauli) estabelecem que os eletrões de um determinado átomo formam pares de *spins* opostos, aos quais estão vinculados,

independentemente de \mathbf{B} . Como *spins* opostos podem ser encarados como correntes de sentidos opostos, os momentos dipolares magnéticos dos elétrons de cada par anulam-se mutuamente, neutralizando portanto o torque nesses pares. Por este motivo, o paramagnetismo verifica-se normalmente em átomos ou moléculas com um número ímpar de elétrons, onde apenas o dipolo magnético constituído pelo elétron desemparelhado é alinhado paralelamente a \mathbf{B} [6]. Note-se, contudo, que esse alinhamento não é perfeito, uma vez que as colisões provocadas pelo movimento térmico aleatório dos elétrons tendem a destruí-lo, o que leva a que a expressão do paramagnetismo diminua com o aumento da temperatura [9].

Num dipolo orbital, a presença de um campo externo \mathbf{B} origina um outro fenómeno, que é preponderante em relação à rotação dipolar: a velocidade orbital do seu elétron é alterada de forma a criar uma variação do momento dipolar magnético que equivale à criação (indução) de um momento dipolar magnético adicional antiparalelo a \mathbf{B} (mesma direção, sentidos opostos), o que enfraquece \mathbf{B} . Este é o fenómeno que está na origem do diamagnetismo, estando relacionado com a indução magnética (lei de Faraday). Na ausência de um campo externo \mathbf{B} , os dipolos orbitais de um determinado átomo estão orientados aleatoriamente, pelo que os respetivos momentos dipolares magnéticos se cancelam mutuamente. Na presença de \mathbf{B} , todos esses momentos dipolares são ligeiramente alterados de forma a induzirem momentos dipolares extra que se opõe a \mathbf{B} , como descrito, pelo que o momento dipolar total do átomo deixa de ser nulo. Contudo, o diamagnetismo é usualmente muito menos expressivo que o paramagnetismo. Por este motivo, o diamagnetismo manifesta-se sobretudo em átomos com um número par de elétrons, onde não existe geralmente paramagnetismo. Note-se ainda que, ao contrário do paramagnetismo, o diamagnetismo não é significativamente afetado pela temperatura [6, 9].

O paramagnetismo e o diamagnetismo são fenómenos de expressão moderada, no sentido em que o campo magnético no interior de um corpo paramagnético ou diamagnético não difere significativamente do campo magnético no vazio. Contudo, existe uma classe importante de materiais onde isso não se verifica: os materiais ferromagnéticos, designação dada em alusão a um dos materiais que melhor a representa – o ferro [6]. Com efeito, o campo magnético no interior de um corpo de material ferromagnético é muito maior que o campo magnético no vazio. O ferromagnetismo envolve fenómenos que extravasam em muito a escala atómica, pois envolve domínios de dimensões macroscópicas. Apresenta aspectos característicos complexos, como a histerese [9]. O tópico dos materiais ferromagnéticos será aprofundado na secção 4.3.1.

2.4.3.1 – Magnetização.

Quando um bloco de matéria é submetido a um campo magnetostático, os fenómenos descritos (paramagnetismo, diamagnetismo e ferromagnetismo) levam a que o bloco fique preenchido com uma grande quantidade de pequenos dipolos magnéticos, que tendem a orientar-se na direção desse campo - o bloco fica magnetizado. Para descrever a distribuição da magnetização, recorre-se à densidade volúmica de momento dipolar magnético (\mathbf{M}), grandeza vetorial cuja unidade é o A/m (ampere por metro). O campo vetorial \mathbf{M} é também designado por densidade de magnetização, ou simplesmente magnetização. A sua definição é dada por (2.37), onde $d\mathbf{m}$ é o momento dipolar magnético de um volume elementar dv .

$$d\mathbf{m} = \mathbf{M}.dv \quad (2.37)$$

Portanto, a magnetização \mathbf{M} num determinado ponto r do espaço ($\mathbf{M}(r)$) é o momento dipolar magnético por unidade de volume em r . Se \mathbf{M} não variar no espaço, diz-se que a magnetização é uniforme.

Os dipolos magnéticos existentes na matéria estão associados a correntes microscópicas localizadas, cingidas a pequenas zonas, como exposto. Nesse sentido, tratam-se de correntes fixas, em oposição às correntes livres constituídas pelo eventual movimento das cargas livres dos meios de condutividade não nula.

A partir de \mathbf{M} , pode-se determinar a densidade de corrente fixa (\mathbf{J}_f) através de (2.38), que é uma relação local ou pontual. Em (2.38), constata-se que \mathbf{J}_f é nula num local onde \mathbf{M} é uniforme, o que indica que o efeito conjunto das correntes dos dipolos magnéticos aí existentes é nulo, no sentido em que corresponde a uma \mathbf{J}_f macroscópica nula.

$$\mathbf{J}_f = \nabla \times \mathbf{M} \quad (2.38)$$

Se o bloco de matéria estiver no vazio, não existem dipolos magnéticos para além do volume ocupado pelo bloco. Assim sendo, \mathbf{M} anula-se abruptamente no exterior do bloco, ocorrendo tal descontinuidade na superfície do mesmo. Por este motivo, em pontos da superfície do bloco, deve-se antes considerar a densidade superficial de corrente fixa \mathbf{K}_f , que é dada por (2.39), onde $\hat{\mathbf{n}}$ é a normal unitária à superfície no ponto em questão, apontando para fora do bloco. Note-se que (2.39) foi obtida a partir da aplicação de (2.38) a este caso especial, que exige algumas precauções de ordem matemática [11, 6].

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} \quad (2.39)$$

Para melhor se visualizar o fenómeno da magnetização, considere-se o exemplo da Figura 2.5, onde um bloco de material homogéneo foi colocado num campo magnetostático \mathbf{B}_0 (inicialmente uniforme).

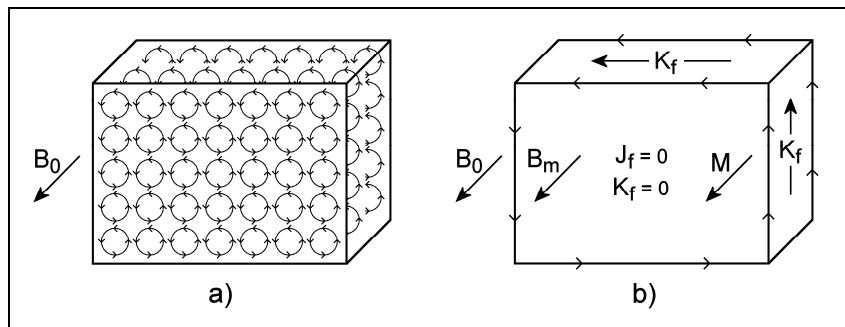


Figura 2.5 – Bloco de material num campo magnetostático.

Na figura 2.5 a) representam-se esquematicamente os dipolos magnéticos microscópicos que ocorrem no bloco magnetizado, na forma de pequenos anéis circulares de corrente. Como o material é homogéneo, a magnetização resultante é uniforme, pelo que as correntes de todos os dipolos têm a mesma intensidade. Contudo, estas correntes têm sentidos opostos nas interfaces dos dipolos, anulando-se completamente a nível macroscópico. Assim sendo, no interior do bloco $\mathbf{J}_f = 0$, tal como previsto por (2.38). Contudo, essa anulação não se verifica nas superfícies do bloco não perpendiculares a \mathbf{B}_0 , uma vez que uma parte do percurso das correntes dos dipolos aí existentes não tem dipolos adjacentes. Este fenómeno traduz-se numa densidade superficial de corrente fixa equivalente (\mathbf{K}_f), tal como previsto por (2.39), sendo uma manifestação do teorema de Stokes. Esta situação é apresentada na figura 2.5 b), onde se representa também a magnetização \mathbf{M} e o campo magnético \mathbf{B}_m . O campo \mathbf{B}_m é o campo magnético macroscópico de magnetização, que é originado exclusivamente pela distribuição de corrente fixa \mathbf{K}_f . Em todo o espaço, o campo magnético total \mathbf{B} é dado pela soma vetorial de \mathbf{B}_0 e \mathbf{B}_m [11]. Em particular, no interior do

bloco, como \mathbf{B}_0 e \mathbf{B}_m têm a mesma direção e sentido, a intensidade (módulo) de \mathbf{B} é maior que a intensidade de \mathbf{B}_0 , indicando que o exemplo se refere a um material paramagnético.

Se a magnetização \mathbf{M} no bloco não fosse uniforme, existiriam regiões onde a anulação dos efeitos das correntes dipolares não seria perfeita, o que equivaleria ao aparecimento de uma \mathbf{J}_f não nula nessas regiões, tal como previsto por (2.38) [11, 6, 9].

Convém realçar que \mathbf{M} , \mathbf{K}_f , \mathbf{J}_f e \mathbf{B}_m são grandezas macroscópicas, que correspondem à ação média ou conjunta dos efeitos microscópicos da magnetização na matéria [6, 7].

Quando o campo magnético externo é removido, o material perde geralmente a magnetização ($\mathbf{M} = 0$). Com efeito, os dipolos magnéticos induzidos desaparecem, enquanto que os restantes dipolos magnéticos voltam a ter uma orientação aleatória. Contudo, existem materiais ferromagnéticos que têm a faculdade de manter a magnetização após a remoção do campo magnético externo, sendo conhecidos por ímanes permanentes [9].

2.4.3.2 – Excitação Magnética: O Campo \mathbf{H} .

Considere-se agora um sistema onde coexistem correntes livres e correntes fixas, representadas pelas densidades de corrente \mathbf{J}_L e \mathbf{J}_f , respetivamente. Tal sistema pode ser constituído por condutores e dielétricos (como numa bobina), ou por um material onde simplesmente coexistem correntes livres e correntes fixas, que tem que ter portanto uma condutividade não nula. Independentemente da constituição do sistema, tanto \mathbf{J}_L como \mathbf{J}_f contribuem para o campo magnético total \mathbf{B} , em qualquer ponto do espaço.

A lei de Ampère (redução ao caso estático da equação IV, tabela 2.1) relaciona o rotacional de \mathbf{B} com a densidade de corrente total \mathbf{J} . Como no presente sistema $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_f$, a lei de Ampère toma a forma (2.40).

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_L + \mathbf{J}_f) \quad (2.40)$$

A densidade de corrente fixa \mathbf{J}_f é dada por (2.38), como se viu. Inserindo (2.38) em (2.40) e rearranjando, vem (2.41).

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{J}_L \quad (2.41)$$

A expressão entre parênteses de (2.41) é relevante na análise do comportamento magnético dos materiais, surgindo frequentemente nesse contexto. Assim sendo, achou-se conveniente tratá-la antes como um campo vetorial (\mathbf{H}), definido por (2.42) [11].

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (2.42)$$

A designação do campo \mathbf{H} é um tema controverso. No presente trabalho, optou-se por designá-lo por excitação magnética, como referido em [1]. A justificação para tal será apresentada adiante. A unidade de \mathbf{H} é a mesma de \mathbf{M} , naturalmente (A/m). Inserindo (2.42) em (2.41), vem finalmente a forma geral da lei de Ampère (2.43), que inclui o comportamento macroscópico da matéria na presença de um campo magnético.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_L \quad (2.43)$$

Note-se que (2.43) diz respeito apenas ao caso estático. A sua generalização para o caso dinâmico será feita adiante, quando se abordarem as equações de Maxwell na matéria [6, 11].

2.4.3.3 – Permeabilidade.

Como se viu, um material fica magnetizado ($\mathbf{M} \neq 0$) quando é inserido numa região do espaço onde existe um campo magnético (\mathbf{B}_0). Em todo o espaço, o campo magnético resultante (\mathbf{B}) é dado por $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m$, sendo \mathbf{B}_m o campo magnético devido exclusivamente à distribuição de corrente fixa. Por conseguinte, no volume ocupado pelo material, o campo magnético macroscópico a que a matéria está efetivamente sujeita é \mathbf{B} , e não \mathbf{B}_0 . Assim sendo, faz sentido estabelecer a relação entre \mathbf{M} e \mathbf{B} , dada por (2.44).

$$\mathbf{M} = \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \cdot \mathbf{B} \quad (2.44)$$

A expressão (2.44) é uma relação local ou pontual, onde μ é a permeabilidade do material no ponto em questão. A unidade de μ (henry por metro: H/m) é a mesma de μ_0 , naturalmente. Como μ_0 é sempre constante, a relação entre \mathbf{M} e \mathbf{B} depende apenas do comportamento de μ , que constitui portanto um critério útil para a classificação do comportamento magnético dos materiais. Assim, do ponto de vista magnético, um material é linear se μ não depender de \mathbf{B} , ou seja, se \mathbf{M} for diretamente proporcional a \mathbf{B} ; é homogéneo se μ não variar de ponto para ponto; e é isotrópico se μ não depender da direção de \mathbf{B} [11]. Note-se que a permeabilidade de um material anisotrópico (não isotrópico) é um tensor, e não um escalar.

A permeabilidade de um material pode também ser expressa em termos da permeabilidade relativa μ_r (em relação a μ_0), definida por (2.45). Naturalmente, μ_r é uma grandeza adimensional.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.45)$$

A partir de (2.44), pode-se definir o campo \mathbf{H} sem recorrer a \mathbf{M} . Efetivamente, inserindo (2.44) em (2.42) e simplificando, vem (2.46).

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \quad (2.46)$$

A equação (2.46) é conhecida como a relação constitutiva da excitação magnética \mathbf{H} [11, 14, 9].

2.4.3.4 – Significado Físico da Permeabilidade Relativa.

O campo \mathbf{B} é sempre solenoidal (divergência nula), como estabelecido pela equação III da tabela 2.1. De (2.46), pode concluir-se que \mathbf{H} será também solenoidal se μ for uma constante (escalar), o que se verifica num meio infinito constituído por um material linear, isotrópico e homogéneo. Portanto, se nesse meio existir uma distribuição de corrente livre \mathbf{J}_L , ela será a única fonte de \mathbf{H} , de acordo com (2.43), desde que \mathbf{J}_L não varie no tempo (Magnetostática). Assim sendo, \mathbf{H} não será diferente se essa mesma distribuição de corrente

livre estiver no vázio. Contudo, o campo magnético será diferente nas duas situações. Efetivamente, o campo magnético no material (\mathbf{B}) é dado por $\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$ (segundo (2.46)); enquanto que o campo magnético no vázio (\mathbf{B}_0) é dado por $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \cdot \mathbf{H}$ (segundo (2.42) ou (2.46)). Considerando as intensidades (módulos) de \mathbf{B} e \mathbf{B}_0 (B e B_0 , respetivamente) e recorrendo à definição de μ_r , dada por (2.45), pode concluir-se que $B/B_0 = \mu_r$. Este facto revela o significado físico de μ_r : a introdução de um material infinito, linear, isotrópico e homogéneo com permeabilidade relativa μ_r no vázio altera a intensidade do campo magnético outrora existente na proporção μ_r . Note-se que o material não precisa de ser realmente infinito, bastando que ocupe todas as regiões do espaço onde o campo magnético não é nulo [11, 6].

As definições de diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo previamente apresentadas baseiam-se precisamente na razão B/B_0 , pelo que essas propriedades podem ser formalizadas em termos de μ_r : um determinado material com permeabilidade relativa μ_r é diamagnético se $\mu_r < 1$; é paramagnético se $\mu_r > 1$; e é ferromagnético se $\mu_r \gg 1$ [11, 9].

Retome-se o exemplo da bobina solenoidal da secção 2.4.1.4. Se o interior da bobina for completamente preenchido por um material de permeabilidade relativa μ_r , o campo magnético nessa região (que é uniforme) será alterado na proporção μ_r , como se viu. Considerando cada espira da bobina como um anel de corrente, pode-se afirmar que o fluxo do campo magnético através da superfície delimitada por determinado anel será também alterado na proporção μ_r , uma vez que é diretamente proporcional ao campo magnético. Assim, atendendo à definição de indutância (2.22), pode-se concluir que a indutância da bobina será igualmente alterada na proporção μ_r . Sendo este o caso geral, a expressão da indutância da bobina solenoidal no vázio (2.23) é generalizada por (2.47), onde μ é a permeabilidade do material que preenche o interior da bobina.

$$L = \mu \cdot N^2 \frac{a}{d} \quad (2.47)$$

Em (2.47) recorde-se que a é a secção transversal da bobina, d é o seu comprimento e N é o seu número de espiras, que se supõe juntas (contíguas). Supõe-se também que a maior dimensão transversal da bobina é muito menor que o comprimento d . [11, 15].

2.4.4 – Comentário aos Campos Auxiliares \mathbf{D} e \mathbf{H} .

No âmbito da polarização e da magnetização da matéria, introduziram-se os campos \mathbf{D} e \mathbf{H} (respetivamente), ambos associados à carga livre. Com efeito, no caso estático, \mathbf{D} deve-se exclusivamente a uma distribuição de carga livre e \mathbf{H} deve-se exclusivamente a uma distribuição de corrente livre. Contudo, convém realçar que os campos fundamentais continuam a ser \mathbf{E} e \mathbf{B} , uma vez que representam o efeito de toda a carga, livre e fixa. Nesse sentido, os campos \mathbf{D} e \mathbf{H} podem ser considerados campos auxiliares, que assistem na resolução de problemas que envolvem campos eletromagnéticos na matéria. Todavia, a nível prático, ver-se-á que o campo \mathbf{H} tem maior importância do que \mathbf{D} [7, 6].

Considere-se a questão da obtenção prática de um campo eletrostático \mathbf{E} e/ou magnetostático \mathbf{B} na matéria, seja num laboratório ou num equipamento, por exemplo. Como se viu, para \mathbf{E} contribui toda a carga (livre e fixa), enquanto que para \mathbf{B} contribui toda a corrente (livre e fixa), pelo que à partida ter-se-á que controlar toda a carga e toda a corrente para obter determinados campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , respetivamente. Contudo, não se consegue controlar diretamente as distribuições de carga fixa e de corrente fixa, já que estas distribuições

dependem da polarização e da magnetização da matéria (respetivamente). Por outro lado, as distribuições de carga livre e de corrente livre podem ser facilmente controladas na prática.

Considere-se primeiro o caso da distribuição de carga livre. Para se obter um determinado campo eletrostático \mathbf{E} , pode-se acumular uma determinada quantidade de carga livre num par condutores com uma determinada disposição, de forma a obter entre eles o campo \mathbf{E} desejado, compensando o efeito da carga fixa. A forma mais prática de o fazer consiste em impor uma determinada tensão entre esses condutores, já que isso tem subjacente um determinado doseamento de carga livre e fixa (a tensão, tal como \mathbf{E} , deve-se a toda a carga, livre e fixa), conseguido através da deslocação de uma determinada quantidade de carga livre. Esta forma de estabelecer um campo eletrostático está patente em (2.12), refletindo-se na unidade do campo elétrico (V/m – volt por metro).

Paralelamente, na prática, pode-se obter um determinado campo magnetostático \mathbf{B} impondo uma determinada corrente livre num condutor de determinada forma, de maneira a compensar o efeito da corrente fixa. Todavia, atuar sobre a corrente livre equivale a atuar diretamente sobre o campo \mathbf{H} , já que na magnetostática o campo \mathbf{H} depende unicamente dessa corrente, facto que se reflete na unidade de \mathbf{H} (A/m – ampere por metro) [6]. De certa forma, o procedimento prático descrito equivale a excitar magneticamente a matéria a partir de uma distribuição de corrente livre, tendo em vista a obtenção de um determinado campo \mathbf{B} , numa relação de causa (\mathbf{H}) e efeito (\mathbf{B}), o que justifica a designação de \mathbf{H} como “excitação magnética”. Claro que no vazio os campos \mathbf{B} e \mathbf{H} são a mesma coisa, à exceção das respetivas unidades [1].

No caso estático, constata-se assim que os campos \mathbf{E} e \mathbf{H} estão diretamente associados a duas grandezas que facilmente se controlam na prática: tensão e corrente livre (respetivamente). Este facto contribui para que seja comum na bibliografia de áreas de aplicação prática como a engenharia elétrica e eletrónica exprimir o campo eletromagnético em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} , e não em termos de \mathbf{E} e \mathbf{B} .

2.4.5 – Equações de Maxwell na Matéria.

No contexto dos campos eletromagnéticos na matéria, faz sentido reformular as equações de Maxwell de forma a fazer referência explícita apenas às distribuições de carga livre (ρ_l) e de corrente livre (\mathbf{J}_l), uma vez que estas distribuições podem ser facilmente controladas na prática, como se viu. Essa reformulação recorre aos campos auxiliares \mathbf{D} e \mathbf{H} , resultando nas chamadas equações de Maxwell na matéria.

Da tabela 2.1, a equação I foi já reformulada, do que resultou (2.31). As equações II e III não envolvem distribuições de carga ou de corrente, pelo que permanecem inalteradas. A equação IV foi já parcialmente reformulada para o caso estático, do que resultou (2.43). Para generalizar essa equação para o caso dinâmico, há que juntar o contributo da indução elétrica e considerar um tipo de corrente ainda não abordado: a corrente de polarização.

Quando um dielétrico é submetido a um campo elétrico que varia no tempo, os seus dipolos elétricos microscópicos experimentam um deslocamento que tende a acompanhar esse campo, originando uma polarização \mathbf{P} variável no tempo. Esse deslocamento de carga fixa tanto pode consistir na rotação molecular como no esticamento atómico ou molecular, dependendo do tipo de dipolo elétrico em questão, como discutido na secção 2.4.2. Seja como for, esse deslocamento de carga corresponde a uma corrente elétrica, associada à polarização da matéria: a corrente de polarização. A densidade volúmica dessa corrente (\mathbf{J}_p) é dada pela taxa de variação temporal da polarização, como exposto em (2.48).

$$\mathbf{J}_p = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (2.48)$$

Considerando então o contributo de toda a corrente, a densidade de corrente total é dada por $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_p$. Nesse caso, a equação IV da tabela 2.1 toma a forma (2.49).

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J}_L + \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_p + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (2.49)$$

Em (2.49), substituindo \mathbf{J}_f por (2.38), \mathbf{J}_p por (2.48), considerando as definições de \mathbf{D} e \mathbf{H} ((2.30) e (2.42), respetivamente) e rearranjando, vem finalmente (2.50), que é a reformulação da equação IV da tabela 2.1 em termos de carga livre e corrente livre, correspondendo à generalização de (2.43) para o caso dinâmico.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_L + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.50)$$

O segundo termo de (2.50) designa-se por corrente de deslocamento, apesar de ser efetivamente uma densidade de corrente. A origem desta designação é evidente, recordando que o campo \mathbf{D} se designa por deslocamento elétrico [6]. A expressão “corrente de deslocamento” foi já referida num contexto semelhante (secção 2.3.1, discussão da equação IV da tabela 2.1), no qual correspondia à derivada temporal do produto $\varepsilon_0 \cdot \mathbf{E}$, que se optou por designar alternativamente como indução elétrica, recorde-se. No contexto de (2.50), constata-se que a corrente de deslocamento tem um significado diferente, correspondendo antes à soma da indução elétrica com a corrente de polarização \mathbf{J}_p , como se pode facilmente concluir das definições de \mathbf{D} ((2.30)) e de \mathbf{J}_p ((2.48)). Claro que na ausência de matéria (no vazio) essa diferença desaparece, uma vez que a corrente de polarização é nula. Não obstante, a diferença de significado verificada no contexto de (2.50) na presença de matéria reforça a opção tomada na secção 2.3.1 de designar a derivada temporal do produto $\varepsilon_0 \cdot \mathbf{E}$ por “indução elétrica”, em vez de designá-la por “corrente de deslocamento”.

A corrente livre \mathbf{J}_L também se designa por corrente de condução, uma vez que corresponde ao movimento das cargas livres dos materiais condutores. A magnitude relativa dessa corrente em relação à corrente de deslocamento dá uma indicação da qualidade de um material como condutor. Sejam \mathbf{J}_L e \mathbf{J}_d as densidades de corrente de condução e de deslocamento (respetivamente) num determinado ponto de um determinado material. Se $\mathbf{J}_L \gg \mathbf{J}_d$, então esse material é um bom condutor. Note-se que este critério é afetado pela taxa de variação temporal de \mathbf{D} , já que esta taxa define a magnitude da corrente de deslocamento. No caso particular dessa variação temporal ser harmónica (sinusoidal ou co-sinusoidal), tal implica que o critério apresentado dependa da frequência de trabalho. Nesse caso, verifica-se que o desempenho de um condutor degrada-se com o aumento da frequência, devido ao aumento relativo da corrente de deslocamento. Contudo, para os bons condutores metálicos, tal degradação só se manifesta a partir da banda dos infravermelhos [8].

Na Tabela 2.3 sintetizam-se as equações de Maxwell na matéria (forma diferencial apenas), apresentando-se também as relações constitutivas de \mathbf{D} , \mathbf{H} e \mathbf{J}_L , que estabelecem a relação de \mathbf{E} com \mathbf{D} , de \mathbf{B} com \mathbf{H} e de \mathbf{E} com \mathbf{J}_L , respetivamente. Na relação constitutiva de \mathbf{J}_L , recorde-se que σ corresponde à condutividade, e não à densidade superficial de carga. Os parâmetros ε , μ e σ de determinado material denominam-se parâmetros constitutivos (desse material) [8, 9].

EQUAÇÕES DE MAXWELL NA MATÉRIA			
(I)	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_L$	(III)	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
(II)	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(IV)	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_L + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
RELAÇÕES CONSTITUTIVAS			
	$\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E}$	$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$	$\mathbf{J}_L = \sigma \cdot \mathbf{E}$

Tabela 2.3 - Equações de Maxwell na matéria.

Num meio que é linear, isotrópico e homogéneo relativamente à permissividade e permeabilidade (ε e μ são constantes escalares) nas regiões onde os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} não são nulos, faz sentido incluir as relações constitutivas nas equações de Maxwell, que passam a ter a forma sintética apresentada na tabela 2.4. Note-se que esta forma envolve apenas os campos fundamentais \mathbf{E} e \mathbf{B} .

EQUAÇÕES DE MAXWELL NUM MEIO LINEAR, ISOTRÓPICO E HOMOGÉNEO			
(I)	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_L}{\varepsilon}$	(III)	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
(II)	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(IV)	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \left(\sigma \cdot \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$

Tabela 2.4 - Equações de Maxwell num meio linear, isotrópico e homogéneo.

Considere-se as equações de Maxwell da tabela 2.1 no contexto de um sistema onde apenas existem cargas e correntes livres (isto é, onde somente as cargas e correntes livres têm efeito), como aquele constituído por estruturas de condutores (com determinada σ e com $\varepsilon_r = \mu_r = 1$) no vácuo. Nesse caso, como as densidades de carga e de corrente das equações da tabela 2.1 são exclusivamente livres, pode-se fazer a comparação direta dessas equações com as da tabela 2.4 (reconhecendo que $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L = \sigma \cdot \mathbf{E}$), constatando-se que elas apenas diferem na permissividade e na permeabilidade (na tabela 2.1, tem-se ε_0 e μ_0 ; na tabela 2.4, ε e μ). Como consequência, se o vácuo do sistema de condutores referido for substituído por um dielétrico linear, isotrópico e homogéneo em todas as regiões onde os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} não são nulos, basta geralmente substituir ε_0 e μ_0 por ε e μ (do dielétrico em questão) nas expressões que modelizam o sistema para as adaptar à nova situação. Um exemplo disto foi a generalização das expressões da capacidade do condensador de placas paralelas e da indutância do solenoide longo para a matéria ((2.35) e (2.47), respetivamente). Note-se, contudo, que o mesmo se aplica caso não existam condutores no sistema considerado. Nesse caso particular, a comparação a fazer passa a ser entre as equações da tabela 2.1 no vácuo ($\rho = 0$ e $\mathbf{J} = 0$) e as equações da tabela 2.4 num meio dielétrico ($\rho_L = 0$ e $\sigma = 0$). Tal comparação é imediata, constatando-se que as equações da tabela 2.1 apenas diferem das equações da tabela 2.4 na permissividade e na permeabilidade, como anteriormente [6, 9].

No sentido das razões apontadas na secção 2.4.4, é por vezes conveniente exprimir as equações de Maxwell em termos dos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} . Nesse caso, num meio linear, isotrópico e homogéneo, as equações da tabela 2.4 passam a ter a forma apresentada na Tabela 2.5.

EQUAÇÕES DE MAXWELL NUM MEIO LINEAR, ISOTRÓPICO E HOMOGÉNEO	
(I) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_L}{\varepsilon}$	(III) $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$
(II) $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$	(IV) $\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \cdot \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

Tabela 2.5 – Equações de Maxwell expressas em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} .

Nas equações da tabela 2.5, os termos de indução elétrica e magnética apresentam uma clara dualidade. Em meios dielétricos ($\rho_L = 0$ e $\sigma = 0$), esse carácter dual estende-se às quatro equações. Com efeito, se na tabela 2.5 se substituir \mathbf{E} por \mathbf{H} , \mathbf{H} por $-\mathbf{E}$, ε por μ e vice-versa, obtêm-se as mesmas quatro equações. Este facto simples designa-se por princípio da dualidade, sendo importante na simplificação da resolução de alguns problemas [8]. Nesse contexto, constitui uma razão adicional para exprimir o campo eletromagnético em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} , relativamente às enunciadas na secção 2.4.4. Esse procedimento encontra-se frequentemente na bibliografia sobre radiação e antenas, como em [16, 17], por exemplo. Quando se exprimem as equações de Maxwell ou o campo eletromagnético somente em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} , é usual designar \mathbf{H} por campo magnético, em vez de excitação magnética.

Caso as fontes (distribuições de carga e de corrente) e/ou os campos apresentem uma variação temporal harmónica, é conveniente exprimir as equações de Maxwell em notação complexa (fasorial), para maior facilidade de manipulação. Nesse caso, num meio linear, isotrópico e homogéneo, as equações da tabela 2.5 passam a ter a forma apresentada na Tabela 2.6, onde j é a unidade imaginária e ω é a frequência angular, expressa em radianos por segundo (rad/s). Note-se que as equações da tabela 2.6 herdam o carácter dual das equações da tabela 2.5 [8, 9].

EQUAÇÕES DE MAXWELL NUM MEIO LINEAR, ISOTRÓPICO E HOMOGÉNEO	
(I) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_L}{\varepsilon}$	(III) $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$
(II) $\nabla \times \mathbf{E} = -j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mathbf{H}$	(IV) $\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \cdot \mathbf{E} + j \cdot \omega \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{E}$

Tabela 2.6 – Equações de Maxwell em \mathbf{E} e \mathbf{H} , notação complexa.

Na discussão de (2.50), apresentou-se um critério para avaliar a qualidade de um condutor, baseado na comparação das magnitudes da corrente de condução e da corrente de deslocamento. Esse critério pode ser reformulado no contexto das equações da tabela 2.6 (variação temporal harmónica). Com efeito, na equação IV da tabela 2.6, constata-se que as amplitudes relativas da corrente de condução e da corrente de deslocamento podem ser aferidas comparando σ com $(\omega \cdot \varepsilon)$. Logo, se em determinado material $\sigma \gg \omega \cdot \varepsilon$, esse material é um bom condutor [8, 6].

Por fim, convém realçar que as equações de Maxwell na matéria (tabelas 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6) não são mais gerais que as equações da tabela 2.1. De facto, as equações de Maxwell na matéria não envolvem novos princípios fundamentais, apenas assumem a separação da carga e da corrente nas componentes fixa e livre [6].

2.4.6 – Alguns Fenómenos Dinâmicos em Condutores.

Nesta secção abordam-se alguns fenómenos dinâmicos relevantes em condutores, cuja origem se deve essencialmente à indução magnética (lei de Faraday). Na exposição que se segue, supõe-se que a variação temporal dos campos e correntes em questão é harmónica.

2.4.6.1 – Efeito Pelicular.

Quando uma onda eletromagnética incide num condutor perfeito ($\sigma \rightarrow \infty$), ela é completamente refletida, isto é, toda a onda incidente é transformada numa onda refletida, não havendo onda transmitida, nem dissipação de energia. Se o condutor não for perfeito, mas for ainda um bom condutor ($\sigma \gg \omega \cdot \epsilon$), verifica-se que apenas parte da onda incidente é refletida, enquanto que a restante parte constitui uma onda transmitida que se propaga pelo interior do condutor [6]. Como num bom condutor a corrente de condução é muito maior que a corrente de deslocamento, esta última pode ser descartada, pelo que a indução magnética será o único fenómeno de indução ativo no interior do condutor (aproximação magnetoquase-estática – ver secção 2.5). Ao incidir no condutor, o campo elétrico da onda eletromagnética origina uma corrente superficial, que cria um campo magnético variável no tempo, que por sua vez induz um campo elétrico que se opõe ao original, enfraquecendo-o, de acordo com o princípio da indução magnética. O campo elétrico resultante origina uma nova corrente, repetindo-se o processo descrito à medida que a onda eletromagnética transmitida penetra no condutor. Neste processo, a onda eletromagnética vai perdendo energia, que é dissipada em calor graças à condutividade finita do condutor. Como consequência, a onda é atenuada à medida que penetra no condutor. As correntes em questão têm uma forma anelar, sendo por isso conhecidas por correntes de remoinho [18].

Considere-se um condutor plano de profundidade infinita (em coordenadas Cartesianas, $x \geq 0$, por exemplo), na superfície do qual ($x = 0$) incide uma onda eletromagnética plana. Neste caso, verifica-se que as amplitudes do campo elétrico, do campo magnético e da corrente decaem exponencialmente à medida que a onda eletromagnética transmitida avança no interior do condutor (sentido positivo de x). Assim sendo, pode-se definir uma distância característica δ em relação à superfície do condutor, de forma a que a amplitude dos campos e das correntes em $x = \delta$ seja $1/e$ vezes do valor superficial. À distância δ chama-se profundidade pelicular (*skin depth*), que para um bom condutor é dada por (2.51), onde ω é a frequência angular da onda eletromagnética, μ é a permeabilidade do condutor e σ é a condutividade deste [8, 18].

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu \cdot \sigma}} \quad (2.51)$$

Portanto, à distância δ da superfície do condutor referido, a amplitude da onda eletromagnética transmitida será e vezes menor que a amplitude superficial.

A diminuição de amplitude dos campos e das correntes verificada à medida que se avança pelo interior de um condutor indica que os campos e correntes concentram-se efetivamente na região superficial desse condutor. Este fenómeno designa-se por efeito pelicular (*skin effect*), sendo mais proeminente a frequências elevadas, onde a profundidade pelicular é relativamente pequena. Os materiais ferromagnéticos são particularmente suscetíveis a este fenómeno, dado que, para além de uma permeabilidade elevada, possuem também uma condutividade elevada, geralmente. A título de exemplo, para uma frequência de 1 kHz, a profundidade pelicular do ferro é de 0,16 mm, enquanto que a do cobre é de 2,1 mm [13].

O conceito de profundidade pelicular foi desenvolvido sobre um condutor plano infinito. Todavia, esse conceito (e portanto (2.51)) aplica-se também a condutores finitos, desde que as suas dimensões sejam muito maiores que a profundidade pelicular. A superfície do condutor pode também ser curva, desde que o seu raio de curvatura seja muito maior que a profundidade pelicular [8, 13].

2.4.6.2 – Blindagem Eletromagnética.

O facto de a amplitude de uma onda eletromagnética diminuir à medida que esta avança pelo interior de um bom condutor indica que esta classe de materiais pode ser usada para a implementação de blindagens eletromagnéticas eficazes. Nesta aplicação, os materiais ferromagnéticos são os mais indicados para frequências relativamente baixas (inferiores a 10 kHz), já que a estas frequências apresentam simultaneamente uma condutividade e uma permeabilidade elevadas. Contudo, a permeabilidade relativa da maioria dos materiais ferromagnéticos decresce à medida que a frequência de trabalho aumenta, aproximando-se da unidade para frequências da ordem das dezenas de kHz. Por outro lado, os materiais ferromagnéticos não são lineares, já que a partir de uma determinada intensidade de excitação magnética (H) apresentam uma permeabilidade que diminui com o aumento de H (saturação), podendo mesmo atingir $\mu_r \approx 1$ se H for suficientemente elevada (secção 4.3.1.1). Pelo exposto, em aplicações de alta frequência ou aplicações onde o campo eletromagnético seja muito intenso, o parâmetro constitutivo determinante no desempenho de um bom condutor como blindagem eletromagnética é a condutividade, que deve ser a maior possível. Nessas aplicações, o cobre ou o alumínio são preferíveis a materiais ferromagnéticos como o ferro ou o aço, por exemplo, já que possuem uma condutividade maior [12].

2.4.6.3 – Efeito Pelicular em Condutores que Transportam Correntes.

O efeito pelicular verifica-se também num condutor que transporta uma corrente elétrica variável no tempo. Neste caso, a corrente produz um campo magnético variável no tempo, que por sua vez induz um campo elétrico, de acordo com o fenómeno da indução magnética. Assim sendo, o campo elétrico induzido tem o sentido da corrente na zona superficial do condutor, mas opõe-se à corrente na zona central deste, pelo que a amplitude da densidade de corrente é maior na zona superficial do que na zona central [8, 18]. Esta situação é apresentada na Figura 2.6, numa porção de um condutor cilíndrico homogéneo que é percorrido por uma corrente axial de densidade J .

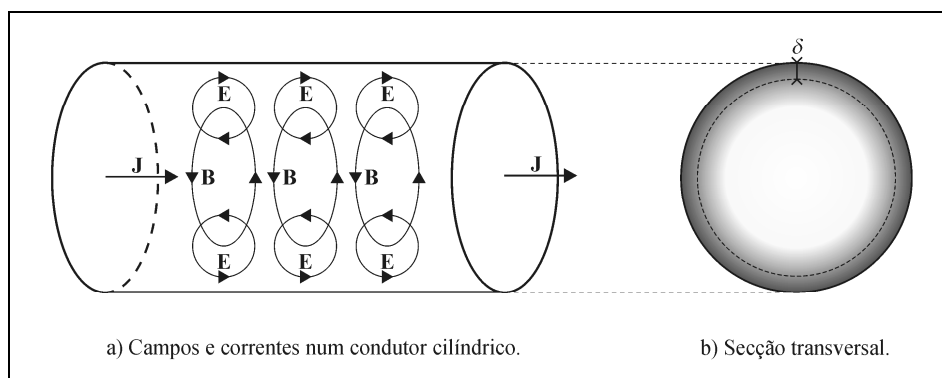


Figura 2.6 – Efeito pelicular num condutor cilíndrico.

Na figura 2.6 a) representam-se algumas linhas do campo B (criado por J) e do campo E induzido, de forma anelar. Note-se que o plano das linhas do campo B é perpendicular a J , enquanto que o plano das linhas do campo E induzido é perpendicular ao plano das linhas do

campo **B**. Na figura 2.6 b) representa-se esquematicamente a amplitude de **J** numa secção transversal desse condutor, em escala de cinzentos (mais escuro, maior amplitude). Note-se a diferença em relação ao caso magnetostático (correntes estacionárias), onde **J** é uniforme (apenas num condutor cilíndrico homogêneo, note-se) [13]. Igualmente representada na figura 2.6 b) está a profundidade pelicular δ (circunferência a tracejado).

2.4.6.4 – Impedância Interna de um Condutor sob Efeito Pelicular.

A impedância interna de um condutor é a componente da impedância total que se deve exclusivamente aos campos internos ao condutor. Regressando ao caso do condutor plano de profundidade infinita, considere-se neste o volume constituído por um prisma quadrangular com origem na superfície e com profundidade infinita, como exposto na Figura 2.7.

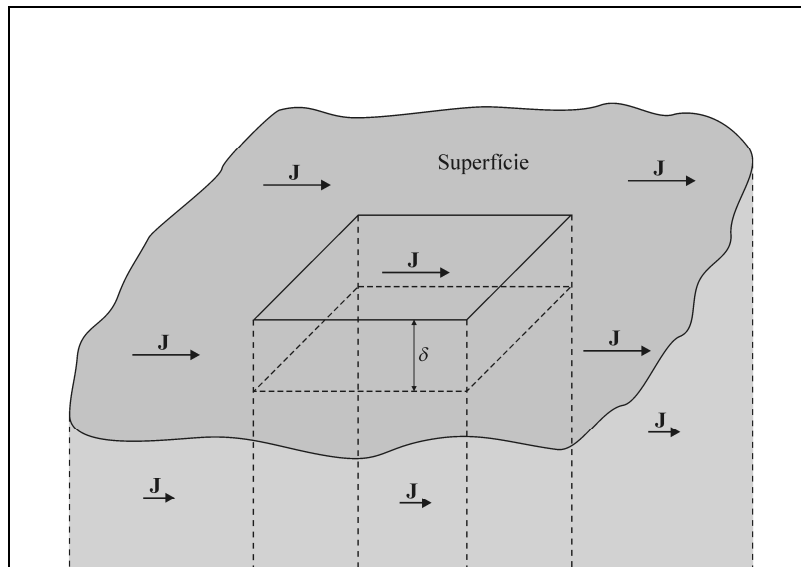


Figura 2.7 – Condutor plano de profundidade infinita.

Dado que o prisma tem profundidade infinita, ele pode ser referenciado apenas pela sua área superficial, que no caso presente se considera quadrada e unitária. Assim sendo, a impedância do prisma pode ser expressa através de uma impedância superficial Z_s , associada à área superficial deste, sendo dada por (2.52).

$$Z_s = \frac{1+j}{\sigma \cdot \delta} \quad (2.52)$$

No caso real de um condutor plano com profundidade finita, a impedância associada a uma área superficial quadrada e unitária pode ser aproximada por (2.52), desde que a profundidade do condutor seja muito maior que a profundidade pelicular δ .

Em (2.52), pode-se constatar que Z_s é indutiva (parte imaginária positiva), sendo a componente resistiva igual à indutiva (fase de 45°). Estas propriedades podem ser realçadas reescrevendo (2.52) como (2.53) [18, 8].

$$Z_s = R_s + j \cdot \omega \cdot L_s \quad ; \quad R_s = \omega \cdot L_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta} \quad (2.53)$$

Em (2.53), R_s e L_s são a resistência e a indutância associadas a uma área superficial quadrada e unitária, respetivamente. Inserindo (2.51) em (2.53), obtém-se (2.54), onde R_s e L_s são expressas em função dos parâmetros constitutivos do condutor (neste caso σ e μ) e da frequência angular ω .

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu}{2 \cdot \sigma}} ; \quad L_s = \sqrt{\frac{\mu}{2 \cdot \omega \cdot \sigma}} \quad (2.54)$$

Em (2.54), pode-se constatar que R_s aumenta com a frequência, enquanto que L_s diminui. Este comportamento deve-se à diminuição da profundidade pelicular com o aumento da frequência. Efetivamente, com o aumento da frequência, a corrente tende a distribuir-se numa camada superficial cada vez mais fina, resultando no aumento de R_s . Por outro lado, como a acumulação de corrente na superfície do condutor é acompanhada pela redução da corrente interna, o campo magnético interno é reduzido, diminuindo L_s . Geralmente, a indutância devida ao campo magnético externo do condutor é muito maior do que L_s , pelo que a contribuição de L_s para a indutância total é muito pequena, podendo ser descartada [18].

A definição de R_s em (2.53) revela outra interpretação da profundidade pelicular δ . Com efeito, essa expressão mostra que R_s corresponde à resistência em corrente contínua ($\omega = 0$, sem efeito pelicular) do prisma referido caso este tivesse apenas uma profundidade δ . Tal equivale a considerar que toda a corrente que passa no prisma infinito está confinada ao volume definido por δ (representado na figura 2.7), e que essa corrente tem uma distribuição uniforme (em vez de decair exponencialmente, como acontece efetivamente). Estas considerações são extensíveis a condutores de outras formas, podendo-se genericamente afirmar que a resistência de um qualquer condutor sob efeito pelicular corresponde à resistência em corrente contínua da sua película superficial (de profundidade δ), desde que a profundidade desse condutor seja muito maior que δ , como já referido [8]. Verificada esta última condição, o cálculo da resistência de um condutor sob efeito pelicular fica bastante simplificado. Seguem-se alguns exemplos:

- Num condutor plano de profundidade D , considere-se o volume V constituído pelo prisma retangular de profundidade D (engloba todo o condutor na direção da profundidade), comprimento L e largura W . Considere-se ainda que $D \gg \delta$, e que a densidade de corrente \mathbf{J} é paralela à direção do comprimento (e portanto perpendicular à direção da largura e da profundidade). Para determinar a resistência de V sob efeito pelicular (R_v), pode-se decompor V em prismas quadrangulares contíguos e alinhados, de área superficial unitária. Reconhecendo que a resistência de cada um destes prismas quadrangulares é R_s e que os prismas dispostos na direção de \mathbf{J} (direção do comprimento) estão efetivamente em série, constituindo várias filas de prismas em paralelo, conclui-se que R_v é dada por (2.55) [8, 14].

$$R_v = \frac{L}{W} R_s = \frac{L}{\sigma \cdot \delta \cdot W} \quad (2.55)$$

- Considere-se agora um condutor cilíndrico de raio r e comprimento L , mais comum que o condutor plano no transporte de corrente. Assumindo que \mathbf{J} é axial, a resistência deste condutor sob efeito pelicular (R_c) pode ser determinada recorrendo ao princípio descrito para o condutor plano. Para isso, basta planificar (“desenrolar”) a película superficial de profundidade δ , obtendo-se um prisma retangular de profundidade δ , comprimento L e largura igual ao perímetro do cilindro. Substituindo em (2.55), vem (2.56) [14, 18].

$$R_C = \frac{L}{2.\pi.r} R_S = \frac{L}{2.\pi.r.\sigma.\delta} \quad (2.56)$$

Note-se que (2.56) é uma aproximação, sendo geralmente aplicável se $r \geq (7,5.\delta)$. Se esta condição não se verificar, é necessário recorrer à fórmula exata, que envolve funções de Bessel [8].

2.4.6.5 – Efeito de Proximidade em Condutores que Transportam Correntes.

Na secção anterior, viu-se que o efeito pelicular num condutor que transporta uma corrente elétrica variável no tempo se deve à natureza do campo elétrico induzido pelo campo magnético dinâmico associado a essa corrente. Nessa discussão, considerou-se que todo o campo magnético existente no interior do condutor se devia exclusivamente à corrente do próprio condutor, o que se verificará efetivamente se o condutor estiver afastado de qualquer outra fonte de campo magnético dinâmico, ou seja, de outras correntes variáveis no tempo. Contudo, existem sistemas onde isso não se verifica, como é o caso das bobinas, transformadores e cabos constituídos por vários fios condutores isolados, por exemplo. Em tais sistemas, o campo magnético interno de cada condutor é determinado também pelas correntes dos condutores vizinhos, sendo portanto diferente do campo magnético interno que existiria caso os condutores estivessem muito afastados. Este facto implica também diferenças nos campos elétricos induzidos, e portanto na distribuição de corrente em cada condutor. À alteração da distribuição de corrente num condutor devida à proximidade de outros condutores chama-se efeito de proximidade, traduzindo-se geralmente num aumento adicional da resistência desse condutor em relação ao caso onde apenas existe efeito pelicular (sem outros condutores próximos) [19]. Para visualizar o efeito de proximidade, considere-se o caso simples de dois condutores cilíndricos próximos (paralelos), que transportam correntes axiais com a mesma frequência e amplitude. Na Figura 2.8 representa-se esquematicamente a amplitude da densidade de corrente (mais escuro, maior amplitude) nas secções transversais desses condutores, quando as correntes que os percorrem estão em fase (figura 2.8 a)) e em oposição de fase (figura 2.8 b)). Compare-se com o caso onde existe apenas efeito pelicular (figura 2.6 b)).

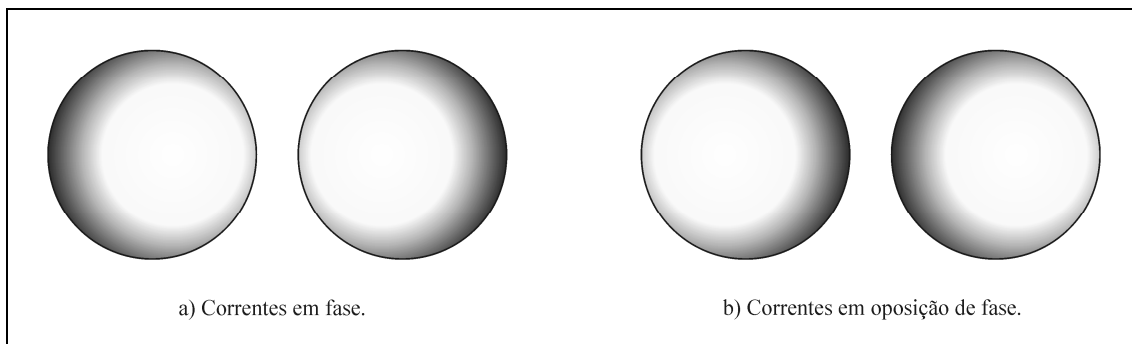


Figura 2.8 – Efeito de proximidade entre dois condutores cilíndricos paralelos.

A aplicação do caso dos dois condutores cilíndricos paralelos está praticamente confinada ao contexto dos cabos de dois fios paralelos. Para esse e outros casos simples que envolvam até três condutores, a determinação da resistência devida à ação conjunta do efeito pelicular e do efeito de proximidade pode ser feita recorrendo a fórmulas, como as desenvolvidas em [20]. Em aplicações mais complexas, como as que envolvem cabos com mais de três fios condutores ou enrolamentos de bobinas e transformadores, as distribuições de corrente nos condutores são bem mais complexas do que as distribuições representadas na

figura 2.8. Atualmente, a melhor forma de estudar tais aplicações é recorrer a métodos numéricos, como a Análise por Elementos Finitos.

2.4.6.6 – Mitigação do Efeito Pelicular e do Efeito de Proximidade.

Num condutor que transporta uma corrente variável no tempo, a ação conjunta do efeito pelicular e do efeito de proximidade traduz-se essencialmente no aumento da resistência efetiva do condutor com o aumento da frequência de trabalho. Esse aumento da resistência é inevitavelmente acompanhado pelo aumento das perdas em calor por efeito de Joule, o que pode ser crítico em aplicações de elevada potência. No contexto das bobinas, o aumento da resistência traduz-se também na diminuição do fator de qualidade (Q) da bobina ($Q = X_L/R$, onde X_L é a reactância indutiva da bobina e R é a resistência efetiva do fio desta (secção 4.1.1.4)) [21]. Em aplicações onde estes aspectos são críticos, é portanto imperativo minimizar a resistência do condutor à frequência de trabalho, o que, sem alterar a constituição do condutor, passa sempre por aumentar a sua área superficial útil. Uma solução neste sentido consiste em recorrer ao fio *litz* (do alemão *litzendraht*, que significa “fio entrançado”), que é um fio composto por vários filamentos condutores entrançados. Os filamentos estão isolados entre si, exceto nos extremos do fio, onde são ligados em paralelo. Esta técnica permite aumentar a superfície útil do condutor para um determinado perímetro (transversal), já que essa superfície passa a corresponder à soma das superfícies dos filamentos. O fio é entrançado de tal forma que cada filamento passe por todas as posições possíveis ao longo do comprimento do fio, o que permite que a ação total do efeito de proximidade em cada filamento seja aproximadamente a mesma, num troço de fio de comprimento apreciável. Isso contribui para que cada filamento apresente aproximadamente a mesma impedância, assegurando portanto uma divisão equilibrada da corrente total pelos diversos filamentos. Regra geral, para que o fio *litz* seja eficaz, o diâmetro dos filamentos constituintes deve ser menor que a profundidade pelicular à frequência de trabalho. Em termos de desempenho prático, o fio *litz* funciona bastante bem para frequências abaixo de 500 kHz. Contudo, à medida que a frequência de trabalho sobe, as capacidades parasitas entre os vários filamentos e o efeito de proximidade nestes degradam o seu desempenho, pelo que é raramente usado para frequências superiores a 2 MHz [19, 22].

Para frequências mais elevadas, é comum o emprego de condutores ocos, com uma espessura da ordem da profundidade pelicular e com um perímetro transversal relativamente elevado. Para além de poupar material, esta técnica minimiza a diferença entre a resistência em corrente contínua e a resistência à frequência de trabalho. Note-se que quanto maior for o perímetro, menor será a resistência a qualquer frequência [23, 19].

Alternativamente, a minimização da resistência do condutor à frequência de trabalho pode ser feita através do revestimento deste com materiais de maior condutividade ou permeabilidade. O revestimento do condutor com outro de maior condutividade é sobretudo eficaz em situações onde o efeito de proximidade é reduzido (bobinas com espiras afastadas) e a frequência de trabalho é elevada (a partir da banda de VHF). Neste caso, dado que a profundidade pelicular é muito reduzida, o revestimento com uma camada muito fina é suficiente para a redução da resistência, o que é importante a nível económico, já que os materiais de maior condutividade tendem a ser mais caros. Um exemplo comum é o revestimento de condutores de cobre com prata [18, 24]. O revestimento do condutor com um material de elevada permeabilidade (ferromagnético) é eficaz sobretudo em situações onde o efeito de proximidade é significativo, como em bobinas com espiras juntas e no fio *litz* (filamentos muito próximos). Nestes casos, o uso de fios ou filamentos revestidos com material ferromagnético (*magnetoplated wire*) reduz o efeito de proximidade, devido ao efeito de blindagem magnética que o revestimento tende a exercer sobre cada fio. Com efeito, o revestimento de determinado fio concentra as linhas do campo magnético exterior, desviando-as do interior do fio, sendo este efeito mais pronunciado quanto maior for a permeabilidade

do revestimento. Contudo, há que considerar adicionalmente a possibilidade de saturação do material ferromagnético, que deve ser evitada. O caso mais estudado deste tipo de revestimento é o fio de cobre revestido a ferro. Note-se que esta técnica é relativamente recente (1994), sendo ainda escassa a disponibilidade comercial de fios *magnetoplated* [25, 26, 27].

2.5 – Aproximação Quase-estacionária e Quase-estática.

No caso dinâmico, os dois termos de indução das equações de Maxwell, que envolvem a derivada temporal de **B** (indução magnética) e a derivada temporal de **E** (indução elétrica), acoplam os campos **E** e **B**, dando origem a ondas eletromagnéticas, como se viu nas secções 2.3.2 e 2.3.3. Contudo, se em determinado sistema físico dinâmico o comprimento da onda eletromagnética associada for muito maior que as dimensões do sistema, pode-se considerar que qualquer perturbação do campo eletromagnético é “sentida” instantaneamente em todos os pontos desse sistema, o que equivale a considerar que o tempo de propagação da onda eletromagnética é nulo, ou que a sua velocidade de propagação é infinita. Tal equivale ainda a ignorar o tempo retardado, discutido na secção sobre potenciais (secção 2.3.4.1). Assim, ao desprezar o carácter ondulatório do campo eletromagnético, está-se implicitamente a descartar pelo menos um dos termos de indução das equações de Maxwell, afetando a interdependência (acoplamento) dos campos **E** e **B**. Se forem descartados os dois termos de indução, tem-se uma aproximação ao caso estático, denominada aproximação quase-estacionária, onde **E** e **B** são completamente independentes (desacoplados); descartando apenas um termo, tem-se uma aproximação quase-estática, onde a interdependência de **E** e **B** é apenas parcial. As aproximações quase-estacionária e quase-estática de um sistema dinâmico visam a simplificação das equações de Maxwell que o modelizam, que assim ficam mais fáceis de resolver. Um sistema dinâmico que pode ser modelizado através de uma aproximação quase-estacionária ou quase-estática diz-se um sistema quase-estacionário ou quase-estático, respetivamente, o mesmo acontecendo com os respetivos campos.

Para formalizar o critério exposto para a aplicação da aproximação quase-estacionária ou quase-estática, considere-se um sistema dinâmico cujas dimensões espaciais são da ordem de D , de forma a que D possa ser encarado como a dimensão característica. Seja τ o tempo característico da variação temporal das fontes (distribuições de carga e de corrente). Esse sistema dinâmico pode ser transformado num sistema quase-estacionário ou quase-estático se verificar (2.57).

$$\frac{D}{v} \ll \tau \quad (2.57)$$

Em (2.57), v é a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no meio em questão (no vazio, $v = c$). A razão D/v representa portanto o tempo que uma onda eletromagnética leva a percorrer a distância D à velocidade v , que deve ser muito menor que τ para que a aproximação quase-estacionária ou quase-estática seja aplicável.

Se a variação temporal das fontes for harmónica, com frequência angular ω e comprimento de onda λ , pode-se considerar que $\tau = 1/\omega$. Substituindo em (2.57) e reconhecendo que $v = \lambda\omega/(2\pi)$, vem (2.58), que constitui um critério mais imediato para o caso harmónico.

$$D \ll \frac{\lambda}{2\pi} \quad (2.58)$$

Note-se que (2.57) e (2.58) são apenas critérios indicativos, já que a aplicabilidade da aproximação quase-estacionária ou quase-estática depende do erro admissível no sistema em questão, originado pela exclusão de pelo menos um dos fenômenos de indução [4].

Num determinado sistema físico dinâmico, o termo de indução a descartar numa aproximação quase-estática será o termo de menor prevalência, o que depende da escala espacial e temporal do sistema, da sua geometria e dos materiais constituintes. Caso seja descartado o termo da indução magnética, a aproximação diz-se eletroquase-estática; se for descartado o termo da indução elétrica, a aproximação diz-se magnetoquase-estática. A exclusão de um dos termos de indução tem também implicações em termos de energia. Com efeito, ao desprezar a indução magnética numa aproximação eletroquase-estática, está-se implicitamente a considerar que a maior parte da energia do campo eletromagnético (cuja densidade é dada por (2.16)) reside no campo elétrico, e que este prevalece portanto sobre o campo magnético. Paralelamente, ao desprezar a indução elétrica numa aproximação magnetoquase-estática, está-se implicitamente a considerar que a maior parte da energia do campo eletromagnético reside no campo magnético, e que este prevalece sobre o campo elétrico. Estas considerações energéticas estão relacionadas com o teorema de Poynting (secção 2.3.5).

No caso de sistemas compostos exclusivamente por condutores e dielétricos perfeitos, a aproximação quase-estática a fazer pode ser facilmente determinada baixando a taxa de variação temporal das fontes (ρ_L ou J_L) de forma a tornar os campos estáticos. Se nesse limite o campo \mathbf{B} desaparecer, a aproximação será eletroquase-estática; se for o campo \mathbf{E} a desaparecer, a aproximação será magnetoquase-estática. Como exemplos clássicos de sistemas deste tipo tem-se o condensador (sistema eletroquase-estático) e as bobinas e transformadores (sistemas magnetoquase-estáticos). No caso de sistemas constituídos por condutores e/ou dielétricos imperfeitos, a determinação da aproximação quase-estática aplicável é mais complexa, envolvendo os parâmetros ϵ , μ e σ dos materiais em questão, uma vez que implica os fenômenos da relaxação de carga (que envolve ϵ e σ) e da difusão magnética (que envolve μ e σ) [4]. Tal situação não será aqui abordada, podendo ser encontrada com grande detalhe em [4].

Existem também sistemas físicos que são constituídos por vários subsistemas quase-estacionários e quase-estáticos localizados. Um caso paradigmático é o dos circuitos elétricos, constituídos por diversos componentes interligados por condutores que se consideram perfeitos. Considerando apenas os componentes passivos elementares, estes podem ser dissipativos, transformando energia elétrica em energia calorífica (resistências); ou reativos, armazenando energia num campo elétrico ou magnético (condensadores, bobinas e transformadores, respetivamente). As resistências são concebidas de forma a minimizar ambos os fenômenos de indução, constituindo portanto subsistemas quase-estacionários, onde o efeito de correntes variáveis no tempo não difere significativamente do das correntes estacionárias da Magnetostática, dada a irrelevância dos fenômenos de indução. Por outro lado, os componentes reativos são concebidos de forma a maximizarem um dos termos de indução em relação ao outro, constituindo subsistemas quase-estáticos: nos condensadores procura-se maximizar a indução elétrica, enquanto que nas bobinas e transformadores se procura maximizar a indução magnética. Esta forma de, num circuito elétrico, concentrar os fenômenos de indução (ou a sua ausência) em elementos localizados (*lumped*), leva a que cada elemento (componente) tenha uma função específica bem definida, podendo ser completamente caracterizado pela razão entre a tensão e a corrente presente nos seus terminais, constituindo formas elementares de impedância. Com efeito, no caso dos componentes dissipativos, a impedância apenas tem parte real, enquanto que no caso dos componentes reativos tem apenas parte imaginária. Este paradigma permitiu o

desenvolvimento de métodos de análise poderosos, que constituem a Teoria de Circuitos (análise de circuitos).

Todavia, à medida que a frequência de trabalho sobe, as aproximações quase-estacionárias e quase-estáticas perdem validade, deixando de ser aplicáveis. Neste caso, para além de ambos os fenómenos de indução passarem a ser relevantes, estes passam também a estar distribuídos ao longo do circuito. Assim, à medida que a frequência sobe, passa-se progressivamente de um modelo *lumped* para um modelo distribuído, onde a existência de ondas eletromagnéticas tem que ser considerada, através da Teoria de Campos (equações de Maxwell). As linhas de transmissão são um bom exemplo de prevalência dos fenómenos distribuídos. Existem diferentes métodos de análise de modelos distribuídos, dos quais se destacam os parâmetros *S* (*scattering parameters*), que se baseiam nas relações entre ondas incidentes e refletidas [8, 28].

2.6 – Radiação e Antenas.

O fenómeno da radiação consiste na geração de ondas eletromagnéticas a partir de distribuições de carga e de corrente que variam no tempo [6]. Como a existência de tais distribuições dinâmicas implica aceleração (positiva ou negativa) de carga, pode-se afirmar que a causa última da radiação é a aceleração de carga [16, 29].

Nesta secção vai-se abordar o fenómeno da radiação a partir de distribuições de carga livre e de corrente livre, com variação temporal harmónica. Considera-se ainda que tais distribuições ocorrem em estruturas de condutores num meio dielétrico perfeito (de condutividade nula, sem perdas), nomeadamente em antenas de transmissão, que são estruturas especialmente concebidas para radiar ondas eletromagnéticas na banda de rádio (ondas de rádio). Apenas serão abordadas as antenas do tipo dipolo eléctrico e do tipo dipolo magnético, que constituem os blocos fundamentais de outras antenas mais complexas [29, 8].

2.6.1 – Dipolo Elétrico e Dipolo Magnético.

O dipolo eléctrico é constituído por um condutor linear de comprimento L , que é interrompido a $L/2$ para alimentação, conforme representado na Figura 2.9 a). Um dipolo magnético consiste num anel plano de corrente com perímetro C , de forma arbitrária. Na Figura 2.9 b), representa-se uma antena deste tipo em forma de anel circular de raio R , onde $C = 2.\pi.R$, portanto. O anel é interrompido a $\phi = 0^\circ$ para alimentação. Ambos os dipolos são alimentados por uma linha de transmissão, a fim de evitar fenómenos de radiação na própria linha de alimentação, cingindo-os à antena [16, 30].

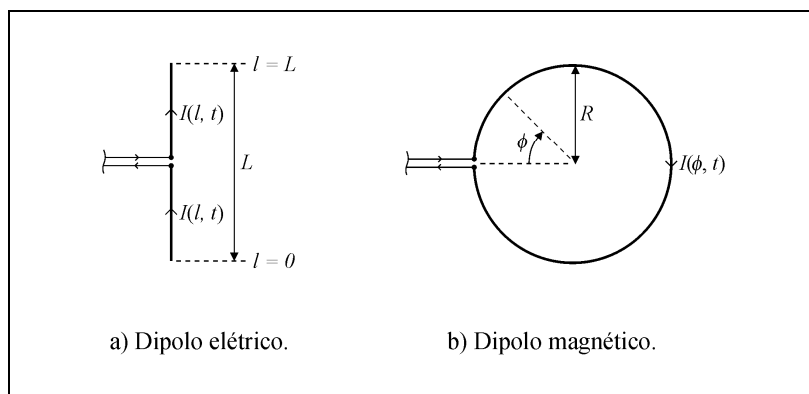


Figura 2.9 – Dipolo eléctrico e dipolo magnético.

2.6.2 – Conceito de Dimensão Elétrica.

Em termos gerais, a dimensão elétrica de uma antena (ou de qualquer outro corpo condutor) é dada pela relação entre a sua maior dimensão física (D) e o comprimento de onda à frequência de operação (λ), sendo portanto um critério dependente da frequência. Com efeito, uma antena diz-se eletricamente pequena se $D \leq \lambda/10$, caso contrário, diz-se eletricamente grande [16, 17]. Dentro desta última classe, destacam-se as antenas auto-ressonantes (ou simplesmente ressonantes), que se caracterizam por D ser aproximadamente um múltiplo inteiro de $\lambda/2$, ou seja, $D \approx n.\lambda/2$, onde n representa o ordinal do modo de ressonância ($n \geq 1$). Assim, $n = 1$ refere-se ao primeiro modo de ressonância ou modo fundamental; $n = 2$ refere-se ao segundo modo; etc.. Por norma, uma antena eletricamente grande é um radiador mais eficaz que uma antena eletricamente pequena.

A categorização em termos de dimensão elétrica baseia-se na distribuição espacial de corrente ao longo dos condutores que constituem a antena. Numa antena eletricamente pequena, considera-se que a corrente é uniforme, não existindo portanto variação espacial de fase ao longo dos condutores constituintes, pelo que a corrente depende apenas do tempo de forma harmónica. Tal equivale a ignorar os fenómenos de retardamento (desprezando o tempo de propagação) nos condutores constituintes, considerando que esses fenómenos apenas ocorrem no espaço envolvente. Claramente, esta consideração só será válida se $D \ll \lambda$, já que, para uma porção de uma senoide poder ser aproximada a um segmento constante, é necessário que essa porção seja muito pequena. Por outro lado, nas antenas eletricamente grandes, a existência de ondas eletromagnéticas nos condutores constituintes tem que ser considerada, assumindo-se portanto que a distribuição de corrente é harmónica no tempo e no espaço. Em particular, nas antenas ressonantes, a corrente perfaz n meios-ciclos completos ao longo dos condutores constituintes. A partir destas observações relativas à distribuição de corrente, pode-se afirmar que uma antena é eletricamente pequena se a sua frequência de operação for muito menor que a sua frequência de ressonância fundamental ($n = 1$). O conceito de dimensão elétrica está intimamente relacionado com a discussão sobre a aproximação quase-estacionária e quase-estática (secção 2.5), em particular com o critério (2.58).

Nos casos do dipolo eléctrico e do dipolo magnético, pode-se constatar que $D \equiv L$ e $D \equiv C$, respetivamente. À medida de a dimensão elétrica de um dipolo aumenta, a distribuição espacial da corrente passa gradualmente de uniforme a harmónica, na forma de uma onda estacionária. Na Figura 2.10 apresenta-se a distribuição de carga (densidade de carga, ρ) e de corrente (I) num dipolo eléctrico e num dipolo magnético, em duas situações de ressonância ($n = 1$; $D = \lambda/2$ e $n = 2$; $D = \lambda$), num instante de tempo em que a amplitude da corrente harmónica estacionária é máxima. Assume-se que a área transversal dos condutores constituintes é muito pequena (muito menor que D), para que se possa considerar que a corrente tem apenas componente longitudinal [29]. As grandezas ρ e I estão normalizadas em relação ao seu valor máximo; os parâmetros dimensionais são os da figura 2.9. Note-se que a figura 2.10 representa uma aproximação, já que na realidade a corrente nos dipolos não é perfeitamente harmónica no espaço, devido às descontinuidades existentes nos condutores constituintes (na alimentação ou extremidades) e à própria radiação. Não obstante, essa aproximação é aceitável para os primeiros modos de ressonância, como é o caso.

Na figura 2.10, pode-se constatar a dualidade existente entre o dipolo eléctrico e o dipolo magnético em termos de distribuições de carga e de corrente. O valor absoluto da corrente na entrada do dipolo eléctrico (em $l = L/2$) é máximo para $n = 1$ e mínimo para $n = 2$, enquanto que o comportamento da corrente na entrada do dipolo magnético (em $\phi = 0^\circ$) é o inverso.

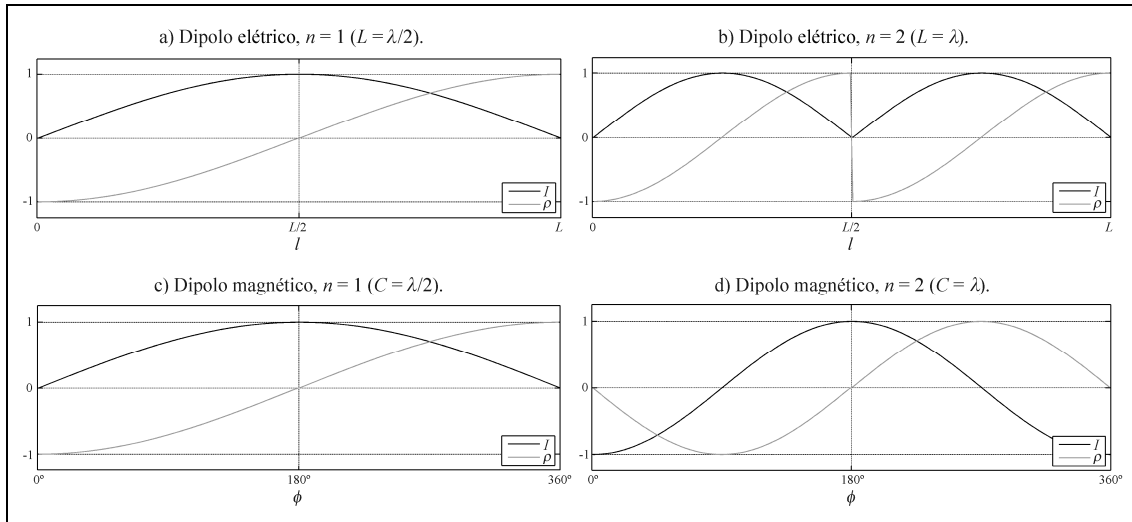


Figura 2.10 – Distribuições de carga e de corrente em dipolos ressonantes.

As características da corrente na entrada dos dipolos permitem discriminar duas situações de ressonância distintas: ressonância e anti-ressonância. Quando o valor absoluto da corrente na entrada é máximo, a impedância de entrada é mínima, tratando-se de uma situação de ressonância; por outro lado, quando o valor absoluto da corrente na entrada é mínimo, a impedância de entrada é máxima, sendo uma situação de anti-ressonância. Assim, o dipolo elétrico é ressonante para n ímpar e anti-ressonante para n par, enquanto que o dipolo magnético é ressonante para n par e anti-ressonante para n ímpar. As ressonâncias e anti-ressonâncias de um dipolo são geralmente identificadas pelo seu ordinal, de acordo com n . Para o dipolo magnético, por exemplo, a primeira anti-ressonância ocorre para $n = 1$; a primeira ressonância, para $n = 2$; a segunda anti-ressonância, para $n = 3$; a segunda ressonância, para $n = 4$; e assim sucessivamente. A questão da ressonância dos dipolos será continuada na secção 2.6.3.4, onde se detalha a impedância de entrada de um dipolo [17, 16, 30, 28, 8].

2.6.3 – Dipolos Elementares.

No âmbito deste trabalho, convencionou-se que um dipolo (elétrico ou magnético) é elementar se constituir uma antena eletricamente pequena, já que, nesse caso, tal dipolo fica próximo dos dipolos elétricos ou magnéticos abordados nas secções 2.4.2 e 2.4.3, que no presente contexto serão referidos como dipolos físicos. Sendo então o dipolo elementar uma antena eletricamente pequena, considera-se que a corrente que o percorre é uniforme. Adicionalmente, considera-se que a corrente tem apenas componente longitudinal, o que implica que a área transversal dos condutores constituintes seja muito pequena (muito menor que D), como já referido. O restante deste capítulo incidirá sobretudo nos dipolos elementares, dada a sua importância para este trabalho (sobretudo o dipolo magnético elementar).

Na Figura 2.11 a) representa-se um dipolo elétrico elementar ($L \leq \lambda/10$). A condição de corrente uniforme implica a existência de uma acumulação de carga nos extremos do dipolo, de igual módulo, sinais opostos e com uma evolução temporal harmónica, segundo o princípio da conservação de carga [14, 8]. Numa implementação prática, é usual colocar discos ou esferas condutoras nas extremidades do dipolo, providenciando um meio para acumulação de carga. De outra forma, o estabelecimento de uma corrente uniforme seria impossível, já que a corrente nas extremidades do dipolo seria nula, como acontece num dipolo elétrico não-

elementar (eletricamente grande). No dipolo físico equivalente (figura 2.11 b)), a carga acumulada nos discos é representada por duas cargas pontuais opostas, entre as quais existe uma corrente linear uniforme [13, 29].

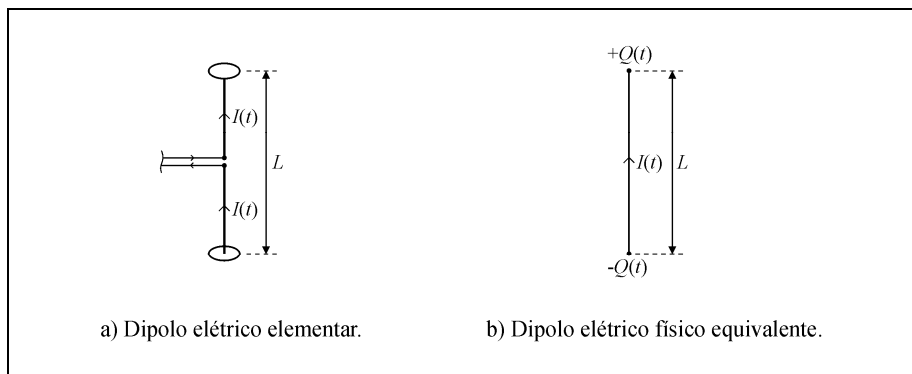


Figura 2.11 – Dipolo elétrico elementar e seu equivalente físico.

Na Figura 2.12 a) representa-se um dipolo magnético elementar em forma de anel circular de raio R , onde $C = 2.\pi.R \leq \lambda/10$. Na Figura 2.12 b) apresenta-se o dipolo magnético físico equivalente, que consiste num anel fechado de corrente uniforme.

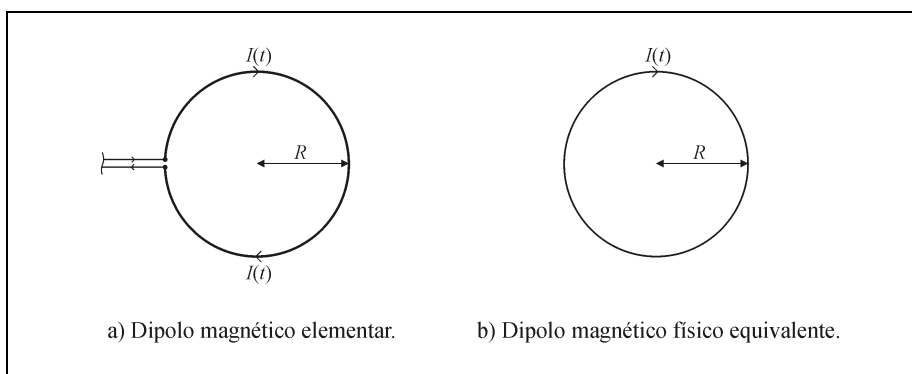


Figura 2.12 – Dipolo magnético elementar e seu equivalente físico.

2.6.3.1 – Campo Eletromagnético.

A determinação do campo eletromagnético gerado pelo dipolo elétrico elementar e pelo dipolo magnético elementar é feita resolvendo as equações de Maxwell sobre os dipolos físicos equivalentes das figuras 2.11 b) e 2.12 b). Considera-se que o meio envolvente é um dielétrico linear, isotrópico e homogéneo, de condutividade nula, sendo completamente caracterizado por uma permissividade ϵ e uma permeabilidade μ que são constantes escalares. São usadas coordenadas esféricas, em cuja origem se centram os dipolos, de acordo com a Figura 2.13. Ambos os dipolos são percorridos por uma corrente uniforme e temporalmente harmónica $I(t)$, de frequência angular ω e amplitude I_p . Assim sendo, é conveniente usar notação complexa.

Recorrendo aos potenciais retardados (secção 2.3.4.1), pode-se então resolver as equações de Maxwell para se obter as componentes \mathbf{E} e \mathbf{H} do campo eletromagnético num ponto genérico $P(r, \theta, \phi)$, exterior aos dipolos. No caso do dipolo elétrico, essas componentes são dadas por (2.59) e (2.60). No caso do dipolo magnético, as componentes do campo eletromagnético são dadas por (2.61) e (2.62). Nestas expressões, A é a área do anel de corrente constituinte, que no caso de um anel circular (figura 2.13) é dada por $(\pi.R^2)$.

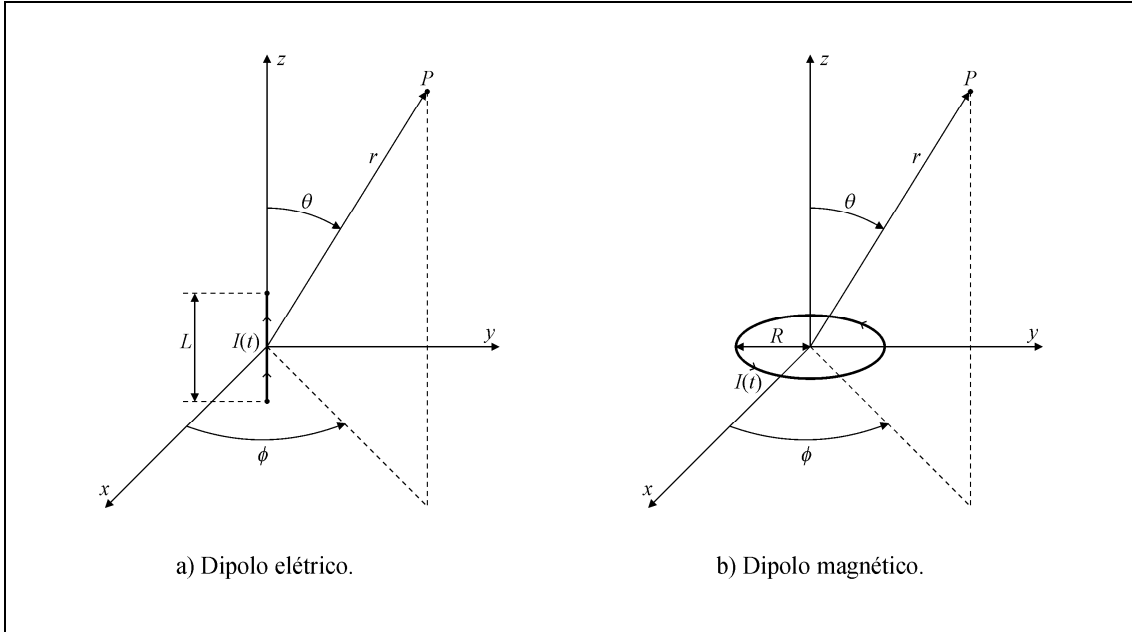


Figura 2.13 – Sistema de coordenadas esféricas para os dipolos elementares.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_r &= \eta \cdot k^2 \frac{I_p \cdot L}{2 \cdot \pi} \cos(\theta) \left[\frac{1}{(k \cdot r)^2} - \frac{j}{(k \cdot r)^3} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \\
 \mathbf{E}_\theta &= \eta \cdot k^2 \frac{I_p \cdot L}{4 \cdot \pi} \text{sen}(\theta) \left[\frac{j}{k \cdot r} + \frac{1}{(k \cdot r)^2} - \frac{j}{(k \cdot r)^3} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \quad (2.59)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}_\phi = 0$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_\theta &= 0 \\
 \mathbf{H}_\phi &= k^2 \frac{I_p \cdot L}{4 \cdot \pi} \text{sen}(\theta) \left[\frac{j}{k \cdot r} + \frac{1}{(k \cdot r)^2} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \quad (2.60)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_\theta &= 0 \\
 \mathbf{E}_\phi &= -j \cdot \eta \cdot k^3 \frac{I_p \cdot A}{4 \cdot \pi} \text{sen}(\theta) \left[\frac{j}{k \cdot r} + \frac{1}{(k \cdot r)^2} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \quad (2.61)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_r &= j \cdot k^3 \frac{I_p \cdot A}{2 \cdot \pi} \cos(\theta) \left[\frac{1}{(k \cdot r)^2} - \frac{j}{(k \cdot r)^3} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \\
 \mathbf{H}_\theta &= j \cdot k^3 \frac{I_p \cdot A}{4 \cdot \pi} \text{sen}(\theta) \left[\frac{j}{k \cdot r} + \frac{1}{(k \cdot r)^2} - \frac{j}{(k \cdot r)^3} \right] e^{-j \cdot k \cdot r} \quad (2.62)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{H}_\phi = 0$$

Em (2.59) a (2.62), k é o número de onda (angular), sendo dado por (2.63). A unidade de k é o radiano por metro (rad/m). Note-se que k está para o espaço como ω está para o tempo, já que $\omega = 2.\pi/T$, onde T é o período de onda. O parâmetro η é a impedância intrínseca do meio envolvente, sendo dada por (2.64). A unidade de η é o ohm (Ω).

$$k = \frac{2.\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\mu.\varepsilon} \quad (2.63)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.64)$$

Em (2.63), v é a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no meio envolvente. No vazio, $v = c$, $\mu = \mu_0$ e $\varepsilon = \varepsilon_0$, pelo que $\eta = \eta_0 \approx 377 \Omega$ [14, 8, 16].

Comparando (2.59) e (2.60) com (2.61) e (2.62), pode-se constatar o carácter dual dos dipolos eléctricos e magnéticos elementares, que decorre da dualidade das equações de Maxwell quando expressas em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} (secção 2.4.5, tabelas 2.5 e 2.6). Com efeito, se em (2.59) e (2.60) se substituir \mathbf{E} por \mathbf{H} , \mathbf{H} por $-\mathbf{E}$, ε por μ e vice-versa (η por $1/\eta$), e se estabelecer adicionalmente a correspondência entre as fontes (nomeadamente entre momento dipolar eléctrico e momento dipolar magnético) substituindo $I_p.L$ por $j.\omega.\mu.I_p.A$ (ou equivalentemente, por $j.k.\eta.I_p.A$), obtêm-se (2.61) e (2.62) [8, 16].

2.6.3.2 – Regiões do Campo Eletromagnético.

A discussão acerca do campo eletromagnético gerado pelos dipolos elementares vai incidir sobre o dipolo eléctrico elementar, sendo portanto feita sobre (2.59) e (2.60). As conclusões podem ser facilmente adaptadas ao dipolo magnético elementar aplicando as considerações sobre dualidade do parágrafo anterior. Pretende-se essencialmente discutir a evolução espacial do campo eletromagnético gerado, sobretudo em função da distância radial à origem, normalizada ($k.r$) ou não (r), o que permitirá identificar diferentes regiões. A questão do fluxo de energia será também abordada, recorrendo ao vetor de Poynting (\mathbf{S}), cujo módulo em determinado ponto corresponde à densidade de potência do campo eletromagnético nesse ponto, recorde-se (secção 2.3.3). Quando expresso em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} , \mathbf{S} é dado por (2.65), como facilmente se conclui da definição de \mathbf{S} ((2.5)) e da relação constitutiva de \mathbf{H} ((2.46)), num meio linear, isotrópico e homogéneo.

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.65)$$

Em notação complexa, (2.65) transforma-se em (2.66), que define portanto o vetor de Poynting complexo. Em (2.66), \mathbf{H}^* é o conjugado de \mathbf{H} . Num determinado ponto, a parte real de \mathbf{S} representa a densidade de potência média (ou ativa), enquanto que a parte imaginária representa a densidade de potência reativa [8, 16].

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \quad (2.66)$$

Outro aspecto a abordar é o comportamento da impedância de onda nas regiões referidas. A impedância de onda (Z_w) em determinado ponto do espaço é definida como a razão entre os fasores \mathbf{E} e \mathbf{H} do campo eletromagnético aí existente, sendo portanto dada por (2.67). A sua unidade é o ohm, naturalmente [16, 31].

$$Z_w = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}} \quad (2.67)$$

Em (2.59) e (2.60), todas as componentes não-nulas de \mathbf{E} e \mathbf{H} têm em comum uma soma de potências inversas de r , entre parênteses retos, e a exponencial complexa ($e^{-j.k.r}$). Por si só, esta exponencial representa uma onda esférica que se propaga para o exterior (direção positiva de r) [14]. Por outro lado, as potências inversas de r determinam a evolução da amplitude e da fase das componentes do campo eletromagnético em função de r .

a) Região de Campo Próximo (*Near-field Region*).

Próximo do dipolo ($r \ll \lambda$, $k.r \ll 1$), o termo mais importante em \mathbf{H}_ϕ é o termo em $1/r^2$; já em \mathbf{E}_r e \mathbf{E}_θ sobressaem os termos em $1/r^3$. Desprezando os termos das restantes potências inversas de r , constata-se que \mathbf{H}_ϕ está em fase com a corrente no dipolo e que \mathbf{E}_r e \mathbf{E}_θ estão em fase entre si e em quadratura com \mathbf{H}_ϕ . Verifica-se que \mathbf{H} tem o carácter do campo magnético criado por um elemento de corrente (que evolui segundo $1/r^2$), enquanto que \mathbf{E} tem a forma do campo elétrico criado por um dipolo elétrico físico de comprimento L e carga $\pm I_\rho / (j.\omega)$ nos extremos (que evolui segundo $1/r^3$), operando ambos os sistemas em regime quase-estacionário. O campo eletromagnético constituído por esses campos de carácter quase-estacionário denomina-se campo próximo (*near field*), e a região onde ele existe denomina-se região de campo próximo (*near-field region*) [8, 17, 29]. Nesta zona, a quadratura de \mathbf{E} e \mathbf{H} dá origem a um vetor de Poynting complexo que é puramente imaginário, indicando a existência exclusiva de potência reativa, pelo que o fluxo médio de energia (no tempo) é nulo [17]. Por este motivo, o campo próximo é também denominado campo reativo [14]. A região de campo próximo é portanto uma região de armazenamento de energia, que alterna entre o campo elétrico e o campo magnético duas vezes por ciclo [17, 29].

Na região de campo próximo, a impedância de onda (Z_w) é puramente imaginária (reativa), dada a quadratura de \mathbf{E} e \mathbf{H} , e o seu módulo ($|Z_w|$) varia significativamente no espaço. No caso do dipolo elétrico elementar, Z_w é negativa e $|Z_w|$ é relativamente elevado, indicando a predominância do campo elétrico; no caso do dipolo magnético elementar, Z_w é positiva e $|Z_w|$ é relativamente baixo, indicando a predominância do campo magnético. Na região de campo próximo, a impedância de onda é um conceito particularmente importante no contexto da blindagem eletromagnética [12, 31, 32].

b) Região de Campo Distante (*Far-field Region*).

A grande distância do dipolo ($r \gg \lambda$, $k.r \gg 1$) subsistem apenas os termos em $1/r$, uma vez que os termos em $1/r^2$ e $1/r^3$ decaem mais acentuadamente à medida que r aumenta. Considerando apenas os termos em $1/r$, constata-se que o campo eletromagnético é composto exclusivamente pelas componentes \mathbf{E}_θ e \mathbf{H}_ϕ (dipolo elétrico) ou \mathbf{E}_ϕ e \mathbf{H}_θ (dipolo magnético), que constituem uma onda eletromagnética de componentes \mathbf{E} e \mathbf{H} perpendiculares entre si e transversais à direção de propagação, que é radial. Verifica-se também que \mathbf{E} e \mathbf{H} estão em fase, dando origem a um vetor de Poynting complexo que é puramente real, indicando a existência exclusiva de potência média. Assim, existe um fluxo médio de energia não-nulo, de direção radial, refletindo o facto de uma onda eletromagnética não-estacionária transportar energia na direção e sentido de propagação, de forma irreversível [8, 17, 6].

Nesta região longínqua, o campo eletromagnético denomina-se campo distante (*far field*), e a região onde ele existe denomina-se região de campo distante (*far-field region*) ou região de Fraunhofer [8, 17, 29]. O campo distante também se designa por campo de radiação,

uma vez que corresponde à onda eletromagnética que é efetivamente radiada pelo dipolo, tendo associada uma potência de radiação cuja densidade corresponde à densidade de potência média (dada pelo módulo de \mathbf{S} , já que nesta região este vetor é puramente real). A densidade de potência de radiação evolui com o inverso do quadrado da distância ($1/r^2$), característica típica de um campo de radiação [16, 17].

Dado que \mathbf{E} e \mathbf{H} estão em fase e que as suas amplitudes evoluem no espaço de forma idêntica, a impedância de onda (Z_w) é puramente real (resistiva) e constante, coincidindo com a impedância intrínseca do meio ($Z_w = \eta$), aspecto característico do campo distante de qualquer antena [16, 12, 31].

c) Comentário às Regiões do Campo Eletromagnético.

A discussão da natureza do campo próximo e do campo distante partiu da eliminação em (2.59) e (2.60) dos termos nas potências inversas de r que menos relevância tinham nos respectivos contextos, nomeadamente nos casos extremos onde $r \ll \lambda$ ($k.r \ll 1$) e $r \gg \lambda$ ($k.r \gg 1$). Na realidade (mantendo todos os termos), constata-se que o campo próximo (reativo) e o campo distante (de radiação) coexistem em todo o espaço, embora o seu peso relativo dependa fortemente de r . Essa coexistência é mais expressiva na zona onde r é da ordem de grandeza de λ ($k.r$ à volta da unidade), já que aí todos os termos nas potências inversas de r são relevantes. Em particular, na superfície esférica definida por $r = \lambda/(2.\pi) \approx 0,16.\lambda$ ($k.r = 1$), verifica-se que a densidade de potência reativa é igual à densidade de potência de radiação, pelo que essa superfície constitui uma fronteira de referência entre a região onde predomina a potência reativa ($r < 0,16.\lambda$) e a região onde predomina a potência de radiação ($r > 0,16.\lambda$). Assim, partindo da origem (dipolo) e à medida que a distância r aumenta, verifica-se que o campo de radiação se vai sobrepondo progressivamente ao campo reativo, já que o decaimento do campo reativo com a distância é maior que o do campo de radiação, passando-se gradualmente da região de campo próximo ($r \ll \lambda$) para a região de campo distante ($r \gg \lambda$) [16, 29].

Na Figura 2.14 representa-se o módulo da impedância de onda ($|Z_w|$) do campo eletromagnético gerado pelos dipolos elementares em função de $k.r$, avaliado no plano $x-y$, ou $\theta = 90^\circ$ (figura 2.13).

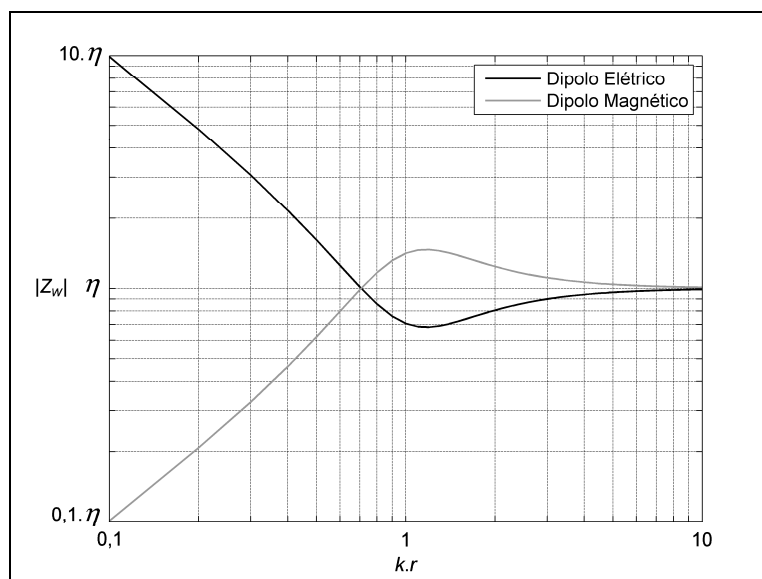


Figura 2.14 – Módulo da impedância de onda em função de $(k.r)$.

Pode-se verificar que a variação espacial de $|Z_w|$ vai-se tornando menos expressiva à medida que se passa da região de campo próximo para a região de campo distante. Para $k.r > 10$, pode-se considerar que, para ambos os dipolos, $|Z_w| = Z_w = \eta$, aspecto característico do campo distante [12, 31, 32].

Sintetizando, o comportamento do campo eletromagnético gerado por um dipolo elementar pode ser aproximado ao de um ressonador eletromagnético esférico de raio $\lambda/(2\pi)$, no centro do qual está o dipolo. O interior do ressonador corresponde à região de campo próximo, onde a energia está retida sobre a forma de ondas estacionárias. Alguma dessa energia consegue escapar para o exterior do ressonador (região de campo distante), através de radiação. Essa fuga é mais expressiva no plano equatorial (x - y), e nula segundo z (ver secção seguinte) [29, 17].

A superfície esférica definida por $r = \lambda/(2\pi)$ é geralmente encarada como a fronteira entre a região de campo próximo e a região de campo distante. Contudo, convém realçar que esse critério é apenas válido para os dipolos elementares, uma vez que se baseia unicamente nas expressões do campo eletromagnético por eles gerado ((2.59) a (2.62)). Efetivamente, verifica-se que o campo eletromagnético gerado pelos dipolos não-elementares (eletricamente grandes) é bastante diferente, devido à distribuição de corrente não-uniforme nos condutores constituintes, sendo em geral bastante mais complexo. Assim, para as antenas eletricamente grandes, definem-se em geral três regiões, ordenadas pela distância à antena: região de campo próximo reativo (*reactive near-field region*); região de campo próximo radiante (*radiating near-field region*) ou região de Fresnel; e região de campo distante (*far-field region*) ou região de Fraunhofer. Estas regiões são discriminadas pela relação entre a maior dimensão da antena (D) e o comprimento de onda associado à frequência de trabalho (λ). Neste contexto, r define-se como a distância à superfície da antena. No vazio, a região de campo próximo reativo é definida por $r < 0,62 \cdot \sqrt{D^3/\lambda}$, sendo qualitativamente semelhante à região de campo próximo dos dipolos elementares, dado que o campo reativo se sobrepõe ao campo de radiação. A região de campo próximo radiante é dada por $0,62 \cdot \sqrt{D^3/\lambda} \leq r < 2 \cdot D^2/\lambda$, onde a distribuição angular do campo eletromagnético depende ainda de r e o campo de radiação se sobrepõe ao campo reativo. Por fim, a região de campo distante é dada por $r \geq 2 \cdot D^2/\lambda$, onde a distribuição angular do campo eletromagnético se torna independente de r e existe apenas campo de radiação, sendo qualitativamente semelhante à região de campo distante dos dipolos elementares [16, 17]. A fundamentação dos critérios quantitativos que definem estas regiões está fora do âmbito deste trabalho.

2.6.3.3 – Padrão de Radiação.

O padrão de radiação de uma antena é um diagrama polar que representa determinado(s) parâmetro(s) de radiação, para uma distância radial r constante (superfície esférica) na região de campo distante, onde a distribuição angular do campo eletromagnético não depende de r . Geralmente, a amplitude ou magnitude do(s) parâmetro(s) em questão é normalizada (valor máximo unitário). No caso presente, os parâmetros de radiação a abordar são as amplitudes das componentes \mathbf{E} e \mathbf{H} do campo de radiação (E e H).

O campo de radiação dos dipolos elementares pode ser obtido preservando em (2.59), (2.60), (2.61) e (2.62) apenas os termos em $1/r$, como discutido. Do resultado, verifica-se que o padrão de radiação dos dipolos elementares (elétrico e magnético) é idêntico, tendo E e H uma distribuição espacial segundo $\sin(\theta)$, sem qualquer dependência de ϕ . Esse padrão de radiação é apresentado na Figura 2.15, preservando o sistema de eixos e a posição dos dipolos da figura 2.13.

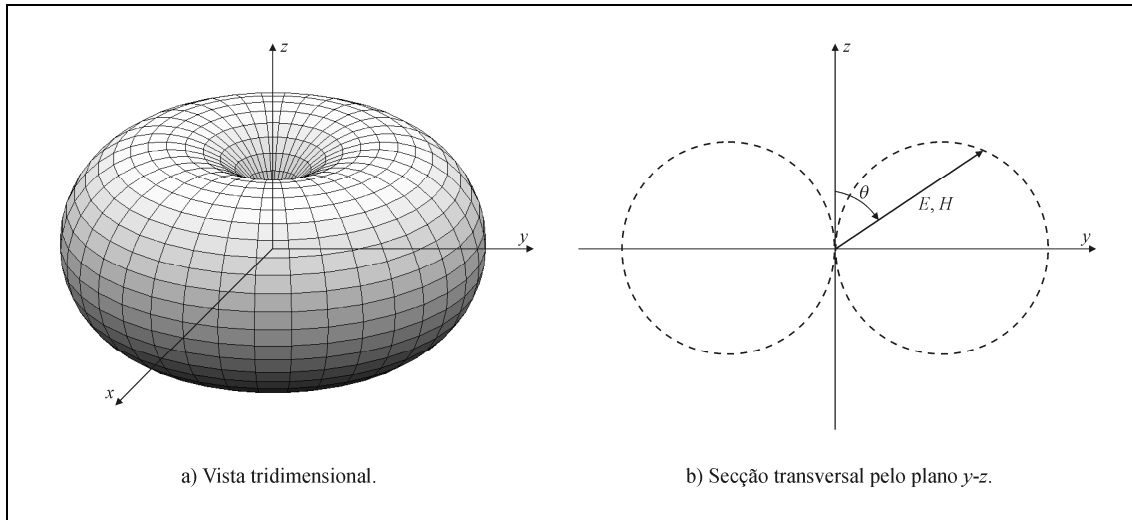


Figura 2.15 – Padrão de radiação dos dipolos elementares.

Na figura 2.15 a) representa-se a vista tridimensional do padrão de radiação, que consiste na superfície formada pela “ponta” de um vetor cujo módulo é E ou H , para $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ e $0^\circ \leq \phi < 360^\circ$. Na figura 2.15 b) apresenta-se um corte dessa superfície pelo plano y - z ($\phi = 90^\circ$). Pode-se constatar que o padrão de radiação é omnidirecional segundo o plano equatorial (x - y), sendo E e H máximas segundo esse plano e nulas segundo z [16, 17].

2.6.3.4 – Impedância de Entrada.

A impedância de entrada de uma antena (Z_A) é dada pela razão entre a tensão e a corrente presentes aos terminais da antena. Para antenas simples e eletricamente pequenas como os dipolos elementares, Z_A tem a forma genérica (2.68), considerando que o meio envolvente é um dielétrico sem perdas (condutividade nula) e sem qualquer estrutura condutora. Em (2.68), note-se que R_A e X_A são parâmetros *lumped*, que constituem um circuito série.

$$Z_A = R_A + j.X_A \quad ; \quad R_A = R_C + R_R \quad (2.68)$$

Em (2.68), a reactância X_A representa a componente reativa de Z_A , estando associada ao campo reativo da antena e à potência reativa. A componente dissipativa de Z_A é representada por R_A , que por sua vez é constituída por R_C e por R_R . A resistência R_C corresponde à resistência efetiva (à frequência de trabalho) dos condutores que constituem a antena, tendo portanto em consideração o efeito pelicular e, se aplicável, o efeito de proximidade. A resistência R_R é a resistência de radiação, estando associada ao campo de radiação da antena e à potência de radiação. Com efeito, se I_A for a corrente eficaz nos terminais da antena, então a potência de radiação (P_R) é dada por (2.69).

$$P_R = R_R \cdot I_A^2 \quad (2.69)$$

A potência de radiação corresponde efetivamente a uma potência dissipada, no sentido em que representa um fluxo irreversível de energia para fora da antena, daí (2.69) ter a forma da lei de Joule. Em geral, R_R depende sobretudo da relação entre as dimensões da antena em questão e o comprimento de onda à frequência de trabalho, sendo um parâmetro que pode ser usado para avaliar a aptidão da antena para radiar ondas eletromagnéticas a

determinada frequência. Com efeito, mantendo I_A constante em (2.69), pode-se constatar que quanto maior for R_R à frequência de trabalho, maior será P_R e maior aptidão terá a antena em questão para radiar ondas eletromagnéticas a essa frequência. Segundo (2.69), a resistência R_R é determinada a partir de P_R , que por sua vez é determinada pela integração do vetor de Poynting ao longo de uma superfície esférica na região de campo distante (onde apenas existe campo de radiação), centrada no dipolo.

Os dipolos elementares caracterizam-se por terem uma X_A elevada e uma R_A reduzida, sendo portanto dispositivos predominantemente reativos. O valor reduzido de R_A deve-se ao facto de estas antenas terem uma R_R relativamente baixa (desde frações de ohm até alguns ohm), sendo portanto radiadores pouco eficazes, aspecto característico das antenas eletricamente pequenas [16, 17]. Como se verá, R_R aumenta com o aumento das dimensões do dipolo e/ou com a diminuição do comprimento de onda (aumento da frequência).

a) Dipolo Elétrico Elementar.

A resistência de radiação de um dipolo elétrico elementar de comprimento L é dada por (2.70). Nesta expressão, η é a impedância intrínseca do meio envolvente (dada por (2.64)), enquanto que λ é o comprimento de onda no meio envolvente, recorde-se [16].

$$R_R = \eta \frac{2}{3} \pi \frac{L^2}{\lambda^2} \quad (2.70)$$

A reactância X_A do dipolo elétrico elementar é fortemente capacitiva ($X_A \approx -1/(\omega.C_D)$). Em termos gerais, a capacidade distribuída do dipolo (C_D) aumenta com o aumento do comprimento deste (L), sendo praticamente independente da frequência de trabalho (ω).

Contudo, à medida que ω sobe e o dipolo deixa de ser elementar (λ diminui), o efeito da indutância distribuída do dipolo (L_D) começa a manifestar-se, o que se traduz no aparecimento de uma reactância adicional $X_L = (\omega.L_D)$ em série com X_A . O circuito equivalente resultante é um LC série, cuja ressonância (reactância nula) ocorre à frequência $\omega_0 = 1/\sqrt{L_D.C_D}$, associada a $\lambda \approx (2.L)$. Da discussão prévia relativa às antenas ressonantes (secção 2.6.2), constata-se que esta situação corresponde ao modo fundamental de ressonância, ou à primeira ressonância. Acima de ω_0 ocorrem outros modos de ressonância, associados à evolução dos fenómenos distribuídos e de retardamento [28, 17, 30, 8].

b) Dipolo Magnético Elementar.

Na discussão precedente, considerou-se que o dipolo magnético elementar era constituído por uma só espira. Contudo, essa discussão pode ser facilmente generalizada para o caso dos dipolos magnéticos elementares com várias espiras (bobinas eletricamente pequenas), desde que se estabeleça a correspondência entre os momentos dipolares magnéticos de ambos os casos. Se o fluxo magnético for igual em todas as espiras, verifica-se que o momento dipolar magnético de um dipolo com N espiras iguais e percorrido por uma corrente I é equivalente ao de um dipolo de uma só espira quando percorrido por uma corrente $(N.I)$. No presente contexto, esta correspondência assiste na determinação da impedância de um dipolo magnético elementar com várias espiras, que é o caso geral [16, 17].

A resistência de radiação de um dipolo magnético elementar de área A e N espiras é dada por (2.71), onde η e λ são definidos como em (2.70). Note-se que (2.71) não é afetada pela forma do anel de corrente constituinte, dependendo apenas da área deste [16].

$$R_R = \eta \frac{8}{3} \pi^3 \frac{A^2}{\lambda^4} N^2 \quad (2.71)$$

A reactância X_A do dipolo magnético elementar é fortemente indutiva ($X_A \approx \omega.L_D$). A indutância distribuída do dipolo (L_D) depende da forma específica do anel de corrente constituinte, aumentando com o aumento da área (A) e do número de espiras deste (N), sendo praticamente independente da frequência de trabalho (ω).

Contudo, à medida que ω sobe e o dipolo deixa de ser elementar (λ diminui), o efeito da capacidade distribuída do dipolo (C_D) começa a manifestar-se, o que se traduz no aparecimento de uma reactância adicional $X_C = -1/(\omega.C_D)$ em paralelo com X_A . O circuito equivalente resultante é um LC paralelo, cuja anti-ressonância (reactância infinita) ocorre à frequência $\omega_0 = 1/\sqrt{L_D.C_D}$, associada a $\lambda \approx (2.C)$, onde C é o perímetro do dipolo. Retomando a discussão relativa às antenas ressonantes (secção 2.6.2), constata-se que esta situação corresponde ao modo fundamental de ressonância, ou à primeira anti-ressonância. Acima de ω_0 ocorrem outros modos de ressonância, associados à evolução dos fenómenos distribuídos e de retardamento, tal como se viu no caso do dipolo elétrico [28, 17, 30, 8].

Viu-se que um dipolo é elementar se a sua maior dimensão for menor ou igual a $\lambda/10$. No caso do dipolo magnético de uma espira e perímetro C , esse critério traduziu-se em $C \leq \lambda/10$, recorde-se. No caso genérico do dipolo magnético de N espiras e perímetro médio C , como a maior dimensão é dada por $N.C$ (comprimento total do fio condutor constituinte), esse critério passa a $C \leq \lambda/(10.N)$. Contudo, como a indutância distribuída e a capacidade distribuída do dipolo (L_D e C_D) aumentam ambas com N , a frequência da primeira anti-ressonância (ω_0) decresce com o aumento de N , pelo que o regime de operação do dipolo pode ficar demasiado próximo da primeira anti-ressonância. Se tal acontecer, o dipolo deixa de ser elementar, mesmo que verifique o critério dimensional exposto, uma vez que a sua corrente deixa de poder ser considerada uniforme. Este aspecto deve ser considerado na avaliação da dimensão elétrica de um dipolo magnético de várias espiras (bobina), já que o critério que está na base dessa avaliação é a distribuição espacial de corrente ao longo do dipolo, como se viu na secção 2.6.2 [30, 28, 8].

2.6.4 – Comentário à Dimensão Elétrica dos Componentes Passivos.

O comportamento ressonante do dipolo elétrico e do dipolo magnético verificado com a subida da frequência pode ser estendido aos casos gerais do condensador e da bobina, (respetivamente), o mesmo acontecendo portanto com os circuitos LC equivalentes relativos ao modo fundamental de ressonância, abordados na secção 2.6.3.4. No mesmo sentido, referiu-se no final da secção 2.5 que, à medida que a frequência de trabalho sobe, assiste-se ao aparecimento de fenómenos distribuídos e de retardamento nos componentes passivos elementares (resistência, bobina e condensador), levando ao abandono progressivo do regime quase-estático (bobina e condensador) ou quase-estacionário (resistência). Neste último caso, note-se que uma resistência também tem modos ressonantes, que decorrem da interação entre a indutância parasita e a capacidade parasita, ambas distribuídas ao longo do componente.

Os critérios apresentados nas secções 2.6.2 e 2.5 para a aferição da dimensão elétrica e do regime quase-estático ou quase-estacionário associado baseiam-se fundamentalmente na relação entre a maior dimensão física e o comprimento de onda associado à frequência de trabalho. Contudo, no âmbito dos componentes passivos, existem situações onde a maior dimensão física não é clara, ou onde o comprimento de onda é afetado pela presença de

materiais não-neutros em termos eletromagnéticos (bobinas com núcleo ferromagnético ou condensadores com dielétrico de elevada permitividade, por exemplo). Assim sendo, a dimensão elétrica de um componente à frequência de trabalho ω deve antes ser avaliada relativamente à frequência do modo fundamental de ressonância ω_0 (também referida como frequência de auto-ressonância do componente). Esta forma de aferir a dimensão elétrica foi já aventada na secção 2.6.2, onde se referiu que um corpo condutor é eletricamente pequeno se $\omega \ll \omega_0$, recorde-se. No âmbito deste trabalho e dos componentes passivos vai-se refinar esse critério, considerando-se que determinado componente é eletricamente pequeno à frequência ω se $\omega \leq \omega_0/5$. Este critério baseou-se na relação entre a reactância indutiva X_L e a reactância capacitiva X_C que ocorre no circuito LC equivalente de um componente reativo, que modeliza o efeito da reactância parasita. No limiar ($\omega = \omega_0/5$), tem-se $X_C = -25.X_L$, note-se. Nesta situação, a capacidade parasita de uma bobina (circuito LC paralelo) aumenta a reactância efetiva desta em 4%, e a indutância parasita de um condensador (circuito LC série) diminui a reactância efetiva deste em 4%.

Sintetizando, para que determinado componente passivo se comporte como é suposto (considerando a sua natureza), então ele deve ser eletricamente pequeno à frequência de trabalho máxima esperada, daí a importância da avaliação da dimensão elétrica nessa situação. Com efeito, na vizinhança e acima de ω_0 , o componente apresenta comportamentos estranhos à sua função: alteração significativa do valor aparente da grandeza característica (resistência, indutância ou capacidade), fenómenos reativos em resistências, comportamento capacitivo em bobinas, comportamento indutivo em condensadores, radiação significativa, etc. [8, 28, 21, 33].

Referências.

- [1] S. Mendiratta; *Introdução ao Electromagnetismo*, 2ª Ed.; Fundação Calouste Gulbenkian, 1995.
- [2] E. Purcell; *Electricity and Magnetism*, Berkeley Physics Course, Vol. 2, 2ª Ed.; McGraw-Hill, 1985.
- [3] R. Feynman, R. Leighton, M. Sands; *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 2; Addison-Wesley, 1964.
- [4] H. Haus, J. Melcher; *Electromagnetic Fields and Energy*; Prentice-Hall, 1989.
- [5] O. Darrigol; *Electrodynamics from Ampère to Einstein*; Oxford University Press, 2000.
- [6] D. Griffiths; *Introduction to Electrodynamics*, 3ª Ed.; Prentice Hall, 1999.
- [7] J. Jackson; *Classical Electrodynamics*, 3ª Ed.; John Wiley & Sons, 1998.

- [8] S. Ramo, J. Whinnery, T. Duzer; *Fields and Waves in Communication Electronics*, 3ª Ed.; John Wiley & Sons, 1993.
- [9] D. Cheng; *Field and Wave Electromagnetics*, 2ª Ed.; Addison-Wesley, 1989.
- [10] S. Humphries (Jr.); *Finite-element Methods for Electromagnetics*; Edição Electrónica, 2010.
- [11] W. Duffin; *Electricity and Magnetism*, 4ª Ed.; McGraw-Hill, 1990.
- [12] S. Celozzi, R. Araneo, G. Lovat; *Electromagnetic Shielding*; IEEE Press, John Wiley & Sons, 2008.
- [13] Z. Popović, B. Popović; *Introductory Electromagnetics*; Prentice Hall, 1999.
- [14] W. Hayt (Jr.), J. Buck; *Engineering Electromagnetics*, 8ª Ed.; McGraw-Hill, 2010.
- [15] D. Voltmer; *Fundamentals Of Electromagnetics, Vol 1: Internal Behavior of Lumped Elements*, 1ª Ed.; Morgan & Claypool, 2007.
- [16] C. Balanis; *Antenna Theory - Analysis and Design*, 3ª Ed.; John Wiley & Sons, 2005.
- [17] W. Stutzman, G. Thiele; *Antenna Theory and Design*, 2ª Ed.; John Wiley & Sons, 1998.
- [18] D. Voltmer; *Fundamentals Of Electromagnetics, Vol 2: Quasistatics and Waves*, 1ª Ed.; Morgan & Claypool, 2007.
- [19] F. Terman; *Radio Engineers' Handbook*, 1ª Ed.; McGraw-Hill, 1943.
- [20] H. Dwight; "Proximity Effect in Wires and Thin Tubes"; Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Vol. XLII, Janeiro de 1923.
- [21] C. Coleman; *An Introduction to Radio Frequency Engineering*; Cambridge University Press, 2004.
- [22] C. Sullivan; "Optimal Choice for Number of Strands in a Litz-Wire Transformer Winding"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, Nº 2, Março de 1999.
- [23] J. Hoag; *Basic Radio - The Essentials of Electron Tubes and their Circuits*; D. Van Nostrand Company, Inc., 1942.
- [24] C. Hutchinson; *The ARRL Handbook*, 78ª Ed.; American Radio Relay League, 2001.
- [25] T. Mizuno et al.; "Extending the Linearity Range of Eddy-Current Displacement Sensor with Magnetoplated Wire"; IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 43, Nº 2, Fevereiro de 2007.
- [26] T. Mizuno et al.; "Reduction of Proximity Effect in Coil Using Magnetoplated Wire"; IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 43, Nº 6, Junho de 2007.
- [27] T. Mizuno et al.; "Improvement in Efficiency of Wireless Power Transfer of Magnetic Resonant Coupling Using Magnetoplated Wire"; IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 47, Nº 10, Outubro de 2011.

- [28] S. Schelkunoff, H. Friis; *Antennas - Theory and Practice*; John Wiley & Sons, 1952.
- [29] J. Kraus, R. Marhefka; *Antennas for All Applications*, 3^a Ed.; McGraw-Hill, 2001.
- [30] J. Volakis; *Antenna Engineering Handbook*, 4^a Ed.; McGraw-Hill, 2007.
- [31] T. Williams; *EMC for Product Designers*, 4^a Ed.; Elsevier, Newnes, 2007.
- [32] T. Yamaguchi, Y. Okumura, Y. Amemiya; "Wave Impedance in the Near Field Around the Fundamental Electromagnetic Radiating Elements"; *Electronics and Communications in Japan*, Part 1, Vol. 74, N^o 4, 1991.
- [33] R. Lee, L. Wilson, C. Carter; *Electronic Transformers and Circuits*, 3^a Ed.; John Wiley & Sons, 1988.

3 – Métodos de Transmissão de Energia Elétrica *Wireless*.

Atualmente (abril de 2014), existem diversas opções tecnológicas para a implementação de sistemas de transmissão de energia elétrica sem fios, dependendo da aplicação em questão. O meio de transmissão pode inclusivamente exigir a conversão de energia elétrica noutras formas de energia (geralmente ondas acústicas (mecânicas) ou eletromagnéticas), através de transdutores apropriados. Independentemente da tecnologia em questão, a eficácia do sistema depende sobretudo da distância entre emissor e recetor, aumentando com a diminuição dessa distância [1, 2]. A eficácia do sistema é quantificada pelo rendimento e/ou pelo fator de potência, dependendo da tecnologia em questão. Note-se que, na bibliografia de suporte, não foi possível identificar um critério universal para determinação do rendimento, o que dificulta em alguns casos a comparação entre diferentes tecnologias e métodos. Com efeito, em algumas publicações, os autores referem o rendimento total do sistema, enquanto que noutras referem apenas o rendimento do canal de transmissão de energia (que inclui transdutores, antenas, interfaces capacitivos e indutivos), excluindo conversores de potência e sistemas de controlo. Existem também publicações que não especificam sequer o critério de determinação do rendimento. Assim sendo, optou-se por citar apenas o rendimento obtido em cada caso, remetendo-se qualquer esclarecimento de critérios subjacentes para a respetiva publicação, a fim de sintetizar a discussão.

3.1 – Propagação de Ondas.

A transmissão de energia elétrica *wireless* pode ser efetuada através da propagação de ondas acústicas ou eletromagnéticas (não-estacionárias) em determinado meio físico. O uso de ondas eletromagnéticas está praticamente confinado aos meios dielétricos, uma vez que essas ondas são fortemente atenuadas em meios condutores, devido ao efeito pelicular. Por seu lado, as ondas acústicas prestam-se a qualquer meio de baixo amortecimento acústico, independentemente da sua condutividade elétrica [2].

3.1.1 – Ondas Acústicas.

A transmissão de energia elétrica através de ondas acústicas recorre geralmente a transdutores piezoelétricos, cuja função é a transformação de energia elétrica em energia acústica (emissor) e vice-versa (recetor). A frequência utilizada reside na banda dos ultrassons (10 kHz a 10 MHz), sendo a potência em jogo relativamente baixa. Apesar da sua complexidade, não é uma tecnologia nova. Em 1973, por exemplo, N. Holmer e K. Lindström descreveram um sistema de alimentação remoto para aplicações biomédicas, baseado na colocação de transdutores piezoelétricos nas extremidades de um tubo polimérico enchido a óleo. Para uma frequência de cerca de 1 MHz, a potência transferida foi de 400 mW, com um rendimento de 20% [3]. Mais recentemente (2008), H. Hu *et al.* demonstraram a viabilidade de um sistema de carregamento de baterias através de uma chapa metálica, recorrendo à aplicação de transdutores piezoelétricos em ambas as faces da chapa. Para este sistema, os autores previram uma potência transferida máxima de 6,35 W, a uma frequência de 1 MHz [4]. O sucesso da transmissão de energia elétrica através de ondas acústicas assenta sobretudo na maximização do acoplamento acústico entre os transdutores, conseguida pela minimização do amortecimento acústico na interface dos transdutores [3, 4, 1, 2].

3.1.2 – Ondas Eletromagnéticas.

No presente contexto, uma onda eletromagnética refere-se a um campo eletromagnético que se propaga pelo espaço (onda não-estacionária), também denominado por campo distante (*far-field*), radiante ou de radiação. A transmissão de energia sem fios através de ondas eletromagnéticas é feita geralmente na forma de feixes unidirecionais, a fim de evitar a dispersão de energia associada às fontes omnidirecionais, que resulta num baixo rendimento, apenas aceitável em aplicações de baixa potência. Esses feixes podem ser de ondas de rádio (radiofrequência) ou óticos (LASER), permitindo alcançar distâncias consideráveis entre emissor e recetor [1, 2, 5].

3.1.2.1 – Feixes de Radiofrequência.

A utilização de feixes de radiofrequência na banda das micro-ondas começou com o projeto RAMP, iniciado no final dos anos 50 do século XX por uma parceria entre a Raytheon Company e o exército norte-americano. A figura central deste projeto foi W. Brown, da Raytheon Company. O objetivo era a conceção de uma plataforma de grande altitude para observação, com capacidade para se manter no ar por longos períodos de tempo. Para provar o conceito, em 1964 demonstrou-se um helicóptero exclusivamente alimentado por um feixe de micro-ondas (2,45 GHz), que se manteve estável a uma altura de 18 m. No âmbito deste projeto, W. Brown criou o conceito de *rectenna* (aglutinação de *rectifier* com *antenna*), que consiste num sistema recetor constituído fundamentalmente por uma antena recetora e por um retificador de alta frequência, para conversão AC/DC. Na demonstração do helicóptero, a potência de saída da *rectenna* utilizada foi de aproximadamente 200 W [5, 6, 7]. Em 1975, o Jet Propulsion Laboratory (NASA) conseguiu transmitir uma potência de 30 kW para uma *rectenna* situada a uma distância de 1,54 km, com um rendimento de 85%. Até hoje, esta foi a maior potência transmitida por feixes de micro-ondas. Mais recentemente, têm vindo a ser realizadas outras experiências para alimentação de veículos aéreos ou espaciais recorrendo a esta tecnologia [8].

3.1.2.2 – Feixes Óticos (LASER).

A transmissão de energia *wireless* através de feixes óticos recorre geralmente ao LASER. Esta tecnologia está atualmente menos amadurecida que a dos feixes de micro-ondas, o que pode justificar o facto de o rendimento dos sistemas LASER ser atualmente inferior ao dos sistemas de micro-ondas, em termos gerais. Não obstante, o LASER apresenta vantagens únicas em relação a outros sistemas. Com efeito, dada a menor largura de feixe, o LASER permite uma maior concentração de energia relativamente aos sistemas de micro-ondas, podendo portanto à partida cobrir distâncias maiores sem dispersão significativa de energia. Adicionalmente, a menor largura de feixe permite reduzir as dimensões do emissor e do recetor (geralmente fotovoltaico). As primeiras experiências envolvendo transmissão de energia por LASER remontam à década de 80 do século XX, tendo sido levadas a cabo pelo exército norte-americano. Os resultados não foram tornados públicos, tratando-se de informação classificada [8]. Em 2002 e 2003, Steinsiek e Schäfer demonstraram um pequeno ROVER alimentado exclusivamente por um LASER verde de alguns watt de potência, com um raio de ação de cerca de 280 m [8]. Também em 2003, a NASA demonstrou um veículo aéreo com controlo remoto, alimentado por um feixe LASER na banda dos infravermelhos [1]. Mais recentemente, a NASA tem vindo a trabalhar em sistemas LASER para alimentação de elevadores espaciais e de satélites [8, 1].

3.1.2.3 – Limitações.

A transmissão de energia *wireless* por feixes de ondas eletromagnéticas (micro-ondas ou LASER) tem também os seus inconvenientes. De facto, este método implica que o emissor e o recetor estejam alinhados (em linha de visão), o que pode não ser possível ou desejável em algumas aplicações. No caso das micro-ondas, a interferência eletromagnética em dispositivos eletrónicos que eventualmente cruzem o feixe pode ser significativa. Contudo, o maior inconveniente diz respeito à segurança, já que qualquer objeto ou ser-vivo que se cruze com um feixe de ondas eletromagnéticas de elevada energia pode sofrer lesões sérias. Por este motivo, este método está reservado a aplicações de baixa energia ou a aplicações onde seja possível evitar o cruzamento do feixe com algum corpo passível de sofrer danos [1, 5].

3.2 – Campos Eletromagnéticos Quase-estáticos: Acoplamento Aperiódico.

A transmissão de energia *wireless* pode ser feita através de um campo quase-estático, que pode ser elétrico (eletroquase-estático) ou magnético (magnetoquase-estático). Para que a transmissão de energia se verifique, é necessário que o emissor e o recetor estejam acoplados, condição que ocorre quando as linhas do campo originado pelo emissor intersejam o recetor. Nos sistemas eletroquase-estáticos, o acoplamento é capacitivo, envolvendo apenas o campo elétrico; nos sistemas magnetoquase-estáticos, o acoplamento é indutivo, envolvendo apenas o campo magnético. Uma vez que a intensidade de um campo quase-estático decai acentuadamente com a distância à fonte r (geralmente a uma taxa de $1/r^2$ ou $1/r^3$, em contraste com $1/r$ de um campo de radiação), este método apenas é apropriado para transmissão de energia a distâncias bastante reduzidas, situação em que o acoplamento é relativamente elevado. Nessas condições, permite a transmissão a potências elevadas com um bom rendimento, apresentando pouca fuga de energia por radiação, dada a natureza quase-estática dos campos. Nesta secção, apenas se abordará o acoplamento aperiódico (não-sintonizado); o caso ressonante será abordado na secção 3.4.

3.2.1 – Acoplamento Capacitivo Aperiódico.

Na Figura 3.1 representa-se esquematicamente um sistema de transmissão de energia *wireless* por acoplamento capacitivo aperiódico. A interface capacitiva é constituída por dois condensadores (C_1 e C_2), a fim de fechar o circuito.

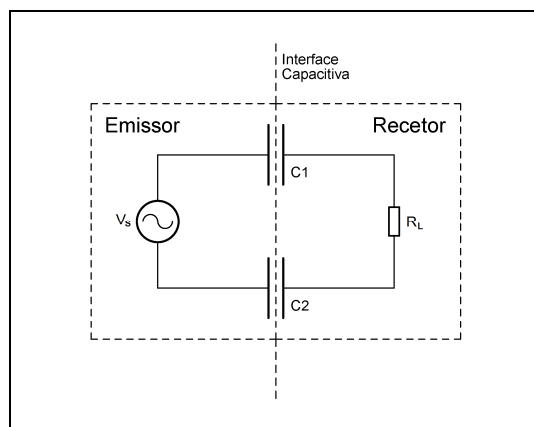


Figura 3.1 – Acoplamento capacitivo.

Para uma transmissão de energia eficaz, é necessário que a reactância capacitiva da interface (X_C) seja muito menor que a resistência de carga (R_L), a fim de tornar a queda de

tensão na interface desprezável. Essa reactância é dada por $X_C = 1/(\omega.C_T)$, onde ω é a frequência angular de trabalho e C_T representa a capacidade total da interface. Dado que C_1 e C_2 estão efetivamente em série, e considerando que $C_1 = C_2 = C$, então $C_T = C/2$. Por conseguinte, a minimização de X_C pode ser conseguida pela maximização de ω e de C . Considerando que C_1 e C_2 são simples condensadores de placas paralelas alinhadas, como geralmente é o caso [9, 10], então $C = \epsilon.a/d$, onde a é a área de cada placa, d é distância entre placas, que se supõe muito menor que as dimensões destas, e ϵ é a permitividade do dielétrico na região entre placas, recorde-se ((2.35)). Assim sendo, a maximização de C implica a maximização de a , a minimização de d e o uso de um dielétrico de permitividade elevada. Numa aplicação prática de desempenho aceitável, estes requisitos resultam geralmente num sistema de dimensões consideráveis, dada a reduzida capacidade que caracteriza os condensadores de placas paralelas, sobretudo se o dielétrico for o próprio ar ($\epsilon \approx \epsilon_0$). A título de exemplo, a capacidade de um condensador constituído por dois discos paralelos com 10 cm de raio ($a = 314 \text{ cm}^2$), $d = 1 \text{ mm}$ e dielétrico de ar é de apenas 280 pF, aproximadamente. Utilizando dois destes condensadores na interface, seria necessária uma frequência de operação de 11,37 MHz para reduzir X_C a 100 Ω , por exemplo. Esta frequência é já problemática em termos do rendimento do sistema, uma vez que implica um elevado número de comutações por unidade de tempo no conversor DC/AC (inversor de potência) que excitaria o sistema (fonte V_S), bem como um efeito pelicular em condutores pronunciado. De qualquer forma, considerando que o critério $R_L \geq 10.X_C$ é adequado (tensão na carga é já aproximadamente igual a V_S), então $R_L \geq 1 \text{ k}\Omega$. Assim sendo, para obter na carga uma potência de 10 W, por exemplo, o sistema teria que operar a uma tensão mínima de 100 V_{RMS} , o que é uma tensão relativamente elevada para a potência em questão. Para potências maiores, essa tensão teria ainda que ser mais elevada, note-se.

O acoplamento capacitivo também se presta à transformação de impedância (transformação de níveis de tensão e corrente), pela implementação de um transformador capacitivo. Para tal, basta jogar com os valores de C_1 , C_2 e com o valor de um terceiro condensador a colocar em paralelo com a carga, à frequência de operação. Uma vez que tal transformador constitui efetivamente um divisor de tensão capacitivo, a tensão de saída será sempre menor que a de entrada, pelo que o transformador tem apenas a faculdade de descer impedância (do primário para o secundário). Esta funcionalidade não tem geralmente grande interesse no contexto da transmissão de energia *wireless*, sendo sobretudo utilizada para adaptação de impedância em circuitos de radiofrequência [11].

3.2.1.1 – Aplicações.

O exemplo apresentado é representativo das dificuldades que um sistema de acoplamento capacitivo aperiódico coloca, nomeadamente permitir apenas uma distância muito pequena entre emissor e recetor, as dimensões consideráveis do sistema (devido aos condensadores) e a operação com tensões e frequências relativamente elevadas. Por estas razões, encontram-se sobretudo referências a sistemas de pequena escala, quer em termos de potência, quer em termos de dimensão física, onde a baixa eficácia não representa geralmente uma limitação significativa. Como exemplos, apontam-se os sistemas destinados a aplicações biomédicas e à implementação de barreiras capacitivas de isolamento integradas (*on-chip*) [9, 2]. Em 2009, A. Sodagar e P. Amiri descreveram um sistema de telemetria para aplicações biomédicas implantáveis, alimentado por acoplamento capacitivo aperiódico. A potência no recetor foi de 6 mW, para uma distância entre emissor e recetor inferior a 1 mm [10]. A nível de aplicações integradas, encontram-se referências à utilização desta tecnologia desde pelo menos 1989 [12], sobretudo ligadas à indústria de semicondutores. Desde essa altura, diversas empresas do sector (sobretudo Burr-Brown, Texas Instruments, Silicon Laboratories e Analog

Devices) têm vindo a disponibilizar circuitos integrados que implementam barreiras de isolamento capacitivas, visando a substituição dos acopladores óticos em aplicações onde é necessário isolamento Galvânico. As vantagens apontadas são um menor consumo e uma maior longevidade, graças à dispensa do LED característico dos acopladores óticos [13, 14, 15, 12]. Em 2006, E. Culurciello e A. Andreou descreveram um sistema de acoplamento capacitivo entre dois *chips* sobrepostos no mesmo circuito integrado, que permitia a passagem de dados e alimentação [16].

Contudo, apesar das dificuldades apontadas, existe pelo menos um sistema comercial de conetores sem contactos baseado em acoplamento capacitivo aperiódico, cujos módulos emissor e recetor são fabricados pela Murata Manufacturing Ltd., desde 2011. Este sistema visa sobretudo a alimentação ou o carregamento das baterias de equipamento IT, sendo constituído por dois pequenos módulos (emissor e o recetor) da série LXWS e pela interface capacitiva. O emissor é uma plataforma plana, que compreende o módulo emissor e um par de placas condutoras isoladas (interface), situadas na parte superior da plataforma. O recetor está incluído no equipamento a alimentar, que assenta na plataforma emissora. O recetor é constituído pelo módulo recetor e por um par de placas condutoras isoladas (interface), situadas na parte inferior do equipamento. O sistema é particularmente adequado a *tablets* e *notebooks*, uma vez que estes equipamentos possuem uma área considerável e pretendem-se pouco espessos. A área considerável permite a instalação de uma interface plana com uma capacidade relativamente elevada. Por outro lado, dado que as placas que constituem a interface são pouco espessas ($\approx 0,1$ mm), a sua instalação não obriga ao aumento da espessura desses equipamentos. O módulo emissor é constituído por um conversor DC/AC e por um transformador elevador de tensão, que serve para compensar a queda de tensão na interface, que geralmente é significativa. Adicionalmente, a operação das placas a uma tensão elevada permite reduzir significativamente a corrente que as percorre, evitando o seu aquecimento. Uma das vantagens deste aspecto é a possibilidade de instalação das placas junto de baterias. O módulo recetor compreende um transformador redutor de tensão, para baixar a tensão presente na interface, ao que se segue um retificador e um regulador de tensão comutado (conversor DC/DC), que estabiliza a tensão de saída. A série LXWS permite uma potência máxima de saída de 10 W, com um rendimento de 70 %. Baseada nesta série, a Murata concebeu em 2012 um sistema de maior potência (25 W), com um rendimento de 73%. Este sistema opera a uma frequência de cerca de 525 kHz, apresentando à saída do módulo emissor uma tensão típica de 1 kV_{pp} [17, 18].

3.2.1.2 – Interferência Eletromagnética.

O acoplamento capacitivo apresenta vantagens significativas a nível de interferência eletromagnética. O campo elétrico gerado por uma superfície (placa) de carga pode ser considerado uniforme a distâncias muito menores que as dimensões da placa, tendo sentidos opostos em cada face. Num condensador constituído por duas placas paralelas muito próximas, o campo elétrico na região entre placas é o dobro do devido a uma só placa, anulando-se nas restantes zonas (as placas têm cargas opostas), excetuando nas extremidades das placas (efeito de orla, *fringing effect*). Devido à proximidade entre placas, o campo de fuga nas extremidades destas é muito pequeno, podendo-se portanto considerar que todo o campo elétrico fica confinado à região entre placas, pelo que a interferência gerada pelo sistema é mínima. Em termos de imunidade eletromagnética, o sistema não é geralmente afetado pela presença de campos magnéticos que variam no tempo, embora isso dependa da orientação desses campos e da distância entre as placas dos condensadores (menor distância, maior imunidade) [9, 19].

3.2.2 – Acoplamento Indutivo Aperiódico.

Na Figura 3.2 representa-se esquematicamente um sistema de transmissão de energia *wireless* por acoplamento indutivo aperiódico, baseado no fenómeno da indução magnética (lei de Faraday). A interface indutiva é constituída por duas bobinas acopladas (L_1 e L_2), que implementam um transformador indutivo de primário L_1 (emissor) e secundário L_2 (recetor). Contrariamente ao transformador capacitivo, este transformador permite também subir a tensão do secundário em relação à do primário (subir impedância), sendo portanto mais versátil.

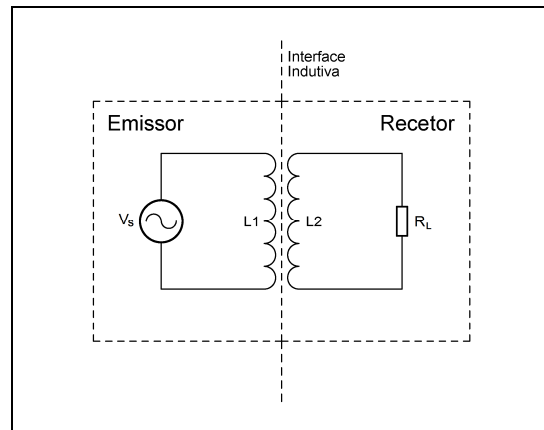


Figura 3.2 – Acoplamento indutivo.

A transferência de energia entre primário e secundário é efetuada pela porção do campo magnético cujas linhas atravessam ambos, representada pela indutância mútua M . A porção do campo magnético cujas linhas atravessam apenas o primário é representada pela indutância parasita ou de fuga (*leakage*) do primário; no mesmo sentido, a porção do campo magnético cujas linhas atravessam apenas o secundário é representada pela indutância de fuga do secundário. Para além de não contribuírem para a transferência de energia, essas indutâncias de fuga impõe uma queda de tensão adicional. Portanto, para uma transferência de energia eficaz interessa maximizar M e minimizar as indutâncias de fuga, o que se traduz na maximização do acoplamento. O grau de acoplamento é expresso pelo coeficiente de acoplamento indutivo (k_L), que é um coeficiente adimensional que varia entre 0 (acoplamento nulo) e 1 (acoplamento máximo). Sendo um tipo de indutância, M é uma grandeza que depende essencialmente da geometria do sistema e do comportamento magnético do meio em questão, representado pelo parâmetro constitutivo μ (permeabilidade). Em geral, quanto maior for μ e menor for a distância entre L_1 e L_2 , maior será M [2, 5, 1]. Um caso paradigmático de otimização desta condição são os transformadores de núcleo ferromagnético, onde se consegue $k_L \approx 1$. Estes transformadores são constituídos por um núcleo de permeabilidade elevada sobre o qual se bobina o primário e o secundário em grande proximidade. No mesmo sentido, o desempenho dos transformadores de núcleo de ar (comuns em aplicações de radiofrequência) só é aceitável se o primário e o secundário estiverem a uma distância muito curta, dado que $\mu \approx \mu_0$. O formalismo à volta do acoplamento indutivo será estabelecido no capítulo 4.

3.2.2.1 – Aplicações.

O transformador de núcleo ferromagnético é provavelmente o sistema de acoplamento indutivo mais difundido, dado o seu elevado desempenho na conversão de níveis de tensão na rede de distribuição elétrica de baixa frequência e nas fontes de alimentação

comutadas com isolamento. Os atuadores eletromecânicos para corrente alternada cuja peça móvel não tenha contactos elétricos também podem ser considerados transformadores, uma vez que a sua ação depende da indução de uma corrente na peça móvel (secundário) por via de um campo magnético quase-estático originado por uma bobina fixa (primário). Um exemplo disso é o motor de indução, cujo rotor não tem contactos. Outro exemplo bastante difundido de transformador indutivo são os sistemas de aquecimento por indução. Nestes sistemas, o aquecimento de determinada peça condutora é conseguido por efeito de Joule, para o qual é necessário o estabelecimento de uma corrente na peça (secundário). Essa corrente é induzida por um campo magnético quase-estático originado por uma bobina exterior (primário). A vantagem destes sistemas é a dispensa de contactos elétricos entre a peça aquecida e a fonte de energia, prevenindo a condução de calor através dos contactos e o desgaste destes, o que é importante em aplicações de elevada potência e temperatura. Esta tecnologia é utilizada desde fornos de fundição industriais até aplicações domésticas, das quais se destaca o fogão de indução [20]. Nestes fogões, o primário é uma bobina localizada sob a superfície (placa) do fogão; o secundário é a base da panela a aquecer. A base das panelas próprias para fogão de indução inclui uma camada de material ferromagnético, que constitui o elemento aquecedor propriamente dito, onde a maior parte da energia é dissipada. À frequência de operação (geralmente 24 kHz), o campo magnético não transpõe essa camada, ficando praticamente restrito à zona entre o primário e a camada, uma vez que a profundidade pelicular desta é muito pequena, dado ser condutora e ferromagnética, recorde-se [21]. O fogão de indução doméstico é geralmente considerado uma invenção recente, apesar de tal não ser verdade, já que existem patentes que o referem desde 1906, pelo menos [22, 23].

3.2.2.2 – Interferência Eletromagnética.

Num transformador indutivo, o campo magnético geralmente estende-se para além das bobinas que lhe estão na origem, o que coloca problemas a nível de interferência gerada. A magnitude dessa interferência depende sobretudo da forma do núcleo e da sua permeabilidade μ . Efetivamente, a interferência gerada pelos transformadores de núcleo ferromagnético fechado (onde o núcleo define todo o circuito magnético) não é significativa, geralmente. No entanto, essa interferência é considerável no caso dos transformadores de núcleo de ar, obrigando a um estudo cuidadoso de blindagem. Em termos de imunidade eletromagnética, o transformador indutivo é geralmente influenciado pela presença de campos magnéticos que variam no tempo, embora isso dependa da sua construção particular. Este fenómeno decorre diretamente do princípio de funcionamento dos transformadores indutivos (lei de Faraday) [24, 25, 9, 5].

3.2.3 – Comparação entre Acoplamento Capacitivo e Indutivo (Caso Aperiódico).

Relativamente ao acoplamento capacitivo aperiódico, o acoplamento indutivo aperiódico permite na prática trabalhar com potências muito superiores e a uma frequência mais baixa, permitindo adicionalmente implementar sistemas de menores dimensões para determinada potência. Estas vantagens explicam a maior ocorrência de sistemas de acoplamento indutivo, devendo-se essencialmente a dois fatores: por um lado, existe uma maior disponibilidade de materiais de permeabilidade (μ) elevada (ferromagnéticos, por exemplo), relativamente aos materiais de permitividade (ϵ) elevada, como se pode constatar nas tabelas dos parâmetros constitutivos dos materiais mais comuns (como as tabelas que constam no apêndice C de [26]); por outro lado, em aplicações de elevada potência, é geralmente mais fácil lidar com as correntes elevadas dos sistemas indutivos do que com as tensões elevadas dos sistemas capacitivos, embora isso dependa da aplicação em particular.

Em meios neutros em termos eletromagnéticos (dielétricos com $\epsilon \approx \epsilon_0$ e $\mu \approx \mu_0$), o acoplamento capacitivo ganha vantagem em termos de interferência eletromagnética gerada

e de imunidade à presença de campos magnéticos que variam no tempo, como discutido. Nesses meios, o grande aspecto crítico comum a ambos os tipos de acoplamento é o facto de o desempenho ser aceitável apenas para distâncias entre emissor e recetor bastante reduzidas, às quais o acoplamento é elevado. Uma forma clássica de reduzir esta limitação é o recurso à ressonância, que neste contexto será abordada na secção 3.4.

3.3 – Ressonância.

É um facto conhecido que a transferência de energia entre dois sistemas ressonantes é máxima se a frequência de ressonância dos dois sistemas for idêntica e um deles for estimulado a essa frequência por uma fonte de energia externa ao conjunto, situação em que assume o papel de emissor de energia. Nesta condição, diz-se que os dois sistemas estão em sintonia ou em ressonância. O recurso à ressonância permite o estabelecimento de canais de transmissão de energia eficientes e de baixa dispersão, uma vez que a transmissão de energia para outros sistemas de diferente frequência de ressonância ou não-ressonantes é mínima, comparativamente. Este aspecto beneficia a segurança intrínseca do sistema [27, 1, 5]. Existem muitos tipos de ressonância, nomeadamente nuclear, acústica (mecânica) e eletromagnética, referindo apenas os mais comuns. Após uma breve referência à ressonância acústica, o presente capítulo detalhará a ressonância eletromagnética, dada a importância fulcral desta na atual tecnologia de transmissão de energia elétrica *wireless*. A ressonância nuclear e outros tipos de ressonância estão fora do âmbito deste trabalho.

3.3.1 – Ressonância Acústica.

A eficácia da transmissão de energia elétrica através de ondas acústicas (secção 3.1.1) pode ser melhorada fazendo a frequência de trabalho do sistema coincidir com a frequência de ressonância acústica do meio em questão. Em 1981, a National Semiconductor publicou uma *application note* que descrevia uma barreira de isolamento Galvânico (20 kV) baseada neste princípio. Esta barreira servia para alimentar um sistema de instrumentação remoto que operava a uma tensão em modo comum de 20 kV. A barreira era implementada por um “transformador acústico”, que na sua forma mais simples consistia numa barra de material isolante piezoelétrico, na qual se colocou um par de placas em cada extremidade, funcionando cada par como primário ou secundário. Excitando este transformador à respetiva frequência de ressonância, mediu-se no secundário uma corrente de curto-circuito de 35 mA. O rendimento máximo da transmissão de energia foi estimado em 75% [28]. Não se encontraram referências a sistemas de maior potência.

3.3.2 – Ressonância Eletromagnética.

As primeiras tentativas de transmissão de energia elétrica *wireless* são geralmente creditadas a Nikola Tesla, engenheiro e físico de origem balcânica, nascido em 1856. Tesla recorreu largamente à ressonância eletromagnética no seu trabalho, do qual se destaca a esse respeito a bobina de Tesla, um transformador ressonante por ele inventado para produção de alta tensão a elevada potência, ainda hoje utilizada para esse fim. No início do século XX, Tesla preconizou um ambicioso sistema de antenas de elevada potência para a criação de uma rede de distribuição elétrica *wireless* à escala global, baseada no estabelecimento de ondas eletromagnéticas estacionárias por todo o globo terrestre, na banda de VLF, onde residem as frequências de ressonância eletromagnética mais baixas da Terra. As antenas eram fundamentalmente versões de maior dimensão da bobina de Tesla. Suportado pelo financeiro americano J. P. Morgan, Tesla iniciou a construção de uma destas antenas (Wardenclyffe Tower) em 1900, em Long Island, Nova Iorque. Contudo, dada a falta de resultados em tempo

útil, Tesla perdeu o financiamento sem conseguir que a sua antena estivesse completamente operacional, levando-o a desistir do empreendimento. Na realidade, o sistema apresentava sérias debilidades, relacionadas com o baixo rendimento característico da operação em VLF. Esta limitação obrigava à operação a níveis de tensão e potência muito elevados, o que tornava a segurança do sistema bastante questionável [29, 30]. Com efeito, para além dos perigos característicos de campos eletromagnéticos intensos, as antenas comportavam um risco substancial. A este respeito, o próprio Tesla recomenda, numa patente obtida em 1914, grande precaução no ajuste da ressonância da antena, dada a possibilidade de “uma ação destrutiva de inconcebível violência”, na forma de “uma bola de fogo que destruiria tudo no seu caminho” [31]. Essa patente nunca foi explorada comercialmente [1].

Mais recentemente, tem-se vindo a explorar a ressonância eletromagnética de uma perspetiva diferente da de Tesla, pela utilização de frequências mais altas, potências menores e distâncias mais curtas, nomeadamente na região de campo próximo (*near-field*) do emissor. A definição desta região depende da dimensão elétrica do emissor. Seja D a maior dimensão física do emissor e λ o comprimento de onda associado à frequência de trabalho. Se o emissor for eletricamente pequeno ($D \leq \lambda/10$), a região de campo próximo define-se como a região esférica dada por (3.1), onde r é a distância radial ao centro do emissor; se o emissor for eletricamente grande ($D > \lambda/10$), essa região é dada por (3.2), onde r é a distância à superfície do emissor. Neste último caso, a região de campo próximo denomina-se região de campo próximo reativo, especificamente.

$$r < \frac{\lambda}{2\pi} \approx 0,16\lambda \quad (3.1)$$

$$r < 0,62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (3.2)$$

Em ambos os casos, a região de campo próximo é essencialmente uma zona de armazenamento de energia, dada a natureza reativa do campo próximo (estacionário, não-radiante), em oposição ao campo distante (radiante ou de radiação), que se propaga pelo espaço transportando energia, recorde-se (secções 2.6.2 e 2.6.3.2).

Suponha-se agora que um recetor é colocado em r , que passa portanto a representar a distância entre emissor e recetor. Para que o recetor opere sempre na região de campo próximo, a distância máxima entre emissor e recetor (r_{max}) tem que coincidir necessariamente com a dimensão dessa região, o que permite traçar algumas considerações preliminares sobre o alcance do sistema. Se o emissor for eletricamente grande, r_{max} pode ser aumentada subindo a frequência de operação e aumentando D , de acordo com (3.2). Se o emissor for eletricamente pequeno, r_{max} pode ser aumentada descendo a frequência de operação, de acordo com (3.1). Neste caso, contudo, o desempenho do sistema pode ser melhorado aumentando também D , desde que se assegure que o emissor se mantenha eletricamente pequeno. Tal acontece porque um emissor eletricamente pequeno pode ser em geral aproximado a um dipolo elétrico ou magnético elementar, e a intensidade do campo eletromagnético gerado por estes dipolos aumenta com o aumento das dimensões destes (secção 2.6.3.1, expressões 2.59 a 2.62). Em conclusão, apesar de o exposto não considerar a influência do recetor no campo eletromagnético próximo, pode-se em geral afirmar que o alcance do sistema aumenta com o aumento das dimensões físicas do emissor, independentemente da dimensão elétrica deste.

No contexto da transmissão de energia *wireless*, a ressonância eletromagnética na região de campo próximo é geralmente classificada segundo dois tipos, de acordo com r . Seja agora D a dimensão típica do emissor, que se supõe estar em ressonância com o recetor. Se r for da mesma ordem de grandeza de D , trata-se de ressonância eletromagnética de médio alcance (*medium-range*); se $r \ll D$, trata-se de ressonância eletromagnética de curto alcance (*short-range*). O estabelecimento desta classificação deve-se ao facto de não haver uma teoria que seja sempre a mais adequada para a modelização da ressonância em toda a região de campo próximo, em aspectos como precisão e simplicidade. Efetivamente, para a ressonância de médio alcance, a teoria mais adequada é a Teoria de Modos Acoplados (CMT), que é uma teoria do domínio da Física que descreve as relações de energia entre vários osciladores acoplados. Por outro lado, para a ressonância de curto alcance, a teoria mais adequada é a Teoria de Circuitos (CT), mais usual no domínio da Electrónica. Note-se que as teorias CMT e CT não são contraditórias nem estanques (independentes), havendo de facto algum cruzamento, que resulta sobretudo do facto de ambas trabalharem com parâmetros localizados (*lumped*) similares [32, 27].

3.3.2.1 – Ressonância Eletromagnética de Médio Alcance.

O grande contributo para esta tecnologia veio de uma equipa de investigadores do MIT, da área da Física, da qual se destacam A. Kurs, A. Karalis, J. Joannopoulos e M. Soljačić, cujo trabalho culminou em 2007 com uma tese de mestrado [27] e diversas publicações [32, 33], uma das quais na revista *Science* ([33]). Esta equipa concebeu um sistema ressonante experimental, no qual utilizou um par de bobinas auto-ressonantes idênticas (em sintonia, portanto) como emissor e recetor. Esse sistema é representado esquematicamente na Figura 3.3, que foi retirada de [27].

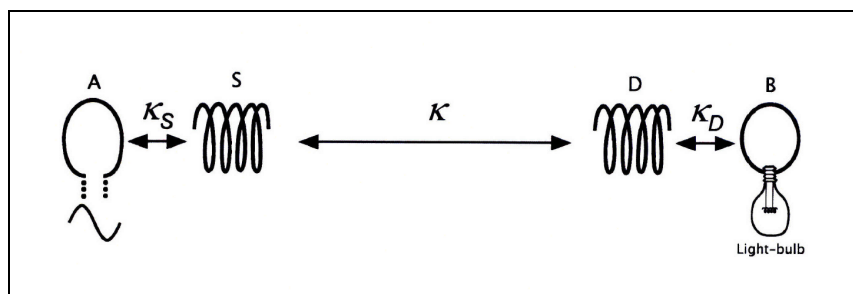


Figura 3.3 – Sistema experimental do MIT.

O lado emissor é constituído pelo anel condutor A e pela bobina auto-ressonante S (de *source*). O anel A é alimentado por uma fonte sinusoidal, que constitui a fonte de energia do sistema. Este anel excita indutivamente a bobina S , que estabelece o campo eletromagnético próximo. O lado recetor é constituído pela bobina auto-ressonante D (de *device*) e pelo anel condutor B . A bobina D funciona como recetor, do qual é retirada energia através do anel B , acoplado indutivamente a D . A lâmpada ligada a B constitui a carga do sistema, onde a energia recebida é dissipada. As letras k representam os coeficientes de acoplamento entre as várias etapas. As bobinas, de forma helicoidal, têm um diâmetro de 60 cm e um comprimento de 20 cm, com 5,25 espiras terminadas em circuito aberto. A frequência de operação do sistema foi ajustada de modo a coincidir com a frequência do primeiro modo de ressonância das bobinas, situada à volta de 10 MHz. A nível experimental, a equipa conseguiu obter no recetor (lâmpada) uma potência de 60 W, a cerca de 2 m do emissor. O rendimento do sistema foi estimado entre 40% a 50%.

O sistema foi modelizado através da CMT, tendo as previsões teóricas daí resultantes ficado bastante próximas dos resultados experimentais, aferindo a validade da CMT para a ressonância de médio alcance [27]. Note-se que foi esta equipa quem primeiro sugeriu a CMT

para a modelização da ressonância de médio alcance, no contexto da transmissão de energia elétrica *wireless*, sendo igualmente responsável pela categorização da ressonância eletromagnética na região de campo próximo em termos de alcance [32, 27].

Contudo, apesar de apresentar um desempenho experimental promissor, o sistema tem os seus inconvenientes, sobretudo em aplicações que exijam dimensões físicas relativamente pequenas e/ou potências elevadas. Estes inconvenientes estão todos relacionados com a utilização de bobinas auto-ressonantes. Os autores optaram por operar as bobinas no primeiro modo de ressonância, uma vez que por norma este modo é o mais intenso e melhor definido. O primeiro modo de uma bobina auto-ressonante corresponde efetivamente a uma anti-ressonância (reactância infinita aos seus terminais), onde a indutância distribuída (L_D) e a capacidade distribuída (C_D) da bobina constituem um circuito *RLC* paralelo. No primeiro modo, L_D e C_D podem ser determinados analiticamente com relativa facilidade, podendo ser tratados como elementos localizados (*lumped*) sem que daí resulte um erro significativo. Assim sendo, a frequência de auto-ressonância da bobina (ω_0) é dada por $\omega_0 = 1/\sqrt{L_D \cdot C_D}$. Esta situação corresponde precisamente à de uma antena eletricamente grande do tipo dipolo magnético a operar na primeira anti-ressonância. Nesta situação, a corrente harmónica estacionária perfaz uma arcada completa ao longo do condutor constituinte, acompanhada por uma acumulação de carga de sinais opostos nos extremos deste, recorde-se (secção 2.6.2). Por conseguinte, o comprimento total do fio condutor de uma bobina auto-ressonante a operar na primeira anti-ressonância tem que ser da ordem de grandeza de $\lambda_0/2$, onde λ_0 é o comprimento de onda associado a ω_0 . Esta constatação revela o primeiro inconveniente da utilização de bobinas auto-ressonantes: não é possível obter um sistema de dimensões reduzidas sem que a sua frequência de operação seja bastante elevada. No sistema experimental descrito, repare-se nas dimensões consideráveis das bobinas (diâmetro de 60 cm), para uma frequência de operação relativamente elevada (10 MHz). Esta frequência pode já comprometer o rendimento do sistema, dado o elevado número de comutações por unidade de tempo necessário no conversor DC/AC que excita o sistema. No mesmo sentido, o efeito pelicular e o efeito de proximidade nos condutores constituintes podem já ser significativos a essa frequência, contribuindo com uma perda de rendimento adicional. No sistema experimental, os autores utilizaram um oscilador Colpitts como conversor DC/AC, tendo medido neste uma potência de entrada de cerca de 400 W para a obtenção de 60 W na carga, situada a 2 m do emissor. Nas suas diversas publicações, os autores apontam o rendimento do conversor DC/AC como um aspecto crítico. Note-se que o rendimento acima referido (40% a 50%) foi estimado excluindo as perdas no conversor. De qualquer forma, mesmo que fosse possível aumentar a frequência de operação sem perda de rendimento, a fim de diminuir a dimensão física das bobinas, o alcance do sistema seria comprometido, de acordo com o critério de alcance desenvolvido a partir de (3.2). Com efeito, o alcance considerável do sistema não é alheio às dimensões consideráveis das bobinas.

Num sistema de transmissão de energia *wireless* que recorre ao campo eletromagnético próximo (reativo), interessa minimizar a potência radiada em ondas eletromagnéticas (ao contrário das antenas), o que é importante a nível de rendimento, segurança e compatibilidade eletromagnética. Contudo, no presente sistema, as bobinas auto-ressonantes comportam-se como antenas eletricamente grandes, que são radiadores eficazes comparativamente às antenas eletricamente pequenas, recorde-se (secção 2.6). Considerando a potência total em jogo, esse facto indica que a potência radiada deve ser considerável, constituindo nesse caso um problema. Os autores seguiram um caminho diferente para chegar a esta conclusão, uma vez que não estabeleceram o paralelismo entre uma bobina auto-ressonante e uma antena eletricamente grande do tipo dipolo magnético. Em vez disso, os autores modelizaram a radiação de uma bobina auto-ressonante encarando-a como a sobreposição de um dipolo eléctrico com um dipolo magnético. O dipolo eléctrico decorre da

acumulação de carga de sinais opostos nos extremos da bobina, tendo portanto orientação axial; o dipolo magnético é constituído pela corrente circular que percorre a bobina, como esperado. A partir do cálculo do campo elétrico (E), do campo magnético (H) e do vetor de Poynting (S) correspondente na região de campo próximo, os autores estimaram uma potência de radiação de cerca de 5 W, para a obtenção de 60 W a 2 m. Os autores atribuíram esta potência de radiação significativa à existência de um campo elétrico, que apesar de não ser preponderante em relação ao campo magnético, é ainda assim considerável. Segundo os autores, este campo elétrico deve-se sobretudo à ocorrência do referido dipolo elétrico em cada bobina, para além do esperado dipolo magnético. A fim de diminuir a potência de radiação, os autores sugeriram a passagem de um modelo auto-ressonante (distribuído) para um modelo localizado (*lumped*), baixando a frequência de operação cerca de uma década e terminando cada bobina com um condensador de valor apropriado (circuito *RLC* paralelo), de forma a tornar os fenómenos distribuídos nas bobinas desprezáveis [27]. Este procedimento equivale a reduzir a dimensão elétrica das bobinas, transformando-as em antenas eletricamente pequenas, onde a corrente é uniforme. Desta forma, nos circuitos *RLC* resultantes, o campo elétrico fica confinado aos condensadores, enquanto que o campo eletromagnético próximo se torna essencialmente magnético, obtendo-se assim um sistema ressonante quase-estático, de baixa radiação. Para aferir o desempenho da solução *lumped*, os autores simularam a transferência de 60 W a 2 m através de cálculos, quer para a solução original (bobinas auto-ressonantes), quer para a solução *lumped*, na qual utilizaram bobinas de dimensões semelhantes às originais. Na Tabela 3.1 (tirada de [27]) apresentam-se os resultados, determinados a 20 cm da bobina recetora (bobina *D* da figura 3.3). Nesta tabela, note-se que η refere-se ao rendimento, S à amplitude do vetor de Poynting e P_R à potência de radiação.

MODELO	f_0 (MHz)	η	E_{RMS} (V/m)	H_{RMS} (A/m)	S_{RMS} (W/cm ²)	P_R (W)
Auto-ressonante	10	83%	185	21	0,08	3,3
<i>Lumped</i>	1	60%	40	14	0,04	0,005

Tabela 3.1 – Comparação entre o modelo auto-ressonante e o modelo localizado (*lumped*).

Para o modelo *lumped*, pode-se constatar que a amplitude do campo eletromagnético é menor, que o decréscimo de E é bastante superior ao de H e, sobretudo, a redução drástica da potência de radiação, validando a solução proposta. Contudo, o rendimento decresce significativamente [27]. Este inconveniente pode ser mitigado pela redução da distância entre emissor e recetor, já que a eficácia de qualquer sistema *wireless* depende sempre dessa distância, como já referido. Torna-se assim claro que o modelo *lumped* se presta especialmente à ressonância eletromagnética de curto alcance, sobretudo em aplicações de elevada potência. Por outro lado, o maior rendimento do modelo auto-ressonante torna-o mais adequado para aplicações de baixa potência e maior alcance, onde a potência de radiação é correspondentemente menor, deixando de constituir um problema. Esta é uma corrente de investigação atual (2013), nomeadamente em aplicações biomédicas, onde o modelo auto-ressonante está a ser considerado para a alimentação de diversos sensores biométricos a partir de um só emissor relativamente distante, como referido em [34]. Os autores deste livro referem também uma explicação para o maior rendimento do modelo auto-ressonante: este deve-se ao facto de o fator de qualidade (Q) do circuito *RLC* equivalente de uma bobina auto-ressonante ser na prática bastante superior ao Q que é possível obter numa implementação *RLC lumped* correspondente (de igual frequência de ressonância), de menores dimensões. Para aplicações implantáveis, os autores sugerem uma solução de

compromisso híbrida, que utiliza o modelo *lumped* apenas no recetor, a fim de diminuir as dimensões deste.

A ressonância de médio alcance e o modelo auto-ressonante não serão mais desenvolvidos neste trabalho, dado que o caminho de investigação a seguir não irá nesse sentido, como se verá. Por este motivo, não se vai também detalhar a CMT.

3.3.2.2 – Ressonância Eletromagnética de Curto Alcance.

Na secção anterior, viu-se que o modelo *lumped* se presta especialmente à ressonância eletromagnética de curto alcance. Este modelo apresenta vantagens importantes relativamente ao modelo distribuído, nomeadamente o facto de permitir uma frequência de operação relativamente baixa (ou reduzir as dimensões do sistema) e apresentar uma menor fuga de energia por radiação. Efetivamente, num modelo *lumped*, os fenómenos de indução (elétrica ou magnética) estão localizados em componentes específicos e os campos são quase-estáticos, pelo que o sistema resultante constitui efetivamente um circuito elétrico, passível de ser modelizado eficazmente pela Teoria de Circuitos, mais familiar na área deste trabalho. Esta teoria está solidamente edificada sobre o Eletromagnetismo Clássico, apresentando métodos poderosos e relativamente simples, quer a nível analítico (análise de circuitos), quer a nível numérico ou computacional (simulação SPICE). Dadas as vantagens enunciadas, apenas se vai considerar a ressonância eletromagnética de curto alcance no âmbito do modelo *lumped*, opção que é reforçada pelo facto de não se ter encontrado referências bibliográficas que sugerissem outras abordagens. Note-se que o modelo *lumped* é também usado na ressonância eletromagnética de médio alcance, em aplicações de baixa radiação e/ou onde a menor eficácia não constitua um problema [5, 1].

No contexto da ressonância eletromagnética, o modelo *lumped* está na base do acoplamento quase-estático ressonante, a abordar na secção seguinte.

3.4 – Campos Eletromagnéticos Quase-estáticos: Acoplamento Ressonante.

No contexto dos circuitos elétricos, as duas manifestações do fenómeno da ressonância (ressonância e anti-ressonância) estão associadas a circuitos *RLC* particulares. A ressonância está associada ao circuito *RLC* série, ocorrendo à frequência onde a reactância total desse circuito é nula. Por outro lado, a anti-ressonância está associada ao circuito *RLC* paralelo, ocorrendo à frequência onde a reactância total desse circuito é infinita. Na ocorrência de qualquer destas formas de ressonância, a reactância capacitiva iguala em módulo a reactância indutiva nos circuitos associados, sendo a impedância total destes puramente real e dada por R . Nesta situação, a potência aparente (S) iguala a potência ativa (P) e a potência reativa (Q) é nula, pelo que o fator de potência (dado pela razão P/S) é unitário, sendo máxima a transferência de energia da fonte para a carga útil ou dissipativa (representada por R). Este último aspecto é uma manifestação do teorema da máxima transferência de energia, segundo o qual a transferência de energia da fonte para a carga é máxima quando a impedância da fonte é igual ao conjugado da impedância da carga. Nesta situação, estas impedâncias dizem-se adaptadas (*matched*). Considerando nesse teorema apenas a parte reativa das impedâncias, conclui-se que a situação de máxima transferência de energia ocorre quando a reactância da fonte é o oposto da reactância da carga ou, equivalentemente, quando o efeito total das reactâncias presentes no circuito é nulo, o que corresponde efetivamente a um fenómeno de ressonância. Estas considerações são extensíveis a circuitos mais complexos, constituídos por várias combinações de circuitos *RLC* e por transformadores, podendo ter secções em isolamento Galvânico. Nestes circuitos, note-se que podem ocorrer múltiplos fenómenos de ressonância, a frequências diferentes [35].

No domínio dos circuitos elétricos, o fenómeno da ressonância tem fundamentalmente duas aplicações inter-relacionadas: maximização da transferência de energia e implementação de redes seletivas (filtros). No presente contexto, interessa sobretudo a primeira aplicação, cujo princípio foi já descrito. Esta aplicação envolve a eliminação (ou minimização, pelo menos) do efeito da componente reativa à frequência de operação, visando a obtenção de um fator de potência unitário, ou próximo disso. Para o conseguir, procede-se à adaptação de impedâncias, atuando sobre os valores dos componentes reativos do circuito ou adicionando novos componentes reativos de tipo e valor apropriado em sítios estratégicos. Este processo designa-se por compensação ou correção do fator de potência (PFC). Um exemplo bastante difundido de PFC ocorre no âmbito da Eletrotecnia, que consiste na utilização de bancos de condensadores para aumentar o fator de potência em instalações elétricas industriais, que geralmente representam uma carga indutiva significativa para a rede de distribuição elétrica [35]. Em sistemas onde o fator de potência varia significativamente ao longo do tempo, é desejável a implementação de um método de correção dinâmica do fator de potência (DPFC). Em sistemas de frequência fixa, a DPFC é geralmente efetuada pela comutação seletiva de bancos de componentes reativos adicionais em função do fator de potência, que é continuamente monitorizado [36]. Nos sistemas de frequência variável, pode-se alternativamente ajustar a frequência de operação de forma a que esta fique pelo menos próxima da frequência da ressonância de interesse. Ambos os métodos de DPFC exigem a implementação de um sistema de controlo em malha fechada. A grande vantagem da DPFC reside na sua natureza adaptativa, naturalmente.

Num sistema de transmissão de energia *wireless* baseado em acoplamento capacitivo ou indutivo aperiódico (secção 3.2), viu-se que o desempenho se degrada rapidamente com o aumento da distância entre emissor e recetor, devido à conseqüente diminuição do acoplamento (diminuição da capacidade ou da indutância mútua da interface), o que restringe significativamente a distância máxima permitida entre emissor e recetor. Para aumentar esta distância, recorre-se geralmente a um mecanismo de PFC, que consiste na adição de componentes reativos apropriados ao emissor e/ou recetor, tornando-os ressonantes (acoplamento ressonante), o que contraria parcialmente a degradação de desempenho que decorre da redução do acoplamento. Desta forma, para uma determinada distância entre emissor e recetor, o acoplamento ressonante permite um desempenho substancialmente superior ao do acoplamento aperiódico, desde que essa distância não seja muito pequena. Com efeito, se a distância entre emissor e recetor for muito pequena e em conseqüência disso o acoplamento for elevado (*tight coupling*), essa diferença de desempenho esbate-se. Assim sendo, o recurso ao acoplamento ressonante apenas se justifica se o acoplamento entre emissor e recetor for relativamente baixo (*loose coupling*) [9, 37, 25, 2, 5].

O modelo *lumped* abordado na secção 3.3.2.1 é um exemplo de acoplamento ressonante, nomeadamente de acoplamento indutivo ressonante. Nessa secção, chegou-se a este tipo de acoplamento com argumentos do Eletromagnetismo Clássico e da Teoria de Antenas, visando a diminuição da potência de radiação. Na presente secção, o acoplamento ressonante é encarado como uma evolução do acoplamento aperiódico, que foi justificada acima com argumentos da Teoria de Circuitos, que envolvem o teorema da máxima transferência de energia e a PFC.

3.4.1 – Paradigma Geral.

Tal como o acoplamento aperiódico discutido na secção 3.2, o acoplamento ressonante pode ser capacitivo ou indutivo. Os sistemas de transmissão de energia *wireless* baseados nestes dois tipos de acoplamento ressonante partilham essencialmente o mesmo

paradigma, uma vez que os principais requisitos funcionais são comuns. O diagrama de blocos típico desse paradigma é apresentado na Figura 3.4.

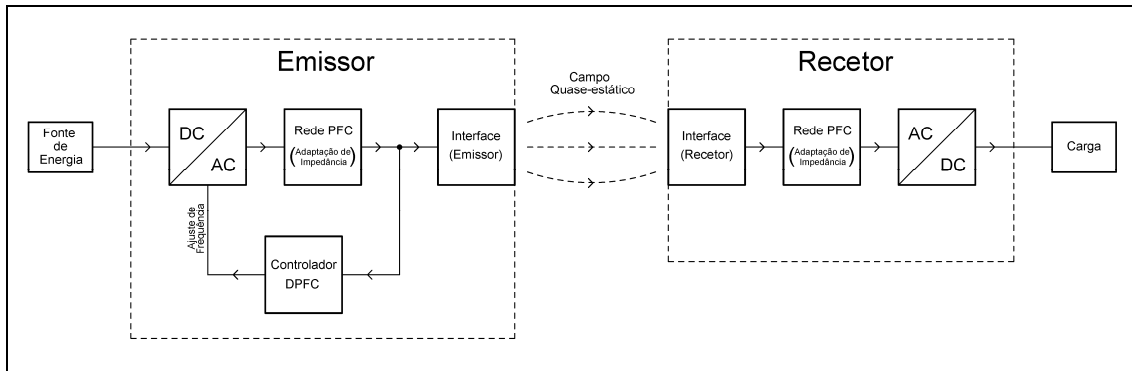


Figura 3.4 – Diagrama de blocos de um sistema de acoplamento ressonante típico.

Em ambos os tipos de acoplamento ressonante, a frequência de operação é bastante superior à frequência da rede (50 Hz ou 60 Hz), exigindo portanto um conversor DC/AC (inversor de potência) do lado do emissor, pelo menos (geralmente os conversores AC/AC são implementados por um conversor AC/DC seguido de um conversor DC/AC). A rede de PFC é constituída pelos componentes reativos responsáveis pela PFC, estando intercalada entre o conversor e a interface. Do lado do recetor, a ordem de operações é a inversa. Efetivamente, após a interface está outra rede de PFC constituída por componentes reativos, que torna o recetor ressonante. Segue-se um conversor AC/DC, que compreende geralmente um retificador de onda completa e respetivo filtro de ondulação (*ripple*). Entre este conversor e a carga, pode ainda existir um regulador de tensão ou corrente (não representado na figura 3.4). Note-se que existem também sistemas que apenas têm uma rede de PFC, que tanto pode estar no emissor como no recetor. Tais situações podem ser encaradas como casos particulares da figura 3.4, que representa o caso geral.

Por princípio, um sistema baseado em acoplamento ressonante só funciona convenientemente se o emissor operar a uma frequência que corresponda a um fenómeno de ressonância desse sistema. Contudo, essa frequência de ressonância pode depender de vários fatores, dos quais se destacam o tipo de carga aplicada ao recetor, a distância deste ao emissor e a natureza do meio entre recetor e emissor (incluindo o aparecimento de eventuais obstáculos), já que estes fatores influenciam fortemente a carga que o recetor representa para o emissor. Por conseguinte, nos sistemas onde esses fatores são variáveis, pode ser necessário alterar dinamicamente a frequência de operação do emissor, de forma a que esta coincida sempre com a frequência da ressonância de interesse, num processo de DPFC. O controlo em malha fechada necessário para a DPFC é executado pelo bloco “Controlador DPFC” da figura 3.4. Este bloco estabelece a frequência de saída do conversor DC/AC a partir da deteção da condição de ressonância de interesse, que é geralmente feita através da monitorização da fase entre tensão e corrente em pontos estratégicos da interface e/ou da rede PFC [9, 25, 34, 1].

3.4.1.1 – Frequência de Operação.

A frequência de operação de um sistema de acoplamento ressonante situa-se tipicamente entre 10 kHz e 5 MHz, tendendo a ser mais elevada para o acoplamento capacitivo, tal como no caso aperiódico, como se poderá constatar nas secções 3.4.2 e 3.4.3. O limite inferior dessa frequência é imposto pelas dimensões da interface capacitiva/indutiva, que tendem a aumentar com o decréscimo de frequência, pois nesse caso é necessária maior capacidade/indutância mútua para a obtenção de um desempenho aceitável. Este facto está

relacionado com o exposto na secção 3.3.2 acerca do alcance de um emissor eletricamente pequeno. O limite superior é ditado sobretudo por questões de rendimento. Com efeito, com a subida da frequência, o efeito pelicular e o efeito de proximidade tornam-se mais expressivos, o que se traduz no aumento da resistência dos condutores e na conseqüente perda de rendimento. Adicionalmente, o rendimento do conversor DC/AC tende a diminuir com o aumento da frequência, dado o maior número de comutações por unidade de tempo necessário. Contudo, em algumas aplicações, há que considerar ainda a segurança de pessoas, já que os limites máximos da intensidade do campo eletromagnético a que o corpo humano pode estar sujeito tendem a baixar com o aumento da frequência [38]. Por estes motivos, a frequência de operação tende a ser mais baixa nos sistemas de maior potência, representando em geral uma solução de compromisso.

3.4.1.2 – Conversor DC/AC ou Inversor de Potência.

O conversor DC/AC é invariavelmente do tipo comutado, por questões de rendimento, compreendendo geralmente uma ponte H (meia-ponte ou ponte completa) constituída por comutadores eletrónicos implementados por semicondutores de potência (MOSFETs ou IGBTs, usualmente). A saída do conversor é geralmente sinusoidal (ou próxima disso), a fim de minimizar a RFI. Na Figura 3.5 e na Figura 3.6 representam-se as topologias em ponte H básicas, em ponte completa (a) e em meia-ponte (b)), com alimentação por tensão (figura 3.5) ou por corrente (figura 3.6). Neste último caso, a fonte de corrente é geralmente implementada por uma fonte de tensão em série com uma bobina de indutância elevada (*choke*), de forma a garantir uma corrente constante à frequência de operação.

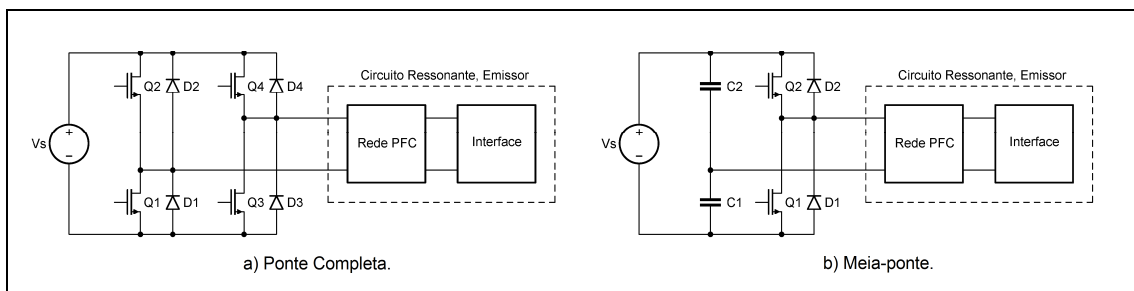


Figura 3.5 – Topologias em ponte H básicas, alimentação por tensão.

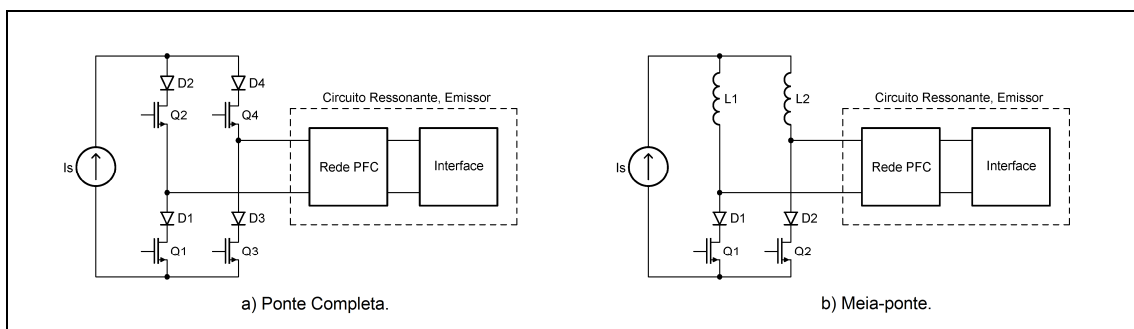


Figura 3.6 – Topologias em ponte H básicas, alimentação por corrente.

Em sistemas onde um rendimento elevado é importante (como nos sistemas de elevada potência), as comutações na ponte são geralmente feitas em regime de comutação suave (*soft switching*), em oposição à comutação abrupta (*hard switching*), o que permite diminuir a potência dissipada nas comutações. Com efeito, num regime de comutação suave, a comutação ocorre quando a tensão ou a corrente no elemento comutador é nula (ZVS ou ZCS, respetivamente), o que minimiza a potência dissipada. As condições ZVS ou ZCS são obtidas através de um circuito ressonante, que no caso dos sistemas de acoplamento ressonante pode

ser constituído pela própria rede de PFC e pela interface. Os conversores que recorrem a este princípio designam-se genericamente por conversores ressonantes [9, 37, 39, 25, 40, 5].

No contexto da transmissão de energia *wireless*, as topologias em ponte H mais utilizadas são as alimentadas por tensão. Não obstante, a topologia da figura 3.6 b) é também relevante, por estar na base de uma série de inversores de potência auto-oscilantes (sem base de tempo externa) onde a frequência de operação é ditada automaticamente pelo próprio circuito ressonante, correspondendo a um fenómeno de ressonância deste. Assim sendo, qualquer alteração nas características do circuito ressonante é automaticamente acompanhada por uma mudança da frequência de operação, o que constitui efetivamente um mecanismo natural de DPFC, bastante conveniente. Adicionalmente, essa topologia favorece a operação em ZVS. Note-se que é frequente L_1 e L_2 da figura 3.6 b) estarem acopladas, constituindo um autotransformador [5, 41, 42, 43]. O tipo de inversor subjacente a essa topologia compreende várias variantes, sendo genericamente conhecido por conversor ou oscilador de Royer, devido ao trabalho de G. Royer efetuado em 1954. Na verdade, o conversor de Royer original era alimentado por tensão e não utilizava circuitos ressonantes, baseando-se antes num transformador saturável, cuja saturação ditava a ação dos comutadores eletrónicos. Para além disso, a forma de onda de saída era quadrada, e não sinusoidal, dada a ausência de circuitos ressonantes [42]. Não é claro quando se deu a evolução para a topologia atual (nem a sua autoria), embora ela apareça já numa publicação de P. Baxandall, de 1959 [43]. Não obstante, a topologia atual ainda carrega o nome de Royer. No contexto da conversão de potência, é amplamente utilizada nos inversores para alimentação das lâmpadas de cátodo frio utilizadas para a retroiluminação de módulos LCD e TFT, por exemplo [42].

Alternativamente, o conversor DC/AC pode recorrer a topologias ressonantes de um só elemento comutador (*single-ended*), das quais se destacam as topologias em classe C e em classe E, apresentadas na Figura 3.7.

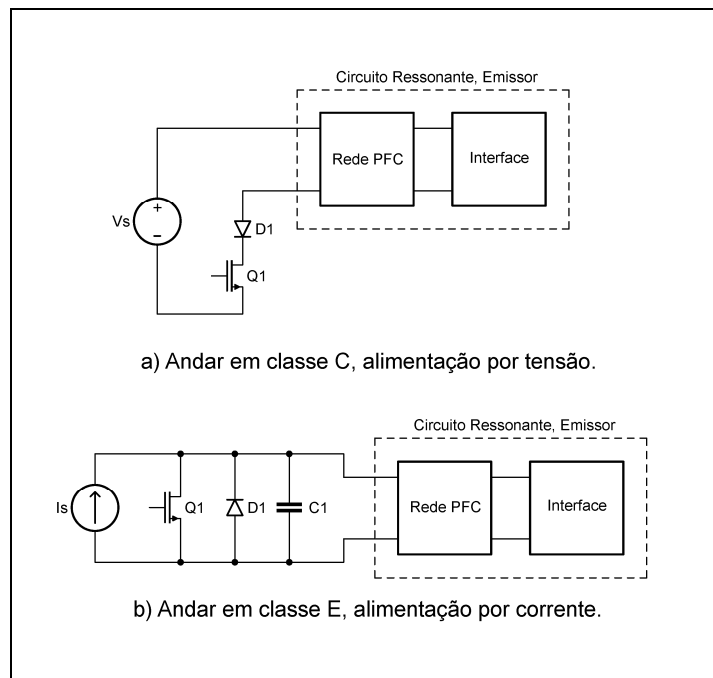


Figura 3.7 – Topologias *single-ended* mais comuns.

Na Figura 3.7 a) apresenta-se um andar em classe C alimentado por tensão, que é a topologia em classe C mais comum, onde o circuito ressonante é geralmente um RLC paralelo. O elemento comutador opera num regime próximo de ZVS, estando fechado apenas durante o tempo suficiente para repor a energia no circuito RLC . Durante esse tempo, geralmente uma pequena porção do período, a corrente no comutador é um impulso de amplitude relativamente elevada, o que pode gerar uma RFI considerável. Por este motivo, e por o regime de comutação apenas se aproximar do ZVS, o emprego desta topologia cinge-se geralmente a aplicações de baixa potência [44, 2].

Na figura 3.7 b) apresenta-se um andar em classe E alimentado por corrente, que é a topologia em classe E mais comum, onde o circuito ressonante é geralmente um RLC série. Nesta topologia, para além de a comutação ser feita em regime ZVS, a derivada da tensão presente no comutador é nula no instante em que este é fechado, do que resulta um rendimento elevado. Geralmente, o comutador é fechado durante cerca de metade do período e a corrente que o percorre é aproximadamente sinusoidal, o que minimiza a RFI gerada. Por outro lado, a implementação e o ajuste desta topologia são críticos. Foi primeiro sugerida por N. Sokal e A. Sokal, em 1975 [45, 46, 2].

Estando estabelecidos os princípios comuns aos dois tipos de acoplamento ressonante (capacitivo e indutivo), segue-se a descrição específica destes tipos.

3.4.2 – Acoplamento Capacitivo Ressonante.

Existem vários métodos de transformar o acoplamento capacitivo aperiódico em ressonante, ditados pela forma como os componentes reativos adicionais são inseridos no circuito aperiódico (figura 3.1). No contexto da transmissão de energia *wireless*, os métodos mais relevantes são apresentados na Figura 3.8.

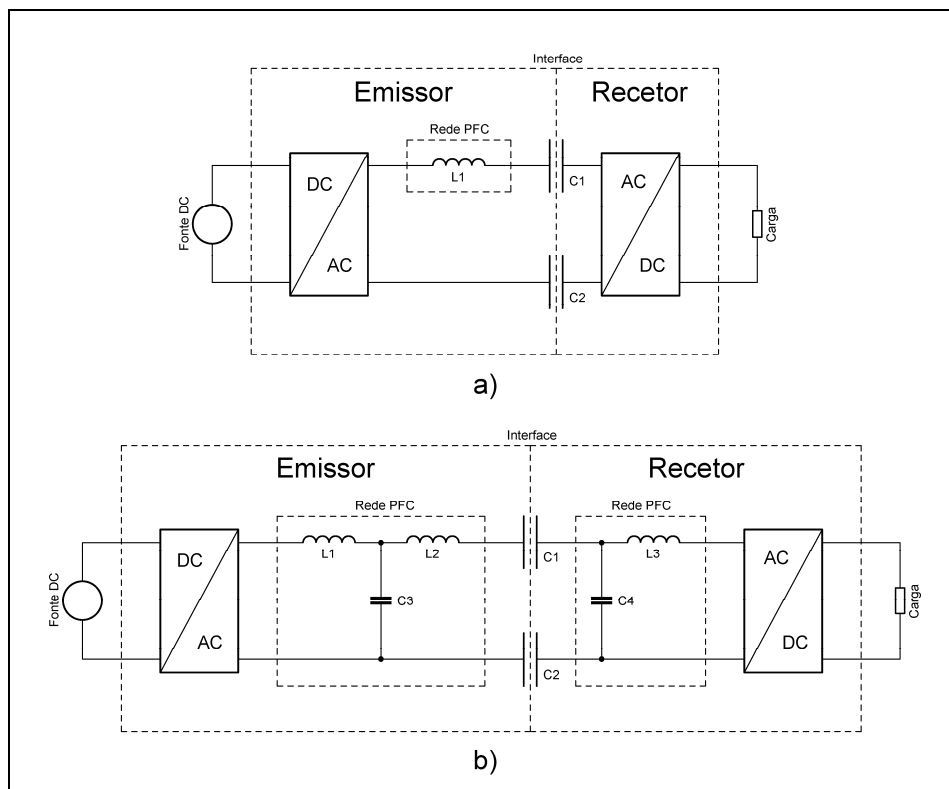


Figura 3.8 – Métodos mais relevantes de acoplamento capacitivo ressonante.

Nestes métodos, a rede de PFC recorre geralmente a bobinas, cuja ação se traduz na elevação de tensão à entrada da interface capacitiva, de forma a compensar a queda de tensão nesta, que é geralmente significativa devido à baixa capacidade da interface, como se viu na secção 3.2.1. O método da figura 3.8 a) é o mais difundido atualmente, compreendendo várias variantes, definidas pela posição da bobina L_1 . Com efeito, dado que L_1 é inserida em série no circuito, esta pode assumir qualquer posição entre os conversores DC/AC e AC/DC (pode inclusivamente estar do lado do recetor) sem que a operação do sistema seja significativamente afetada, desde que se considere que o efeito da capacidade parasita da interface (capacidade entre placas de condensadores diferentes) é desprezável. Note-se que L_1 pode ser substituída por um elemento de capacidade negativa comutado (ativo), implementado por condensadores e comutadores eletrónicos, como proposto por H. Funato *et al.* [47, 48].

3.4.2.1 – Aplicações.

No âmbito da transmissão de energia *wireless*, o recurso ao acoplamento capacitivo ressonante é mais recente relativamente à versão indutiva, visando sobretudo a implementação de conetores sem contactos (transmissão de energia a muito curta distância). Em 2008, A. Hu, C. Liu e H. Li implementaram um sistema sem contactos para carregamento das baterias de um robot futebolista, recorrendo a uma variante do método a) da figura 3.8, onde L_1 estava do lado do recetor. O conversor DC/AC era uma variante do conversor de Royer (figura 3.6 b)). Nesse sistema, os autores obtiveram um rendimento de 44,3%, para uma frequência de operação de cerca de 220 kHz. A potência obtida à saída do sistema não foi claramente reportada, embora os dados disponibilizados apontem para uma potência de pico de cerca de 40 W. A capacidade equivalente total da interface (capacidade total da ligação em série de C_1 e C_2) foi de 13,9 nF. Esta capacidade relativamente elevada foi conseguida através do revestimento das placas da interface com um material de elevada permitividade. A tensão em C_1 ou C_2 foi cerca de 150 V_{RMS} [49].

Em 2010, C. Liu, A. Hu e M. Budhia desenvolveram um modelo geral para análise de sistemas de acoplamento capacitivo ressonante. A vantagem deste modelo está em incluir o efeito da capacidade parasita da interface, já que esta nem sempre é desprezável, dado que a distância entre placas de condensadores diferentes pode ser pequena. Para isso, os autores identificaram as várias ocorrências de capacidade parasita e recorreram aos conceitos de capacidade mútua e de coeficiente de acoplamento capacitivo, num paralelismo com os conceitos correspondentes do acoplamento indutivo. Para aferir as capacidades de otimização do modelo desenvolvido, os autores aplicaram-no sobre um sistema de respiração artificial sem contactos de baixa potência, cuja interface era constituída por condensadores cilíndricos. A capacidade equivalente total da interface era cerca de 120 pF. O método de PFC usado foi uma variante da figura 3.8 a) (L_1 do lado do recetor); o conversor DC/AC baseou-se numa ponte H completa alimentada por tensão (figura 3.5 a)). Para uma frequência de operação de 1 MHz, os autores conseguiram quadruplicar a potência recebida, relativamente ao modelo tradicional (que não considera o efeito da capacidade parasita) [50]. Os autores dos dois trabalhos até agora referidos são da universidade de Auckland (Nova Zelândia), que tem vindo a desenvolver trabalho relevante na área dos conetores sem contactos para veículos elétricos, embora recorrendo sobretudo ao acoplamento indutivo ressonante, como se verá na secção 3.4.3.

Em 2011, Kline *et al.* conceberam uma plataforma de carregamento de baterias sem contactos, tendo conseguido uma potência no recetor de 3,7 W com um rendimento de 80%. A capacidade equivalente total da interface era cerca de 63 pF. O método de PFC usado foi uma variante da figura 3.8 a); o conversor DC/AC baseou-se numa ponte H completa alimentada por tensão (figura 3.5 a)). O rendimento relativamente elevado foi conseguido

através de uma otimização cuidadosa, comutação ZVS e implementação de um mecanismo de DPFC. A frequência média de operação foi cerca de 4,1 MHz [9].

No método de PFC da figura 3.8 a) e respetivas variantes, a corrente da carga passa toda por L_1 e pelos condensadores da interface (C_1 e C_2). Se a carga for de baixa impedância, essa corrente será significativa, o que pode representar um problema em termos de dimensão e custo desses componentes, para além de comprometer o rendimento do sistema. Considerando este facto, M. Theodoridis propôs em 2012 um método de PFC adequado para cargas de baixa impedância, apresentado na figura 3.8 b), que se baseia na implementação de várias redes de transformação de impedância. Utilizando este método num protótipo que visava a alimentação sem contactos de um pequeno *laptop*, o autor obteve uma potência de 26,5 W na carga, com um rendimento de cerca de 80%. A capacidade equivalente total da interface era cerca de 100 pF, e a frequência de operação situou-se à volta de 1 MHz. A tensão à entrada da interface foi de 511 V_{RMS}, enquanto que a tensão em C_1 ou C_2 foi de 194 V_{RMS}. O conversor DC/AC baseou-se numa meia-ponte H alimentada por tensão (figura 3.5 b)), a operar em ZVS [37].

3.4.3 – Acoplamento Indutivo Ressonante.

Existem vários métodos de transformar o acoplamento indutivo aperiódico em ressonante, ditados pela forma como os componentes reativos adicionais são inseridos no circuito aperiódico (figura 3.2). No contexto da transmissão de energia *wireless*, os métodos mais relevantes são apresentados na Figura 3.9. Nestes métodos, a rede de PFC recorre geralmente a condensadores, cuja ação se traduz na anulação da queda de tensão nas indutâncias de fuga da interface, já referida na secção 3.2.2.

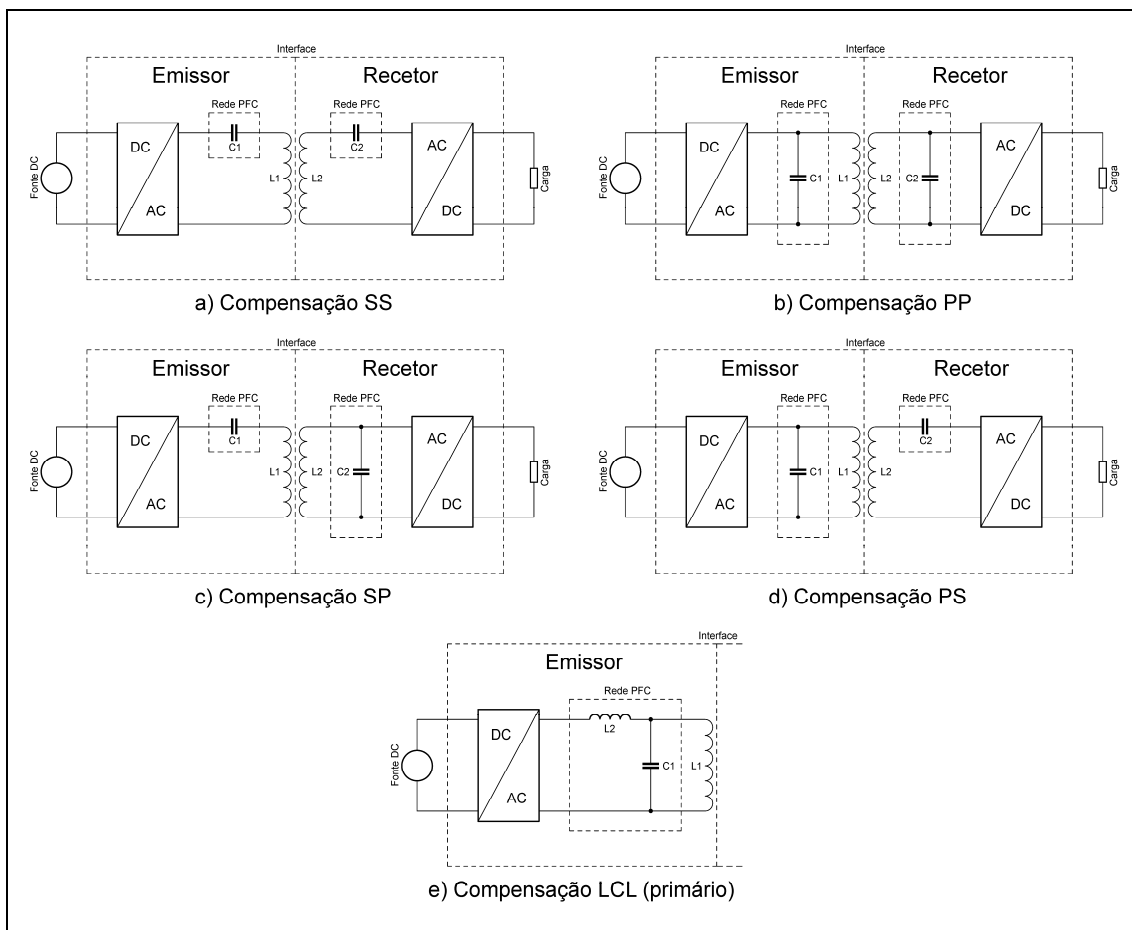


Figura 3.9 – Métodos mais relevantes de acoplamento indutivo ressonante.

Na figura 3.9, os métodos de compensação de a) a d) são identificados por um par de letras, onde a primeira e segunda letra se referem ao modo de ligação do condensador adicional no primário (emissor) e no secundário (receptor), respectivamente. Essas letras podem ser “S” ou “P”, referindo-se à ligação em série ou em paralelo, respectivamente. Note-se que em alguns sistemas apenas existe rede de PFC no secundário, como já referido na discussão genérica do início da seção 3.4.

A rede de PFC do primário serve essencialmente para maximização do fator de potência. A sua configuração (série ou paralelo) depende sobretudo da topologia do conversor DC/AC e da sua forma de alimentação. Considerando que esse conversor é uma ponte H, os métodos “série” (a) e c)) prestam-se sobretudo à alimentação do conversor por tensão, uma vez que previnem a ligação de duas fontes de tensão em paralelo (Fonte DC e C_1). No mesmo sentido, os métodos “paralelo” (b) e d)) são mais adequados à alimentação do conversor por corrente. Alternativamente, pode-se recorrer a uma configuração paralelo num conversor alimentado por tensão, como representado em e). Para o efeito, insere-se uma bobina-tampão em série com a saída do conversor (L_2). A rede de PFC resultante designa-se por *LCL* (bobina-condensador-bobina), em alusão a L_2 , C_1 e L_1 [5, 2, 51].

Do lado do secundário, a rede de PFC serve para tornar o receptor ressonante, permitindo a maximização da transferência de energia característica dos fenómenos de ressonância. A sua configuração (série ou paralelo) depende sobretudo do tipo de saída pretendido no receptor, que por sua vez depende do tipo de carga, tendo em vista a adaptação de impedância. Se a corrente no primário tiver uma amplitude constante, verifica-se que a saída dos métodos “série” (a) e d)) aproxima-se a uma fonte de tensão, enquanto que a saída dos métodos “paralelo” (b) e c)) aproxima-se a uma fonte de corrente. A saída em corrente é por vezes preferida em aplicações que envolvem o carregamento de baterias. [39, 5, 52, 53].

O recurso ao acoplamento indutivo ressonante na transmissão de energia *wireless* não é recente, sendo esse o método mais difundido atualmente. O seu domínio de aplicação é bastante vasto, abrangendo sistemas cuja potência vai desde alguns miliwatt (RFID, implantes biomédicos) até dezenas de kilowatt (veículos elétricos). Assim sendo, existe naturalmente uma grande quantidade de trabalhos, publicações e produtos comerciais baseados em acoplamento indutivo ressonante, cuja enumeração exaustiva está fora do âmbito deste trabalho, optando-se antes por referir apenas os casos mais representativos da progressão do estado da arte. Começar-se-á por apresentar os tipos de interface indutiva mais frequentes.

3.4.3.1 – Interface Indutiva.

A construção da interface indutiva (transformador indutivo) depende sobretudo da potência em jogo. Em aplicações de baixa potência (até algumas dezenas de watt), a interface é geralmente constituída por duas bobinas planas relativamente próximas, de preferência paralelas e alinhadas axialmente, para maximização da indutância mútua. Estas bobinas raramente têm núcleo, a fim de evitar as perdas neste, o que permite obter um fator de qualidade (Q) elevado. Contudo, as bobinas podem estar dispostas sobre placas de ferrite que funcionam como blindagem magnética, como exemplificado pelo modelo comercial da Figura 3.10 a). Este modelo é fabricado pela Würth Elektronik sob a referência 760308110, destinando-se a sistemas de carregamento de baterias que verifiquem o standard Qi (definido pelo WPC). Note-se a construção em fio *litz*, para minimização do efeito pelicular. Atualmente, este tipo de bobinas é também fabricado por outras empresas, das quais se destaca a Vishay e a TDK. Em situações onde se pretende maior flexibilidade de alinhamento entre primário e secundário, ou em sistemas que suportem vários receptores, o primário pode ser composto por várias bobinas estrategicamente posicionadas, de forma a assegurar maior área de cobertura e/ou maior potência, como no exemplo da figura 3.10 b) (Würth Elektronik, referência

760308106). O standard Qi preconiza esta solução para plataformas de carregamento de baterias de equipamento IT que tenham tais requisitos.

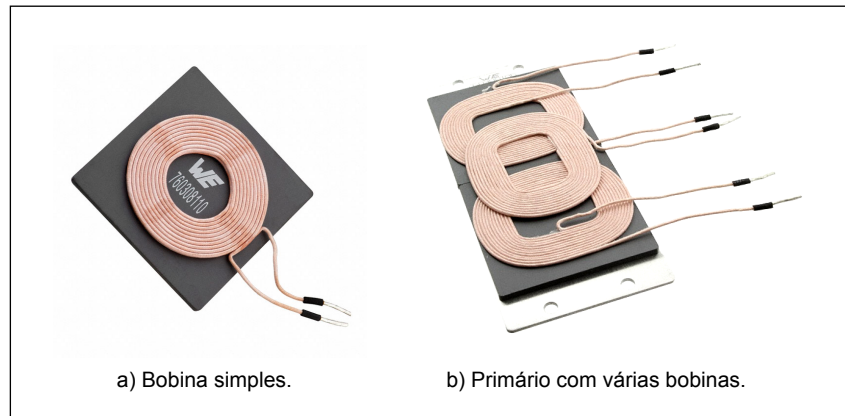


Figura 3.10 – Bobinas de baixa potência.

Nas aplicações de menor potência, as bobinas planas são frequentemente implementadas por pistas na PCB (*Printed Circuit Board*) que alberga a eletrônica de potência e controlo [5, 54, 55, 56].

Em aplicações de elevada potência, as bobinas da interface são frequentemente enroladas sobre peças de material ferromagnético (geralmente ferrite), que para além de aumentarem a indutância das bobinas constituintes (autoindução), aumentam também a indutância mútua da interface, já que funcionam como guias de fluxo magnético. Neste caso, o espaço entre o emissor e o recetor constitui efetivamente um entreferro (*air gap*). Como exemplo, representa-se esquematicamente na Figura 3.11 uma secção transversal da interface típica de um OLEV, que é um veículo elétrico sem contactos, a abordar em breve. Este veículo circula sobre uma pista sob a qual está enterrado o enrolamento primário do emissor. O recetor e respetivo enrolamento secundário situam-se na parte inferior do veículo. Os enrolamentos são geralmente feitos de fio *litz*. Na figura 3.11, o sentido da corrente no primário e das linhas do campo magnético refere-se a um instante de tempo arbitrário, assumindo que o secundário está em aberto, por questões de simplicidade.

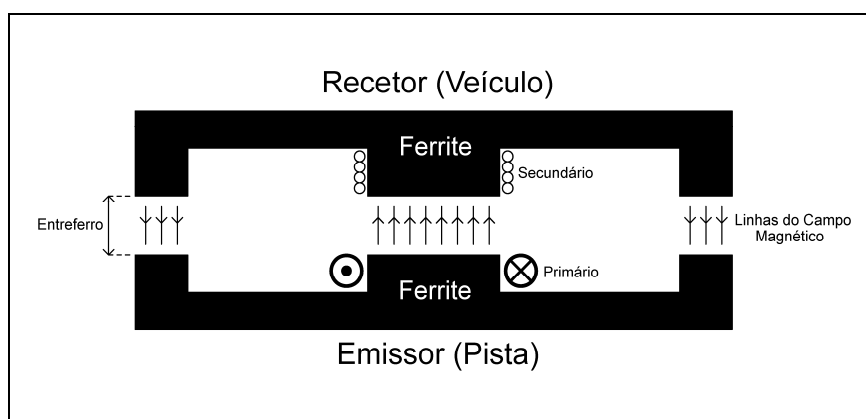


Figura 3.11 – Interface indutiva de alta potência.

A dissipação (perdas) nos núcleos das bobinas aumenta com a frequência de trabalho, o que constitui uma razão adicional para essa frequência ser mais baixa nos sistemas de elevada potência, relativamente às enunciadas na secção 3.4.1.1 [5, 57, 58, 59].

3.4.3.2 – Aplicações de Potência Inferior a 1 kW.

Abaixo de uma potência de 1 kW, prevalecem sobretudo os sistemas sem contactos com alguns watt de potência, destinados ao carregamento das baterias de pequenos eletrodomésticos e equipamento IT. Estes sistemas constituem atualmente a principal aplicação do acoplamento indutivo ressonante, facto a que não será alheio a formação dos consórcios industriais WPC, PMA, A4WP e respetivos standards, já referidos no capítulo 1.

Um dos primeiros exemplos desses sistemas foi proposto por H. Abe, H. Sakamoto e K. Harada em 1998. Recorrendo ao método de compensação PP (figura 3.9 b)), os autores testaram duas topologias de conversão DC/AC alimentadas por tensão: uma meia-ponte H (figura 3.5 b)) e um andar *single-ended* em classe C (figura 3.7 a)), ambos a operar aproximadamente em regime ZVS. A distância entre emissor e recetor variou entre 3 mm e 5 mm; a potência máxima (obtida para a menor distância, topologia em classe C) foi cerca de 10 W, para uma frequência de operação de 58 kHz. Os autores não referiram o rendimento obtido [44].

Em 2003, Y. Jang e M. Jovanović apresentaram um sistema de carregamento de baterias com alimentação universal ($90 V_{\text{RMS}}$ a $265 V_{\text{RMS}}$) e saída em tensão (5 V), baseado no método de compensação SS (figura 3.9 a)). A redução da tensão de entrada foi feita diretamente nas redes PFC e na interface indutiva, dispensando o recurso a um transformador adicional para o efeito. O conversor DC/AC era uma meia-ponte H (figura 3.5 b)) de frequência variável (66 kHz a 140 kHz) a operar em regime ZVS, que era alimentada pela tensão contínua proveniente do retificador de entrada. No recetor, os autores recorreram a um retificador controlado para regulação da tensão de saída, feita por PWM. Note-se que a maioria da regulação de linha (compensação da variação da tensão de entrada) era feita do lado do emissor; o regulador PWM do lado do recetor fazia essencialmente regulação de carga. Os enrolamentos da interface indutiva foram dispostos sobre duas peças de ferrite, com entreferro de 1,5 mm. No protótipo do sistema, os autores obtiveram um rendimento máximo de 71,4%, para uma potência de saída de 4,4 W. Segundo os autores, este rendimento relativamente baixo deveu-se sobretudo a um efeito de proximidade pronunciado nos enrolamentos da interface [60].

No contexto das aplicações com potência inferior a 1 W, há a destacar o trabalho de G. Kendir *et al.*, efetuado em 2005. Estes autores conceberam um sistema de alimentação de próteses retiniais *wireless*, cujo conversor DC/AC se baseou numa topologia em classe E alimentada por corrente (figura 3.7 b)). O método de compensação utilizado foi o SP (figura 3.9 c)). Para uma distância entre emissor e recetor de 7 mm, os autores conseguiram um rendimento de 75%. A potência recebida foi de cerca de 250 mW, e a frequência de operação foi de 1 MHz [45].

Em 2008, C. Zhu *et al.* realizaram algumas experiências exploratórias sobre sistemas de maior potência e alcance, tendo conseguido uma potência de 50 W na carga do recetor com um rendimento de cerca de 60%, para uma distância entre emissor e recetor de 1 m. Para tal, utilizaram bobinas de dimensões relativamente grandes na interface, ambas com 50 cm de diâmetro. A frequência de operação foi de 310 kHz. O método de compensação usado foi o PP (figura 3.9 b)). Note-se a similaridade com a versão *lumped* do sistema do MIT, que apenas foi simulada (secção 3.3.2.1). Na publicação correspondente, os autores não indicaram claramente a topologia do conversor DC/AC utilizado, embora existam indícios que sugerem um andar *single-ended* em classe C alimentado por tensão (figura 3.7 a)) [61].

Em 2009, Z. Low *et al.* apresentaram um sistema que fornecia 295 W à carga, com um rendimento de 75,7%, para uma frequência de operação de 134 kHz. O conversor DC/AC baseou-se numa topologia em classe E alimentada por corrente (figura 3.7 b)). O método de compensação usado foi o PP (figura 3.9 b)). As bobinas da interface, de dimensões modestas (primário de 21 cm x 21 cm, secundário de 13 cm x 13 cm), não dispunham de qualquer material magnético para aumentar o acoplamento, distando 10 mm entre si. Os autores

acreditavam à data terem desenvolvido o sistema de acoplamento indutivo ressonante de maior potência e rendimento, para o tipo de interface indutiva utilizado [62].

3.4.3.3 – Aplicações de Potência Superior a 1 kW.

No contexto das aplicações com potência acima de 1 kW e de uso geral, há a destacar o trabalho de D. Pedder, A. Brown e J. Skinner, publicado em 1999, já que este foi um dos primeiros trabalhos com resultados experimentais que incluiu aplicações de elevada potência. Os autores conceberam um modelo genérico, onde o conversor DC/AC era uma meia-ponte H alimentada por tensão (figura 3.5 b)), a operar em regime ZVS, e onde apenas existia rede de PFC no recetor, na forma de compensação série (recetores das figuras 3.9 a) e d)). Os autores implementaram também um mecanismo de DPFC baseado em técnicas PLL. Este mecanismo determinava a frequência de operação do conversor DC/AC a partir da monitorização da tensão e da corrente no primário, visando a obtenção da condição de ressonância no secundário. A partir deste paradigma, os autores construíram e testaram uma série de sistemas, com potências de saída desde 1 W a 5 kW. O sistema de maior potência fornecia 230 V a uma carga resistiva que dissipava 5 kW, sendo alimentado por uma fonte DC de 400 V. O rendimento obtido foi de 92 %. A interface indutiva era similar à representada na figura 3.11, com um entreferro de 8 mm. Os autores não indicaram claramente a gama da frequência de operação, embora a publicação permita supor que esta se tenha situado entre 100 kHz e 150 kHz [25].

A aplicação específica de elevada potência mais estudada e difundida até hoje é a alimentação de veículos elétricos, que abrange também o carregamento das respetivas baterias. Neste domínio particular, há que destacar o trabalho que a universidade de Auckland (Nova Zelândia) tem vindo a desenvolver desde meados da década de 90 do século XX. Este trabalho começou pelos veículos elétricos para automação industrial, estendendo-se mais tarde aos automóveis elétricos. Os três trabalhos que se seguem são representativos do contributo dessa universidade.

Em 1994, A. Green e J. Boys descreveram um sistema de alimentação de veículos elétricos monocarril para automação industrial, que suportava um máximo de 10 veículos (recetores) sobre um carril comum. As interfaces indutivas eram do tipo apresentado na figura 3.11, onde o primário (comum) era constituído por um anel oblongo de fio *litz* que acompanhava o carril, com 120 m de comprimento. O método de compensação usado foi o PP (figura 3.9 b)); o conversor DC/AC era uma variante do conversor de Royer (figura 3.6 b)). Para uma frequência de operação de cerca de 10 kHz, os autores obtiveram uma potência máxima de 600 W em cada veículo (6 kW de potência total nos recetores), com um rendimento de cerca de 75%. A corrente nominal no primário foi de 54 A [63]. Este foi um dos primeiros exemplos funcionais de um sistema de elevada potência com vários recetores.

Logo em 1995, G. Elliott, J. Boys e A. Green adaptaram este sistema para alimentação de um veículo sobre rodas e sem carril, dispondo o primário da interface ao longo de um percurso de 200 m e otimizando o secundário, localizado na parte inferior do veículo. Para um entreferro (altura) entre 5 cm e 7,5 cm e um deslocamento lateral de ± 30 cm, os autores conseguiram uma potência média no veículo de 1200 W. A corrente no primário foi de 200 A [64].

Em 2004, C. Wang, G. Covic e O. Stielau investigaram a topologia *LCL* como método de compensação para o primário (emissor da figura 3.9 e)), tendo recorrido à compensação paralelo no secundário (recetores das figuras 3.9 b) e c)). O conversor DC/AC utilizado foi uma ponte H alimentada por tensão (figura 3.5 a)). A partir do modelo desenvolvido, os autores conceberam um sistema estacionário de carregamento de baterias de automóveis elétricos de reduzida potência (experimental), tendo obtido no recetor (automóvel) um potência de 1275 W, com um rendimento de 85,8%. A distância entre emissor e recetor foi de 4,5 cm; a frequência de operação foi de 20,9 kHz [51].

Da década de 90 do século XX, existe também trabalho relevante exterior à universidade de Auckland, na área dos veículos elétricos. Como exemplo maior, destaca-se o protótipo de um sistema estacionário de carregamento de baterias de automóveis elétricos, desenvolvido por R. Laouamer *et al.* (França), em 1997. Este sistema recorreu ao método de compensação SP (figura 3.9 c)); o conversor DC/AC era uma ponte H alimentada por tensão (figura 3.5 a)). Para uma frequência de operação de cerca de 23 kHz, os autores obtiveram no recetor uma potência de 3 kW, com um rendimento de 89%. A interface indutiva era uma variante da apresentada na figura 3.11, com um entreferro entre 6 mm e 8 mm [65].

Mais recentemente, a partir de 2010, o instituto coreano KAIST tem vindo a fazer trabalho significativo na área dos veículos elétricos, sobretudo na área dos transportes públicos (veículos OLEV). Como descrito no âmbito da figura 3.11, estes veículos seguem uma pista definida, sob a qual está enterrado o primário, sendo permanentemente alimentados sem fios através de uma interface indutiva do tipo descrito nessa figura. A equipa de investigação responsável tem sido constituída por J. Huh, S. Lee, G. Cho e C. Rim, entre outros. Grande parte do trabalho desenvolvido assentou na otimização da interface indutiva, em aspectos como a maximização do acoplamento para entreferros consideráveis e a minimização da interferência eletromagnética (conceção de sistemas de blindagem). O sistema de OLEVs baseia-se no método de compensação SS (figura 3.9 a)), sendo o conversor DC/AC do emissor uma ponte H alimentada por tensão (figura 3.5 a)). Para uma frequência de operação de cerca de 20 kHz, a equipa conseguiu uma potência máxima de 52 kW no recetor (autocarro OLEV), com um rendimento de 72%. O entreferro foi de 17 cm [66, 59, 67].

Em 2013, o instituto alemão Fraunhofer ISE (Instituto Fraunhofer para sistemas de energia solar) apresentou numa nota de divulgação à imprensa (*press release*) um sistema estacionário de carregamento de baterias de automóveis elétricos, com uma potência máxima de 22 kW e um rendimento de 95%, para uma distância entre emissor e recetor de 13 cm. Essa nota não detalha o método de compensação usado nem a topologia do conversor DC/AC, embora refira que este último era um conversor ressonante. A frequência de trabalho foi de cerca de 100 kHz, que, sendo relativamente alta para este tipo de sistemas, permitiu reduzir as dimensões do sistema. Segundo a nota, a operação a essa frequência foi possível graças ao emprego de transístores de potência de carboneto de silício (*silicon carbide*, SiC), uma tecnologia recente que permite reduzir os tempos de comutação, diminuindo a potência dissipada nas comutações [68].

3.4.3.4 – *Relaying* e Metamateriais.

O alcance de um sistema de transmissão de energia *wireless* baseado em acoplamento indutivo ressonante pode ser significativamente aumentado recorrendo a guias de ondas magneto-indutivas. Uma guia de onda deste tipo é constituída por uma sucessão de circuitos LC paralelo (*lumped*) dispostos ao longo do percurso desejado, pelo qual se propaga uma onda magneto-indutiva. Neste tipo de guias, cada circuito LC atua como um retransmissor (*relay*). Uma onda magneto-indutiva é a onda resultante do acoplamento magnético (indutivo) entre circuitos LC vizinhos. Estas ondas devem o seu nome ao fenómeno da indução magnética (lei de Faraday), que está na origem do acoplamento indutivo. Apesar da ocorrência de ondas na guia, note-se que esta continua a ser um sistema quase-estático, com a ressalva de que as bobinas constituintes sejam eletricamente pequenas. Assim, no modelo *lumped* resultante, o campo elétrico está concentrado nos condensadores e o campo magnético está concentrado nas bobinas, sendo este último o responsável pelo acoplamento. Na Figura 3.12 a) apresenta-se esquematicamente uma guia de ondas magneto-indutivas com 5 elementos (5 circuitos LC); na figura 3.12 b) (adaptada de [69]) apresenta-se o vetor de Poynting (na forma de linhas de campo) correspondente, num plano axial. Pode-se observar claramente o fluxo direcionado de energia da fonte (emissor) para a carga (recetor).

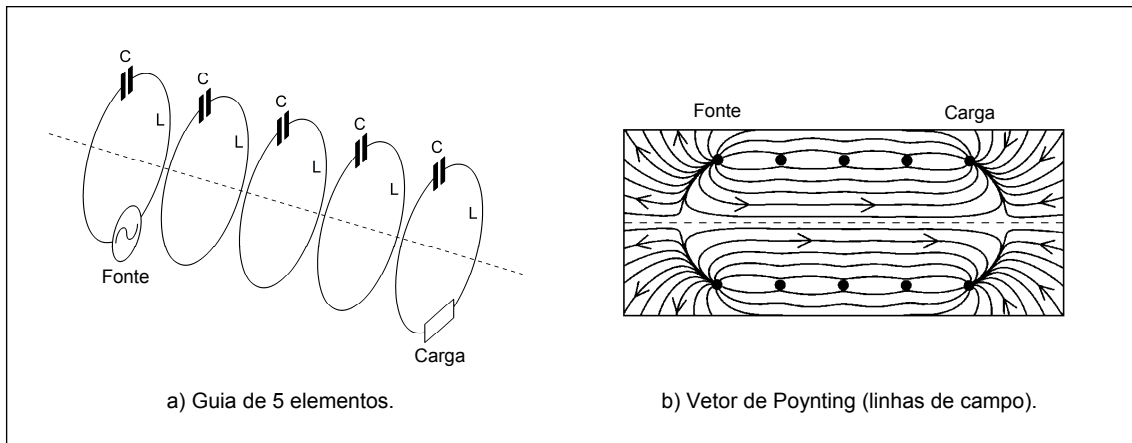


Figura 3.12 – Guia de ondas magneto-indutivas de 5 elementos.

Na área das guias de ondas magneto-indutivas, há a realçar a atividade de E. Shamonina, L. Solymar e R. Syms desde 2002, pelo menos. O princípio exposto é também aplicado na conceção de metamateriais magnéticos que funcionam como “lentes magnéticas”, direcionando e focando o campo magnético [69, 70, 71, 72]. Na Figura 3.13 (retirada de [73]) apresenta-se um exemplo destes metamateriais, onde se detalha também um elemento.

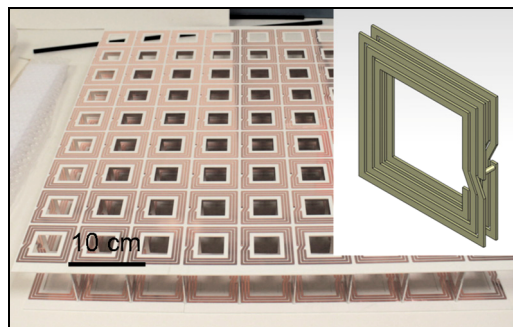


Figura 3.13 – Metamaterial magnético.

No contexto da transmissão de energia *wireless*, existem diversos trabalhos sobre o aumento do alcance ou da eficácia de sistemas baseados em acoplamento indutivo ressonante, quer pelo uso de elementos retransmissores intermédios (*relaying*), como na guia de ondas da figura 3.12 [5, 74]; quer pelo emprego de metamateriais como o da figura 3.13 [73, 75]. Como o presente trabalho visa o acoplamento indutivo ressonante de curto alcance (conectores *contactless*), onde o emprego de guias de ondas magneto-indutivas não terá à partida grande interesse, não se vai mais detalhar este tema.

3.4.3.5 – Sistemas com Vários Recetores.

Existem também trabalhos que visam sistemas que compreendem vários recetores, que partilham um mesmo emissor. Um dos trabalhos iniciais da universidade de Auckland, já referido (sistema de alimentação de veículos elétricos monocarril, 1994), abordava este tema no âmbito de uma aplicação de elevada potência [63]. Para potências menores, destacam-se os trabalhos [76] (2003), [77] (2009), [78] (2009) e [79] (2010).

3.4.3.6 – Sistemas com Comunicação de Dados.

A interface indutiva pode ser também utilizada para a comunicação de dados entre emissor e recetor, permitindo o estabelecimento de sistemas de controlo em malha fechada

que incluem o emissor e o recetor. A comunicação de dados através da interface indutiva recorre essencialmente a dois métodos.

O primeiro método consiste em dotar a interface com um transformador extra, destinado exclusivamente à comunicação de dados. As bobinas constituintes desse transformador são dispostas de forma a minimizar o acoplamento com as bobinas já existentes, para minimização da interferência na comunicação. Este método presta-se mais a sistemas de curto alcance (conectores *contactless*) [80].

O segundo método, mais frequente, não exige alteração da interface indutiva, baseando-se antes num sistema de modulação digital de amplitude (ASK), onde a portadora é o próprio sinal de potência [81]. Este é o método de comunicação de dados definido no standard Qi, do WPC [54].

Em [2], descreve-se ainda um sistema que combina os dois métodos apresentados.

3.4.3.7 – Aplicações Têxteis.

As aplicações do acoplamento indutivo ressonante em têxteis resumem-se atualmente à incorporação de sistemas de pequena potência em vestuário, que incluem frequentemente a comunicação de dados. Neste contexto, há a destacar o trabalho da universidade de Leuven (Bélgica), no qual se destacam M. Catrysse e R. Puers. Em 2004, estes autores (entre outros) trabalharam na conceção de um fato dotado com sensores para biometria, que seria alimentado através de acoplamento indutivo ressonante. A transmissão de dados seria feita através da própria interface indutiva. O fato seria usado pelo paciente a monitorizar, que deveria estar deitado sobre um colchão especial. O primário da interface residiria no colchão, enquanto que o secundário seria uma espiral de fio condutor têxtil bordada no fato. Os autores conceberam e testaram com sucesso as principais secções do sistema, nomeadamente os sensores, respetiva instrumentação e a interface indutiva. O fio condutor têxtil usado no secundário consistiu num entrançado de filamentos muito finos de aço inoxidável, tendo sido também utilizado na confeção dos sensores, exclusivamente têxteis [82].

Na mesma universidade, em 2009, R. Carta *et al.* conceberam um sistema de carregamento de baterias *wireless* que incluía comunicação de dados, destinado a uma plataforma genérica para biometria, a integrar em vestuário. O secundário da interface indutiva, localizado no vestuário, consistia numa bobina plana embebida em silicone. O fabrico desta bobina flexível envolveu um processo fotolitográfico [83].

Na área do acoplamento indutivo ressonante em têxteis, existe também trabalho não-académico relevante, destacando-se o levado a cabo pela Philips N.V., do qual resultou a obtenção da patente US 7076206 B2, em 2006. Esta patente cobre uma série de conceitos, apresentando-se os mais relevantes na Figura 3.14, que foi retirada dessa patente.

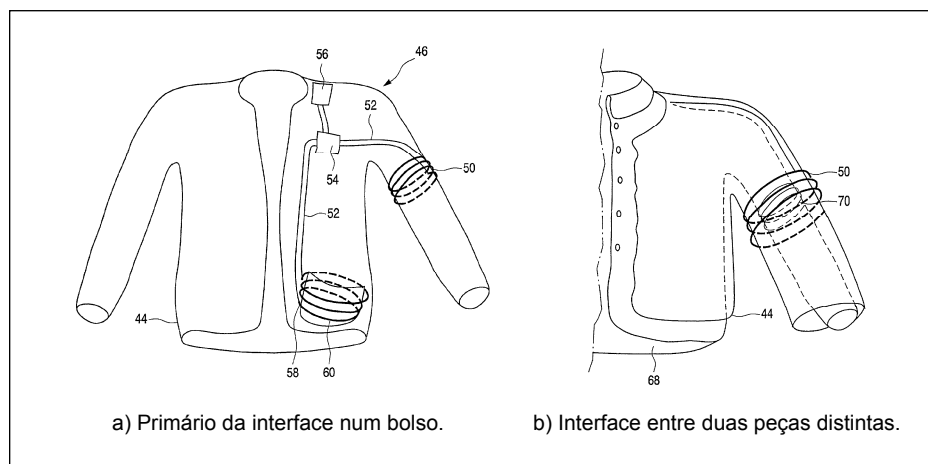


Figura 3.14 – Interfaces indutivas em vestuário.

Na figura 3.14 a), o primário da interface indutiva é disposto ao longo de um bolso, a fim de alimentar aparelhos que lá sejam colocados, desde que estes estejam preparados para o efeito. Na figura 3.14 b) apresenta-se uma interface indutiva entre duas peças de roupa distintas, onde cada enrolamento cobre uma zona específica de determinada manga de cada peça. Quando essas peças são usadas em simultâneo, os enrolamentos da interface ficam alinhados, possibilitando a transferência de energia e dados [84].

3.4.3.8 – Produtos Comerciais.

Atualmente, existem diversas empresas que fabricam e comercializam sistemas de transmissão de energia *wireless* baseados em acoplamento indutivo ressonante. A ConvenientPower Ltd., de Hong Kong (China), foi uma das primeiras empresas a dedicar-se exclusivamente a essa tecnologia. Criada em 2006, esta empresa disponibiliza atualmente sistemas de carregamento de baterias de equipamento IT, quer como produto final, quer em formato modular (sem caixa ou invólucro, apenas a PCB), compatíveis com o standard Qi, do WPC. A figura-chave da tecnologia da empresa é X. Liu, investigador doutorado pela universidade de Hong Kong e quadro da empresa. O seu trabalho mais relevante incidiu em plataformas para carregamento de baterias de equipamento IT, nomeadamente no estabelecimento de configurações e topologias planares do primário da interface indutiva. As principais publicações onde participou estão enumeradas numa lista de ligações no *website* da empresa. Para além disso, este investigador contribuiu ativamente para a definição e estabelecimento do standard Qi. No *website* da empresa, encontra-se também a listagem das patentes obtidas pela empresa [85].

A WiTricity Corp. foi fundada em 2007 por M. Soljačić e outros colegas do MIT, na sequência do importante trabalho executado nessa instituição (referido na secção 3.3.2.1), do qual detém em exclusivo a licença da propriedade intelectual. No *website* da empresa são disponibilizadas as patentes (atribuídas e pendentes) nesta área, tanto do MIT como da própria empresa, constituindo um importante recurso para consulta. Para além de serviço de consultoria na área, a WiTricity fornece diversos *kits* para avaliação e desenvolvimento de diversas aplicações *wireless*, nomeadamente o carregamento de baterias de equipamentos (IT e automóveis) e alimentação de dispositivos de baixa potência. Alguns destes *kits* incluem repetidores ou retransmissores (*repeaters*) baseados em guias de ondas magneto-indutivas [86].

Em 2007 surgiu também a PowerbyProxi Ltd., em Auckland (Nova Zelândia). Atualmente, esta empresa disponibiliza conetores *contactless* até 240 W para a indústria e plataformas de carregamento de baterias de equipamento IT. A empresa tem trabalhado em ligação próxima com a universidade de Auckland, em colaboração com J. Boys e A. Hu, sendo este último também quadro da empresa [87].

Na Tabela 3.2 apresentam-se outras empresas relevantes no sector, bem como os seus principais produtos [88, 89, 90, 91]. Na Figura 3.15 apresentam-se alguns produtos representativos da oferta de algumas empresas referidas.

A indústria de semicondutores também tem estado ativa na área do acoplamento indutivo ressonante, disponibilizando atualmente uma série de circuitos integrados para essa tecnologia, destinados sobretudo a aplicações de carregamento de baterias de baixa potência. Na Tabela 3.3 apresentam-se os principais fabricantes e respetivos circuitos integrados. Nas referências das famílias que constam nessa tabela, os caracteres 'x' referem-se aos caracteres específicos que identificam um elemento particular de determinada família [92, 93, 94, 95, 85].

EMPRESA	PRODUTOS
Qualcomm, Inc.	Plataformas para alimentação e carregamento de baterias de equipamento IT; Sistemas estacionários de carregamento de baterias de automóveis elétricos.
Evatran Group, Inc.	Sistemas estacionários de carregamento de baterias de automóveis elétricos.
Powermat Technologies, Ltd.	Sistemas para alimentação e carregamento de baterias de equipamento IT.
Mesa Systems Co.	Conectores <i>contactless</i> para a indústria (100 W max.)

Tabela 3.2 – Outras empresas relevantes no sector.



Figura 3.15 – Exemplos de produtos comerciais.

EMPRESA	CIRCUITOS INTEGRADOS	STANDARDS SUPORTADOS
Texas Instruments, Inc.	Família bqTESLA (bq5x0xxxx)	Qi
Integrated Device Technology (IDT), Inc.	Família IDTP90xxx	Qi, PMA
Linear Technology Corp.	LTC4120	-
NXP Semiconductors N.V.	Família NXQ1TXAx	Qi
ConvenientPower, Ltd.	CP-SC2	-

Tabela 3.3 – Empresas de semicondutores e seus produtos.

3.4.4 – Comparação entre Acoplamento Capacitivo e Indutivo (Caso Ressonante).

As considerações da secção 3.2.3, onde se comparou o acoplamento capacitivo e o indutivo no contexto aperiódico, são integralmente extensíveis ao caso ressonante. Contudo, a transmissão de energia *wireless* a maiores distâncias através de um campo quase-estático, possibilitada pelo acoplamento ressonante, levanta um tópico importante, de menor relevância no caso aperiódico: a discussão da interação de objetos estranhos (situados entre emissor e recetor ou nas suas proximidades) com o campo quase-estático responsável pelo acoplamento. Como essa interação depende da natureza dos objetos e do campo, a discussão terá que ser diferenciada segundo os dois tipos de acoplamento ressonante (capacitivo ou indutivo). As conclusões servirão como critério adicional na escolha de um destes tipos de acoplamento para determinada aplicação.

No acoplamento capacitivo ressonante, o campo quase-estático é elétrico (eletroquase-estático), sendo sobretudo influenciado pela presença de dielétricos de elevada permitividade ($\epsilon_r \gg 1$) e de condutores, o que se traduz na alteração da capacidade da interface. Recorde-se que o aumento dessa capacidade se traduz no aumento do acoplamento e na melhoria da eficácia do sistema (desde que este se adapte à conseqüente diminuição da frequência de ressonância); e vice-versa. Do ponto de vista eletrostático, a capacidade da interface tenderá a aumentar com a presença desses dielétricos e de condutores sem ligação à terra, sendo o aumento mais expressivo no caso dos condutores. Pelo contrário, se os condutores estiverem ligados à terra, estes tenderão a comportar-se como uma blindagem eletrostática (secção 2.4.1.1), reduzindo a capacidade da interface. A discussão genérica acerca do efeito de corpos condutores sobre a capacidade (caso eletrostático) pode ser encontrada em [96], por exemplo. Contudo, como o campo elétrico varia no tempo (o sistema não é eletrostático), os condutores estarão em princípio também sujeitos ao efeito pelicular, independentemente da ligação à terra. Neste caso, os condutores tenderão a comportar-se como blindagens eletromagnéticas, recorde-se (secção 2.4.6.2), reduzindo portanto a capacidade da interface. Numa utilização típica, onde a maioria dos objetos estranhos são dielétricos de baixa permitividade ($\epsilon_r > 1$), é de esperar que os sistemas baseados em acoplamento capacitivo não sejam significativamente afetados pela presença destes, que de qualquer forma contribuiria para um ligeiro aumento do acoplamento. Já a presença de condutores tende a deteriorar o desempenho desses sistemas, sobretudo se esses condutores estiverem ligados à terra. Na bibliografia, apenas as publicações da universidade de Auckland referem a influência de condutores metálicos sobre o acoplamento capacitivo, ao que foi possível apurar [97, 98, 50]. Contudo, essas publicações afirmam que a presença de chapas metálicas entre as placas dos condensadores da interface não afeta significativamente o desempenho dos sistemas de acoplamento capacitivo, apontando este facto como uma vantagem determinante em relação aos sistemas de acoplamento indutivo. Seguindo a cadeia de referências dessas publicações, concluiu-se que essa afirmação foi baseada em experiências feitas no âmbito de um trabalho interno da universidade de Auckland (apenas acessível num

website da mesma, não publicado na especialidade), que visava o desenvolvimento e teste de um sistema de carregamento de baterias baseado em acoplamento capacitivo [99]. Tendo em conta as considerações gerais acima apontadas, o comportamento verificado nesse sistema leva a supor que as chapas não estariam ligadas à terra e que o efeito pelicular não seria significativo. Contudo, nesse trabalho apenas é referida a frequência de operação (cerca de 220 kHz) e o material das chapas (alumínio), faltando portanto dados para esclarecer a questão, como a espessura das chapas e a natureza da ligação destas à terra. De qualquer forma, os autores dos trabalhos publicados não deveriam ter feito uma afirmação categórica de âmbito geral baseando-se apenas numa só experiência (não publicada na especialidade) sobre um sistema específico. Apesar disso, pode-se pelo menos concluir que a influência de objetos estranhos no acoplamento capacitivo deve ser avaliada caso a caso, sem prejuízo das considerações gerais apontadas.

No acoplamento indutivo ressonante, o campo quase-estático responsável pelo acoplamento é magnético (magnetoquase-estático), sendo sobretudo influenciado pela presença de objetos de elevada permeabilidade (ferromagnéticos, $\mu_r \gg 1$) e/ou condutores, o que se traduz na alteração da indutância mútua da interface. Recorde-se que o aumento dessa indutância se traduz no aumento do acoplamento (representado pelo coeficiente de acoplamento indutivo k_L) e na melhoria da eficácia do sistema (desde que este se adapte à eventual alteração da frequência de ressonância); e vice-versa. Do ponto de vista magnetostático, a presença de objetos ferromagnéticos tende a desviar e a concentrar neles as linhas do campo magnético. Dependendo da forma e distribuição espacial desses objetos, a indutância mútua da interface pode aumentar ou diminuir, pelo que a situação deve ser avaliada caso a caso. Contudo, como o campo magnético varia no tempo (o sistema não é magnetostático), o sistema estará também sujeito à indução magnética (lei de Faraday). O campo elétrico originado pela indução magnética provoca correntes em remoinho (*eddy currents*) em objetos condutores, que para além de dissiparem energia, criam um campo magnético que se opõe ao original, enfraquecendo-o. Este fenómeno está na origem do efeito pelicular, recorde-se (secção 2.4.6.1), pelo que os condutores tendem a comportar-se como blindagens eletromagnéticas, diminuindo a indutância mútua e o acoplamento. Para além de aumentar com a frequência de trabalho, o efeito pelicular aumenta com a permeabilidade e com a condutividade dos objetos. Assim sendo, o efeito de blindagem eletromagnética é mais expressivo em objetos ferromagnéticos condutores (como o ferro), embora seja também significativo em condutores de baixa permeabilidade ($\mu_r \approx 1$) e elevada condutividade, como o cobre e o alumínio. Sintetizando, de uma forma geral pode-se afirmar que a presença de objetos dielétricos de elevada permeabilidade pode aumentar ou diminuir o acoplamento indutivo, dependendo da forma e da posição dos objetos; já a presença de objetos condutores tende a diminuir o acoplamento, devido ao efeito de blindagem eletromagnética, decorrente do efeito pelicular [100, 50, 27, 2].

3.5 – Conclusão.

Terminada a revisão dos métodos de transmissão de energia elétrica *wireless*, estão finalmente reunidas as condições para justificar a opção tomada em favor do acoplamento indutivo ressonante.

Dado que os conetores sem contactos são uma aplicação *wireless* de curta distância, pode-se à partida excluir os métodos de longa ou média distância, baseados em feixes de ondas eletromagnéticas (secção 3.1.2) ou na ressonância eletromagnética de médio alcance (secção 3.3.2.1), respetivamente. Através desta opção, eliminam-se (ou minimizam-se, pelo menos) os principais inconvenientes subjacentes a esses métodos, nomeadamente uma

interferência eletromagnética significativa e uma potência de radiação elevada, que tornaria a segurança do sistema questionável, dado que a potência em jogo é relativamente elevada (100 W a 1000 W). Esta gama de potência de operação restringe adicionalmente os métodos elegíveis àqueles que se caracterizam por uma eficácia (rendimento e/ou fator de potência) elevada, excluindo portanto os métodos baseados em ondas acústicas (secção 3.1.1 e 3.3.1) e em acoplamento eletromagnético aperiódico (secção 3.2). Resta portanto o acoplamento ressonante baseado em campos eletromagnéticos quase-estáticos, abordado na secção 3.4. A operação do acoplamento capacitivo ressonante (secção 3.4.2) a elevada potência e com uma eficácia elevada pressupõe tensões bastante altas na interface capacitiva (alguns kilovolt) e/ou uma interface de área considerável, como se viu. Dado que o sistema se pretende o mais pequeno possível, torna-se evidente que o acoplamento indutivo ressonante (secção 3.4.3) é à partida o método que melhor verifica os requisitos do sistema de conetores *contactless* a desenvolver.

Referências.

- [1] K. Kim; *Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations*; InTech, 2012.
- [2] K. Schuylenbergh, R. Puers; *Inductive Powering - Basic Theory and Application to Biomedical Systems*, Analog Circuits and Signal Processing Series (ACSP); Springer, 2009.
- [3] N. Holmer, K. Lindström; "*Highly Isolated Power Supply Energised by Ultrasound*"; Medical and Biological Engineering (Journal), Kluwer Academic Publishers, Vol. 11, Nº 2, Março de 1973.
- [4] H. Hu *et al.*; "*A System of Two Piezoelectric Transducers and a Storage Circuit for Wireless Energy Transmission through a Thin Metal Wall*"; IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 55, Nº 10, Outubro de 2008.
- [5] J. Agbinya; *Wireless Power Transfer*, River Publishers Series in Communications; River Publishers, 2012.
- [6] S. Mohammed, K. Ramasamy, T. Shanmuganatham; "*Wireless Power Transmission – A Next Generation Power Transmission System*"; International Journal of Computer Applications, Vol. 1, Nº 13, 2010.
- [7] W. Brown; "*The History of the Development of the Rectenna*"; Rectenna Session of the SPS Microwave Systems Workshop, Lyndon B. Johnson Space Center, Houston, Texas, 15-18 de Janeiro de 1980.
- [8] L. Summerer, O. Purcell; "*Concepts for Wireless Energy Transmission via Laser*"; International Conference on Space Optical Systems and Applications (ICSOS), 4-6 de Fevereiro de 2009.

- [9] M. Kline *et al.*; "*Capacitive Power Transfer for Contactless Charging*"; Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), IEEE 26th, 6-11 de Março de 2011.
- [10] A. Sodagar, P. Amiri; "*Capacitive Coupling for Power and Data Telemetry to Implantable Biomedical Microsystems*"; Proceedings of the 4th International IEEE EMBS Conference on Neural Engineering, 29 de Abril - 2 de Maio de 2009.
- [11] J. Smith; *Modern Communication Circuits*, 2ª Ed.; McGraw-Hill, 1998.
- [12] B. Baker; "*Noise Sources in Applications Using Capacitive Coupled Isolated Amplifiers*", Application Bulletin AB-047; Burr-Brown Corporation, 1993.
- [13] "*CMOS Digital Isolators Supersede Optocouplers in Industrial Applications*", White Paper, Rev. 0.2; Silicon Laboratories, Inc.
- [14] T. Kugelstadt; "*Industrial data-acquisition interfaces with digital isolators*"; Analog Applications Journal, Texas Instruments Inc., 3º trimestre de 2011.
- [15] D. Krakauer; "*Anatomy of a Digital Isolator*", Technical Article MS-2234; Analog Devices Inc., Outubro de 2011.
- [16] E. Culurciello, A. Andreou; "*Capacitive Inter-Chip Data and Power Transfer for 3-D VLSI*"; IEEE Transactions on Circuits and Systems—II: Express Briefs, Vol. 53, Nº 12, Dezembro de 2006.
- [17] http://www.murata.com/products/wireless_power/index.html, Website; Murata Manufacturing Ltd..
- [18] S. Goma; "*Capacitive Coupling Powers Transmission Module*"; Asia Electronics Industry (AEI, magazine), Dempa Publications Inc., Vol. 17, Novembro de 2012.
- [19] T. Kugelstadt; "*Magnetic-field immunity of digital capacitive isolators*"; Analog Applications Journal, Texas Instruments Inc., 3º trimestre de 2010.
- [20] D. Fink, H. Beaty; *Standard Handbook of Electrical Engineering*, 15ª Ed.; McGraw-Hill, 2006.
- [21] "Induction Heating System Topology Review", Application Note AN9012, Rev D.; Fairchild Semiconductor Corporation, Julho de 2000.
- [22] A. Berry; "*Improvements in or relating to Apparatus for the Electrical Production of Heat for Cooking and other purposes*"; Patente GB190612333, submetida a 26 de Maio de 1906, concedida a 25 de Maio de 1907.
- [23] A. Berry; "*Electrical Production of Heat for Cooking and Other Purposes*"; Patente US932242, submetida a 9 de Agosto de 1906, concedida a 24 de Agosto de 1909.
- [24] X. Liu, S. Hui; "*An Analysis of a Double-layer Electromagnetic Shield for a Universal Contactless Battery Charging Platform*"; Power Electronics Specialists Conference (PESC '05), IEEE 36th, 16 de Junho de 2005.

- [25] D. Pedder, A. Brown, J. Skinner; "A Contactless Electrical Energy Transmission System"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 46, Nº 1, Fevereiro de 1999.
- [26] W. Hayt (Jr.), J. Buck; *Engineering Electromagnetics*, 8ª Ed.; McGraw-Hill, 2010.
- [27] A. Kurs; "Power Transfer Through Strongly Coupled Resonances", M.Sc. thesis; Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Setembro de 2007.
- [28] "An Acoustic Transformer Powered Super-High Isolation Amplifier", Application Note AN-285; National Semiconductor Corporation, Outubro de 1981.
- [29] A. Marinčić; "Nikola Tesla and the Wireless Transmission of Energy"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, Nº 10, Outubro de 1982.
- [30] W. Carlson; "Harnessing the earth: Nikola tesla and the idea of broadcasting electric power, 1890–1905"; IEEE Conference on the History of Electric Power, 3-5 de Agosto de 2007.
- [31] N. Tesla; "Apparatus for Transmitting Electrical Energy"; Patente US1119732, submetida a 18 de Janeiro de 1902, concedida a 1 de Dezembro de 1914.
- [32] A. Karalis, J. Joannopoulos, M. Soljačić; "Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer"; Annals of Physics, Vol. 323, Nº 1, Elsevier, Janeiro de 2008.
- [33] A. Kurs *et al.*; "Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances"; Science Magazine, Vol. 317, Nº 5834, 6 de Julho de 2007.
- [34] T. Sun, X. Xie, Z. Wang; *Wireless Power Transfer for Medical Microsystems*; Springer, 2013.
- [35] W. Hayt (Jr.), J. Kemmerly; *Engineering Circuit Analysis*, 5ª Ed.; McGraw-Hill, 1993.
- [36] V. Alcaide, P. Goldstrass; "Compensation of Fast Changing Loads"; 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation (EPQU 2007), 9-11 de Outubro de 2007.
- [37] M. Theodoridis; "Effective Capacitive Power Transfer"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 27, Nº 12, Dezembro de 2012.
- [38] "IEEE Standard for Safety Levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3 kHz to 300 GHz", IEEE Std C95.1-2005; Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). Aprovado em Outubro de 2005, publicado em Abril de 2006.
- [39] C. Wang, O. Stielau, G. Covic; "Design Considerations for a Contactless Electric Vehicle Battery Charger"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 52, Nº 5, Outubro de 2005.
- [40] J. Schutz, G. Scheible, C. Willmes; "Load Adaptive Medium Frequency Resonant Power Supply"; IEEE 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society (IECON '02), 5-8 de Novembro de 2002.
- [41] H. Zheng *et al.*; "Contactless Power Couplers for Respiratory Devices"; IEEE/ASME International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA), 15-17 Julho de 2010.

- [42] J. Williams; "*A Fourth Generation of LCD Backlight Technology*", Application Note 65 (an65fa); Linear Technology Corporation, Novembro de 1995.
- [43] P. Baxandall; "*Transistor sine-wave LC oscillators - Some general considerations and new developments*"; Proceedings of the IEE - Part B: Electronic and Communication Engineering, Vol. 106, Nº 16, Maio de 1959.
- [44] H. Abe, H. Sakamoto, K. Harada; "*A Non-Contact Charger Using A Resonant Converter With Parallel Capacitor Of The Secondary Coil*", Conference Proceedings, Vol. 1; 13th Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC '98), 15-19 de Fevereiro de 1998.
- [45] G. Kendir *et al.*; "*An Optimal Design Methodology for Inductive Power Link With Class-E Amplifier*"; IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Regular Papers, Vol. 52, Nº 5, Maio de 2005.
- [46] N. Sokal, A. Sokal; "*Class E - A New Class of High-Efficiency Tuned Single-Ended Switching Power Amplifiers*"; IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. SC-10, Nº 3, Junho de 1975.
- [47] H. Funato, H. Kobayashi, T. Kitabayashi; "*Analysis of Transfer Power of Capacitive Power Transfer System*"; IEEE 10th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS), 22-25 de Abril de 2013.
- [48] H. Funato, Y. Chiku, K. Harakawa; "*Wireless Power Distribution with Capacitive Coupling Excited by Switched Mode Active Negative Capacitor*"; International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 10-13 de Outubro de 2010.
- [49] A. Hu, C. Liu, H. Li; "*A Novel Contactless Battery Charging System for Soccer Playing Robot*"; 15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice (M2VIP '08), 2-4 de Dezembro de 2008.
- [50] C. Liu, A. Hu, M. Budhia; "*A Generalized Coupling Model for Capacitive Power Transfer Systems*"; 36th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2010), 7-10 de Novembro de 2010.
- [51] C. Wang, G. Covic, O. Stielau; "*Investigating an LCL Load Resonant Inverter for Inductive Power Transfer Applications*"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 19, Nº 4, Julho de 2004.
- [52] C. Wang, G. Covic, O. Stielau; "*Power Transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems*"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 51, Nº 1, Fevereiro de 2004.
- [53] X. Liu *et al.*; "*Optimal Operation of Contactless Transformers with Resonance in Secondary Circuits*"; 23th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC 2008), 24-28 de Fevereiro de 2008.
- [54] "*Qi System Description Wireless Power Transfer, Volume I: Low Power, Part 1: Interface Definition*", Version 1.1.2; Wireless Power Consortium (WPC), Junho de 2013.
- [55] Y. Su, X. Liu, S. Hui; "*Mutual Inductance Calculation of Movable Planar Coils on Parallel Surfaces*"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 24, Nº 4, Abril de 2009.

- [56] B. Choi *et al.*; "Design and Implementation of Low-Profile Contactless Battery Charger Using Planar Printed Circuit Board Windings as Energy Transfer Device"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 51, Nº 1, Fevereiro de 2004.
- [57] S. Ahn, J. Kim; "Magnetic Field Design for High Efficient and Low EMF Wireless Power Transfer in On-Line Electric Vehicle"; Proceedings of the 5th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), 11-15 de Abril de 2011.
- [58] J. Boys, G. Covic, A. Green; "Stability and control of inductively coupled power transfer systems"; IEE Proceedings - Electric Power Applications, Vol. 147, Nº 1, Janeiro de 2000.
- [59] S. Lee *et al.*; "On-Line Electric Vehicle using Inductive Power Transfer System"; IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 12-16 de Setembro de 2010.
- [60] Y. Jang, M. Jovanović; "A Contactless Electrical Energy Transmission System for Portable-Telephone Battery Chargers"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 50, Nº 3, Junho de 2003.
- [61] C. Zhu *et al.*; "Simulation and Experimental Analysis on Wireless Energy Transfer Based on Magnetic Resonances"; IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 3-5 de Setembro de 2008.
- [62] Z. Low *et al.*; "Design and Test of a High-Power High-Efficiency Loosely Coupled Planar Wireless Power Transfer System"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, Nº 5, Maio de 2009.
- [63] A. Green, J. Boys; "10kHz Inductively Coupled Power Transfer - Concept and Control"; 5th International Conference on Power Electronics and Variable-Speed Drives, 26-28 de Outubro de 1994.
- [64] G. Elliott, J. Boys, A. Green; "Magnetically Coupled Systems for Power Transfer to Electric Vehicles"; Proceedings of 1995 International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 21-24 de Fevereiro de 1995.
- [65] R. Laouamer *et al.*; "A Multi-Resonant Converter for Non-Contact Charging with Electromagnetic Coupling"; 23rd International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation (IECON '97), 9-14 de Novembro de 1997.
- [66] J. Huh *et al.*; "Narrow-Width Inductive Power Transfer System for Online Electrical Vehicles"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 26, Nº 12, Dezembro de 2011.
- [67] J. Huh *et al.*; "Characterization of Novel Inductive Power Transfer Systems for On-Line Electric Vehicles"; 26th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 6-11 de Março de 2011.
- [68] "Cables No Longer Needed - High Efficiency Inductive Charger Developed for Electric Vehicles", Press Release Nº 16/13; Fraunhofer Institute for Solar Energy Systems ISE, 2 de Julho de 2013.
- [69] E. Shamonina *et al.*; "Magnetoinductive waves in one, two, and three dimensions"; Journal of Applied Physics, Vol. 92, Nº 10, Novembro de 2002.

- [70] R. Syms, I. Young, L. Solymar; "*Low-loss magneto-inductive waveguides*"; Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 39, Nº 18, Setembro de 2006.
- [71] R. Syms, E. Shamonina, L. Solymar; "*Magneto-inductive waveguide devices*"; IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation, Vol. 153, Nº 2, Abril de 2006.
- [72] R. Syms *et al.*; "*Higher order interactions in magneto-inductive waveguides*"; Metamaterials (Journal), Vol. 1, Nº 1, Elsevier, Março de 2007.
- [73] B. Wang *et al.*; "*Experiments on wireless power transfer with metamaterials*"; Applied Physics Letters, Vol. 98, Nº 25, Junho de 2011.
- [74] H. Thanh, J. Agbinya; "*Investigation and Study of Mode Splitting in Near Field Inductive Communication Systems*"; International Journal of Electronics and Telecommunications (JET), Vol. 59, Nº 2, Junho de 2013.
- [75] G. Lipworth *et al.*; "*Magnetic Metamaterial Superlens for Increased Range Wireless Power Transfer*"; Scientific Reports 4, Article No. 3642, Nature Publishing Group (NPG), 10 de Janeiro de 2014.
- [76] K. O'Brien, G. Scheible, H. Gueldner; "*Analysis of Wireless Power Supplies for Industrial Automation Systems*"; 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON '03), 2-6 de Novembro de 2003.
- [77] B. Cannon *et al.*; "*Magnetic Resonant Coupling As a Potential Means for Wireless Power Transfer to Multiple Small Receivers*"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 24, Nº 7, Julho de 2009.
- [78] J. Casanova, Z. Low, J. Lin; "*A Loosely Coupled Planar Wireless Power System for Multiple Receivers*"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, Nº 8, Agosto de 2009.
- [79] Z. Low, J. Casanova, J. Lin; "*A Loosely Coupled Planar Wireless Power Transfer System Supporting Multiple Receivers*"; Advances in Power Electronics, Vol. 2010, Article ID. 546529, Hindawi Publishing Corporation, 2010.
- [80] T. Bieler *et al.*; "*Contactless Power and Information Transmission*"; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, Nº 5, Setembro/Outubro de 2002.
- [81] M. Catrysse, B. Hermans, R. Puers; "*An inductive power system with integrated bi-directional data-transmission*"; Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 115, Nº 2-3, Elsevier, 21 de Setembro de 2004.
- [82] M. Catrysse *et al.*; "*Towards the integration of textile sensors in a wireless monitoring suit*"; Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 114, Nº 2-3, Elsevier, 1 de Setembro de 2004.
- [83] R. Carta *et al.*; "*Design and implementation of advanced systems in a flexible-stretchable technology for biomedical applications*"; Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 156, Nº 1, Elsevier, Novembro de 2009.
- [84] R. Elferich, G. Sauerlaender, T. Duerbaum; Philips N.V.; "*System for Wireless Transmission of Electrical Power, a Garment, a System of Garments and Method for the Transmission of*

Signals and/or Electrical Energy"; Patente US7076206B2, submetida a 18 de Abril de 2002, concedida a 11 de Julho de 2006.

[85] <http://www.convenientpower.com>, Website; ConvenientPower Ltd..

[86] <http://www.witricity.com>, Website; WiTricity Corp..

[87] <http://powerbyproxi.com>, Website; PowerbyProxi Ltd..

[88] <http://www.qualcomm.com/solutions/wireless-charging>, Website; Qualcomm Inc..

[89] <http://www.pluglesspower.com>, Website; Evatran Group Inc..

[90] <http://www.powermat.com>, Website; Powermat Technologies Ltd..

[91] <http://www.mesasystemsco.com>, Website; Mesa Systems Co..

[92] <http://www.ti.com>, Website; Texas Instruments Inc..

[93] <http://www.idt.com>, Website; Integrated Device Technology (IDT) Inc..

[94] <http://www.linear.com>, Website; Linear Technology Corp..

[95] <http://www.nxp.com>, Website; NXP Semiconductors N.V..

[96] S. Ramo, J. Whinnery, T. Duzer; *Fields and Waves in Communication Electronics*, 3ª Ed.; John Wiley & Sons, 1993.

[97] C. Liu, A. Hu, N. Nair; "*Coupling Study of a Rotary Capacitive Power Transfer System*"; IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT 2009), 10-13 de Fevereiro de 2009.

[98] C. Liu, A. Hu; "*Steady State Analysis of a Capacitively Coupled Contactless Power Transfer System*"; IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE 2009), 20-24 de Setembro de 2009.

[99] J. Ren, J. Li; "*A Capacitively Coupled Battery Charging System*"; Proceedings of 2006 Year 4 Research Projects, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Auckland.

[100] S. Tang, S. Hui, H. Chung; "*Evaluation of the Shielding Effects on Printed-Circuit-Board Transformers Using Ferrite Plates and Copper Sheets*"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 17, Nº 6, Novembro de 2002.

4 – Fundamentos do Acoplamento Indutivo.

O acoplamento indutivo, nas versões aperiódica e ressonante, foi já introduzido no capítulo anterior, de forma breve e sintética. No presente capítulo vai-se estudar detalhadamente os princípios e modelos subjacentes ao acoplamento indutivo, com ênfase no transformador indutivo, da perspectiva da Teoria de Circuitos. Começar-se-á pela discussão dos dois conceitos fundamentais: a autoindução e a indutância mútua.

4.1 – Autoindução e Indutância Mútua.

A autoindução (ou simplesmente indutância) e a indutância mútua foram já brevemente introduzidas nas secções 2.4.1.4 e 3.2.2, respetivamente. Na presente secção, esses conceitos serão devidamente aprofundados, dada a sua importância para o acoplamento indutivo. Nesta discussão de conceitos, considera-se que o meio em questão é linear, onde o campo magnético é sempre diretamente proporcional à corrente que lhe está na origem, o mesmo acontecendo portanto com o fluxo desse campo através de uma superfície aberta qualquer.

4.1.1 – Autoindução.

Como se viu na secção 2.4.1.4, a autoindução ou indutância (L) de um anel condutor onde circula uma corrente filamental I é a razão entre o fluxo do campo magnético (fluxo magnético) sobre a superfície aberta delimitada pelo anel (Φ) e a corrente I , ou seja, $L = \Phi/I$ ((2.22)). Nesta definição, supõe-se que todo o campo magnético associado a Φ tem origem na corrente I .

4.1.1.1 – Conceito de Fluxo Total ou Concatenado.

Considere-se agora o caso geral de uma estrutura mais complexa, o de uma bobina constituída por N anéis de corrente (N espiras) dispostos de forma arbitrária ao longo de um percurso arbitrário, percorridos por uma corrente filamental I . A indutância de tal bobina é dada pela razão entre o fluxo total Λ e I , de acordo com (4.1).

$$L = \frac{\Lambda}{I} \quad (4.1)$$

O fluxo total Λ também se designa por fluxo concatenado ou encadeado (*flux linkage*), sendo dado pela soma dos fluxos magnéticos individuais sobre cada espira (Φ_i), segundo (4.2).

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \Phi_i \quad (4.2)$$

Em particular, se em determinada bobina com N espiras o fluxo magnético sobre cada espira for igual, então (4.2) transforma-se simplesmente em $\Lambda = N\Phi$, onde Φ é o fluxo magnético sobre uma espira qualquer [1].

De qualquer forma, em determinado meio linear, a indutância de uma estrutura de condutores depende apenas da geometria desta e da permeabilidade do meio, sendo diretamente proporcional a esta última.

4.1.1.2 – Relação Tensão-Corrente de uma Bobina.

Se a corrente numa bobina variar no tempo (i), o campo magnético variará no tempo em conformidade, tal como o respetivo fluxo. Segundo o princípio da indução magnética (lei de Faraday), a variação temporal do fluxo magnético induzirá uma tensão v na própria bobina, num fenómeno de autoindução. Essa tensão pode ser relacionada com a indutância da bobina (L) inserindo (2.2.2) ou (4.1) na lei de Faraday na forma integral (tabela 2.1, equação II), donde vem (4.3) [2, 3]. A polaridade de v e de i segue a convenção de sinal para elementos passivos de dois terminais: o terminal positivo da bobina é aquele por onde a corrente entra [4].

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (4.3)$$

A expressão (4.3) estabelece a relação entre a tensão e a corrente numa bobina, constituindo um elo importante entre o Eletromagnetismo Clássico e a Teoria de Circuitos.

4.1.1.3 – Energia Armazenada numa Bobina.

A potência instantânea numa bobina é dada pelo produto entre a sua tensão (v) e a sua corrente (i). A energia W armazenada numa bobina (no campo magnético) que é percorrida por uma corrente I pode ser determinada integrando esse produto ao longo do tempo necessário para que i passe de zero a I , donde vem (4.4).

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad (4.4)$$

Em (4.4), a unidade de W é o J (joule), recorde-se [4, 5].

4.1.1.4 – Fator de Qualidade de uma Bobina.

Nas secções 2.6.4 e 2.6.3.4 (capítulo 2), viu-se que uma bobina real (com resistência e capacidade parasita) é eletricamente pequena se a sua frequência de operação for muito menor que a sua frequência de ressonância fundamental, tendo nesse caso um modelo *lumped* que consiste num circuito RL série, desprezando a capacidade parasita. Neste circuito, R é a resistência total equivalente, que inclui a resistência do fio condutor constituinte e a resistência de radiação à frequência de operação, representando portanto toda a dissipação de energia na bobina. A indutância L é a autoindução da bobina, na qual ocorre o armazenamento de energia, segundo (4.4). Numa bobina eletricamente pequena a operar à frequência angular ω , o peso relativo do armazenamento e da dissipação de energia é dado pelo fator de qualidade da bobina (Q), definido segundo (4.5). Nesta expressão, pode-se constatar que o Q de uma bobina é um fator adimensional, que corresponde simplesmente à razão entre a reactância indutiva associada a L (X_L) e R .

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{X_L}{R} \quad (4.5)$$

O fator Q de uma bobina é por vezes designado por fator de qualidade sem carga (*unloaded*), sendo nesse caso representado por Q_u . Esta designação deve-se ao facto de (4.5) apenas considerar os parâmetros intrínsecos à bobina, ignorando a influência do circuito onde a bobina está inserida (isto é, a carga da bobina).

O conceito de fator de qualidade é extensível a outros contextos, nomeadamente a circuitos RL genéricos, a condensadores e respetivos circuitos RC , e a circuitos RLC ressonantes [4, 6, 7]. Este tópico será desenvolvido na secção 5.1 (capítulo 5).

4.1.2 – Indutância Mútua.

Suponha-se que dois anéis condutores Γ_1 e Γ_2 , onde circulam correntes filamentosares I_1 e I_2 (respetivamente), são colocados em proximidade, em repouso, como representado na Figura 4.1 a). A corrente I_1 origina um campo magnético \mathbf{B}_1 ; a corrente I_2 origina um campo \mathbf{B}_2 . Dada a proximidade entre os anéis, algumas linhas do campo \mathbf{B}_1 cruzam a superfície aberta S_2 delimitada por Γ_2 , originando um fluxo magnético Φ_{12} (fluxo de \mathbf{B}_1 sobre S_2); reciprocamente, algumas linhas do campo \mathbf{B}_2 cruzam a superfície aberta S_1 delimitada por Γ_1 , originando um fluxo magnético Φ_{21} (fluxo de \mathbf{B}_2 sobre S_1). Nesta situação, os anéis Γ_1 e Γ_2 estão acoplados indutivamente, portanto (secção 3.2). Independentemente da distância entre os anéis, tem-se sempre ainda o fluxo de \mathbf{B}_1 sobre S_1 (Φ_{11}) e o fluxo de \mathbf{B}_2 sobre S_2 (Φ_{22}), a fechar as combinações possíveis de fluxo magnético para dois anéis de corrente.

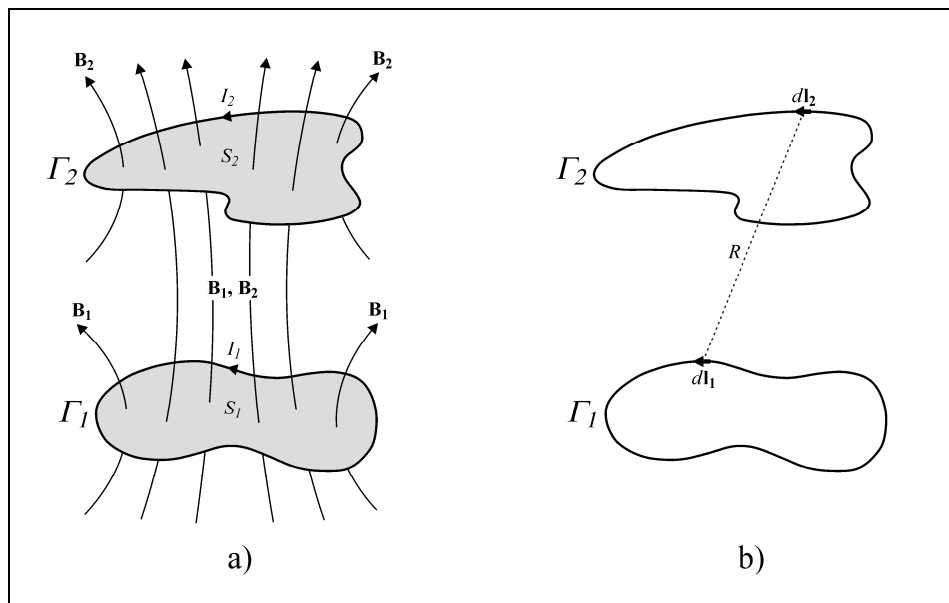


Figura 4.1 – Dois anéis de corrente próximos.

A interação entre os anéis Γ_1 e Γ_2 em termos dos fluxos magnéticos sobre as respetivas superfícies é quantificada por duas indutâncias mútuas: a indutância mútua ente Γ_1 e Γ_2 (M_{12}) é dada pela razão entre Φ_{12} e I_1 ; a indutância mútua ente Γ_2 e Γ_1 (M_{21}) é dada pela razão entre Φ_{21} e I_2 , de acordo com (4.6).

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} ; \quad M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_2} \quad (4.6)$$

Note-se que apenas faz sentido estabelecer razões causais, que relacionem determinado efeito (fluxo magnético) com a respetiva causa (corrente), ou seja, não faz sentido considerar razões como Φ_{21}/I_1 , por exemplo. Assim sendo, pode-se ainda estabelecer as razões $M_{11} = \Phi_{11}/I_1 = L_1$ e $M_{22} = \Phi_{22}/I_2 = L_2$, reconhecendo que estas correspondem simplesmente à autoindução de Γ_1 e Γ_2 , respetivamente. Quando os anéis estão muito afastados ou estão isolados magneticamente um do outro, apenas existem L_1 e L_2 , dado que $M_{12} = M_{21} = 0$. Tal como a autoindução, a indutância mútua é intrinsecamente uma grandeza positiva, embora existam situações onde possa ser considerada negativa, dependendo do sentido relativo de I_1 e I_2 [8, 2, 3]. Esta situação será detalhada na secção 4.1.2.1.

Caso Γ_1 e Γ_2 sejam bobinas com N_1 e N_2 espiras (respetivamente), os fluxos magnéticos Φ_{12} e Φ_{21} em (4.6) devem ser substituídos pelos fluxos totais correspondentes (Λ_{12} e Λ_{21}). Em coerência com (4.2), esses fluxos totais são definidos por (4.7), onde $\Phi_{12(i)}$ representa o fluxo de \mathbf{B}_1 sobre a espira i de Γ_2 , e $\Phi_{21(i)}$ representa o fluxo de \mathbf{B}_2 sobre a espira i de Γ_1 .

$$\Lambda_{12} = \sum_{i=1}^{N_2} \Phi_{12(i)} ; \quad \Lambda_{21} = \sum_{i=1}^{N_1} \Phi_{21(i)} \quad (4.7)$$

A indutância mútua M_{12} pode ser calculada diretamente a partir dos parâmetros geométricos dos anéis Γ_1 e Γ_2 . Expressando em (4.6) o fluxo magnético através do potencial vetorial magnético ((2.11)) e relacionando este último com a sua fonte (através da versão magnetostática de (2.9), considerando nesta uma corrente filamentar num meio linear de permeabilidade μ), vem (4.8), que é conhecida por fórmula de Neumann. Esta fórmula envolve o cálculo de um duplo integral de linha sobre as curvas Γ_1 e Γ_2 , onde R é a distância entre os elementos $d\mathbf{l}_1$ e $d\mathbf{l}_2$, como representado na figura 4.1 b).

$$M_{12} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{\Gamma_2} \oint_{\Gamma_1} \frac{d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2}{R} \quad (4.8)$$

A fórmula de Neumann é uma fórmula geral, sendo aplicável a qualquer par de anéis de corrente filamentar, num meio linear de permeabilidade μ . Os anéis são de forma arbitrária, podendo inclusivamente ter várias espiras (os percursos de integração seguem as várias espiras). Contudo, essa fórmula não é muito usada na prática, dada a dificuldade que o cálculo do duplo integral de linha usualmente representa. Não obstante, revela duas características fundamentais da indutância mútua: em meios lineares, a indutância mútua é um parâmetro que apenas depende da geometria do sistema e da permeabilidade do meio, sendo diretamente proporcional a esta última, tal como no caso da autoindução; por outro lado, dado que os cálculos de M_{12} e de M_{21} através de (4.8) apenas diferem na ordem de integração (permuta dos índices subscritos) e esta não afeta o resultado final, conclui-se necessariamente que $M_{12} = M_{21} = M$, podendo-se portanto dispensar os índices da indutância mútua. Assim sendo, M pode ser determinada através de M_{12} ou M_{21} , optando-se por aquela cujo cálculo seja mais simples [5, 2, 3]. Note-se que é também possível chegar à igualdade entre M_{12} e M_{21} por argumentos de energia, como apontado na secção 4.1.2.2.

A fórmula de Neumann permite também extrair algumas conclusões gerais sobre a forma como M depende da geometria do sistema: o produto escalar ($d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2$) indica que a maior contribuição para M vem dos segmentos de Γ_1 e Γ_2 que são paralelos entre si; adicionalmente, M aumenta com a diminuição da distância média entre Γ_1 e Γ_2 (valor médio de R) [8].

4.1.2.1 – Relações Tensão-Corrente de um Sistema de Duas Bobinas Acopladas.

Retomado o sistema da figura 4.1, suponha-se agora que as correntes i_1 e i_2 variam no tempo (i_1 e i_2), originando portanto campos magnéticos \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 que variam no tempo em conformidade, tal como os respectivos fluxos. Segundo o princípio da indução magnética (lei de Faraday), a variação temporal de Φ_{12} induzirá uma tensão v_{12} em Γ_2 ; reciprocamente, a variação de Φ_{21} induzirá uma tensão v_{21} em Γ_1 , num fenómeno de indução mútua. Essas tensões podem ser relacionadas com a indutância mútua inserindo (4.6) na lei de Faraday na forma integral (tabela 2.1, equação II) e reconhecendo que $M_{12} = M_{21} = M$, donde vem (4.9) [2, 3]. Estas expressões e (4.3) refletem o facto de, nos sistemas magnetoquase-estáticos em repouso (bobinas desacopladas e bobinas acopladas, em corrente alternada), a indução magnética ter como origem última e única correntes que variam no tempo. Neste contexto, pode-se portanto afirmar diretamente que a indução magnética consiste na indução de tensões por correntes variáveis no tempo, sem referir de permeanço o campo magnético ou o seu fluxo.

$$v_{12} = M \frac{di_1}{dt} ; \quad v_{21} = M \frac{di_2}{dt} \quad (4.9)$$

Em Γ_1 , para além da tensão v_{21} induzida pela variação de Φ_{21} , existe também uma tensão v_{11} induzida pela variação de Φ_{11} , graças à autoindução de Γ_1 (L_1), de acordo com (4.3). Assim sendo, a tensão total em Γ_1 (v_1) é dada pela soma de v_{11} e v_{21} . De forma análoga, em Γ_2 existe também uma tensão v_{22} devida à autoindução deste (L_2), para além da tensão v_{12} induzida pela variação de Φ_{12} , pelo que a tensão total em Γ_2 (v_2) é dada pela soma de v_{22} e v_{12} . Recorrendo a (4.3) e a (4.9), pode-se então estabelecer as relações tensão-corrente de um sistema de dois anéis ou bobinas acopladas indutivamente, dadas por (4.10).

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} ; \quad v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (4.10)$$

A expressão (4.10) foi deduzida no contexto da figura 4.1, onde as correntes nos anéis têm o mesmo sentido e portanto os fluxos relativos à autoindução e à indução mútua numa mesma superfície são aditivos (Φ_{11} soma com Φ_{21} ; Φ_{22} soma com Φ_{12}). Contudo, se i_1 e i_2 tiverem sentidos opostos, esses fluxos subtraem-se, podendo originar tensões negativas, tendo portanto que haver um critério cuidado na atribuição de polaridades às tensões envolvidas (v_1 , v_{11} e v_{21} ; v_2 , v_{22} e v_{12}).

Considere-se o sistema geral de duas bobinas indutivamente acopladas representado esquematicamente na Figura 4.2. Apesar de existirem quatro terminais (considerando que as bobinas estão em isolamento Galvânico), a polaridade das tensões v_{11} e v_{22} continua a ser dada pela convenção de sinal para elementos passivos de dois terminais (secção 4.1.1.2), dado que essas tensões se referem a duas autoinduições independentes (L_1 e L_2), envolvendo portanto dois pares de terminais independentes. Contudo, no caso das tensões que envolvem M (v_{12} e v_{21}), essa independência não se verifica, o que obriga ao estabelecimento de um critério adicional. O critério mais comum é a convenção do ponto (*dot convention*), que consiste na diferenciação dos terminais de cada bobina através de um ponto. Segundo essa convenção, se i_1 e i_2 entrarem ou saírem ambas pelos terminais marcados com ponto das respetivas bobinas, os fluxos totais relativos à autoindução e à indução mútua são aditivos; caso contrário, esses fluxos subtraem-se. Para além disso, verifica-se que as polaridades de v_{12} e v_{21} que ocorrem num destes casos são sempre contrárias às que ocorrem no outro caso.

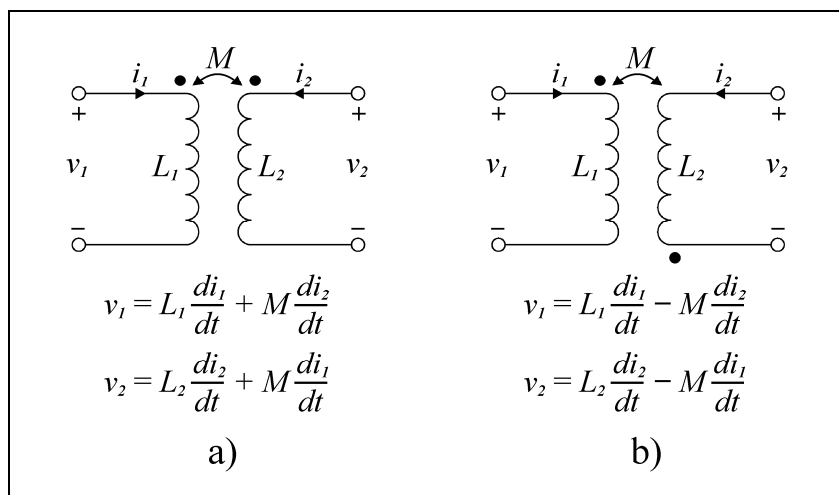


Figura 4.2 – Casos possíveis de duas bobinas acopladas.

Vinculem-se agora as polaridades das tensões totais v_1 e v_2 aos sentidos das correntes relacionadas (i_1 e i_2 , respetivamente), em coerência com a convenção de sinal para elementos passivos: a referência positiva de v_1 é atribuída ao terminal por onde i_1 entra; a referência positiva de v_2 é atribuída ao terminal por onde i_2 entra. Nesta situação, os termos de autoindução (v_{11} e v_{22}) contribuem sempre aditivamente para as tensões totais, uma vez que as respetivas polaridades foram definidas da mesma forma; já a contribuição dos termos de indução mútua (v_{12} e v_{21}) pode ser aditiva ou subtrativa: se os fluxos magnéticos totais forem aditivos, os termos de indução mútua contribuem aditivamente para as tensões totais, caso contrário, a sua contribuição é subtrativa [4, 8, 3]. Alguns autores consideram que a situação dos fluxos aditivos corresponde a uma M positiva, enquanto que a situação dos fluxos subtrativos corresponde a uma M negativa [9, 8, 3], sendo portanto o sinal dos termos de indução mútua dado pelo sinal de M . Pela sua conveniência, esta perspetiva vai ser adotada neste trabalho.

Seguindo o procedimento descrito para atribuição de polaridades, é possível enquadrar todos os sistemas de duas bobinas acopladas indutivamente num dos casos da figura 4.2: se as correntes em cada bobina (i_1 e i_2) tiverem o mesmo sentido relativamente aos pontos (M positiva), trata-se do caso a); caso contrário (M negativa), trata-se do caso b).

Na convenção do ponto, existe ainda uma outra forma equivalente de atribuir polaridades aos termos de autoindução: se a corrente entrar no terminal com ponto de determinada bobina, a referência positiva da tensão induzida na outra bobina por essa corrente (v_{12} ou v_{21}) estará no terminal com ponto dessa outra bobina; da mesma forma, se a corrente entrar pelo terminal sem ponto da primeira bobina, o terminal sem ponto da segunda bobina será a referência positiva da tensão nela induzida [4, 9, 3]. De qualquer forma, independentemente da interpretação da convenção do ponto, as polaridades não são alteradas se o ponto passar para o terminal oposto em ambas as bobinas. Do ponto de vista da construção física das bobinas, a convenção do ponto tem o seguinte significado: se ambas as bobinas forem enroladas no mesmo sentido, o ponto assinala o início (ou o fim) de cada bobina [4, 3].

Se as bobinas do caso a) da figura 4.2 tiverem apenas uma espira, esse caso corresponderá à situação da figura 4.1, donde resultou (4.10). O caso b) é particularmente importante, uma vez que corresponde ao transformador indutivo linear com um primário e um secundário, a abordar na secção 4.2.1. Em qualquer caso, pode-se constatar que a polaridade

efetiva das tensões totais v_1 e v_2 depende do peso relativo da autoindução e da indução mútua. O facto de os termos de indução mútua poderem contribuir aditivamente (M positiva) ou subtrativamente (M negativa) para as tensões totais é expresso por (4.11), que é a forma geral de (4.10).

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} ; \quad v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \quad (4.11)$$

No contexto do acoplamento indutivo, a expressão (4.11) completa a ponte entre o Eletromagnetismo Clássico e a Teoria de Circuitos, juntamente com (4.3).

4.1.2.2 – Energia Armazenada num Sistema de Duas Bobinas Acopladas.

Pretende-se determinar a energia total armazenada num sistema de duas bobinas indutivamente acopladas (figura 4.2), quando as bobinas são percorridas pelas correntes i_1 e i_2 , ou seja, quando $i_1 = I_1$ e $i_2 = I_2$. Inicialmente, considera-se que $i_1 = i_2 = 0$ (energia total nula). Para simplificar a discussão, considera-se também que os valores finais das correntes são atingidos em duas fases consecutivas: numa primeira fase, começa-se por subir i_1 até I_1 mantendo $i_2 = 0$; na segunda fase, sobe-se i_2 até I_2 mantendo $i_1 = I_1$. Na primeira fase, dado que $i_2 = 0$, apenas existe a autoindução L_1 , pelo que a energia transferida para o sistema é dada por $L_1 \cdot I_1^2 / 2$, a partir de (4.4). Na segunda fase, para além do termo energético devido à autoindução L_2 , dado por $L_2 \cdot I_2^2 / 2$, existe também uma contribuição de energia proveniente da indução mútua. Com efeito, a variação temporal de i_2 induz uma tensão v_{21} na outra bobina, que tende a alterar i_1 . Para manter $i_1 = I_1$, a fonte de energia responsável por i_1 tem que executar trabalho, a uma taxa que corresponde à potência instantânea dada pelo produto ($v_{21} \cdot I_1$). Esse trabalho corresponde à contribuição energética da indução mútua, que pode portanto ser determinada através da integração da referida potência instantânea ao longo da duração da segunda fase. Expressando v_{21} por (4.9) e integrando, conclui-se que a contribuição da indução mútua é dada por $\pm M \cdot I_1 \cdot I_2$, reconhecendo que v_{21} pode ser positiva ou negativa, de acordo com o sinal de M . No final do processo, a energia total do sistema (W) é dada pela soma das contribuições energéticas associadas a L_1 , L_2 e M , donde vem (4.12).

$$W = \frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 \pm M \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (4.12)$$

Em (4.12), o sinal do termo da indução mútua é positivo se I_1 e I_2 tiverem o mesmo sentido relativamente aos pontos (M positiva, figura 4.2 a)); caso contrário (M negativa, figura 4.2 b)), o sinal desse termo é negativo.

Alternativamente, pode-se chegar a (4.12) integrando a potência instantânea total ao longo das duas fases. A potência instantânea total do sistema é dada por ($v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2$), onde v_1 e v_2 são dadas por (4.11). Note-se que o resultado (4.12) é independente da ordem pela qual se aumentam as correntes i_1 e i_2 , sendo este o argumento energético que suporta a igualdade $M_{21} = M_{12} = M$, apresentada anteriormente [4, 5, 3, 8].

4.1.2.3 – Coeficiente de Acoplamento Indutivo.

A energia total armazenada num sistema de duas bobinas acopladas indutivamente e onde circulam correntes não pode ser negativa, dado que o estabelecimento dessas correntes se traduz sempre num ganho ou acumulação de energia, como se viu na secção anterior. Em

(4.12), constata-se que a única possibilidade de a energia total W ser negativa ocorre quando o termo da indução mútua é negativo (M negativa, figura 4.2 b)) e preponderante em relação aos termos de autoindução. Como W é forçosamente positiva, essa preponderância é impossível, o que implica a existência de um limite máximo para M . Após alguma manipulação algébrica de (4.12), conclui-se que esse limite corresponde à média geométrica de L_1 e L_2 . Assim sendo, os limites de M são dados por (4.13), recordando que M pode ser negativa.

$$0 \leq |M| \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad (4.13)$$

A razão entre $|M|$ e o seu valor máximo possível define o coeficiente de acoplamento indutivo k_L , de acordo com (4.14).

$$k_L = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (4.14)$$

O coeficiente k_L varia entre 0 (acoplamento nulo) e 1 (acoplamento máximo), sendo a forma mais usual de exprimir o grau de acoplamento indutivo, pela sua conveniência [4, 8].

4.1.2.4 – Sistemas com Mais de Duas Bobinas Indutivamente Acopladas.

Em sistemas com mais de duas bobinas, o acoplamento entre as diferentes bobinas é representado por diversas indutâncias mútuas, uma por par de bobinas. Num sistema de N bobinas acopladas, existem K pares possíveis de bobinas, sendo K dado por uma série aritmética com diferença unitária entre termos, na forma (4.15).

$$K = N \frac{N-1}{2} \quad (4.15)$$

Portanto, um sistema de N bobinas é caracterizado por N autoinduições e por K indutâncias mútuas. As diferentes indutâncias mútuas são usualmente identificadas por índices, de acordo com a designação do par de bobinas a que se referem. Por exemplo, num sistema de três bobinas designadas por 1, 2 e 3, para além das respetivas autoinduições L_1 , L_2 e L_3 , existem três indutâncias mútuas: a indutância mútua entre o par 1-2 (M_{12}), a entre o par 1-3 (M_{13}) e a entre o par 2-3 (M_{23}). Note-se que $M_{ij} = M_{ji}$, como se viu.

Considere-se um sistema de N bobinas indutivamente acopladas, numeradas de 1 a N , onde existem K pares de bobinas, de acordo com (4.15). As relações tensão-corrente do sistema são melhor expressas na forma matricial, sendo dadas por (4.16). Nesta expressão, v_i e i_i representam a tensão e a corrente na bobina i , respetivamente.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} & \dots & M_{1N} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} & \dots & M_{2N} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 & \dots & M_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{1N} & M_{2N} & M_{3N} & \dots & L_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1 / dt \\ di_2 / dt \\ di_3 / dt \\ \dots \\ di_N / dt \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A energia total W contida no sistema quando as bobinas 1, 2, ..., N são percorridas por correntes I_1, I_2, \dots, I_N é dada por (4.17).

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N L_i I_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N M_{ij} I_i I_j \quad (4.17)$$

O sinal das indutâncias mútuas em (4.16) e (4.17) é atribuído de acordo com a convenção do ponto, como discutido na secção 4.1.2.1.

O grau de acoplamento entre as diferentes bobinas é quantificado por K coeficientes de acoplamento indutivo, um por par de bobinas. Especificamente, o coeficiente de acoplamento indutivo do par i - j ($k_{L(ij)}$) é dado por (4.18).

$$k_{L(ij)} = \frac{|M_{ij}|}{\sqrt{L_i L_j}} \quad (4.18)$$

As expressões (4.16), (4.17) e (4.18) generalizam (4.11), (4.12) e (4.14), respetivamente [10, 3, 5, 11, 12].

4.1.2.5 – Determinação Experimental da Indutância Mútua.

No passado, a determinação experimental das grandezas AC dos componentes (capacidade, indutância e indutância mútua) era geralmente feita através de circuitos que empregavam um ou vários componentes de características conhecidas, que serviam como referência. O método mais comum recorria a pontes AC, que são variantes da conhecida ponte de Wheatstone, distinguindo-se desta pelo emprego de impedâncias em vez de simples resistências. O tipo de impedâncias e a distribuição destas pelos braços da ponte definem uma variedade considerável de topologias, geralmente identificadas pelo nome dos respetivos autores, sendo cada uma otimizada para determinada medição ou determinadas restrições de parâmetros. No contexto da determinação da indutância mútua, destacam-se três topologias: a ponte de Heaviside (recorre a uma autoindução conhecida), a ponte de Heydweiller (recorre a uma capacidade conhecida) e a ponte de Campbell (recorre a uma indutância mútua conhecida) [13]. Para além das configurações em ponte, existe ainda o método de Felici, que recorre exclusivamente a uma indutância mútua conhecida [14]. Contudo, dado que estes métodos exigem componentes especiais (componentes reativos ajustáveis e/ou calibrados), vai-se optar antes por métodos mais simples, embora eficazes quando devidamente empregues. Esses métodos serão descritos de seguida, sobre um sistema de duas bobinas indutivamente acopladas, denominadas 1 e 2.

a) Método das Relações Tensão-Corrente.

Este método baseia-se no estabelecimento de uma corrente harmónica numa das bobinas, medindo-se depois na outra a tensão induzida por essa corrente, em aberto. Esta situação está representada no sistema da Figura 4.3, onde i_1 é estabelecida na bobina 1 através da tensão v_1 , de frequência angular ω . Nesta figura, as polaridades das tensões v_1 e v_2 referenciam as respetivas fases. Como a medição de v_2 é feita em aberto, a corrente i_2 é nula, o que elimina o termo de autoindução na bobina 2 ($v_{22} = 0$). Assim sendo, em (4.11) a tensão total v_2 coincide com v_{12} , pelo que a relação tensão-corrente na bobina 2 se resume a (4.9), como consta na figura.

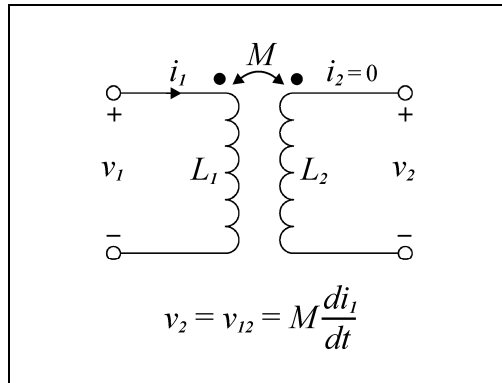


Figura 4.3 – Relações tensão-corrente.

Em notação fasorial, $\mathbf{v}_2 = j \cdot \omega \cdot M \cdot \mathbf{i}_1$, pelo que M pode ser determinada a partir de (4.19), onde v_2 e i_1 são as magnitudes dos respetivos fasores, medidas experimentalmente.

$$M = \frac{v_2}{\omega \cdot i_1} \Big|_{i_2=0} = \frac{v_1}{\omega \cdot i_2} \Big|_{i_1=0} \quad (4.19)$$

A segunda igualdade em (4.19) reflete o facto de a indutância mútua não ser afetada pela inversão dos papéis das bobinas, bastando nesse caso proceder à permuta dos índices subscritos nas grandezas intervenientes. Este facto pode ser usado para verificar a coerência de resultados experimentais, dado que a indutância mútua determinada nas duas situações tem que ser idêntica.

Facilmente se constata que o método descrito não é influenciado por resistências parasitas (das bobinas ou dos condutores exteriores), o que constitui uma vantagem. Adicionalmente, a medição de corrente é simplificada, já que pode ser feita por intermédio de uma resistência de precisão não-indutiva, a inserir em série no ponto de interesse.

A frequência de medição ω deve ser bastante inferior à frequência do modo fundamental de ressonância de ambas as bobinas, para que o efeito da capacidade parasita das bobinas seja desprezável, como discutido na secção 2.6.4. Se as bobinas estiverem muito próximas, há que considerar ainda a capacidade parasita entre bobinas, que pode ser considerável. Por prudência, ω deve sempre ser a mais baixa possível, desde que assegure uma tensão induzida suficiente para uma medição precisa, sem obrigar a uma corrente de excitação demasiado elevada. Contudo, se as bobinas tiverem um núcleo ferromagnético, a frequência de medição deve coincidir com a frequência de trabalho prevista, uma vez que M depende da permeabilidade do núcleo, que por sua vez tende a diminuir com o aumento da frequência, como se viu na secção 2.4.6.2.

b) Método das Autoinduições.

Este é talvez o método mais comum, baseando-se na medição das autoinduições resultantes da ligação em série e anti-série das bobinas 1 e 2, como representado na Figura 4.4. Recorrendo às relações tensão-corrente do sistema ((4.11)) e reconhecendo que a corrente i é comum a ambas as bobinas, facilmente se conclui que a ligação em série das bobinas reduz o sistema a uma bobina de autoindução $L_{eq(a)}$, enquanto que a ligação em anti-série reduz o sistema a uma bobina de autoindução $L_{eq(b)}$, de acordo com as expressões que constam nas figuras 4.4 a) e b).

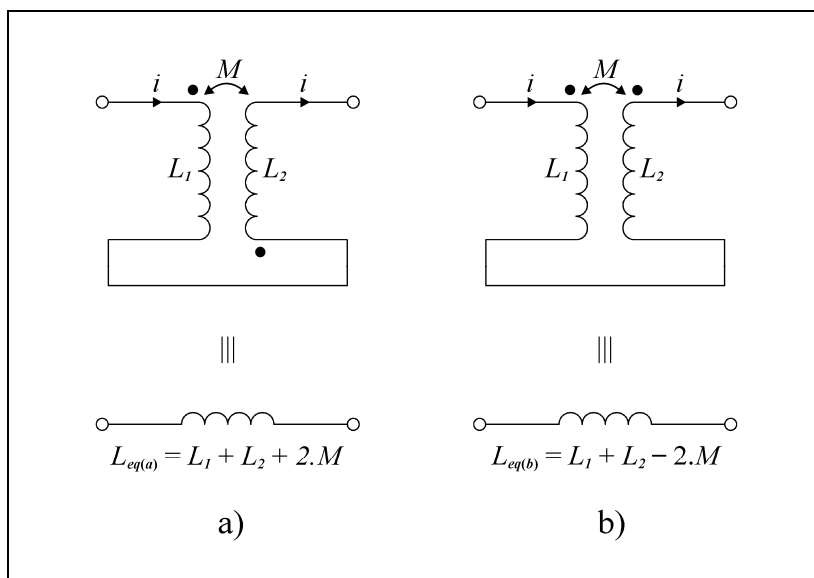


Figura 4.4 – Método das autoindução.

A indução mútua M pode ser determinada subtraindo $L_{eq(b)}$ a $L_{eq(a)}$ e rearranjando, donde vem (4.20). Note-se que é também possível chegar a esta expressão por argumentos de fluxo magnético, como exposto em [3].

$$M = \frac{1}{4} (L_{eq(a)} - L_{eq(b)}) \quad (4.20)$$

A determinação de M pode assim ser feita através da medição das autoindução $L_{eq(a)}$ e $L_{eq(b)}$. Note-se que este método perde precisão se o acoplamento for muito pequeno, dado que nesse caso se tornaria difícil distinguir $L_{eq(a)}$ de $L_{eq(b)}$, uma vez que M seria muito menor que L_1 e L_2 , donde resultaria $L_{eq(a)} \approx L_{eq(b)}$, segundo as expressões da figura 4.4 [10, 13].

4.1.2.6 – Determinação Experimental do Coeficiente de Acoplamento Indutivo.

A partir do momento em que M , L_1 e L_2 são conhecidas, o coeficiente de acoplamento k_L pode ser diretamente determinado a partir da sua definição (4.14). Contudo, existem métodos experimentais que permitem a determinação de k_L sem o conhecimento de todas essas indutâncias, a apresentar de seguida.

a) Método das Relações de Tensão.

Este método permite determinar k_L sem o conhecimento de qualquer indutância, baseando-se apenas nas relações entre a tensão de excitação de uma bobina e a tensão induzida na outra bobina em circuito aberto. A tensão de excitação é harmónica, de frequência angular ω . O método compreende duas fases: na primeira fase, aplica-se uma tensão v_1 à bobina 1, medindo-se a tensão induzida na bobina 2 em aberto (v_{12}); na segunda fase, aplica-se uma tensão v_2 à bobina 2, medindo-se a tensão induzida na bobina 1 em aberto (v_{21}). Recorrendo às relações tensão-corrente do sistema ((4.11)), é possível estabelecer as razões $v_{12}/v_1 = M/L_1$ e $v_{21}/v_2 = M/L_2$, na primeira e segunda fase, respetivamente. Multiplicando estas razões e recorrendo à definição de k_L ((4.14)), prova-se que k_L pode ser dado por (4.21).

$$k_L = \sqrt{\frac{v_{12} \cdot v_{21}}{v_1 \cdot v_2}} \quad (4.21)$$

As tensões v_1 e v_2 devem ser suficientes para que as tensões induzidas v_{12} e v_{21} tenham uma magnitude mensurável, para determinada frequência de medição ω . A discussão relativa à escolha de ω feita no âmbito do método a) da secção anterior (4.1.2.5) aplica-se inteiramente ao presente método [10]. Note-se que este método é afetado pela resistência parasita das bobinas, uma vez que as tensões v_1 e v_2 incluem a queda de tensão nas resistências parasitas das respetivas bobinas. A existência dessas resistências parasitas leva a que (4.21) devolva um valor de k_L inferior ao real. Por este motivo, o método descrito apenas é apropriado para sistemas de bobinas com baixa resistência parasita (Q elevado).

b) Método da Indutância de Fuga.

O fator de acoplamento indutivo pode também ser determinado a partir da medição da autoindução de uma das bobinas em duas situações distintas: a) quando a outra bobina está em circuito aberto; b) quando a outra bobina está em curto-circuito. Considere-se que a medição da autoindução é feita na bobina 1. Na situação a) ($i_2 = 0$), a autoindução medida aos terminais da bobina 1 corresponde simplesmente a L_1 , dada a ausência de indução mútua. A situação b) ($v_2 = 0$) corresponde efetivamente a um transformador (figura 4.2 b), M negativa) com o secundário (bobina 2) em curto-circuito. Nesta situação, a autoindução medida corresponde à indutância de fuga (*leakage*) total aproximada do transformador vista a partir da bobina 1 (L_{LTA1}), daí a designação do método. O conceito de indutância de fuga será desenvolvido na secção 4.2.2; a indutância L_{LTA1} será definida na secção 4.2.1.5 como $L_{LTA1} = L_1(1-k_L^2)$, segundo (4.33). A partir desta definição, k_L pode ser determinado através de (4.22).

$$k_L = \sqrt{1 - \frac{L_{LTA1}}{L_1}} = \sqrt{1 - \frac{L_{LTA2}}{L_2}} \quad (4.22)$$

Na segunda igualdade em (4.22), L_{LTA2} corresponde à indutância de fuga total aproximada vista a partir da bobina 2, sendo medida com a bobina 1 em curto-circuito. Esta indutância será definida na secção 4.2.1.5 como $L_{LTA2} = L_2(1-k_L^2)$, segundo (4.32). A segunda igualdade em (4.22) reflete o facto de o coeficiente de acoplamento não ser afetado pela inversão dos papéis das bobinas. Este facto pode ser usado para verificar a coerência de resultados experimentais, dado que o coeficiente de acoplamento determinado nas duas situações tem que ser idêntico.

Note-se que este método é afetado pela resistência parasita das bobinas, cuja existência leva a que (4.22) tenda a devolver um valor de k_L inferior ao real, embora o erro efetivo dependa do método de medição de autoindução utilizado. Para além disso, o método perde precisão se o acoplamento for muito pequeno, dado que nesse caso se tornaria difícil distinguir L_{LTA1} de L_1 (ou L_{LTA2} de L_2), uma vez que k_L seria muito pequeno. Sintetizando, o método descrito apenas é apropriado para sistemas de bobinas com baixa resistência parasita (Q elevado) e acoplamento razoável [10, 14].

4.2 – Transformador Indutivo.

Na sua forma mais simples, o transformador indutivo é um caso particular de um sistema de duas bobinas indutivamente acopladas, caracterizando-se por ter fluxos magnéticos subtrativos (indutância mútua negativa), como foi já referido na secção 4.1.2.1, no âmbito da figura 4.2 b). Em termos energéticos, o transformador caracteriza-se pela existência de uma transferência ou fluxo de energia de uma bobina para a outra, uma vez que o termo da indução mútua é negativo na relação de energia (4.12). A designação das bobinas que constituem o transformador tem a ver com a função que desempenham nesse fluxo de energia: a bobina por onde a energia entra no sistema designa-se por primário; a bobina por onde a energia sai do sistema designa-se por secundário. Note-se que o transformador indutivo é um sistema reversível, na medida em que o papel das bobinas constituintes pode ser trocado, passando o primário a fazer de secundário e vice-versa. Um transformador pode ainda ter vários primários e/ou vários secundários. Na presente secção, apenas se vai considerar o transformador com um primário e um secundário, a fim de sintetizar a discussão. De qualquer forma, a discussão pode ser facilmente estendida ao caso genérico dos transformadores com um número arbitrário de primários e secundários através do exposto na secção 4.1.2.4, onde se abordaram os sistemas com mais de duas bobinas acopladas.

O modelo básico do transformador indutivo é o transformador linear, onde se considera que o campo magnético é sempre diretamente proporcional às correntes que lhe estão na origem [4]. Considera-se também que a frequência de operação é muito menor que as frequências do modo fundamental de ressonância das bobinas constituintes (bobinas eletricamente pequenas), de forma a poder-se desprezar as capacidades parasitas do transformador na modelização. O transformador linear decorre diretamente do sistema de duas bobinas indutivamente acopladas da figura 4.2 b), como se verá de seguida.

4.2.1 – Transformador Linear.

Na Figura 4.5 representa-se um transformador linear de primário L_1 , secundário L_2 e indutância mútua M . A tensão harmónica v_1 representa a fonte de energia do sistema, de frequência angular ω ; a carga é a impedância genérica Z_L , ligada ao secundário.

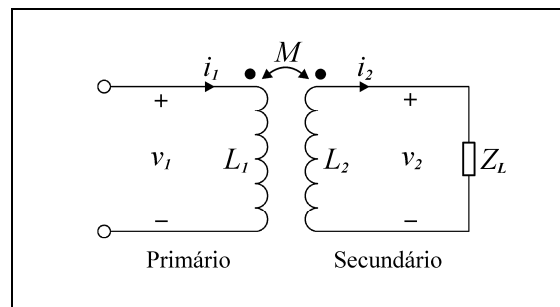


Figura 4.5 – Transformador linear.

Dado que a excitação do sistema é harmónica, a polaridade das tensões e o sentido das correntes que constam na figura 4.5 referenciam as respectivas fases.

Do ponto de vista de Z_L , o secundário comporta-se efetivamente como uma fonte de energia. Assim sendo, a polaridade de v_2 foi invertida relativamente à da figura 4.2 b), de forma a que i_2 saia pela referência positiva de v_2 , como usual em fontes de energia.

A partir de (4.11), determinam-se as relações tensão-corrente do transformador linear, que em notação fasorial são dadas por (4.23).

$$\begin{aligned} v_1 &= j.\omega.L_1.i_1 - j.\omega.M.i_2 \\ v_2 &= j.\omega.M.i_1 - j.\omega.L_2.i_2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Note-se ainda que $i_2 = v_2/Z_L$. O facto de M ser negativa num transformador já está incluído nos sinais dos termos das expressões (4.23), pelo que M deve ser inserida nessas expressões como uma quantidade positiva. No âmbito deste trabalho, essa prática deve ser seguida em toda a análise do transformador indutivo, dado que as expressões (4.23) são o ponto de partida dessa análise.

4.2.1.1 – Reflexão e Inversão de Impedância.

Pretende-se agora determinar a impedância vista à entrada do transformador ou no seu primário (Z_i), quando no secundário existe uma impedância de carga $Z_L = R_L + j.X_L$, como representado na figura 4.5. A impedância Z_i é portanto definida como $Z_i = v_1/i_1$. Partindo de (4.23) e reconhecendo então que $i_2 = v_2/Z_L$, vem (4.24).

$$Z_i = j.\omega.L_1 + \frac{\omega^2.M^2}{R_L + j(\omega.L_2 + X_L)} \quad (4.24)$$

Para melhor expor a informação contida em (4.24), considerem-se as definições (4.25), onde Z_1 é definida como a impedância total no primário e Z_2 como a impedância total no secundário. A constante real α (em ohm-quadrado) representa o acoplamento, que tanto pode ser expresso por M como por k_L , recorrendo-se no último caso à definição de k_L ((4.14)).

$$\begin{aligned} Z_1 &= j.\omega.L_1 \\ Z_2 &= j.\omega.L_2 + Z_L = R_L + j(\omega.L_2 + X_L) \\ \alpha &= \omega^2.M^2 = \omega^2.k_L^2.L_1.L_2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Se necessário, as resistências parasitas do primário (L_1) e do secundário (L_2) podem ser incluídas no modelo, bastando para isso somá-las às partes reais de Z_1 e Z_2 , respetivamente. Recorrendo então às definições (4.25), a expressão (4.24) transforma-se em (4.26), onde Z_2^* é o conjugado de Z_2 .

$$Z_i = Z_1 + Z_2' \quad ; \quad Z_2' = \frac{\alpha}{Z_2} = \frac{\alpha}{|Z_2|^2} Z_2^* \quad (4.26)$$

O termo Z_2' corresponde à impedância Z_2 “vista” a partir do primário, ou refletida sobre este. Assim sendo, diz-se usualmente que Z_2' corresponde à impedância Z_2 referida ao primário, ou que Z_2' é reflexão de Z_2 sobre o primário. Nesta reflexão de impedância, Z_2 é invertida e a sua magnitude é afetada pelo fator α , num processo de transformação de impedância. Este processo equivale à inversão de sinal da parte imaginária de Z_2 (reactância de Z_2), sendo a magnitude da impedância resultante (Z_2^*) afetada pelo fator real adimensional $\alpha/|Z_2|^2$. Da definição de α , conclui-se que o módulo da impedância refletida depende da frequência e do grau de acoplamento, sendo diretamente proporcional a ω^2 e a M^2 . Se não houver acoplamento, $Z_2' = 0$ (curto-circuito) e $Z_i = Z_1$, naturalmente.

4.2.1.2 – Modelos Equivalentes Baseados na Inversão de Impedância.

Recorrendo a (4.26) e ao conceito de transformação de impedância subjacente, chega-se de imediato ao modelo da Figura 4.6, que é equivalente ao transformador linear (figura 4.5). O inversor de impedância apresenta no seu porto de entrada (terminais da esquerda) o inverso da impedância que existe no seu porto de saída (terminais da direita), afetada pelo fator α . Para que o modelo da figura 4.6 seja um equivalente exato do transformador linear, considera-se que os portos de entrada e de saída do inversor de impedância estão em isolamento Galvânico.

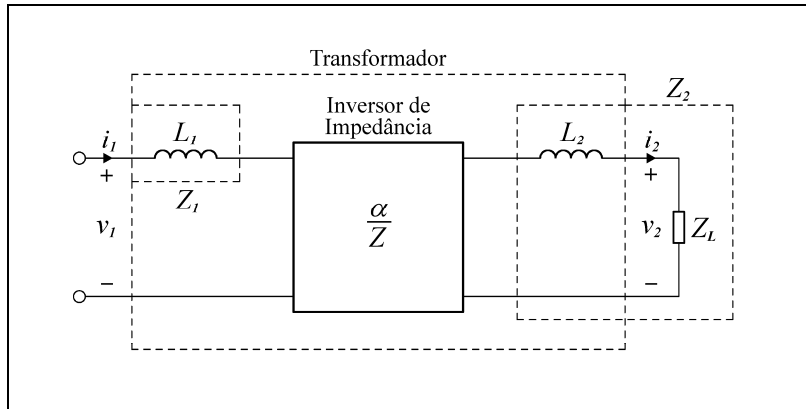


Figura 4.6 – Modelo com transformação de impedância.

Geralmente, o isolamento Galvânico é dispensável na modelização do transformador. Se for esse o caso, pode-se unir os terminais inferiores dos portos do inversor de impedância, o que possibilita a implementação deste a partir de três autoinduições ligadas em T, como ilustrado na Figura 4.7 a). É ainda possível combinar as autoinduições dos ramos laterais do T com L_1 e L_2 , donde resulta o modelo da figura 4.7 b), que é conhecido como o modelo T do transformador linear.

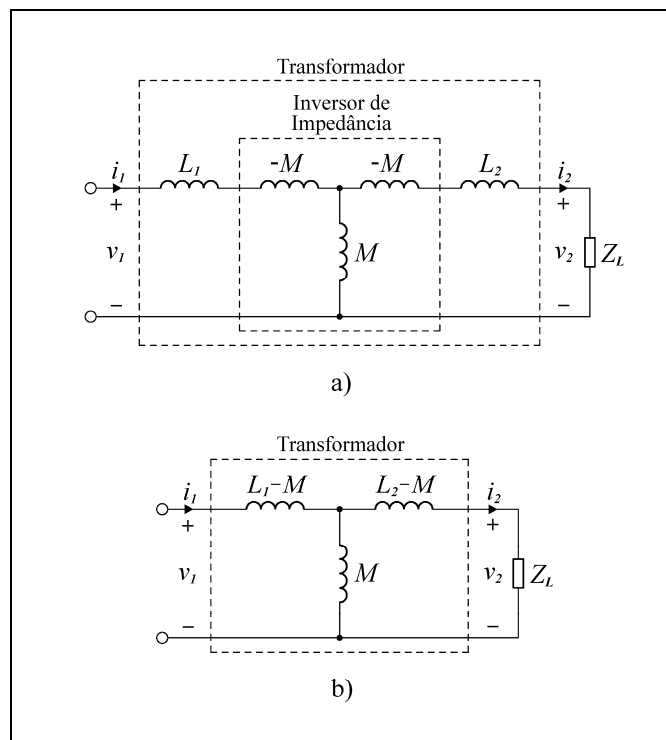


Figura 4.7 – Modelo T do transformador linear.

Deduzindo as relações tensão-corrente deste modelo, pode-se concluir que estas são iguais às do transformador linear ((4.23)), o que prova a equivalência do modelo. Note-se que as bobinas que constituem o modelo T são independentes (não-acopladas). As resistências parasitas de L_1 e L_2 podem ser inseridas no modelo, bastando para isso colocá-las em série com o primário e com o secundário (respetivamente), como anteriormente. Note-se que o modelo T é imaterial, dado que uma das autoinduições dos ramos laterais do T pode ser negativa se o acoplamento for elevado, não tendo portanto correspondência numa bobina física. A par do modelo T, existe também um modelo II do transformador linear, embora este seja geralmente menos útil que o modelo T, dado ser mais complexo. Por este motivo, o modelo II não vai ser abordado [4, 15].

4.2.1.3 – Modelos Equivalentes Baseados em Fontes Dependentes.

Alternativamente, o acoplamento que ocorre num transformador linear pode ser modelizado a partir fontes de tensão e/ou corrente dependentes, dando origem a uma série de modelos equivalentes onde todas as bobinas são independentes (não-acopladas). Como anteriormente, as resistências parasitas de L_1 e L_2 podem ser inseridas no modelos, bastando para isso colocá-las em série com o primário e com o secundário, respetivamente.

O modelo mais imediato é uma representação direta das relações tensão-corrente do transformador linear ((4.23)), sendo apresentado na Figura 4.8 a). Manipulando (4.23), pode-se obter as relações corrente-tensão do transformador linear, nas quais i_1 e i_2 são expressas em função de v_1 e v_2 , cuja representação direta origina o modelo alternativo da figura 4.8 b).

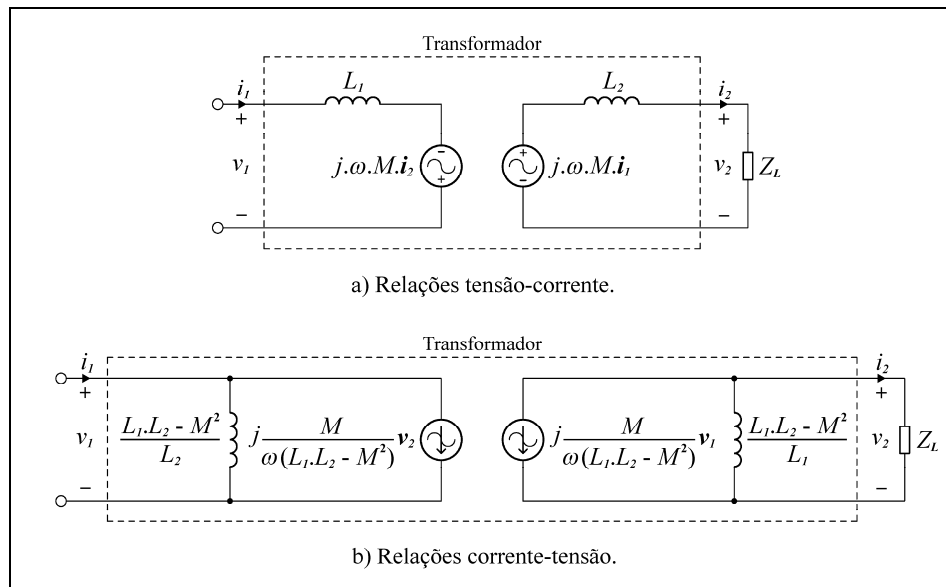


Figura 4.8 – Modelos diretos das relações tensão-corrente e corrente-tensão.

No modelo da figura 4.8 a), as fontes dependentes são fontes de tensão controladas por corrente; no modelo da figura 4.8 b), as fontes dependentes são fontes de corrente controladas por tensão. Em ambos os casos, a transmitância (transimpedância ou transadmitância) subjacente é imaginária, note-se.

Aplicando o teorema de Norton ao primário e ao secundário do modelo da figura 4.8 a), obtém-se o modelo da Figura 4.9 a); aplicando o teorema de Thévenin ao primário e ao secundário do modelo da figura 4.8 b), obtém-se o modelo da figura 4.9 b), notando que M é expressa através de k_L , a partir de (4.14). Os modelos das figuras 4.9 a) e b) recorrem

exclusivamente a fontes de corrente controladas por corrente e a fontes de tensão controladas por tensão, respetivamente. As restantes combinações possíveis dessas fontes são apresentadas nas figuras 4.9 c) e d).

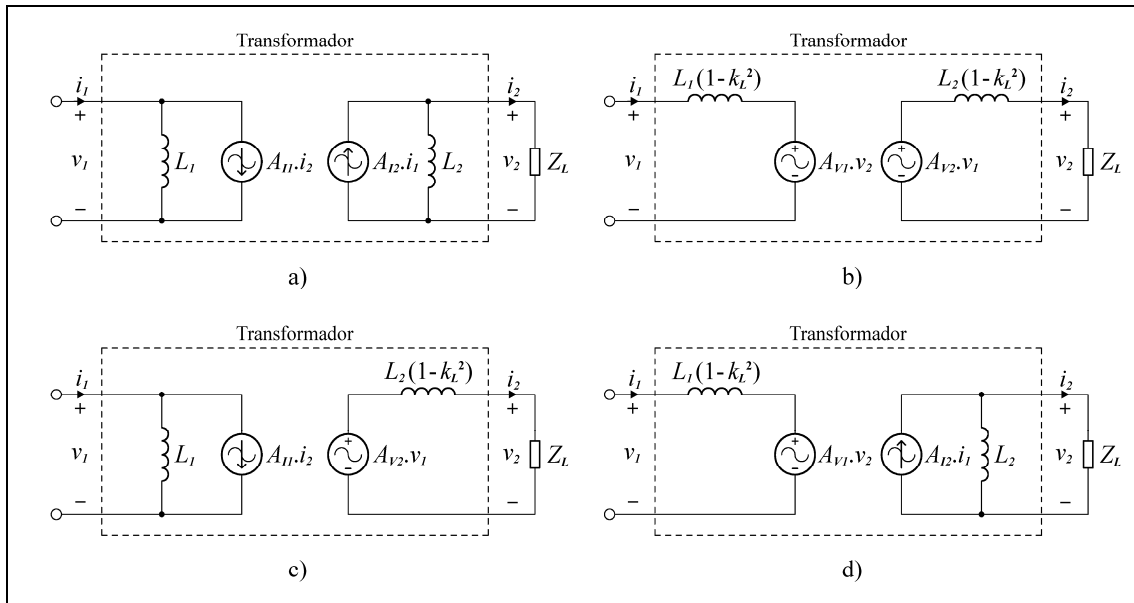


Figura 4.9 – Modelos baseados em fontes de tensão/corrente controladas por tensão/corrente.

Os ganhos A_{V1} e A_{V2} representam os ganhos em tensão associados às fontes de tensão do primário e do secundário, respetivamente; os ganhos A_{I1} e A_{I2} representam os ganhos em corrente associados às fontes de corrente do primário e do secundário, respetivamente. Antes de definir estes ganhos, é conveniente relacionar L_1 e L_2 pelo fator adimensional n , definido segundo (4.27). Este fator aparece frequentemente na análise do transformador indutivo, como se verá.

$$n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (4.27)$$

Finalmente, os ganhos A_{V1} , A_{V2} , A_{I1} e A_{I2} são dados por (4.28), onde k_L é o coeficiente de acoplamento indutivo.

$$\begin{aligned} A_{I1} &= A_{V2} = k_L \cdot n \\ A_{V1} &= A_{I2} = k_L / n \end{aligned} \quad (4.28)$$

Os modelos da figura 4.9 são equivalentes exatos do transformador linear, uma vez que as suas relações tensão-corrente são iguais a (4.23), considerando a definição de k_L ((4.14)) em (4.28). Os modelos c) e d) são particularmente relevantes, já que nestes modelos o ganho em tensão é igual ao ganho em corrente, como está patente em (4.28). Com efeito, graças a esta propriedade, é possível substituir a fonte de tensão e a fonte de corrente desses modelos por um bloco funcional bastante conveniente: o transformador ideal [16, 11, 17].

4.2.1.4 – O Transformador Ideal.

O transformador ideal é um bloco funcional idealizado, compreendendo dois portos em isolamento Galvânico: o porto de entrada corresponde ao primário; o porto de saída

corresponde ao secundário, de acordo com a direção do fluxo de energia, que é reversível. O transformador ideal caracteriza-se pela conversão de níveis de tensão e de corrente sem alteração de potência, sendo também um transformador de impedância. As relações entre as tensões, correntes e impedâncias do primário e secundário são caracterizadas por uma constante adimensional a , designada por relação ou razão de transformação. A operação do transformador ideal não depende da frequência de trabalho, desde que esta seja maior do que zero (o transformador ideal não “passa” corrente contínua). Na Figura 4.10 representa-se o transformador ideal, onde o primário corresponde ao porto da esquerda e o secundário ao porto da direita.

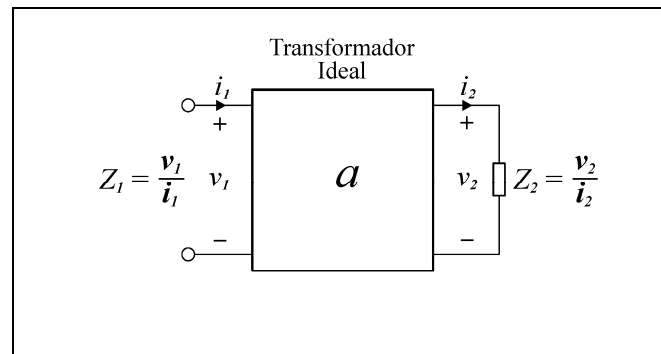


Figura 4.10 – Transformador ideal.

A impedância Z_1 corresponde à impedância de carga Z_2 “vista” a partir do primário. Retomando o conceito de reflexão de impedância introduzido na secção 4.2.1.1, constata-se que Z_1 é a reflexão de Z_2 sobre o primário, ou que Z_1 é a impedância Z_2 referida ao primário.

As relações entre tensões, correntes e impedâncias no primário e secundário são dadas por (4.29), que caracteriza portanto a transformação. A partir destas relações, pode-se constatar que efetivamente a potência de entrada é igual à potência de saída, uma vez que $v_1 \cdot i_1 = v_2 \cdot i_2$, não havendo portanto qualquer transformação ou ganho de potência. Em (4.29), a relação de impedância é uma consequência das relações de tensão e de corrente, sendo usada para proceder à reflexão de impedância de forma direta [4].

$$\begin{aligned} v_1 &= v_2 / a \\ i_1 &= i_2 \cdot a \\ Z_1 &= Z_2 / a^2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Em alguma bibliografia ([18], por exemplo), as relações (4.29) têm uma forma diferente, devido ao facto de a ser definida de forma inversa à apresentada. Por fim, convém realçar que a transformação de impedância que ocorre num transformador ideal é distinta da que se verifica no inversor de impedância da figura 4.6 (secção 4.2.1.2), uma vez que a primeira não depende da frequência nem inverte impedância, afetando apenas o módulo desta pelo fator a .

4.2.1.5 – Modelos Equivalentes Baseados no Transformador Ideal.

Na Figura 4.11 apresentam-se os modelos equivalentes do transformador linear baseados no transformador ideal, que resultam da substituição direta das fontes de tensão e de corrente dos modelos c) e d) da figura 4.9 pelo transformador ideal.

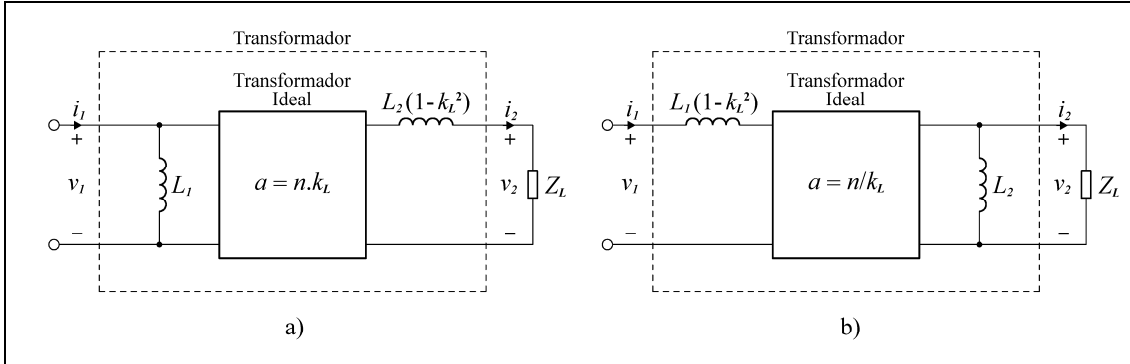


Figura 4.11 – Modelos baseados no transformador ideal.

Para que os modelos das figuras 4.11 a) e b) sejam equivalentes exatos do transformador linear, as relações de transformação dos seus transformadores ideais têm que ser dadas por (4.30) e (4.31), respectivamente, como consta nessas figuras.

$$a = n \cdot k_L \quad (4.30)$$

$$a = n / k_L \quad (4.31)$$

As indutâncias série dos modelos da figura 4.11 estão relacionadas com o conceito de indutância de fuga (*leakage*), a desenvolver na secção 4.2.2. No âmbito deste trabalho, vão-se definir especificamente as duas indutâncias seguintes: no modelo a) define-se L_{LTA2} como a indutância de fuga total aproximada refletida sobre o secundário, sendo dada por (4.32); no modelo b) define-se L_{LTA1} como a indutância de fuga total aproximada refletida sobre o primário, sendo dada por (4.33). A razão pela qual se consideram L_{LTA2} e L_{LTA1} como indutâncias de fuga aproximadas será exposta na secção 4.2.2.3.

$$L_{LTA2} = L_2(1 - k_L^2) \quad (4.32)$$

$$L_{LTA1} = L_1(1 - k_L^2) \quad (4.33)$$

Como foi sugerido na secção 4.1.2.6 b), existe uma forma de medir diretamente L_{LTA2} e L_{LTA1} , que dispensa a determinação de L_1 , L_2 e k_L . Com efeito, reconhecendo que um transformador ideal reflete um curto-circuito como uma impedância nula, constata-se que L_{LTA2} corresponde à indutância medida no secundário quando o primário está em curto-circuito (figura 4.11 a)), e que L_{LTA1} corresponde à indutância medida no primário quando o secundário está em curto-circuito (figura 4.11 b)). A questão do ensaio em curto-circuito e das indutâncias de fuga totais será retomada nas secções 4.2.2.3 e 4.2.2.4.

Aplicando a reflexão de impedância aos modelos da figura 4.11, obtêm-se os modelos alternativos da Figura 4.12, que são também equivalentes exatos do transformador linear, naturalmente. Estes modelos correspondem às quatro combinações possíveis de reflexão de uma só indutância. O modelo da figura 4.12 b) é geralmente o mais utilizado, surgindo frequentemente na análise de transformadores de acoplamento baixo ou moderado, como os transformadores de radiofrequência ou os transformadores usados na transmissão de energia *wireless* por acoplamento indutivo [11, 16].

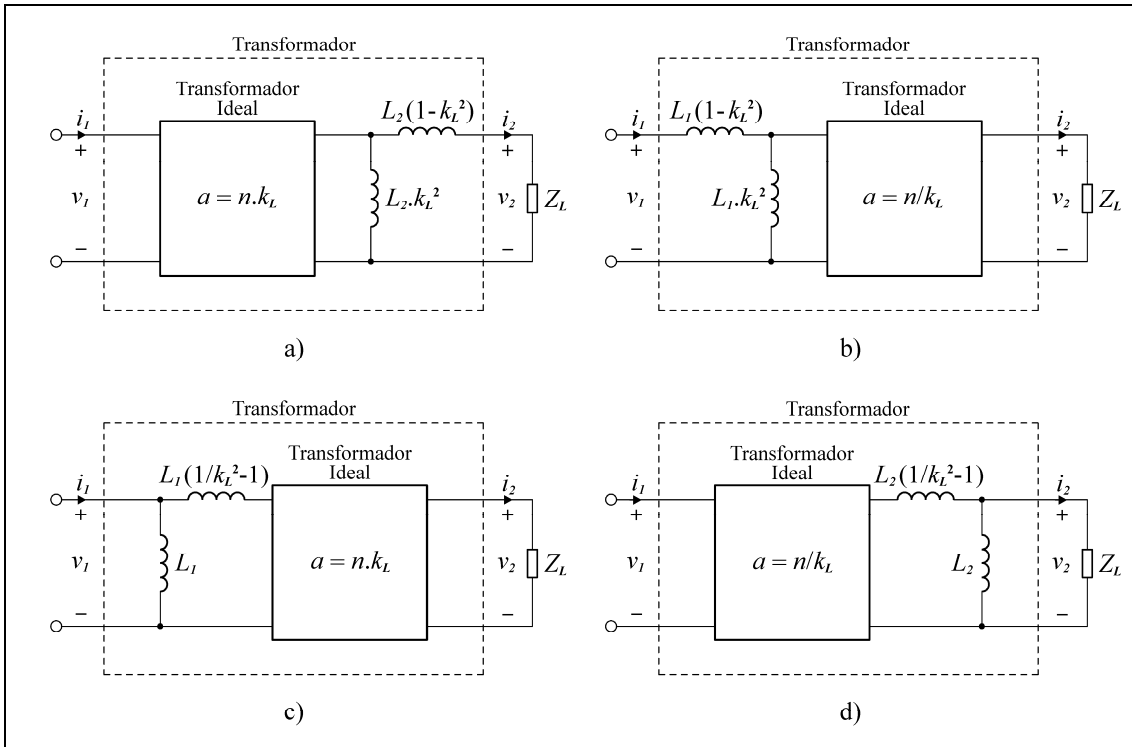


Figura 4.12 – Modelos resultantes da reflexão de impedância.

Pegando no modelo da figura 4.12 b), é possível expor claramente os critérios necessários para aproximar o transformador linear ao transformador ideal. Por um lado, a indutância $L_1(1-k_L^2)$ ou L_{LTA1} deve ser a menor possível, para minimizar a queda de tensão que nela ocorre; por outro lado, a indutância $L_1.k_L^2$ deve ser a maior possível, a fim de minimizar a corrente de fuga que nela passa. A indutância $L_1.k_L^2$ está associada à indutância de magnetização, a abordar na secção 4.2.2. Estes requisitos traduzem-se na maximização de L_1 e de k_L ($L_1 \rightarrow \infty$ e $k_L \rightarrow 1$), o que leva a que $a \approx n = \sqrt{L_2/L_1}$. Estes aspectos são característicos dos transformadores de acoplamento elevado com núcleo ferromagnético, onde as relações de tensão e de corrente podem ser convenientemente descritas através de a , segundo (4.29). A discussão deste tipo de transformadores será retomada na secção 4.2.2.2.

A validade da aproximação ao transformador ideal pode ser aferida através de relações de impedância, que exprimem também a dependência relativamente à frequência de trabalho ω . Retomando os requisitos apresentados, facilmente se constata que um transformador linear aproxima-se do transformador ideal se $\omega.L_1(1-k_L^2) \ll |Z_L'|$ e $\omega.L_1.k_L^2 \gg |Z_L'|$, sendo Z_L' a reflexão da carga Z_L sobre o primário, dada por $Z_L' = Z_L/a^2$.

4.2.1.6 – Determinação Experimental dos Parâmetros do Transformador Linear.

Os parâmetros que definem o transformador linear (L_1 , L_2 , M e/ou k_L) podem ser determinados experimentalmente com bastante precisão. A autoindução L_1 ou L_2 pode ser medida na respetiva bobina (primário ou secundário, respetivamente), mantendo a outra bobina (secundário ou primário, respetivamente) em aberto, a fim de anular a indução mútua. Neste caso, a precisão é ditada apenas pelo processo de medição de autoindução. A indutância mútua M e o coeficiente de acoplamento indutivo k_L podem ser determinados através dos métodos referidos nas secções 4.1.2.5 e 4.1.2.6, respetivamente.

4.2.2 – Indutância de Fuga e Indutância de Magnetização.

Existe uma outra forma útil de definir os fluxos magnéticos de um transformador, a partir da qual se pode definir outras indutâncias, para além de L_1 , L_2 e M , o que possibilita o desenvolvimento de uma série de modelos alternativos ao transformador linear. Na Figura 4.13, seja \mathbf{B}_1 o campo magnético gerado pela bobina 1 (primário), quando percorrida por i_1 ; e \mathbf{B}_2 o campo magnético gerado pela bobina 2 (secundário), quando percorrida por i_2 , supondo-se portanto que o secundário tem uma carga (não representada na figura). Em todo o espaço, o campo magnético total \mathbf{B} é dado por $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$. As grandezas e linhas de campo referentes à bobina 1 estão indicadas a preto, enquanto que as referentes à bobina 2 estão indicadas a cinzento, para maior clareza. Supõe-se que a excitação (v_1) é harmónica, pelo que as polaridades e sentido das linhas de campo indicadas servem como indicação de fase.

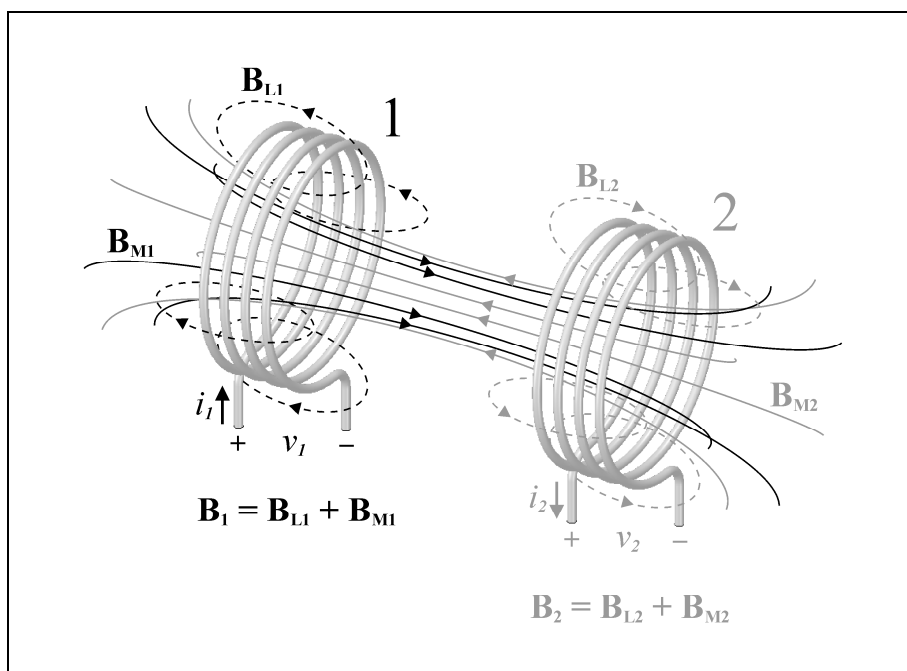


Figura 4.13 – Decomposição do campo magnético de um transformador.

Decomponha-se agora \mathbf{B}_1 em duas componentes \mathbf{B}_{L1} e \mathbf{B}_{M1} , de forma a que $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{L1} + \mathbf{B}_{M1}$. Neste processo, a componente \mathbf{B}_{L1} representa a porção de \mathbf{B}_1 cujas linhas não interseam a bobina 2, não contribuindo portanto para o acoplamento. Por este motivo, \mathbf{B}_{L1} denomina-se campo de fuga (*leakage*) da bobina 1. Em oposição, a componente \mathbf{B}_{M1} representa a porção de \mathbf{B}_1 cujas linhas interseam a bobina 2, realizando o acoplamento. Nos transformadores com núcleo de elevada permeabilidade (ferromagnético), as linhas de \mathbf{B}_{M1} cingem-se ao núcleo, pelo que \mathbf{B}_{M1} é a componente de \mathbf{B}_1 grandemente responsável pela magnetização do núcleo. Por este motivo, o campo \mathbf{B}_{M1} denomina-se campo de magnetização (devido a i_1). Nesses transformadores, note-se que as linhas de \mathbf{B}_{L1} passam apenas parcialmente pelo núcleo, ou então passam exclusivamente pelo ar ou outros materiais não-magnéticos, pelo que a contribuição de \mathbf{B}_{L1} para a magnetização do núcleo é desprezável.

Seguindo o mesmo critério, decomponha-se também \mathbf{B}_2 nas componentes \mathbf{B}_{L2} e \mathbf{B}_{M2} , de forma a que $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_{L2} + \mathbf{B}_{M2}$.

A decomposição do campo magnético apresentada permite definir uma série de fluxos magnéticos totais sobre as bobinas 1 e 2, para os quais se adota a seguinte convenção: o fluxo total do campo magnético \mathbf{B}_x sobre a bobina n é representado por $\Lambda_{x,n}$. Segundo esta convenção, $\Lambda_{M1,1}$ é o fluxo total de \mathbf{B}_{M1} sobre a bobina 1, por exemplo. Esses fluxos magnéticos totais permitem definir uma série de indutâncias, como se verá de seguida.

Comece-se por aplicar a convenção adotada às indutâncias já definidas no transformador linear: as autoinduições das bobinas 1 e 2 são dadas por $L_1 = \Lambda_{1,1}/i_1$ e $L_2 = \Lambda_{2,2}/i_2$, respetivamente; a indutância mútua M é dada por $M = \Lambda_{M1,2}/i_1 = \Lambda_{M2,1}/i_2$, em coerência com o que foi já exposto.

Uma vez que $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{L1} + \mathbf{B}_{M1}$ e $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_{L2} + \mathbf{B}_{M2}$, então $\Lambda_{1,1}/i_1 = \Lambda_{L1,1}/i_1 + \Lambda_{M1,1}/i_1$ e $\Lambda_{2,2}/i_2 = \Lambda_{L2,2}/i_2 + \Lambda_{M2,2}/i_2$. Definindo as autoinduições L_{L1} , L_{M1} , L_{L2} e L_{M2} segundo (4.34), vem finalmente (4.35).

$$\begin{aligned} L_{L1} &= \frac{\Lambda_{L1,1}}{i_1} ; & L_{M1} &= \frac{\Lambda_{M1,1}}{i_1} \\ L_{L2} &= \frac{\Lambda_{L2,2}}{i_2} ; & L_{M2} &= \frac{\Lambda_{M2,2}}{i_2} \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{L1} + L_{M1} \\ L_2 &= L_{L2} + L_{M2} \end{aligned} \quad (4.35)$$

As autoinduições L_{L1} e L_{L2} denominam-se indutâncias parasitas ou de fuga; L_{M1} e L_{M2} denominam-se indutâncias de magnetização, em conformidade com os fluxos subjacentes. Note-se que todas essas indutâncias são causais, uma vez que relacionam os fluxos magnéticos subjacentes com as correntes que lhes estão na origem.

Definam-se agora os coeficientes k_1 e k_2 por (4.36). Facilmente se constata que $k_1 = \Lambda_{M1,1}/\Lambda_{1,1}$ e $k_2 = \Lambda_{M2,2}/\Lambda_{2,2}$, pelo que estes coeficientes representam a razão entre o fluxo responsável pelo acoplamento e o fluxo total nas respetivas bobinas, podendo por isso ser encarados como coeficientes de acoplamento nas respetivas bobinas. Ver-se-á que o coeficiente de acoplamento indutivo k_L depende efetivamente de k_1 e k_2 .

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{L_{M1}}{L_1} \\ k_2 &= \frac{L_{M2}}{L_2} \end{aligned} \quad (4.36)$$

A partir de (4.35) e (4.36), as indutâncias de fuga e de magnetização podem ser expressas por (4.37).

$$\begin{aligned} L_{L1} &= (1 - k_1)L_1 ; & L_{M1} &= k_1.L_1 \\ L_{L2} &= (1 - k_2)L_2 ; & L_{M2} &= k_2.L_2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Concluído todo o formalismo à volta das indutâncias de fuga e de magnetização, pode-se então passar à modelização do transformador a partir dessas indutâncias [17, 19, 20, 18, 21].

4.2.2.1 – Modelo Equivalente Baseado nas Indutâncias de Fuga e de Magnetização.

As indutâncias de fuga e de magnetização permitem estabelecer um modelo equivalente ao transformador linear (figura 4.5). O primeiro passo é o estabelecimento da correspondência entre as indutâncias que caracterizam o transformador linear (L_1 , L_2 e M) e as indutâncias de fuga e de magnetização. A correspondência relativa a L_1 e L_2 foi já estabelecida por (4.37). Vai-se agora estabelecer a correspondência relativa a M . Reconhecendo que L_{M1} e L_{M2} representam em exclusivo as componentes do campo magnético responsável pelo acoplamento, pode-se considerar que essas indutâncias implementam um transformador linear de primário L_{M1} e secundário L_{M2} , com coeficiente de acoplamento unitário (acoplamento máximo). Assim sendo, e considerando (4.13) e (4.14), conclui-se que a indutância mútua desse transformador é necessariamente dada por (4.38).

$$M = \sqrt{L_{M1} \cdot L_{M2}} \quad (4.38)$$

Estabelecidas todas as correspondências, e dado que as indutâncias de fuga estão em série com as indutâncias de magnetização respetivas (segundo (4.35)), pode-se então estabelecer o modelo apresentado na Figura 4.14. Se desejado, as resistências parasitas do primário (bobina 1) e do secundário (bobina 2) podem ser inseridas no modelo, bastando para isso colocá-las em série com L_{L1} e com L_{L2} , respetivamente.

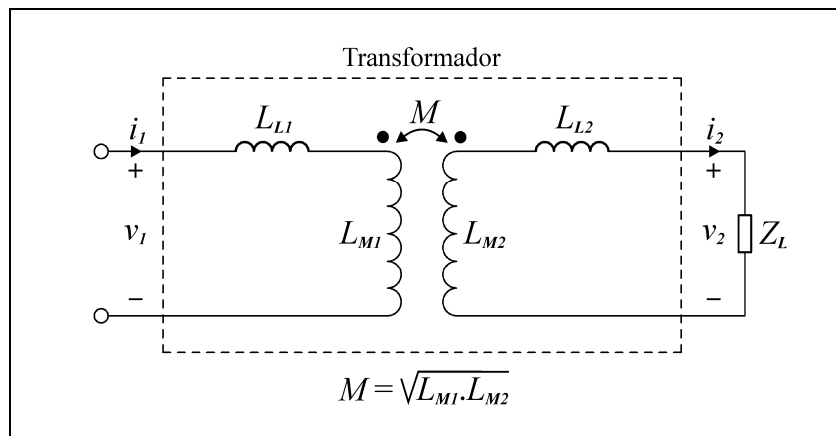


Figura 4.14 – Modelo baseado nas indutâncias de fuga e de magnetização.

Considerando as correspondências (4.37) e (4.38), verifica-se que as relações tensão-corrente do modelo da figura 4.14 são iguais às do transformador linear ((4.23)), pelo que estes modelos são equivalentes exatos. No contexto do modelo da figura 4.14, o coeficiente de acoplamento indutivo k_L pode ser determinado reconhecendo que $M = \sqrt{L_{M1} \cdot L_{M2}} = k_L \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$ e considerando as definições de L_{M1} e L_{M2} ((4.37)), donde vem (4.39).

$$k_L = \sqrt{k_1 \cdot k_2} \quad (4.39)$$

Conclui-se assim que k_L é dado pela média geométrica de k_1 e k_2 , que são definidos segundo (4.36) [19, 20, 17].

4.2.2.2 – Modelos Equivalentes com Transformador Ideal.

O conceito de transformador ideal foi já introduzido na secção 4.2.1.4, no contexto do transformador linear. Viu-se que a transformação de tensão, corrente e impedância que

ocorre num transformador ideal é completamente caracterizada pelas relações (4.29), que são ditadas pela razão de transformação α . Inserindo um transformador ideal no modelo baseado nas indutâncias de fuga e de magnetização (figura 4.14), pode-se estabelecer uma série de modelos equivalentes ao transformador linear (figura 4.5) que contêm apenas bobinas independentes (não-acopladas). O modelo básico de partida é apresentado na Figura 4.15. Como anteriormente, as resistências parasitas do primário e do secundário podem ser inseridas no modelo, bastando para isso colocá-las em série com L_{L1} e com L_{L2} , respectivamente.

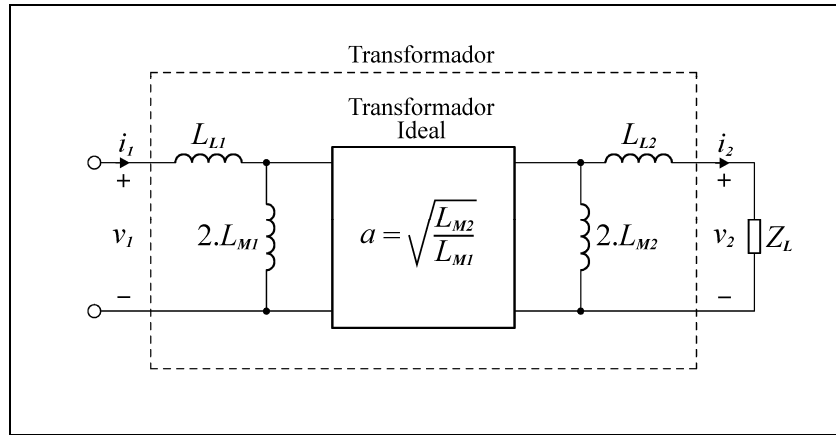


Figura 4.15 – Modelo equivalente com transformador ideal.

As relações tensão-corrente do modelo da figura 4.15 são iguais a (4.23) se α for dada por (4.40). Nesta condição, esse modelo é portanto um equivalente exato do transformador linear.

$$a = \sqrt{\frac{L_{M2}}{L_{M1}}} \quad (4.40)$$

A discussão do final da secção 4.2.1.5 relativa aos critérios de aproximação ao transformador ideal pode ser facilmente adaptada ao paradigma das indutâncias de fuga e de magnetização. Recordando essa discussão, a aproximação ao transformador ideal passa pela minimização da queda de tensão nas indutâncias série do modelo em questão, e pela minimização da corrente de fuga pelas indutâncias paralelo do mesmo. Aplicando este princípio ao modelo da figura 4.15, facilmente se constata que a aproximação ao transformador ideal implica que $L_{L1} \rightarrow 0$, $L_{L2} \rightarrow 0$, $L_{M1} \rightarrow \infty$, $L_{M2} \rightarrow \infty$, o que se traduz em $k_1 = k_2 \approx k_L \approx 1$. Nesta condição, $L_{M1} \approx L_1$, $L_{M2} \approx L_2$ e portanto $a \approx \sqrt{L_2/L_1}$, à semelhança do que se verificou no final da secção 4.2.1.5.

Na prática, os transformadores de núcleo ferromagnético aproximam-se geralmente do transformador ideal, uma vez que têm indutâncias de fuga muito pequenas e indutâncias de magnetização muito grandes. Desprezando a indutância de fuga e assumindo portanto que $L_{M1} = L_1$ e $L_{M2} = L_2$, pode-se considerar que o fluxo do campo magnético sobre cada espira (Φ) é igual. Assim sendo, em determinada bobina com N espiras, Φ é diretamente proporcional a N , já que todas as espiras contribuem de igual forma para o campo magnético. Nestas condições, dado que o fluxo total sobre essa bobina (Λ) é dado por $\Lambda = N \cdot \Phi$ e $\Phi \propto N$, então é Λ diretamente proporcional a N^2 , o mesmo acontecendo portanto com a autoindução da bobina. Esta conclusão estava já patente na fórmula da indutância do solenoide longo ((2.23)), recorde-se. Por outro lado, dado que Φ é igual em todas as espiras, a tensão induzida em cada espira será também igual. Aplicando estas considerações à relação de tensão de (4.29), facilmente se conclui que $a = N_2/N_1 = \sqrt{L_2/L_1} = n$, sendo N_1 e N_2 o número de espiras

do primário (L_1) e secundário (L_2), respetivamente. O fator n foi definido na secção 4.2.1.3, recorde-se. Estes aspectos, juntamente com (4.29), constituem a base da modelização e dimensionamento dos transformadores de núcleo ferromagnético, de acoplamento elevado [4].

Através da reflexão de impedância (relação de impedância de (4.29)), é possível estabelecer uma série de modelos equivalentes ao da figura 4.15, sendo também eles equivalentes exatos do transformador linear. Na Figura 4.16 apresentam-se alguns exemplos comuns. Nesta figura, o modelo a) resultou da reflexão de L_{M2} sobre o primário; no modelo b), refletiu-se também L_{L2} .

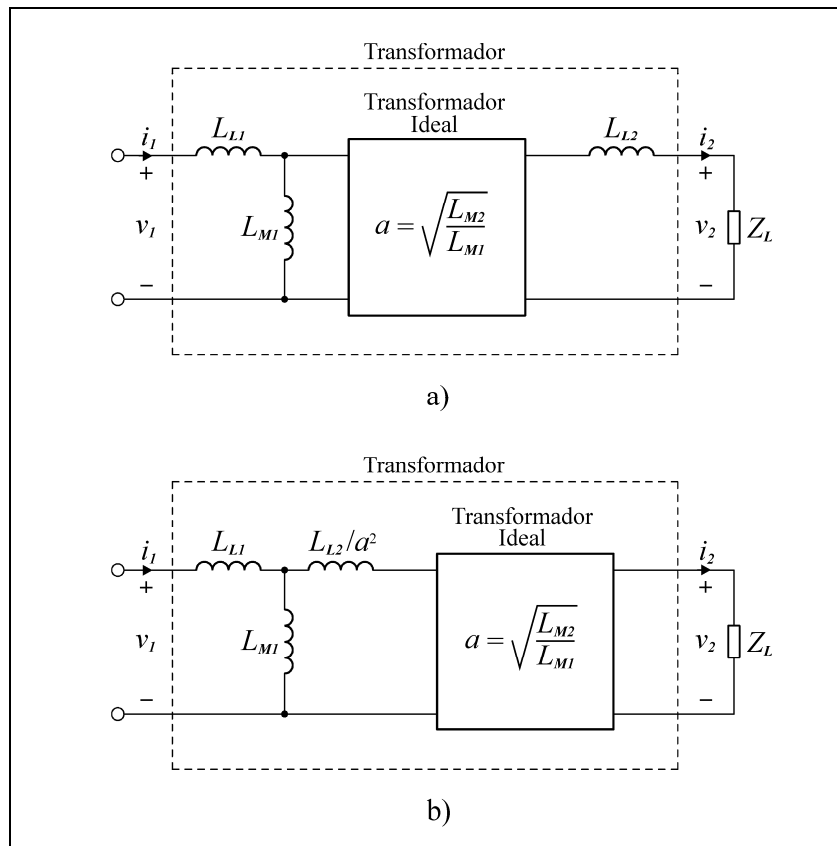


Figura 4.16 – Modelos equivalentes com reflexão de impedância.

Os modelos baseados nas indutâncias de fuga, de magnetização e no transformador ideal expõem com bastante clareza o funcionamento de um transformador real e as suas limitações. Contudo, como em qualquer modelo, a sua eficácia depende da obtenção experimental precisa dos parâmetros intervenientes, que no caso são as indutâncias de fuga e as indutâncias de magnetização [21, 18, 19, 20].

4.2.2.3 – Determinação Experimental das Indutâncias de Fuga e de Magnetização.

Na secção 4.2.1.6, viu-se que é possível determinar experimentalmente os parâmetros do transformador linear (L_1 , L_2 , M e/ou k_L) com bastante precisão, apesar de isso depender sobretudo do método de medição de autoindução utilizado. Contudo, não existe nenhum método experimental para determinar as indutâncias de fuga e de magnetização isoladamente, uma vez que não é possível eliminar as indutâncias de fuga na medição das indutâncias de magnetização e vice-versa, levando ao aparecimento de um erro experimental. Todavia, ver-se-á que esse erro diminui com o aumento do acoplamento, tornando-se

geralmente aceitável se as indutâncias de fuga forem muito menores que as indutâncias de magnetização.

O procedimento experimental assenta na determinação aproximada de duas indutâncias: a indutância de fuga total refletida sobre o primário (L_{LT1}), e a indutância de magnetização total refletida sobre o primário (L_{MT1}). Adotando o modelo da figura 4.16 b), essas indutâncias são definidas por (4.41).

$$\begin{aligned} L_{LT1} &= L_{L1} + L_{L2} / a^2 \\ L_{MT1} &= L_{M1} \end{aligned} \quad (4.41)$$

De acordo com (4.41), L_{LT1} representa em exclusivo o efeito conjunto das indutâncias de fuga, enquanto que L_{MT1} representa exclusivamente o efeito conjunto das indutâncias de magnetização. Alternativamente, poderia-se ter refletido L_{M1} e L_{L1} sobre o secundário no modelo da figura 4.15, e definir as indutâncias L_{LT2} e L_{MT2} no modelo resultante, segundo o mesmo princípio.

a) Determinação Experimental de L_{LT1} .

No contexto do transformador linear (secção 4.2.1.5), definiu-se L_{LTA1} como sendo a indutância de fuga total aproximada refletida sobre o primário, correspondendo à indutância do primário quando o secundário está em curto-circuito. Aplicando esta definição sobre o modelo da figura 4.16 b), conclui-se que $L_{LTA1} = L_{L1} + ((L_{L2}/a^2) || L_{M1})$, uma vez que o curto-circuito no secundário é refletido sobre o primário do transformador ideal. Se o acoplamento for elevado, então $(L_{L2}/a^2) \ll L_{M1}$, pelo que $L_{LTA1} \approx L_{L1} + L_{L2}/a^2 = L_{LT1}$, segundo (4.41). Verifica-se assim que, nessa situação, L_{LTA1} é uma boa aproximação a L_{LT1} . Caso se pretendesse antes determinar L_{LT2} , constatar-se-ia também que, sendo o acoplamento elevado, L_{LTA2} é uma boa aproximação a L_{LT2} . Esta é a justificação para a designação de L_{LTA1} e L_{LTA2} como indutâncias de fuga aproximadas (ver secção 4.2.1.5). Por outro lado, à medida que o acoplamento desce, L_{LTA1} vai ficando progressivamente contaminada por L_{M1} , afastando-se portanto de L_{LT1} . Sintetizando, em transformadores de acoplamento elevado, L_{LT1} pode ser aproximada através da medição da autoindução do primário quando o secundário está em curto-circuito (L_{LTA1}).

b) Determinação Experimental de L_{MT1} .

A autoindução do primário quando o secundário está em circuito aberto corresponde a L_1 , dada a ausência de indução mútua. Viu-se que $L_1 = L_{L1} + L_{M1}$, segundo (4.35). Se o acoplamento for elevado, então $L_{L1} \ll L_{M1}$, pelo que $L_1 \approx L_{M1} = L_{MT1}$, segundo (4.41). Sintetizando, em transformadores de acoplamento elevado, L_{MT1} pode ser aproximada através da medição da autoindução do primário quando o secundário está em circuito aberto (L_1).

Em alternativa a (4.40), a razão de transformação a do transformador ideal pode ser definida através da relação de tensão de (4.29): se v_1' for a tensão no primário do transformador ideal e v_2' a tensão no seu secundário, então $a = v_2'/v_1'$, recorde-se. Esta definição alternativa permite a determinação experimental aproximada de a . Efetivamente, no modelo da figura 4.16 b), v_2' está acessível para medição, dado que $v_2' = v_2$. Contudo, apesar de v_1' não estar acessível, essa tensão pode ser aproximada por v_1 desde que a queda de tensão nas indutâncias de fuga seja relativamente pequena. Para que tal se verifique, o acoplamento tem que ser elevado, de modo a que as indutâncias de fuga sejam pequenas; e a corrente nestas tem que ser minimizada, pelo que v_1 e v_2 devem ser medidas com o

secundário em circuito aberto ($i_2 = 0$). Se estas condições se verificarem, então a pode ser aproximada por $a \approx v_2/v_1$.

Uma vez conhecidas L_{LT1} , L_{MT1} e a , pode-se determinar os restantes parâmetros do modelo da figura 4.16 b). Com efeito, L_{M2} pode ser determinada a partir de (4.40), recordando que $L_{M1} = L_{MT1}$, segundo (4.41). Medindo também L_2 (com o primário em circuito aberto), pode-se determinar L_{L2} a partir de (4.35). Finalmente, L_{L1} pode ser determinada a partir da definição de L_{LT1} ((4.41)) [21, 18].

4.2.2.4 – Modelo Simplificado de um Transformador de Acoplamento Elevado.

Dado que o processo de determinação experimental das indutâncias de fuga e de magnetização acarreta uma série de erros e é algo trabalhoso, a modelização dos transformadores de acoplamento elevado fica-se geralmente pelos parâmetros L_{LT1} , L_{MT1} e a . Neste caso, o modelo da figura 4.16 b) é simplificado, de forma a incluir apenas esses parâmetros. A simplificação consiste apenas no deslocamento de L_{MT1} para a entrada do transformador (primário), como apresentado na Figura 4.17.

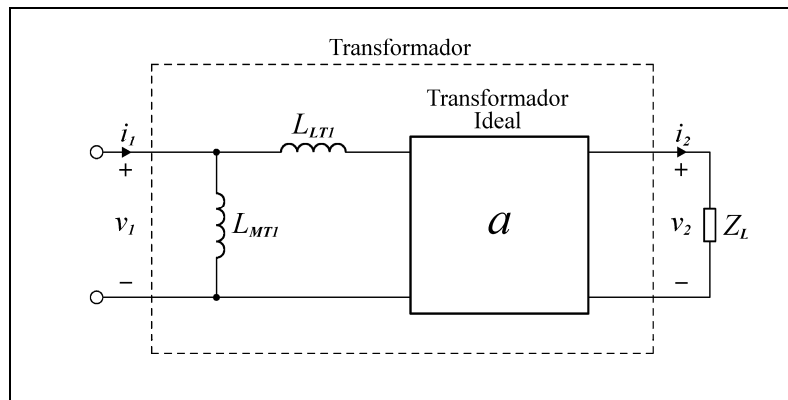


Figura 4.17 – Modelo simplificado.

É importante realçar que o modelo simplificado da figura 4.17 não é um equivalente exato do transformador linear da figura 4.5, embora seja em geral adequado para a modelização dos transformadores de acoplamento elevado, com núcleo ferromagnético. O modelo simplificado expõe claramente um aspecto característico desses transformadores: para determinada indutância de magnetização total L_{MT1} , a corrente de magnetização (corrente em L_{MT1}) depende apenas da tensão no primário. Em consequência, o campo magnético no núcleo e a magnetização deste são independentes da carga do secundário, dependendo apenas da tensão no primário. Por um lado, isto acontece porque a corrente no primário (i_1) é diretamente proporcional à corrente no secundário (i_2); por outro lado, os campos magnéticos criados por estas correntes têm sentidos opostos (fluxos magnéticos subtrativos). Assim sendo, no núcleo, o campo extra criado por um aumento de i_2 é cancelado pelo campo extra criado pelo correspondente aumento de i_1 , e vice-versa, numa manifestação da lei de Lenz.

A modelização dos transformadores de núcleo ferromagnético deve ainda incluir a dissipação de energia no núcleo, devida às correntes de remoinho (*eddy currents*) e à histerese. Essa componente dissipativa é geralmente representada por uma resistência, que é colocada em paralelo com L_{MT1} (figura 4.17) [18, 21].

4.2.3 – Conclusão.

Como se viu no capítulo 3, a interface indutiva de um sistema de transmissão de energia *wireless* é efetivamente um transformador de radiofrequência, apresentando geralmente um acoplamento consideravelmente inferior ao de um transformador de núcleo ferromagnético, onde $k_L \approx 1$. Assim sendo, o paradigma das indutâncias de fuga e de magnetização (secção 4.2.2) não é adequado para a modelização da interface indutiva, dada a impossibilidade de determinar experimentalmente as indutâncias de fuga e de magnetização da interface sem um erro significativo, como se viu na secção 4.2.2.3. Por outro lado, verifica-se na prática que o transformador linear é uma excelente aproximação aos transformadores de radiofrequência, desde que lhe sejam adicionadas resistências e capacidades parasitas [4]. Assim sendo, a modelização da interface indutiva deve antes basear-se nos modelos do transformador linear e respetivos parâmetros (L_1 , L_2 , M e/ou k_L), cuja determinação experimental precisa é viável, como se viu na secção 4.2.1.6. Efetivamente, esta é a abordagem seguida na maioria da bibliografia consultada, no contexto da transmissão de energia *wireless* baseada em acoplamento indutivo.

4.3 – Materiais Ferromagnéticos e Circuitos Magnéticos.

Os materiais ferromagnéticos são de crucial importância na implementação de componentes indutivos. No presente trabalho, dada a elevada potência em jogo, dificilmente se poderá evitar o recurso a esses materiais, como se viu na secção 3.4.3.1, devotada à interface indutiva. Assim sendo, vai-se fazer uma breve revisão dos materiais ferromagnéticos, em complemento à secção 2.4.3. Nesta revisão, dar-se-á particular ênfase às ferrites, dada a sua maior aptidão para a operação a uma frequência elevada. De seguida, expor-se-á o conceito de circuito magnético, possibilitado pela elevada permeabilidade dos materiais ferromagnéticos.

4.3.1 – Materiais Ferromagnéticos.

O ferromagnetismo pode ser modelizado em termos de domínios magnetizados. Segundo este modelo, que foi validado experimentalmente, um material ferromagnético é constituído por vários domínios macroscópicos de pequenas dimensões, que vão desde alguns μm a cerca de 1 mm. Cada domínio está completamente magnetizado, uma vez que contém dipolos magnéticos alinhados (com momentos dipolares magnéticos alinhados) mesmo na ausência de um campo magnético exterior, isto é, cada domínio tem um momento dipolar não-nulo. Na ausência de um campo magnético exterior, o momento dipolar magnético de cada domínio têm uma orientação aleatória, pelo que o efeito conjunto de todos os domínios é nulo, isto é, o material não está magnetizado. Quando o material é submetido a um campo magnético exterior crescente, os momentos dipolares dos domínios vão-se alinhando progressivamente, num processo não-linear complexo que envolve a mudança de forma e a rotação dos domínios, pelo que a magnetização do material aumenta. Este comportamento é detalhado na Figura 4.18, onde se apresentam diversas curvas de magnetização típicas de um material ferromagnético, que são representações da evolução da intensidade do campo magnético B em função da intensidade da excitação magnética H . Assumindo que o material em questão não tem qualquer magnetização inicial, um aumento de H origina a curva OC, que se designa por curva de magnetização inicial ou curva virgem. A parte inicial desta curva (OA) é reversível, uma vez que um decréscimo de H a partir do ponto A levaria B a seguir a curva AO. A partir do ponto A, a curva inicial é praticamente linear até ao ponto B, onde começa a ganhar uma curvatura progressivamente maior, até se transformar finalmente numa reta quase

horizontal no ponto C. Este é o ponto de saturação, onde todos os domínios estão orientados segundo o campo magnético externo. As coordenadas do ponto C são a excitação magnética de saturação H_s e o correspondente campo magnético de saturação B_s . Decrescendo agora H , a curva seguida será CD e não a curva inicial. Quando $H = 0$, haverá um campo magnético remanescente B_r , pelo que o material retém alguma magnetização nessa condição. A anulação dessa magnetização ($B = 0$) apenas ocorrerá quando H inverter o sentido e atingir o valor H_c . As magnitudes B_r e H_c designam-se por remanência e coercividade, respetivamente. O regresso ao ponto C seguirá a curva DC, num processo similar ao da curva CD. Para uma excitação periódica sem componente contínua (excitação sinusoidal, por exemplo), o percurso seguido num período será CDC, sendo designado por ciclo de histerese.

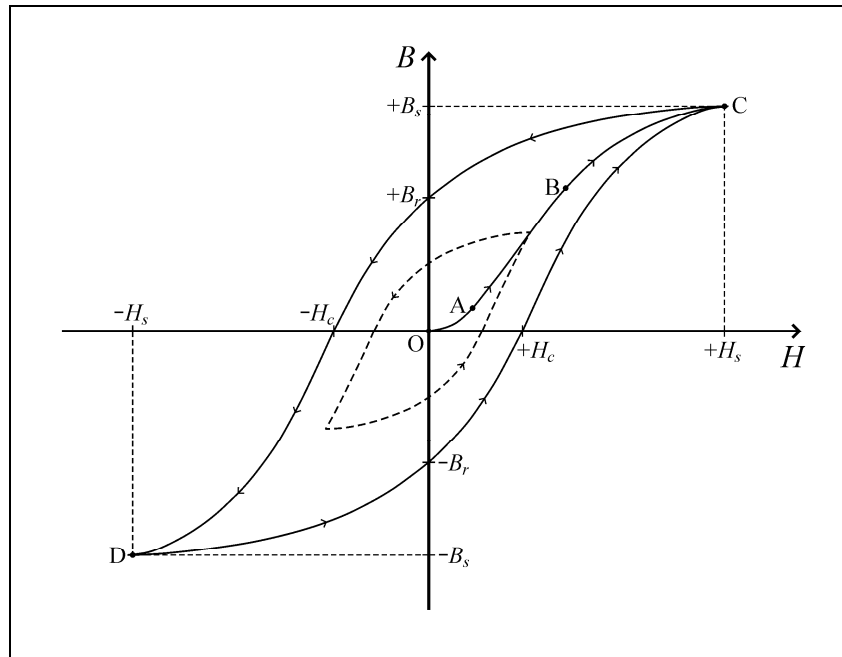


Figura 4.18 – Curvas de magnetização de um material ferromagnético.

Geralmente, o comportamento de magnetização de um material ferromagnético é descrito pelo seu ciclo de histerese. As excitações periódicas de amplitude inferior a H_s correspondem a ciclos de histerese menores, cujos extremos positivos seguem a chamada curva de magnetização normal ou DC (*Direct Current*), similar à curva de magnetização inicial. O ciclo a linha tracejada da figura 4.18 representa um exemplo desses ciclos menores. Note-se que a forma do ciclo de histerese de determinado material varia com a frequência de operação e com a temperatura. Efetivamente, o ciclo de histerese “alarga” (maior coercividade) com o aumento da frequência, e o campo magnético de saturação B_s diminui com o aumento da temperatura [5, 3, 20, 22, 21, 23, 24].

4.3.1.1 – Comportamento da Permeabilidade.

O facto de as curvas de magnetização de um material ferromagnético não serem lineares implica que a permeabilidade μ ($\mu = B/H$, recorde-se) dependa da excitação magnética H , tendo portanto que ser avaliada no ponto de operação. Na Figura 4.19 representa-se a evolução típica de μ em função de H , para uma curva de magnetização normal (curva de B). Uma vez que a curva de μ representada foi determinada a partir da curva de magnetização normal, diz-se por vezes que essa curva representa a permeabilidade de amplitude ou normal μ_a , sendo $\mu_a = B/H$, onde H representa a amplitude da excitação periódica e B a amplitude do

campo resultante. A permeabilidade inicial μ_i ocorre para uma excitação magnética muito pequena, sendo relativamente modesta. À medida que H aumenta, verifica-se que μ sobe acentuadamente até atingir um máximo μ_m , que ocorre no início do “joelho” da curva de magnetização (na figura 4.18 seria no ponto B). Na zona de saturação, μ cai pronunciadamente, tendendo para μ_0 com o aumento de H .

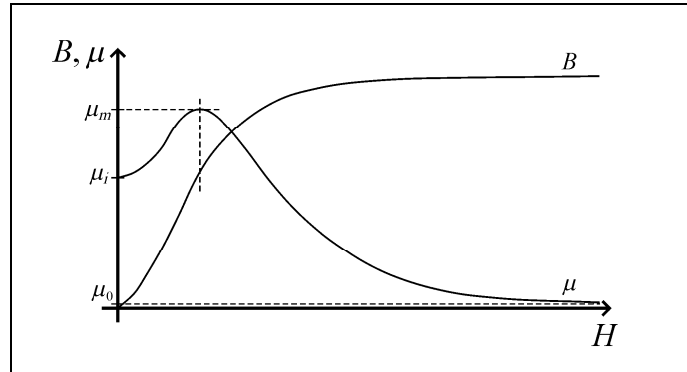


Figura 4.19 – Evolução da permeabilidade com H .

Dada a complexidade da evolução da magnetização, definiram-se também outras variantes de permeabilidade, das quais se destacam a permeabilidade efetiva μ_e , que é a permeabilidade equivalente de um núcleo com entreferro(s); e a permeabilidade incremental ou diferencial μ_Δ , que é definida por (4.42), sendo útil em situações onde H tem componente contínua (H_{DC}) e a componente alternada é relativamente pequena.

$$\mu_\Delta = \left. \frac{dB}{dH} \right|_{H=H_{DC}} \quad (4.42)$$

A discussão precedente foi feita em termos de permeabilidade (absoluta). Todavia, note-se que é comum os fabricantes de materiais ferromagnéticos recorrerem antes à permeabilidade relativa na sua caracterização [20, 22, 23, 25].

Um aspecto particularmente importante é a evolução da permeabilidade com a temperatura. Com efeito, verifica-se que a permeabilidade de um material ferromagnético aumenta com a temperatura, até que cai abruptamente a partir da chamada temperatura de Curie (T_C). A esta temperatura, a agitação térmica dos dipolos magnéticos de cada domínio é suficientemente intensa para destruir o seu alinhamento, o que leva à desmagnetização dos domínios. Em consequência, o material torna-se subitamente paramagnético, e a remanência e coercividade tornam-se nulas. A temperatura de Curie da maioria dos materiais ferromagnéticos vai desde algumas centenas até cerca do milhar de graus Celsius (a do ferro é de 770 °C); contudo, a das ferrites é particularmente baixa, situando-se geralmente entre 125 °C a 450 °C, pelo que este aspecto deve ser tomado em conta na conceção de componentes magnéticos de potência que recorram a ferrites. Para uma excitação periódica, a temperatura de um material ferromagnético depende sobretudo da frequência de trabalho e da amplitude B , aumentando com o aumento destes parâmetros, seguindo a evolução da potência dissipada no material (ver secção 4.3.1.2 b)).

Quando o material arrefece, cada domínio recupera a sua magnetização, uma vez que os seus dipolos magnéticos voltam a ficar orientados; contudo, a orientação relativa dos domínios será aleatória, pelo que o material fica completamente desmagnetizado. Desta forma, aquecer um material ferromagnético acima da sua temperatura de Curie e depois arrefecê-lo é uma forma de apagar o seu historial magnético, repondo as suas características

originais (antes de qualquer magnetização) [22, 20, 26]. A título de exemplo, apresenta-se na Figura 4.20 a evolução da permeabilidade inicial (relativa) em função da temperatura para as ferrites do tipo N87 e N30, fabricadas pela TDK-EPCOS [24]. Pode-se observar que, para a ferrite N87, $T_C \approx 210 \text{ }^\circ\text{C}$; para a ferrite N30, $T_C \approx 130 \text{ }^\circ\text{C}$.

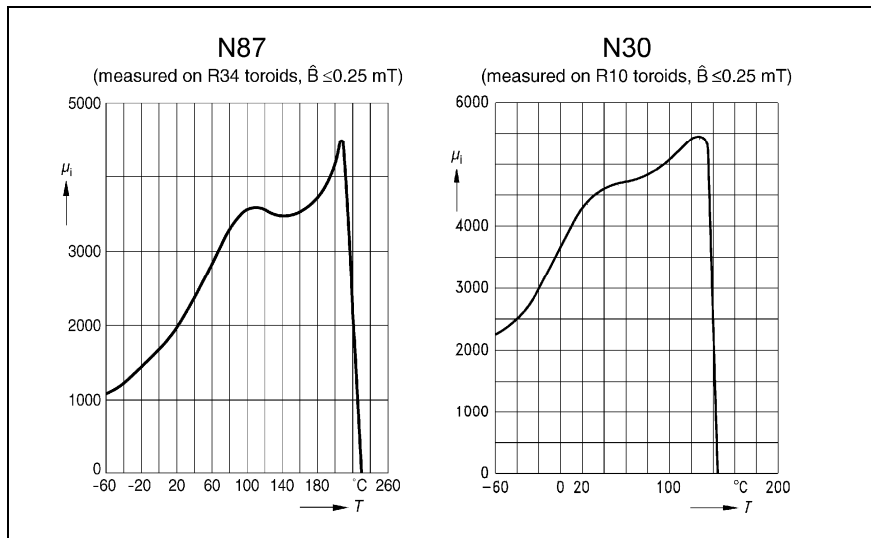


Figura 4.20 – Evolução de μ_i com a temperatura, ferrites N87 e N30.

4.3.1.2 – Perdas num Material Ferromagnético.

Quando um material ferromagnético é submetido a uma excitação magnética que varia no tempo, verifica-se que ocorre neste uma dissipação ou perda de energia que leva ao seu aquecimento. Essa perda deve-se fundamentalmente a dois fenómenos: à energia dissipada por efeito de Joule na circulação de correntes de remoinho (*eddy currents*), e à fricção que ocorre no movimento dos domínios magnéticos ao longo dos ciclos de histerese. Nos materiais condutores, as perdas por correntes de remoinho são significativas, perdendo destaque apenas a frequências muito baixas. Nas ferrites, as perdas por correntes de remoinho apenas são relevantes a frequências elevadas, dada a baixa condutividade característica desses materiais cerâmicos. Por outro lado, as perdas por histerese são geralmente insignificantes para excitações magnéticas reduzidas [21, 20, 26].

a) Perdas a Excitação Reduzida e Permeabilidade Complexa.

O conceito de permeabilidade complexa é utilizado na modelização das perdas que ocorrem num material ferromagnético a níveis de excitação magnética reduzidos, independentemente da natureza das perdas. Contudo, dado que, para excitação reduzida, as perdas por histerese são geralmente desprezáveis e prevalecem as perdas por correntes de remoinho, a discussão incidirá sobretudo nestas últimas. Em condições de excitação reduzida, a permeabilidade complexa é frequentemente usada para estimar a indutância e o fator de qualidade de componentes indutivos a uma determinada frequência, em aplicações de sinal.

Considere-se uma bobina com núcleo ferromagnético, cujas espiras são condutores ideais (com resistência nula) a fim de cingir os fenómenos dissipativos ao núcleo, com excitação magnética sinusoidal. Suponha-se então que a excitação é reduzida e que toda a dissipação de energia se deve às correntes de remoinho. Estas correntes são uma consequência da lei de Faraday, estando intimamente relacionadas com o efeito pelicular em condutores discutido na secção 2.4.6. Em geral, um campo magnético variável no tempo origina um campo elétrico em forma de anel, sendo o plano do anel perpendicular ao campo

magnético, segundo a lei de Faraday. Num material de condutividade não-nula, esse campo elétrico anelar origina correntes com a mesma forma, denominadas correntes de remoinho. A existência destas correntes implica necessariamente dissipação de energia, por efeito de Joule. Para além disso, as correntes de remoinho reduzem também o campo magnético, dado que o campo magnético gerado por essas correntes tende a opor-se ao campo magnético original, em consequência da lei de Lenz (contida na lei de Faraday), o que se traduz numa redução da indutância. Portanto, tal bobina tem duas componentes, que dependem da frequência: uma dissipativa e uma indutiva. De facto, dado que o efeito da lei de Faraday aumenta com a frequência, conclui-se que, com o aumento da frequência, a componente dissipativa aumenta e a indutiva diminui. Estas componentes podem ser utilizadas para modelizar a bobina através de um circuito elétrico equivalente, que pode ter duas formas: série ou paralelo. Na forma série, a impedância do circuito é dada por $Z = R_S + j.\omega.L_S$; na forma paralelo, tem-se $1/Z = 1/R_P - j/(\omega.L_P)$. Nestas expressões, R_S e R_P são resistências que representam a componente dissipativa, enquanto que L_S e L_P são indutâncias que representam a componente indutiva. A escolha da forma do circuito é determinada pela conveniência no contexto de análise.

Uma vez que os fenómenos descritos se cingem ao núcleo, é por vezes conveniente incluí-los no parâmetro constitutivo que descreve o comportamento magnético do núcleo: a permeabilidade. Para tal, define-se a permeabilidade complexa μ , que tem duas variantes consoante a forma do circuito utilizado na modelização da bobina: para o circuito série, a permeabilidade complexa é definida por (4.43); para o circuito paralelo, é definida por (4.44).

$$\mu = \mu_S' - j.\mu_S'' \quad (4.43)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_P'} + j \frac{1}{\mu_P''} \quad (4.44)$$

Em (4.43) e (4.44), μ_S' e μ_P' representam as componentes indutivas L_S e L_P , enquanto que μ_S'' e μ_P'' representam as componentes dissipativas R_S e R_P , respetivamente. Assim, a parte real de μ pode ser utilizada na determinação da componente indutiva, enquanto que a parte imaginária pode ser utilizada na determinação da componente dissipativa, no circuito equivalente correspondente.

Graças à existência de uma componente dissipativa no núcleo, a tensão e a corrente na bobina nunca estarão em quadratura perfeita, sendo o erro dado pelo ângulo de perdas (*loss angle*) δ , que corresponde também ao desfasamento ente H e B , que idealmente seria nulo. O ângulo de perdas obedece à relação (4.45). A tangente de δ é frequentemente denominada por fator de perdas (*loss fator*), sendo usada para exprimir as perdas no núcleo a excitação magnética reduzida. Também se utiliza o fator de perdas relativo (*relative loss fator*), que é dado por $\text{tg}(\delta)/\mu_i$. Este fator é adimensional, dado que μ_i é geralmente expressa como uma permeabilidade relativa.

$$\text{tg}(\delta) = \frac{\mu_S''}{\mu_S'} = \frac{R_S}{\omega.L_S} = \frac{\mu_P'}{\mu_P''} = \frac{\omega.L_P}{R_P} = \frac{1}{Q} \quad (4.45)$$

Em (4.45), Q é o fator de qualidade da bobina, que exclui as perdas na resistência do fio condutor do enrolamento, note-se. As relações entre μ_S' , μ_P' , μ_S'' e μ_P'' são dadas por (4.46), permitindo passar de um modelo série para um paralelo, e vice-versa.

$$\begin{aligned}\mu_p' &= \mu_s' (1 + tg(\delta)^2) \\ \mu_p'' &= \mu_s'' (1 + 1/tg(\delta)^2)\end{aligned}\quad (4.46)$$

No contexto dos dielétricos com excitação elétrica sinusoidal, é também usual definir uma permissividade complexa para modelizar a dissipação num dielétrico. Este procedimento está relacionado com caracterização de condensadores, como exposto no apêndice A.

Em algumas aplicações, é necessário avaliar as perdas por histerese no núcleo para níveis de excitação relativamente reduzidos, mas aos quais a histerese começa já a manifestar-se. Isso pode ser feito através do fator de perdas por histerese (*hysteresis loss fator*) $tg(\delta_h)$. Este fator é definido sobre o circuito equivalente da bobina (série ou paralelo), onde a componente R_h representa exclusivamente as perdas por histerese e L representa a componente indutiva, como anteriormente. Assumindo um circuito série, o fator de perdas por histerese é dado por (4.47). A variação do fator de perdas ($\Delta tg(\delta)$) é avaliada para uma variação da amplitude do campo magnético $\Delta B = B_2 - B_1$, sendo $B_1 = 1,5$ mT e $B_2 = 3$ mT ($\Delta B = 1,5$ mT), tipicamente. Neste contexto, note-se que o fator de perdas $tg(\delta)$ se refere às perdas totais, incluindo portanto as perdas por correntes de remoinho e por histerese.

$$tg(\delta_h) = \frac{R_h}{\omega \cdot L} = \Delta tg(\delta) = tg(\delta)|_{B=B_2} - tg(\delta)|_{B=B_1} \quad (4.47)$$

O fator $tg(\delta_h)$ permite definir a constante histerética do material (*hysteresis material constant*) η_B , que é dada por (4.48). A unidade de η_B é o T^{-1} , considerando que μ_e é uma permeabilidade relativa.

$$\eta_B = \frac{tg(\delta_h)}{\mu_e \cdot \Delta B} \quad (4.48)$$

A constante η_B caracteriza as perdas por histerese específicas do material, sendo independente da existência de entreferros [22, 20, 24, 26].

b) Perdas a Excitação Elevada.

A excitação magnética elevada, as perdas por histerese têm que ser consideradas. Num período associado à frequência de trabalho f , a densidade volúmica da energia total dissipada no núcleo u_L (em J/m^3) é dada pela área do ciclo de histerese correspondente às condições de trabalho, donde vem (4.49) Nesta expressão, o integral é avaliado ao longo da superfície aberta S delimitada pelo ciclo de histerese.

$$u_L = \int_S B dH \quad (4.49)$$

Portanto, quanto maior for a área do ciclo de histerese, maiores serão as perdas no núcleo. Convém realçar que u_L se refere às perdas totais, que englobam as perdas por histerese e as perdas por correntes de remoinho. Caso se pretenda determinar apenas as perdas por histerese, o ciclo de histerese deve ser determinado a uma frequência muito baixa, de modo a tornar as perdas por correntes de remoinho desprezáveis. Note-se que o aumento das perdas por correntes de remoinho leva ao “alargamento” do ciclo de histerese, sendo um motivo para este “alargar” com o aumento da frequência, como referido no início secção 4.3.1.

A densidade volúmica da potência total dissipada no núcleo p_L (em W/m³) é diretamente proporcional a f , segundo (4.50).

$$p_L = u_L \cdot f \quad (4.50)$$

A potência total dissipada no núcleo P_L é determinada integrando p_L ao longo do volume do núcleo V , segundo (4.51).

$$P_L = \int_V p_L \, dv \quad (4.51)$$

Se H e B forem uniformes ao longo de V , todos os pontos de V terão o mesmo ciclo de histerese, pelo que p_L será também uniforme. Neste caso, (4.51) resume-se a $P_L = p_L \cdot V$. Contudo, mesmo neste caso simplificado, é necessário conhecer o ciclo de histerese para a amplitude da excitação magnética em questão e para a frequência de trabalho, coisa que só por coincidência constará da informação fornecida pelo fabricante do núcleo. Mesmo aí, o ciclo de histerese não tem forma analítica, pelo que a integração em (4.49) teria que ser feita numericamente. Por estas razões, as expressões (4.49) a (4.51) têm geralmente um interesse puramente teórico. Na prática, recorre-se antes à equação de Steinmetz para a determinação aproximada de p_L , que é dada por (4.52).

$$p_L = K_C \cdot f^\alpha \cdot B^\beta \quad (4.52)$$

Em (4.52), B é a amplitude do campo magnético no núcleo, assumindo excitação sinusoidal. Assume-se também que B é uniforme ao longo do núcleo. As constantes empíricas K_C , α e β são por vezes fornecidas pelos fabricantes de materiais ferromagnéticos, muito embora estes prefiram geralmente apresentar p_L na forma gráfica [20, 27, 23, 22].

4.3.2 – Conceito de Circuito Magnético.

Normalmente, os componentes indutivos são utilizados em regime magnetoquase-estático, isto é, permanecem eletricamente pequenos na gama de frequência de operação. Recordando as equações de Maxwell na matéria (tabela 2.3), verifica-se que, em regime magnetoquase-estático, a equação IV reduz-se à lei de Ampère, que na forma integral é dada por (4.53). Nesta equação, I é a corrente total que atravessa a superfície aberta que é delimitada pela curva fechada Γ , recorde-se.

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (4.53)$$

Considere-se agora a bobina com núcleo ferromagnético fechado representada na Figura 4.21 a), com N espiras percorridas por uma corrente I . O núcleo tem um comprimento ou perímetro médio l_c (de *core*) e uma secção transversal constante A_c . Note-se que l_c também é frequentemente designado por percurso magnético (*magnetic path*). Nessa bobina, aplicando a lei de Ampère sobre a superfície delimitada por l_c , (4.53) toma a forma (4.54).

$$\oint_{l_c} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N \cdot I \quad (4.54)$$

Assuma-se que o núcleo é feito de um material linear, isotrópico e homogéneo, sendo portanto μ uma constante escalar e $\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$. Dado que esse material é ferromagnético, o

campo magnético no núcleo é muito maior que no exterior deste, podendo-se portanto considerar que o campo magnético está confinado ao núcleo.

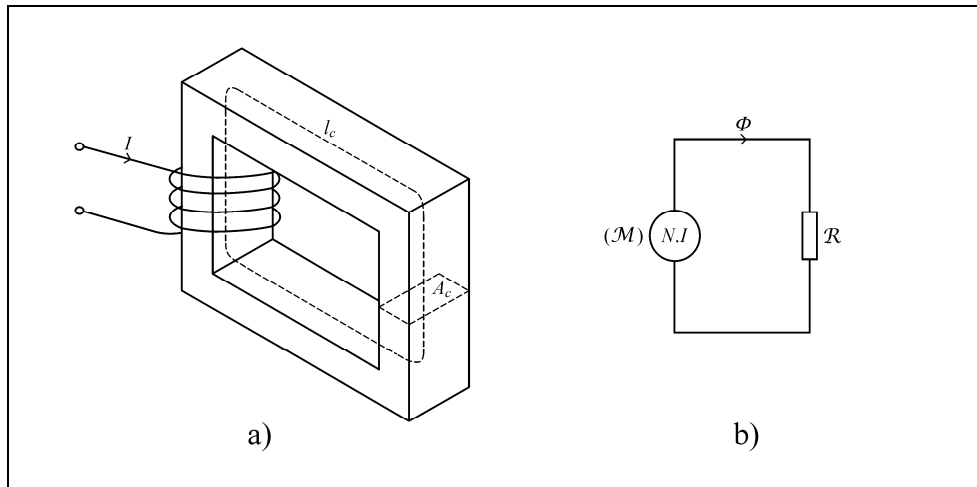


Figura 4.21 – Bobina com núcleo ferromagnético fechado.

Assuma-se ainda que o campo magnético no núcleo é uniforme. Como l_c passa pelo centro do núcleo, pode-se ainda considerar que, em todos os pontos dessa curva, \mathbf{H} é aproximadamente paralelo à tangente a l_c , pelo que o integral em (4.54) (circulação de \mathbf{H} ao longo de l_c) se resume a $H.l_c$. Assim sendo, (4.54) transforma-se em (4.55).

$$H.l_c = N.I \quad (4.55)$$

Considerando que \mathbf{B} é perpendicular a qualquer secção transversal A_c , o fluxo magnético numa dessas secções é dado por $\Phi = B.A_c$. Substituindo B por $\mu.H$ nesta expressão e resolvendo em ordem a H , vem $H = \Phi/(\mu.A_c)$; inserindo em (4.55), vem (4.56).

$$N.I = \frac{\Phi.l_c}{\mu.A_c} \quad (4.56)$$

Defina-se agora a relutância \mathcal{R} e a magnetomotância* \mathcal{M} segundo (4.57) e (4.58), respetivamente. A unidade de \mathcal{R} é o henry inverso (H^{-1}); a unidade de \mathcal{M} é o ampère (A).

$$\mathcal{R} = \frac{l_c}{\mu.A_c} \quad (4.57)$$

$$\mathcal{M} = N.I \quad (4.58)$$

Inserindo (4.57) e (4.58) em (4.56), esta ganha finalmente a forma (4.59).

$$\mathcal{M} = \mathcal{R}.\Phi \quad (4.59)$$

* Tradicionalmente, é mais comum designar \mathcal{M} por força magnetomotriz (F.M.M). Contudo, dado que esta designação sugere erradamente que \mathcal{M} se trata de uma força, é preferível designar \mathcal{M} por magnetomotância. Paralelamente, e pelo mesmo motivo, é preferível designar a força eletromotriz (F.E.M) por eletromotância, como apontado em [3].

Por vezes, em vez de \mathcal{R} , é preferível antes recorrer à permeância $\mathcal{P} = 1/\mathcal{R}$, cuja unidade é o henry (H). Na caracterização das ferrites, a permeância corresponde usualmente ao fator de indutância A_L , que é frequentemente utilizado no cálculo da indutância. Com efeito, a indutância L de uma bobina com N espiras sobre um núcleo com determinado A_L é dada por (4.60), assumindo que o fluxo magnético sobre cada espira é igual e que portanto a indutância é diretamente proporcional a N^2 , como se viu nas secções 2.4.1.4 e 4.2.2.2.

$$L = A_L \cdot N^2 \quad (4.60)$$

Em termos magnéticos, pode-se considerar que \mathcal{M} é a causa (relacionada com a excitação magnética) e o fluxo Φ é o efeito, o que permite estabelecer um paralelismo ou analogia de (4.59) com a lei de Ohm dos circuitos elétricos, fazendo corresponder a tensão a \mathcal{M} , a corrente a Φ , a resistência a \mathcal{R} e a condutância a \mathcal{P} . Assim sendo, pode-se construir um circuito magnético equivalente, apresentado na figura 4.21 b). Na definição da relutância ((4.57)), pode-se constatar que \mathcal{R} aumenta com o aumento do comprimento do núcleo (l_c) e diminui com o aumento da secção transversal deste (A_c), tal como acontece com a resistência de um condutor. Contudo, note-se que a relutância não representa qualquer dissipação de energia, contrariamente à resistência.

O conceito de circuito magnético pressupõe que o fluxo Φ seja o mesmo em todos os pontos do circuito, isto é, que seja igual em qualquer secção transversal do núcleo. Esta suposição apenas pode ser feita porque se assumiu previamente que \mathbf{B} está confinado ao núcleo, recordando que o fluxo de \mathbf{B} através de uma qualquer superfície fechada é nulo (uma das equações de Maxwell, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$). De facto, considere-se uma superfície fechada S que interseca o núcleo nas superfícies transversais arbitrárias A_{c1} e A_{c2} . Dado que o fluxo total através de S tem que ser nulo e que só existe campo magnético no núcleo, então todo o fluxo “entra” em S por A_{c1} e “sai” de S por A_{c2} (ou vice-versa), o que implica portanto que o fluxo em A_{c1} seja igual ao fluxo em A_{c2} . Existe também aqui um paralelismo com o circuito elétrico (série), já que ao longo deste a corrente é a mesma pelo facto de estar confinada aos condutores e por $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ (assumindo que o circuito é eletricamente pequeno), segundo o princípio da conservação de carga (secção 2.3.1).

Quando o núcleo é composto por uma sequência de materiais com diferentes permeabilidades e/ou secções transversais, as diferentes relutâncias correspondentes somam-se, originando um circuito magnético série. Um exemplo comum é o do núcleo com um entreferro, como o representado na Figura 4.22. Neste caso, o percurso magnético é dado pela soma de l_c com l_g (de *gap*), sendo este último o comprimento do entreferro. Usualmente, $l_g \ll l_c$, a fim de diminuir o efeito de orla (*fringing effect*) e o campo de fuga, pelo que $l_c + l_g \approx l_c$. Assumindo então que l_g é relativamente pequeno, pode-se considerar que a secção transversal do entreferro é igual à do núcleo. Neste caso, os únicos parâmetros que diferenciam as relutâncias intervenientes (figura 4.22 b)) são o comprimento e a permeabilidade, sendo $\mathcal{R}_c = l_c/(\mu \cdot A_c)$ e $\mathcal{R}_g = l_g/(\mu_0 \cdot A_c)$, segundo (4.57). Como $\mu_0 \ll \mu$, então $\mathcal{R}_g \gg \mathcal{R}_c$, pelo que a relutância total ou equivalente $\mathcal{R}_e = \mathcal{R}_g + \mathcal{R}_c$ é sobretudo determinada por \mathcal{R}_g , isto é, $\mathcal{R}_e \approx \mathcal{R}_g$. Em consequência, o fluxo Φ resultante é ditado em grande medida pelas características do entreferro, o mesmo acontecendo portanto com a indutância. A influência do entreferro na indutância pode ser avaliada através de (4.60), fazendo $A_L = 1/\mathcal{R}_e$.

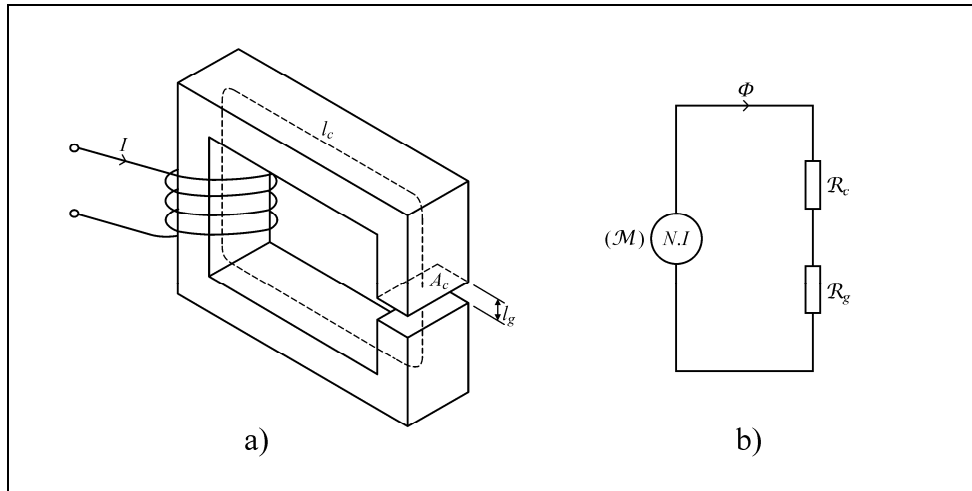


Figura 4.22 – Bobina com núcleo ferromagnético com um entreferro.

A partir de \mathcal{R}_e pode-se determinar a permeabilidade efetiva μ_e , já referida na secção 4.3.1.1. A ideia é considerar que um núcleo com entreferro equivale a um núcleo sem entreferro com as mesmas dimensões mas com permeabilidade μ_e , de maneira a que o fluxo Φ seja igual nos dois núcleos quando submetidos à mesma magnetomotância. Para que tal aconteça, a relutância equivalente dos dois núcleos tem que ser igual, segundo (4.61).

$$\mathcal{R}_e = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g = \frac{l_c}{A_c} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{l_g}{\mu_0 \cdot l_c} \right) = \frac{l_c}{\mu_e \cdot A_c} \quad (4.61)$$

A partir de (4.61) pode-se determinar μ_e , segundo (4.62).

$$\mu_e = \frac{l_c}{\mathcal{R}_e \cdot A_c} = 1 / \left(\frac{1}{\mu} + \frac{l_g}{\mu_0 \cdot l_c} \right) \quad (4.62)$$

Dado que a permeabilidade de um material ferromagnético é elevada ($\mu \gg \mu_0$), então (4.62) pode ser aproximada por (4.63).

$$\mu_e \approx \frac{\mu_0 \cdot l_c}{l_g} \quad (4.63)$$

Exprimindo μ_e como uma permeabilidade relativa, tem-se simplesmente $\mu_e \approx l_c / l_g$. Note-se que a forma de determinar μ_e exposta pressupõe que a secção transversal do núcleo seja igual à do entreferro.

Existem também núcleos onde coexistem vários percursos magnéticos, tendo cada um deles um fluxo magnético associado. Nas junções desses percursos, verifica-se uma soma ou subtração dos diferentes fluxos, tal como acontece com as correntes nos nós de um circuito elétrico. Assim sendo, este fenómeno traduz-se na existência de ramos em paralelo no circuito magnético correspondente. Os núcleos com peças em EE ou EI são um exemplo clássico, como representado na Figura 4.23. Para maior clareza, a bobina responsável pela magnetomotância não está representada na figura, residindo na secção central do núcleo. As relutâncias \mathcal{R}_1 , \mathcal{R}_2 e \mathcal{R}_3 estão associadas aos percursos magnéticos l_1 , l_2 e l_3 , respetivamente, e o núcleo tem

uma permeabilidade μ . Sendo Φ_1 o fluxo magnético através da secção transversal A_1 , Φ_2 o fluxo através de A_2 e Φ_3 o fluxo através de A_3 , então $\mathcal{R}_1 = l_1/(\mu.A_1)$, $\mathcal{R}_2 = l_2/(\mu.A_2)$ e $\mathcal{R}_3 = l_3/(\mu.A_3)$.

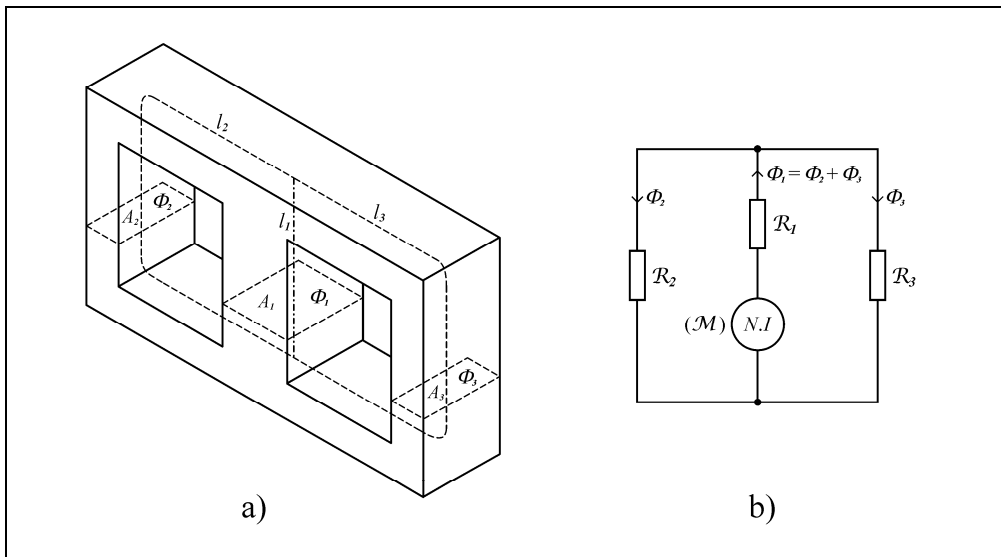


Figura 4.23 – Exemplo de circuito magnético com ramos em paralelo.

Pela sua simplicidade, o conceito de circuito magnético é bastante útil na modelização de componentes ou máquinas elétricas que recorrem a materiais de elevada permeabilidade. O seu domínio de aplicação vai desde simples bobinas até a motores ou geradores elétricos complexos. Uma vez que o conceito de circuito magnético se baseia numa série de pressupostos e simplificações que originam algum erro, a sua precisão é limitada, sendo todavia adequada para cálculos gerais ou aproximados na maioria das aplicações da engenharia elétrica e eletrónica. De seguida, sumarizam-se os principais aspectos que definem o domínio de validade do conceito de circuito magnético:

- A permeabilidade dos materiais que constituem a maioria do percurso magnético deve ser elevada, a fim de se poder considerar que o campo magnético está confinado a esses materiais e que é uniforme.

- Caso existam secções do percurso magnético com permeabilidade reduzida (entreferos, por exemplo), o seu comprimento deve ser muito menor que as dimensões que intervêm na secção transversal, para que se possa desprezar o efeito de orla e o campo de fuga.

- A permeabilidade dos materiais ferromagnéticos intervenientes deve ser avaliada nas condições de funcionamento (excitação magnética, temperatura, etc.), dado que esses materiais não são lineares (a permeabilidade é variável).

Verificados estes requisitos, é então geralmente possível recorrer ao conceito de circuito magnético sem que disso resulte um erro que comprometa a análise [21, 18, 20, 22, 3].

4.3.3 – Circuito Magnético de um Transformador.

Considerando os pressupostos de validade do conceito de circuito magnético, verifica-se que este apenas é aplicável aos transformadores de acoplamento elevado (com núcleo

ferromagnético), desde que nestes se despreze o fluxo do campo magnético de fuga, o que equivale a considerar que as indutâncias de fuga são nulas e que o coeficiente de acoplamento (k_L) é unitário. Na Figura 4.24 a) apresenta-se esquematicamente um desses transformadores, com um primário de N_1 espiras e um secundário de N_2 espiras; na figura 4.24 b) apresenta-se o seu circuito magnético equivalente. O primário e o secundário correspondem às magnetomotâncias \mathcal{M}_1 e \mathcal{M}_2 (respetivamente), que são dadas por $\mathcal{M}_1 = N_1 \cdot i_1$ e $\mathcal{M}_2 = -N_2 \cdot i_2$. Note-se que \mathcal{M}_2 é negativa, uma vez que o fluxo devido a i_2 é contrário ao fluxo devido a i_1 . A relutância do núcleo é dada por $\mathcal{R} = l_c / (\mu \cdot A_c)$, sendo A_c a secção transversal do núcleo e μ a permeabilidade deste; e Φ é o fluxo resultante no núcleo. Na figura 4.24, os sinais (tensões e magnetomotâncias) e as setas (correntes e fluxo) indicam a fase relativa.

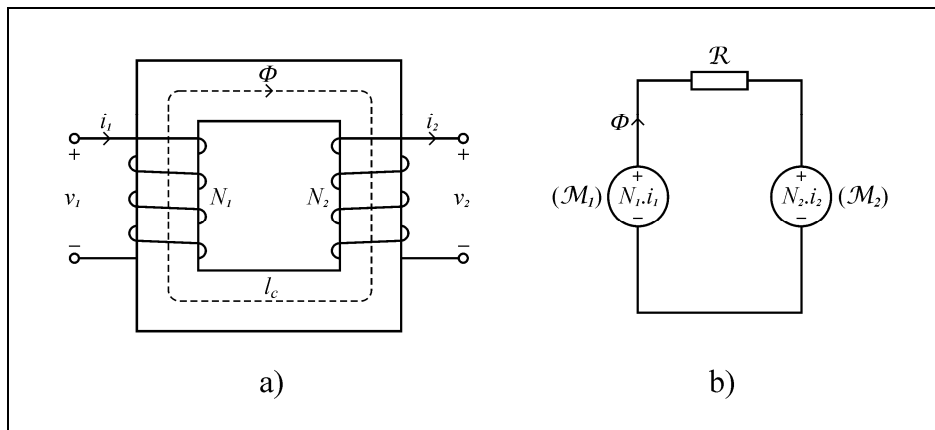


Figura 4.24 – Transformador e respetivo circuito magnético.

No circuito magnético equivalente, tem-se $\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2 = \mathcal{R} \cdot \Phi$. Tendo em conta a discussão das secções 4.2.2.3 e 4.2.2.4, conclui-se que o fluxo resultante Φ corresponde sempre ao fluxo do campo de magnetização, originado pela corrente de magnetização associada à indutância de magnetização. Esta indutância vista do primário é L_{M1} ; uma vez que se assumiu que $k_L = 1$, então $L_{M1} \equiv L_1$. É possível determinar L_1 a partir de \mathcal{R} , reconhecendo em (4.60) que $A_L = 1/\mathcal{R}$, donde vem (4.64).

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} \quad (4.64)$$

Viu-se na secção 4.2.2.2 que, num transformador ideal, $L_{M1} = L_1 = \infty$. Em (4.64), isto implica que $\mathcal{R} = 0$, considerando que o número de espiras é finito. Atendendo à definição da relutância, constata-se que $\mathcal{R} = 0$ implica que $\mu = \infty$, considerando que as dimensões do núcleo são finitas. Sintetizando, da perspectiva dos circuitos magnéticos, num transformador ideal tem-se $\mu = \infty$, $\mathcal{R} = 0$ e $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2$, ou seja, $N_1 \cdot i_1 = N_2 \cdot i_2$. Esta última igualdade revela que o ganho em corrente (i_2/i_1) do transformador ideal é dado pela razão N_1/N_2 [20].

Referências.

- [1] W. Hayt (Jr.), J. Buck; *Engineering Electromagnetics*, 8ª Ed.; McGraw-Hill, 2010.
- [2] D. Griffiths; *Introduction to Electrodynamics*, 3ª Ed.; Prentice Hall, 1999.
- [3] W. Duffin; *Electricity and Magnetism*, 4ª Ed.; McGraw-Hill, 1990.
- [4] W. Hayt (Jr.), J. Kemmerly; *Engineering Circuit Analysis*, 5ª Ed.; McGraw-Hill, 1993.
- [5] D. Cheng; *Field and Wave Electromagnetics*, 2ª Ed.; Addison-Wesley, 1989.
- [6] C. Coleman; *An Introduction to Radio Frequency Engineering*; Cambridge University Press, 2004.
- [7] E. Green; "The Story of Q"; Bell Telephone System Technical Publications, Monograph 2491. Publicado em: American Scientist, Vol. 43, Outubro de 1955.
- [8] R. Feynman, R. Leighton, M. Sands; *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 2; Addison-Wesley, 1964.
- [9] D. Voltmer; *Fundamentals Of Electromagnetics, Vol 1: Internal Behavior of Lumped Elements*, 1ª Ed.; Morgan & Claypool, 2007.
- [10] B. Hesterman; "Analysis and Modeling of Magnetic Coupling"; Meeting Presentation at the Denver Chapter of the IEEE Power Electronics Society (PELS), 10 de Abril de 2007.
- [11] K. Clarke, D. Hess; *Communication Circuits: Analysis and Design*; Addison-Wesley, 1971.
- [12] K. Kim; *Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations*; InTech, 2012.
- [13] A. Sawhney; *A Course in Electrical and Electronic Measurements and Instrumentation*, 4ª Ed. (Reprint); Dhanpat Rai & Sons, 1985.
- [14] W. Middleton; *Reference Data for Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communications*, 9ª Ed.; Elsevier, Newnes, 2002.
- [15] J. Agbinya; *Wireless Power Transfer*, River Publishers Series in Communications; River Publishers, 2012.
- [16] K. Schuylenbergh, R. Puers; *Inductive Powering - Basic Theory and Application to Biomedical Systems*, Analog Circuits and Signal Processing Series (ACSP); Springer, 2009.
- [17] J. O'Malley; *Theory and Problems of Basic Circuit Analysis*, Schaum's Outline Series, 2ª Ed.; McGraw-Hill, 1992.
- [18] S. Chapman; *Electric Machinery Fundamentals*, 4ª Ed.; McGraw-Hill, 2005.
- [19] W. Chen; *The Circuits and Filters Handbook*, 2ª Ed.; CRC Press, 2003.

- [20] W. Hurley, W. Wölfle; *Transformers And Inductors For Power Electronics - Theory, Design And Applications*; John Wiley & Sons, 2013.
- [21] A. Fitzgerald, C. Kingsley (Jr.), S. Umans; *Electric Machinery*, 6^a Ed.; McGraw-Hill, 2003.
- [22] A. Bossche, V. Valchev; *Inductors And Transformers For Power Electronics*; CRC Press, 2005.
- [23] R. Lee, L. Wilson, C. Carter; *Electronic Transformers and Circuits*, 3^a Ed.; John Wiley & Sons, 1988.
- [24] "Ferrites and Accessories", Data Book, 2013; TDK Corp..
- [25] F. Terman; *Radio Engineers' Handbook*, 1^a Ed.; McGraw-Hill, 1943.
- [26] "Soft Ferrites and Accessories", Data Handbook, 2013; Ferroxcube International Holding B.V.
- [27] C. McLyman; *Transformer and Inductor Design Handbook*, 3^a Ed.; Marcel Dekker Inc., 2004.

5 – Acoplamento Indutivo Ressonante.

Relativamente à versão aperiódica, o acoplamento indutivo ressonante permite sobretudo um melhor desempenho em sistemas de transmissão de energia *wireless* onde o coeficiente de acoplamento indutivo é relativamente baixo, como referido no capítulo 3. No presente capítulo, vai-se estudar detalhadamente esse tipo de acoplamento no âmbito da transmissão de energia *wireless*, o que permitirá determinar as configurações ressonantes de maior interesse para o sistema de conetores sem contactos pretendido.

Vai-se começar por discutir brevemente os circuitos ressonantes não-acoplados fundamentais: os circuitos *RLC* série e paralelo. Estes circuitos constituem os blocos fundamentais do estudo da ressonância no âmbito dos circuitos elétricos, como foi referido na secção 3.4.

5.1 – Circuitos Ressonantes *RLC*.

A análise geral dos circuitos *RLC* elementares (série ou paralelo) pode ser encontrada na maioria da bibliografia sobre análise de circuitos. Nesta secção, pretende-se realçar apenas os aspectos relevantes no contexto da transmissão de energia *wireless*, que envolvem sobretudo o fator de qualidade *Q*. Este fator foi introduzido na secção 4.1.1.4, no contexto particular das bobinas. Vai-se começar pela generalização do fator de qualidade no âmbito dos circuitos que apenas contêm uma constante de tempo.

5.1.1 – Fator de Qualidade de Circuitos *STC*.

Os circuitos *STC* (*Single Time-Constant*) contêm apenas uma constante de tempo, sendo constituídos por um elemento de armazenamento de energia (bobina ou condensador) e um elemento dissipativo (resistência). Existem portanto quatro circuitos *STC* possíveis: *RL* série ou paralelo, e *RC* série ou paralelo [1].

Nos circuitos *STC*, assumindo excitação harmónica, o fator de qualidade *Q* (adimensional) exprime o peso relativo do armazenamento e da dissipação de energia num período *T* associado à frequência de operação ω , sendo dado por (5.1).

$$Q = 2.\pi \frac{\text{Energia Armazenada Máxima}}{\text{Energia Dissipada}} = \omega \frac{\text{Energia Armazenada Máxima}}{\text{Potência Dissipada}} \quad (5.1)$$

A segunda igualdade de (5.1) vem do facto de a energia dissipada no intervalo *T* corresponder ao produto da potência dissipada (média ou ativa) por *T*, tendo também em conta que $\omega = 2.\pi/T$. No circuito *RL* série, por exemplo, o valor máximo da energia armazenada ocorre em *L* quando a corrente no circuito atinge o valor de pico I_p , sendo dado por $L.I_p^2/2$, segundo (4.4). A potência média dissipada em *R* é dada por $R.I_p^2/2$, segundo a lei de Joule. Assim sendo, conclui-se que $Q = \omega.L/R$, sendo portanto esta a origem da expressão do *Q* de uma bobina ((4.5)). Seguindo um raciocínio análogo nos restantes circuitos *STC*, é possível construir a Tabela 5.1, onde a reactância indutiva X_L é dada por $X_L = \omega.L$ e a reactância capacitiva X_C é dada por $X_C = 1/(\omega.C)$, descartando-se aqui o facto de esta ser negativa.

CIRCUITO STC		Q
RL ($X = X_L$) ou RC ($X = X_C$)	Série	$Q = X/R$
	Paralelo	$Q = R/X$

Tabela 5.1 – Q dos circuitos STC.

Na tabela 5.1, pode-se constatar que o Q de um circuito STC é sempre dado por uma relação entre reactância e resistência, sendo portanto um parâmetro que depende da frequência. Para determinado tipo de circuito (RL ou RC), o Q da configuração série é o inverso do Q da configuração paralelo, e vice-versa [2, 3, 4].

5.1.2 – Equivalência de Circuitos STC Série e Paralelo.

Considere-se um circuito STC (RL ou RC) série e outro paralelo. O circuito série é constituído pela série da resistência R_S com a reactância X_S , tendo um fator de qualidade $Q_S = X_S/R_S$; o circuito paralelo é constituído pelo paralelo da resistência R_P com a reactância X_P , tendo um fator de qualidade $Q_P = R_P/X_P$. As reactâncias X_S e X_P provêm de bobinas (L_S e L_P) ou de condensadores (C_S e C_P). Prova-se que esses dois circuitos são equivalentes (apresentam igual impedância) à frequência ω se a essa frequência $Q_S = Q_P = Q$, donde vem a condição (5.2).

$$\begin{cases} R_P = R_S(1 + Q^2) \\ X_P = X_S(1 + 1/Q^2) \end{cases} \quad (5.2)$$

É importante realçar que a equivalência exata entre os dois circuitos só se verifica à frequência ω onde se avaliou X_P , X_S e Q em (5.2). Em algumas aplicações é aceitável estender o domínio de equivalência à vizinhança de ω . Em circuitos de Q elevado ($Q \geq 5$), as condições (5.2) podem ser aproximadas por (5.3).

$$\begin{cases} R_P \approx R_S \cdot Q^2 \\ X_P \approx X_S \end{cases} \quad (5.3)$$

Em (5.3), a condição da reactância implica que $L_P \approx L_S$ ou que $C_P \approx C_S$. O grande interesse da equivalência apresentada é a transformação de um circuito STC série num circuito STC paralelo equivalente (a determinada frequência), e vice-versa [2, 5]. No contexto do acoplamento indutivo ressonante, o interesse deste tipo de transformações será clarificado na secção 5.3.1.

5.1.3 – Fator de Qualidade dos Circuitos RLC Elementares.

No contexto dos circuitos ressonantes, o fator de qualidade Q é geralmente definido a uma frequência específica: a frequência de ressonância ω_0 . Este facto é enfatizado pela utilização do símbolo Q_0 para referenciar o fator de qualidade de um circuito ressonante.

Nos circuitos RLC elementares (Figura 5.1), a ressonância ocorre quando a reactância indutiva iguala a capacitiva, ou seja, quando $\omega \cdot L = 1/(\omega \cdot C)$, donde vem (5.4).

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \quad (5.4)$$

À frequência de ressonância ω_0 , a impedância de entrada (Z_i) de um circuito *RLC* elementar é puramente real e igual a R , devido ao cancelamento dos fenômenos reativos. No caso específico do circuito *RLC* paralelo, é comum trabalhar-se antes com a admitância de entrada (Y_i), para simplificação de análise, sendo que $Y_i = 1/Z_i$. Em termos de impedância (impedância ou admitância), a diferença fundamental entre o circuito *RLC* série e o paralelo está no facto de, a ω_0 , a impedância Z_i do circuito série atingir o valor mínimo (ressonância), enquanto que no circuito paralelo é a admitância Y_i que atinge o valor mínimo (anti-ressonância), recorde-se (secção 3.4).

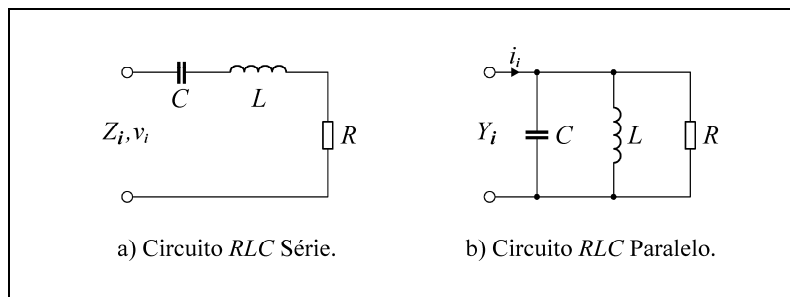


Figura 5.1 – Circuitos *RLC* elementares.

Os circuitos *RLC* elementares podem ser vistos como uma combinação de dois circuitos *STC*, onde R é comum: o circuito *RLC* série corresponde à sobreposição de um circuito *RL* série com um *RC* série; o circuito *RLC* paralelo corresponde à sobreposição de um circuito *RL* paralelo com um *RC* paralelo. A ω_0 , os fatores de qualidade dos circuitos *STC* subjacentes são iguais, como se pode constatar inserindo (5.4) nas expressões da tabela 5.1. Este fenómeno deve-se ao facto de, a ω_0 , a energia armazenada na bobina (W_L) estar em quadratura com a energia armazenada no condensador (W_C), ou seja, quando W_L é máxima, W_C é nula, e vice-versa. Graças a essa alternância total de energia entre L e C , os valores de pico de W_L ($\max(W_L)$) e W_C ($\max(W_C)$) são iguais, pelo que os fatores de qualidade dos circuitos *STC* associados têm que ser idênticos, atendendo à definição (5.1).

O fator de qualidade Q_0 de um circuito *RLC* elementar pode ser determinado aplicando diretamente a definição (5.1) ao circuito como um todo: $Q_0 = \omega_0 \cdot \max(W_L + W_C) / P_R$, onde P_R é a potência média dissipada em R . Contudo, a quadratura de W_L e W_C leva a que a energia total armazenada no circuito ($W_L + W_C$) seja constante, e igual a $\max(W_L)$ ou $\max(W_C)$. Em consequência, $Q_0 = \omega_0 \cdot \max(W_L) / P_R = \omega_0 \cdot \max(W_C) / P_R$, ou seja, Q_0 é igual aos fatores de qualidade dos circuitos *STC* subjacentes avaliados a ω_0 , que por sua vez são iguais entre si. Inserindo então (5.4) nas expressões da tabela 5.1, pode-se construir a Tabela 5.2.

CIRCUITO <i>RLC</i> ELEMENTAR	Q_0
Série	$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
Paralelo	$Q_0 = R \sqrt{\frac{C}{L}}$

Tabela 5.2 – Q_0 dos circuitos *RLC* elementares.

Na tabela 5.2, pode-se constatar que o fator de qualidade do circuito série é o inverso do fator de qualidade do circuito paralelo e vice-versa, tal como acontecia na tabela 5.1.

A partir da tabela 5.2 pode-se também concluir que, para que um circuito *RLC* série e um *RLC* paralelo que usem bobinas e condensadores de valores iguais tenham o mesmo Q_0 , a resistência do circuito série (R_S) e a do circuito paralelo (R_P) têm que obedecer à relação (5.5) [2, 4, 3].

$$R_p = R_s \cdot Q^2 \quad (5.5)$$

5.1.4 – Comportamento dos Circuitos *RLC* Elementares e Fator de Qualidade.

O fator Q_0 permite exprimir algumas características importantes dos circuitos *RLC*. Apenas se abordarão as características respeitantes à excitação harmónica estacionária (domínio da frequência) de um circuito *RLC* elementar, deixando-se de parte aquelas respeitantes ao comportamento transitório (domínio do tempo).

5.1.4.1 – Seletividade de um Circuito *RLC* Elementar.

No contexto dos filtros ou redes seletivas, os circuitos *RLC* elementares são usados como filtros passa-banda ou corta-banda, cuja seletividade é eficazmente descrita por Q_0 . Com efeito, verifica-se que quanto maior for o Q_0 do circuito, mais estreita será a sua curva de ressonância (magnitude de Z_i ou Y_i em função da frequência, na vizinhança de ω_0) e maior será a sua seletividade (menor largura de banda), e vice-versa. Este fenómeno é quantificado pela relação (5.6), que pode ser encarada como uma definição alternativa de Q_0 .

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{BW} \quad (5.6)$$

Em (5.6), BW refere-se à largura de banda do circuito, definida como $BW = \omega_s - \omega_l$, sendo que $\omega_l < \omega_0 < \omega_s$. As frequências angulares ω_l e ω_s (inferior e superior) são as frequências às quais a magnitude da grandeza de interesse (Z_i ou Y_i , geralmente) é $\sqrt{2}$ vezes maior ou menor (± 3 dB) que a magnitude em ω_0 . Note-se ainda que ω_0 corresponde à média geométrica de ω_l e ω_s , ou seja, $\omega_0 = \sqrt{\omega_l \cdot \omega_s}$ [2, 4, 3].

5.1.4.2 – Relações de Tensão e Corrente nos Circuitos *RLC* Elementares.

O fator de qualidade de um circuito *RLC* elementar permite também relacionar as amplitudes das tensões e correntes presentes no circuito à ressonância, o que é sobretudo importante no contexto da Eletrónica de Potência.

Num circuito *RLC* série (figura 5.1 a)), sejam \mathbf{v}_R , \mathbf{v}_L e \mathbf{v}_C as tensões presentes em R , em L e em C , respetivamente. A tensão de entrada \mathbf{v}_i é dada por $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_R + \mathbf{v}_L + \mathbf{v}_C$. À frequência ω_0 , verifica-se que a relação entre estas tensões é dada por (5.7).

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_R \\ |\mathbf{v}_L| = |\mathbf{v}_C| = |\mathbf{v}_R| \cdot Q_0 \end{cases} \quad (5.7)$$

Verifica-se assim que, à ressonância, um circuito *RLC* série comporta-se geralmente como um transformador elevador de tensão, com ganho de tensão Q_0 .

Similarmente, num circuito *RLC* paralelo (figura 5.1 b)), sejam i_R , i_L e i_C as correntes presentes em *R*, em *L* e em *C*, respetivamente. A corrente de entrada i_i é dada por $i_i = i_R + i_L + i_C$. À frequência ω_0 , verifica-se que a relação entre estas correntes é dada por (5.8).

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} i_i = i_R \\ |i_L| = |i_C| = |i_R| \cdot Q_0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Por conseguinte, à ressonância, um circuito *RLC* paralelo comporta-se geralmente como um transformador elevador de corrente, com ganho de corrente Q_0 [2, 4].

No âmbito do acoplamento indutivo ressonante, as relações (5.7) e (5.8) podem ser usadas para facilitar o dimensionamento dos componentes dos circuitos ressonantes.

5.1.5 – Ressonância em Circuitos *RLC* Não-elementares.

Num circuito *RLC* não-elementar, os elementos constituintes não estão todos em série ou em paralelo. Estes circuitos podem surgir nos mais variados contextos, aparecendo frequentemente quando se incluem as resistências parasitas dos componentes reativos reais em circuitos *LC*. Na Figura 5.2 apresenta-se dois exemplos de circuitos *RLC* não-elementares.

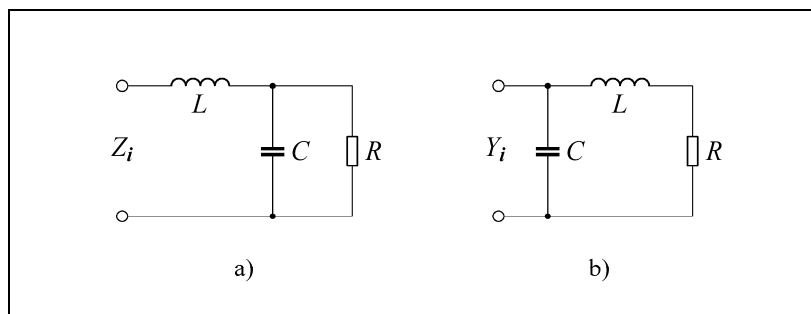


Figura 5.2 – Exemplos de circuitos *RLC* não-elementares.

Em qualquer circuito *RLC* (elementar ou não), a reactância indutiva iguala a reactância capacitiva à frequência ω_0 , que é portanto dada por (5.4), como se viu. Contudo, num circuito *RLC* não-elementar, a frequência à qual a imitância de entrada (Z_i ou Y_i) é real (fase nula) pode não coincidir com ω_0 , o mesmo acontecendo com a frequência à qual a magnitude da imitância de entrada atinge um extremo (magnitude mínima ou máxima). Nestes circuitos, pode-se assim definir outras frequências (além de ω_0) associadas a aspectos particulares da ressonância, nomeadamente ressonância de fase (fase da imitância de entrada nula) e ressonância de amplitude ou magnitude (magnitude da imitância de entrada mínima ou máxima). No âmbito deste trabalho, o fenómeno de ressonância associado a ω_0 e a (5.4) será designado por ressonância de reactância, a fim de o distinguir da ressonância de fase e da ressonância de magnitude. A análise de um circuito *RLC* não-elementar pode geralmente ser simplificada através da transformação deste num circuito *RLC* elementar equivalente, recorrendo aos critérios de equivalência entre circuitos *STC* série e paralelo apresentados na secção 5.1.2. Recorde-se que tal equivalência é estabelecida apenas a uma determinada frequência (ω_0 , geralmente) [5, 2, 4].

Os fenómenos da ressonância de fase e de magnitude são extensíveis a circuitos com um número indeterminado de componentes reativos, podendo ocorrer a mais do que uma frequência. A ressonância de fase é particularmente útil no contexto da eletrónica de potência, pois corresponde a um fator de potência unitário, como foi referido na secção 3.4. Para além disso, as frequências de ressonância de fase podem ser determinadas com relativa facilidade, pois para tal basta igualar a parte imaginária de Z_i (reactância) ou de Y_i (susceptância) a zero e resolver em ordem a ω . O procedimento para a determinação das frequências de ressonância de magnitude é bem mais complexo, podendo ser encontrado em [2], por exemplo [2, 4].

Das três formas de ressonância apresentadas, o presente trabalho vai apenas lidar com duas: a ressonância de reactância e a ressonância de fase. A frequência de ressonância associada à primeira forma será denotada por ω_n , onde n é um subscrito numérico, que estará em itálico exceto se $n = 0$. Note-se que ω_n tem sempre a forma de (5.4). A segunda forma de ressonância (ressonância de fase) pode ocorrer a mais do que uma frequência: se existir apenas uma frequência de ressonância de fase, ela será denotada por ω_r ; caso contrário, as diferentes frequências de ressonância serão denotadas por ω_{rn} , onde n é um subscrito numérico em itálico ($n > 0$).

5.2 – Modelos para Análise do Acoplamento Indutivo Ressonante.

Como se viu na secção 3.4.3, existem essencialmente quatro variantes de acoplamento indutivo ressonante (figura 3.9), diferenciadas pela forma de ligação dos condensadores ao primário e secundário do transformador que constitui a interface indutiva: SS (primário série, secundário série), SP (primário série, secundário paralelo), PS (primário paralelo, secundário série) e PP (primário paralelo, secundário paralelo). No presente capítulo, vai-se proceder à análise destas configurações em regime de excitação harmónica estacionária (domínio da frequência). Para o efeito, construíram-se os modelos da Figura 5.3, partindo da figura 3.9. Neste processo, a fonte DC e o conversor DC/AC do emissor foram substituídos pelo seu equivalente de Thévenin (fonte de tensão AC v_i e R_G), onde R_G (de gerador) representa a resistência interna do conversor DC/AC e dos circuitos a montante deste.

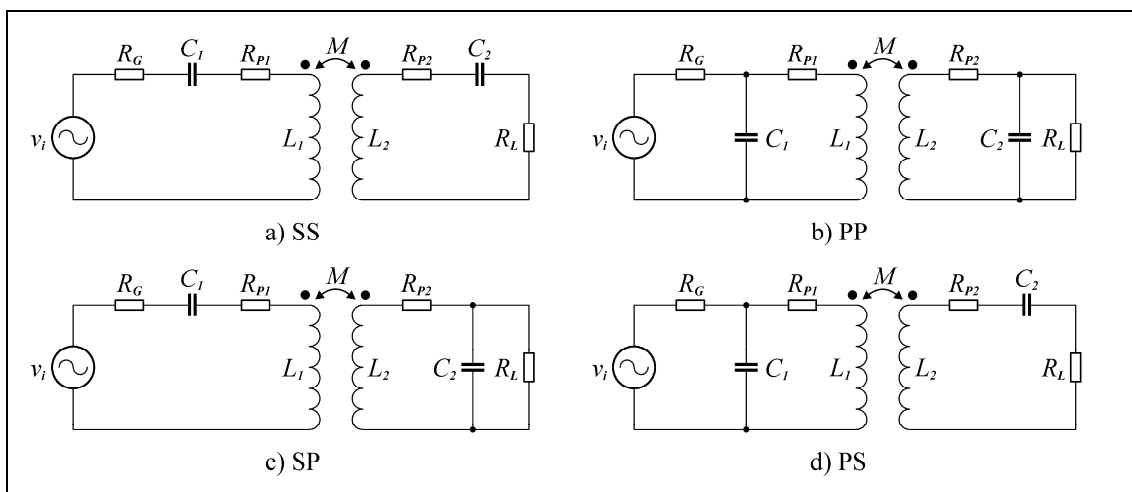


Figura 5.3 – Modelos das quatro configurações básicas em regime harmónico estacionário.

No recetor, o retificador e a carga do sistema foram substituídos por uma simples resistência de carga (R_L , de *load*), tendo-se portanto considerado que a carga equivalente é linear e puramente resistiva. Se necessário, as perdas dissipativas que ocorrem no retificador

poderão ser discriminadas através de uma outra resistência, a colocar em série com R_L . Por fim, R_{p1} e R_{p2} (“P” de parasita) representam as perdas dissipativas totais em L_1 e L_2 (respectivamente), modelizando a resistência do fio condutor constituinte e a resistência de radiação das respectivas bobinas, ambas avaliadas à frequência de operação. As perdas dissipativas nos condensadores foram desprezadas, dado serem geralmente bastante inferiores às que ocorrem nas bobinas, o que simplifica consideravelmente o modelo. Esta forma de modelizar as perdas dissipativas na interface indutiva e nos condensadores é praticamente consensual na bibliografia consultada, da qual se destaca [6, 7, 8].

Como discutido no capítulo 3, assume-se que a frequência de operação do sistema é baixa o suficiente para que as bobinas permaneçam eletricamente pequenas e o campo eletromagnético seja quase-estático em todo o sistema. Por este motivo, as capacidades parasitas das bobinas não foram incluídas nos modelos da figura 5.3. Finalmente, assume-se que a interface indutiva constitui um transformador linear, onde o campo magnético é sempre diretamente proporcional às correntes que lhe estão na origem, o que permite a utilização dos modelos do transformador linear discutidos na secção 4.2.1. Na simulação SPICE que acompanhará a análise, o transformador linear será implementado pelo modelo elementar de duas bobinas acopladas indutivamente.

Na bibliografia consultada, a maior parte dos modelos utilizados na análise de sistemas de acoplamento indutivo ressonante são versões simplificadas dos modelos da figura 5.3, onde se omitem algumas ou todas as resistências parasitas (R_{p1} , R_{p2} e R_G). De qualquer forma, apesar de o paradigma-base ser semelhante, não foi possível encontrar uma análise ou teoria que seja universalmente aceite, ou que seja a mais adequada à maioria das aplicações. Efetivamente encontraram-se as mais diversas análises, que vão desde a simplicidade excessiva até ao oposto, cuja solidez e coerência variam significativamente. Além disso, trata-se geralmente de abordagens *ad hoc*, cingindo-se a um dado sistema particular. Não se tendo considerado nenhuma dessas análises satisfatória, optou-se por tentar estabelecer uma teoria unificadora a partir do estudo dos modelos da figura 5.3 no âmbito da Teoria de Circuitos (domínio da frequência), que permita a sistematização do desenvolvimento dos sistemas baseados em acoplamento indutivo ressonante. Neste processo, encontraram-se naturalmente algumas pontes com a bibliografia consultada, que foram devidamente assinaladas.

5.3 – Acoplamento Indutivo Ressonante: Ressonância.

Na secção 3.4.3, viu-se que o acoplamento indutivo ressonante visa a eliminação do efeito das indutâncias de fuga, que são responsáveis pelo baixo desempenho do acoplamento indutivo aperiódico em situações de acoplamento reduzido. Para aprofundar este tópico, considere-se a Figura 5.4, onde se detalha o efeito da ressonância partindo do acoplamento indutivo aperiódico. Na figura 5.4 a) representa-se um sistema de acoplamento indutivo aperiódico, modelizado segundo o discutido na secção 5.2. Na figura 5.4 b) apresenta-se um modelo equivalente da figura 5.4 a), obtido a partir do modelo do transformador linear da figura 4.8 a) (baseado em fontes de tensão dependentes). No modelo da figura 5.4 b), todo o acoplamento é efetuado pelas fontes de tensão dependentes, pelo que L_1 e L_2 representam efetivamente indutâncias de fuga (do primário e do secundário, respectivamente), na medida em que não contribuem para o acoplamento. Pode-se constatar que essas indutâncias impõem quedas de tensão que reduzem a tensão disponível na carga (R_L), sendo largamente responsáveis pelo baixo desempenho da versão aperiódica. Tornando o primário e o secundário ressonantes através de condensadores, é possível minimizar ou até eliminar completamente (situação ideal) a queda de tensão em L_1 e L_2 . Para a configuração SS, essa

situação ideal está representada na figura 5.4 c), implicando que as frequências de ressonância do primário e do secundário sejam iguais e que o sistema trabalhe a essa frequência, à qual o fator de potência visto pela fonte v_i será unitário.

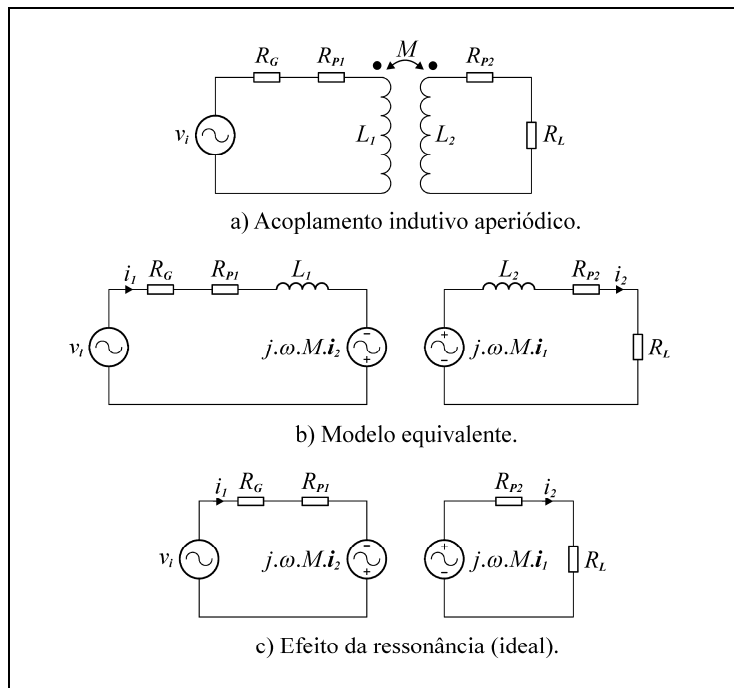


Figura 5.4 – Efeito ideal da ressonância.

5.3.1 – Determinação de Imitâncias.

A análise da ressonância nos modelos da figura 5.3 será feita através de imitâncias (impedâncias ou admitâncias). Assim sendo, é necessário primeiro determinar as expressões destas grandezas para as quatro configurações de acoplamento ressonante. Para tal, é preferível recorrer ao modelo do transformador linear baseado na inversão e reflexão de impedância (figura 4.6). A única diferença entre este modelo e o das fontes dependentes utilizado na figura 5.4 b) (modelo da figura 4.8 a)) está na substituição das duas fontes de tensão dependentes pelo inversor de impedância, o que permite relacionar diretamente as principais grandezas envolvidas em ambos os modelos. A Figura 5.5 permite comparar estes dois modelos equivalentes, onde as correntes i_1 e i_2 de um modelo correspondem às do outro.

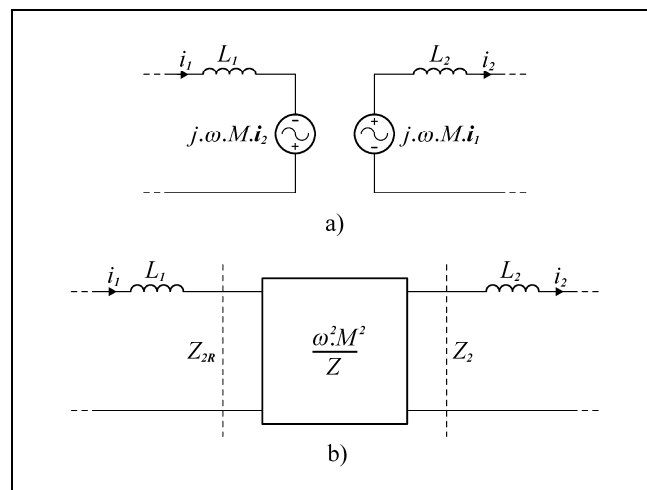


Figura 5.5 – Comparação entre modelos.

Para a determinação de imitâncias, comece-se então por definir as impedâncias Z_2 e Z_{2R} , representadas na figura 5.5 b). A impedância Z_2 é a impedância vista pelo porto de saída do inversor de impedância (figura 5.5 b)), ou pela fonte de tensão do secundário (figura 5.5 a)), podendo ser simplesmente considerada como a impedância do secundário. A impedância Z_{2R} é a impedância apresentada pelo porto de entrada do inversor (figura 5.5 b)), que corresponde à reflexão de Z_2 sobre o primário, sendo portanto dada por (5.9). Na segunda igualdade desta expressão, exprimiu-se a indutância mútua M em função do coeficiente de acoplamento indutivo k_L , segundo (4.14). Note-se que Z_{2R} corresponde também à impedância que a fonte de tensão do primário representa (figura 5.5 a)).

$$Z_{2R} = \frac{\omega^2 \cdot M^2}{Z_2} = k_L^2 \frac{\omega^2 \cdot L_1 \cdot L_2}{Z_2} \quad (5.9)$$

Aplicando então o modelo da figura 5.5 b) aos transformadores lineares dos modelos da figura 5.3, obtém-se a Figura 5.6, onde se definem algumas imitâncias adicionais. Nas figuras 5.6 a) e b) pode-se observar a natureza de Z_2 , consoante o tipo de secundário.

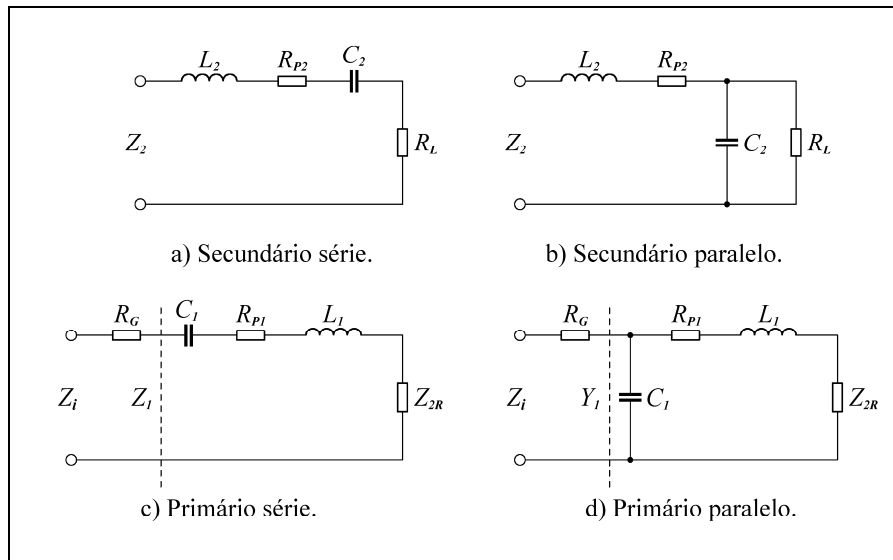


Figura 5.6 – Circuitos para determinação de Z_2 , Z_1 ou Y_1 , e Z_i .

Nas figuras 5.6 c) e d), defina-se a imitância do primário (impedância Z_1 ou a admitância Y_1) como sendo a imitância total existente à direita da linha tracejada. Finalmente, defina-se a impedância de entrada Z_i , que corresponde à impedância vista pela fonte de tensão v_i (figura 5.3), incluindo portanto R_G .

Decomponham-se agora todas as imitâncias definidas nas componentes constituintes (resistência e reactância no caso das impedâncias, condutância e susceptância no caso das admitâncias), segundo (5.10).

$$\begin{aligned} Z_2 &= R_2 + j.X_2 \\ Z_{2R} &= R_{2R} + j.X_{2R} \\ Z_1 &= R_1 + j.X_1 \\ Y_1 &= G_1 + j.B_1 \\ Z_i &= R_i + j.X_i \end{aligned} \quad (5.10)$$

Vai-se começar pela determinação da impedância Z_2 . Esta impedância depende da configuração do secundário (figuras 5.6 a) e b)), sendo as suas componentes apresentadas na Tabela 5.3.

SECUNDÁRIO	COMPONENTES DE Z_2
Série	$R_2 = R_{p2} + R_L$ $X_2 = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}$
Paralelo	$R_2 = R_{p2} + \frac{1/R_L}{1/R_L^2 + \omega^2 \cdot C_2^2}$ $X_2 = \omega L_2 - \frac{\omega C_2}{1/R_L^2 + \omega^2 \cdot C_2^2}$

Tabela 5.3 – Componentes de Z_2 ; secundário série e paralelo.

As considerações sobre equivalência de circuitos STC série e paralelo (secção 5.1.2) podem ser usadas para estabelecer um critério de equivalência útil entre o secundário série e o paralelo, permitindo a comparação entre estas configurações em igualdade de circunstâncias, a determinada frequência. Com efeito, constata-se que as figuras 5.6 a) e b) apenas diferem na rede RC constituída por C_2 e R_L : no primeiro caso, trata-se de uma rede RC série; no segundo caso, trata-se de uma rede RC paralelo. Seja Q_L o fator de qualidade à frequência ω da rede RC série constituída por C_2 e R_L (secundário série). De acordo com a tabela 5.1, $Q_L = 1/(\omega \cdot C_2 \cdot R_L)$. Mantendo C_2 e a bobina do secundário (L_2 e R_{p2}), constata-se que, à frequência ω , o secundário paralelo equivale ao série se R_L do caso paralelo for Q_L^2 vezes maior que R_L do caso série, de acordo com (5.3). Recorde-se que este critério de equivalência é aproximado, sendo geralmente aplicável para $Q_L \geq 5$, como costuma ser o caso [9]. O critério de equivalência exato (válido para qualquer Q_L) requer que se atue também sobre C_2 , de acordo com (5.2). De qualquer forma, o exposto aponta para uma maior aptidão do secundário paralelo para lidar com cargas de maior impedância.

Segue-se a determinação das componentes de Z_{2R} . Inserindo (5.9) em (5.10) e rearranjando, conclui-se que essas componentes são dadas por (5.11).

$$R_{2R} = k_L^2 \cdot \omega^2 \cdot L_1 \cdot L_2 \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} \quad (5.11)$$

$$X_{2R} = -k_L^2 \cdot \omega^2 \cdot L_1 \cdot L_2 \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2}$$

Finalmente, as componentes de Z_1 (primário série, figura 5.6 c)) e Y_1 (primário paralelo, figura 5.6 d)) são apresentadas na Tabela 5.4, juntamente com as componentes de Z_i .

Como se pode constatar nas tabelas 5.3 e 5.4, a construção de Z_i a partir das diversas imitâncias intermédias que representam as etapas fundamentais permite obter expressões manipuláveis e de significado claro.

PRIMÁRIO	COMPONENTES DE Z_1 OU Y_1	COMPONENTES DE Z_i
Série (Z_1)	$R_i = R_{p1} + R_{2R}$ $X_i = X_{2R} + \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$	$R_i = R_G + R_i$ $X_i = X_i$
Paralelo (Y_1)	$G_i = \frac{R_{p1} + R_{2R}}{(R_{p1} + R_{2R})^2 + (\omega L_1 + X_{2R})^2}$ $B_i = \omega C_1 - \frac{\omega L_1 + X_{2R}}{(R_{p1} + R_{2R})^2 + (\omega L_1 + X_{2R})^2}$	$R_i = R_G + \frac{G_i}{G_i^2 + B_i^2}$ $X_i = -\frac{B_i}{G_i^2 + B_i^2}$

Tabela 5.4 – Componentes de Z_1 ou Y_1 e de Z_i ; primário série e paralelo.

5.3.2 – Ressonância.

Da perspectiva das imitâncias, a eliminação total dos efeitos das indutâncias de fuga associadas a L_1 e L_2 implica a existência de uma frequência de ressonância ω_r à qual Z_i seja puramente real, tal como o é a impedância do primário de um transformador ideal com carga resistiva. Note-se que Z_i é real se e só Z_1 ou Y_1 também o forem (tabela 5.4); já Z_2 pode ou não ser real. Na secção 5.3.2.2 vai-se abordar o caso onde Z_2 é também real a ω_r , no qual as indutâncias de fuga coincidem com L_1 e L_2 e a eliminação destas é feita localmente, ou seja, a eliminação de L_1 é feita apenas do lado do primário (através de C_1) e a eliminação de L_2 é feita apenas do lado do secundário (através de C_2). O restante caso será abordado na secção 5.3.2.5.

Na análise da ressonância, para além de ω_r é também conveniente definir ω_1 e ω_2 , segundo (5.12). De acordo com o discutido na secção 5.1.5, ω_1 é a frequência à qual ocorre a ressonância de reactância dos componentes reativos do primário (L_1 e C_1), e ω_2 é a frequência à qual ocorre a ressonância de reactância dos componentes reativos do secundário (L_2 e C_2). A partir das relações entre ω_1 e ω_2 , a estabelecer nas secções seguintes, poder-se-á determinar L_1 , L_2 , C_1 e C_2 .

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} \quad (5.12)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 \cdot C_2}}$$

5.3.2.1 – Conceito de Alinhamento.

No contexto das comunicações, os circuitos sintonizados são sobretudo utilizados na implementação de filtros que visam o estabelecimento de uma determinada resposta em frequência, que é conseguida através de uma relação específica entre os parâmetros intervenientes (frequências de ressonância e fatores de qualidade, geralmente). O conjunto particular de parâmetros e restrições que define uma determinada resposta em frequência designa-se usualmente por alinhamento. No contexto dos filtros, os alinhamentos mais comuns são o Butterworth, o Chebyshev, o Bessel e o elíptico ou Cauer, por exemplo [10]. Outro exemplo do emprego do conceito de alinhamento ocorre nos sistemas eletroacústicos sintonizados, nomeadamente na caracterização da resposta em frequência de colunas de

altifalantes ventiladas (*Bass-Reflex*) [11]. A expressão “alinhamento” vem dos primórdios da Rádio, sendo sobretudo empregue no âmbito dos andares amplificadores de frequência intermédia dos recetores superheteródinos, embora aí se refira ao processo de ajuste de componentes variáveis para a obtenção de uma determinada resposta ou desempenho [12].

Na transmissão de energia *wireless*, existem várias formas de sintonizar o primário e o secundário, que visam a otimização do desempenho para determinadas condições de trabalho, em vez da obtenção de uma resposta em frequência particular. Essas formas de sintonização corresponderem efetivamente a diferentes alinhamentos, no sentido em que correspondem a diferentes conjuntos de parâmetros que visam desempenhos diversos. Contudo, na bibliografia consultada, são raras as referências que reconhecem a possibilidade de várias formas de sintonização, não se tendo encontrado nenhuma categorização dessas formas. Para além disso, o conceito de alinhamento não é utilizado, embora a expressão surja frequentemente para referir a posição espacial relativa dos eixos das bobinas do primário e secundário (eixos alinhados ou desalinhados). Não obstante, no presente trabalho vai-se adotar o conceito de alinhamento, pela sua conveniência e peso histórico. Esse conceito será usado para categorizar e descrever as diversas formas de sintonização identificadas, constem elas da bibliografia ou não, o que constitui trabalho original.

Vai-se começar por abordar o caso onde a ressonância de fase de Z_2 e Z_i ocorre a uma mesma frequência ω_r ; o alinhamento subjacente será designado por alinhamento síncrono. Fora de classificação ficarão aqueles alinhamentos muito específicos, que visam uma topologia específica de conversor DC/AC ou um desempenho particular deste, que por vezes são apenas possíveis de estimar através de métodos numéricos e/ou simulação SPICE. Encontram-se exemplos destes alinhamentos em alguns sistemas *wireless* que utilizam conversores DC/AC em classe E, como em [13, 14].

5.3.2.2 – Alinhamento Síncrono.

O alinhamento síncrono caracteriza-se pela ocorrência da ressonância de fase de Z_2 (secundário) e de Z_i (primário) a uma mesma frequência ω_r . Esta designação baseou-se na terminologia empregue no contexto dos amplificadores sintonizados. Efetivamente, nesse contexto, diz-se que dois ou mais andares sintonizados à mesma frequência estão em sintonia síncrona (*synchronous tuning*), em oposição à sintonia escalonada (*staggered tuning*), onde os vários andares estão sintonizados a diferentes frequências, visando uma resposta em frequência particular [1].

No âmbito do secundário (Z_2), aplicando então a condição $X_2 = 0$ para $\omega = \omega_r$ à tabela 5.3, pode-se construir a Tabela 5.5, onde se apresentam as expressões de ω_r em função do tipo de secundário.

SECUNDÁRIO	ω_r	$R_{2(r)}$	$R_{2R(r)}$
Série	$\omega_r = \omega_2$	$R_{2(r)} = R_2 = R_{P2} + R_L$	$R_{2R(r)} = \frac{k_L^2 \cdot L_1}{C_2 \cdot R_{2(r)}}$
Paralelo	$\omega_r = \sqrt{\omega_2^2 - \frac{1}{C_2^2 \cdot R_L^2}}$	$R_{2(r)} = R_{P2} + \frac{L_2}{C_2 \cdot R_L}$	$R_{2R(r)} = \frac{k_L^2 \cdot L_1}{C_2 \cdot R_{2(r)}} \left(1 - \frac{L_2}{C_2 \cdot R_L^2} \right)$

Tabela 5.5 – Alinhamento síncrono do secundário.

Na tabela 5.5 também se apresenta R_2 e R_{2R} para $\omega = \omega_r$ ($R_{2(r)}$ e $R_{2R(r)}$). Note-se que, sendo $X_2 = 0$, então $X_{2R} = 0$, segundo (5.11), tendo-se portanto $Z_2 \equiv R_{2(r)}$ e $Z_{2R} \equiv R_{2R(r)}$. Efetivamente, se Z_2 estiver em ressonância de fase, o mesmo acontecerá com Z_{2R} .

Na figura 5.6 e na tabela 5.5, pode-se constatar que o secundário série comporta-se efetivamente como um circuito RLC série, enquanto que o secundário paralelo constitui um circuito RLC não-elementar, similar ao apresentado na figura 5.2 a). Este facto está na origem de uma diferença importante: a frequência ω_r do secundário paralelo depende da carga R_L , contrariamente ao secundário série. Contudo, se R_L for relativamente elevada, o desvio de ω_r em relação a ω_2 esbate-se. De qualquer forma, a nível do secundário, o alinhamento síncrono das configurações com secundário paralelo (SP e PP) apenas se mantém se a carga se mantiver constante, não sendo portanto adequado para sistemas onde a carga possa variar significativamente. Ainda no caso do secundário paralelo, note-se a transformação de resistência que ocorre com R_L em $R_{2(r)}$. Por fim, note-se que ω_r não depende de R_{P2} , seja o secundário série ou paralelo.

No âmbito do primário (Z_i), aplicando então a condição $X_i = 0$ para $\omega = \omega_r$ à tabela 5.4, pode-se construir a Tabela 5.6, onde se apresentam as expressões de ω_r em função do tipo de primário. Nesta tabela, também se apresenta R_1 ou G_1 e R_i para $\omega = \omega_r$ ($R_{1(r)}$ ou $G_{1(r)}$ e $R_{i(r)}$). Recorde-se que a tabela 5.6 pressupõe que Z_2 também esteja em ressonância de fase a ω_r . Pode-se constatar que ω_r não depende da resistência interna da fonte (R_G), seja o primário série ou paralelo. Na verdade, a ressonância de fase de Z_i nunca poderia depender de R_G , dado que esta resistência não consta na componente imaginária de Z_i (X_i), como se pode observar na tabela 5.4. Contudo, fora da ressonância ($X_i \neq 0$), a fase de Z_i depende de R_G , note-se.

PRIMÁRIO	ω_r	$R_{1(r)}$ OU $G_{1(r)}$	$R_{i(r)}$
Série	$\omega_r = \omega_1$	$R_{1(r)} = R_{P1} + R_{2R(r)}$	$R_{i(r)} = R_G + R_{1(r)}$
Paralelo	$\omega_r = \sqrt{\omega_1^2 - \frac{(R_{P1} + R_{2R(r)})^2}{L_1^2}}$	$G_{1(r)} = (R_{P1} + R_{2R(r)}) \frac{C_1}{L_1}$	$R_{i(r)} = R_G + \frac{1}{G_{1(r)}}$

Tabela 5.6 – Alinhamento síncrono do primário.

Desde que Z_2 esteja em ressonância de fase em ω_r , o primário série comporta-se efetivamente como um circuito RLC série (à semelhança do secundário série), pelo que a sua frequência de ressonância é simplesmente igual a ω_1 . Na mesma condição, o primário paralelo constitui um circuito RLC não-elementar, cuja frequência de ressonância de fase depende da resistência do secundário refletida sobre o primário ($R_{2R(r)}$) e de R_{P1} , para além de ω_1 . Como $R_{2R(r)}$ depende de R_L e de k_L (tabela 5.5), essa frequência depende da carga e do grau de acoplamento do sistema, precisamente os dois parâmetros que geralmente podem variar significativamente num sistema de transmissão de energia *wireless* por acoplamento indutivo. Assim sendo, o alinhamento síncrono das configurações com primário paralelo (PS e PP) não é adequado para sistemas em que tanto a carga como o acoplamento possam variar significativamente. No que toca a variações amplas de carga, o alinhamento síncrono da configuração PP é particularmente problemático, pois uma variação de R_L provoca desvios em direções opostas nas frequências de ressonância de fase de Z_2 e Z_i , como se pode depreender das tabelas 5.5 e 5.6. Ainda no caso do primário paralelo, note-se a transformação de resistência que ocorre com $(R_{P1} + R_{2R(r)})$ em $G_{1(r)}$.

A ω_r , a influência das variações de R_L e de k_L no alinhamento síncrono das várias configurações pode ser sintetizada através do semiplano virtual $R_L - k_L$, apresentado na Figura 5.7. Nesta figura, $R_{L(N)}$ e $k_{L(N)}$ são os valores nominais de R_L e k_L , a partir dos quais se determina o alinhamento síncrono através das expressões das tabelas 5.5 e 5.6. Observe-se que o alinhamento síncrono da configuração SS existe em todo o semiplano; que o alinhamento síncrono da configuração SP apenas existe ao longo da reta vertical $R_L = R_{L(N)}$; e que o alinhamento síncrono das configurações com primário paralelo (PS e PP) apenas existe no ponto $(R_{L(N)}; k_{L(N)})$, tratando-se nesse sentido de um alinhamento discreto. O semiplano virtual $R_L - k_L$ será também usado para caracterizar outros alinhamentos, sendo sempre definido a ω_r .

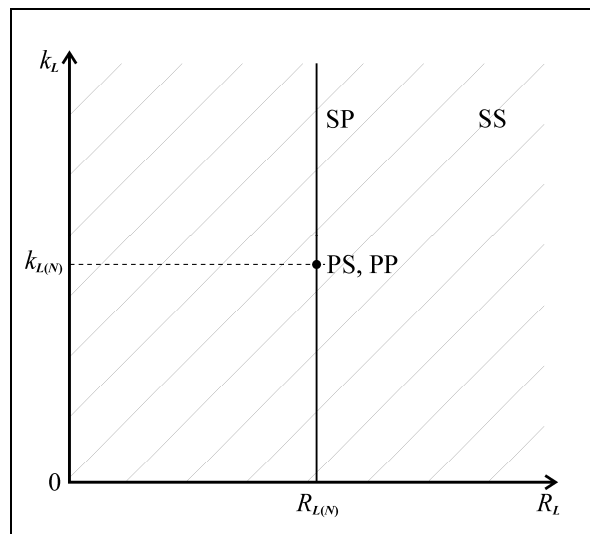


Figura 5.7 – Semiplano $R_L - k_L$, alinhamento síncrono.

Dado que a configuração SS é a única cujo alinhamento síncrono não é afetado por variações de carga ou acoplamento, essa configuração será a mais adequada para a implementação de um sistema de conectores *contactless* versátil, pelo menos no âmbito do alinhamento síncrono. Assim sendo, a configuração SS sob alinhamento síncrono merecerá particular ênfase no restante deste capítulo.

Uma vez que o alinhamento síncrono da configuração SS consiste em fazer $\omega_r = \omega_1 = \omega_2$, constata-se a partir de (5.12) que esse alinhamento pode ser conseguido fazendo $L_1.C_1 = L_2.C_2$. Definindo ainda ω_0 como $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$, pode-se simplesmente descrever o alinhamento síncrono da configuração SS por $\omega_r = \omega_0$.

O alinhamento síncrono é sobretudo usado na configuração SS, na qual é também o alinhamento mais popular, provavelmente pelas virtudes apontadas. O standard Qi do WPC, por exemplo, recorre sobretudo a essa configuração e alinhamento [15]. O alinhamento síncrono é também preconizado em [8], onde se defende explicitamente a operação à frequência de ressonância de fase de Z_2 em todas as configurações.

5.3.2.3 – Alinhamento Síncrono em Termos de Fatores de Qualidade.

O alinhamento síncrono de um sistema baseado em acoplamento indutivo ressonante pode ser descrito em termos dos fatores de qualidade dos circuitos STC constituintes, o que

permite a simplificação das expressões das tabelas 5.5 e 5.6. Para tal, defina-se Q_L (de *load*) como o fator de qualidade do circuito constituído por C_2 e R_L . Definam-se também Q_{CS} (de *coil, secondary*) e Q_{CP} (de *coil, primary*) como os fatores de qualidade da bobina do secundário (circuito R_{P2} e L_2) e da bobina do primário (circuito R_{P1} e L_1). Estes fatores de qualidade são apresentados na Tabela 5.7, que resulta da aplicação da tabela 5.1 aos circuitos STC em questão. Os fatores de qualidade da tabela 5.7 são definidos a ω_r , note-se. O fator Q_S (de *secondary*) é o fator de qualidade total do secundário, correspondendo a uma espécie de “paralelo” de Q_L e Q_{CS} , donde se conclui que o menor destes fatores dita o valor máximo de Q_S . O fator Q_S surge naturalmente nas expressões da tabela 5.8, permitindo uma maior simplificação. Aplicando a discussão das secções 5.1.1 e 5.1.3 ao secundário série, conclui-se facilmente que Q_S tem significado físico, correspondendo efetivamente ao fator de qualidade à ressonância do circuito RLC série subjacente. No caso do secundário paralelo, pode-se chegar à mesma conclusão transformando o circuito RLC não-elementar subjacente num circuito RLC série equivalente a ω_r . Para tal, basta transformar o paralelo de C_2 e R_L do circuito original num circuito STC série equivalente a ω_r , notando que a essa frequência ambos os circuitos STC têm necessariamente o mesmo fator de qualidade, como discutido na secção 5.1.2. Note-se que o fator Q_S apenas é dado pelo referido paralelo à frequência de ressonância de fase de Z_2 (ω_r).

SECUNDÁRIO	Q_L	Q_{CS}	Q_S
Série	$Q_L = \frac{1}{\omega_r \cdot C_2 \cdot R_L}$	$Q_{CS} = \frac{\omega_r \cdot L_2}{R_{P2}}$	$Q_S = 1 / \left(\frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_{CS}} \right)$
Paralelo	$Q_L = \omega_r \cdot C_2 \cdot R_L$		
PRIMÁRIO	Q_{CP}		
Série ou Paralelo	$Q_{CP} = \frac{\omega_r \cdot L_1}{R_{P1}}$		

Tabela 5.7 – Fatores de qualidade dos circuitos STC constituintes.

Quantitativamente, um sistema baseado em acoplamento indutivo ressonante é geralmente concebido de forma a que $Q_L \approx 5$, segundo [9]. Os fatores de qualidade das bobinas da interface indutiva (Q_{CS} e Q_{CP}) variam consideravelmente com a construção destas, indo desde algumas dezenas até algumas centenas, tipicamente.

Recorrendo então às definições da tabela 5.7, transformam-se as tabelas 5.5 e 5.6 na Tabela 5.8, que descreve o alinhamento síncrono em termos dos fatores de qualidade referidos. Pode-se constatar que a simplificação conseguida é considerável. Ao resolver a diferença entre o secundário série e o paralelo logo a nível de Q_L , consegue-se que as expressões de $R_{2(r)}$ e $R_{2R(r)}$ sejam iguais nesses dois casos. Note-se a semelhança estrutural entre $R_{1(r)}$ e $G_{1(r)}$, bem como entre ω_r do secundário e do primário. As expressões de $R_{i(r)}$ não são apresentadas, uma vez que permanecem inalteradas. Para conseguir que essas expressões fossem simplificadas, teria-se que definir ainda um quinto fator de qualidade sobre o circuito STC formado por C_1 e R_G . Contudo, viu-se na secção 5.3.2.2 que a ocorrência da ressonância não depende de R_G , tendo-se portanto optado por não definir mais esse fator.

SECUNDÁRIO	ω_r	$R_{2(r)}$	$R_{2R(r)}$
Série	$\omega_r = \omega_2$	$R_{2(r)} = \frac{\omega_r \cdot L_2}{Q_S}$	$R_{2R(r)} = k_L^2 \cdot Q_S \cdot \omega_r \cdot L_1$
Paralelo	$\omega_r = \omega_2 / \sqrt{1 + \frac{1}{Q_L^2}}$		
PRIMÁRIO	ω_r	$R_{1(r)}$ OU $G_{1(r)}$	
Série	$\omega_r = \omega_1$	$R_{1(r)} = \omega_r \cdot L_1 \left(\frac{1}{Q_{CP}} + k_L^2 \cdot Q_S \right)$	
Paralelo	$\omega_r = \omega_1 / \sqrt{1 + \left(\frac{1}{Q_{CP}} + k_L^2 \cdot Q_S \right)^2}$	$G_{1(r)} = \omega_r \cdot C_1 \left(\frac{1}{Q_{CP}} + k_L^2 \cdot Q_S \right)$	

Tabela 5.8 – Alinhamento síncrono em termos dos fatores de qualidade.

5.3.2.4 – Alinhamentos Aproximados ao Alinhamento Síncrono.

Nas configurações com primário e/ou secundário paralelo (PP, PS e SP), viu-se que o alinhamento síncrono só se mantém se o acoplamento (k_L) e/ou a carga (R_L) não variarem durante a operação do sistema. Contudo, se a variação desses parâmetros for pequena, o desvio do alinhamento síncrono não é significativo, podendo ser tolerável. Existem também outras situações onde o desvio do alinhamento síncrono pode ser aceitável, o que possibilita outros alinhamentos mais simples. Com efeito, começando pelo secundário paralelo, constata-se na tabela 5.8 que, caso Q_L seja elevado (R_L elevada), então $\omega_r \approx \omega_2$, o que torna o secundário paralelo equivalente ao série em termos de ω_r . No caso do primário paralelo, constata-se na tabela 5.8 que, se k_L for reduzido e Q_{CP} for elevado, então $\omega_r \approx \omega_1$, o que torna o primário paralelo equivalente ao série em termos de ω_r . Esta situação de baixo acoplamento ($k_L < 0,1$) é típica de sistemas de acoplamento indutivo onde a distância entre primário e secundário é considerável. Note-se que a condição de Q_{CP} elevado é geralmente verificada, uma vez que os sistemas de acoplamento indutivo são concebidos de forma a que Q_{CP} e Q_{CS} sejam relativamente elevados (R_{p1} e R_{p2} reduzidas), de forma a minimizar as perdas dissipativas nas bobinas, favorecendo o rendimento.

Pode ainda ocorrer uma terceira situação, que na configuração PP resulta da ocorrência conjunta dos dois casos enunciados (R_L elevada e k_L reduzido), do que resulta $\omega_r \approx \omega_1 \approx \omega_2$. Esta terceira situação ocorre também nas configurações SP ou PS, se R_L for elevada ou k_L for reduzido, respetivamente. Em qualquer caso, tal situação equivale a aplicar o alinhamento síncrono da configuração SS às restantes configurações. Assim sendo, esta terceira situação pode ser descrita por $\omega_r \approx \omega_0$, traduzindo-se na restrição $L_1 \cdot C_1 = L_2 \cdot C_2$, como se viu na secção 5.3.2.2.

As três situações consideradas correspondem efetivamente a três alinhamentos alternativos, que são apresentados na Tabela 5.9. Se os pressupostos indicados nesta tabela forem verificados, os respetivos alinhamentos alternativos aproximam-se do alinhamento síncrono das configurações indicadas.

Dos alinhamentos aproximados da tabela 5.9, o alinhamento " $\omega_r \approx \omega_0$ " é o único que consta da bibliografia consultada, provavelmente devido à simplificação considerável que representa. Como exemplos da aplicação desse alinhamento tem-se [6, 16].

ALINHAMENTO	CONDIÇÃO CARACTERÍSTICA	CONFIGS.	PRESSUPOSTO DE VALIDADE
$\omega_r \approx \omega_2$	$\omega_r = \omega_2 = \omega_1 / \sqrt{1 + \left(\frac{1}{Q_{CP}} + k_L^2 \cdot Q_S \right)^2}$	PP	R_L elevado.
$\omega_r \approx \omega_1$	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 / \sqrt{1 + \frac{1}{Q_L^2}}$	PP	k_L reduzido.
$\omega_r \approx \omega_0$	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2$ ($L_1 \cdot C_1 = L_2 \cdot C_2$)	PP	R_L elevado e k_L reduzido.
		SP	R_L elevado.
		PS	k_L reduzido.

Tabela 5.9 – Alinhamentos aproximados ao alinhamento síncrono.

5.3.2.5 – Alinhamentos de Compensação.

No início da secção 5.3.2, referiu-se que a ressonância de fase de Z_i pode ocorrer a uma frequência ω_r sem que Z_2 esteja também em ressonância de fase a essa frequência, isto é, $X_{2(r)} \neq 0$, sendo $X_{2(r)}$ o valor de X_2 a ω_r . Para que tal aconteça intencionalmente, a escolha de ω_1 (escolha de L_1 e/ou C_1 , segundo (5.12)) terá que ter também em conta a reactância refletida X_{2R} a ω_r ($X_{2R(r)}$), que, não sendo nula, contribui para a parte imaginária de Z_i (X_i). Uma vez que $X_{2R(r)}$ só não depende de C_1 e de R_{P1} (para além de R_G), este princípio possibilita uma miríade de alinhamentos distintos, dependendo do valor de $X_{2R(r)}$ pretendido. Dado que todos estes alinhamentos assentam no cancelamento ou compensação de $X_{2R(r)}$ através dos componentes reativos do lado do primário, vai-se enquadrá-los numa classe que se denominará por “alinhamentos de compensação”. Relativamente a outros tipos de alinhamento, as condições que definem um determinado alinhamento de compensação são geralmente mais complexas, tendo que ser deduzidas diretamente das expressões das imitâncias em questão ((5.11), tabelas 5.3 e 5.4). Dado que $X_{2(r)} \neq 0$, esta classe de alinhamentos depende geralmente de k_L e R_L em todas as configurações (efetivamente, até na configuração SS), como se pode depreender de (5.11) e da tabela 5.3, o que constitui uma desvantagem adicional. Contudo, ver-se-á que existem pelo menos duas exceções úteis. De resto, o principal mérito dos alinhamentos de compensação está no facto de permitirem uma maior flexibilidade na transformação de resistência (de R_L), ou seja, na manipulação da resistência “vista” pela fonte v_i (figura 5.3) à frequência ω_r . Contudo, dada a sua complexidade, esta classe de alinhamentos é raramente utilizada, sendo provavelmente [9, 17] o exemplo mais relevante de aplicação de um alinhamento de compensação ([9] e [17] são dos mesmos autores e referem-se ao mesmo trabalho). Este alinhamento particular foi designado por “ $\omega_r = \omega_2$ ”, sendo detalhado de seguida.

a) Alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”.

Em [9, 17], os autores recorreram efetivamente a um alinhamento de compensação em algumas configurações. Nesses artigos, os autores propõe uma forma de sintonização sobre um modelo simplificado (sem resistências parasitas, $R_{P1} = R_{P2} = R_G = 0$) que é um híbrido de alinhamento síncrono e alinhamento de compensação, consistindo em fazer coincidir ω_r e ω_2 , sendo $\omega_2 = 1/\sqrt{L_2 \cdot C_2}$ ((5.12)). Assim sendo, esse alinhamento será designado por “ $\omega_r = \omega_2$ ”, sendo apresentado na Tabela 5.10 para todas as configurações. Esta tabela resultou da adaptação de [9] ao formalismo desenvolvido nas últimas secções. O único fator de qualidade interveniente (Q_L) é definido a ω_r , como usualmente, e ω_1 é dada por (5.12).

Nas configurações com secundário série (SS e PS), dado que a ressonância de fase de Z_2 ocorre sempre a ω_2 , o alinhamento proposto é equivalente ao alinhamento síncrono (tabela 5.8, fazendo $Q_{CP} = \infty$ e $Q_S = Q_L$). Todavia, viu-se que tal não acontece nas configurações com secundário paralelo, tendo a ressonância de fase de Z_i a ω_r que ser conseguida através de um alinhamento de compensação. O alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ " não visa uma determinada transformação de resistência, resultando antes de os autores considerarem que a ressonância do secundário ocorre sempre a ω_2 , independentemente da configuração do secundário, tendo-se apenas preocupado com a ressonância de fase de Z_i .

CONFIGURAÇÃO	ω_r
SS	$\omega_r = \omega_2 = \omega_1$
SP	$\omega_r = \omega_2 = \omega_1 / \sqrt{1 - k_L^2}$
PS	$\omega_r = \omega_2 = \omega_1 / \sqrt{1 + k_L^4 \cdot Q_L^2}$
PP	$\omega_r = \omega_2 = \omega_1 / \sqrt{1 - k_L^2 + \frac{k_L^4 \cdot Q_L^2}{1 - k_L^2}}$

Tabela 5.10 – Alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ".

No semiplano virtual $R_L - k_L$ (figura 5.7), o alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ " apenas difere do alinhamento síncrono na configuração SP. Nesta configuração, com efeito, o alinhamento síncrono depende apenas de R_L , recorde-se, enquanto que o alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ " depende apenas de k_L (tabela 5.10), o que pode ser vantajoso em situações de carga variável e acoplamento constante. Assim sendo, no semiplano $R_L - k_L$, o alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ " da configuração SP existe somente ao longo da reta horizontal $k_L = k_{L(N)}$. Recorde-se que $k_{L(N)}$ é o valor nominal de k_L , a introduzir nas expressões que definem o alinhamento em questão. Por fim, note-se que os autores não fizeram qualquer referência a outros alinhamentos.

b) Alinhamento " $\omega_r = \omega_1$ ".

Por curiosidade, experimentou-se seguir um método de compensação inverso ao do alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ", ou seja, assumir antes $\omega_r = \omega_1$ e escolher ω_2 de forma a que a ressonância de fase de Z_i ocorra efetivamente a ω_r . Recorde-se que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12). O alinhamento resultante foi designado por " $\omega_r = \omega_1$ ", naturalmente, e as expressões que o definem foram determinadas através do MATLAB, recorrendo às capacidades de manipulação simbólica deste. Para o efeito, elaborou-se o *script* "CompAlignsExpr.m", que permite obter as expressões constitutivas dos alinhamentos de compensação " $\omega_r = \omega_1$ " e " $\omega_r = \omega_2$ " para todas as configurações, permitindo considerar ou não as resistências parasitas nos modelos-base da figura 5.3. Desprezando as resistências parasitas ($R_{P1} = R_{P2} = R_G = 0$), obteve-se para o alinhamento " $\omega_r = \omega_1$ " o resultado apresentado na Tabela 5.11; no caso do alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ", o resultado obtido coincidiu com a tabela 5.10. O único fator de qualidade interveniente (Q_L) é definido a ω_r , como usualmente.

Considerando as resistências parasitas, as expressões constitutivas dos alinhamentos “ $\omega_r = \omega_1$ ” e “ $\omega_r = \omega_2$ ” complicam-se consideravelmente, comprometendo a viabilidade e a utilidade destes alinhamentos.

Tal como o alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”, o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” é um híbrido de alinhamento síncrono e alinhamento de compensação. Contudo, em contraste com o alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”, constata-se na tabela 5.11 que o presente alinhamento coincide com o alinhamento síncrono nas configurações com primário série (SS e SP), sendo um alinhamento de compensação nas restantes configurações.

CONFIGURAÇÃO	ω_r
SS	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2$
SP	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 / \sqrt{1 + \frac{1}{Q_L^2}}$
PS	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 / \sqrt{1 - k_L^2}$
PP	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 / \sqrt{(1 - k_L^2) \left(1 + \frac{1}{Q_L^2}\right)}$

Tabela 5.11 – Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”.

Verifica-se outra diferença importante a nível do semiplano virtual $R_L - k_L$, dado que neste o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” apenas é discreto na configuração PP. Esta característica é bastante interessante, uma vez que indica uma particular resiliência do alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” face às variações de carga e de acoplamento. Note-se que o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” da configuração PS é equivalente ao alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” da configuração SP, desde que se troque os papéis de ω_1 e ω_2 .

5.3.2.6 – Considerações Sobre as Variações de Acoplamento e de Carga.

Dos alinhamentos abordados, viu-se que apenas os alinhamentos da configuração SS que impõe $\omega_r = \omega_0$ são imunes às variações de acoplamento (k_L) e de carga (R_L), recordando que $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$. De facto, regra geral, qualquer alinhamento das configurações com primário e/ou secundário paralelo (PP, PS e SP) é afetado pelas variações de acoplamento e/ou de carga, o que prejudica o desempenho do sistema. Se essas variações forem moderadas, a utilização dessas configurações é perfeitamente viável, como o provam alguns dos exemplos citados no capítulo do estado da arte (capítulo 3). Contudo, se essas variações forem expressivas, a viabilidade das configurações PP, PS e SP pode eventualmente ser conseguida de duas formas, que representam geralmente soluções de compromisso. A primeira forma consiste em recorrer aos alinhamentos aproximados da secção 5.3.2.4, o que é apenas possível se o acoplamento permanecer reduzido e/ou a carga for sempre elevada dentro da gama de variação expectável. Caso contrário, resta a segunda forma, que consiste na minimização (ou anulação, até) do efeito das variações de acoplamento e/ou de carga através de um mecanismo de DPFC (ajuste dinâmico do valor dos componentes reativos ou da frequência de operação), como se viu na secção 3.4.

5.3.3 – Generalização da Ressonância.

Em última análise, os alinhamentos considerados têm como objetivo comum a eliminação da parte imaginária da impedância de entrada (X_i) à frequência ω_r . Para expor as diversas possibilidades dessa eliminação, pode-se decompor as expressões de X_i (tabela 5.4) numa soma de quatro termos, em que cada termo representa o efeito de um dos quatro componentes reativos. Aplicando esse princípio à configuração SS, por exemplo, pode-se exprimir X_i por (5.13).

$$X_i = \omega.L_1 - \frac{1}{\omega.C_1} + k_L^2 \cdot \omega^2 \cdot L_1 \cdot L_2 \frac{1/(\omega.C_2)}{R_2^2 + X_2^2} - k_L^2 \cdot \omega^2 \cdot L_1 \cdot L_2 \frac{\omega.L_2}{R_2^2 + X_2^2} \quad (5.13)$$

Sejam então T_{L1} , T_{C1} , T_{L2} e T_{C2} os termos que representam os efeitos de L_1 , C_1 , L_2 e C_2 (respetivamente), notando que estes termos variam consoante a configuração em questão. No caso de exemplo (configuração SS), aplicando estes termos a (5.13), pode-se exprimir a condição de ressonância ($X_i = 0$) por (5.14).

$$T_{L1} - T_{C1} = T_{L2} - T_{C2} \quad (5.14)$$

Aplicando o mesmo princípio às restantes configurações, conclui-se que as respetivas condições de ressonância resumem-se também a (5.14). Consta-se ainda que o alinhamento síncrono das quatro configurações corresponde a um caso particular da respetiva condição (5.14), onde $T_{L1} = T_{C1}$ e $T_{L2} = T_{C2}$.

5.3.3.1 – Polinómio de Ressonância.

Em qualquer configuração ou alinhamento, a condição de ressonância ($X_i = 0$, ou (5.14)) representa uma equação em ω ($\omega > 0$), cujas soluções são as frequências de ressonância de fase de Z_i . Dado que a obtenção e manipulação da equação de ressonância de cada configuração envolve uma longa série de manipulações algébricas, optou-se por recorrer às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB. Para o efeito, conceberam-se os *scripts* “wRes_kCrit.m” e “wRes_kCrit_NoRp.m”, que permitem estudar as diversas configurações e alinhamentos. O *script* “wRes_kCrit.m” trabalha sobre o modelo completo da figura 5.3, enquanto que o *script* “wRes_kCrit_NoRp.m” trabalha sobre uma versão simplificada desse modelo, na qual se considera que as bobinas são ideais ($R_{p1} = R_{p2} = 0$). As conclusões que se seguem foram assistidas por esses *scripts*. Todas as considerações matemáticas sobre equações algébricas e polinómios tiveram [18] como referência.

Para todas as configurações, a equação de ressonância pode ser reduzida a uma equação racional, ou seja, a uma razão de polinómios em ω na forma $P(\omega)/Q(\omega) = 0$. Adicionalmente, se $P(\omega)$ e $Q(\omega)$ forem polinómios primos entre si (não tiverem nenhuma raiz comum), a equação de ressonância reduz-se a $P(\omega) = 0$. Neste caso, as soluções da equação de ressonância são simplesmente os zeros ou raízes de $P(\omega)$, que será denominado polinómio de ressonância. No MATLAB, a obtenção de $P(\omega)$ pode ser feita através da função *numden*, que transforma uma expressão qualquer numa expressão racional cujo numerador e denominador são polinómios primos entre si, se possível.

Para todas as configurações e alinhamentos, verifica-se que o polinómio de ressonância $P(\omega)$ é sempre um polinómio bicúbico (polinómio de 6º grau com apenas

potências pares). Para enfatizar esse facto, $P(\omega)$ passará a ser referido como $P_6(\omega)$. Este polinómio tem a forma (5.15), onde a_n são os coeficientes (reais) de cada termo.

$$P_6(\omega) = a_6 \cdot \omega^6 + a_4 \cdot \omega^4 + a_2 \cdot \omega^2 + a_0 \quad (5.15)$$

Segundo o teorema fundamental da Álgebra, um polinómio de grau n tem exactamente n raízes, que podem ser reais ou complexas. Além disso, se os coeficientes do polinómio forem todos reais, as eventuais raízes complexas surgem sempre em pares conjugados. Especificamente, um polinómio bicúbico é uma função par com eixo de simetria em $\omega = 0$, pelo que as suas seis raízes distribuem-se em três pares de raízes simétricas. Essas raízes podem ser determinadas analiticamente através da transformação do polinómio bicúbico num polinómio cúbico característico $P_3(z)$, dado que existe uma fórmula resolvente para a determinação das três raízes de um polinómio cúbico. Essa transformação é feita através da substituição $z = \omega^2$, donde resulta (5.16).

$$P_3(z) = b_3 \cdot z^3 + b_2 \cdot z^2 + b_1 \cdot z + b_0 \quad (5.16)$$

Note-se que os coeficientes b_n de (5.16) correspondem aos do polinómio original (5.15), ou seja, $b_3 = a_6$, $b_2 = a_4$, $b_1 = a_2$ e $b_0 = a_0$. As seis raízes de (5.15) são então dadas pelos pares $\pm\sqrt{z_n}$, onde z_n representa as três raízes (z_1 , z_2 e z_3) de $P_3(z)$. Contudo, como $\omega > 0$, apenas as três raízes positivas $\omega_{r1} = \sqrt{z_1}$, $\omega_{r2} = \sqrt{z_2}$ e $\omega_{r3} = \sqrt{z_3}$ poderão ser válidas. De facto, para que uma destas raízes efetivamente exista (seja real), a raiz z_n associada tem ainda que ser real e positiva.

Sendo uma função ímpar, um polinómio cúbico tem sempre pelo menos uma raiz real. A natureza das restantes raízes pode ser determinada através do discriminante cúbico Δ_3 . Usando a notação de (5.16), Δ_3 é dado por (5.17).

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= q^2 + p^3 \\ q &= \frac{b_2^3}{27 \cdot b_3^3} - \frac{b_2 \cdot b_1}{6 \cdot b_3^2} + \frac{b_0}{2 \cdot b_3} \\ p &= \frac{b_1}{3 \cdot b_3} - \frac{b_2^2}{9 \cdot b_3^2} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Então, se $\Delta_3 > 0$, o polinómio cúbico tem uma raiz real e um par de raízes complexas conjugadas; se $\Delta_3 < 0$, o polinómio tem três raízes reais distintas. Se $\Delta_3 = 0$, o polinómio tem três raízes reais: se $q = p = 0$, trata-se de uma raiz tripla, caso contrário, trata-se de uma raiz dupla e de uma simples. Contudo, recorde-se que as raízes reais de (5.16) têm que ser positivas, para que correspondam a raízes reais do polinómio bicúbico original (5.15). Como o discriminante cúbico nada diz sobre o sinal das raízes reais, é necessário um critério adicional.

A regra de sinais de Descartes permite determinar o número máximo de raízes positivas e negativas de um polinómio com coeficientes reais a partir dos sinais destes. Seja n o número de mudanças de sinal entre termos contíguos do polinómio $P(x)$. Segundo a regra de Descartes, o número máximo de raízes positivas de $P(x)$ é igual a n , e o número exato de raízes positivas apenas pode diferir de n por um número par. Este último caso verifica-se caso existam raízes complexas, que surgem sempre em pares conjugados. Para aplicar a regra ao número de raízes negativas (máximo e exato), n passa a ser o número de mudanças de sinal

entre termos contíguos de $P(-x)$. Note-se que $P(-x)$ apenas difere de $P(x)$ pela inversão de sinal dos termos das potências ímpares. As mudanças de sinal devem ser contabilizadas estando $P(x)$ (ou $P(-x)$) na forma canónica (potências organizadas da esquerda para a direita por ordem decrescente), ignorando as potências inexistentes (de coeficientes nulos). Note-se ainda que o número de raízes positivas ou negativas devolvido pela regra contabiliza as várias raízes múltiplas, caso existam. Assim sendo, uma raiz positiva dupla, por exemplo, conta como duas raízes positivas.

A título de exemplo, seja $P(x) = a_3.x^3 - a_2.x^2 + a_1.x + a_0$, e portanto $P(-x) = -a_3.x^3 - a_2.x^2 - a_1.x + a_0$, onde a_n são coeficientes reais arbitrários. Como $P(x)$ tem duas mudanças de sinal entre termos contíguos, então este polinómio tem duas raízes reais positivas ou um par de raízes complexas conjugadas. Por outro lado, como $P(-x)$ tem apenas uma mudança de sinal entre termos contíguos, então $P(x)$ tem exatamente uma raiz real negativa. Outro exemplo da aplicação da regra de sinais de Descartes é a seguinte conclusão: qualquer polinómio que tenha apenas potências pares (como o bicúbico considerado) só poderá ter zeros reais se os seus coeficientes não forem todos positivos (ou todos negativos).

Exprimindo o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ em função dos fatores de qualidade definidos na tabela 5.7, é possível reduzir do número de parâmetros envolvidos, o que possibilita alguma simplificação desse polinómio. No caso geral, não existe nenhum alinhamento que defina uma frequência de ressonância particular ω_r , o que se traduz na ausência de restrições entre parâmetros que envolvam ω_r . Neste caso, dada ausência de ω_r , os fatores de qualidade do secundário (Q_{CS} e Q_L) serão definidos a ω_2 ; no primário, Q_{CP} será definido a ω_1 . Recorde-se que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12). Note-se a ausência de Q_S , que se deve ao facto de este fator de qualidade apenas estar estabelecido para todas as configurações no caso do alinhamento síncrono, embora no caso geral possa sempre ser definido a ω_2 nas configurações com secundário série.

Na Tabela 5.12 apresentam-se os coeficientes a_n do polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ do caso geral, para as quatro configurações. Entre parênteses, apresenta-se também a correspondência com os coeficientes b_n do polinómio cúbico característico $P_3(z)$. O primeiro aspecto que salta à vista é que a complexidade ou extensão de $P_6(\omega)$ é maior nas configurações com primário e/ou secundário paralelo, como seria de esperar dada a discussão precedente.

Comece-se por aplicar a regra de sinais de Descartes a $P_3(z)$. Em todas as configurações, pode-se constatar que b_3 é sempre positivo ($0 \leq k_L < 1$), e que b_0 será sempre negativo se $Q_{CP} > 1$ nas configurações com primário paralelo. Num sistema de transmissão de energia *wireless*, essa condição será à partida verificada, uma vez que a utilização de bobinas com um fator de qualidade tão baixo na interface indutiva levaria a um rendimento inaceitavelmente baixo. Sendo então $b_3 > 0$ e $b_0 < 0$, as dezasseis combinações possíveis dos sinais dos quatro coeficientes resumem-se afinal a quatro, discriminadas pelo sinal de b_2 e b_1 . Aplicando então a regra de sinais de Descartes a essas quatro combinações, conclui-se que apenas ocorrem duas situações: se $b_2 < 0$ e $b_1 > 0$, então $P_3(z)$ tem três raízes reais positivas ou uma raiz real positiva e um par de raízes complexas conjugadas, ou seja, não existem raízes reais negativas; nas restantes três combinações de b_2 e b_1 , $P_3(z)$ tem exatamente uma raiz real positiva, e duas raízes reais negativas ou um par de raízes complexas conjugadas.

Recorde-se que apenas interessam as raízes reais positivas de $P_3(z)$, uma vez que somente essas correspondem a raízes reais de $P_6(\omega)$. Neste aspecto, a regra de sinais de Descartes não fornece a informação toda, uma vez que não indica o número exato de raízes positivas na situação onde $b_2 < 0$ e $b_1 > 0$ (uma ou três), ao contrário do que sucede nas restantes três combinações de b_2 e b_1 (exatamente uma). Nessa situação, dado que não

existem garantidamente raízes negativas, pode-se então recorrer ao discriminante cúbico Δ_3 e aos seus termos q e p para conhecer o número exato e a natureza das raízes positivas.

CFG	COEFICIENTES DE $P_6(\omega)$ (OU DE $P_3(z)$)	
SS	\bar{a}_6 (b_3)	$Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (1 - k_L^2)$
	\bar{a}_4 (b_2)	$\omega_2^2 (Q_{CS}^2 + Q_L^2) + Q_{CS} \cdot Q_L [2\omega_2^2 - Q_{CS} \cdot Q_L (\omega_1^2 + \omega_2^2 (2 - k_L^2))]$
	\bar{a}_2 (b_1)	$-\omega_2^2 [\omega_1^2 (Q_{CS}^2 + Q_L^2) + Q_{CS} \cdot Q_L (2\omega_2^2 - Q_{CS} \cdot Q_L (2\omega_1^2 + \omega_2^2))]$
	\bar{a}_0 (b_0)	$-\omega_1^2 \cdot \omega_2^4 \cdot Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2$
SP	\bar{a}_6 (b_3)	$Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (1 - k_L^2)$
	\bar{a}_4 (b_2)	$\omega_2^2 [Q_{CS}^2 (1 - k_L^2) + Q_L^2] - Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 [\omega_1^2 + \omega_2^2 (2 - k_L^2)]$
	\bar{a}_2 (b_1)	$-\omega_2^2 [\omega_1^2 (Q_{CS}^2 + Q_L^2) - \omega_2^2 - Q_{CS} \cdot Q_L (2\omega_2^2 + Q_{CS} \cdot Q_L (2\omega_1^2 + \omega_2^2))]$
	\bar{a}_0 (b_0)	$-\omega_1^2 \cdot \omega_2^4 (Q_{CS} \cdot Q_L + 1)^2$
PS	\bar{a}_6 (b_3)	$Q_{CP}^2 \cdot Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (1 - k_L^2)^2$
	\bar{a}_4 (b_2)	$\omega_2 \cdot Q_{CP} (Q_{CS} + Q_L) [2\omega_1 \cdot Q_{CS} \cdot Q_L \cdot k_L^2 + \omega_2 \cdot Q_{CP} (Q_{CS} + Q_L)] + Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 [\omega_1^2 - Q_{CP}^2 (1 - k_L^2) (\omega_1^2 + 2\omega_2^2)]$
	\bar{a}_2 (b_1)	$-\omega_2^2 [\omega_1^2 (Q_{CP}^2 - 1) (Q_{CS} + Q_L)^2 + Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (2\omega_2^2 - Q_{CP}^2 (\omega_1^2 (2 - k_L^2) + \omega_2^2))]$
	\bar{a}_0 (b_0)	$-\omega_1^2 \cdot \omega_2^4 \cdot Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (Q_{CP}^2 - 1)$
PP	\bar{a}_6 (b_3)	$Q_{CP}^2 \cdot Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (1 - k_L^2)^2$
	\bar{a}_4 (b_2)	$\omega_2 \cdot Q_{CP} [\omega_2 \cdot Q_{CP} \cdot Q_{CS}^2 (1 - k_L^2)^2 + Q_L^2 (2\omega_1 \cdot Q_{CS} \cdot k_L^2 + \omega_2 \cdot Q_{CP})] + Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 [\omega_1^2 - Q_{CP}^2 (1 - k_L^2) (\omega_1^2 + 2\omega_2^2)]$
	\bar{a}_2 (b_1)	$-\omega_2^2 [\omega_1^2 (Q_{CS}^2 (Q_{CP}^2 (1 - k_L^2) - 1) + Q_L^2 (Q_{CP}^2 - 1)) + \omega_2 \cdot Q_{CP} (\omega_2 \cdot Q_{CP} - 2\omega_1 \cdot Q_{CS} \cdot k_L^2 + \omega_2 \cdot Q_{CP}) (Q_{CS} \cdot Q_L + 1) + Q_{CS}^2 \cdot Q_L^2 (2\omega_2^2 - Q_{CP}^2 (\omega_1^2 (2 - k_L^2) + \omega_2^2))]$
	\bar{a}_0 (b_0)	$-\omega_1^2 \cdot \omega_2^4 (Q_{CS} \cdot Q_L + 1)^2 (Q_{CP}^2 - 1)$

Tabela 5.12 – Coeficientes de $P_6(\omega)$ para as quatro configurações, caso geral.

Na posse de toda a informação relativa às raízes positivas de $P_3(z)$ e reconhecendo que essas raízes correspondem às raízes de interesse de $P_6(\omega)$, pode-se então construir a Tabela 5.13.

SITUAÇÃO		Nº DE RAÍZES POSITIVAS DISTINTAS DE $P_3(z)$ OU DE $P_6(\omega)$	
$b_2 \geq 0 \vee b_1 \leq 0$		1 (raiz simples)	
$b_2 < 0 \wedge b_1 > 0$	$\Delta_3 > 0$		
	$\Delta_3 = 0$	$q = p = 0$	1 (raiz tripla)
		$q^2 = -p^3$	2 (raiz dupla e raiz simples)
$\Delta_3 < 0$		3	

Tabela 5.13 – Número de raízes positivas distintas de $P_3(z)$ ou de $P_6(\omega)$.

Sintetizando, as raízes de interesse de $P_6(\omega)$ (reais e positivas) são as frequências de ressonância de fase da impedância de entrada Z_i , sendo dadas por $\omega_{rn} = \sqrt{z_n}$, onde z_n são as raízes reais positivas de $P_3(z)$ e $n = 1, 2$ ou 3 . Na tabela 5.13, constata-se que o número de frequências de ressonância de fase distintas de um sistema baseado em acoplamento indutivo ressonante está sempre entre um e três.

5.3.3.2 – Regimes de Acoplamento.

O facto de qualquer sistema constituído por um par de circuitos sintonizados acoplados indutivamente poder ter até três frequências de ressonância é conhecido desde os primórdios da Radio. Contudo, no contexto da Radio e Comunicações, esses sistemas são essencialmente usados como filtros de sinal, onde interessa sobretudo a magnitude da função de transferência (ganho em tensão ou transmissância, geralmente), em vez da fase da impedância de entrada. Dado que a área da Rádio e Comunicações é bastante mais antiga que a transmissão de energia *wireless* (pelo menos como área de grande escala), a maioria da bibliografia existente sobre circuitos ressonantes acoplados indutivamente foca-se sobretudo na análise da ressonância de magnitude, datando das décadas de 30 a 50 do século XX, da qual se destaca [19, 20, 21]. Nesse contexto, o número de frequências de ressonância define tradicionalmente três regimes de acoplamento: quando apenas existe uma frequência de ressonância, os circuitos estão subacoplados (*undercoupled, loosely coupled*); quando existem duas (muito próximas ou coincidentes, geralmente), os circuitos estão em acoplamento crítico (*critically coupled*); quando existem três, os circuitos estão sobreacoplados (*overcoupled, tightly coupled*). A designação destes regimes vem do facto de a passagem de uma para três frequências de ressonância exigir um aumento do coeficiente de acoplamento k_L , mantendo os restantes parâmetros do sistema constantes. Neste processo, o regime de acoplamento crítico funciona como uma fronteira estreita (praticamente discreta) entre os dois outros regimes, mais abrangentes. No regime sobreacoplado, a magnitude da função de transferência apresenta geralmente dois picos e um vale, aspecto característico da existência de três frequências de ressonância de magnitude distintas.

A categorização de acoplamento apresentada foi também adotada no âmbito da transmissão de energia *wireless* por acoplamento indutivo, embora aí as frequências de ressonância sejam de fase (fase da impedância de entrada), geralmente, e não de magnitude. Nesse contexto, o surgimento de mais do que uma frequência de ressonância é também referido como bifurcação (*bifurcation*), separação de frequências de ressonância (*resonant frequency splitting*) ou separação de polos (*pole splitting*), sendo porém um fenómeno pouco estudado, provavelmente devido ao facto de o coeficiente de acoplamento da maioria dos sistemas baseados em acoplamento indutivo ressonante não ser suficientemente alto para o sistema abandonar o regime subacoplado. Todavia, dado que os conetores *contactless* são uma aplicação de curta distância relativamente à maioria desses sistemas, é expectável que o coeficiente de acoplamento em jogo seja correspondentemente maior, o que obriga a um estudo mais aprofundado dos regimes de acoplamento. Com efeito, o conhecimento da evolução das diferentes frequências de ressonância e o estabelecimento de critérios de acoplamento crítico (onde ocorre a bifurcação) é importante para a conceção do conversor DC/AC. No que respeita aos regimes de acoplamento no âmbito da transmissão de energia *wireless*, as principais referências bibliográficas encontradas foram [9, 22, 23, 8]. Note-se que a utilização de frequências de ressonância de fase na categorização do acoplamento não é exclusiva da área da transmissão de energia *wireless*, pois encontrou-se uma referência bibliográfica anterior ([4]) que adotava já essa perspetiva.

Aplicando a categorização de acoplamento apresentada ao polinómio de ressonância $P_G(\omega)$, constata-se na tabela 5.13 que o regime-fronteira de acoplamento crítico é discreto (corresponde a um ponto, não a uma região), ocorrendo apenas quando $b_2 < 0$, $b_1 > 0$ e $\Delta_3 = 0$, ou seja, quando $P_G(\omega)$ tem raízes múltiplas. No caso da raiz dupla, o regime de acoplamento crítico caracteriza-se pela existência de duas frequências de ressonância de fase distintas; no caso da raiz tripla, o sistema tem apenas uma frequência de ressonância de fase em regime de

acoplamento crítico, que corresponde portanto à transição de uma para três frequências de ressonância de fase distintas.

Para além das frequências de ressonância, os *scripts* “wRes_kCrit.m” e “wRes_kCrit_NoRp.m” permitem também obter o discriminante cúbico e respetivas componentes (q e p) na forma dos polinómios $\Delta_3(k_L)$, $q(k_L)$ e $p(k_L)$, bem como as raízes destes, o que permite o desenvolvimento de critérios de acoplamento crítico. A situação das raízes triplas ($q = p = 0$) pode ser detetada pela presença de raízes comuns a $q(k_L)$ e $p(k_L)$.

No caso geral, as expressões das frequências de ressonância e do discriminante cúbico são de tal maneira extensas e complexas que acabam por ser imprestáveis, tanto mais que dependem sempre de todos os parâmetros que intervêm nos coeficientes de $P_6(\omega)$, não havendo portanto qualquer eliminação de parâmetros. Em alguns casos, esta dificuldade pode ser contornada pela imposição de uma frequência de ressonância específica através de determinado alinhamento, o que permite a factorização de $P_6(\omega)$ num produto de um polinómio quadrático $P_2(\omega)$ por um polinómio biquadrático $P_4(\omega)$ (polinómio de 4º grau com apenas potências pares). Neste caso, as restantes frequências de ressonância (caso existam) são as duas raízes reais positivas de $P_4(\omega)$. Este será o tema da secção seguinte.

5.3.4 – Configurações e Alinhamentos Caracterizáveis Analiticamente.

Vai-se considerar que uma determinada configuração com determinado alinhamento é caracterizável analiticamente se nela for possível exprimir as frequências de ressonância e o critério de acoplamento crítico na forma de expressões que não sejam inconvenientemente extensas e complexas. Em todas as configurações caracterizáveis analiticamente identificadas, o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ é factorizável na forma $P_6(\omega) = P_2(\omega) \cdot P_4(\omega)$. O polinómio quadrático $P_2(\omega)$ só tem potências pares ($a_1 = 0$), sendo $a_2 > 0$ e $a_0 < 0$, pelo que este polinómio tem sempre uma raiz real positiva, de determinação trivial, que é a primeira frequência de ressonância ω_{r1} . Esta será a única frequência de ressonância em caso de subacoplamento. Caso as frequências de ressonância ω_{r2} e ω_{r3} existam, elas serão as duas raízes reais positivas do polinómio biquadrático $P_4(\omega)$, cuja determinação é mais complexa. À semelhança da relação entre um polinómio bicúbico e o seu polinómio cúbico característico, descrita na secção 5.3.3.1, as raízes reais positivas ω_{r2} e ω_{r3} de um polinómio biquadrático $P_4(\omega)$ são dadas por $\omega_{r2} = \sqrt{z_1}$ e $\omega_{r3} = \sqrt{z_2}$, onde z_1 e z_2 são as duas raízes reais positivas do polinómio quadrático característico $P_2(z)$, sendo $z = \omega^2$. Seja então $P_2(z)$ um polinómio quadrático de coeficientes b_n , na forma (5.18).

$$P_2(z) = b_2 \cdot z^2 + b_1 \cdot z + b_0 \quad (5.18)$$

A natureza da duas raízes de $P_2(z)$ é revelada pelo discriminante quadrático Δ_2 , que na notação de (5.18) é dado por (5.19).

$$\Delta_2 = b_1^2 - 4 \cdot b_2 \cdot b_0 \quad (5.19)$$

Então, se $\Delta_2 < 0$, $P_2(z)$ tem um par de raízes complexas conjugadas; se $\Delta_2 = 0$, $P_2(z)$ tem uma raiz real dupla; se $\Delta_2 > 0$, $P_2(z)$ tem duas raízes reais distintas. O sinal das raízes reais pode ser determinado pela regra de sinais de Descartes, como discutido na secção 5.3.3.1. Em todas as configurações caracterizáveis analiticamente constatou-se que b_2 e b_0 são sempre positivos ($0 \leq k_L < 1$), pelo que a regra de sinais de Descartes terá apenas que lidar com duas situações, discriminadas pelo sinal de b_1 . Pegando em toda esta informação, pode-se construir a Tabela

5.14, similar à tabela 5.13. O critério de acoplamento crítico pode ser construído a partir da condição $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, como se pode constatar na tabela 5.14.

SITUAÇÃO	Nº DE RAÍZES POSITIVAS DISTINTAS DE $P_2(z)$ OU $P_4(\omega)$	REGIME DE ACOPLAMENTO
$b_1 \geq 0$	0	Subacoplamento
$\Delta_2 < 0$		
$b_1 < 0$	1 (raiz dupla)	Acoplamento Crítico
$\Delta_2 > 0$	2	Sobreacoplamento

Tabela 5.14 – Número de raízes positivas distintas de $P_2(z)$ ou de $P_4(\omega)$.

Em regime de acoplamento crítico ou de sobreacoplamento, as raízes positivas z_1 e z_2 podem ser determinadas analiticamente através da fórmula resolvente quadrática, pelo que as frequências de ressonância ω_{r2} e ω_{r3} são dadas por (5.20).

$$\omega_{r2} = \sqrt{\frac{-b_1 - \sqrt{\Delta_2}}{2.b_2}} ; \quad \omega_{r3} = \sqrt{\frac{-b_1 + \sqrt{\Delta_2}}{2.b_2}} \quad (5.20)$$

Nas secções seguintes apresentar-se-ão os polinómios de ressonância, as frequências de ressonância e os critérios de acoplamento crítico para cada uma das configurações caracterizáveis analiticamente identificadas. A obtenção desses parâmetros foi assistida pelos *scripts* “wRes_kCrit.m” (modelo completo) e “wRes_kCrit_NoRp.m” (modelo sem resistências parasitas), tendo-se utilizado os fatores de qualidade estabelecidos na tabela 5.7. A validade dos parâmetros obtidos foi aferida por simulação SPICE, análise em frequência (AC). As simulações efetuadas não serão apresentadas, dado poderem ser facilmente executadas em qualquer simulador SPICE.

5.3.4.1 – Modelo Completo.

Nesta secção, apresentam-se as configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente que foram identificados no modelo completo da figura 5.3, recorrendo ao *script* “wRes_kCrit.m”. Os fatores de qualidade utilizados foram definidos a ω_r , como usualmente.

a) Configuração SS, Alinhamento Síncrono.

Na configuração SS, o alinhamento síncrono equivale ao alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”, traduzindo-se na imposição de ω_{r1} como $\omega_{r1} = \omega_r = \omega_1 = \omega_2 = \omega_0$. Sendo ω_1 e ω_2 dadas por (5.12), este alinhamento implica que $L_1.C_1 = L_2.C_2$, sendo insensível às variações de R_L e k_L , recorde-se. Nesta situação, o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ é dado por (5.21), na forma fatorizada.

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[\left(1 - k_L^2\right) \frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \left(2 - \frac{1}{Q_S^2}\right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + 1 \right] \quad (5.21)$$

As três frequências de ressonância são dadas por (5.22). As frequências ω_{r2} e ω_{r3} foram determinadas a partir de (5.20), existindo apenas em regime de acoplamento crítico ($\omega_{r2} = \omega_{r3}$) ou de sobreacoplamento.

$$\omega_{r1} = \omega_r$$

$$\omega_{r2} = \frac{\omega_r}{Q_S \sqrt{2}} \sqrt{\frac{2.Q_S^2 - 1 - \sqrt{4.Q_S^2 (k_L^2 . Q_S^2 - 1) + 1}}{1 - k_L^2}} \quad (5.22)$$

$$\omega_{r3} = \frac{\omega_r}{Q_S \sqrt{2}} \sqrt{\frac{2.Q_S^2 - 1 + \sqrt{4.Q_S^2 (k_L^2 . Q_S^2 - 1) + 1}}{1 - k_L^2}}$$

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se. A primeira condição implica que $Q_S > 1/\sqrt{2}$. Considerando também a condição do discriminante quadrático, vem (5.23), onde $k_{L(C)}$ é o valor de k_L ao qual ocorre o acoplamento crítico. É necessário garantir ainda que o radicando de (5.23) seja positivo, para que $k_{L(C)}$ seja real. Como tal implica que $Q_S > 1/2$ e isso está já assegurado pela condição $Q_S > 1/\sqrt{2}$ (de $b_1 < 0$), não é necessário nenhum critério adicional, pelo que (5.23) é efetivamente o critério de acoplamento crítico. Conclui-se assim que, nesta configuração, o acoplamento crítico apenas é possível se $Q_S > 1/\sqrt{2}$, independentemente de k_L .

$$k_{L(C)} = \frac{1}{Q_S} \sqrt{1 - \frac{1}{4.Q_S^2}} \quad ; \quad Q_S > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.23)$$

Experimentou-se também obter o critério de acoplamento crítico a partir do discriminante cúbico do polinómio cúbico característico da versão expandida (bicúbica) de (5.21). Para o efeito, determinaram-se os zeros ou raízes de $\Delta_3(k_L)$, como discutido no âmbito da tabela 5.13 e na secção 5.3.3.2, tendo-se obtido uma segunda raiz $k_{L(C1)}$, para além de (5.23), sendo dada por (5.24). Note-se que $k_{L(C1)}$ apenas existe se $Q_S > 1$, condição que se deve ao facto de $0 < k_L < 1$.

$$k_{L(C1)} = \frac{1}{Q_S} \quad ; \quad Q_S > 1 \quad (5.24)$$

Inserindo $k_{L(C1)}$ em (5.22), obtém-se $\omega_{r1} = \omega_{r2}$, o que indica a existência efetiva de dois pontos de acoplamento crítico, na medida em que existem dois valores distintos de k_L ($k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$) aos quais ocorrem duas frequências de ressonância de fase distintas. Note-se que $k_{L(C)} < k_{L(C1)}$, embora a diferença seja insignificante para valores de Q_S relativamente elevados. Efetivamente, se $Q_S > 5$, $k_{L(C)} \approx k_{L(C1)}$. Para compreender este fenómeno inesperado (não descrito na bibliografia consultada), explorou-se graficamente o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ para um valor de Q_S relativamente reduzido ($Q_S = 2$), a fim de se visualizar bem a diferença entre $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$. Na Figura 5.8 detalha-se a região onde $P_6(\omega)$ está próximo de zero, na qual esse polinómio se comporta de forma muito semelhante à fase de Z_i . A curva tracejada azul representa uma situação de subacoplamento, onde apenas existe ω_{r1} . A curva magenta corresponde ao primeiro ponto de acoplamento crítico ($k_{L(C)}$), onde $\omega_{r2} = \omega_{r3}$. Na região dada por $k_{L(C)} < k_L < k_{L(C1)}$ verifica-se uma situação de sobreacoplamento, onde ω_{r2} e ω_{r3} se afastam mutuamente (ω_{r2} desce e ω_{r3} sobe) com a subida de k_L , como exemplificado

pela curva tracejada cião. À medida que k_L aumenta, ω_{r2} acaba por se cruzar com ω_{r1} , sendo esta a origem do segundo ponto de acoplamento crítico $k_{L(C1)}$, situação representada pela curva verde. Passado este ponto, regressa-se definitivamente ao regime de sobreacoplamento, dado que ω_{r2} e ω_{r3} se afastam de ω_{r1} em direções opostas à medida que k_L sobe, como representado pela curva tracejada vermelha.

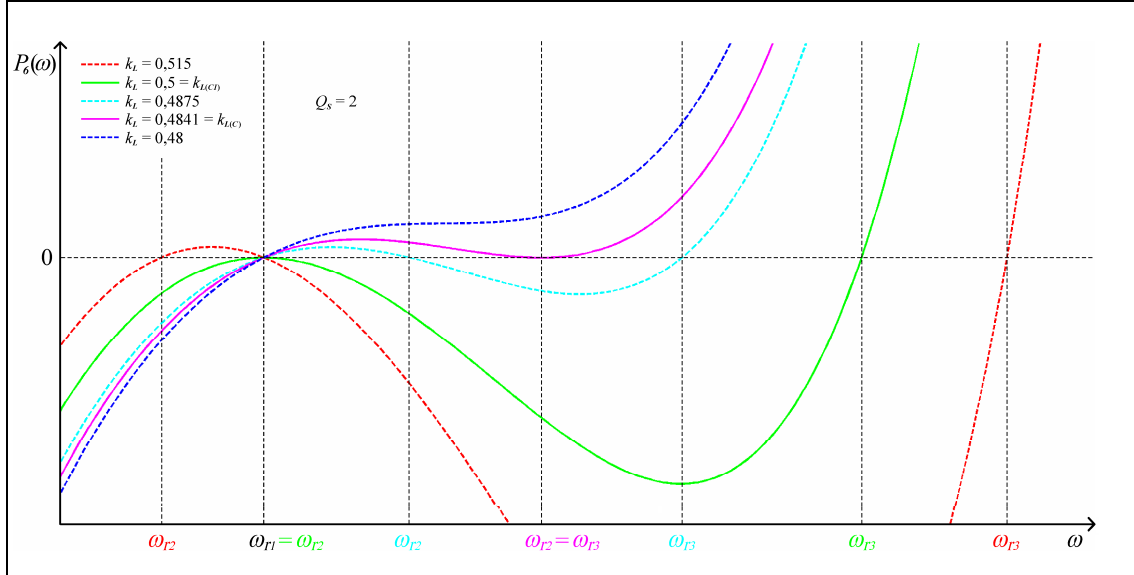


Figura 5.8 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de k_L (configuração SS, alinhamento síncrono).

Dos dois pontos de acoplamento crítico detetados, o mais importante em termos de transição de regime de acoplamento é $k_{L(C)}$ (critério (5.23)), uma vez que acima deste ponto o sistema não mais terá uma só frequência de ressonância de fase ω_{r1} .

b) Configuração SP, Alinhamento Síncrono.

Na configuração SP, o alinhamento síncrono traduz-se na imposição de ω_{r1} como $\omega_{r1} = \omega_r = \omega_1 = \omega_2/\sqrt{1+1/Q_L^2}$, sendo ω_1 e ω_2 dadas por (5.12). Como essa imposição apenas se mantém se R_L (Q_L) for constante, o alinhamento síncrono desta configuração apenas existe nessa condição, recorde-se. Nesta situação, o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ é dado por (5.25), na forma fatorizada.

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[(1 - k_L^2) \frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \left(2 - \frac{1}{Q_S} \left(\frac{1}{Q_S} - \frac{2}{Q_L} \right) \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + \left(1 + \frac{1}{Q_S \cdot Q_L} \right)^2 \right] \quad (5.25)$$

As três frequências de ressonância são dadas por (5.26). As frequências ω_{r2} e ω_{r3} foram determinadas a partir de (5.20), existindo apenas em regime de acoplamento crítico ($\omega_{r2} = \omega_{r3}$) ou de sobreacoplamento.

$$\begin{aligned} \omega_{r1} &= \omega_r \\ \omega_{r2} &= \frac{\omega_r}{Q_S \sqrt{2 \cdot Q_L}} \sqrt{\frac{Q_L(2 \cdot Q_S^2 - 1) + 2 \cdot Q_S - \sqrt{4 \cdot Q_S^2 [k_L^2 (Q_S \cdot Q_L + 1)^2 - Q_L^2]} + Q_L(Q_L - 4 \cdot Q_S)}{1 - k_L^2}} \\ \omega_{r3} &= \frac{\omega_r}{Q_S \sqrt{2 \cdot Q_L}} \sqrt{\frac{Q_L(2 \cdot Q_S^2 - 1) + 2 \cdot Q_S + \sqrt{4 \cdot Q_S^2 [k_L^2 (Q_S \cdot Q_L + 1)^2 - Q_L^2]} + Q_L(Q_L - 4 \cdot Q_S)}{1 - k_L^2}} \end{aligned} \quad (5.26)$$

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se, donde vem (5.27). Neste critério, $k_{L(C)}$ resulta da condição $\Delta_2 = 0$, enquanto que a restrição de Q_S resulta de $b_1 < 0$. Note-se que essa restrição não viola a obrigatoriedade de $Q_S < Q_L$, que advém da definição de Q_S (“paralelo” de Q_L com Q_{CS} , tabela 5.7).

$$k_{L(C)} = \frac{1}{\sqrt{Q_S(Q_S + 1/Q_L)}} \sqrt{1 - \frac{1}{4Q_S(Q_S + 1/Q_L)}} \quad ; \quad Q_S > \frac{Q_L}{1 + \sqrt{2Q_L^2 + 1}} \quad (5.27)$$

Para que $k_{L(C)}$ seja real, é ainda necessário garantir em (5.27) que o radicando da direita da expressão de $k_{L(C)}$ seja positivo. Como tal implica que $Q_S > Q_L/(2 + \sqrt{4Q_L^2 + 4})$ e isso está já assegurado pela restrição de Q_S em (5.27), não é necessário nenhum critério adicional, pelo que (5.27) é efetivamente o critério de acoplamento crítico.

Experimentou-se também obter o critério de acoplamento crítico a partir do discriminante cúbico do polinómio cúbico característico da versão expandida (bicúbica) de (5.25), como descrito na configuração anterior. Tal como nessa configuração, obteve-se um segundo ponto de acoplamento crítico $k_{L(C1)}$, de significado e comportamento idênticos, sendo dado por (5.28).

$$k_{L(C1)} = \frac{1}{Q_S} \sqrt{1 + \frac{1}{Q_L^2}} \quad ; \quad Q_S > \sqrt{1 + \frac{1}{Q_L^2}} \wedge Q_L > \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}} \approx 1,27 \quad (5.28)$$

Em (5.28), a restrição de Q_S é necessária para que $k_{L(C1)}$ exista, devendo-se ao facto de $0 < k_L < 1$. A restrição de Q_L previne a impossibilidade $Q_S \geq Q_L$, que advém da definição de Q_S (“paralelo” de Q_L com Q_{CS} , tabela 5.7).

5.3.4.2 – Modelo sem Resistências Parasitas.

Omitindo as resistências parasitas das bobinas no modelo completo da figura 5.3 (bobinas ideais, $R_{p1} = R_{p2} = 0$), foi possível obter uma série de configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente adicionais. Desta forma, foi possível abordar também os alinhamentos de compensação identificados na secção 5.3.2.5, que pressupõem bobinas ideais. As configurações e alinhamentos que se seguem foram identificados e caracterizados a partir do *script* “wRes_kCrit_NoRp.m”. Os fatores de qualidade utilizados foram definidos a ω_r , como usualmente, exceto no caso da configuração PP sob alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” (secção 5.3.4.2 c)), como se verá.

a) Configuração SP, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”; e PS, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”.

O alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” da configuração SP traduz-se na imposição de ω_{r1} como $\omega_{r1} = \omega_r = \omega_2 = \omega_1/\sqrt{1-k_L^2}$, enquanto que o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” da configuração PS se traduz na imposição de ω_{r1} como $\omega_{r1} = \omega_r = \omega_1 = \omega_2/\sqrt{1-k_L^2}$, sendo ω_1 e ω_2 dadas por (5.12). Como estas imposições apenas se mantêm se k_L for constante, esses alinhamentos de compensação apenas existem nessa condição, recorde-se (secção 5.3.2.5). Nesta situação, constata-se que ambos os alinhamentos têm o mesmo polinómio de ressonância $P_6(\omega)$, que na forma fatorizada é dado por (5.29).

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[\frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \left(1 + \frac{1}{1-k_L^2} - \frac{1}{Q_L^2} \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + 1 \right] \quad (5.29)$$

As três frequências de ressonância são dadas por (5.30). As frequências ω_{r2} e ω_{r3} foram determinadas a partir de (5.20), existindo apenas em regime de acoplamento crítico ($\omega_{r2} = \omega_{r3}$) ou de sobreacoplamento.

$$\begin{aligned} \omega_{r1} &= \omega_r \\ \omega_{r2} &= \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{k_L^2(1-Q_L^2)+2Q_L^2-1-\sqrt{[k_L^2(1+Q_L^2)-1][k_L^2(1-3Q_L^2)+4Q_L^2-1]}}{1-k_L^2}} \\ \omega_{r3} &= \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{k_L^2(1-Q_L^2)+2Q_L^2-1+\sqrt{[k_L^2(1+Q_L^2)-1][k_L^2(1-3Q_L^2)+4Q_L^2-1]}}{1-k_L^2}} \end{aligned} \quad (5.30)$$

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se. A primeira condição implica que $Q_L > 1/\sqrt{1+1/(1-k_L^2)}$. O discriminante quadrático Δ_2 (radicandos interiores de (5.30)) é dado por um produto de dois fatores. Atendendo à condição $\Delta_2 = 0$, o primeiro fator (da esquerda) traduz-se em (5.31), enquanto que o segundo fator se traduz em $k_L = \sqrt{(4Q_L^2-1)/(3Q_L^2-1)}$. Uma vez que a inserção desta última expressão na condição que decorre de $b_1 < 0$ a torna impossível, conclui-se que o segundo fator de Δ_2 nunca se anula em regime de acoplamento crítico, pelo que a condição $\Delta_2 = 0$ se resume apenas a (5.31). Finalmente, inserindo (5.31) na condição que decorre de $b_1 < 0$, constata-se que esta se torna universal (sempre verdadeira), sendo portanto dispensável.

$$k_{L(C)} = \frac{1}{\sqrt{Q_L^2 + 1}} \quad (5.31)$$

Experimentou-se também obter o critério de acoplamento crítico a partir do discriminante cúbico do polinómio cúbico característico da versão expandida (bicúbica) de (5.29), como descrito no âmbito da configuração SS (secção 5.3.4.1 a)). Contudo, não se obteve nenhum ponto de acoplamento crítico válido para além de $k_{L(C)}$.

Viu-se que a variação de k_L destrói os presentes alinhamentos. Assim sendo, é conveniente exprimir antes (5.31) em função de k_L , donde resulta (5.32), que é finalmente o critério de acoplamento crítico. Neste critério, $Q_{L(C)}$ é o valor de Q_L ao qual ocorre o acoplamento crítico.

$$Q_{L(C)} = \sqrt{\frac{1}{k_L^2} - 1} \quad (5.32)$$

A existência de um só ponto de acoplamento crítico $Q_{L(C)}$ deve-se à ocorrência de uma raiz tripla em regime de acoplamento crítico (uma só frequência de ressonância, $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_{r3} = \omega_r$), como se pode constatar inserindo (5.32) em (5.30). Esta situação está representada na Figura 5.9 (curva verde) para $k_L = 1/2$, sendo $Q_{L(C)} = \sqrt{3} \approx 1,73$, de (5.32). Nesta figura representa-se também uma situação de subacoplamento (curva tracejada azul) e uma situação de sobreacoplamento (curva tracejada vermelha), para comparação.

Na publicação onde se propõe o alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ " ([9]), os autores apresentam também critérios de acoplamento crítico para as configurações com primário paralelo (PS e PP). Esses critérios foram obtidos por métodos numéricos e pela imposição de algumas restrições a Q_L e ω , tratando-se provavelmente de critérios aproximados (os autores não clarificam este aspecto).

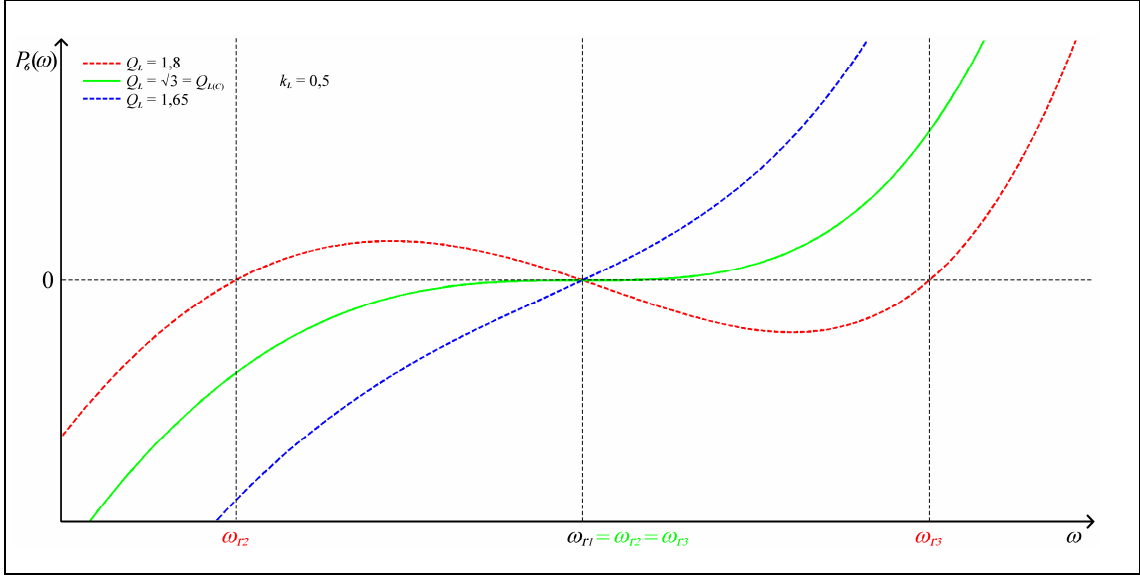


Figura 5.9 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L .

b) Configuração PP, Alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”.

O alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” da configuração PP traduz-se na imposição de ω_{r1} como $\omega_{r1} = \omega_r = \omega_1 = \omega_2 / \sqrt{(1-k_L^2)(1+1/Q_L^2)}$, sendo ω_1 e ω_2 dadas por (5.12). Como esta imposição apenas se mantém se R_L (Q_L) e k_L forem constantes, este alinhamento de compensação apenas existe nessa condição, tratando-se nesse sentido de um alinhamento discreto no semiplano virtual $R_L - k_L$, como se viu na secção 5.3.2.5 b). Nessa situação, o polinômio de ressonância $P_6(\omega)$ é dado por (5.33), na forma fatorizada.

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[\frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \frac{1}{1-k_L^2} \left(2 + \frac{1}{Q_L^2} - k_L^2 \left(1 + \frac{1}{Q_L^2} \right) \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + \left(1 + \frac{1}{Q_L^2} \right)^2 \right] \quad (5.33)$$

As três frequências de ressonância são dadas por (5.34). As frequências ω_{r2} e ω_{r3} foram determinadas a partir de (5.20), existindo apenas em regime de acoplamento crítico ($\omega_{r2} = \omega_{r3}$) ou de sobreacoplamento.

$$\begin{aligned} \omega_{r1} &= \omega_r \\ \omega_{r2} &= \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)+1-k_L^2 - \sqrt{[k_L^2(1+Q_L^2)-1][4Q_L^2-3k_L^2(1+Q_L^2)+3]}}{1-k_L^2}} \\ \omega_{r3} &= \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)+1-k_L^2 + \sqrt{[k_L^2(1+Q_L^2)-1][4Q_L^2-3k_L^2(1+Q_L^2)+3]}}{1-k_L^2}} \end{aligned} \quad (5.34)$$

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se. A primeira condição é universal, assumindo que $0 < k_L < 1$. O discriminante quadrático Δ_2 (radicandos interiores de (5.34)) é dado por um produto de dois fatores. Atendendo então à condição $\Delta_2 = 0$, o primeiro fator (da esquerda) traduz-se em (5.35), enquanto que o segundo fator se traduz em $k_L = \sqrt{(4Q_L^2+3)/(3Q_L^2+3)}$. Uma vez que esta última expressão devolve sempre um k_L superior à unidade (o que é impossível), conclui-se que o segundo fator de Δ_2 nunca se anula, pelo que a condição $\Delta_2 = 0$ se resume apenas a (5.35), que é efetivamente o critério de acoplamento crítico.

$$k_{L(C)} = \frac{1}{\sqrt{Q_L^2 + 1}} \quad (5.35)$$

Experimentou-se também obter o critério de acoplamento crítico a partir do discriminante cúbico do polinómio cúbico característico da versão expandida (bicúbica) de (5.33), como descrito no âmbito da configuração SS (secção 5.3.4.1 a)), tendo-se obtido um segundo ponto de acoplamento crítico $k_{L(C1)}$, dado por (5.36). O significado e o comportamento de $k_{L(C1)}$ são semelhantes aos descritos na secção 5.3.4.1 a).

$$k_{L(C1)} = \frac{1}{\sqrt{Q_L^2 + 1/(Q_L^2 + 1)}} \quad (5.36)$$

Uma vez que o presente alinhamento apenas existe para $Q_L = Q_{L(N)}$ e $k_L = k_{L(N)}$, as expressões e critérios desenvolvidos servem apenas para verificar qual o regime de acoplamento e quais as frequências de ressonância para determinada combinação de $Q_{L(N)}$ e $k_{L(N)}$, combinação essa que corresponde ao ponto $(R_{L(N)} ; k_{L(N)})$ no semiplano virtual $R_L - k_L$. Recorde-se que $R_{L(N)}$ e $k_{L(N)}$ são os valores nominais de R_L e k_L (respetivamente), sobre os quais se determinou o alinhamento em questão.

c) Configuração PP, Alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”.

O alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” é conseguido fazendo $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ através da imposição $L_1.C_1 = L_2.C_2$, recorde-se, sendo portanto resiliente às variações de R_L e k_L , aspecto que será desenvolvido adiante. Para a configuração PP, o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ deste alinhamento é dado por (5.37), na forma fatorizada. Note-se que o único fator de qualidade existente (Q_L) é definido a ω_0 .

$$P_6(\omega) = \left[\omega^2(1 - k_L^2) - \omega_0^2 \right] \left[(1 - k_L^2) \frac{\omega^4}{\omega_0^4} - \left(2 - \frac{1 - k_L^2}{Q_L^2} \right) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1 \right] \quad (5.37)$$

As três frequências de ressonância são dadas por (5.38). Contrariamente às configurações anteriores, ω_{r1} depende de k_L , aproximando-se de ω_0 quando o acoplamento é muito baixo (k_L reduzido), o que vai de encontro à discussão sobre este alinhamento (secção 5.3.2.4. Contudo, quando k_L é significativo, este alinhamento não pode mais ser considerado como um alinhamento aproximado, pelo que nessa situação seria mais adequado designá-lo por “ $\omega_1 = \omega_2$ ”, em vez de “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”.

$$\begin{aligned} \omega_{r1} &= \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - k_L^2}} \\ \omega_{r2} &= \frac{\omega_0}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{k_L^2 + 2Q_L^2 - 1 - \sqrt{(1 - k_L^2 - 2Q_L^2)^2 - 4Q_L^4(1 - k_L^2)}}{1 - k_L^2}} \\ \omega_{r3} &= \frac{\omega_0}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{k_L^2 + 2Q_L^2 - 1 + \sqrt{(1 - k_L^2 - 2Q_L^2)^2 - 4Q_L^4(1 - k_L^2)}}{1 - k_L^2}} \end{aligned} \quad (5.38)$$

Note-se que a resiliência face às variações de R_L e k_L tornam este alinhamento bastante interessante para um sistema de conetores *contactless*, apesar de a resiliência à variação de k_L implicar que a frequência de operação seja ajustável.

As frequências ω_{r2} e ω_{r3} foram determinadas a partir de (5.20), existindo apenas em regime de acoplamento crítico ($\omega_{r2} = \omega_{r3}$) ou de sobreacoplamento.

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se. A condição do discriminante quadrático traduz-se em (5.39), enquanto que a condição $b_1 < 0$ implica que $Q_L > \sqrt{(1-k_L^2)/2}$. Contudo, esta última condição é dispensável, uma vez que a inserção de (5.39) nessa condição a torna universal.

$$k_{L(C)} = \sqrt{1 + 2 \cdot Q_L^2 \left[Q_L \left(\sqrt{Q_L^2 + 2} - Q_L \right) - 1 \right]} \quad (5.39)$$

Para que $k_{L(C)}$ seja real, é ainda necessário garantir em (5.39) que o radicando exterior seja positivo. Contudo, a determinação do valor de Q_L que anula esse radicando envolve uma equação irracional sem solução explícita. Não obstante, dado que Q_L é positivo, suspeitou-se por inspeção que o radicando nunca é negativo, situação que foi comprovada graficamente no MATLAB. Assim sendo, não é necessário nenhum critério adicional, pelo que (5.39) é efetivamente o critério de acoplamento crítico.

Experimentou-se também obter o critério de acoplamento crítico a partir do discriminante cúbico do polinómio cúbico característico da versão expandida (bicúbica) de (5.37), como descrito no âmbito da configuração SS (secção 5.3.4.1 a)), tendo-se obtido um segundo ponto de acoplamento crítico $k_{L(C1)}$, dado por (5.40).

$$k_{L(C1)} = \frac{1}{\sqrt{Q_L^2 + 1}} \quad (5.40)$$

O significado e o comportamento de $k_{L(C1)}$ são semelhantes aos descritos na secção 5.3.4.1 a) (configuração SS).

5.3.4.3 – Discussão dos Critérios de Acoplamento Crítico.

Nas configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente, a formulação do polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ por fatores de qualidade revelou-se essencial na obtenção de critérios de acoplamento crítico sintéticos e de significado claro. Este aspecto é extensível às expressões das frequências de ressonância em regime de acoplamento crítico ou de sobreacoplamento (ω_{r2} e ω_{r3}). Nestas configurações, viu-se que o regime de acoplamento crítico pode ter duas formas, discriminadas pela existência de duas ou três frequências de ressonância de fase coincidentes (raiz dupla ou tripla de $P_6(\omega)$). No primeiro caso, detetou-se a existência dos dois pontos de acoplamento crítico $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$ ($k_{L(C)} < k_{L(C1)}$), sendo $k_{L(C)}$ o mais representativo da mudança de regime, dado que acima deste ponto o sistema não mais tem uma só frequência de ressonância. Estes pontos aproximam-se com o aumento dos fatores de qualidade intervenientes. Efetivamente, se estes fatores forem elevados, $k_{L(C)} \approx k_{L(C1)}$. Em qualquer caso (duas ou três frequências de ressonância coincidentes), os critérios de acoplamento crítico envolvem exclusivamente o coeficiente de acoplamento e os fatores de qualidade intervenientes. Verifica-se também que, quanto maiores forem esses fatores, menor

é o coeficiente de acoplamento necessário para a ocorrência de uma situação de acoplamento crítico.

Nas configurações e alinhamentos não caracterizáveis analiticamente, os *scripts* “wRes_kCrit.m” e “wRes_kCrit_NoRp.m” permitiram pelo menos concluir que, para os alinhamentos síncrono, “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” e “ $\omega_r = \omega_2$ ”, os coeficientes dos polinômios dos discriminantes $\Delta_2(k_L)$ e $\Delta_3(k_L)$ dependem exclusivamente dos fatores de qualidade intervenientes, o que indica que os pontos de acoplamento crítico correspondentes têm igual dependência. Nestas configurações, dada a dificuldade de uma caracterização analítica de âmbito geral, os pontos de acoplamento crítico e as várias frequências de ressonância devem ser determinadas sobre o sistema particular em questão, por análise numérica ou por simulação SPICE.

Os *scripts* “wRes_kCrit.m” e “wRes_kCrit_NoRp.m” permitiram ainda testar se a utilização de bobinas idênticas no primário e secundário ($L_1 = L_2$, $R_{P1} = R_{P2}$) simplificaria o polinômio de ressonância $P_6(\omega)$, a ponto de permitir outras configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente. Contudo, concluiu-se que esse procedimento é escusado, pois não se observou qualquer alteração significativa em $P_6(\omega)$.

O facto de o critério de acoplamento crítico envolver apenas k_L e os fatores de qualidade intervenientes era já referido na bibliografia sobre circuitos ressonantes acoplados indutivamente, quer na ressonância de magnitude, quer na ressonância de fase. A diminuição do coeficiente de acoplamento necessário para o acoplamento crítico com o aumento dos fatores de qualidade intervenientes era igualmente referido. Contudo, não se encontrou qualquer bibliografia que reconhecesse a possibilidade de o regime de acoplamento crítico ter duas formas (duas ou três frequências de ressonância de fase coincidentes), bem como a consequente existência dos pontos de acoplamento crítico $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$. Com efeito, toda a bibliografia consultada apenas referia a existência de um só ponto de acoplamento crítico. Note-se que alguns dos critérios de acoplamento crítico desenvolvidos no âmbito das configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente não constam da bibliografia consultada, nomeadamente (5.27), (5.28), (5.35), (5.36) e (5.39). Relativamente às frequências de ressonância em regime de acoplamento crítico ou de sobreacoplamento, nenhuma das expressões de ω_{r2} e ω_{r3} apresentadas consta dessa bibliografia.

5.3.4.4 – Alinhamentos de Interesse Identificados.

No âmbito de um sistema de conetores *contactless*, os alinhamentos de maior interesse são aqueles que não são afetados por variações de carga e de acoplamento, dado que tais variações podem ocorrer durante o normal funcionamento do sistema. De entre os alinhamentos caracterizáveis analiticamente, identificaram-se quatro alinhamentos de interesse, um por configuração. Efetivamente, viu-se que o alinhamento síncrono da configuração SS e o alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” da configuração PP são resilientes à variação de carga e de acoplamento, enquanto que o alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” da configuração SP e o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” da configuração PS são resilientes à variação de carga, o que torna estes quatro alinhamentos interessantes. O alinhamento síncrono da configuração SP foi considerado de menor interesse, visto ser apenas resiliente à variação de acoplamento. Com efeito, num sistema de conetores *contactless*, é menos provável a variação de acoplamento do que a variação de carga, desde que o sistema providencie um meio mecânico para fixar ou alinhar a posição relativa das bobinas da interface indutiva.

5.3.5 – Exemplo de Análise Gráfica da Ressonância.

Na última secção respeitante à ressonância, vai-se explorar graficamente a ressonância de fase das quatro configurações sob alinhamento síncrono, a partir de um exemplo. Pretende-se analisar a evolução da fase de Z_i em virtude das variações de acoplamento (k_L) e de carga (R_L), recorrendo ao MATLAB. Esta análise centrou-se nos *scripts* “Ph3DvsKl.m” e “Ph3DvsRl.m”, que permitem representar a fase de Z_i como uma superfície tridimensional em função da frequência (f) e de k_L (“Ph3DvsKl.m”), e em função de f e de R_L (“Ph3DvsRl.m”). Note-se que estes *scripts* trabalham diretamente com as expressões das imitâncias ((5.11), tabelas 5.3 e 5.4), e não com fatores de qualidade. As gamas de variação do acoplamento e da carga são $0 \leq k_L \leq 1$ e $R_{L(N)}/10 \leq R_L \leq R_{L(N)}.10$, sendo $R_{L(N)}$ o valor nominal de R_L , recorde-se.

Os parâmetros do alinhamento síncrono foram determinados a partir do *script* “AlignCalc.m”, que deve ser executado antes dos outros. Para todas as configurações, este *script* tem como parâmetros de entrada f_r ($f_r = \omega_r / (2.\pi)$), $k_{L(N)}$ (valor nominal de k_L), L_1 , L_2 , Q_{CP} , Q_{CS} , $Q_{L(N)}$ (valor nominal de Q_L , associado a $R_{L(N)}$) e R_G , a partir dos quais determina os parâmetros de saída C_1 , C_2 , R_{P1} , R_{P2} e $R_{L(N)}$, suportando os alinhamentos síncrono, “ $\omega_r = \omega_1$ ”, “ $\omega_r = \omega_2$ ” e “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”. Note-se que R_G não é utilizada no cálculo dos parâmetros de saída, sendo definida no *script* “AlignCalc.m” apenas para ficar junto dos restantes parâmetros de entrada. Desta forma, todos os parâmetros do modelo são definidos através desse *script*.

Na Tabela 5.15 apresentam-se os parâmetros de entrada que caracterizam o exemplo e os correspondentes parâmetros de saída. Os parâmetros de entrada são iguais para todas as configurações, a fim de permitir uma comparação direta.

CONFIG.	PARÂMETROS DE ENTRADA	PARÂMETROS DE SAÍDA		
SS	$f_r = 100$ kHz $k_{L(N)} = 0,5$ $L_1 = L_2 = 25$ μ H $Q_{CP} = Q_{CS} = 40$ $Q_{L(N)} = 3$ $R_G = 0,5$ Ω	$C_1 = 101,32$ nF	$C_2 = 101,32$ nF	$R_{P1} = R_{P2} = 393$ m Ω
PS		$C_1 = 66,56$ nF	$R_{L(N)} = 5,236$ Ω	
SP		$C_1 = 101,32$ nF	$C_2 = 91,19$ nF	
PP		$C_1 = 66,56$ nF	$R_{L(N)} = 52,36$ Ω	

Tabela 5.15 – Parâmetros de entrada e de saída, alinhamento síncrono.

Os valores dos parâmetros de entrada pretendem representar uma situação típica de baixa potência, resultando de um apanhado da bibliografia consultada. Como exceções, tem-se o valor relativamente alto de $k_{L(N)}$ e o valor relativamente baixo de Q_{CP} , Q_{CS} e $Q_{L(N)}$, que visam uma representação gráfica clara da evolução da ressonância.

Cada superfície tridimensional de fase será representada numa só figura através de duas vistas: a da esquerda representa a vista tridimensional isométrica a partir de um ponto conveniente; a da direita corresponde à vista de “cima” (semiplano $f - k_L$ ou $f - R_L$). Em cada superfície de fase, as linhas a preto assinalam a ressonância de fase de Z_i , resultando da intersecção dessa superfície com o plano de fase nula.

5.3.5.1 – Representação da Fase em Função de f e k_L .

Nas Figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13 representam-se as superfícies de fase em função de f e k_L , para as configurações SS, SP, PS e PP, respetivamente. Nessas figuras, pode-se constatar

que, nas condições nominais, as quatro configurações do exemplo estão todas em regime de sobreacoplamento. Na interpretação das figuras, recorde-se que a frequência de ressonância de fase de Z_2 não é afetada pela variação do acoplamento, independentemente da configuração do secundário (tabela 5.5).

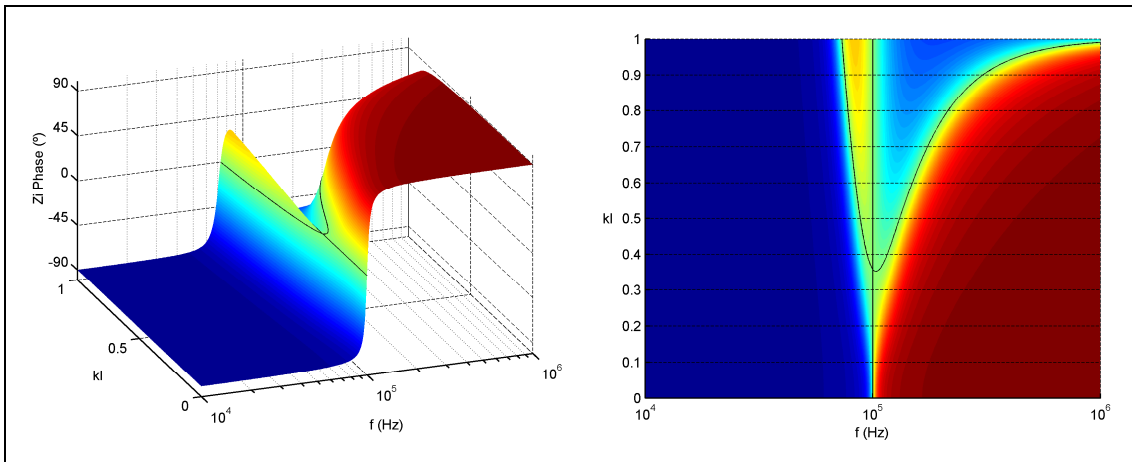


Figura 5.10 – Fase em função de f e k_L ; configuração SS.

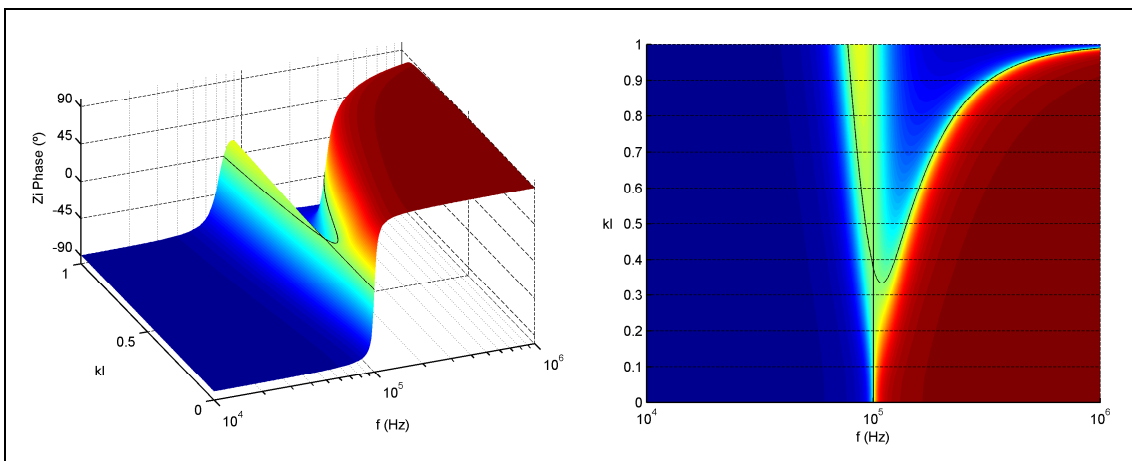


Figura 5.11 – Fase em função de f e k_L ; configuração SP.

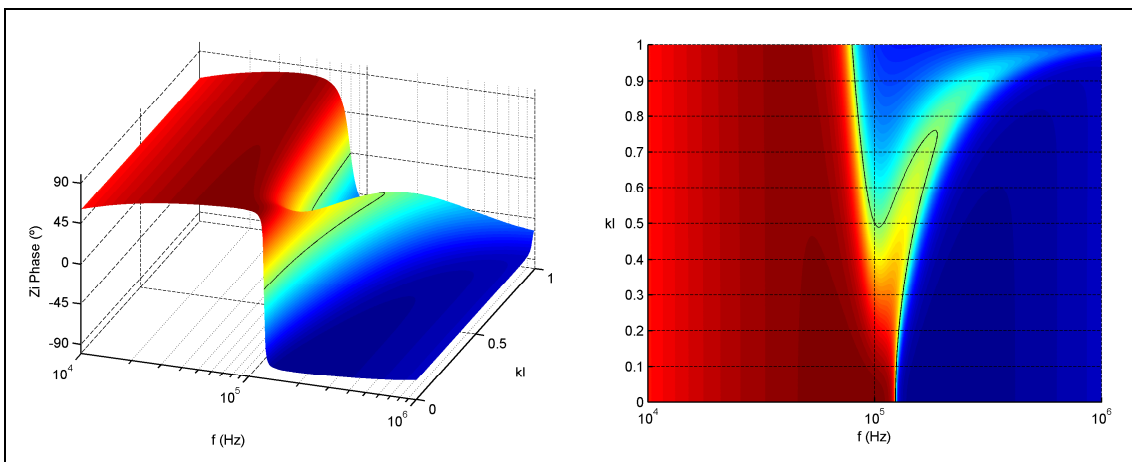


Figura 5.12 – Fase em função de f e k_L ; configuração PS.

Nas figuras 5.10 e 5.11, verifica-se que o comportamento das configurações com primário série face às variações de acoplamento é bastante semelhante. Nestas figuras, a linha

reta em $f = 100$ kHz resulta de o alinhamento síncrono dessas configurações ser imune à variação de acoplamento. Na configuração SP (figura 5.11), os pontos de acoplamento crítico $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$ são particularmente visíveis ($k_{L(C)} \approx 0,33$; $k_{L(C1)} \approx 0,38$).

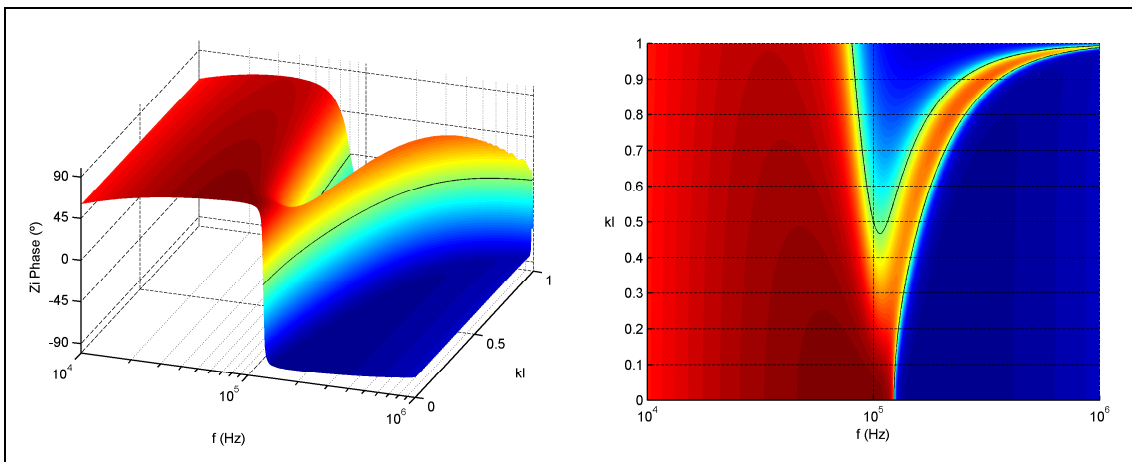


Figura 5.13 – Fase em função de f e k_L ; configuração PP.

Nas figuras 5.12 e 5.13, constata-se que o comportamento das configurações com primário paralelo face às variações de acoplamento é similar. Nestas configurações, recorde-se que o alinhamento síncrono é discreto, existindo apenas nas condições nominais.

Na figura 5.12, verifica-se que a configuração PS apresenta dois pontos de acoplamento crítico, em $k_L \approx 0,49$ e em $k_L \approx 0,76$. Acontece que, acima deste último ponto, o sistema regressa ao regime subacoplado (uma só frequência de ressonância), o que é um comportamento totalmente inesperado. Com efeito, este comportamento não verifica a regra estabelecida na secção 5.3.4.3 relativamente às configurações e alinhamentos caracterizáveis analiticamente, segundo a qual, para valores de k_L acima de um qualquer ponto de acoplamento crítico, o sistema não mais regressa ao regime subacoplado. Este fenómeno foi confirmado por simulação SPICE, não constando de todo na bibliografia consultada. Recorde-se que o alinhamento síncrono da configuração PS não é caracterizável analiticamente.

5.3.5.2 – Representação da Fase em Função de f e R_L .

Nas figuras 5.14, 5.15, 5.16 e 5.17 representam-se as superfícies de fase em função de f e R_L , para as configurações SS, SP, PS e PP, respetivamente.

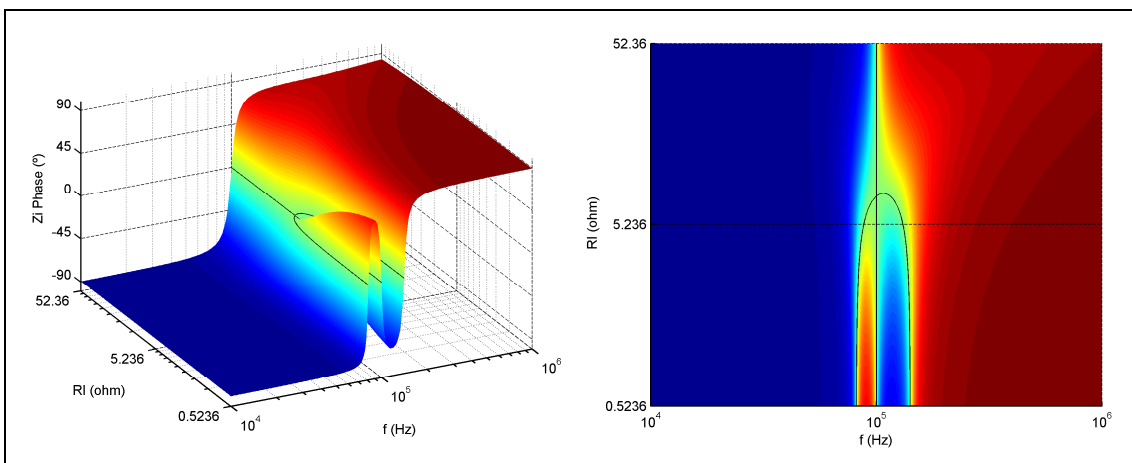


Figura 5.14 – Fase em função de f e R_L ; configuração SS.

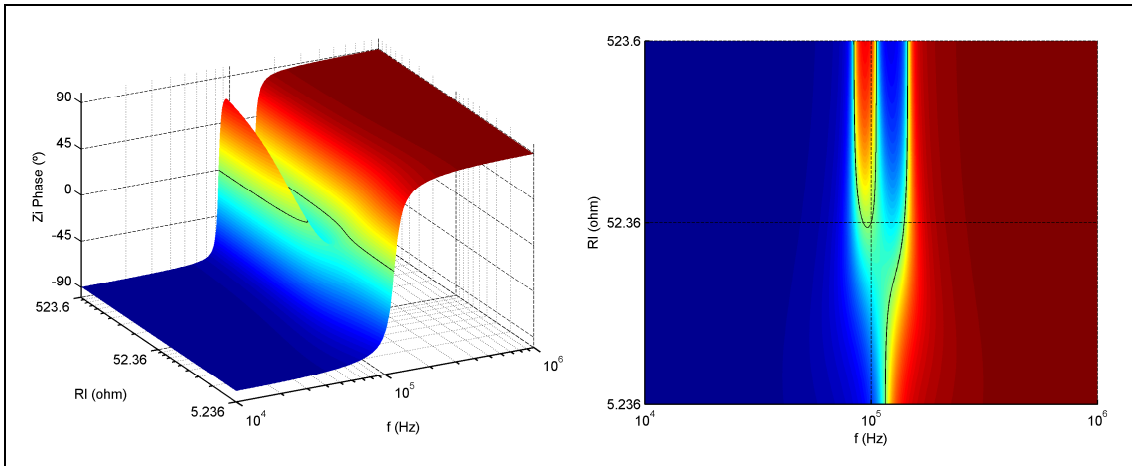


Figura 5.15 – Fase em função de f e R_L ; configuração SP.

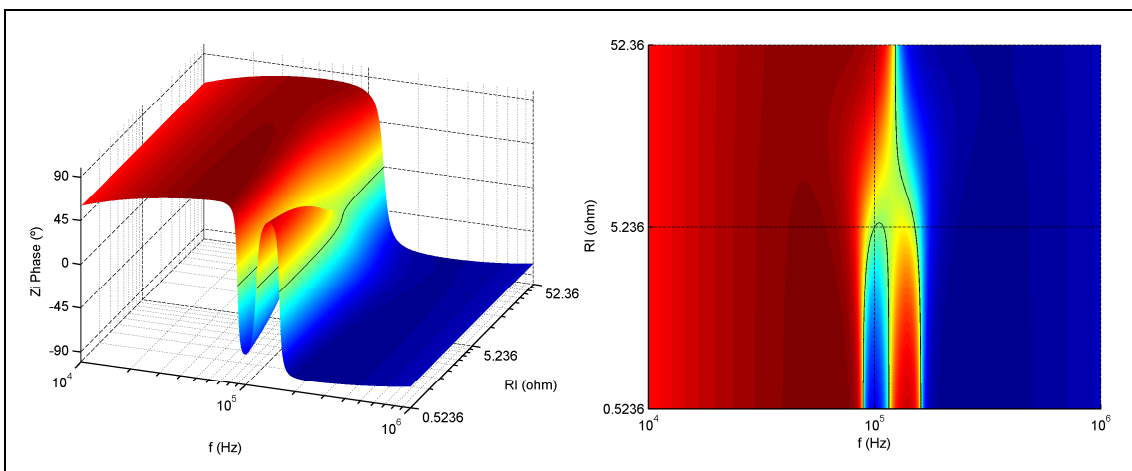


Figura 5.16 – Fase em função de f e R_L ; configuração PS.

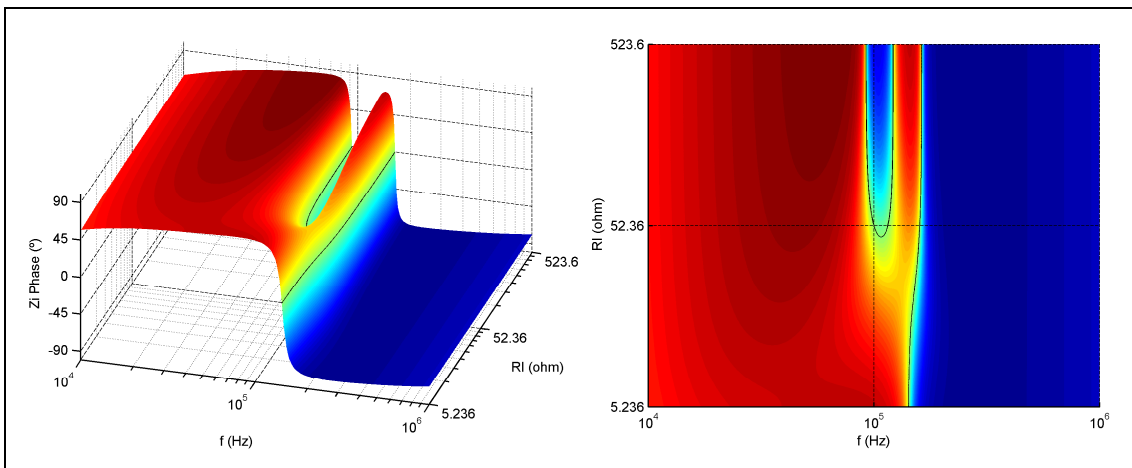


Figura 5.17 – Fase em função de f e R_L ; configuração PP.

Comparando as configurações com secundário série e paralelo, constata-se que a evolução dos regimes de acoplamento em função de R_L se dá em sentidos contrários. Isto deve-se ao facto de, nessas configurações, o fator de qualidade associado a R_L (Q_L) evoluir de formas opostas com o aumento de R_L : no secundário série, Q_L diminui; no secundário paralelo, Q_L aumenta (tabela 5.7). Note-se que apenas o alinhamento síncrono da configuração SS (figura 5.14) não é afetado pela variação de carga; nas restantes configurações, o alinhamento

síncrono apenas existe à carga nominal ($R_{L(N)}$), correspondendo portanto a um ponto nas respectivas superfícies de fase.

Na Figura 5.18, detalha-se a destruição do alinhamento síncrono da configuração PP (figura 5.17), através da representação da evolução da fase de Z_1 e Z_2 com a variação da carga. As curvas a azul representam a situação nominal ($R_L = R_{L(N)}$); as curvas a vermelho resultam de $R_L = 2.R_{L(N)}$. Nas curvas a vermelho, pode-se constatar que o desvio das frequências de ressonância de fase de Z_1 e Z_2 se dá em direções opostas relativamente à situação nominal, como descrito na secção 5.3.2.2. A figura 5.18 foi construída através do *script* “PhZiZ2.m”, que suporta as quatro configurações.

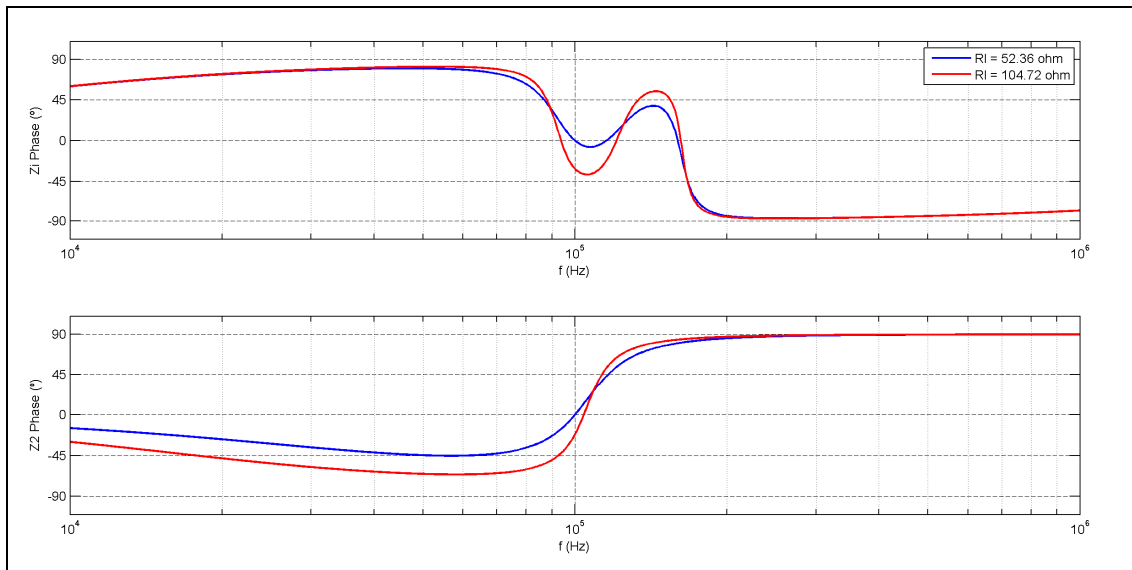


Figura 5.18 – Fase de Z_1 e Z_2 em função de f ; configuração PP.

Por fim, note-se que as figuras apresentadas na secção 5.3.5 foram confirmadas através de simulação SPICE (análise em frequência - AC) sobre alguns pontos estratégicos.

5.4 – Acoplamento Indutivo Ressonante: Desempenho.

Nesta secção, o desempenho de um sistema *wireless* baseado em acoplamento indutivo ressonante será avaliado através dos parâmetros de transferência e dos parâmetros de eficiência. Os parâmetros de transferência e de eficiência serão formalmente definidos nas secções 5.4.2 e 5.4.3, respetivamente. À semelhança da análise da ressonância, a análise do desempenho enfatizará os efeitos da variação dos parâmetros que geralmente podem mudar durante a operação normal de um sistema *wireless* baseado em acoplamento indutivo: o acoplamento (k_L) e a carga (R_L). Na análise do desempenho das quatro configurações (SS, SP, PS e PP), abordar-se-ão duas situações distintas: o caso geral, válido para qualquer frequência e alinhamento; e a análise sob ressonância, que será feita apenas sob alguns alinhamentos de maior relevo para a aplicação em questão. O ponto de partida será a determinação das tensões e correntes presentes na entrada e na saída do sistema, no caso geral.

5.4.1 – Determinação das Tensões e Correntes de Entrada e de Saída.

Para a determinação de tensões e correntes, é preferível recorrer ao modelo do transformador linear baseado em fontes de tensão dependentes (figura 4.8 a) ou 5.5 a)), em

vez do modelo baseado na inversão de impedância. Aplicando então o modelo da figura 5.5 a) aos transformadores lineares dos modelos da figura 5.3, obtém-se os circuitos da Figura 5.19, que constituem o caso geral.

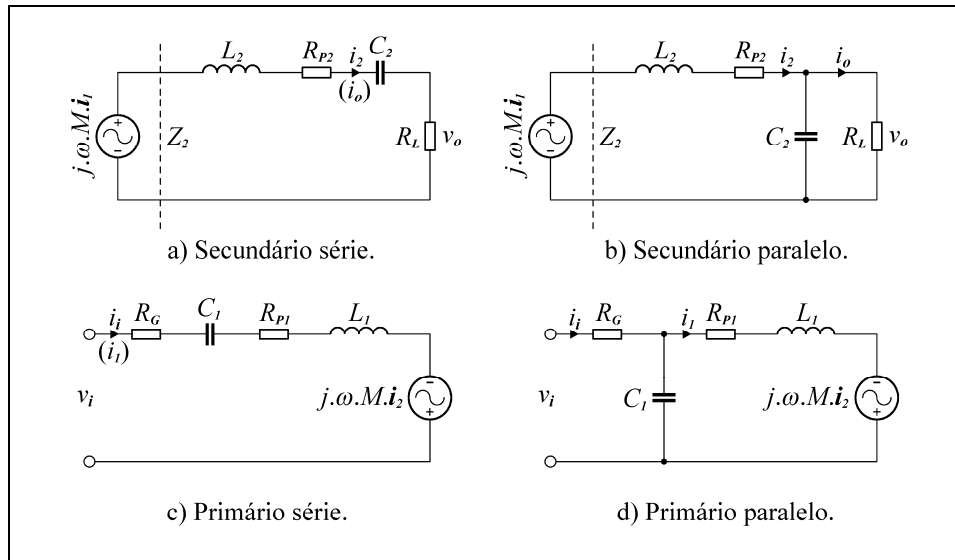


Figura 5.19 – Circuitos para determinação de Z_2 , v_o , i_o , v_i e i_i .

No caso geral, não vale a pena trabalhar com fatores de qualidade ou separar as grandezas nas componentes real e imaginária. Note-se que a magnitude dos fasores será expressa como um valor eficaz (RMS).

Na Tabela 5.16, apresenta-se a impedância do secundário Z_2 e a tensão de saída v_o (tensão na carga) em função de i_2 , para o secundário série e paralelo. A impedância Z_2 tinha já sido definida na análise da ressonância (secção 5.3), recorde-se. Em todas as configurações, note-se que a corrente de saída i_o é simplesmente dada por $i_o = v_o/R_L$, uma vez que corresponde à corrente na carga.

SECUNDÁRIO	Z_2	v_o
Série	$Z_2 = R_{p2} + R_L + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)$	$v_o = R_L \cdot i_2$
Paralelo	$Z_2 = R_{p2} + j \omega L_2 + \frac{1}{1/R_L + j \omega C_2}$	$v_o = \frac{i_2}{1/R_L + j \omega C_2}$

Tabela 5.16 – Parâmetros Z_2 e v_o ; secundário série e paralelo.

A transformação de corrente que ocorre no transformador linear pode ser descrita pelo ganho em corrente do transformador linear A_{it} , segundo (5.41).

$$A_{it} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{j \omega M}{Z_2} \quad (5.41)$$

Na Tabela 5.17 apresenta-se a corrente de entrada i_i e a tensão de entrada v_i , ambas em função de i_2 , para o primário série e paralelo.

PRIMÁRIO	i_i	v_i
Série	$i_i = \frac{i_2}{A_{ii}}$	$v_i = i_2 \left[\frac{1}{A_{ii}} \left(R_G + R_{P1} + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \right) - j \omega M \right]$
Paralelo	$i_i = i_2 \left[\frac{1}{A_{ii}} + j \omega C_1 \left(\frac{R_{P1} + j \omega L_1 - j \omega M}{A_{ii}} \right) \right]$	$v_i = i_2 \left[\frac{R_G}{A_{ii}} + (j \omega C_1 R_G + 1) \left(\frac{R_{P1} + j \omega L_1 - j \omega M}{A_{ii}} \right) \right]$

Tabela 5.17 – Parâmetros i_i e v_i ; primário série e paralelo.

O interesse da factorização de v_o , i_i e v_i em termos de i_2 tornar-se-á claro nas secções seguintes.

5.4.2 – Parâmetros de Transferência.

Os parâmetros ou funções de transferência a considerar são o ganho em tensão A_v , o ganho em corrente A_i , a transimpedância Z_m e a transadmitância Y_m . O subscrito “m” de Z_m e Y_m deve-se ao facto de estas transimpedâncias também se designarem por imitâncias mútuas. Esses parâmetros de transferência são formalizados por (5.42). Uma vez que v_o e i_o correspondem à tensão e à corrente na carga R_L (respetivamente), tem-se universalmente $Z_m = A_i R_L$ e $Y_m = A_v / R_L$, dado que $v_o = R_L i_o$.

$$\begin{aligned}
 A_v &= \frac{v_o}{v_i} \quad ; \quad A_i = \frac{i_o}{i_i} \\
 Z_m &= \frac{v_o}{i_i} \quad ; \quad Y_m = \frac{i_o}{v_i}
 \end{aligned}
 \tag{5.42}$$

Os parâmetros de transferência são dados por razões entre as tensões e correntes das tabelas 5.16 e 5.17. Assim sendo, o fator i_2 é cancelado, dado ser comum a todas essas grandezas. Desta forma, os parâmetros de transferência são expressos apenas em função dos parâmetros do sistema (L_1 , L_2 , C_1 , C_2 , R_{P1} , R_{P2} , R_L , R_G , M ou k_L) e da frequência de operação ω , não envolvendo explicitamente tensões e correntes.

5.4.2.1 – Análise Gráfica.

No caso geral, as expressões dos parâmetros de transferência são demasiado longas para delas se extrair informação útil, tendo-se optado antes pela análise gráfica. Para tal, conceberam-se dois *scripts* no MATLAB. O *script* “TransParam3DvsRl.m” representa a magnitude dos parâmetros de transferência como superfícies tridimensionais em função de f e de R_L , para $k_L = k_{L(N)}$ e $R_{L(N)}/10 \leq R_L \leq R_{L(N)}.10$. Por outro lado, o *script* “TransParam3DvsKl.m” representa a magnitude os parâmetros de transferência como superfícies tridimensionais em função de f e de k_L , para $R_L = R_{L(N)}$ e $0 \leq k_L \leq 1$. Recorde-se que $R_{L(N)}$ e $k_{L(N)}$ são os valores nominais de R_L e k_L , respetivamente.

A análise gráfica foi feita sobre o alinhamento síncrono das quatro configurações, nas mesmas condições do exemplo da análise gráfica da ressonância (tabela 5.15). Nas Figuras 5.20 e 5.21 representa-se $|A_v|$ em função de f e de R_L para as configurações SS e SP,

respetivamente; nas Figuras 5.22 e 5.23 representa-se $|A_i|$ em função de f e de R_L para as configurações PS e PP, respetivamente. Nas vistas da direita dessas figuras (semiplano $f - R_L$), as curvas a preto representam as frequências de ressonância de fase de Z_i . Estas curvas serão referidas como curvas de ressonância. Optou-se por apresentar apenas $|A_v|$ e $|A_i|$ para as configurações indicadas a fim de sintetizar a discussão, cingindo-a aos aspectos mais interessantes.

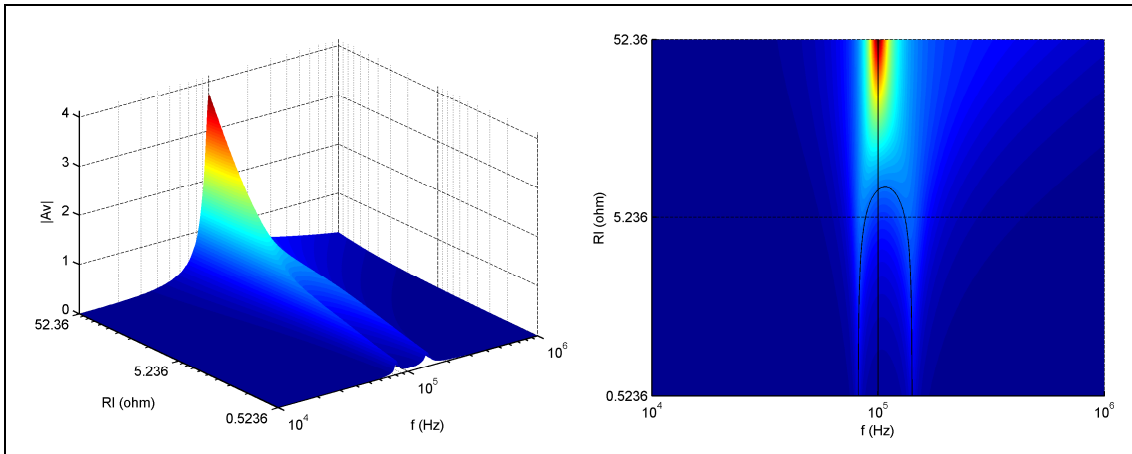


Figura 5.20 – Magnitude de A_v em função de f e R_L ; configuração SS.

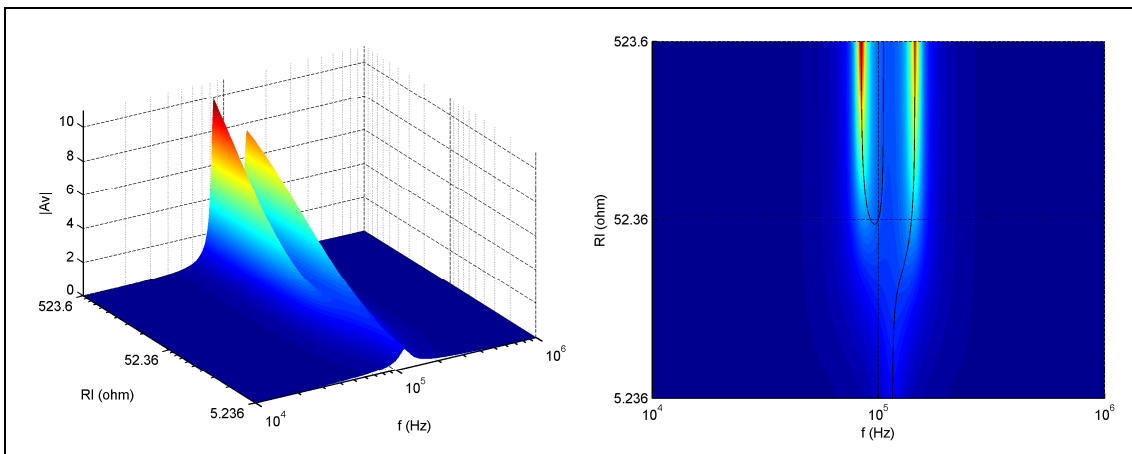


Figura 5.21 – Magnitude de A_v em função de f e R_L ; configuração SP.

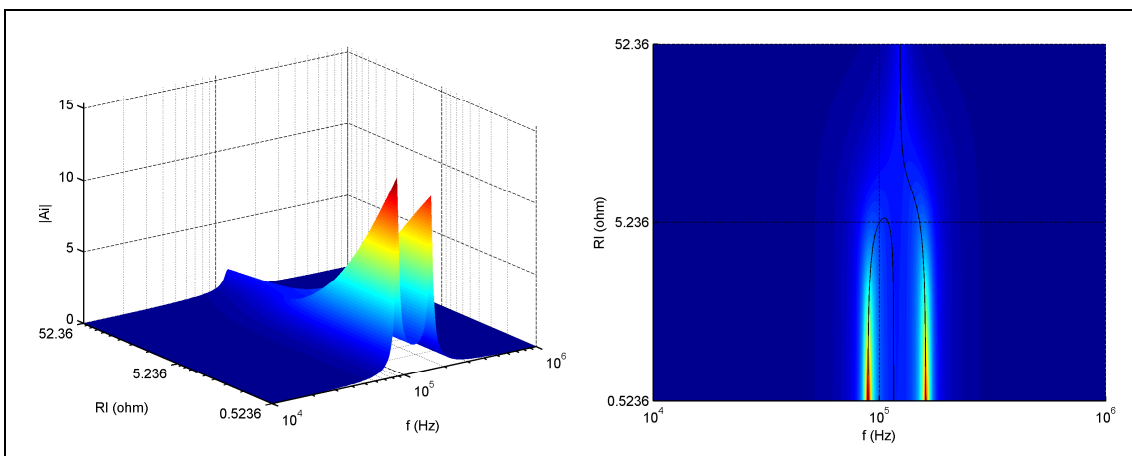


Figura 5.22 – Magnitude de A_i em função de f e R_L ; configuração PS.

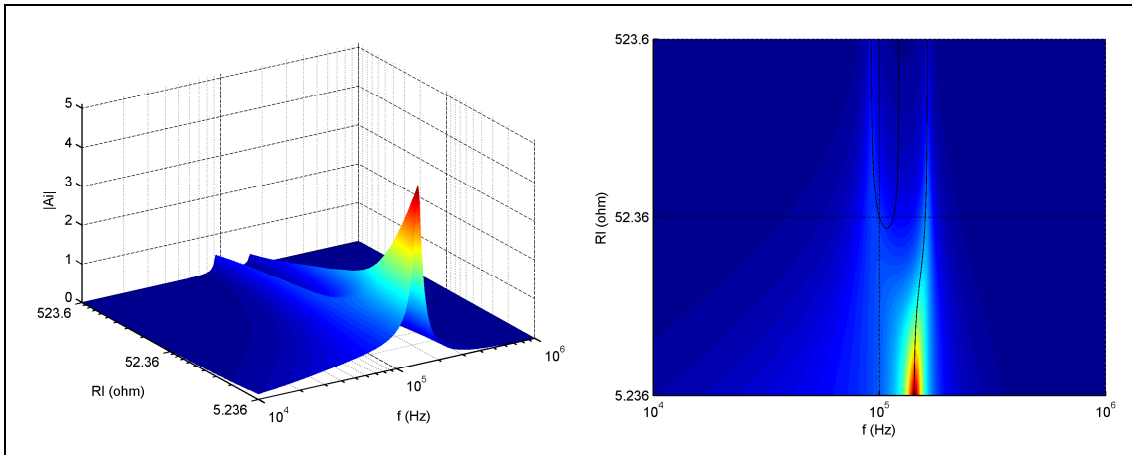


Figura 5.23 – Magnitude de A_i em função de f e R_L ; configuração PP.

Observando as figuras 5.20 a 5.23, constata-se a existência de uma aparente simetria e dualidade entre as configurações SS – PP e SP – PS. A dualidade verifica-se relativamente à evolução de $|A_v|$ e $|A_i|$ nessas configurações, podendo-se identificar um plano de simetria aproximado em $R_L = R_{L(N)}$. Em todas as figuras pode-se também observar os dois picos que surgem em regime sobreacoplado, no contexto da ressonância de magnitude. Note-se que a evolução da ressonância de magnitude não acompanha sempre a evolução da ressonância de fase, embora estejam ambas claramente relacionadas.

Não se vai apresentar a evolução da magnitude dos parâmetros de transferência em função de f e de k_L , uma vez que esta não acrescenta nada de significativo à discussão.

Para além dos *scripts* das representações tridimensionais, concebeu-se também o *script* “TransParam.m”, que representa $|A_v|$ e $|A_i|$ como curvas (bidimensionais) em função de f , nas condições nominais ($R_L = R_{L(N)}$ e $k_L = k_{L(N)}$). Tal como as versões tridimensionais, este *script* suporta as quatro configurações, tendo-se contudo optado por não incluir neste a representação de $|Z_m|$ e $|Y_m|$. Efetivamente, dado que R_L é constante ($R_L = R_{L(N)}$), tem-se $Z_m = A_i \cdot R_{L(N)}$ e $Y_m = A_v / R_{L(N)}$, pelo que Z_m e Y_m evoluem da mesma forma que A_i e A_v , respetivamente.

Na Figura 5.24 apresenta-se o resultado para a configuração SS (alinhamento síncrono); as representações relativas às restantes configurações sob alinhamento síncrono não serão apresentadas, dada a menor importância destas para este trabalho. Nessa figura, note-se que $|A_v|$ corresponde ao corte pelo semiplano $R_L = R_{L(N)}$ na figura 5.20.

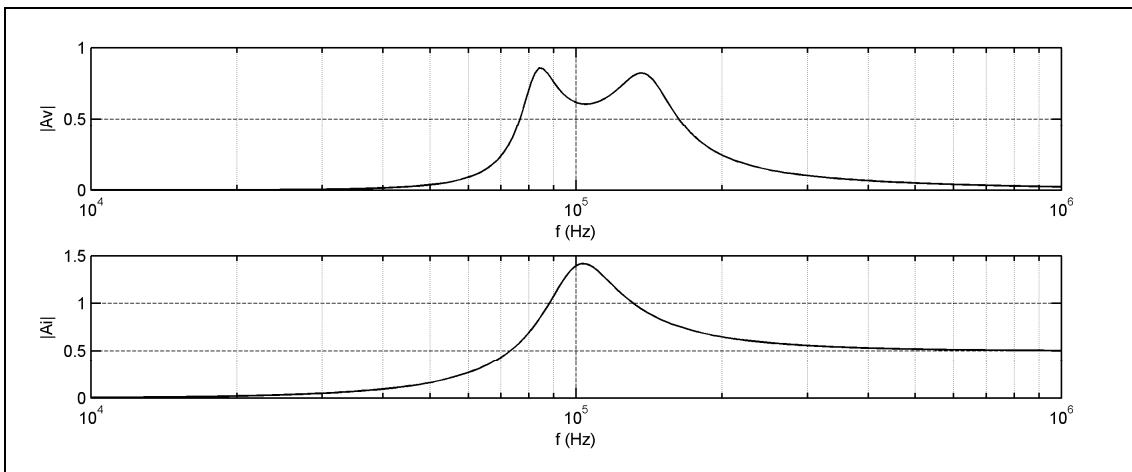


Figura 5.24 – Parâmetros $|A_v|$ e $|A_i|$ em função de f ; configuração SS.

5.4.2.2 – Análise sob Ressonância, Alinhamentos de Interesse.

Na secção 5.3.4.4, identificaram-se quatro alinhamentos de interesse para um sistema de conetores *contactless*, um por configuração: o alinhamento síncrono da configuração SS, o alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” da configuração SP, o alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” da configuração PS e o alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” da configuração PP. Na presente secção vai-se proceder à determinação das expressões dos parâmetros de transferência das quatro configurações nos alinhamentos de interesse, que será feita sobre uma versão simplificada dos modelos da figura 5.19, na qual se omitiram todas as resistências parasitas ($R_{p1} = R_{p2} = R_G = 0$). O objetivo destes modelos idealizados é cingir toda a dissipação de energia à carga R_L , o que permitirá expor claramente as transformações de tensão e de corrente que ocorrem num sistema de acoplamento indutivo a operar sob os alinhamentos de interesse, como se verá.

As expressões dos parâmetros de transferência serão determinadas a ω_r , que é a frequência de ressonância de fase de Z_i que participa na definição dos alinhamentos. Para o efeito, concebeu-se o *script* “TransParamExpr.m”, que recorre às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB. As expressões obtidas são apresentadas na Tabela 5.18. O primeiro aspecto a realçar nesta tabela é que $|A_v| = 1/|A_i|$ e $|Z_m| = 1/|Y_m|$, em cada configuração. Contudo, o aspecto mais importante ocorre nos parâmetros destacados por linha tracejada (A_v e A_i nas configurações SP e PS, Z_m e Y_m nas configurações SS e PP). Com efeito, estes parâmetros não dependem da carga R_L , comportando-se portanto a saída do sistema como uma fonte ideal de tensão ou de corrente, dependendo do tipo de fonte (ideal) que alimenta o sistema e da configuração em questão.

CONFIG. (ALINH.)	A_v	A_i	Z_m	Y_m
SS (Síncrono)	$j \frac{R_L}{k_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$	$j \frac{k_L}{R_L} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$j k_L \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$j \frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$
PP (“ $\omega_r \approx \omega_0$ ”)	$-j \frac{R_L}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$	$-j \frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{R_L} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$-j \sqrt{1/k_L^2 - 1} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$-j \frac{1}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$
SP (“ $\omega_r = \omega_2$ ”)	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$R_L k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{1}{R_L k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$
PS (“ $\omega_r = \omega_1$ ”)	$k_L \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{R_L}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{R_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

Tabela 5.18 – Parâmetros de transferência a ω_r .

No caso das configurações SP e PS, os parâmetros A_v e A_i funcionam como relações de transformação de um transformador ideal (entrada em tensão, saída em tensão; entrada em corrente, saída em corrente). De facto, esses parâmetros correspondem precisamente às relações de transformação (a) dos transformadores ideais dos modelos do transformador linear baseados no transformador ideal (figura 4.11, secção 4.2.1.5). Especificamente, para a configuração SP, A_v corresponde a a do modelo da figura 4.11 b); para a configuração PS, A_v corresponde a a do modelo da figura 4.11 a). A razão desta correspondência está no facto de a definição dos alinhamentos subjacentes levar precisamente à anulação de todas as indutâncias desses modelos por ressonância de reactância, deixando apenas os transformadores ideais dos mesmos. No domínio da frequência, recorde-se que, à respetiva frequência de ressonância,

um circuito LC série é um curto-circuito (ressonância), enquanto que um circuito LC paralelo é um circuito aberto (anti-ressonância).

Por outro lado, nas configurações SS e PP, pode-se constatar que, da perspectiva da carga, há uma inversão do tipo de fonte de alimentação do sistema, ou seja, se o sistema for alimentado por uma fonte de tensão, a carga verá uma fonte de corrente, e vice-versa (entrada em tensão, saída em corrente; entrada em corrente, saída em tensão). Assim sendo, o comportamento dessas configurações a ω_r é similar ao do girador*, notando contudo que este não tem parâmetros de transferência complexos [24]. A explicação para este comportamento está nos modelos da figura 4.8, notando que os alinhamentos de interesse das configurações SS e PP levam precisamente à anulação de todas as indutâncias dos modelos das figuras 4.8 a) e b) (respetivamente), por ressonância de reactância.

A consideração das resistências parasitas nos modelos da figura 5.19 transforma as fontes ideais referidas em fontes reais, afetando a regulação de carga. Neste caso, as expressões da tabela 5.18 são apenas aproximações aos respetivos parâmetros, sendo o erro associado tanto menor quanto menores forem as resistências parasitas R_{p1} , R_{p2} e R_G . Num sistema de elevado rendimento, como essas resistências são necessariamente baixas, pode-se considerar que as expressões da tabela 5.18 aproximam convenientemente os respetivos parâmetros, sendo bastante úteis na escolha e dimensionamento de determinada configuração e alinhamento.

A tabela 5.18 permite generalizar e quantificar as considerações da secção 3.4.3 (capítulo do estado da arte) relativas às quatro configurações. As expressões dessa tabela não constam da bibliografia consultada, embora se tenha encontrado referências explícitas à conversão corrente-tensão que ocorre na configuração SS [25, 26]. Em [26], apresentam-se expressões que representam A_i e Z_m da configuração SS, embora com um formalismo diferente, que recorreu a um modelo do transformador baseado na indutância de fuga e de magnetização (secção 4.2.2). Para além da conversão corrente-tensão, encontrou-se ainda um artigo que refere também a conversão corrente-corrente [17], como referido na secção 3.4.3. Contudo, não se encontrou na bibliografia consultada qualquer referência à conversão tensão-corrente e tensão-tensão.

O *script* "TransParamExpr.m" permite também exprimir os parâmetros de transferência que dependem de R_L em função de Q_L . Estes parâmetros são apresentados na Tabela 5.19, recordando que Q_L é definido a ω_r , exceto na configuração PP, onde é definido a ω_0 . Na configuração SS, recorde-se ainda que $\omega_r = \omega_0$.

A partir das definições dos alinhamentos das quatro configurações e da definição de ω_1 e ω_2 ((5.12)), pode-se constatar em última análise que cada alinhamento estabelece uma relação entre os componentes reativos do sistema: para as configurações SS e PP, $L_1.C_1 = L_2.C_2$; para a configuração SP, $(1-k_L^2).L_1.C_1 = L_2.C_2$; para a configuração PS, $L_1.C_1 = (1-k_L^2).L_2.C_2$. Recorrendo a estas relações, pode-se alterar as razões entre componentes reativos que constam nas expressões das tabelas 5.18 e 5.19 para obter outras expressões equivalentes, que podem ser mais convenientes em determinado contexto.

* O girador (*gyrator*) foi proposto por B. Tellegen em 1947 como um hipotético quinto elemento passivo (para além da resistência, do condensador, da bobina e do transformador ideal), tendo dois portos (quatro terminais). Os seus parâmetros de transferência são a resistência de giração (*gyration resistance*) e a condutância de giração (*gyration conductance*), sendo que um é o inverso do outro [24].

CONFIGURAÇÃO (ALINHAMENTO)	A_v	A_i
SS (Síncrono)	$j \frac{1}{k_L Q_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$j k_L Q_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
PP (“ $\omega_r \approx \omega_0$ ”)	$-j \frac{Q_L}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$-j \frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{Q_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
CONFIGURAÇÃO (ALINHAMENTO)	Z_m	Y_m
SP (“ $\omega_r = \omega_2$ ”)	$\frac{Q_L}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{Q_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$
PS (“ $\omega_r = \omega_1$ ”)	$\frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{Q_L} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$\frac{Q_L}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$

Tabela 5.19 – Parâmetros de transferência em função de Q_L .

Recorrendo ao *script* “TransParamExpr.m”, experimentou-se ainda avaliar os parâmetros da tabela 5.19 nos pontos de acoplamento crítico $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$ das quatro configurações. Apenas se obtiveram resultados de interesse em $k_{L(C1)}$, que são apresentados na Tabela 5.20. Nas configurações SS (alinhamento síncrono) e PP (alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”), $k_{L(C1)}$ é dado por (5.24) e (5.40), respetivamente; nas configurações SP (alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ”) e PS (alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”), só existe um ponto de acoplamento crítico ($k_{L(C)}$), dado por (5.31) ou (5.32), podendo-se considerar alternativamente que nestas configurações $k_{L(C)}$ e $k_{L(C1)}$ são coincidentes. Em $k_{L(C1)}$, pode-se então constatar na tabela 5.20 que os parâmetros de transferência que dependem de R_L (ou Q_L) passam a depender apenas dos componentes reativos do sistema, notando contudo que a ocorrência de $k_{L(C1)}$ implica uma relação específica entre acoplamento e carga (k_L e R_L).

CONFIGURAÇÃO (ALINHAMENTO)	A_v	A_i
SS (Síncrono)	$j \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$j \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
PP (“ $\omega_r \approx \omega_0$ ”)	$-j \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$-j \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
CONFIGURAÇÃO (ALINHAMENTO)	Z_m	Y_m
SP (“ $\omega_r = \omega_2$ ”)	$\sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$
PS (“ $\omega_r = \omega_1$ ”)	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$\sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$

Tabela 5.20 – Parâmetros de transferência sob acoplamento crítico.

Finalmente, note-se que todas as expressões e conclusões relativas aos parâmetros de transferência foram verificadas por simulação SPICE.

5.4.3 – Parâmetros de Eficiência.

Os parâmetros de eficiência a considerar são o rendimento η e a eficácia χ . Para a definição formal destes parâmetros, defina-se a potência complexa de entrada (S_i), a potência ativa de entrada (P_i) e a potência ativa de saída (P_o) segundo (5.43), tendo por base a figura 5.19 e os fasores das tensões e correntes das tabelas 5.16 e 5.17. Recorde-se que a magnitude destes fasores é expressa como um valor eficaz (RMS).

$$\begin{aligned} S_i &= \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{i}_i^* \\ P_i &= \text{Re}\{S_i\} \\ P_o &= |\mathbf{v}_o|^2 / R_L \end{aligned} \quad (5.43)$$

Relativamente às potências de entrada, note-se que a magnitude de S_i corresponde à potência aparente de entrada, sendo \mathbf{i}_i^* o conjugado de \mathbf{i}_i , e que P_i é a parte real de S_i [2]. Na saída, a potência P_o coincide com a potência total (aparente) na carga, dado ter-se assumindo que esta é puramente resistiva (R_L). Em todas as potências de (5.43), note-se ainda a existência implícita do fator comum $|\mathbf{i}_2|^2$, que decorre do fator comum \mathbf{i}_2 das tensões e correntes das tabelas 5.16 e 5.17. No caso de S_i , efetivamente, $\mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{i}_2^* = |\mathbf{i}_2|^2$, notando ainda no contexto de \mathbf{i}_i (tabela 5.17) que $(A \cdot B)^* = A^* \cdot B^*$, sendo A e B dois números complexos quaisquer. Finalmente, o rendimento η e a eficácia χ são dados por (5.44). A eficácia é um parâmetro apenas definido no âmbito deste trabalho, cuja motivação será apresentada na secção 5.4.3.1.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_o}{P_i} \\ \chi &= \frac{P_o}{|S_i|} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Nas razões de potências em (5.44), note-se que o fator comum $|\mathbf{i}_2|^2$ é eliminado. Desta forma, os parâmetros de eficiência η e χ são expressos apenas em função dos parâmetros do sistema ($L_1, L_2, C_1, C_2, R_{p1}, R_{p2}, R_L, R_G, M$ ou k_L) e da frequência de operação ω , não envolvendo explicitamente tensões e correntes, tal como os parâmetros de transferência.

5.4.3.1 – Análise Gráfica.

No caso geral, as expressões dos parâmetros de eficiência são demasiado longas para delas se extrair informação útil, tendo-se optado antes pela análise gráfica. Para tal, conceberam-se dois *scripts* no MATLAB, à semelhança da análise gráfica dos parâmetros de transferência. O *script* “EffParam3DvsRI.m” representa os parâmetros η e χ como superfícies tridimensionais em função de f e de R_L , para $k_L = k_{L(N)}$ e $R_{L(N)}/10 \leq R_L \leq R_{L(N)} \cdot 10$. Por outro lado, o *script* “EffParam3DvsKl.m” representa os parâmetros η e χ como superfícies tridimensionais em função de f e de k_L , para $R_L = R_{L(N)}$ e $0 \leq k_L \leq 1$. Recorde-se que $R_{L(N)}$ e $k_{L(N)}$ são os valores nominais de R_L e k_L , respetivamente.

A análise gráfica foi feita sobre o alinhamento síncrono das quatro configurações, nas mesmas condições do exemplo da análise gráfica da ressonância e dos parâmetros de transferência (tabela 5.15). Na Figura 5.25 representa-se o rendimento η em função de f e de

R_L , para o alinhamento síncrono da configuração SS. Na vista da direita dessa figura (semiplano $f - R_L$), as curvas a preto são as curvas de ressonância, como anteriormente.

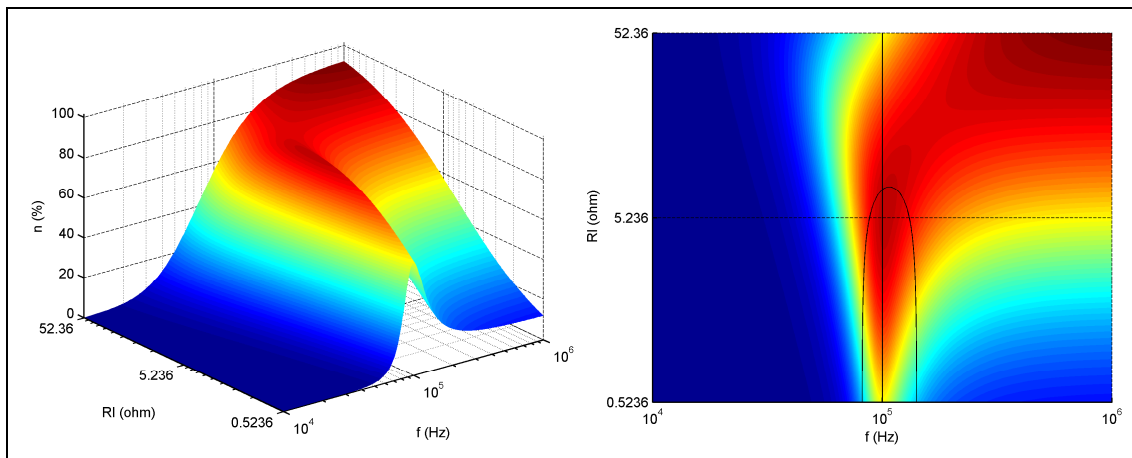


Figura 5.25 – Rendimento em função de f e R_L ; configuração SS.

Na figura 5.25 observa-se que, à medida que R_L aumenta, a zona de maior rendimento segue a linha reta da ressonância associada ao alinhamento síncrono ($f = 100$ kHz) até $R_L \approx R_{L(N)}$. A partir daí, verifica-se um desvio dessa zona para a direita, que culmina no canto superior direito, onde ocorre o rendimento máximo. Contudo, apesar do rendimento elevado, essa zona corresponde a um regime de operação desfavorável, uma vez que a potência reativa de entrada é significativa (fator de potência reduzido), dada a ausência de ressonância de fase, como se pode constatar na figura 5.14. Para despistar esse regime, experimentou-se relacionar antes P_o com a potência aparente de entrada $|S_i|$, a fim de contabilizar também a componente reativa que ocorre fora da ressonância de fase. À razão entre essas duas potências chamou-se eficácia (χ), que pode também ser encarada como um fator de potência de transferência. Esta última designação não foi adotada, uma vez que um fator de potência não é usualmente expresso em percentagem, ao contrário do rendimento, o que dificulta a comparação direta. Relativamente ao rendimento, verificou-se que a eficácia permite aferir melhor o desempenho do sistema fora da ressonância, como se pode constatar na Figura 5.26, onde se representa χ em função de f e de R_L . À ressonância de fase, uma vez que o fator de potência é unitário, $|S_i| \equiv P_i$, pelo que $\chi \equiv \eta$.

Sintetizando, a eficácia tem um âmbito mais geral que o rendimento, uma vez que permite também avaliar eficazmente o desempenho do sistema fora da ressonância. Assim sendo, optou-se por representar o desempenho das restantes configurações através da eficácia, nas Figuras 5.27 a 5.29. Recorde-se que o alinhamento síncrono dessas configurações existe apenas à carga nominal ($R_{L(N)}$), correspondendo portanto a um ponto nas respetivas superfícies de eficácia.

Nas quatro configurações, pode-se constatar que as regiões de maior eficácia seguem de perto as curvas de ressonância (curvas a preto nas vistas da direita), o que é mais uma confirmação de que a ressonância melhora substancialmente o desempenho dos sistemas baseados em acoplamento indutivo.

Contrariamente à configuração SS, as superfícies de rendimento das restantes configurações (não apresentadas) não têm regiões de elevado rendimento longe da ressonância. Comparativamente à eficácia, essas superfícies são topologicamente mais suaves e a região de maior rendimento é mais larga (em frequência), centrando-se sobre as curvas de ressonância.

Relativamente à evolução dos parâmetros de eficiência em função de k_L , verificou-se um aumento de η e de χ com o acréscimo do acoplamento, para todas as configurações (alinhamento síncrono). Este resultado é expectável, uma vez que nessa situação a transferência de energia do primário para o secundário aumenta, como se pode depreender do modelo do transformador linear utilizado na figura 5.19 e do exposto na secção 4.1.2.2. Dado que esse comportamento é trivial, não se vai apresentar as figuras relativas à evolução dos parâmetros η e χ em função de k_L , para sintetizar a discussão.

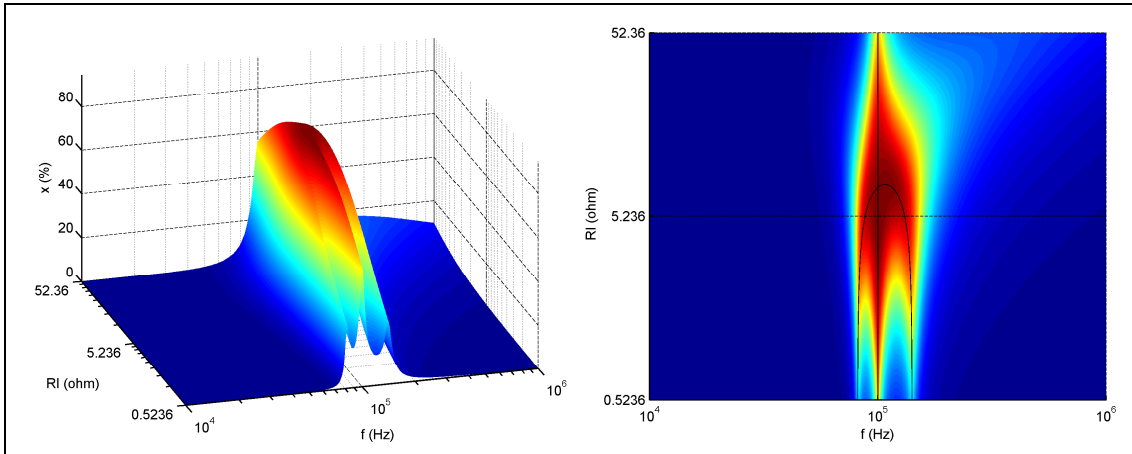


Figura 5.26 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração SS.

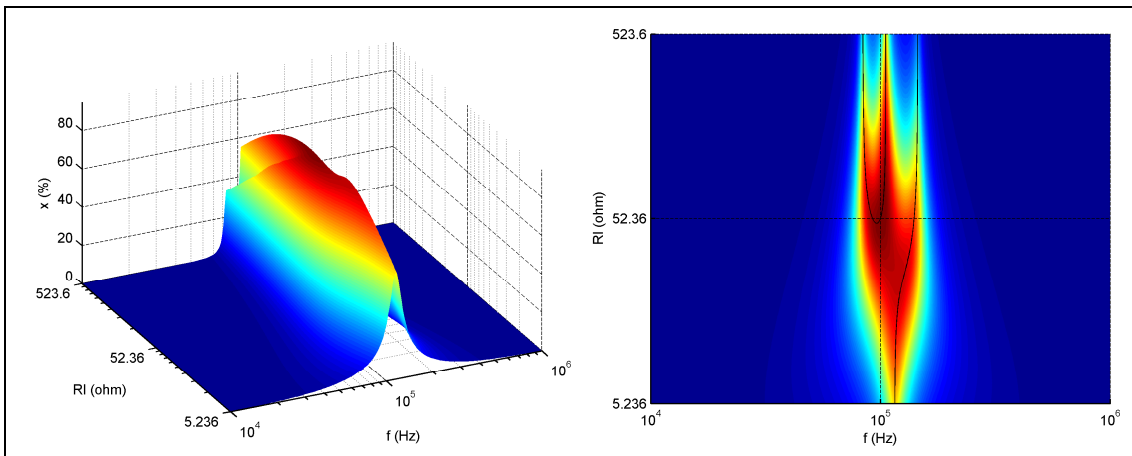


Figura 5.27 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração SP.

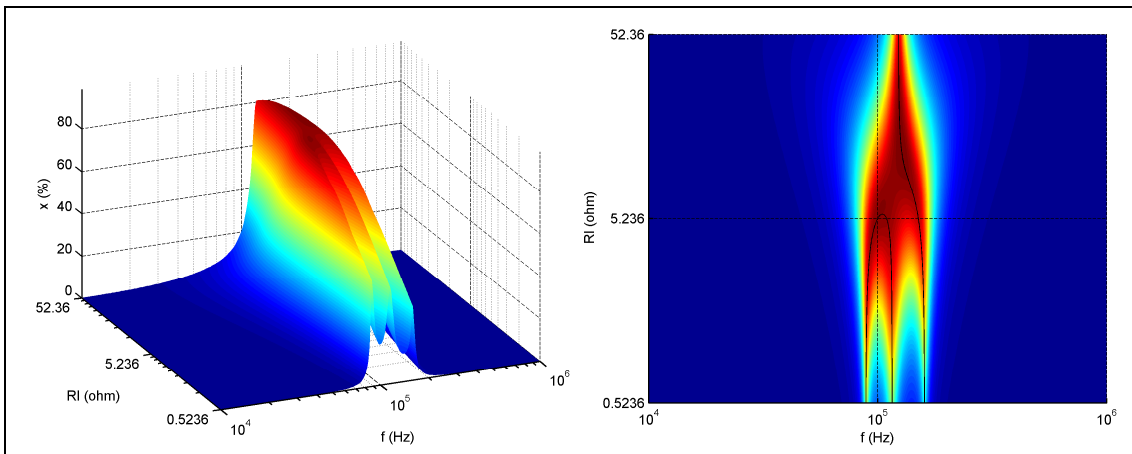


Figura 5.28 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração PS.

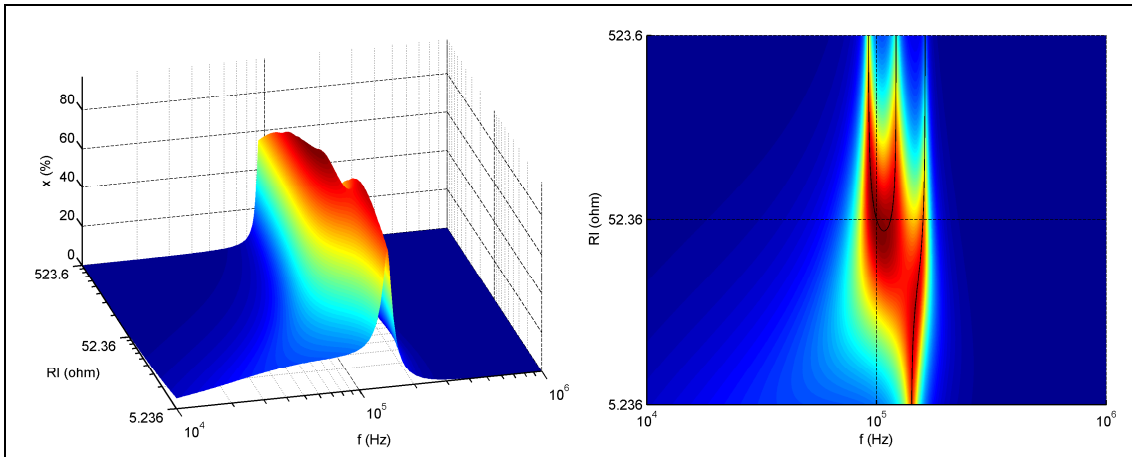


Figura 5.29 – Eficácia em função de f e R_L ; configuração PP.

Para além dos *scripts* das representações tridimensionais, concebeu-se também o *script* “EffParam.m”, que permite representar os parâmetros de eficiência como curvas (bidimensionais) em função de f , nas condições nominais ($R_L = R_{L(N)}$ e $k_L = k_{L(N)}$). Tal como as versões tridimensionais, este *script* suporta as quatro configurações. Na Figura 5.30 apresenta-se o resultado para a configuração SS (alinhamento síncrono); as representações relativas às restantes configurações sob alinhamento síncrono não serão apresentadas, dado o menor interesse destas para este trabalho. Nessa figura, os parâmetros η e χ correspondem a cortes pelo semiplano $R_L = R_{L(N)}$ nas figuras 5.25 e 5.26, respetivamente. Pode-se observar que, às frequências de ressonância de fase ($f_{r1} = 100$ kHz, $f_{r2} = 88$ kHz e $f_{r3} = 131$ kHz, segundo (5.22)), $\chi \equiv \eta$. Note-se que f_{r1} , f_{r2} e f_{r3} correspondem a ω_{r1} , ω_{r2} e ω_{r3} (respetivamente), que foram definidas na secção 5.3.4.1 a).

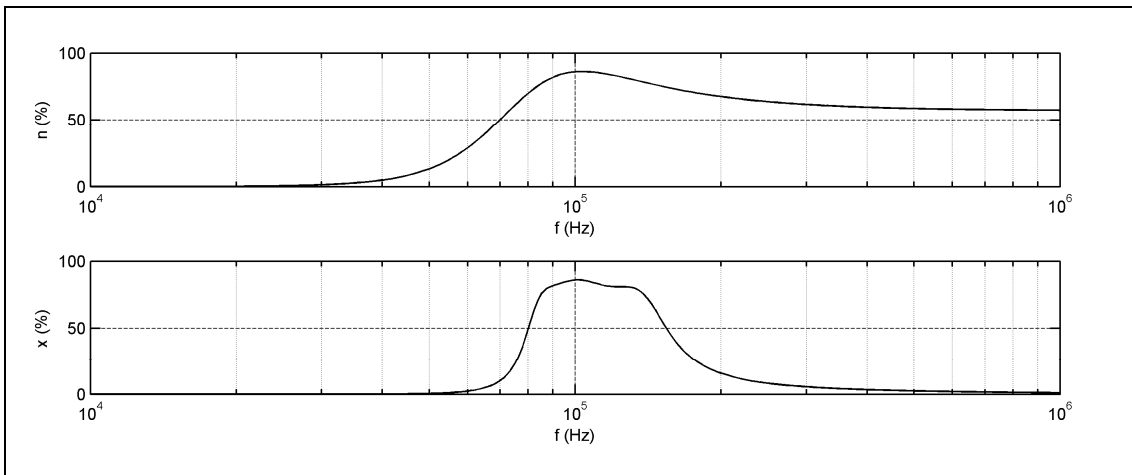


Figura 5.30 – Parâmetros η e χ em função de f ; configuração SS.

5.4.3.2 – Análise sob Ressonância, Alinhamento Síncrono.

Nesta secção pretende-se desenvolver expressões que permitam determinar analiticamente o rendimento à frequência ω_r , que é a frequência de ressonância de fase de Z_i que participa na definição do alinhamento. A esta frequência, $\eta \equiv \chi$, recorde-se. A escolha do alinhamento síncrono para a análise sob ressonância é justificada pelo facto de este alinhamento estar definido sobre o modelo completo da figura 5.19 (inclui todas as resistências parasitas), o que facilita a obtenção de expressões que não sejam inconvenientemente longas. A ω_r , as expressões de η para as quatro configurações podem ser

determinadas inserindo as condições do alinhamento síncrono nas expressões das tensões e correntes do caso geral (secção 5.4.1). Começou-se por fazê-lo sem definir fatores de qualidade, para tentar separar variáveis (cada fator de qualidade aglutina pelo menos três variáveis), tendo-se concebido o *script* “EffParamExpr.m” para o efeito, que recorre às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB. Através deste *script*, concluiu-se que a abordagem sem fatores de qualidade apenas é profícua para a configuração SS, uma vez que as expressões do rendimento das restantes configurações são demasiado longas para delas se extrair informação útil. Por este motivo, e pelo facto da configuração SS ser a única cujo alinhamento síncrono resiste à variação de R_L , que interessa estudar, essa configuração vai ser abordada separadamente e em maior detalhe, considerando também a sua maior relevância para este trabalho.

a) Configuração SS.

Na configuração SS, o rendimento é dado por (5.45). Note-se que é também possível chegar a esta expressão recorrendo diretamente ao modelo equivalente da configuração SS à frequência ω_r , que corresponde à figura 5.4 c).

$$\eta = \frac{R_L}{(R_{p2} + R_L) \left[1 + (R_{p1} + R_G) \frac{R_{p2} + R_L}{\omega_r^2 \cdot M^2} \right]} \quad (5.45)$$

A expressão (5.45) permite concluir que o rendimento aumenta com a diminuição das resistências parasitas R_G , R_{p1} e R_{p2} (o que é expectável), com especial destaque para R_{p2} . Além disso, o rendimento é fortemente influenciado pelo termo da indução mútua, aumentando com o aumento de ω_r e de M . A indutância mútua pode ser aumentada através do aumento de k_L , L_1 e L_2 , dado que $M = k_L \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$, segundo (4.14). Estas conclusões são particularmente importantes para a otimização da interface indutiva.

A influência da carga (R_L) e do acoplamento (k_L) no rendimento é apresentada na Figura 5.31, onde se representa graficamente η em função de R_L , (figura 5.31 a)) e η em função de k_L (figura 5.31 b)), para as condições da figura 5.26 (tabela 5.15, configuração SS). A figura 5.31 foi construída a partir de (5.45), note-se.

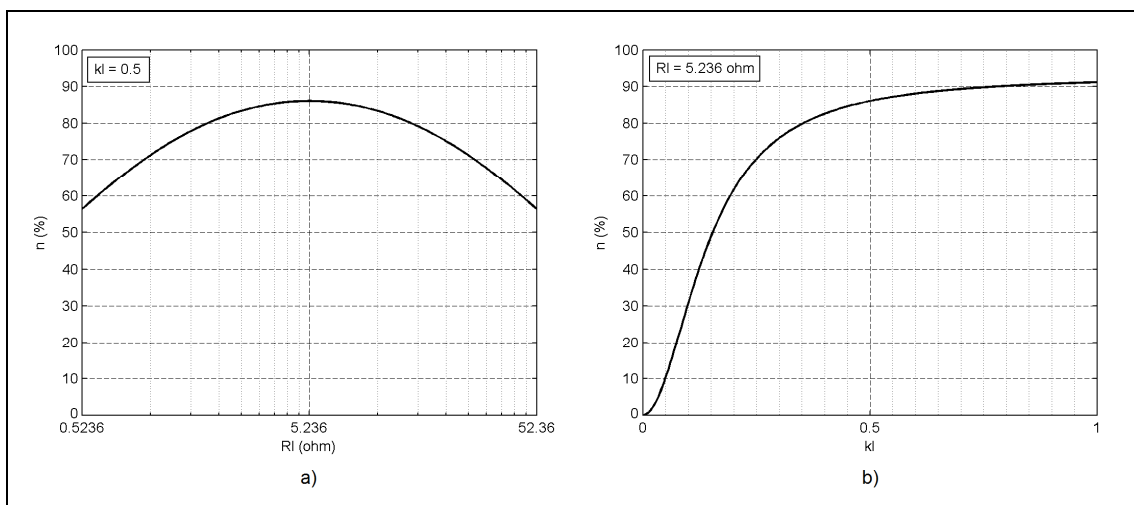


Figura 5.31 – Rendimento em função de R_L e em função de k_L .

Na figura 5.31 a) pode-se constatar que existe um valor ótimo de R_L ($R_{L(O)}$) que maximiza o rendimento. Esse valor pode ser determinado através resolução da equação diferencial $\partial\eta/\partial R_L = 0$ em ordem a R_L . Dado que esta equação tem uma só solução, constata-se que $R_{L(O)}$ é único, sendo dado por (5.46).

$$R_{L(O)} = R_{P2} \sqrt{1 + \frac{\omega_r^2 \cdot M^2}{R_{P2}(R_{P1} + R_G)}} \quad (5.46)$$

O rendimento máximo ($\eta_{(max)}$) que corresponde a $R_{L(O)}$ pode ser determinado fazendo $R_L = R_{L(O)}$ em (5.45). Em alguma bibliografia [8, 27], $\eta_{(max)}$ é exprimido em termos de um fator U , segundo (5.47).

$$\eta_{(max)} = \frac{U}{(1 + \sqrt{1+U})^2} \quad (5.47)$$

Para o modelo utilizado na presente análise (figura 5.19), o fator U é dado por (5.48). Contudo, na referida bibliografia, não se considera R_G na definição de U ($R_G = 0$ em (5.48)), seja por não se considerar R_G no modelo de análise [8], seja por se assumir relações entre parâmetros que anulam R_G [27].

$$U = \frac{\omega_r^2 \cdot M^2}{R_{P2}(R_{P1} + R_G)} \quad (5.48)$$

Em [8], U é referido por X , sendo expresso em termos de fatores de qualidade. Em [27], o fator U aparece em (5.47) como U^2 , pelo que corresponde antes à raiz quadrada de (5.48) (com $R_G = 0$), sendo designado especificamente por figura de mérito. Efetivamente, nessa condição ($R_G = 0$), U depende apenas dos parâmetros da interface indutiva, indicando eficazmente o mérito ou a qualidade desta na maximização de $\eta_{(max)}$ ($\eta_{(max)}$ aumenta com o aumento de U). Adicionalmente, U sugere um fator de qualidade associado a M , pela forma que (5.48) assume nessa condição. Em termos dos fatores de qualidade estabelecidos no presente trabalho, facilmente se constata que $U = k_L^2 \cdot Q_{CP} \cdot Q_{CS}$, fazendo $R_G = 0$ em (5.48), exprimindo R_{P1} e R_{P2} em termos de Q_{CP} e Q_{CS} (respetivamente) e fazendo $M = k_L \cdot \nu(L_1 \cdot L_2)$. Para o alinhamento síncrono, Q_{CP} e Q_{CS} são definidos a ω_r , recorde-se. De qualquer forma, note-se que (5.47) e (5.48) não acrescentam nada de significativo à discussão efetuada sobre (5.45).

Nas condições da figura 5.31, $R_{L(O)} = 5,224 \Omega$, valor a que corresponde $\eta = \eta_{(max)} = 86,02\%$. Note-se que a proximidade entre $R_{L(N)}$ e $R_{L(O)}$ é acidental, uma vez que $R_{L(N)}$ pode ter um valor qualquer, visto que o alinhamento síncrono da configuração SS não depende de R_L . O valor de $R_{L(N)}$ resultou de $Q_{L(N)}$ (tabela 5.15), cujo valor foi escolhido de forma a clarificar a representação gráfica da ressonância, recorde-se (secção 5.3.5).

Na figura 5.31 b), observa-se que o rendimento aumenta com o incremento de k_L , como discutido no final da secção 5.4.3.1. Contudo, existe uma zona onde a dependência de k_L é mais pronunciada, dada aproximadamente por $k_L < 0,3$. Para os parâmetros dessa figura, $k_{L(C)} = 0,353$ (segundo (5.23)), pelo que essa zona corresponde aproximadamente ao regime subacoplado.

Para clarificar a relação entre rendimento, carga e acoplamento contida em (5.45), o rendimento η é representado na Figura 5.32 como uma superfície (tridimensional) em função de R_L e k_L , nas condições da figura 5.31. Na figura 5.32, a vista da direita corresponde à vista de “cima” (semiplano $R_L - k_L$), onde a curva preta sólida representa $R_{L(O)}$ em função de k_L ; a curva preta tracejada é a curva de acoplamento crítico, representando $k_{L(C)}$. Este coeficiente foi determinado a partir de (5.23), note-se. Nessa figura, pode-se constatar que $R_{L(O)}$ aumenta com o incremento de k_L e que $R_{L(O)}$ corresponde a um regime sobreacoplado, excetuando na pequena região de acoplamento reduzido dada por $k_L < 0,09$. Na região onde o fator de qualidade do secundário (Q_S) é maior (R_L reduzida), observa-se uma maior dependência de η relativamente a k_L abaixo da curva de acoplamento crítico (região de subacoplamento), confirmando o exposto na discussão da figura 5.31 b).

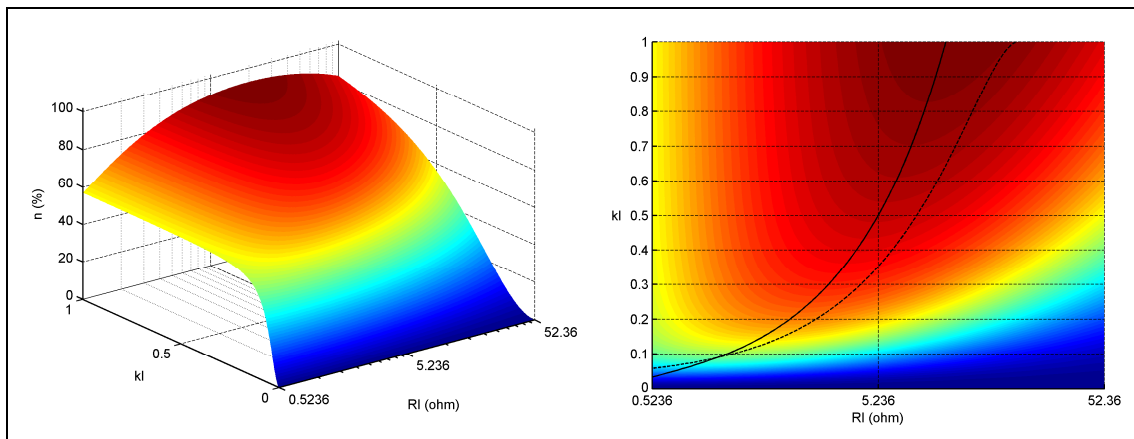


Figura 5.32 – Rendimento em função de R_L e de k_L .

b) Rendimento em Termos de Fatores de Qualidade.

Na Tabela 5.21 apresentam-se as expressões de η em termos dos fatores de qualidade definidos na tabela 5.7 (a ω_r), para o alinhamento síncrono das quatro configurações. Essas expressões foram obtidas através do *script* “EffParamExprQ.m”, de funcionalidade similar ao *script* “EffParamExpr.m”.

CONFIGURAÇÃO	η
SS, SP	$\eta = \frac{k_L^2 \cdot Q_S^2 \cdot Q_T}{Q_L [Q_T \cdot R_G / (\omega_r \cdot L_I) + 1]}$
PS, PP	$\eta = \frac{k_L^2 \cdot Q_S^2 \cdot Q_T (Q_T^2 + 1)}{Q_L [Q_T^2 + Q_T \cdot R_G / (\omega_r \cdot L_I) + 1]}$

Tabela 5.21 – Rendimento a ω_r ; alinhamento síncrono.

Na tabela 5.21, Q_T é o fator de qualidade total, sendo dado por (5.49). Este fator de qualidade tem significado físico, correspondendo efetivamente ao fator de qualidade a ω_r do circuito associado a Z_1 ou Y_1 (figura 5.6), ou seja, de todo o modelo excetuando R_G .

$$Q_T = 1 / \left(\frac{1}{Q_{CP}} + k_L^2 \cdot Q_S \right) \quad (5.49)$$

De facto, viu-se na secção 5.3.2 que, sob alinhamento síncrono, a ressonância de fase de Z_1 ou Y_1 ocorre necessariamente a ω_r . Como a esta frequência o circuito associado a Z_1 é um RLC série e o circuito associado a Y_1 pode ser reduzido a um circuito RLC paralelo, facilmente se conclui que o fator de qualidade desses circuitos RLC elementares é dado por (5.49), seguindo um raciocínio semelhante ao descrito aquando da definição de Q_S (secção 5.3.2.3). À semelhança de Q_S , (5.49) é apenas válida a ω_r , aplicando-se tanto para o primário série como para o paralelo. O fator Q_T poderia já ter sido definido na secção sobre ressonância (secção 5.3); optou-se por não o fazer para não camuflar k_L (ainda que parcialmente), o que teria dificultado o desenvolvimento de critérios de acoplamento crítico na secção 5.3.4.

Na tabela 5.21, a persistência do termo $R_G/(\omega_r L_1)$ em todas as expressões deve-se a não se ter definido um fator de qualidade associado a R_G . Efetivamente, esse termo sugere um fator de qualidade associado a R_G e a L_1 .

É importante realçar que as expressões da tabela 5.21 são apenas válidas nas condições de carga (R_L) e de acoplamento (k_L) que mantêm o alinhamento síncrono das respetivas configurações. Assim sendo, as expressões das configurações com primário paralelo (PS e PP) devem ser usadas a $R_L = R_{L(N)}$ e $k_L = k_{L(N)}$; as expressões da configuração SP devem ser usadas a $R_L = R_{L(N)}$. Em todas estas expressões, deve-se também ter essa precaução na determinação dos fatores de qualidade que dependem de R_L e k_L . Note-se que as expressões da tabela 5.21 não constam na bibliografia consultada.

Por fim, note-se que todas as figuras e expressões relativas à análise dos parâmetros de eficiência foram aferidas por simulação SPICE.

5.5 – Outras Formas de Ressonância.

Até agora, a análise da ressonância cingiu-se aos circuitos duplamente sintonizados (*double-tuned*) com um condensador no primário e outro no secundário, mais comuns no contexto da transmissão de energia *wireless*. Na presente secção abordar-se-ão outras configurações ressonantes em circuitos com um transformador indutivo simples, ou seja, com um primário e um secundário. Como anteriormente, a análise da ressonância abordará essencialmente a ressonância de fase, que na presente secção incidirá exclusivamente sobre a impedância de entrada (Z_i). Nessa análise, o transformador indutivo será implementado pelo modelo do transformador linear baseado na inversão de impedância (figura 4.6 ou figura 5.5 b)). Para além da ressonância, vai-se abordar também algumas possibilidades interessantes de alinhamento, bem como os parâmetros de transferência resultantes.

5.5.1 – Configurações *Double-Tuned* Alternativas.

Na secção 5.4.2.2, no comentário aos parâmetros de transferência da tabela 5.18, referiu-se que A_V das configurações SP (alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ") e PS (alinhamento " $\omega_r = \omega_1$ ") corresponde à relação de transformação a dos modelos das figuras 4.11 b) e 4.11 a), respetivamente. Referiu-se também que este fenómeno se deve ao facto de os alinhamentos dessas configurações anularem todas as indutâncias dos modelos associados, deixando apenas os transformadores ideais dos mesmos. Uma vez que este comportamento é altamente desejável, decidiu-se aplicar esse princípio aos restantes modelos do transformador linear baseados no transformador ideal (figura 4.12), na expectativa de obter outras configurações ressonantes de interesse. Como estes modelos têm as duas indutâncias localizadas

exclusivamente no primário ou exclusivamente no secundário (devido à reflexão de impedância que lhes está na origem), o mesmo deverá acontecer com os dois condensadores que deverão anular essas indutâncias. Assim sendo, os quatro modelos da figura 4.12 dão origem às quatro configurações *double-tuned* alternativas apresentadas na Figura 5.33, recorrendo aos mesmos critérios de base da figura 5.3. A correspondência é a seguinte: os modelos a), b), c) e d) da figura 4.12 originam as configurações d), b), a) e c), respetivamente.

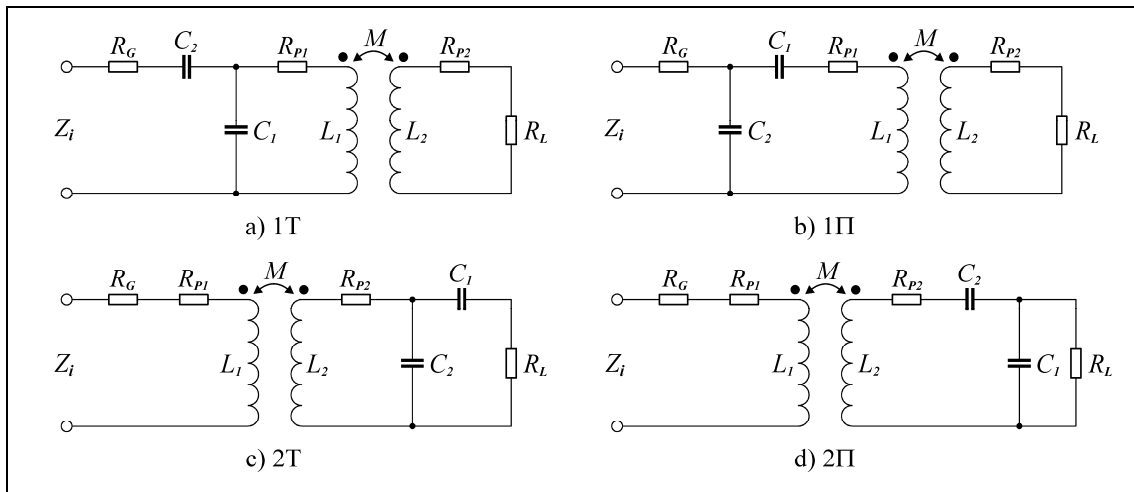


Figura 5.33 – Configurações *double-tuned* alternativas.

Na figura 5.33, cada configuração é identificada por um par de caracteres, onde o primeiro indica qual dos lados do transformador tem os condensadores (1: primário, 2: secundário) e o segundo indica a forma do circuito estabelecido pelos condensadores e pelas indutâncias do modelo da figura 4.12 correspondente (“T” ou “Π”).

5.5.1.1 – Determinação de Imitâncias.

A determinação de Z_i será feita através de diversas imitâncias intermédias, cuja definição é apresentada na Figura 5.34. As impedâncias Z_2 e Z_{2R} são as da figura 5.5 b).

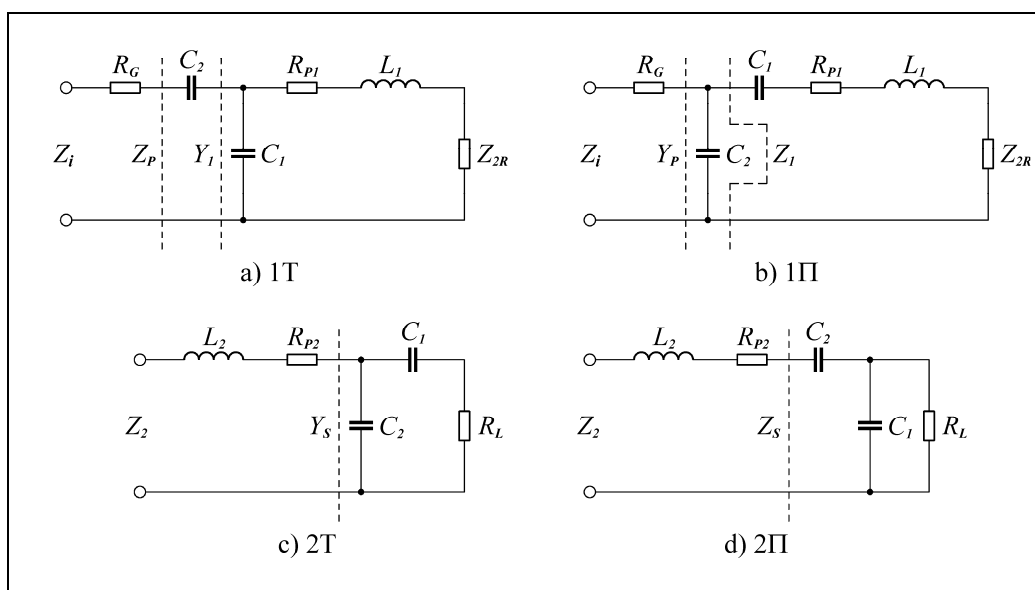


Figura 5.34 – Definição das imitâncias intermédias.

As componentes das imitâncias em jogo foram já definidas por (5.10), exceto no caso de Z_p , Y_p , Z_s e Y_s , cujas componentes são agora definidas por (5.50). Como anteriormente, as componentes de Z_{2R} são dadas por (5.11).

$$\begin{aligned} Z_p &= R_p + j.X_p \\ Y_p &= G_p + j.B_p \\ Z_s &= R_s + j.X_s \\ Y_s &= G_s + j.B_s \end{aligned} \quad (5.50)$$

Nas Tabelas 5.22 e 5.23 apresenta-se as componentes das imitâncias do secundário e do primário, respetivamente. A partir destas tabelas conceberam-se os *scripts* “Ph3DvsKIADT.m” e “Ph3DvsRIADT.m” no MATLAB, que permitem explorar graficamente a evolução da fase de Z_i com a variação de k_L e de R_L (respetivamente), através da representação da fase de Z_i como uma superfície tridimensional, a partir de um determinado conjunto de parâmetros de entrada. Estes *scripts* suportam as quatro configurações sob qualquer alinhamento.

CONFIGURAÇÃO	COMPONENTES DE Z_s OU Y_s	COMPONENTES DE Z_2
1T, 1II	-	$R_2 = R_{p2} + R_L$ $X_2 = \omega.L_2$
2T (Y_s)	$G_s = \frac{R_L}{R_L^2 + 1/(\omega.C_1)^2}$ $B_s = \omega.C_2 + \frac{1/(\omega.C_1)}{R_L^2 + 1/(\omega.C_1)^2}$	$R_2 = R_{p2} + \frac{G_s}{G_s^2 + B_s^2}$ $X_2 = \omega.L_2 - \frac{B_s}{G_s^2 + B_s^2}$
2II (Z_s)	$R_s = \frac{1/R_L}{1/R_L^2 + \omega^2.C_1^2}$ $X_s = -\frac{1}{\omega.C_2} - \frac{\omega.C_1}{1/R_L^2 + \omega^2.C_1^2}$	$R_2 = R_{p2} + R_s$ $X_2 = \omega.L_2 + X_s$

Tabela 5.22 – Componentes de Z_s ou Y_s e de Z_2 .

CONFIG.	COMPONENTES DE Z_1 OU Y_1	COMPONENTES DE Z_p OU Y_p	COMPONENTES DE Z_i
1T (Y_1, Z_p)	$G_1 = \frac{R_{p1} + R_{2R}}{(R_{p1} + R_{2R})^2 + (\omega.L_1 + X_{2R})^2}$ $B_1 = \omega.C_1 - \frac{\omega.L_1 + X_{2R}}{(R_{p1} + R_{2R})^2 + (\omega.L_1 + X_{2R})^2}$	$R_p = \frac{G_1}{G_1^2 + B_1^2}$ $X_p = -\frac{1}{\omega.C_2} - \frac{B_1}{G_1^2 + B_1^2}$	$R_i = R_G + R_p$ $X_i = X_p$
1II (Z_1, Y_p)	$R_1 = R_{p1} + R_{2R}$ $X_1 = X_{2R} + \omega.L_1 - \frac{1}{\omega.C_1}$	$G_p = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2}$ $B_p = \omega.C_2 - \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2}$	$R_i = R_G + \frac{G_p}{G_p^2 + B_p^2}$ $X_i = -\frac{B_p}{G_p^2 + B_p^2}$
2T, 2II	-	-	$R_i = R_G + R_{p1} + R_{2R}$ $X_i = \omega.L_1 + X_{2R}$

Tabela 5.23 – Componentes de Z_1 ou Y_1 , Z_p ou Y_p e de Z_i .

5.5.1.2 – Alinhamento Ideal.

Tal como as configurações *double-tuned* convencionais da secção 5.3.2, as configurações *double-tuned* alternativas da figura 5.33 podem ter uma série de alinhamentos distintos. Contudo, só se vai considerar o alinhamento que serve diretamente o propósito por detrás das configurações *double-tuned* alternativas, ou seja, a eliminação total de todas as indutâncias dos modelos da figura 4.12 a uma determinada frequência ω_r , à qual apenas subsistem os transformadores ideais desses modelos. Por este motivo, o alinhamento em questão será designado por alinhamento ideal. Note-se que ω_r é necessariamente uma frequência de ressonância de fase de Z_i . O alinhamento ideal será definido sobre uma versão simplificada dos modelos da figura 5.33, na qual se considera que as bobinas são ideais ($R_{p1} = R_{p2} = 0$), a fim de revelar claramente os aspectos essenciais. Tendo em conta o exposto, pode-se construir a Figura 5.35, na qual se apresenta as configurações *double-tuned* alternativas sobre os modelos correspondentes da figura 4.12, notando que $n = \sqrt{L_2/L_1}$, segundo (4.27). No contexto da ressonância de fase de Z_i e do alinhamento ideal, a resistência R_G é irrelevante, uma vez que afeta apenas a parte real de Z_i (R_i , tabela 5.23), daí essa resistência não constar na figura 5.35. Nesta figura pode-se observar claramente as redes em “T” e “II” constituídas pelos componentes reativos.

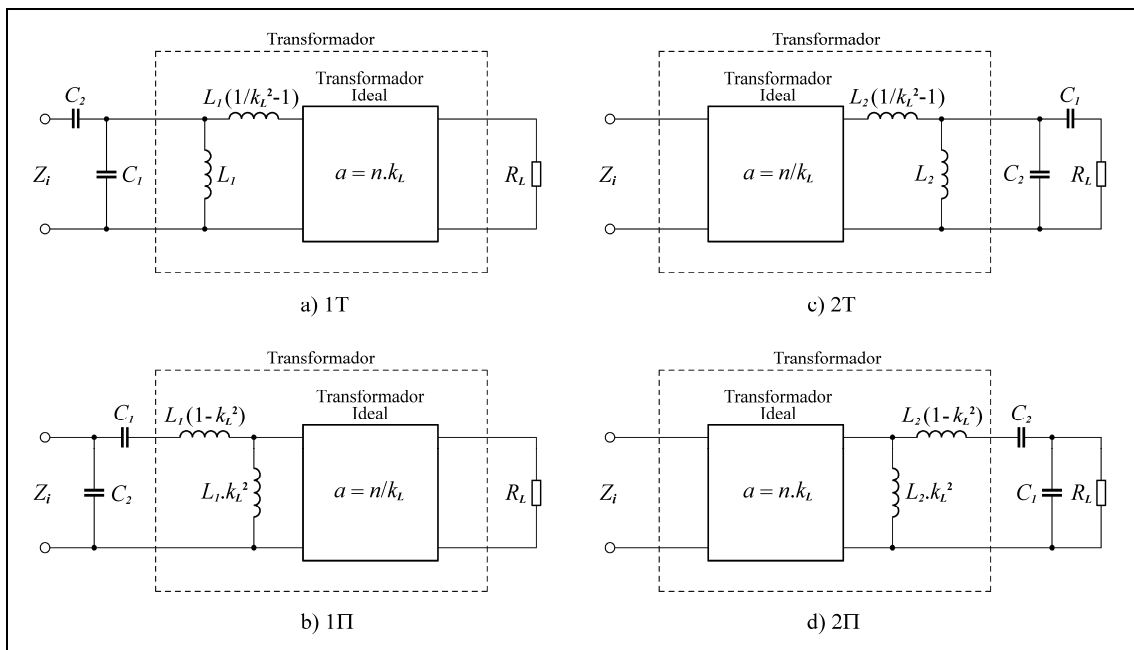


Figura 5.35 – Configurações *double-tuned* alternativas sobre os modelos com transformador ideal.

Comece-se pela obtenção do alinhamento ideal da configuração 1Π, representada na figura 5.35 b). As indutâncias $L_1(1 - k_L^2)$ e $L_1.k_L^2$ podem ser anuladas a ω_r conseguindo a ressonância de reactância dessas indutâncias com C_1 e C_2 (respetivamente) a essa frequência. A partir de (5.4) vem $\omega_r = 1/\sqrt{L_1(1 - k_L^2).C_1} = 1/\sqrt{L_1.k_L^2.C_2}$, donde se conclui finalmente que $C_1 = 1/(\omega_r^2.L_1(1 - k_L^2))$ e $C_2 = 1/(\omega_r^2.L_1.k_L^2)$. A partir destas expressões e da relação de transformação a , pode-se definir o alinhamento ideal da configuração 1Π através da relação entre ω_r , ω_1 e ω_2 , tal como na definição dos alinhamentos das configurações *double-tuned* convencionais. Recordando que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12), vem finalmente $\omega_r = \omega_1/\sqrt{1 - k_L^2} = \omega_2.a$. Seguindo um procedimento semelhante para as restantes configurações, pode-se construir a Tabela 5.24, que sintetiza o alinhamento ideal das configurações *double-tuned* alternativas. Nesta tabela, note-se que a definição de a depende da configuração em questão,

de acordo com a figura 5.35. Na tabela 5.24, pode-se constatar que o alinhamento ideal das quatro configurações não é afetado pela variação da carga R_L , sendo contudo destruído pela variação do acoplamento k_L , à semelhança das configurações SP, alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” e PS, alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ”.

CONFIGURAÇÃO	ω_r	C_1, C_2
1T	$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 \frac{a}{\sqrt{1-k_L^2}}$	$C_1 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_1}$ $C_2 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_1 (1/k_L^2 - 1)}$
1Π	$\omega_r = \frac{\omega_1}{\sqrt{1-k_L^2}} = \omega_2 \cdot a$	$C_1 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_1 (1-k_L^2)}$ $C_2 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_1 \cdot k_L^2}$
2T	$\omega_r = \frac{\omega_1}{a \sqrt{1-k_L^2}} = \omega_2$	$C_1 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_2 (1/k_L^2 - 1)}$ $C_2 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_2}$
2Π	$\omega_r = \frac{\omega_1}{a} = \frac{\omega_2}{\sqrt{1-k_L^2}}$	$C_1 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_2 \cdot k_L^2}$ $C_2 = \frac{1}{\omega_r^2 \cdot L_2 (1-k_L^2)}$

Tabela 5.24 – Alinhamento ideal das configurações *double-tuned* alternativas.

Tal como anteriormente, vai-se definir um fator de qualidade Q_L associado à carga R_L . Para as quatro configurações, o fator de qualidade Q_L será o do circuito STC constituído por R_L e pelo componente reativo mais próximo, sendo avaliado a ω_r . Para as configurações 1T ou 1Π, o circuito STC em questão é um RL série, envolvendo R_L e L_2 ; para as configurações 2T ou 2Π, um RC série ou um RC paralelo (respetivamente), envolvendo R_L e C_1 . Na Tabela 5.25 apresenta-se as expressões de Q_L para as quatro configurações. Este fator será sobretudo útil na secção seguinte, dedicada à ressonância e aos regimes de acoplamento, dado que o alinhamento ideal das quatro configurações não depende de R_L (ou de Q_L).

CONFIGURAÇÃO	Q_L
1T, 1Π	$Q_L = \omega_r \cdot L_2 / R_L$
2T	$Q_L = 1 / (\omega_r \cdot C_1 \cdot R_L)$
2Π	$Q_L = \omega_r \cdot C_1 \cdot R_L$

Tabela 5.25 – Expressões de Q_L .

Finalmente, a determinação dos parâmetros do alinhamento ideal pode ser feita no MATLAB através do *script* “AlignCalcADT.m”, a partir de um conjunto de parâmetros de entrada desejados.

5.5.1.3 – Ressonância e Regimes de Acoplamento.

Como anteriormente, o estudo da ressonância das configurações *double-tuned* alternativas baseou-se no polinómio de ressonância, cujas raízes positivas correspondem às

frequências de ressonância, recorde-se. Para todas as configurações alternativas, constatou-se que o polinómio de ressonância é bicúbico, tal como no caso das configurações *double-tuned* convencionais. Verificou-se ainda que, sob alinhamento ideal, todas as configurações alternativas são caracterizáveis analiticamente, no sentido desenvolvido na secção 5.3.4. Com efeito, o polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ é sempre factorizável na forma $P_6(\omega) = P_2(\omega) \cdot P_4(\omega)$, tendo-se verificado que $P_2(\omega)$ tem sempre ω_r como raiz positiva única ($\omega_{r1} = \omega_r$) e que $P_4(\omega)$ tem apenas uma raiz positiva $\omega_{r2} = \sqrt{z_1}$, onde z_1 é a única raiz positiva de $P_2(z)$, que é o polinómio quadrático característico de $P_4(\omega)$. Sendo $P_4(\omega) = a_4 \cdot \omega^4 + a_2 \cdot \omega^2 + a_0$, então $P_2(z) = b_2 \cdot z^2 + b_1 \cdot z + b_0$, onde $z = \omega^2$, $b_2 \equiv a_4$, $b_1 \equiv a_2$ e $b_0 \equiv a_0$, recordando a secção 5.3.4. De facto, para todas as configurações constatou-se que $b_2 > 0$ e $b_0 < 0$ ($0 \leq k_L < 1$), pelo que $P_2(z)$ tem sempre uma raiz positiva independentemente do sinal de b_1 , segundo a regra de sinais de Descartes. Assim sendo, esta regra é suficiente, não sendo portanto necessário recorrer a critérios adicionais. Em particular, quando $b_1 = 0$ tem-se $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_r$, note-se.

Na secção 5.3.3, viu-se que as configurações *double-tuned* convencionais podem ter de uma a três frequências de ressonância, facto que esteve na base da definição de diferentes regimes de acoplamento, recorde-se. Em contraste, verificou-se que as configurações *double-tuned* alternativas podem ter apenas uma ou duas frequências de ressonância, o que obriga a uma redefinição dos regimes de acoplamento. Nas configurações alternativas, procurando manter a coerência com as definições estabelecidas anteriormente, vai-se considerar que não existe regime subacoplado, que o acoplamento crítico é um regime discreto no qual apenas existe uma frequência de ressonância ($\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_r$), e que o regime sobreacoplado corresponde à existência de duas frequências de ressonância distintas (ω_{r1} e ω_{r2}). Segundo esta definição, as configurações *double-tuned* alternativas operam sobretudo em regime sobreacoplado, dada a natureza discreta do regime de acoplamento crítico. O critério de acoplamento crítico advém de $b_1 = 0$, naturalmente, tendo-se verificado que este se traduz numa relação particular ente k_L e Q_L , como anteriormente. Dado que a variação de k_L destrói o alinhamento ideal, optou-se por exprimir o critério de acoplamento crítico em função de k_L , isto é, $Q_{L(C)} = f(k_L)$, à semelhança do procedimento seguido nas configurações SP, alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” e PS, alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” (secção 5.3.4.2 a)). Recorde-se que $Q_{L(C)}$ é o valor de Q_L ao qual ocorre o acoplamento crítico. Nas secções seguintes vai-se apresentar o polinómio de ressonância, as frequências de ressonância e o critério de acoplamento crítico para cada uma das configurações *double-tuned* alternativas. A obtenção das respetivas expressões foi assistida pelas capacidades de manipulação simbólica do MATLAB, tendo-se concebido o script “wRes_Q|CritADT.m” para o efeito.

a) Configurações 1T e 1Π, Alinhamento Ideal.

As configurações 1T e 1Π sob alinhamento ideal têm o mesmo polinómio de ressonância $P_6(\omega)$, que na forma fatorizada é dado por (5.51).

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[Q_L^2 (1 - k_L^2) \frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \left(Q_L^2 - \frac{1}{1 - k_L^2} \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} - 1 \right] \quad (5.51)$$

As frequências de ressonância ω_{r1} e ω_{r2} são dadas por (5.52).

$$\begin{aligned} \omega_{r1} &= \omega_r \\ \omega_{r2} &= \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{(1 - k_L^2) Q_L^2 - 1 + \sqrt{(1 - k_L^2)^2 Q_L^4 + 2(1 - k_L^2)[2(1 - k_L^2)^2 - 1] Q_L^2 + 1}}{(1 - k_L^2)^2}} \end{aligned} \quad (5.52)$$

O critério de acoplamento crítico é dado por (5.53). Quando $Q_L = Q_{L(C)}$, então $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_r$, note-se.

$$Q_{L(C)} = \frac{1}{\sqrt{1-k_L^2}} \quad (5.53)$$

Na Figura 5.36 representa-se a evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L , para $k_L = 0,5$. As duas curvas tracejadas correspondem ao regime sobreacoplado, enquanto a curva verde representa o regime de acoplamento crítico. Para $Q_L < Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} < \omega_{r1}$; para $Q_L = Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} = \omega_{r1}$; para $Q_L > Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} > \omega_{r1}$.

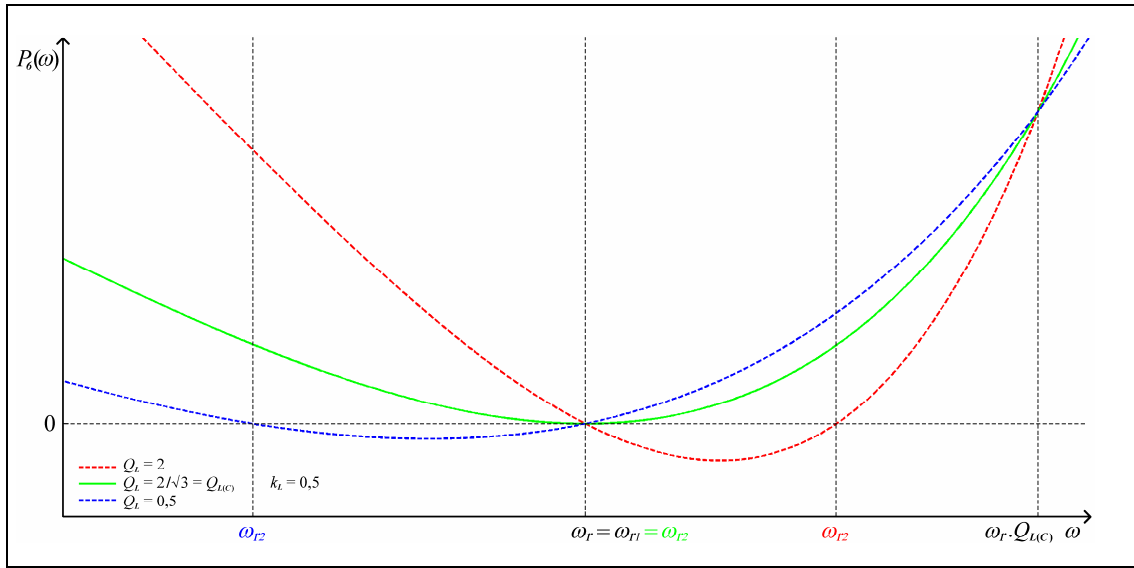


Figura 5.36 – Evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L .

b) Configuração 2T, Alinhamento Ideal.

O polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ da configuração 2T sob alinhamento ideal é dado por (5.54), na forma fatorizada.

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[(1-k_L^2) \frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \left(1 - \frac{Q_L^2}{1-k_L^2} \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} - Q_L^2 \right] \quad (5.54)$$

As frequências de ressonância ω_{r1} e ω_{r2} são dadas por (5.55).

$$\omega_{r1} = \omega_r \quad (5.55)$$

$$\omega_{r2} = \frac{\omega_r}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1-k_L^2 - Q_L^2 + \sqrt{Q_L^4 + 2(1-k_L^2)[2(1-k_L^2)^2 - 1]Q_L^2 + (1-k_L^2)^2}}{(1-k_L^2)^2}}$$

O critério de acoplamento crítico é dado por (5.56). Quando $Q_L = Q_{L(C)}$, então $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_r$, note-se.

$$Q_{L(C)} = \sqrt{1-k_L^2} \quad (5.56)$$

A evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L é semelhante à observada nas configurações 1T e 1II, sendo contudo simétrica à representada na figura 5.36, com eixo de simetria em $\omega = \omega_r$. Assim sendo, para $Q_L < Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} > \omega_{r1}$; para $Q_L = Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} = \omega_{r1}$; para $Q_L > Q_{L(C)}$, tem-se $\omega_{r2} < \omega_{r1}$.

c) Configuração 2II, Alinhamento Ideal.

O polinómio de ressonância $P_6(\omega)$ da configuração 2II sob alinhamento ideal é dado por (5.57), na forma fatorizada.

$$P_6(\omega) = (\omega^2 - \omega_r^2) \left[Q_L^2 \frac{\omega^4}{\omega_r^4} + \left(1 - \frac{Q_L^2}{1 - k_L^2} \right) \frac{\omega^2}{\omega_r^2} - (1 - k_L^2) \right] \quad (5.57)$$

As frequências de ressonância ω_{r1} e ω_{r2} são dadas por (5.58).

$$\omega_{r1} = \omega_r \quad (5.58)$$

$$\omega_{r2} = \frac{\omega_r}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2 + k_L^2 - 1 + \sqrt{Q_L^4 + 2(1 - k_L^2)[2(1 - k_L^2)^2 - 1]Q_L^2 + (1 - k_L^2)^2}}{1 - k_L^2}}$$

O critério de acoplamento crítico é dado por (5.59), sendo idêntico ao da configuração anterior. Quando $Q_L = Q_{L(C)}$, então $\omega_{r1} = \omega_{r2} = \omega_r$, note-se.

$$Q_{L(C)} = \sqrt{1 - k_L^2} \quad (5.59)$$

A evolução de $P_6(\omega)$ com a subida de Q_L é idêntica à observada nas configurações 1T e 1II (figura 5.36).

5.5.1.4 – Parâmetros de Transferência.

À frequência de ressonância ω_r , os parâmetros de transferência A_v , A_i , Z_m e Y_m ((5.42)) das configurações *double-tuned* alternativas sob alinhamento ideal são ditados unicamente pela relação de transformação a dos transformadores ideais correspondentes (figura 5.35) e pela carga R_L . Efetivamente, para além das relações universais $Z_m = A_i \cdot R_L$ e $Y_m = A_v / R_L$ referidas no início da secção 5.4.2, tem-se $A_v = a$ e $A_i = 1/a$ a ω_r , notando que $A_i = 1/A_v$, $Y_m = 1/Z_m$ e que A_v e A_i não dependem da carga R_L . Na configuração SP sob alinhamento “ $\omega_r = \omega_2$ ” e na configuração PS sob alinhamento “ $\omega_r = \omega_1$ ” verifica-se uma situação idêntica (secção 5.4.2.2, tabela 5.18), havendo nesse aspecto uma correspondência direta dessas configurações com as configurações 2T, 1II e 1T, 2II (respetivamente), donde se pode construir a Tabela 5.26.

CONFIGURAÇÃO	A_v	A_i	Z_m	Y_m
1T, 2II	$k_L \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{R_L}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{R_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$
2T, 1II	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$R_L \cdot k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{1}{R_L \cdot k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

Tabela 5.26 – Parâmetros de transferência a ω_r das configurações alternativas, alinhamento ideal.

5.5.1.5 – Conclusões.

Do ponto de vista da redução ao transformador ideal e dos consequentes parâmetros de transferência, verificou-se que as configurações *double-tuned* alternativas são viáveis sob alinhamento ideal, sendo desse ponto de vista equivalentes às configurações SP (alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ") e PS (alinhamento " $\omega_r = \omega_1$ "). As configurações alternativas podem ser úteis em aplicações onde haja restrições espaciais no emissor ou no recetor, nas quais é conveniente que todos os condensadores de ressonância estejam no recetor ou no emissor (respetivamente), tendo em conta que esses condensadores são geralmente componentes volumosos em aplicações de elevada potência. Comparativamente às configurações SP (alinhamento " $\omega_r = \omega_2$ ") e PS (alinhamento " $\omega_r = \omega_1$ "), a grande diferença de desempenho das configurações alternativas sob alinhamento ideal verifica-se a nível dos regimes de acoplamento. Efetivamente, a operação quase exclusiva em regime sobreacoplado pode comprometer o desempenho do conversor DC/AC, devido à existência quase permanente de duas frequências de ressonância distintas. Este aspecto deve ser considerado na utilização das configurações *double-tuned* alternativas. Note-se que estas configurações não constam de todo na bibliografia consultada.

Não se vai determinar as expressões dos parâmetros de eficiência (secção 5.4.3) para o alinhamento ideal das configurações alternativas, uma vez que este alinhamento foi definido sobre modelos simplificados onde se omitiram as resistências parasitas, o que dificulta a obtenção de expressões que não sejam demasiado complexas. O estudo da evolução dos parâmetros de eficiência nas configurações alternativas deve recorrer aos modelos completos da figura 5.33, devendo ser feito graficamente no MATLAB ou por simulação SPICE. Este tema apenas será abordado se tal se vier a justificar, devido a restrições de ordem temporal.

5.5.2 – Configurações *Single-Tuned*.

As configurações *single-tuned* são aquelas onde apenas o primário ou o secundário são ressonantes, recorrendo a um único condensador para o efeito. As quatro configurações possíveis são apresentadas na Figura 5.37, que foi construída a partir da figura 5.3. Na figura 5.37, cada configuração é identificada por um par de caracteres, onde o primeiro indica qual dos lados do transformador é ressonante (1: primário, 2: secundário) e o segundo indica a forma de ligação do condensador de ressonância (S: série, P: paralelo).

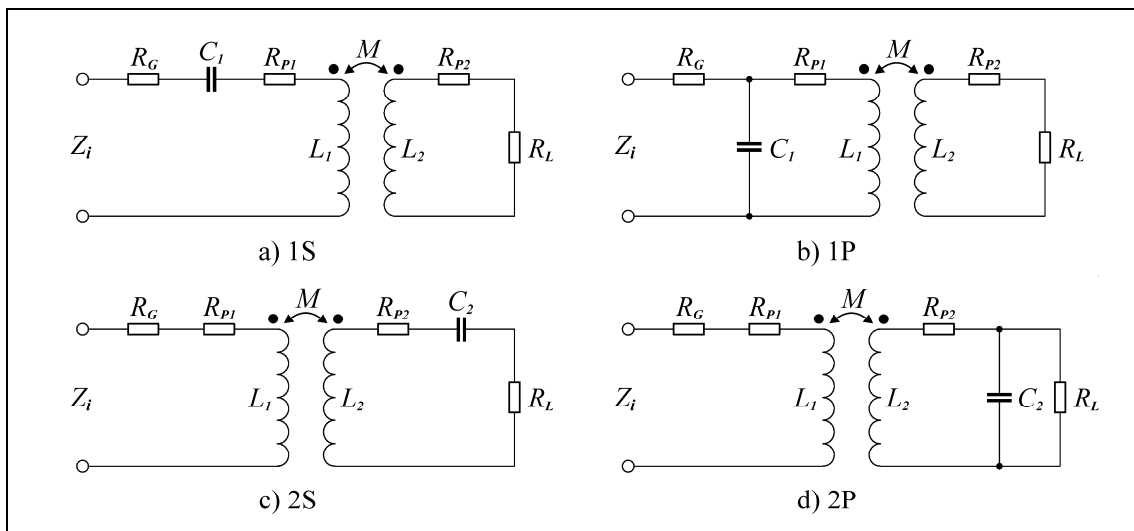


Figura 5.37 – Configurações *single-tuned*.

5.5.2.1 – Ressonância e Regimes de Acoplamento.

A análise da ressonância de fase de Z_i nas configurações *single-tuned* será feita através da determinação dos respetivos polinómios de ressonância e das raízes associadas, como anteriormente. Contudo, constatou-se que os modelos completos da figura 5.37 (com todas as resistências parasitas) não são caracterizáveis analiticamente, no sentido exposto na secção 5.3.4. Como se viu, a análise de configurações não caracterizáveis analiticamente pode sempre recorrer à representação gráfica. Para o efeito, conceberam-se os *scripts* “Ph3DvsKIST.m” e “Ph3DvsRIST.m”, que permitem a exploração gráfica da evolução da fase de Z_i com a variação de k_L e de R_L (respetivamente), através da representação da fase de Z_i como uma superfície tridimensional. Estes *scripts* atuam sobre os modelos completos da figura 5.37, cujos parâmetros podem ser determinados através do *script* “AlignCalcST.m”, a partir de um determinado conjunto de parâmetros de entrada.

Considerando na figura 5.37 que as bobinas são ideais ($R_{P1} = R_{P2} = 0$), as configurações *single-tuned* passam a ser caracterizáveis analiticamente. Para a obtenção dos respetivos polinómios de ressonância e das raízes associadas, concebeu-se o *script* “wResST.m”, que recorre às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB.

À semelhança da secção anterior, definiu-se um único fator de qualidade Q_L , associado à carga R_L . Para as quatro configurações, este fator de qualidade é o do circuito STC constituído por R_L e pelo componente reativo mais próximo. A frequência à qual Q_L é avaliado depende do lado do transformador que é ressonante: se for o primário, Q_L é avaliado a ω_1 ; se for o secundário, Q_L é avaliado a ω_2 . Recorde-se que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12). Na Tabela 5.27 apresenta-se as expressões de Q_L para as quatro configurações *single-tuned*. Note-se a semelhança com a tabela 5.25.

CONFIGURAÇÃO	Q_L
1S, 1P	$Q_L = \omega_1 \cdot L_2 / R_L$
2S	$Q_L = 1 / (\omega_2 \cdot C_2 \cdot R_L)$
2P	$Q_L = \omega_2 \cdot C_2 \cdot R_L$

Tabela 5.27 – Expressões de Q_L .

Para todas as configurações, ver-se-á que o polinómio de ressonância é biquadrático e não é factorizável, tendo a forma $P_4(\omega) = a_4 \cdot \omega^4 + a_2 \cdot \omega^2 + a_0$. As raízes positivas ω_{r1} e ω_{r2} de $P_4(\omega)$ correspondem a duas frequências de ressonância, caso existam. Nessa eventualidade, tem-se $\omega_{r1} = \sqrt{z_1}$ e $\omega_{r2} = \sqrt{z_2}$, onde z_1 e z_2 são as duas raízes reais positivas do polinómio quadrático característico de $P_4(\omega)$, cuja forma é $P_2(z) = b_2 \cdot z^2 + b_1 \cdot z + b_0$, sendo $z = \omega^2$, $b_2 \equiv a_4$, $b_1 \equiv a_2$ e $b_0 \equiv a_0$, de encontro ao discutido na secção 5.3.4.

a) Configuração 1S.

O polinómio de ressonância $P_4(\omega)$ da configuração 1S é dado por (5.60). Aplicando a regra de sinais de Descartes ao polinómio característico correspondente, constata-se que (5.60) tem sempre uma raiz real positiva, dado que $b_2 > 0$ e $b_0 < 0$ ($0 \leq k_L < 1$), não sendo portanto necessário recorrer a critérios adicionais para determinar o número exato de raízes positivas.

$$P_4(\omega) = Q_L^2(1-k_L^2)\frac{\omega^4}{\omega_1^4} - (Q_L^2-1)\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1 \quad (5.60)$$

A raiz positiva de (5.60) corresponde a uma única frequência de ressonância de fase ω_r , sendo dada por (5.61).

$$\omega_r = \frac{\omega_1}{Q_L\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2-1 + \sqrt{(Q_L^2+1)^2 - 4Q_L^2k_L^2}}{1-k_L^2}} \quad (5.61)$$

b) Configuração 1P.

O polinómio de ressonância da configuração 1P é dado por (5.62). Aplicando a regra de sinais de Descartes ao polinómio característico correspondente, constata-se que (5.62) tem sempre uma raiz real positiva, tal como na configuração anterior. Essa raiz corresponde a uma única frequência de ressonância ω_r , que é dada por (5.63).

$$P_4(\omega) = Q_L^2(1-k_L^2)^2\frac{\omega^4}{\omega_1^4} - [Q_L^2(1-k_L^2)-1]\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1 \quad (5.62)$$

$$\omega_r = \frac{\omega_1}{Q_L\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(1-k_L^2)-1 + \sqrt{[Q_L^2(1-k_L^2)-1]^2 + 4Q_L^2(1-k_L^2)^2}}{(1-k_L^2)^2}} \quad (5.63)$$

c) Configuração 2S.

O polinómio de ressonância $P_4(\omega)$ da configuração 2S é dado por (5.64). Aplicando a regra de sinais de Descartes ao polinómio característico correspondente, constata-se que $P_2(z)$ só poderá ter raízes positivas se $b_1 < 0$, dado que b_2 e b_0 são sempre positivos ($0 \leq k_L < 1$). Para aferir a existência dessas raízes positivas, é necessário verificar também o discriminante quadrático Δ_2 de $P_2(z)$: se $\Delta_2 < 0$, não existem raízes reais; se $\Delta_2 = 0$, existe uma raiz positiva dupla; se $\Delta_2 > 0$, existem duas raízes positivas distintas. Esta situação corresponde exatamente à da tabela 5.14 da secção 5.3.4.

$$P_4(\omega) = (1-k_L^2)\frac{\omega^4}{\omega_2^4} - \left(2-k_L^2 - \frac{1}{Q_L^2}\right)\frac{\omega^2}{\omega_2^2} + 1 \quad (5.64)$$

Dado que apenas as raízes positivas de $P_2(z)$ originam frequências de ressonância, constata-se que a configuração 2S pode ter entre zero a duas frequências de ressonância de fase (ω_{r1} e ω_{r2}). Estes três cenários podem ser associados aos três regimes de acoplamento referidos na secção 5.3.3.2, embora a definição destes tenha que ser revista. Assim, no âmbito das configurações *single-tuned* com secundário ressonante, vai-se considerar que o regime subacoplado caracteriza-se pela inexistência de ressonância de fase, que o acoplamento crítico corresponde a um regime-fronteira discreto onde apenas existe uma frequência de ressonância ω_r ($\omega_r = \omega_{r1} = \omega_{r2}$), e que o sobreacoplamento corresponde à existência de duas frequências de ressonância distintas (ω_{r1} e ω_{r2}), em coerência com a tabela 5.14. As frequências de ressonância ω_{r1} e ω_{r2} são dadas por (5.65).

$$\omega_{r1} = \frac{\omega_2}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)-1-\sqrt{(Q_L^2 \cdot k_L^2+1)^2-4Q_L^2}}{1-k_L^2}} \quad (5.65)$$

$$\omega_{r2} = \frac{\omega_2}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)-1+\sqrt{(Q_L^2 \cdot k_L^2+1)^2-4Q_L^2}}{1-k_L^2}}$$

O critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, de acordo com a tabela 5.14. A condição do discriminante traduz-se no ponto de acoplamento crítico $k_{L(C)}$, segundo (5.66), enquanto que $b_1 < 0$ implica que $Q_L > 1/\sqrt{2-k_L^2}$. Fazendo $k_L = k_{L(C)}$ nesta última condição, vem a restrição $Q_L > 1$. Adicionalmente, o radicando em (5.66) origina a restrição $Q_L > 1/2$, de forma a que $k_{L(C)}$ seja real e $0 < k_{L(C)} \leq 1$. Combinando as várias restrições que envolvem Q_L , conclui-se que o acoplamento crítico apenas poderá ocorrer se $Q_L > 1$, como exposto em (5.66).

$$k_{L(C)} = \sqrt{\frac{1}{Q_L} \left(2 - \frac{1}{Q_L} \right)} ; \quad Q_L > 1 \quad (5.66)$$

Na Figura 5.38 representa-se a evolução de $P_4(\omega)$ com a subida de k_L , para $Q_L = 5$. Nesta figura pode-se observar os três regimes de acoplamento definidos: a curva tracejada azul representa um regime subacoplado, no qual não existem frequências de ressonância; a curva verde corresponde ao acoplamento crítico; a curva tracejada vermelha representa um regime sobreacoplado.

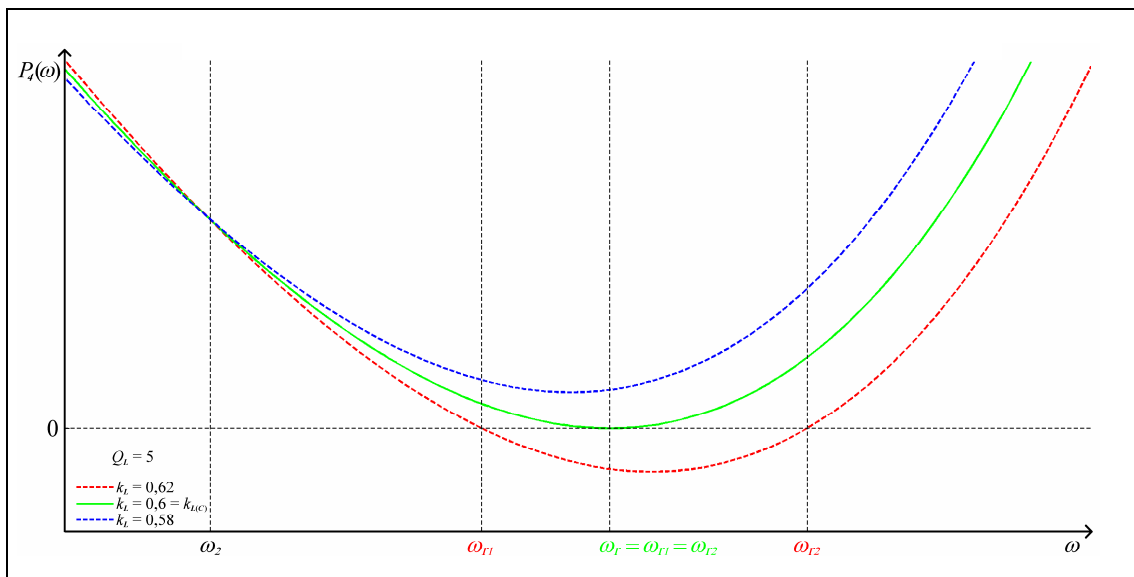


Figura 5.38 – Evolução de $P_4(\omega)$ com a subida de k_L .

d) Configuração 2P.

O polinómio de ressonância da configuração 2P é dado por (5.67). Em termos de sinais dos coeficientes, este polinómio tem a mesma forma que o polinómio de ressonância da configuração anterior ((5.64)). Assim sendo, as definições dos regimes de acoplamento da tabela 5.14 aplicam-se também à presente configuração.

$$P_4(\omega) = (1-k_L^2) \frac{\omega^4}{\omega_2^4} - \left(2-k_L^2 - \frac{1-k_L^2}{Q_L^2}\right) \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + 1 \quad (5.67)$$

Em regime de acoplamento crítico ou de sobreacoplamento, as frequências de ressonância ω_{r1} e ω_{r2} são dadas por (5.68).

$$\omega_{r1} = \frac{\omega_2}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)+k_L^2-1 - \sqrt{[1-k_L^2-Q_L^2(2-k_L^2)]^2-4Q_L^4(1-k_L^2)}}{1-k_L^2}} \quad (5.68)$$

$$\omega_{r2} = \frac{\omega_2}{Q_L \sqrt{2}} \sqrt{\frac{Q_L^2(2-k_L^2)+k_L^2-1 + \sqrt{[1-k_L^2-Q_L^2(2-k_L^2)]^2-4Q_L^4(1-k_L^2)}}{1-k_L^2}}$$

Segundo a tabela 5.14, o critério de acoplamento crítico resulta de $b_1 < 0$ e $\Delta_2 = 0$, recorde-se. A condição do discriminante traduz-se no ponto de acoplamento crítico $k_{L(C)}$, segundo (5.69), enquanto que $b_1 < 0$ implica que $Q_L > 1/\sqrt{1+(1-k_L^2)}$. Fazendo $k_L = k_{L(C)}$ nesta última condição torna-a universal, pelo que (5.69) é efetivamente o critério de acoplamento crítico.

$$k_{L(C)} = \frac{\sqrt{2Q_L+1}}{Q_L+1} \quad (5.69)$$

5.5.2.2 – Desempenho: Parâmetros de Transferência e de Eficiência.

Nas configurações *single-tuned*, não faz sentido apresentar as expressões dos parâmetros de transferência e de eficiência a ω_r , ω_{r1} ou ω_{r2} , dado que estas são demasiado complexas para delas se extrair informação útil. Assim sendo, o estudo da evolução dos parâmetros de transferência e de eficiência deve ser feito graficamente no MATLAB, a partir das expressões das tensões e correntes dos modelos da figura 5.37. Estas expressões podem ser obtidas adaptando as expressões das tensões e correntes desenvolvidas na secção 5.4.1 ao presente contexto, procedendo à eliminação ou curto-circuito do condensador a omitir, conforme aplicável.

Os *scripts* “TransParam3DvsKIST.m” e “TransParam3DvsRIST.m” permitem explorar graficamente a evolução dos parâmetros de transferência com a variação de k_L e de R_L (respetivamente). Estes *scripts* representam $|A_V|$, $|A_i|$, $|Z_m|$ e $|Y_m|$ como superfícies tridimensionais, a partir de um determinado conjunto de parâmetros de entrada. Recorrendo a esses *scripts*, concluiu-se que, a ω_r , ω_{r1} ou ω_{r2} , todos os parâmetros de transferência dependem de k_L e de R_L em todas as configurações. Em particular, a dependência de R_L indica que não há regulação de carga à ressonância de fase de Z_i , pelo que este regime de operação não tem grande interesse no âmbito das configurações *single-tuned*.

Os *scripts* “EffParam3DvsKIST.m” e “EffParam3DvsRIST.m” permitem explorar graficamente a evolução dos parâmetros de eficiência com a variação de k_L e de R_L (respetivamente). Estes *scripts* representam η e χ como superfícies tridimensionais, a partir de um determinado conjunto de parâmetros de entrada.

Para todos os *scripts* relativos à exploração gráfica dos parâmetros de transferência e de eficiência, os parâmetros de entrada necessários podem ser determinados através do *script* “AlignCalcST.m”, a partir de determinado conjunto de parâmetros desejado.

5.5.2.3 – Alinhamento Ideal.

Na secção anterior verificou-se que não há regulação de carga à ressonância de fase de Z_i , e que portanto este regime de operação não tem grande interesse no âmbito das configurações *single-tuned*. Contudo, retomando a ideia por detrás das configurações *double-tuned* alternativas (secção 5.5.1), pode-se conseguir a regulação de carga (saída em tensão ou em corrente) em todas as configurações através da anulação estratégica de uma das indutâncias em cada um dos modelos do transformador linear baseados no transformador ideal da figura 4.12. O alinhamento associado será designado por alinhamento ideal, em coerência com a terminologia usada nas configurações *double-tuned* alternativas. Na Figura 5.39 representa-se as configurações *single-tuned* sobre os modelos correspondentes da figura 4.12, notando que $n = \sqrt{L_2/L_1}$, segundo (4.27).

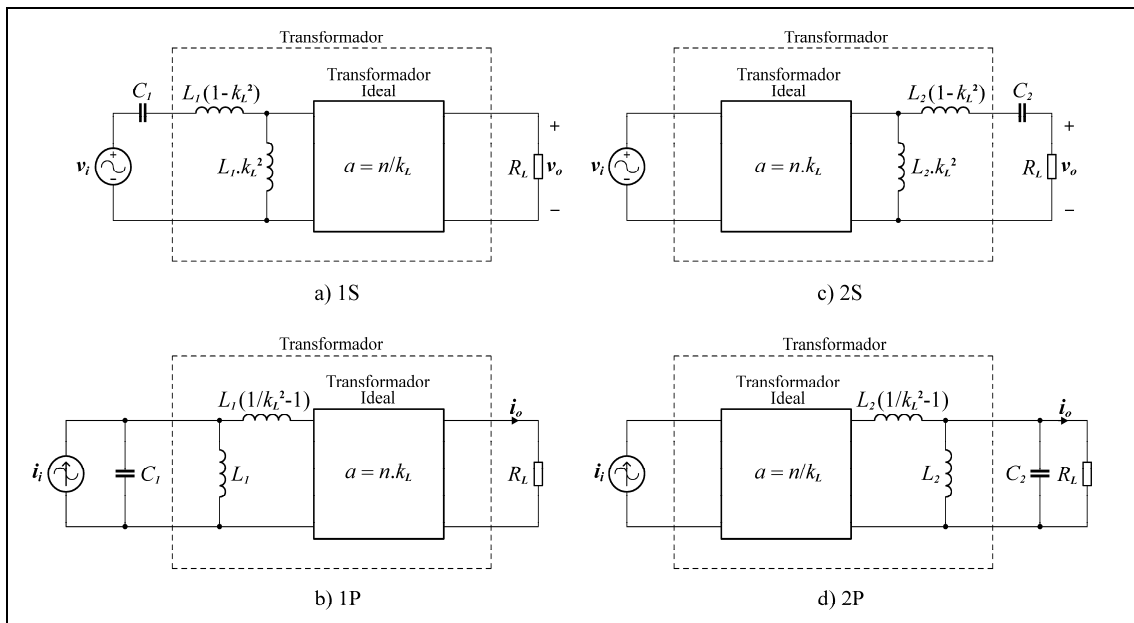


Figura 5.39 – Configurações *single-tuned* sobre os modelos com transformador ideal.

A figura 5.39 servirá de base à obtenção do alinhamento ideal. No caso da configuração 1S, por exemplo (figura 5.39 a)), consegue-se que o transformador ideal “veja” uma fonte de tensão à entrada através da eliminação de $L_1(1-k_L^2)$ e de C_1 , obtendo-se assim uma saída em tensão. Para isso, o valor de C_1 deve ser determinado de forma a que a ressonância de reactância deste condensador com $L_1(1-k_L^2)$ ocorra à frequência de operação ω_0 . A partir de (5.4) vem $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1(1-k_L^2).C_1}$, donde se conclui finalmente que $C_1 = 1/(\omega_0^2.L_1(1-k_L^2))$. Note-se que este princípio surge também nos conversores ressonantes LLC, de uso crescente nos dias de hoje [28]. Seguindo um procedimento semelhante para as restantes configurações, pode-se construir a Tabela 5.28, que sintetiza o alinhamento ideal das configurações *single-tuned*. Nesta tabela, o alinhamento é definido através da relação entre ω_0 , ω_1 e ω_2 , como anteriormente, recordando que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12).

Na tabela 5.28 pode-se constatar que o alinhamento ideal das quatro configurações não é afetado pela variação da carga R_L , sendo contudo destruído pela variação do acoplamento k_L , à semelhança do alinhamento ideal das configurações *double-tuned* alternativas (tabela 5.24). Na verdade, a tabela 5.28 acaba por ser uma versão truncada da tabela 5.24. A determinação dos parâmetros do alinhamento ideal pode ser feita no MATLAB através do *script* “AlignCalcST.m”, a partir de um conjunto de parâmetros de entrada desejados.

CONFIGURAÇÃO	ω_0	C_1, C_2
1S	$\omega_0 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1-k_L^2}}$	$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_1(1-k_L^2)}$
1P	$\omega_0 = \omega_1$	$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_1}$
2S	$\omega_0 = \frac{\omega_2}{\sqrt{1-k_L^2}}$	$C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_2(1-k_L^2)}$
2P	$\omega_0 = \omega_2$	$C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_2}$

Tabela 5.28 – Alinhamento ideal das configurações *single-tuned*.

Sob alinhamento ideal, a ω_0 , pode-se constatar na figura 5.39 que as configurações série (1S e 2S) apresentam uma saída em tensão, desde que sejam alimentadas por uma fonte de tensão; já as configurações paralelo (1P e 2P) apresentam uma saída em corrente, desde que sejam alimentadas por uma fonte de corrente. Este comportamento reflete-se nos parâmetros de transferência resultantes, apresentados na Tabela 5.29, cuja obtenção foi assistida pelo *script* “TransParamExprST.m”, que recorre às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB.

CONFIG.	A_V	A_i	Z_m	Y_m
1S	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$\frac{k_L}{1-j.R_L/(\omega_0.L_2)} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{1/R_L-j/(\omega_0.L_2)} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{1}{R_L.k_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$
2S	$k_L \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$\frac{1/k_L}{1-j.R_L/(\omega_0.L_2.k_L^2)} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{1/k_L}{1/R_L-j/(\omega_0.L_2.k_L^2)} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{R_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$
1P	$\frac{k_L}{1+j.\omega_0.L_2(1-k_L^2)/R_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$\frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{R_L}{k_L} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{R_L+j.\omega_0.L_2(1-k_L^2)} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$
2P	$\frac{1/k_L}{1+j.\omega_0.L_2(1/k_L^2-1)/R_L} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$	$k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$R_L.k_L \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$\frac{1/k_L}{R_L+j.\omega_0.L_2(1/k_L^2-1)} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

Tabela 5.29 – Parâmetros de transferência a ω_0 das configurações *single-tuned*, alinhamento ideal.

Com efeito, para além das relações universais $Z_m = A_i.R_L$ e $Y_m = A_V/R_L$ referidas no início da secção 5.4.2, verifica-se na tabela 5.29 que os parâmetros assinalados a linha tracejada são independentes da carga R_L (regulação de carga), correspondendo à relação de transformação a dos transformadores ideais das respetivas configurações (figura 5.39), como pretendido.

Na Tabela 5.30 apresenta-se a impedância de entrada Z_i das configurações *single-tuned* sob alinhamento ideal, a ω_0 . Pode-se constatar que Z_i é sempre indutiva a ω_0 (a sua parte imaginária é sempre positiva), apesar de a carga R_L ser puramente resistiva. Este facto resulta da persistência de uma indutância em todas as configurações (figura 5.39).

CONFIGURAÇÃO	Z_i
1S	$\frac{\omega_0 \cdot L_1 \cdot k_L^2 \cdot R_L}{\omega_0^2 \cdot L_2^2 + R_L^2} (\omega_0 \cdot L_2 + j \cdot R_L)$
2S	$\frac{\omega_0 \cdot L_1 \cdot R_L}{\omega_0^2 \cdot L_2^2 \cdot k_L^4 + R_L^2} (\omega_0 \cdot L_2 \cdot k_L^2 + j \cdot R_L)$
1P	$\frac{L_1}{k_L^2} \left[\frac{R_L}{L_2} + j \cdot \omega_0 (1 - k_L^2) \right]$
2P	$L_1 \left[\frac{k_L^2 \cdot R_L}{L_2} + j \cdot \omega_0 (1 - k_L^2) \right]$

Tabela 5.30 – Impedância Z_i a ω_0 ; configurações *single-tuned*, alinhamento ideal.

5.5.2.4 – Alinhamento de Giração.

Na discussão dos parâmetros de transferência da tabela 5.18 (secção 5.4.2.2), viu-se que a configuração SS sob alinhamento síncrono e a configuração PP sob alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ” apresentam regulação de carga, tendo um comportamento similar ao do girador. Com efeito, da perspectiva da carga, verifica-se uma inversão do tipo de fonte de alimentação do sistema (entrada em tensão, saída em corrente; entrada em corrente, saída em tensão). Viu-se ainda que este comportamento se deve ao facto de os alinhamentos referidos anularem todas as indutâncias dos modelos subjacentes (modelos diretos; figura 4.8 a) para a configuração SS, figura 4.8 b) para a configuração PP). No âmbito das configurações *single-tuned*, pode-se proceder à anulação estratégica de uma só indutância nesses modelos, a fim de se conseguir regulação de carga, num processo semelhante ao da secção anterior; o alinhamento subjacente será designado por alinhamento de giração. Este procedimento é apresentado na Figura 5.40, na qual se apresentam as configurações *single-tuned* sobre os modelos correspondentes da figura 4.8. Tal como nesta figura, v_1 e v_2 são as tensões no primário e no secundário, e i_1 e i_2 são as correntes de primário e de secundário, respetivamente.

Na figura 5.40 optou-se por exprimir as indutâncias do modelo da figura 4.8 b) em termos de k_L , a fim de facilitar a obtenção do alinhamento de giração. Este alinhamento é definido a uma frequência ω_0 , à qual se pretende anular as indutâncias em questão por ressonância de reactância. Para tal, C_1 e C_2 devem ser determinados segundo a Tabela 5.31, que descreve portanto o alinhamento de giração. Nesta tabela, o alinhamento é definido através da relação entre ω_0 , ω_1 e ω_2 , como anteriormente, recordando que ω_1 e ω_2 são dadas por (5.12). A determinação dos parâmetros do alinhamento de giração pode ser feita no MATLAB através do *script* “AlignCalcST.m”, a partir de um conjunto de parâmetros de entrada desejados.

Na tabela 5.31 pode-se constatar que o alinhamento de giração das quatro configurações não é afetado pela variação da carga R_L , sendo contudo destruído pela variação do acoplamento k_L , à semelhança do alinhamento ideal das configurações abordadas. Sob alinhamento de giração, a ω_0 , pode-se constatar na figura 5.40 que as configurações 1S e 2P apresentam uma saída em corrente, desde que sejam alimentadas por uma fonte de tensão; já as configurações 1P e 2S apresentam uma saída em tensão, desde que sejam alimentadas por uma fonte de corrente. Este comportamento reflete-se nos parâmetros de transferência resultantes, apresentados na Tabela 5.32, cuja obtenção foi assistida pelo *script* “TransParamExprST.m”, que recorre às capacidades de manipulação simbólica do MATLAB.

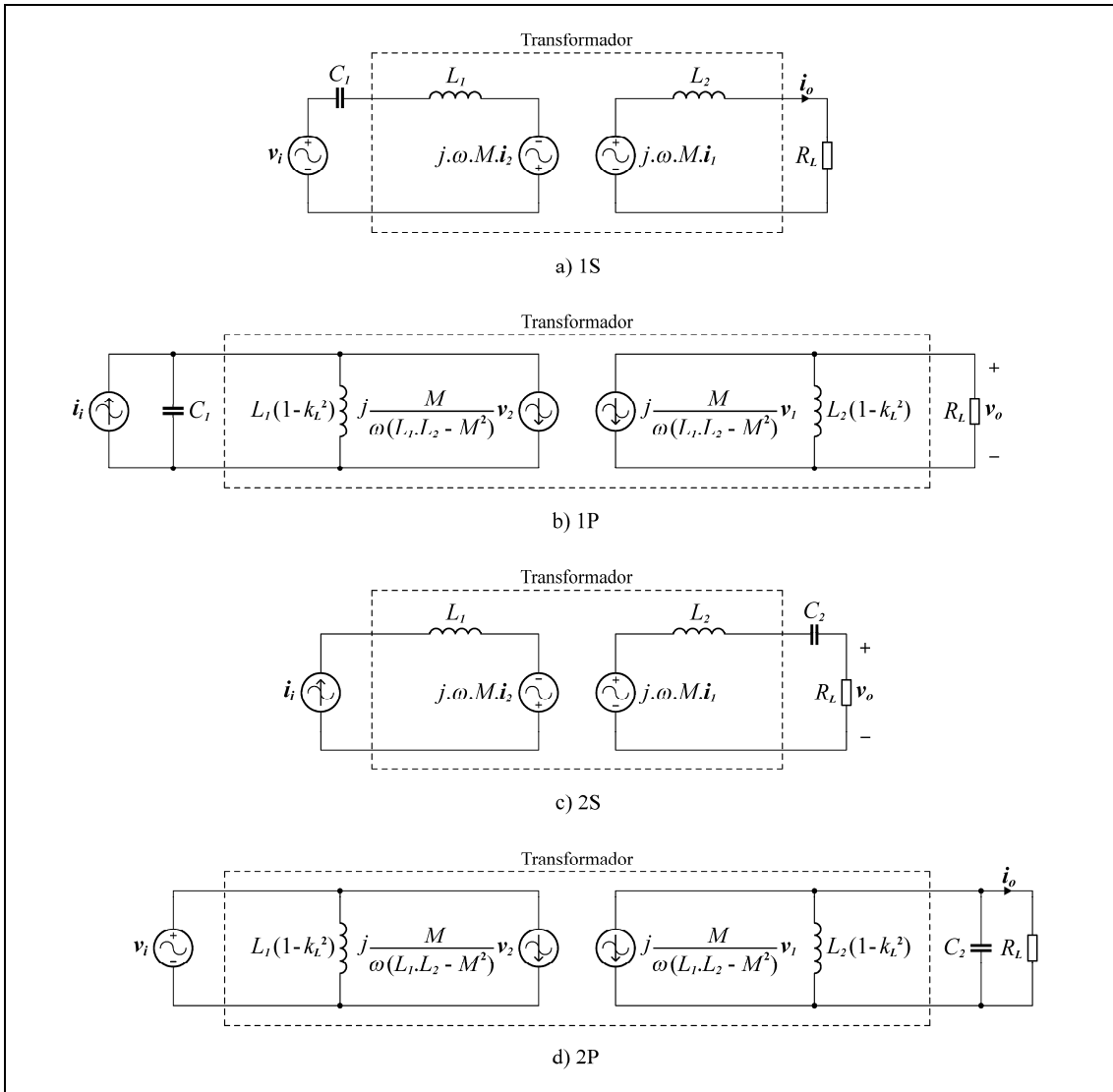


Figura 5.40 – Configurações *single-tuned* sobre os modelos diretos.

CONFIGURAÇÃO	ω_0	C_1, C_2
1S	$\omega_0 = \omega_1$	$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_1}$
1P	$\omega_0 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1 - k_L^2}}$	$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_1(1 - k_L^2)}$
2S	$\omega_0 = \omega_2$	$C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_2}$
2P	$\omega_0 = \frac{\omega_2}{\sqrt{1 - k_L^2}}$	$C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_2(1 - k_L^2)}$

Tabela 5.31 – Alinhamento de giração das configurações *single-tuned*.

Com efeito, para além das relações universais $Z_m = A_i \cdot R_L$ e $Y_m = A_v / R_L$ referidas no início da secção 5.4.2, verifica-se que os parâmetros assinalados a linha tracejada são independentes da carga R_L (regulação de carga), tratando-se sempre de transmitâncias.

CONFIG.	A_v	A_i	Z_m	Y_m
1S	$j \frac{R_L}{k_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$	$\frac{k_L}{\omega_0 L_2 - j R_L} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\frac{k_L}{\omega_0 L_2 / R_L - j} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$j \frac{1}{k_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$
2S	$\frac{1/k_L}{\omega_0 C_2 / k_L^2 - j R_L} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$	$j \frac{k_L}{R_L} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$j k_L \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$\frac{1/k_L}{\omega_0 C_2 R_L / k_L^2 - j} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$
1P	$\frac{1/\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{1/[\omega_0 L_2 (1 - k_L^2)] + j R_L} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$	$-j \frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{R_L} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$-j \sqrt{1/k_L^2 - 1} \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\frac{1/\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{R_L / [\omega_0 L_2 (1 - k_L^2)] + j} \sqrt{\frac{C_1}{L_2}}$
2P	$-j \frac{R_L}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$	$\frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{1/(\omega_0 C_2 k_L^2) + j R_L} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$\frac{\sqrt{1/k_L^2 - 1}}{1/(\omega_0 C_2 k_L^2 R_L) + j} \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$-j \frac{1}{\sqrt{1/k_L^2 - 1}} \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$

Tabela 5.32 – Parâmetros de transferência a ω_0 das configurações *single-tuned*, alinhamento de giração.

Note-se que as transmitâncias a tracejado das configurações série (1S e 2S) correspondem às transmitâncias da configuração SS sob alinhamento síncrono, e as transmitâncias a tracejado das configurações paralelo (1P e 2P) correspondem às transmitâncias da configuração PP sob alinhamento “ $\omega_r \approx \omega_0$ ”, como se pode constatar comparando a tabela 5.32 com a tabela 5.18. Nesta última, para a correspondência ser exata, é necessário alterar as razões em radicando de algumas transmitâncias, atendendo a que $L_2/C_1 = L_1/C_2$. Esta relação advém do facto de os alinhamentos em questão das configurações SS e PP imporem $\omega_1 = \omega_2$, donde resulta $L_1.C_1 = L_2.C_2$, recorde-se.

Comparando o alinhamento de giração com o alinhamento ideal das configurações *single-tuned* em termos de parâmetros de transferência, constata-se que é possível inverter o tipo de fonte de alimentação ou o tipo de saída do sistema (passar de tensão a corrente ou vice-versa) atuando apenas sobre o valor do único condensador de ressonância, o que é uma característica notável.

Na Tabela 5.33 apresenta-se a impedância de entrada Z_i das configurações *single-tuned* sob alinhamento de giração, a ω_0 . A esta frequência, pode-se constatar que Z_i é sempre complexa, apesar de a carga R_L ser puramente resistiva. Com efeito, Z_i é capacitiva nas configurações com primário ressonante (1S e 1P), sendo indutiva nas configurações com secundário ressonante (2S e 2P). Este comportamento deve-se à persistência de uma indutância em todas as configurações (figura 5.40).

CONFIGURAÇÃO	Z_i
1S	$\frac{L_2 \cdot k_L^2}{C_1 (R_L^2 + \omega_0^2 L_2^2)} (R_L - j \cdot \omega_0 L_2)$
2S	$L_1 \left(\frac{k_L^2}{C_2 R_L} + j \cdot \omega_0 \right)$
1P	$\frac{1}{C_1 k_L^2} \left[\frac{L_2 (1 - k_L^2)}{R_L} - \frac{j}{\omega_0} \right]$
2P	$\frac{L_1 (1 - k_L^2)}{C_2 [R_L^2 k_L^4 + 1/(\omega_0^2 C_2^2)]} \left(R_L k_L^2 + \frac{j}{\omega_0 C_2} \right)$

Tabela 5.33 – Impedância Z_i a ω_0 ; configurações *single-tuned*, alinhamento de giração.

5.5.2.5 – Conclusões.

Para todas as configurações *single-tuned*, verifica-se que as frequências de ressonância de fase dependem sempre da carga (Q_L ou R_L) e do acoplamento (k_L), caso existam. As configurações com primário ressonante têm sempre uma única frequência de ressonância; já as configurações com secundário ressonante podem ou não apresentar ressonância de fase, podendo ter até duas frequências de ressonância distintas, dependendo da relação entre carga e acoplamento. Os critérios de acoplamento crítico envolvem apenas Q_L e k_L , à semelhança das configurações *double-tuned*. Note-se que o comportamento descrito é válido para qualquer alinhamento.

Nas secções 5.5.2.3 e 5.5.2.4 viu-se que as configurações *single-tuned* podem apresentar regulação de carga, tendo-se definido o alinhamento ideal e o alinhamento de giração para o efeito. Contudo, constatou-se também que, sob esses alinhamentos, a impedância de entrada Z_i é complexa (assumindo uma carga resistiva R_L), o que pode causar problemas a nível do conversor DC/AC que alimentaria o sistema.

Da bibliografia consultada, apenas [8] aborda explicitamente a caracterização de configurações *single-tuned*, limitando-se contudo às configurações com secundário ressonante. Além disso, a análise é apenas efetuada à frequência de ressonância de fase do secundário (ressonância de fase de Z_2), não incluindo portanto a ressonância de fase de Z_1 , que é importante para a conceção do conversor DC/AC do emissor, recorde-se. Como referido, o conceito por detrás do alinhamento ideal da configuração 1S surge também no âmbito dos conversores LLC.

5.5.3 – Outras Possíveis Configurações Ressonantes de Interesse.

Nas secções 5.5.1.2 e 5.5.2.3, viu-se que a eliminação das indutâncias dos modelos equivalentes com transformador ideal através do alinhamento ideal permite a obtenção de regulação de carga em tensão e/ou corrente, com as vantagens que daí decorrem. Contudo, de todos os modelos equivalentes com transformador ideal abordados na secção 4.2, apenas se abordaram os modelos relativos ao transformador linear (secção 4.2.1.5), faltando ainda os modelos baseados nas indutâncias de fuga e de magnetização da secção 4.2.2.2. Destes, comece-se então pelo modelo da figura 4.15. Este modelo tem quatro indutâncias, duas do lado do primário e duas do lado do secundário, pelo que a eliminação de todas estas indutâncias por alinhamento ideal requer quatro condensadores, num total de quatro circuitos ressonantes. Assim sendo, a configuração resultante será quadruplamente sintonizada (*quadruple-tuned*). Refletindo as indutâncias do modelo da figura 4.15 através do transformador ideal, pode-se obter quatro novos modelos equivalentes com apenas três indutâncias, dos quais a figura 4.16 apresenta dois exemplos. De facto, como se pode constatar nessa figura, as três indutâncias podem estar todas do mesmo lado (no primário ou no secundário), podem estar duas no primário e uma no secundário, e vice-versa. Aplicando o alinhamento ideal a estes novos modelos através de três condensadores, obtém-se quatro configurações triplamente sintonizadas (*triple-tuned*). Notando que as indutâncias dos dois modelos que têm todas as indutâncias do mesmo lado formam uma rede em T (figura 4.16 b), por exemplo), pode-se ainda aplicar transformações T-II (estrela-triângulo) a essas redes para obter novos modelos equivalentes, que poderão originar novas configurações *triple-tuned*. À semelhança das configurações *single-tuned* sob alinhamento ideal, pode-se ainda obter apenas regulação de tensão ou de corrente em todos os modelos equivalentes referidos através da eliminação estratégica de apenas duas indutâncias, dando origem a novas configurações *double-tuned* cuja impedância de entrada é indutiva à frequência de operação.

Contudo, em todas estas novas configurações, que não constam na bibliografia consultada, o maior número de circuitos sintonizados aumenta a complexidade da análise, sobretudo no que toca à ressonância e regimes de acoplamento. Por outro lado, convém ter presente que a determinação experimental dos parâmetros dos modelos baseados nas indutâncias de fuga e de magnetização apenas é viável em transformadores de acoplamento elevado, como se viu na secção 4.2.2.3, que são precisamente os transformadores onde a implementação de acoplamento indutivo ressonante menos se justifica, residindo aqui a principal limitação das novas configurações referidas. Pelas razões apontadas, e atendendo a restrições de ordem temporal, este tópico será deixado para trabalho futuro. Efetivamente, apesar da limitação referida, seria interessante avaliar se o acréscimo de complexidade das novas configurações traz algumas vantagens relativamente às configurações baseadas nos modelos do transformador linear estudadas.

5.5.4 – Acoplamento Aperiódico.

Por fim, vai-se esclarecer um aspecto particular do acoplamento aperiódico (figura 5.4 a), por exemplo), relativo à ressonância. Por definição, este tipo de acoplamento não deve apresentar qualquer forma de ressonância. Contudo, recorrendo ao modelo do transformador linear baseado na inversão de impedância (figura 4.6 ou figura 5.5 b)), pode-se constatar que a impedância do secundário Z_2 , que é indutiva ($Z_2 = R_{p2} + R_L + j.\omega.L_2$), é refletida no primário como uma impedância capacitiva, dado que a sua parte imaginária (reactância) se torna negativa. Assim sendo, surgiu a seguinte questão: será que existe alguma possibilidade de essa impedância refletida capacitiva interagir com L_1 de forma a levar à ressonância de fase de Z_i ? Para esclarecer esta questão, determinou-se o polinómio de ressonância do acoplamento aperiódico, que é dado por (5.70).

$$P_2(\omega) = L_2^2(1 - k_L^2)\omega^2 + (R_{p2} + R_L)^2 \quad (5.70)$$

Dado que $0 \leq k_L \leq 1$, verifica-se que o polinómio quadrático (5.70) nunca se anula, não tendo portanto raízes reais. Confirma-se assim que a ocorrência da ressonância de fase de Z_i é impossível no acoplamento aperiódico.

A terminar a secção 5.5, note-se que todas as expressões e conclusões nela apresentadas foram aferidas por simulação SPICE.

Referências.

- [1] A. Sedra, K. Smith; *Microelectronic Circuits*, 4ª Ed.; Oxford University Press, 1998.
- [2] W. Hayt (Jr.), J. Kemmerly; *Engineering Circuit Analysis*, 5ª Ed.; McGraw-Hill, 1993.
- [3] E. Green; "The Story of Q"; Bell Telephone System Technical Publications, Monograph 2491. Publicado em: American Scientist, Vol. 43, Outubro de 1955.
- [4] B. I. Bleaney, B. Bleaney; *Electricity and Magnetism*, 2ª Ed.; Oxford University Press, 1965.
- [5] K. Clarke, D. Hess; *Communication Circuits: Analysis and Design*; Addison-Wesley, 1971.
- [6] S. Lee, R. Lorenz; "Development and Validation of Model for 95%-Efficiency 220-W Wireless Power Transfer Over a 30-cm Air Gap"; IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 47, Nº 6, Novembro/Dezembro de 2011.
- [7] J. Agbinya; *Wireless Power Transfer*, River Publishers Series in Communications; River Publishers, 2012.
- [8] K. Schuylenbergh, R. Puers; *Inductive Powering - Basic Theory and Application to Biomedical Systems*, Analog Circuits and Signal Processing Series (ACSP); Springer, 2009.
- [9] C. Wang, G. Covic, O. Stielau; "Power Transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 51, Nº 1, Fevereiro de 2004.
- [10] J. Whitaker; *The Electronics Handbook*, 2ª Ed.; CRC Press, 2005.
- [11] R. Bullock III; *Bullock on Boxes*, 1ª Ed.; Audio Amateur Press, 2007.
- [12] J. Rider; *Rider on Resonance and Alignment*, An Hour a Day with Rider Series; John F. Rider, Publisher, 1936.
- [13] Z. Low et al.; "Design and Test of a High-Power High-Efficiency Loosely Coupled Planar Wireless Power Transfer System"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, Nº 5, Maio de 2009.
- [14] G. Kendir et al.; "An Optimal Design Methodology for Inductive Power Link With Class-E Amplifier"; IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Regular Papers, Vol. 52, Nº 5, Maio de 2005.
- [15] "Qi System Description Wireless Power Transfer, Volume I: Low Power, Part 1: Interface Definition", Version 1.1.2; Wireless Power Consortium (WPC), Junho de 2013.
- [16] C. Zhu et al.; "Simulation and Experimental Analysis on Wireless Energy Transfer Based on Magnetic Resonances"; IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 3-5 de Setembro de 2008.
- [17] C. Wang, O. Stielau, G. Covic; "Design Considerations for a Contactless Electric Vehicle Battery Charger"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 52, Nº 5, Outubro de 2005.

- [18] I. Bronshtein *et al.*; *Handbook of Mathematics*, 5ª Ed.; Springer, 2007.
- [19] C. Aiken; "Two-Mesh Tuned Coupled Circuit Filters"; Proceedings of the Institute of Radio Engineers, Vol. 25, Nº 2, Fevereiro de 1937.
- [20] G. Valley (Jr.), H. Wallman; *Vacuum Tube Amplifiers*, Massachusetts Institute of Technology (MIT) Radiation Laboratory Series, Vol. 18; McGraw-Hill, 1948.
- [21] F. Langford-Smith; *Radiotron Designer's Handbook*, 4ª Ed.; Wireless Press, 1952.
- [22] X. Huang *et al.*; "Resonant Frequency Splitting Analysis and Optimization of Wireless Power Transfer System"; Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings, 19-23 de Agosto de 2012.
- [23] S. Kong *et al.*; "Analytical Expressions for Maximum Transferred Power in Wireless Power Transfer Systems"; IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC), 14-19 de Agosto de 2011.
- [24] B. Tellegen; "The gyrator, a new electric network element"; Philips Research Reports, Nº 3, Abril de 1948.
- [25] J. Huh *et al.*; "Characterization of Novel Inductive Power Transfer Systems for On-Line Electric Vehicles"; 26th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 6-11 de Março de 2011.
- [26] J. Huh *et al.*; "Narrow-Width Inductive Power Transfer System for Online Electrical Vehicles"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 26, Nº 12, Dezembro de 2011.
- [27] M. Kesler; "Highly Resonant Wireless Power Transfer: Safe, Efficient, and over Distance"; WiTricity Corporation, 2013.
- [28] C. Adragna, S. De Simone, C. Spini; "A Design Methodology for LLC Resonant Converters Based on Inspection of Resonant Tank Currents"; 23th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 24-28 de Fevereiro de 2008.

6 – Sistema de Conectores sem Contactos Experimental.

Após o estudo detalhado do acoplamento indutivo ressonante, pode-se finalmente encetar a conceção e construção de um sistema de conectores *contactless* experimental. A abordagem inicial visa uma potência máxima de 250 W sobre uma carga R_L de cerca de 10 Ω . Esta carga foi estabelecida de modo a limitar as tensões e correntes em jogo a níveis comportáveis (cerca de 50 V a 5 A), evitando-se assim o recurso a componentes volumosos e altamente especializados, que são geralmente caros e difíceis de obter. Note-se que a verificação desses níveis implica que o ganho em tensão e em corrente do sistema seja aproximadamente unitário, como desejado. A frequência de trabalho deverá andar entre 100 kHz e 300 kHz, numa tentativa de reduzir as dimensões do sistema. Começar-se-á pela conceção e caracterização da interface indutiva.

6.1 – Interface Indutiva.

A conceção da interface indutiva começará pela definição de um paradigma-base, a partir dos requisitos funcionais estabelecidos no capítulo 1. Esse paradigma será posteriormente caracterizado e otimizado por simulação FEA, num processo que se prevê iterativo.

6.1.1 – Escolha de Paradigma e de Materiais.

Dada a elevada potência em jogo, a diminuição do campo magnético de fuga na interface indutiva é muito importante, por questões de segurança e de compatibilidade eletromagnética. Portanto, a utilização de bobinas com núcleo de ar está fora de questão, tendo que se recorrer a materiais de elevada permeabilidade (ferromagnéticos) para confinar ou “guiar” o campo magnético. De entre os materiais ferromagnéticos, apenas as ferrites são adequadas à frequência de trabalho prevista, que é relativamente elevada. A utilização de placas de ferrite para blindagem seria uma opção, como preconizado pelo standard Qi (figura 3.10 da secção 3.4.3.1); contudo, nas extremidades das placas haveria um campo de fuga significativo por efeito de orla, já que as placas constituiriam um circuito magnético aberto (com um entreferro significativo). Em aplicações de baixa potência, esse campo de fuga não é problemático; todavia, numa aplicação de elevada potência é conveniente não correr riscos. A estrutura magnética típica de uma aplicação de potência elevada (figura 3.11 da secção 3.4.3.1) visa um aumento do acoplamento, o que implica precisamente a diminuição da indutância de fuga e do campo de fuga. Assim sendo, e tendo em conta as características mecânicas e funcionais da interface indutiva pretendida (figuras 1.2 a 1.6, secção 1.2), concebeu-se a interface experimental representada na Figura 6.1, na qual se omitiram as bobinas.

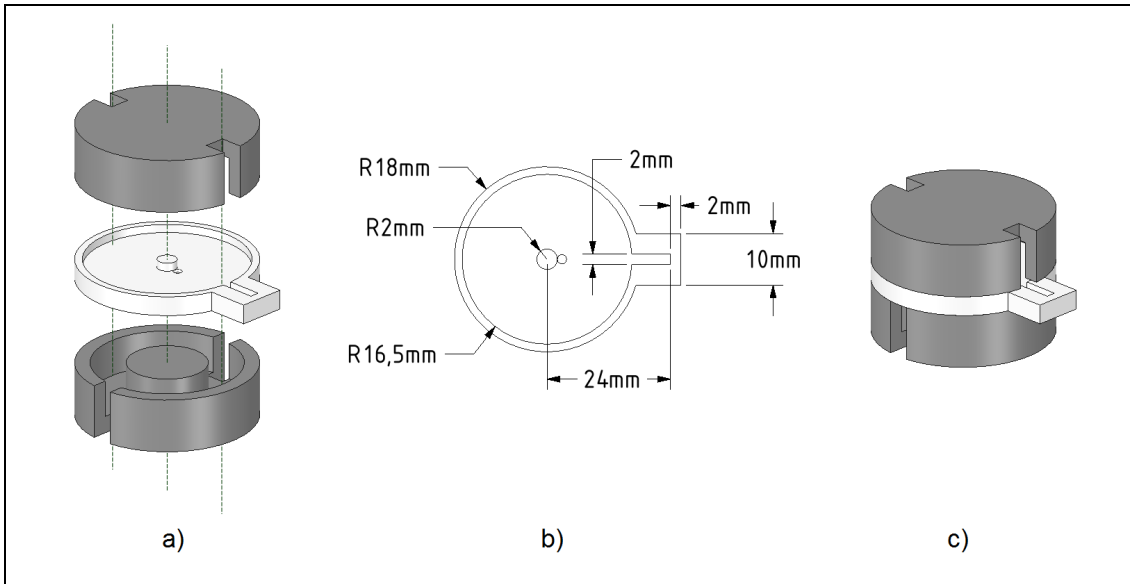


Figura 6.1 – Interface indutiva experimental, sem bobinas.

Como referido na secção 1.2, o primário é implementado por duas bobinas ligadas em série, de forma a que as suas magnetomotâncias sejam aditivas. Essas bobinas estão alojadas nas duas metades de um núcleo de ferrite do tipo *pot core* (tipo P), com 36 mm de diâmetro externo (uma bobina em cada metade). Devido à sua estrutura fechada, este tipo de núcleo será à partida o mais adequado para minimizar o campo magnético de fuga. Na figura 6.1 a), as peças do núcleo do primário estão levantadas, para maior clareza; a posição normal de funcionamento é a da figura 6.1 c). Entre as peças do primário está o suporte do secundário, que foi feito a partir de uma placa de policarbonato com 4 mm de espessura. As dimensões do suporte são detalhadas na figura 6.1 b), que representa a face superior deste; a face inferior é idêntica. Para além de alojar a bobina planar do secundário nas cavidades centrais (superior e inferior), com 1,7 mm de profundidade, o suporte funciona como batente para as peças do primário, garantindo precisão na distância relativa das bobinas. O pequeno furo à direita do batente central (figura 6.1 b)) liga a cavidade superior e a inferior, permitindo a passagem do fio da bobina do secundário. Para o suporte pretende-se um material dielétrico (sobretudo para evitar correntes de remoinho), magneticamente neutro ($\mu \approx \mu_0$) e facilmente moldável, daí a escolha do policarbonato, designação genérica dada aos polímeros da família dos policarbonatos. A variedade escolhida é transparente, sendo comumente utilizada em janelas e telhados. O diâmetro das cavidades centrais (33 mm) foi escolhido de forma a evitar que a periferia do secundário fique demasiado próxima do limite exterior das peças do primário, o que poderia aumentar o campo de fuga. Note-se que as peças do primário estão rodadas 90° entre si, numa tentativa de minimização do campo de fuga que ocorre nas ranhuras de acesso aos enrolamentos. A espessura do suporte do secundário (4 mm) define o entreferro, representando uma solução de compromisso. Por um lado, a espessura tem que ser suficiente para alojar confortavelmente a bobina planar do secundário; por outro lado, a espessura deve ser a menor possível, a fim de maximizar a autoindução e a indutância mútua das bobinas. Este último aspecto vai no sentido de aproximar a interface indutiva a um transformador ideal, como discutido no final da secção 4.2.1.5.

O núcleo (*pot core*) escolhido, de referência B65611W0000R030, é fabricado pela TDK, representando uma solução de compromisso entre adequação de material (tipo de ferrite) e dimensões desejadas. Esta empresa foi escolhida em detrimento de outras (Ferroxcube, por exemplo) uma vez que os seus produtos estão mais presentes no mercado retalhista de componentes eletrónicos. Note-se que existem dois modelos de *pot cores*: com buraco central

para parafuso de ajuste de indutância, destinado a aplicações de sinal; e sem esse buraco, para aplicações de potência. Neste trabalho apenas se consideraram modelos sem buraco, naturalmente. Para aplicações de potência, a TDK recomenda a ferrite N87; todavia, apenas existem *pot cores* deste material até 30,5 mm de diâmetro. Com efeito, diâmetros superiores só estão disponíveis em ferrite N30, que é recomendada para transformadores de sinal de banda larga. As principais características das ferrites N87 e N30 são sintetizadas na Tabela 6.1 [1].

PARÂMETRO	N87	N30
Permeabilidade inicial relativa, μ_i ($T = 25\text{ }^\circ\text{C}$)	2200 \pm 25%	4300 \pm 25%
Campo magnético de saturação, B_s ($H = 1200\text{ A/m}$, $f = 10\text{ kHz}$)	490 mT (25 $^\circ\text{C}$) 390 mT (100 $^\circ\text{C}$)	380 mT (25 $^\circ\text{C}$) 240 mT (100 $^\circ\text{C}$)
Coercividade, H_c ($f = 10\text{ kHz}$)	21 A/m (25 $^\circ\text{C}$) 13 A/m (100 $^\circ\text{C}$)	12 A/m (25 $^\circ\text{C}$) 8 A/m (100 $^\circ\text{C}$)
Frequência de operação ótima	25 kHz a 500 kHz	10 kHz a 400 kHz
Fator de perdas relativo, $tg(\delta)/\mu_i$	-	< 2×10^{-6} (10 kHz) < 60×10^{-6} (400 kHz)
Constante histerética do material, η_B	< $1 \times 10^{-3}\text{ T}^{-1}$	< $1,1 \times 10^{-3}\text{ T}^{-1}$
Temperatura de Curie, T_C	> 210 $^\circ\text{C}$	> 130 $^\circ\text{C}$
Densidade de potência dissipada no núcleo, p_L ($T = 100\text{ }^\circ\text{C}$)	57 kW/m ³ (25 kHz, 200 mT) 375 kW/m ³ (100 kHz, 200 mT) 390 kW/m ³ (300 kHz, 100 mT) 215 kW/m ³ (500 kHz, 50 mT)	-

Tabela 6.1 – Principais características das ferrites N87 e N30.

Na tabela 6.1 pode-se verificar que, de facto, a ferrite N87 é à partida a mais adequada para aplicações de potência, dado ter um maior B_s e uma maior T_C , apesar de ter uma permeabilidade menor. A nível de perdas é difícil fazer uma comparação direta, dado que a ferrite N87 apenas tem o parâmetro a excitação elevada (p_L), que é o mais relevante para a aplicação em questão, e a ferrite N30 apenas tem o parâmetro a excitação reduzida ($tg(\delta)/\mu_i$). Neste contexto das perdas, os parâmetros comuns a ambas as ferrites (H_c e η_B) não só têm uma menor relevância para aplicação em questão como são inconclusivos: a ferrite N30 tem a seu favor uma H_c menor (ciclo de histerese mais estreito); a ferrite N87 tem a seu favor uma η_B máxima ligeiramente menor. A gama de frequência de operação ótima é similar, sendo ligeiramente mais elevada para a ferrite N87.

O diâmetro da interface indutiva deverá ser o mais pequeno possível, mas ser suficiente para acomodar confortavelmente os enrolamentos. Estes serão feitos de fio *litz*, dado que este tipo de fio é particularmente eficaz na redução da resistência por efeito pelicular e de proximidade na gama de frequência esperada (100 kHz a 300 kHz), como se viu na secção 2.4.6.6. Grosso modo, prevê-se que o diâmetro do fio *litz* deva andar entre 1 mm a 2 mm, considerando a corrente em jogo (cerca de 5 A). A determinação das características do fio *litz* será abordada na secção 6.1.2.6 c). Tendo em conta estes fatores, considerou-se que o diâmetro ideal da interface andaria entre 35 mm e 45 mm. Dentro desta gama apenas há uma opção: um *pot core* de ferrite N30 com 36 mm de diâmetro externo. Na discussão dos circuitos magnéticos com entreferro (secção 4.3.2), viu-se que a indutância e o fluxo magnético dependem sobretudo da dimensão do entreferro. No sistema experimental, dado que o entreferro é significativo (4 mm), a relutância deste será muito elevada, pelo que o fluxo magnético no núcleo deverá ser modesto, o mesmo acontecendo portanto com o campo magnético máximo no núcleo. Assim sendo, é plausível que o menor B_s da ferrite N30 não seja

problemático, o que reforça a opção pelo *pot core* de ferrite N30 com 36 mm de diâmetro como ponto de partida. Este núcleo (B65611W0000R030) é detalhado na Figura 6.2. Se os pressupostos de base desta escolha se revelarem falsos, terá que se considerar a opção mais próxima: um *pot core* de ferrite N87 com 30,5 mm de diâmetro externo (B65701W0000R087).

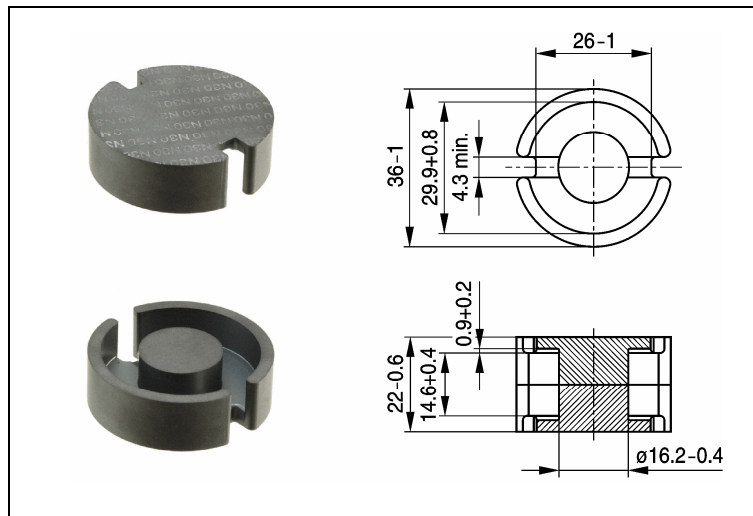


Figura 6.2 – Núcleo B65611W0000R030; dimensões em mm.

6.1.2 – Simulação por FEA.

Estando definido o paradigma inicial da interface indutiva, interessa agora proceder à caracterização e otimização desta. Como o tamanho do entreferro relativamente às dimensões do núcleo é significativo, o conceito de circuito magnético deverá ser apenas útil para uma análise qualitativa. Para a indispensável análise quantitativa, terá que se recorrer à simulação por métodos de elementos finitos.

6.1.2.1 – Introdução à Análise por Elementos Finitos.

Viu-se na secção 2.3 que um campo vetorial é definido pela sua divergência e pelo seu rotacional, de acordo com o teorema de Helmholtz. Assim sendo, a resolução de problemas que envolvem campos vetoriais passa necessariamente pela resolução de equações diferenciais. Todavia, estas equações apenas têm soluções analíticas explícitas em problemas que envolvem geometrias simples. Para geometrias mais complexas, concebeu-se uma série de métodos numéricos que se baseiam na decomposição ou discretização do espaço de solução num número finito de pequenos volumes, o que implica que esse espaço seja limitado. O espaço ou domínio de solução é o volume no qual se pretende resolver as equações diferenciais em questão, a fim de nele determinar a distribuição dos campos vetoriais desejados e grandezas associadas. A dimensão específica de cada pequeno volume é escolhida de forma a que os campos vetoriais em questão não variem significativamente ao longo deste, o que permite aproximar as equações diferenciais originais através de um grande número de equações lineares acopladas, passíveis de serem facilmente resolvidas por um computador. Esses pequenos volumes de dimensões finitas designam-se por elementos finitos; os métodos numéricos subjacentes denominam-se métodos de elementos finitos (FEM). No mesmo sentido, a análise baseada nestes métodos designa-se por análise por elementos finitos (FEA). O conjunto de volumes ou elementos que compõe o espaço de solução chama-se malha computacional (*computational mesh*); quanto mais apertada for esta malha (elementos de menor volume), maior será o tempo de computação (maior número de elementos) e mais preciso será o resultado final, embora existam limites impostos por erros de arredondamento.

Da miríade de geometrias diferentes que um problema tridimensional (3D) pode ter, destacam-se duas particularmente importantes: a geometria planar e a geometria cilíndrica ou axissimétrica (simetria axial). Estas geometrias têm em comum o facto de os campos em questão não variarem numa das três dimensões: na geometria plana, de coordenadas Cartesianas (x, y, z) , os campos não variam na direção z ; na geometria axissimétrica, de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , os campos não variam na direção θ . A importância destas geometrias está no facto de permitirem reduzir um problema 3D a um problema 2D (bidimensional), o que reduz consideravelmente o esforço de computação. Efetivamente, a geometria plana permite obter um problema 2D nas coordenadas (x, y) ; já a geometria axissimétrica possibilita um problema 2D nas coordenadas (r, z) . Nestas geometrias 2D, os elementos são planos (2D), resultando da intersecção dos elementos de volume originais com os planos em questão (x - y ou r - z). Geralmente, os elementos 2D são triangulares, por duas razões principais: em primeiro lugar, é mais fácil lidar com segmentos do que lidar com curvas em Geometria Analítica; em segundo lugar, qualquer polígono pode ser subdividido num número finito de triângulos, sendo portanto o triângulo a forma elementar.

A escolha da forma e do tamanho dos triângulos que compõe a malha computacional deve obedecer a duas regras gerais, que pretendem evitar que os campos variem significativamente em determinado elemento, o que iria contra a essência dos FEM. A primeira regra consiste em evitar que um triângulo esteja sobre uma fronteira entre dois materiais. Em vez disso, a forma e o tamanho dos triângulos deve ser tal que estes sigam de perto a fronteira, definindo-a sem nunca a intercalar. À malha que segue este princípio chama-se malha conformal (*conformal mesh*). A segunda regra consiste em diminuir o tamanho dos triângulos nas zonas onde os campos variam acentuadamente no espaço. Na maior parte dos problemas, a verificação destas duas regras obriga a uma malha computacional de resolução variável, ou adaptativa. Outro aspecto fundamental da FEA é a delimitação do espaço de solução através da imposição de condições-fronteira apropriadas, o que permite a obtenção de uma solução única. Este aspecto será desenvolvido adiante.

Um programa ou *software* de FEA é geralmente constituído por três módulos fundamentais: o pré-processador (*preprocessor*), onde se define a geometria do problema, os materiais, as condições-fronteira e a malha de computação; o módulo de cálculo (*solver*), que determina a solução do problema; e o pós-processador (*postprocessor*), que permite visualizar e manipular a solução. No contexto do Eletromagnetismo, as equações diferenciais a resolver são uma versão das equações de Maxwell, ditada pelo problema a resolver. Neste aspecto, os programas FEA apresentam-se em dois modos ou variedades fundamentais: o modo de alta frequência ou ondulatório (*full-wave*) e o modo de baixa frequência ou quase-estático. O modo ondulatório é sobretudo usado em problemas que envolvem ondas eletromagnéticas (problemas de radiação, geralmente). Neste modo, o *solver* procura resolver as equações de Maxwell na sua versão integral. Por outro lado, o modo quase-estático é usado em problemas eletrostáticos, magnetostáticos, quase-estacionários (condução elétrica), eletroquase-estáticos (corrente de deslocamento) e magnetoquase-estáticos (correntes em remoinho). Neste modo, o *solver* procura resolver a versão simplificada das equações de Maxwell que corresponde à aproximação em questão. Existem também diferenças entre o modo ondulatório e o modo quase-estático a nível do pós-processador, dado que as principais grandezas de interesse diferem nos dois modos. Geralmente, um programa ou *software* de FEA apenas suporta um destes modos.

Referiu-se já a necessidade de impor condições-fronteira apropriadas para a delimitação do espaço de solução. No modo quase-estático, existem três tipos fundamentais de condições-fronteira:

- Condição de Dirichlet: Esta condição consiste na imposição de um determinado potencial (ϕ nos problemas elétricos, A nos problemas magnéticos; secção 2.3.4.1) ao longo da fronteira. Nos problemas magnéticos, a condição de Dirichlet mais comum é $A = 0$, também conhecida por condição de Dirichlet homogénea, sendo usada para impedir que as linhas de campo magnético atravessem a fronteira.

- Condição de Neumann: Esta condição especifica a derivada normal do potencial em questão ao longo da fronteira ($\partial\phi/\partial n$ ou $\partial A/\partial n$, onde n é a direcção normal à fronteira). Nos problemas magnéticos, é comum utilizar a condição de Neumann homogénea ($\partial A/\partial n = 0$) para obrigar a que as linhas do campo magnético atravessem a fronteira perpendicularmente a esta. A condição de Neumann homogénea é consistente com a fronteira de um material de permeabilidade muito elevada.

- Condição de Robin: A condição de Robin pode ser encarada como uma mistura entre as condições de Dirichlet e de Neumann, sendo por isso também denominada por condição mista (*mixed*). Esta condição impõe na fronteira uma relação específica entre o potencial em questão e a sua derivada normal. Num problema magnético, por exemplo, a condição de Robin toma a forma $\partial A/\partial n + a.A = b$, onde a e b são coeficientes que especificam a condição. Este tipo de condição é por vezes usado para mimetizar um espaço ilimitado a partir de um espaço de solução limitado.

A nível do *solver*, é por vezes necessário especificar um critério de paragem, dependendo do algoritmo de resolução em questão. Geralmente, esse critério é um erro máximo admissível ou uma especificação de precisão [2, 3].

6.1.2.2 – Definição do Problema para FEA.

Analisando a geometria-base do sistema a simular (figura 6.1), constata-se que, ignorando no núcleo as ranhuras de acesso aos enrolamentos do primário e representando as espiras de cada bobina como condutores concêntricos isolados que transportam a mesma corrente (ou seja, ignorando a natureza espiral das bobinas), o sistema apresenta simetria axial. Como discutido na secção anterior, tal permite transformar um problema 3D num problema axissimétrico (2D), o que reduz consideravelmente o esforço de computação necessário, embora à custa de uma inevitável perda de precisão, que se presume aceitável. Este aspecto será aferido aquando da comparação dos resultados simulados com os resultados experimentais. De qualquer forma, não foi possível recorrer a *software* de FEA com capacidade 3D, o que ditou definitivamente a redução a um problema axissimétrico, apresentado na Figura 6.3. Esta figura inclui já as bobinas do primário e do secundário, detalhando também o suporte da bobina do secundário e a sua função como batente das peças do primário. Nessa figura, representa-se ainda o sistema de coordenadas (r, z), notando que o problema não é apenas simétrico em relação ao eixo z , sendo-o também relativamente ao eixo r .

Como discutido, pretende-se maximizar as indutâncias em jogo e que o ganho em tensão do sistema seja aproximadamente unitário. Este último requisito aponta para a necessidade de as indutâncias do primário e do secundário serem idênticas, embora isso dependa em grande medida da configuração ressonante escolhida, do respetivo alinhamento e do coeficiente de acoplamento k_L , como se viu nos capítulos 4 e 5. Relativamente à maximização da indutância, o caso mais crítico é o do secundário, uma vez que a respetiva bobina não é atravessada por material ferromagnético (o secundário reside no entreferro, que é significativo), o que indica que seu fluxo magnético total deverá ser relativamente baixo.

está definido), bastando considerar que os anéis condutores cilíndricos que implementam as espiras são de cobre maciço. Efetivamente, se o problema fosse magnetoquase-estático à frequência de operação prevista (200 kHz) e os condutores fossem de cobre maciço, muito provavelmente ocorreriam nestes correntes de remoinho suficientemente elevadas para influenciar a determinação das indutâncias pretendidas. No pré-processador, basta especificar uma frequência nula nas definições do problema para o *solver* assumir que o problema é magnetostático.

Na Figura 6.4 a) apresenta-se a vista geral do problema já completamente definido no pré-processador, à exceção da malha computacional, que foi omitida para maior clareza. Na figura 6.4 b) detalha-se a zona central da figura 6.4 a). Devido à simetria axial do problema, apenas é necessário definir metade da interface indutiva. Todas as regiões têm que ser obrigatoriamente fechadas, daí a linha vertical (segundo z) à esquerda e os arcos de 180° à direita, na figura 6.4 a). Todas as regiões têm ainda que ter um identificador (pequenos quadrados verdes) que defina o seu material (N30, *air*, *copper*, etc.).

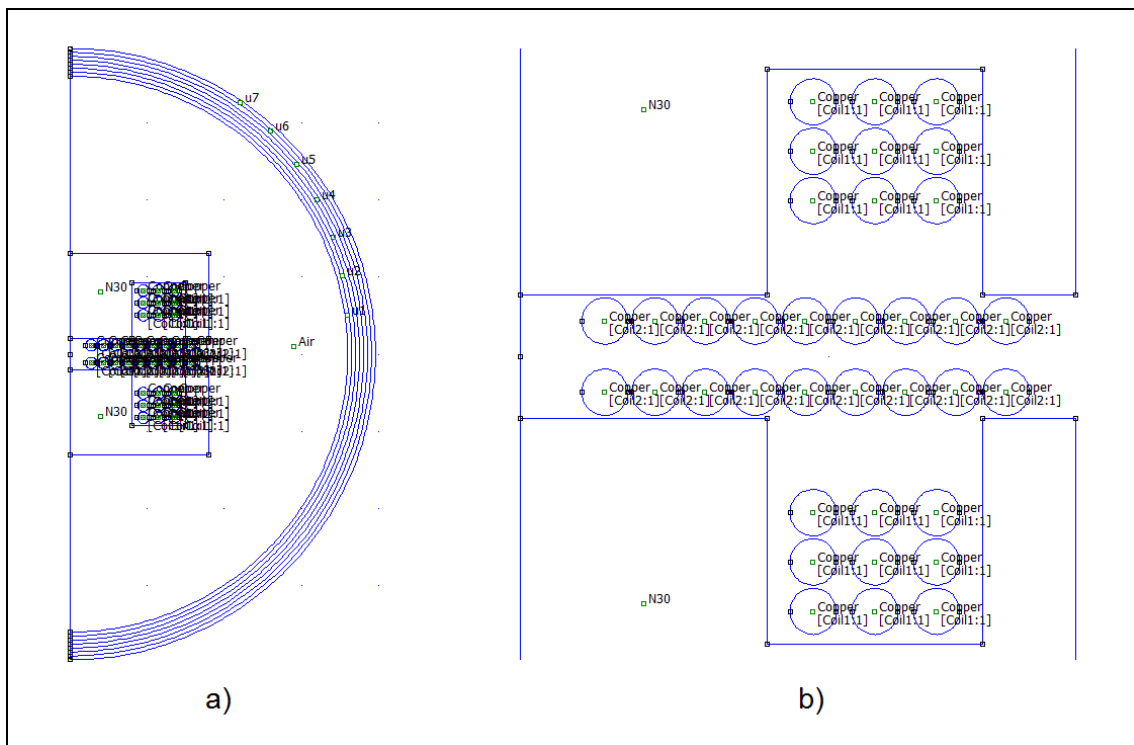


Figura 6.4 – Problema completamente definido no pré-processador.

Na figura 6.4 a), os arcos à direita implementam uma série de condições-fronteira que delimitam o espaço de solução. Essa série de condições-fronteira é aconselhada pelo autor do programa para mimetizar fielmente um espaço ilimitado. O programa tem um assistente (*wizard*) para a criar, que pode ser acedido através do botão “*Create IABC Open Boundary*”. No caso presente, aceitaram-se os parâmetros sugeridos por defeito (sete camadas com limites de Dirichlet), tendo-se apenas definido o raio (36 mm) e o centro (0, 0) do arco interior de forma a acomodar confortavelmente a geometria. Os materiais u1 a u7 das regiões entre arcos foram também definidos automaticamente pelo referido assistente.

A atribuição de determinada espira a determinada bobina é feita no identificador de região da espira. Por sua vez, o estabelecimento do circuito elétrico de cada bobina é feito no menu “*Properties → Circuits*”. No caso presente, estabeleceu-se que todas as espiras de determinada bobina estão ligadas em série, sendo portanto percorridas pela mesma corrente.

O valor dessa corrente é também especificado no referido menu. Nos problemas magnéticos (magnetostáticos e magnetoquase-estáticos), note-se que o *software* apenas permite a prescrição de correntes, não suportando a imposição de tensões.

No núcleo, o material N30 foi definido como sendo isotrópico, linear e de permeabilidade relativa igual à permeabilidade inicial ($\mu_i = 4300$; tabela 6.1). Desta forma, é mais fácil testar a influência da variação da permeabilidade; influência essa que se prevê pequena (desde que a permeabilidade se mantenha elevada), uma vez que a dimensão do entreferro é significativa, recordando a secção 4.3.2. Note-se que o *software* permite inserir a curva de magnetização do material, aspecto que será abordado na secção 6.1.2.5.

Na Figura 6.5 apresenta-se um detalhe da malha computacional gerada automaticamente pelo programa, tendo-se apenas estabelecido a restrição de o tamanho da malha nas espiras não poder ser superior a 0,1 mm, o que foi feito no identificador de região destas. Isto permitirá ter uma maior resolução quando se avaliar a distribuição de corrente na secção transversal das espiras à frequência de trabalho. Na figura, pode-se constatar que se trata de uma malha conformal.

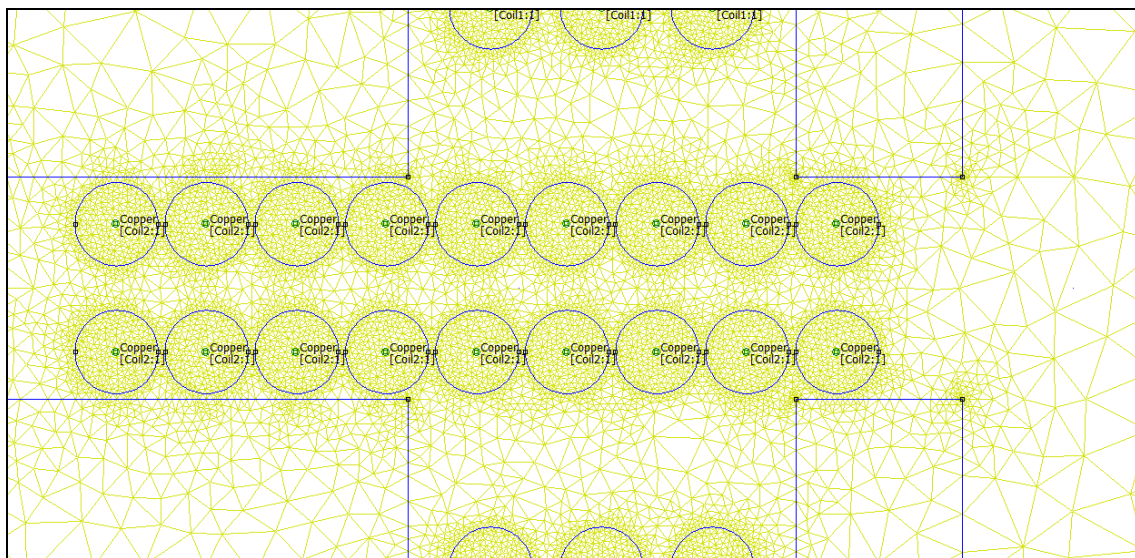


Figura 6.5 – Detalhe da malha computacional conformal.

Estando o problema completamente definido, pode-se então executar o *solver*, após ter-se aceite para este o critério de paragem pré-definido, ou seja, uma precisão de 10^{-8} .

a) Determinação e Ajuste de Parâmetros.

Sejam I_1 e I_2 as correntes no primário e no secundário (respetivamente), definidas no pré-processador; e Λ_1 e Λ_2 os fluxos totais no primário e no secundário (respetivamente), a determinar no pós-processador. Então, de acordo com as definições apresentadas no capítulo 4, a determinação de L_1 é feita atendendo a que $L_1 = \Lambda_1/I_1$ e fazendo $I_1 = 5$ A e $I_2 = 0$; a determinação de L_2 é feita atendendo a que $L_2 = \Lambda_2/I_2$ e fazendo $I_1 = 0$ e $I_2 = 5$ A; a determinação de M é feita atendendo a que $M = \Lambda_2/I_1 = \Lambda_1/I_2$ e fazendo $I_1 = 5$ A e $I_2 = 0$ (para determinar Λ_2/I_1) ou $I_1 = 0$ e $I_2 = 5$ A (para determinar Λ_1/I_2); finalmente, k_L é determinado a partir da sua definição ($k_L = M/\sqrt{L_1.L_2}$). Note-se que uma das correntes (I_1 ou I_2) tem sempre que ser nula, para que o fluxo total sobre determinada bobina tenha uma causa única. A corrente de 5 A foi especificada para se ter desde já uma ideia da intensidade do campo magnético no núcleo.

Na Figura 6.6 apresenta-se a vista geral do pós-processador para $I_1 = 5$ A e $I_2 = 0$, estando este configurado para apresentar as linhas do campo magnético e a intensidade deste (B) através de uma escala de cores com um limite máximo de 25 mT. O valor máximo de B ocorre de forma praticamente pontual nos cantos interiores do núcleo, sendo de 59,7 mT, estando portanto muito longe do valor de saturação (B_s) para a ferrite N30, como se pode constatar na tabela 6.1. Isto indica que esta ferrite pode efetivamente ser adequada para a aplicação em questão.

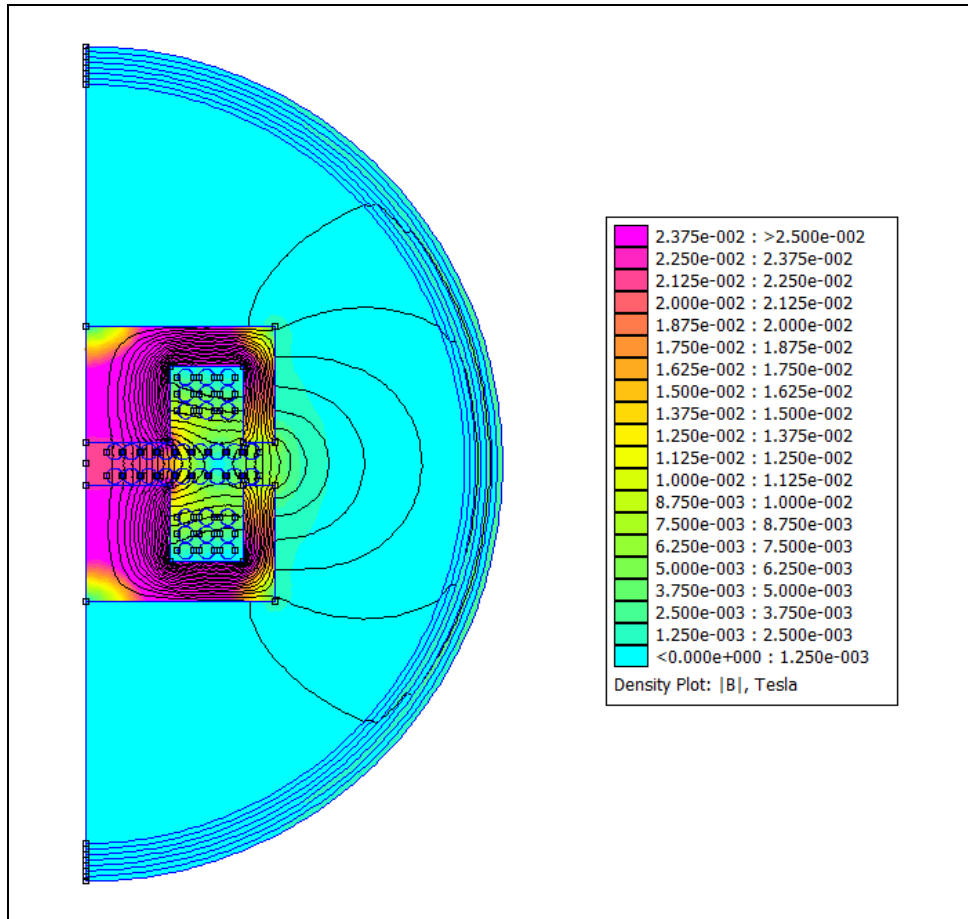


Figura 6.6 – Vista geral do pós-processador.

Simulando também para $I_1 = 0$ e $I_2 = 5$ A, determinaram-se os seguintes parâmetros: $L_1 = 30,12 \mu\text{H}$; $L_2 = 11,45 \mu\text{H}$; $M = 15,11 \mu\text{H}$; $k_L = 0,814$. Nesta segunda simulação, o valor máximo de B no núcleo foi de 25,7 mT, menos de metade do valor máximo verificado na simulação anterior. Relativamente a M , constatou-se que efetivamente $\Lambda_2/I_1 = \Lambda_1/I_2$, o que indica que as simulações são coerentes. Estes resultados iniciais merecem duas observações. Em primeiro lugar, constata-se que k_L é bastante elevado e que o campo de fuga (à direita) é relativamente reduzido, indicando que o paradigma estabelecido para a interface indutiva vai de encontro aos objetivos que estiveram na sua génese. Em segundo lugar, apesar de o primário e do secundário terem o mesmo número de espiras, L_1 acabou por resultar bastante maior que L_2 (mais do dobro), ao contrário do pretendido. Como referido, já se esperava que $L_1 > L_2$, mas não por uma diferença tão expressiva. Observando a figura 6.6, constata-se que o fluxo magnético sobre cada espira do primário deve ser aproximadamente idêntico, dado que a maior contribuição para esse fluxo está no núcleo e que ela não varia apreciavelmente segundo z ao longo da bobina. Assim sendo, faz sentido determinar o fator de indutância A_L

para cálculos de indutância, donde vem $A_L = L_1/N_1^2 = 92,96 \text{ nH}$, com base em (4.60). Para que $L_1 = L_2 = 11,45 \text{ }\mu\text{H}$, então terá que se alterar o número de espiras do primário para $N_1 = \sqrt{L_1/A_L} = 11,1$. Por questões de montagem mecânica, vai-se considerar $N_1 = 12$, donde se prevê que $L_1 = A_L \cdot N_1^2 = 13,39 \text{ }\mu\text{H}$.

Passando então às duas simulações necessárias, vem $L_1 = 14,36 \text{ }\mu\text{H}$; $L_2 = 11,45 \text{ }\mu\text{H}$; $M = 10,07 \text{ }\mu\text{H}$; $k_L = 0,785$. Os valores destes parâmetros foram considerados aceitáveis, passando portanto a ser considerados provisoriamente como valores nominais. Na Figura 6.7 apresenta-se o campo magnético para $I_1 = 0$ e $I_2 = 5 \text{ A}$ (figura 6.7 a)), e vice-versa (figura 6.7 b)), como resultado das duas simulações referidas.

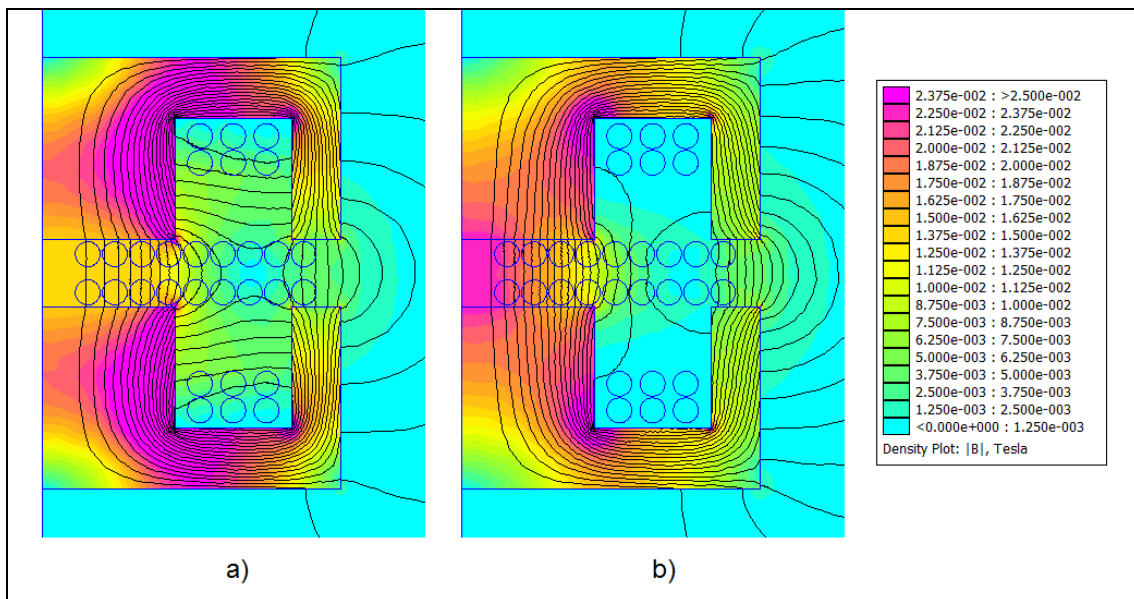


Figura 6.7 – Campo magnético para a) $I_1 = 5 \text{ A}$ e $I_2 = 0$; b) $I_1 = 0$ e $I_2 = 5 \text{ A}$.

Na Tabela 6.2 sintetizam-se as características elétricas nominais provisórias da interface indutiva, tendo-se incluído também as resistências do fio condutor do primário e do secundário (R_{P1} e R_{P2} , respetivamente) avaliadas na simulação magnetostática (a corrente contínua, portanto).

PARÂMETRO	VALOR NOMINAL
N_1	12
N_2	18
L_1	14,36 μH
L_2	11,45 μH
M	10,07 μH
k_L	0,785
R_{P1}	8,46 m Ω
R_{P2}	10,2 m Ω

Tabela 6.2 – Valores nominais provisórios.

b) Análise do Efeito da Variação de Parâmetros.

Pretende-se agora avaliar por simulação FEA os efeitos da variação de alguns parâmetros nas grandezas indutivas (L_1 , L_2 , M e k_L), a fim de verificar a validade dos pressupostos considerados e identificar os parâmetros mais sensíveis. Os parâmetros a variar são a permeabilidade relativa do núcleo (μ), o diâmetro do fio do primário (d_p), o diâmetro do fio do secundário (d_s), a dimensão do entreferro (l_g) e a distância segundo z entre as bobinas do primário e o secundário (l_{ps}). Para o esclarecimento de l_g e l_{ps} , consulte-se a figura 6.3. Em todos esses parâmetros, vai-se considerar uma variação de 20% em relação aos valores nominais, para haver igualdade de circunstâncias. Note-se que apenas se vai variar um parâmetro por simulação, mantendo-se os restantes nos respetivos valores nominais. Na Tabela 6.3 apresentam-se as variações das grandezas indutivas resultantes, expressas percentualmente em relação aos respetivos valores nominais (tabela 6.2). A variação de parâmetros considerada foi de -20%, excetuando em l_g , pela impossibilidade de se diminuir o entreferro sem alterar a bobina do secundário.

PARÂMETRO	VALOR NOMINAL	VARIAÇÃO	ΔL_1	ΔL_2	ΔM	Δk_L
μ	4300	-20%	-0,079%	-0,049%	-0,077%	-0,014%
d_p	1,5 mm	-20%	+0,269%	0%	+0,003%	-0,131%
d_s	1,5 mm	-20%	0%	+0,482%	+0,031%	-0,209%
l_g	4 mm	+20%	-8,429%	-13,59%	-14,64%	-4,031%
l_{ps}	3,9 mm	-20%	-4,862%	0%	+0,065%	+2,59%

Tabela 6.3 – Efeitos da variação de parâmetros.

Na tabela 6.3, pode-se constatar que o parâmetro menos sensível é μ e o mais sensível é l_g , confirmando que efetivamente é o entreferro que acaba por definir as indutâncias e o grau de acoplamento da interface indutiva. Através de outras simulações adicionais, verificou-se que a influência da permeabilidade é de tal forma pequena que seria necessário que esta variasse -94,37% para que L_1 descresse 5%, por exemplo. Todavia, para descidas de μ maiores, note-se que L_1 decresce acentuadamente. Dado que descidas de μ desta magnitude apenas ocorrem na eventualidade de o material do núcleo saturar (secção 4.3.1.1), a variação de μ que decorre da não-linearidade do material pode seguramente ser desprezada fora da saturação, desde que não se atinja a temperatura de Curie. Esta condição garante a estabilidade de indutâncias e de acoplamento face à variação de excitação magnética (ditada pela corrente de operação) e de temperatura. A seguir a l_g , o parâmetro mais sensível é l_{ps} , embora afete sobretudo L_1 , ainda que moderadamente. Verifica-se ainda que a influência do diâmetro do fio do primário e do secundário é desprezável. Note-se que L_2 é fortemente influenciada pela presença do núcleo do primário. Com efeito, através de uma simulação adicional, verificou-se que, na ausência do núcleo, $L_2 = 3,845 \mu\text{H}$, o que representa uma variação de -66,4% face ao valor nominal.

Seria interessante avaliar também a sensibilidade face ao desalinhamento axial das bobinas; contudo, para tal seria necessário recorrer a um *software* de FEA tridimensional, dado que o sistema deixaria de apresentar simetria axial.

6.1.2.5 – Estimação da Curva de Magnetização Normal do Núcleo.

Estando concluída a análise da variação de parâmetros, vai-se proceder à introdução da curva de magnetização do material do núcleo (ferrite N30) no *software* FEA. Esta funcionalidade do *software* será aproveitada para posteriormente determinar o campo magnético no núcleo de forma mais realista, inclusivamente o campo magnético máximo, que se supõe ocorrer à carga máxima, por senso comum. Porém, a única informação gráfica fornecida pelo fabricante do material (TDK) no que respeita à magnetização a excitação elevada é o ciclo de histerese para diferentes condições (frequência de 10 kHz, temperaturas de 25 °C e 100 °C), pelo que será necessário estimar a curva de magnetização normal. Recorrendo a um programa de desenho, procedeu-se à estimação da curva de magnetização a partir do ciclo de histerese a 25 °C, tendo em conta o comportamento típico da magnetização de um material ferromagnético, discutido na secção 4.3.1. O facto de esse ciclo se referir a uma frequência muito inferior à frequência a considerar nas simulações não é importante na estimação da curva normal, uma vez que a principal consequência da operação a uma frequência mais elevada é o “alargamento” da curva de histerese, como discutido na secção 4.3.1. A curva de magnetização normal estimada é apresentada na Figura 6.8, correspondendo à curva a cinzento; as curvas a preto correspondem ao ciclo de histerese a 25 °C, fornecido pelo fabricante.

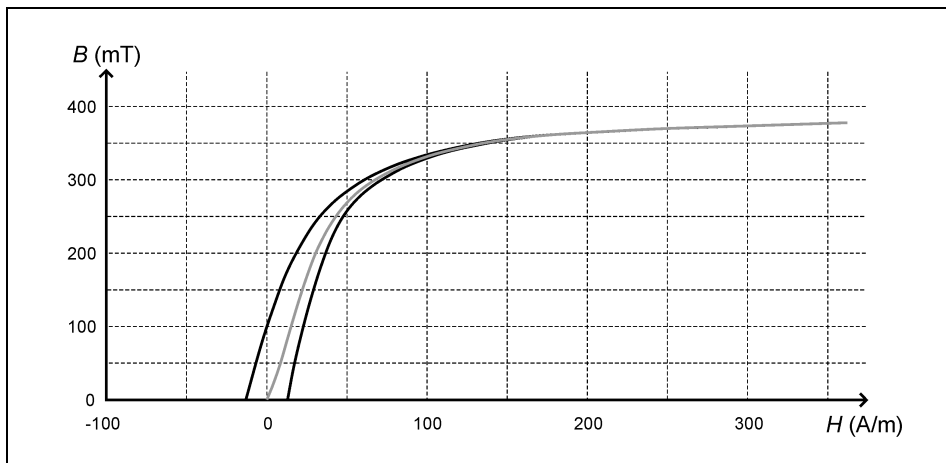


Figura 6.8 – Ciclo de histerese e curva de magnetização normal estimada.

De seguida, concebeu-se no MATLAB o *script* “GetPtsfromImg.m”, que permite determinar as coordenadas de *nPts* pontos igualmente espaçados (na horizontal) da curva de magnetização normal estimada, que deverá estar num ficheiro de imagem em formato GIF. Os pontos determinados são então guardados num ficheiro de texto, a introduzir no *software* FEA. Optou-se por fazer *nPts* = 50, uma vez que este número de pontos permite já uma boa resolução. O *script* determina também a curva da permeabilidade relativa μ em função de *H*, a partir da curva de magnetização normal extraída do ficheiro de imagem, atendendo à relação $\mu = B/(\mu_0.H)$. Essas duas curvas são apresentadas na Figura 6.9, na qual se pode constatar que a curva da permeabilidade é coerente com a especificação da permeabilidade inicial do material em questão ($\mu_i = 4300$ a 25 °C; tabela 6.1), o que foi conseguido através de um processo iterativo. Na figura, os pontos extraídos da curva de magnetização estão assinalados com asteriscos.

Daqui em diante, toda a simulação por FEA recorrerá à curva de magnetização normal estimada, considerando portanto a não-linearidade do material do núcleo. Contudo, note-se que os efeitos dissipativos que ocorrem nesse material (por histerese e eventuais correntes de remoinho) não serão considerados, dado não haver informação suficiente da parte do fabricante para o fazer.

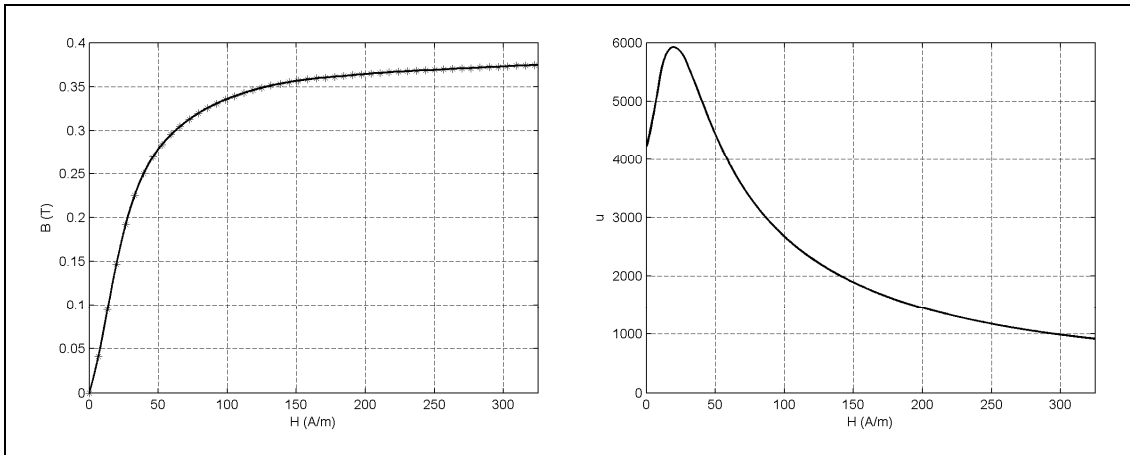


Figura 6.9 – Curva de magnetização normal e curva da permeabilidade correspondente.

6.1.2.6 – Simulação Magnetoquase-estática da Interface Indutiva.

Estando estabelecidos os valores nominais provisórios dos parâmetros da interface indutiva, vai-se passar à simulação magnetoquase-estática desta, onde se assume que todas as grandezas que dependem do tempo evoluem harmonicamente a determinada frequência, sendo portanto representadas por fasores. No *software* FEA utilizado, a magnitude dos fasores representa uma amplitude ou valor de pico, como usualmente, e não um valor RMS. A sintaxe de números complexos do *software* é a seguinte: o número complexo $a + j.b$ deve ser inserido como $a + I*b$ ou como $a + b*I$; os espaços são facultativos. As diversas simulações serão feitas à frequência de 200 kHz. Os principais objetivos da simulação magnetoquase-estática são a determinação do campo magnético total na interface indutiva, ou seja, o campo que decorre da coexistência da corrente do primário i_1 e da corrente do secundário i_2 numa situação de carga, a avaliação da dependência desse campo em relação à carga e o dimensionamento do fio *litz* dos enrolamentos. Antes disso, vai-se abordar o efeito pelicular e de proximidade.

a) Efeito Pelicular e de Proximidade.

A primeira simulação a efetuar visa a avaliação do efeito pelicular e de proximidade nos condutores da interface indutiva à frequência de trabalho, considerando que estes são de cobre sólido, tal como na simulação magnetostática. Considerando $i_1 = 7,07$ A ($5 A_{RMS}$) e $i_2 = 0$, obteve-se os resultados apresentados na Figura 6.10. Na figura 6.10 a), que representa a amplitude do campo magnético B , pode-se constatar que o campo magnético está fortemente enfraquecido e distorcido relativamente ao da figura 6.7 a) (caso magnetostático) devido às correntes de remoinho que ocorrem tanto no primário como no secundário. A distribuição dessas correntes pode ser observada na figura 6.10 b), que representa a amplitude da densidade de corrente J . Relativamente ao caso magnetostático, note-se que o limite superior da escala de cores de B foi aumentado de 25 mT para 35 mT, de forma a que a comparação com o caso magnetostático possa ser feita em termos de valor eficaz (RMS) do campo magnético, e não em termos de amplitude ou valor de pico ($35 \approx 25.\sqrt{2}$). Consultando as propriedades do circuito do primário no pós-processador, verifica-se que a potência total dissipada nos condutores é de 40 W, o que corresponde a uma resistência parasita referida ao primário de 1,6 Ω . Comprova-se assim que o efeito pelicular e de proximidade são muito expressivos à frequência de trabalho, o que obriga efetivamente à utilização de fio *litz* nas bobinas.

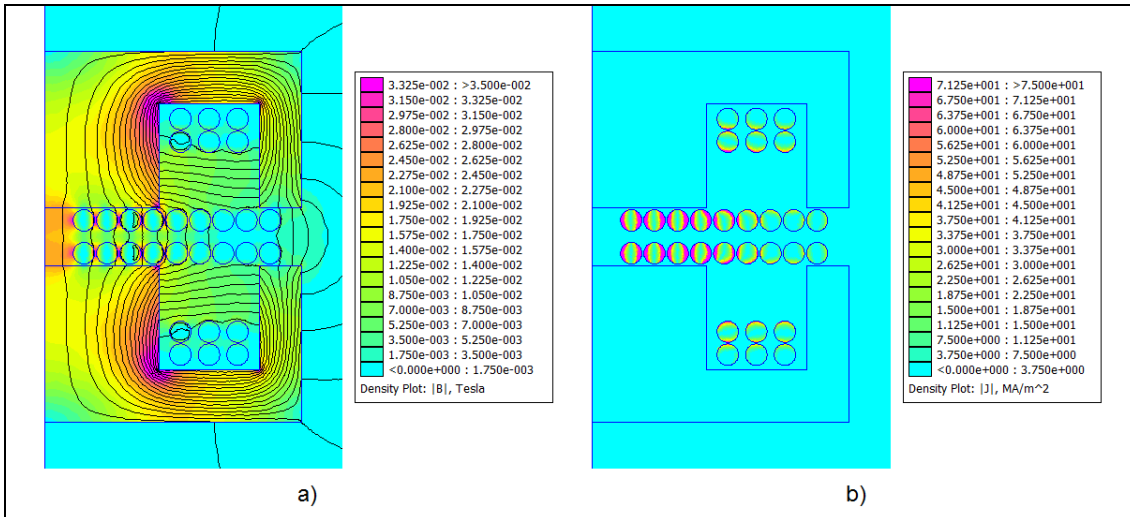


Figura 6.10 – Campo magnético e densidade de corrente (condutores sólidos, $i_1 = 7,07$ A e $i_2 = 0$).

Sem entrar ainda no dimensionamento do fio *litz*, vai-se conceber uma forma de debelar o efeito pelicular e de proximidade na simulação, de maneira a que os valores das resistências parasitas à frequência de trabalho sejam praticamente iguais aos valores em corrente contínua (tabela 6.2). A ideia é poder-se determinar o campo magnético total sem se ter primeiro que dimensionar o fio *litz*, pois o dimensionamento deste depende desse campo, como se verá na secção 6.1.2.6 c). O *software* FEA permite definir determinado material condutor como sendo um fio *litz*, na definição das propriedades do material. Aproveitando esta funcionalidade, vai-se conceber um fio *litz* ideal para utilização nas bobinas, isto é, um fio cuja resistência seja praticamente independente da frequência dentro da banda em questão (de 0 Hz a 200 kHz).

No *software* FEA, a modelização do fio *litz* é feita pela redução deste a um material homogéneo equivalente, no que toca à evolução das características elétricas com a frequência no contexto magnetoquase-estático. O material homogéneo é caracterizado por parâmetros constitutivos complexos (condutividade e permeabilidade), a determinar nesse processo de homogeneização. A condutividade complexa modeliza o efeito pelicular, enquanto que a permeabilidade complexa modeliza o efeito de proximidade [4, 5, 6, 7]. No contexto dos materiais ferromagnéticos, viu-se na secção 4.3.1.2 a) que a evolução das perdas com a frequência pode também ser expressa através de uma permeabilidade complexa, sendo a componente dissipativa representada pela parte imaginária desta, recorde-se. Note-se que a modelização de um fio *litz* por homogeneização e parâmetros constitutivos complexos não é originária nem exclusiva deste *software*. A este respeito, consulte-se também [8, 9], por exemplo. O estudo do fio *litz* será retomado na secção 6.1.2.6 c).

No *software*, o fio *litz* é definido pelo utilizador através da introdução dos dois parâmetros que tipicamente caracterizam um fio *litz*: O número de filamentos N_s e o diâmetro útil de cada filamento d_s (de *strand*), definido como o diâmetro da sua secção transversal condutora (excluindo o isolamento, portanto). Neste contexto, um dos parâmetros de interesse determinados no pós-processador é o fator de preenchimento (*fill fator*, K_f) da região atribuída ao fio *litz*, definido como a razão entre a área total condutora e a área total da região. No caso de um fio *litz* cilíndrico de diâmetro total d (incluindo isolamento e folgas), facilmente se conclui que K_f é dado por (6.1), assumindo que os filamentos constituintes são também cilíndricos.

$$K_f = N_s \left(\frac{d_s}{d} \right)^2 \quad (6.1)$$

Para a conceção do fio *litz* ideal, vão-se fazer diversas simulações com as mesmas correntes da anterior ($i_1 = 7,07$ A e $i_2 = 0$), nas quais se vai jogar com N_s e d_s , para $d = 1,5$ mm e $K_f = 100\%$. Desta forma, a secção condutora do fio *litz* ideal é igual à dos condutores sólidos usados na simulação magnetostática, o que permite utilizar o valor de R_{p1} a corrente contínua ($R_{p1} = 8,46$ m Ω ; tabela 6.2) como meta. Um dos critérios gerais no dimensionamento de d_s é que este diâmetro deve ser menor que a profundidade pelicular δ à frequência de trabalho, como referido na secção 2.4.6.6. Num condutor de cobre, a uma frequência de 200 kHz tem-se $\delta \approx 150$ μ m, segundo (2.51). Assim sendo, começou-se por considerar $d_s = \delta$, donde resulta $N_s = 100$, segundo (6.1), descendo-se depois d_s uma década em cada simulação subsequente, nas quais se verificou uma descida progressiva de R_{p1} . Na terceira simulação tem-se $d_s = 1,5$ μ m e $N_s = 1000000$, donde resulta $R_{p1} = 8,47$ m Ω . Como este valor é praticamente igual ao valor a corrente contínua, aceitaram-se esses parâmetros para o fio *litz* ideal. Note-se que este fio não é realizável na prática, sendo apenas uma ferramenta de simulação. Na Figura 6.11 apresenta-se o resultado da terceira simulação. Na figura 6.11 a), que representa a amplitude do campo magnético B , pode-se constatar que o campo magnético é praticamente idêntico ao do caso magnetostático (figura 6.7 a)). Na figura 6.11 b), que representa a amplitude da densidade de corrente J , constata-se que a distribuição de corrente no primário é uniforme e que não há correntes de remoinho induzidas no secundário.

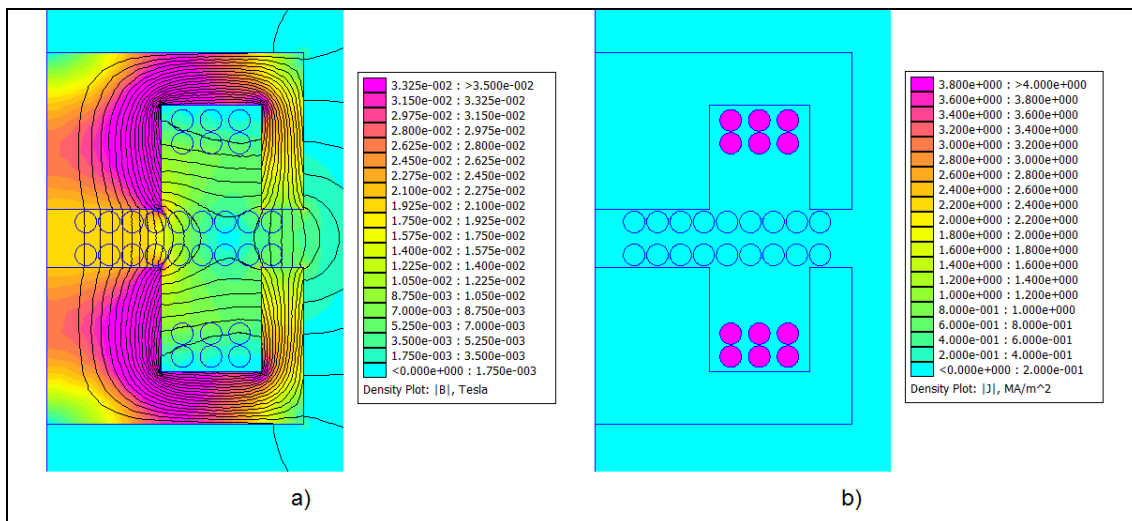


Figura 6.11 – Campo magnético e densidade de corrente (fio *litz* ideal, $i_1 = 7,07$ A e $i_2 = 0$).

O valor de R_{p1} foi determinado da seguinte forma: no pós-processador, começou-se por fazer a integração das perdas totais em cada espira do primário, donde se obteve a potência total dissipada no primário P_{D1} . De seguida, uma vez que a corrente no primário é conhecida, bastou recorrer à lei de Joule para obter R_{p1} através da relação $R_{p1} = 2 \cdot P_{D1} / |i_1|^2$.

Simulando também para $i_1 = 0$ e $i_2 = 7,07$ A, determinaram-se as indutâncias L_1 , L_2 e M com maior precisão, para utilização nos cálculos subsequentes. Os valores obtidos foram os seguintes: $L_1 = 14,366$ μ H; $L_2 = 11,506$ μ H; $M = 10,092$ μ H. Estes valores diferem dos valores magnetostáticos (tabela 6.2) em apenas algumas centésimas de μ H, note-se.

b) Determinação do Campo Magnético Total em Função da Carga.

Resolvido o problema do efeito pelicular e de proximidade na simulação, pode-se então determinar o campo magnético total. Numa situação normal de funcionamento, as correntes i_1 e i_2 são sinusoidais (ou perto disso) e coexistem, contribuindo ambas para o campo magnético total, ou seja, aquele que efetivamente existe na interface indutiva numa situação de carga. Para determinar esse campo total por simulação FEA, é portanto necessário conhecer os valores dos fasores i_1 e i_2 e inseri-los nas propriedades dos circuitos das bobinas do primário e do secundário (pré-processador, menu “*Properties* → *Circuits*”), recordando que o *software* FEA apenas suporta a prescrição de correntes.

Uma vez que o primário e o secundário estão acoplados indutivamente, as correntes i_1 e i_2 estão necessariamente inter-relacionadas. A natureza desta interdependência pode ser convenientemente expressa pelo ganho em corrente do transformador, definido como $A_{it} = i_2/i_1 = j.\omega.M/Z_2$ ((5.41), secção 5.4.1), onde Z_2 é a impedância do secundário. Assumindo que o secundário tem uma carga genérica Z_L e desprezando as resistências parasitas R_{p1} e R_{p2} (figura 4.5), $Z_2 = j.\omega.L_2 + Z_L$, donde vem (6.2). Note-se que esta expressão é válida para qualquer configuração e alinhamento.

$$A_{it} = \frac{M}{L_2 - j.Z_L/\omega} \quad (6.2)$$

Contudo, A_{it} apenas relaciona i_1 e i_2 , sendo portanto necessário conhecer um destes fasores para se determinar o outro, o que obriga ao estabelecimento de uma aplicação em particular. Tendo em vista a avaliação da variação do campo magnético total em função da carga, optou-se pela aplicação elementar representada na Figura 6.12, onde a interface indutiva é alimentada por uma fonte de tensão sinusoidal v_1 e tem uma carga R_L puramente resistiva ($Z_L \equiv R_L$), que se pretende variar. Seja P_L a potência dissipada em R_L . Vai-se considerar que a situação de carga máxima corresponde a $P_L = 250$ W e $R_L = 10 \Omega$, à qual $|i_2| = 7,07$ A (5 A_{RMS}), portanto.

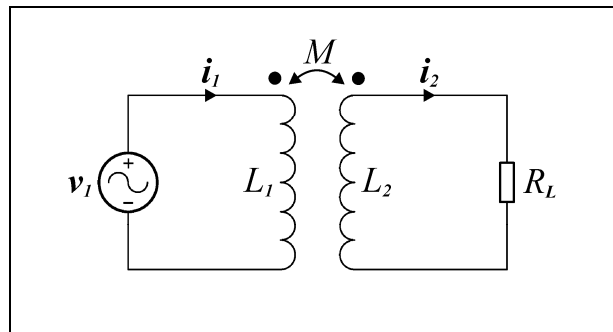


Figura 6.12 – Aplicação elementar da interface indutiva.

Fazendo $Z_L = R_L$ em (6.2), constata-se que A_{it} depende da carga R_L . Esta dependência pode ser melhor avaliada através do módulo e da fase de A_{it} nessa situação, que são dados por (6.3). Note-se que a fase de A_{it} exprime o desfasamento entre i_1 e i_2 .

$$|A_{it}| = \frac{M}{\sqrt{L_2^2 + (R_L/\omega)^2}} ; \quad \angle A_{it} = \arctg\left(\frac{R_L}{\omega.L_2}\right) \quad (6.3)$$

Em (6.3) pode-se constatar que, quando $R_L \rightarrow 0$, então $|A_{it}| \rightarrow M/L_2$ e $\angle A_{it} \rightarrow 0$; quando $R_L \rightarrow \infty$, então $|A_{it}| \rightarrow 0$ e $\angle A_{it} \rightarrow 90^\circ$.

Recorrendo à impedância de entrada $Z_i = \mathbf{v}_1/\mathbf{i}_1$, pode-se determinar \mathbf{i}_1 a partir de \mathbf{v}_1 (que é um parâmetro fixo a estabelecer), recorrendo à relação $\mathbf{i}_1 = |\mathbf{v}_1|/|Z_i|$. Considerando-se apenas os módulos de Z_i e de \mathbf{v}_1 (a fase de \mathbf{v}_1 é irrelevante), \mathbf{i}_1 resulta puramente real, funcionando portanto como referência de fase, isto é, a fase de \mathbf{i}_2 virá expressa em relação a \mathbf{i}_1 . O módulo de Z_i pode ser determinado recorrendo ao modelo do transformador linear baseado na inversão de impedância (figura 4.6), sendo dado por (6.4).

$$|Z_i| = \sqrt{\frac{\omega^2(M^2 - L_1.L_2)^2 + (L_1.R_L)^2}{L_2^2 + (R_L/\omega)^2}} \quad (6.4)$$

A atribuição de uma amplitude a \mathbf{v}_1 será feita a partir da condição de carga máxima ($R_L = 10 \Omega$, $|\mathbf{i}_2| = 7,07 \text{ A}$). Recorrendo às expressões e parâmetros que estão já determinados, pode-se estabelecer a relação $|\mathbf{v}_1| = |Z_i| \cdot |\mathbf{i}_2|/|A_{it}|$ para o efeito. Inserindo valores em (6.2) e (6.4), tem-se $|A_{it}| = 0,72$ e $|Z_i| = 11,74 \Omega$, donde vem $|\mathbf{v}_1| \approx 115 \text{ V}$. Este valor é relativamente elevado, tendo em conta que à carga máxima a amplitude da tensão no secundário é de $70,7 \text{ V}$ ($50 \text{ V}_{\text{RMS}}$). Esta discrepância deve-se à necessidade de compensar a queda de tensão na indutância de fuga da interface indutiva, que é significativa. Posteriormente, essa queda de tensão será anulada por métodos ressonantes, como se viu nos capítulos 3 e 5.

Estando $|\mathbf{v}_1|$ estabelecido ($|\mathbf{v}_1| = 115 \text{ V}$), os fasores \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 podem finalmente ser determinados para qualquer valor de R_L , fazendo $\mathbf{i}_1 = |\mathbf{v}_1|/|Z_i|$ e $\mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_1.A_{it}$. Para a carga máxima ($R_L = 10 \Omega$), tem-se $\mathbf{i}_1 = 9,792 \text{ A}$ e $\mathbf{i}_2 = 5,81 + j.4,018 \text{ A}$ ($|\mathbf{i}_2| \approx 7,07 \text{ A}$). O valor relativamente elevado de \mathbf{i}_1 deve-se ao facto de esta corrente incluir também a corrente que escapa pela indutância $L_1.k_L^2$ no modelo da figura 4.12 b) (associada à indutância de magnetização), recordando a discussão do final da secção 4.2.1.5. Como essa corrente de fuga é significativa, conclui-se que a interface indutiva está longe de implementar um transformador ideal e que seria portanto desejável aumentar L_1 , embora isso tivesse que ser acompanhado por um aumento de L_2 para manter o ganho de tensão do sistema aproximadamente unitário, como discutido. Como não se vislumbra qualquer margem para o aumento de L_2 , vai-se optar por manter L_1 . Outra opção seria o aumento da frequência de operação, de modo a subir-se a reactância associada a $L_1.k_L^2$, embora isso possa trazer outros problemas, nomeadamente o aumento da potência dissipada em correntes de remoinho nos condutores. Por enquanto, vai-se optar por manter também a frequência de operação.

No pré-processador, é fundamental introduzir $-\mathbf{i}_2$ nas propriedades do circuito da bobina do secundário, e não \mathbf{i}_2 . Isto deve-se ao facto de, na figura 6.12 (e em toda a análise do transformador linear), os sentidos positivos de \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 terem sido definidos de forma oposta. Com efeito, o sentido positivo de \mathbf{i}_1 é aquele que entra no ponto do primário, enquanto que o sentido positivo de \mathbf{i}_2 é aquele que sai do ponto do secundário. A este respeito, recorde-se o exposto na secção 4.1.2.1 relativamente à convenção do ponto; recorde-se também o início da secção 4.2.1. Assim, \mathbf{i}_2 deve ser inserido no pré-processador como $-5.81 - 4.018 \cdot I$. Inserindo também \mathbf{i}_1 , pode-se então executar o *solver*, tendo-se obtido o campo magnético apresentado na Figura 6.13 a). Seguindo o procedimento exposto, calculou-se também \mathbf{i}_1 e \mathbf{i}_2 para $R_L = 20 \Omega$ ($\mathbf{i}_1 = 7,574 \text{ A}$; $\mathbf{i}_2 = 2,28 + j.3,154 \text{ A}$; $P_L = 151,46 \text{ W}$) e para $R_L \rightarrow \infty$ ($\mathbf{i}_1 = 6,37 \text{ A}$; $\mathbf{i}_2 = 0$; $P_L = 0$),

tendo-se obtido o campo magnético representado na figura 6.13 b) ($R_L = 20 \Omega$) e na figura 6.13 c) ($R_L \rightarrow \infty$), após novas simulações. No início da secção 6.1.2.5, supôs-se por senso comum que o campo magnético máximo ocorreria à carga máxima. Contrariando essa suposição, verifica-se na figura 6.13 que B não depende praticamente da carga, à semelhança do que acontece num transformador de elevado acoplamento, como exposto na secção 4.2.2.4. A explicação para este fenómeno foi também referida nessa secção: num transformador, uma variação de i_2 é acompanhada por uma variação oposta de i_1 , que tende a anular a variação do campo magnético que decorre da variação de i_2 , numa manifestação da lei de Lenz. Em consequência, o campo magnético é determinado sobretudo pela bobina do primário. Por fim, note-se que os fasores i_1 e i_2 obtidos para as diversas situações de carga foram confirmados por simulação SPICE, validando a metodologia seguida na sua determinação.

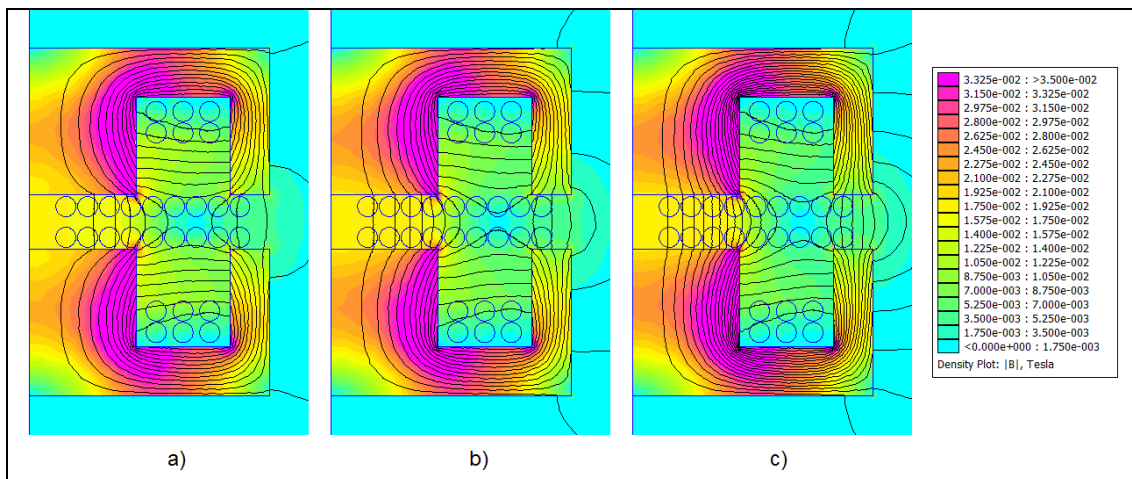


Figura 6.13 – Campo magnético para a) $R_L = 10 \Omega$, b) $R_L = 20 \Omega$ e c) $R_L \rightarrow \infty$.

Aumentando o limite superior da escala de cores que representa B , chegou-se à conclusão de que o valor máximo de B numa região de dimensão apreciável do núcleo (não-pontual) é de cerca de 60 mT. Para o material N30, $B_s = 380$ mT a 25 °C (tabela 6.1), verificando-se portanto que o núcleo opera bastante abaixo do ponto de saturação, sendo neste aspecto adequado à aplicação em questão. Este aspecto será reavaliado após a definição da configuração ressonante e do conversor DC/AC.

c) Dimensionamento do Fio *Litz*.

O dimensionamento ótimo de um fio *litz* é um tema de investigação atual, recorrendo frequentemente às ferramentas de análise numérica contemporâneas, nomeadamente à FEA. É um tema complexo que envolve uma diversidade de fatores, nomeadamente a corrente e frequência de operação, o material do núcleo (caso exista), a forma do enrolamento e a forma como o fio é entrançado. Os três últimos parâmetros são importantes na definição da distribuição do campo magnético, que por sua vez determina a ação do efeito de proximidade. Para além da homogeneização por parâmetros constitutivos complexos, abordada na secção 6.1.2.6 a), existem outras abordagens na modelização e otimização do fio *litz*. Mais recentemente, destaca-se o trabalho de C. Sullivan e de J. Acero *et al.* O primeiro autor foca-se sobretudo nos transformadores de núcleo em EE ou EI com enrolamentos multicamada [10, 11]; os segundos abordam as bobinas planares dos fogões de indução, nas quais assumem que o campo magnético é uniforme, o que permite uma análise simplificada [12, 13]. No caso presente, dado que o entreferro da interface indutiva é significativo e que o campo magnético nos enrolamentos não é uniforme (figura 6.13), essas abordagens perdem interesse, optando-se antes por recorrer à modelização por homogeneização e parâmetros constitutivos

complexos implementada no *software* FEA. Não obstante, nas publicações de C. Sullivan referidas, pode-se identificar alguns critérios de âmbito geral bastante úteis, que assistirão no dimensionamento do fio *litz*. Segue-se a descrição desses critérios, notando que o estudo detalhado do fio *litz* está fora do âmbito deste trabalho.

Retomando a parametrização do fio *litz* avançada na secção 6.1.2.6 a), seja N_S o número de filamentos do fio e d_S o diâmetro útil de cada filamento, ou seja, o diâmetro da sua secção transversal condutora. Recorde-se ainda o fator de preenchimento K_f do fio, definido como a razão entre a secção transversal condutora total e a secção transversal total do fio, sendo dada por (6.1), onde d é o diâmetro total do fio, incluindo isolamento e folgas. Como referido na secção 2.4.6.6, um dos critérios gerais no dimensionamento de d_S é que este diâmetro deve ser menor que a profundidade pelicular δ à frequência de trabalho. Seja R_{dc} a resistência a corrente contínua de uma bobina de fio *litz*, e R_{ac} a resistência da mesma à frequência de trabalho. Em geral, para um determinado diâmetro total d , quanto menor for d_S mais a razão R_{ac}/R_{dc} se aproxima da unidade ($R_{ac}/R_{dc} > 1$), notando também que o número de filamentos N_S aumenta com a diminuição de d_S . Contudo, a evolução favorável dessa razão é acompanhada por uma diminuição de K_f , o que leva ao aumento de R_{dc} . Este último fenómeno deve-se a diversos fatores relacionados com a construção do fio *litz*, dos quais se destaca o facto de a contribuição do isolamento para a secção transversal total do filamento aumentar com a diminuição de d_S , o que acaba por diminuir K_f . Assim sendo, a escolha ótima de d_S representa uma solução de compromisso, que implica o conhecimento detalhado da construção do fio *litz*, nomeadamente a espessura dos isolamentos empregues. Grosso modo, a solução de compromisso traduz-se geralmente em $\delta/4 \leq d_S \leq \delta/2$. Não havendo restrições espaciais de maior, d_S deve ser o menor possível e N_S o maior possível. O primeiro requisito visa $R_{ac}/R_{dc} \rightarrow 1$, enquanto que o segundo visa $R_{dc} \rightarrow 0$. Por fim, na construção do enrolamento, deve-se minimizar o número de camadas de fio, a fim de minimizar o efeito de proximidade.

No condutor em questão (cobre), a uma frequência de 200 kHz tem-se $\delta \approx 150 \mu\text{m}$, segundo (2.51), donde se conclui que d_S deve andar entre $37,5 \mu\text{m}$ e $75 \mu\text{m}$, como discutido. O fio *litz* a utilizar será obtido junto da empresa Elektrisola, um fabricante de fio de cobre esmaltado à escala mundial, de origem alemã [14]. Para o intervalo de d_S especificado, a empresa forneceu amostras de dois tipos de fio *litz*, cujas características se apresentam na Tabela 6.4. Nesta tabela, S_u é a secção transversal útil do fio (secção condutora), enquanto que T_o é a temperatura de operação máxima.

PARÂMETRO	FIO 1	FIO 2
d_S	50 μm	71 μm
N_S	1000	225
d	2,33 mm	1,56 mm
K_f	46%	47%
S_u	1,96 mm ²	0,89 mm ²
T_o	155 °C	155 °C

Tabela 6.4 – Características dos fios *litz*.

De acordo com o discutido, o Fio 1 é o mais adequado na ausência de restrições espaciais. Dado que não é esse o caso no secundário, a única opção para este será o Fio 2,

dado que o Fio 1 obrigaria a uma diminuição significativa do número de espiras N_2 , fazendo L_2 cair drasticamente. No primário utilizar-se-á o Fio 1, uma vez que há espaço suficiente para albergar esse fio.

6.1.2.7 – Caracterização da Interface Indutiva por Simulação FEA.

Estando os fios *litz* dimensionados, pode-se então proceder à caracterização completa da interface indutiva, por simulação FEA. Antes, é necessário atualizar a interface indutiva, passando os fios condutores do primário e do secundário para os fios *litz* determinados na secção anterior. No caso do primário, não houve problemas em alojar o novo fio no espaço disponível, como referido; já no caso do secundário, a situação foi diferente. Descartando a natureza espiral da bobina do secundário, como representado na Figura 6.14 a), é de facto possível acomodar 9 espiras em cada face do respetivo suporte, donde resulta $N_2 = 18$, tal como nas simulações prévias. Contudo, verifica-se na prática que apenas é possível alojar 8 espiras em cada face, como se pode constatar na figura 6.14 b), donde resulta $N_2 = 16$.

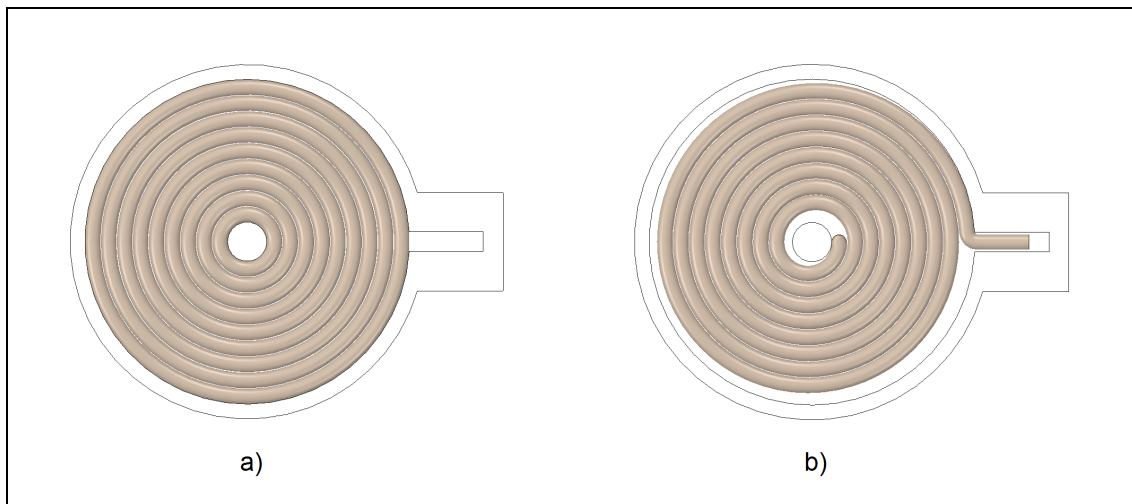


Figura 6.14 – Efeito da natureza espiral da bobina do secundário em N_2 .

Nas simulações subsequentes, o secundário será então constituído por 16 anéis concêntricos de Fio 2 (tabela 6.4), a distribuir uniformemente pelo espaço disponível no suporte.

a) Caracterização a uma Corrente de Teste Única.

Como se viu, a simulação da interface indutiva a uma só corrente ($i_1 \neq 0$, $i_2 = 0$; ou vice-versa) visa a obtenção de um campo magnético de causalidade única. Esta situação permite a determinação dos parâmetros elementares L_1 , L_2 , M , R_{p1} e R_{p2} , a partir dos quais se pode determinar k_L , Q_{CP} e Q_{CS} .

A determinação dos novos valores de L_1 , L_2 , M e k_L a 200 kHz foi feita através das simulações para $i_1 = 7,07$ A e $i_2 = 0$, e vice-versa. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6.5, estando dentro do expectável. Experimentou-se também determinar esses parâmetros por simulação magnetostática, fazendo $I_1 = 5$ A e $I_2 = 0$, e vice-versa (como anteriormente), tendo-se obtido resultados praticamente idênticos. A partir das simulações magnetostáticas e magnetoquase-estáticas referidas, determinou-se também os valores das resistências parasitas R_{p1} e R_{p2} , em corrente contínua e a 200 kHz. Neste último caso, R_{p1} e R_{p2} foram determinadas através da potência total dissipada na bobina do primário (P_{D1}) e da

potência total dissipada na bobina do secundário (P_{D2}), respetivamente, como descrito no final da secção 6.1.2.6 a) relativamente a R_{P1} . Finalmente, a partir dos valores de R_{P1} e R_{P2} a 200 kHz determinou-se os fatores de qualidade Q_{CP} e Q_{CS} a essa frequência. Recordando a secção 5.3.2.3 e a tabela 5.7, Q_{CP} é o fator de qualidade da bobina do primário, dado por $Q_{CP} = \omega \cdot L_1 / R_{P1}$, e Q_{CS} é o fator de qualidade da bobina do secundário, dado por $Q_{CS} = \omega \cdot L_2 / R_{P2}$.

PARÂMETRO		VALOR NOMINAL	
N_1		12 (fio <i>litz</i> , 1000 x 50 μm)	
N_2		16 (fio <i>litz</i> , 225 x 71 μm)	
L_1		13,016 μH	
L_2		9,247 μH	
M		9,067 μH	
k_L		0,826	
R_{P1}	$f = 0$ (R_{dc})	7,614 m Ω	$R_{ac}/R_{dc} = 2,183$
	$f = 200$ kHz (R_{ac})	16,625 m Ω	
R_{P2}	$f = 0$ (R_{dc})	17,998 m Ω	$R_{ac}/R_{dc} = 4,122$
	$f = 200$ kHz (R_{ac})	74,192 m Ω	
Q_{CP} ($f = 200$ kHz)		983,84	
Q_{CS} ($f = 200$ kHz)		156,62	

Tabela 6.5 – Caracterização da interface indutiva por simulação FEA.

Os parâmetros dissipativos da tabela 6.5 (R_{P1} , R_{P2} , Q_{CP} e Q_{CS}) indicam que a bobina do secundário deverá ser o elo mais fraco da interface indutiva. Com efeito, Q_{CS} é bastante inferior a Q_{CP} , o que se deve sobretudo ao facto de R_{dc} e a razão R_{ac}/R_{dc} serem consideravelmente mais desfavoráveis no secundário do que no primário, como seria de esperar a partir da discussão da secção 6.1.2.6 c).

Uma vez que os fios *litz* dos enrolamentos não são ideais, tem que haver também alguma dissipação de energia por correntes de remoinho induzidas no enrolamento que não tem corrente (total), aspecto a aprofundar na secção seguinte. Efetivamente, verificou-se no pós-processador que $P_{D2} = 1,644$ W para $i_1 = 7,07$ A e $i_2 = 0$, e $P_{D1} = 5,718$ mW para $i_1 = 0$ e $i_2 = 7,07$ A. A enorme discrepância entre P_{D2} e P_{D1} deve-se sobretudo ao facto de, no último caso, o campo magnético gerado por i_2 estar praticamente confinado ao núcleo, sendo relativamente fraco no enrolamento do primário. Face às ocorrências de P_{D2} e P_{D1} nas duas simulações magnetoquase-estáticas efetuadas, experimentou-se ainda determinar L_1 e R_{P1} removendo o enrolamento do secundário ($P_{D2} = 0$) e determinar L_2 e R_{P2} removendo o enrolamento do primário ($P_{D1} = 0$), a fim de verificar se a dissipação de energia no enrolamento oposto altera esses parâmetros. Procedendo então a duas novas simulações magnetoquase-estáticas nessas condições, constatou-se apenas uma ligeira discrepância de resultados em relação à tabela 6.5, sobretudo em L_1 . No caso de L_1 e L_2 , note-se que este resultado é expectável, tendo em conta o resultado das simulações magnetostáticas efetuadas. Assim sendo, optou-se por considerar apenas os valores da tabela 6.5, que passarão a ser considerados como os novos valores nominais. De qualquer forma, na determinação de k_L , faz sentido que L_1 e L_2 sejam determinadas nas mesmas condições que M (com os enrolamentos do primário e do secundário presentes), recordando que $k_L = M/\sqrt{L_1 \cdot L_2}$.

b) Modelo Dissipativo e Rendimento.

A determinação do rendimento da interface indutiva (η_i) será feita sobre a aplicação elementar da figura 6.12. Para tal, é necessário identificar e contabilizar todos os fenómenos dissipativos que ocorrem numa situação normal de funcionamento, na qual as correntes i_1 e i_2 coexistem e $i_2/i_1 = A_{it}$, recordando a secção 6.1.2.6 b). Com base nessa informação, pretende-se estabelecer um modelo dissipativo que seja válido para qualquer situação de carga, a partir do qual se possa facilmente determinar η_i .

O primeiro passo será a avaliação de P_{D1} , P_{D2} , R_{P1} e R_{P2} para diversas situações de carga, pelo método que tem vindo a ser utilizado. A grande diferença agora está na coexistência das correntes i_1 e i_2 , que estabelecem o campo magnético total na interface indutiva. Na secção 6.1.2.6 b) desenvolveu-se já um método para a determinação de i_1 e i_2 em função da carga, desprezando as resistências parasitas. Dado que estas resistências têm agora que ser consideradas, é necessário reformular esse método. Para tal, vai-se considerar agora que a carga do sistema é $R_2 = R_{P2} + R_L$, e não somente R_L (R_{P2} e R_L estão efetivamente em série). Seja ainda P_2 a potência dissipada em R_2 , dada por $P_2 = R_2 \cdot |i_2|^2/2$. Assim sendo, há que substituir R_L por R_2 e P_L por P_2 nas expressões da secção 6.1.2.6 b) que vierem a ser utilizadas. De qualquer forma, como $R_L \gg R_{P2}$, então $R_2 \approx R_L$ e $P_2 \approx P_L$. No caso presente, a expressão do ganho em corrente A_{it} resulta da substituição de Z_L por R_2 em (6.2), não dependendo de R_{P1} . A partir dessa expressão é possível determinar i_1 a partir de i_2 , que por sua vez é ditada pela potência P_2 a arbitrar em R_2 , segundo $|i_2| = \sqrt{(2 \cdot P_2/R_2)}$, que decorre da definição de P_2 . Considerando que i_2 é a referência de fase (i_2 real), tem-se $i_2 = |i_2|$.

É suposto que os valores de R_{P1} e R_{P2} a determinar não variem com a carga R_L . Para verificar se assim é, vai-se determinar essas resistências para as três situações de carga abordadas na secção 6.1.2.6 b), que no caso presente correspondem a $R_2 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ e $R_2 \rightarrow \infty$, para as quais se arbitram as potências $P_2 = 250 \text{ W}$, $P_2 = 150 \text{ W}$ e $P_2 = 0$, respetivamente. Estas potências foram baseadas nas verificadas na secção 6.1.2.6 b). Nesta altura é possível determinar os fasores i_1 e i_2 , exceto para $R_2 \rightarrow \infty$. Nesta situação, dado que $i_2 = 0$, i_1 depende fundamentalmente da tensão de alimentação v_1 , podendo ter um valor qualquer. Vai-se optar por determinar i_1 segundo o procedimento da secção 6.1.2.6 b) (sem resistências parasitas), onde $i_1 = |v_1|/|Z_i|$, considerando i_1 real e $R_L \rightarrow \infty$. Antes, vai-se atualizar $|v_1|$ para os novos valores das indutâncias, seguindo também o procedimento dessa secção (determinar $|v_1|$ de forma a conseguir-se $P_L = 250 \text{ W}$ para $R_L = 10 \Omega$), tendo-se obtido $|v_1| = 108 \text{ V}$. Na verdade, os valores de R_2 , P_2 e v_1 não são importantes; o que interessa é que a relação entre i_1 e i_2 seja exata, para determinada combinação dessas grandezas. No caso presente, os valores arbitrados para essas grandezas apenas pretendem representar as condições de carga indicadas de forma aproximada (mas realista), no contexto da aplicação elementar da figura 6.12.

Após o cálculo de i_1 e i_2 e tendo o cuidado de inserir i_2 como $-i_2$ no pré-processador, obtiveram-se os parâmetros apresentados na Tabela 6.6. Os valores de R_{P1} e R_{P2} foram calculados a partir de P_{D1} e P_{D2} , como já referido. Analisando os resultados, verifica-se que o valor de R_{P1} obtido não depende praticamente da carga, estando bastante próximo do valor da tabela 6.5 (a 200 kHz). Este fenómeno é explicado pelo facto de a distribuição do campo magnético ser definida pela bobina do primário (secção 6.1.2.6 b)), que é a mesma no contexto das tabelas 6.5 e 6.6. Por outro lado, verifica-se que R_{P2} depende fortemente da carga.

PARÂMETRO	$R_2 = 10 \Omega; P_2 = 250 \text{ W}$	$R_2 = 20 \Omega; P_2 = 150 \text{ W}$	$R_2 \rightarrow \infty; P_2 = 0$
i_1	$7,211 - j,6,206 \text{ A}$	$3,95 - j,6,798 \text{ A}$	$6,603 \text{ A}$
i_2	$7,071 \text{ A}$	$3,873 \text{ A}$	0
P_{D1}	$0,753 \text{ W}$	$0,514 \text{ W}$	$0,362 \text{ W}$
P_{D2}	$1,922 \text{ W}$	$1,717 \text{ W}$	$1,434 \text{ W}$
R_{P1}	$16,638 \text{ m}\Omega$	$16,631 \text{ m}\Omega$	$16,606 \text{ m}\Omega$
R_{P2}	$76,881 \text{ m}\Omega$	$228,93 \text{ m}\Omega$	-

Tabela 6.6 – Caracterização das perdas nos enrolamentos a 200 kHz.

Para se compreender este fenômeno, vai-se começar por analisar a evolução de P_{D2} . Na situação onde $R_2 \rightarrow \infty$, constata-se que P_{D2} não só não é nula como é significativa. Como nessa situação $i_2 = 0$, a potência P_{D2} só se pode dever às correntes de remoinho que ocorrem nos filamentos do fio *litz* do secundário, dado que a simulação não inclui os efeitos dissipativos que ocorrem no núcleo, como referido no final da secção 6.1.2.5. Para modelizar a ocorrência dessas correntes, é necessário conceber um circuito equivalente mais complexo, que tenha também um ramo dissipativo em paralelo no secundário. Considerando então os diversos fatores dissipativos e o seu comportamento com e sem carga, concebeu-se o modelo equivalente da Figura 6.15, numa primeira tentativa de estabelecer o modelo dissipativo da interface indutiva. Nesse modelo, as perdas no primário são modelizadas por $R_{P1} = 2 \cdot P_{D1} / |i_1|^2$, na qual toda a potência P_{D1} é dissipada, como anteriormente. No secundário, a potência total dissipada P_{D2} é agora repartida por R_{E2} (de *eddy*, modeliza o efeito das correntes de remoinho) e por R_{P2} . Assim sendo, tem-se $P_{D2} = P_{E2} + P_{P2}$, sendo $P_{E2} = |v_2'|^2 / (2 \cdot R_{E2})$ e $P_{P2} = R_{P2} \cdot |i_2|^2 / 2$ as potências dissipadas em R_{E2} e R_{P2} , respetivamente. Como anteriormente, P_2 é a potência dissipada em $R_2 = R_{P2} + R_L$, pelo que $P_2 = |v_2'|^2 / (2 \cdot R_2)$, donde vem $|v_2'| = v(2 \cdot P_2 \cdot R_2)$.

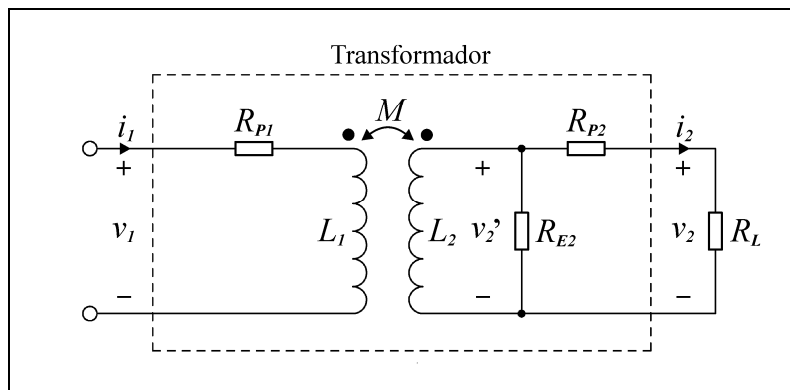


Figura 6.15 – Modelo equivalente da interface indutiva.

Estando todas as potências definidas, pode-se estabelecer a seguinte sequência de relações para o cálculo de R_{P2} : $P_{E2} = P_2 \cdot R_2 / R_{E2}$, $P_{P2} = P_{D2} - P_{E2}$ e $R_{P2} = 2 \cdot P_{P2} / |i_2|^2$. A resistência R_{E2} pode ser determinada na simulação em vazio ($R_2 \rightarrow \infty$, $i_2 = 0$) a partir de v_2 e P_{D2} (determinadas no pós-processador), dado que nessa situação $v_2' \equiv v_2$ e $P_{E2} \equiv P_{D2}$. Então, a partir da definição de P_{E2} , vem $R_{E2} = |v_2|^2 / (2 \cdot P_{D2})$.

Todos os parâmetros necessários para o cálculo dos parâmetros do modelo equivalente da figura 6.15 constam da tabela 6.6, exceto $|v_2|$ para $R_2 \rightarrow \infty$. Nesta situação, constata-se no pós-processador que $|v_2| = 75,236 \text{ V}$, donde vem $R_{E2} = 1973,7 \Omega$. Assim sendo, para $R_2 = 10 \Omega$ tem-se $R_{P2} = 26,201 \text{ m}\Omega$, e para $R_2 = 20 \Omega$ tem-se $R_{P2} = 26,266 \text{ m}\Omega$. Como pretendido, os valores de R_{P2} nessas duas situações de carga são similares, o que comprova

que o modelo equivalente desenvolvido é adequado, correspondendo portanto ao modelo dissipativo pretendido. Na Tabela 6.7 apresenta-se os valores nominais das resistências do modelo dissipativo da figura 6.15. Os valores nominais de R_{P1} e R_{P2} resultaram da média aritmética dos valores que ocorrem nas várias situações de carga, que são muito semelhantes entre si, como se viu.

PARÂMETRO	VALOR NOMINAL
R_{P1}	16,625 mΩ
R_{P2}	26,234 mΩ
R_{E2}	1973,7 Ω

Tabela 6.7 – Resistências do modelo dissipativo.

O comportamento dissipativo da interface indutiva para as condições de carga consideradas é sintetizado na Tabela 6.8, que resulta da reformulação da tabela 6.6 segundo o modelo dissipativo da figura 6.15.

O rendimento da interface indutiva é dado por $\eta_i = P_L / (P_{D1} + P_{D2} + P_L)$; como $P_L = P_2 - P_{P2}$ e $P_{D2} = P_{P2} + P_{E2}$, conclui-se que $\eta_i = (P_2 + P_{E2} - P_{D2}) / (P_2 + P_{E2} + P_{D1})$, donde resultaram os valores apresentados na tabela 6.8.

PARÂMETRO	$R_2 = 10 \Omega; P_2 = 250 \text{ W}$	$R_2 = 20 \Omega; P_2 = 150 \text{ W}$	$R_2 \rightarrow \infty; P_2 = 0$
i_1	7,211 – j.6,206 A	3,95 – j.6,798 A	6,603 A
i_2	7,071 A	3,873 A	0
P_{D1}	0,753 W	0,514 W	0,362 W
P_{D2}	1,922 W	1,717 W	1,434 W
P_{E2}	1,267 W	1,52 W	
P_{P2}	0,655 W	0,197 W	0
R_{E2}	1973,7 Ω		
R_{P1}	16,638 mΩ	16,631 mΩ	16,606 mΩ
R_{P2}	26,201 mΩ	26,266 mΩ	-
η_i	98,939%	98,533%	0

Tabela 6.8 – Síntese do comportamento dissipativo da interface indutiva a 200 kHz.

Na tabela 6.8, o valor relativamente elevado de P_{D2} à carga máxima e frequência de operação consideradas indica que a bobina do secundário deve aquecer consideravelmente nessa situação, o que reforça a suspeita de esta bobina ser o elo mais fraco da interface indutiva. Assim sendo, é plausível que $P_L = 250 \text{ W}$ seja efetivamente o limite máximo a 200 kHz para a interface concebida, caso os parâmetros obtidos sejam verificados experimentalmente. Esse limite poderia ser aumentado utilizando também o Fio 1 (tabela 6.4) no secundário, o que obrigaria ao aumento do diâmetro e do entreferro da interface indutiva (mantendo N_2). Conclui-se também que a maior contribuição para P_{D2} vem de P_{E2} . Se de facto assim for, verificar-se-á experimentalmente um aquecimento notório do secundário mesmo não tendo esta carga alguma ($R_L \rightarrow \infty, i_2 = 0$), que poderá ser encarado como uma validação qualitativa do modelo dissipativo concebido. Note-se que a ocorrência desse fenómeno retiraria a importância atribuída a R_{P1} e a R_{P2} na modelização da dissipação de energia que ocorre na interface indutiva, segundo a figura 5.3. Essa modelização assume que toda a dissipação de energia na interface ocorre em R_{P1} e R_{P2} , sendo praticamente consensual na bibliografia

consultada, recorde-se. Se isso é verdade no caso em que as duas bobinas são independentes (desacopladas), já não se poderá dizer o mesmo em situação de acoplamento (pelo menos para a interface desenvolvida), caso se verifique experimentalmente a predominância de P_{E2} . Nessa eventualidade, a análise do rendimento de um sistema baseado em acoplamento indutivo ressonante efetuada na secção 5.4.3 não será válida para a interface desenvolvida, dado ter-se baseado apenas em R_{P1} e R_{P2} , segundo a figura 5.3.

6.1.2.8 – Campo de Fuga e Segurança de Pessoas.

O último aspecto a abordar no âmbito da simulação por FEA da interface indutiva é a avaliação e redução do campo magnético de fuga. Começar-se-á por pesquisar e estudar a normalização vigente relativa aos níveis de exposição eletromagnética considerados seguros para o corpo humano. Uma vez concluído o tópico do campo de fuga, abordar-se-á sucintamente a questão do campo de radiação (ondas de rádio) gerado pela interface.

a) Normalização Relativa à Exposição de Pessoas a um Campo Eletromagnético.

O efeito de um campo eletromagnético sobre o corpo humano depende das características de ambos. No que toca às características do campo, realça-se a frequência, a intensidade, a natureza deste (elétrico, magnético ou eletromagnético) e o comportamento temporal (campo contínuo ou pulsatório). Relativamente à frequência ou ao comprimento de onda (λ), o espectro eletromagnético é usualmente dividido em duas regiões fundamentais: para $\lambda > 100$ nm, o campo diz-se não-ionizante; para $\lambda \leq 100$ nm, o campo diz-se ionizante, notando que a fronteira não é rígida, ocorrendo no extremo superior (em frequência ou energia) da banda do ultravioleta. Esta categorização deve-se ao facto de, para $\lambda < 100$ nm, as ondas eletromagnéticas terem energia suficiente para provocar a ionização dos átomos, o que leva à alteração da estrutura molecular das células, que por sua vez pode levar à danificação de tecidos e órgãos, a queimaduras por radiação e a doenças como o cancro [15, 16, 17]. Para comprimentos de onda maiores, os efeitos fisiológicos devem-se sobretudo às correntes induzidas no corpo humano pelo campo em questão: grosso modo, para frequências inferiores a 100 kHz, o efeito fisiológico preponderante é a eletroestimulação muscular; acima dessa frequência, prevalece o aquecimento de tecidos. Note-se que esta categorização assume uma longa exposição a um campo contínuo (sinusoidal) [18, 15].

Dado que a frequência de trabalho do presente sistema anda à volta de 200 kHz, o campo em questão é claramente não-ionizante, situando-se na banda de rádio (RF). Atualmente, existem sobretudo duas entidades responsáveis pela normalização internacional relativa à exposição de pessoas à RF: o IEEE e o ICNIRP [19, 15]. Neste trabalho, vai-se considerar a normalização do IEEE ([18]). No que toca à segurança de pessoas, o campo a considerar é o campo de fuga da interface indutiva, ou seja, o campo existente no exterior desta. Uma vez que se considera que o sistema é magnetoquase-estático, vai-se assumir que o campo de fuga é puramente magnético e harmónico, dada a excitação sinusoidal. Na análise da normalização do IEEE, vai-se então assumir uma longa exposição a um campo magnético sinusoidal com uma frequência de 200 kHz, onde o efeito fisiológico prevalente é o aquecimento de tecidos.

A normalização do IEEE estabelece a exposição eletromagnética máxima a que um ser humano normal pode estar exposto, referindo-a como MPE (*Maximum Permissible Exposure*). Essa MPE é estabelecida para dois níveis de proteção: o nível superior (*upper tier*), aplicável a pessoas em ambientes controlados; e o nível inferior (*lower tier*), aplicável ao público em geral. Naturalmente, o nível inferior é menos permissivo que nível superior. Para uma exposição superior à MPE estabelecida para o nível inferior, a normalização recomenda a implementação

de um programa de segurança para RF (*RF safety program*), que consiste num conjunto de medidas para proteção de pessoas. No presente sistema, a MPE traduz-se numa amplitude máxima admissível do campo magnético. Vai-se considerar o limite estabelecido para o público em geral (nível inferior), a fim de se poder dispensar o programa de segurança. Esse limite consta da tabela 9 de [18], sendo expresso como uma magnitude RMS da excitação magnética \mathbf{H} e especificado para diferentes bandas de frequência. Segundo essa tabela, para a banda aplicável (0,1 MHz a 1,34 MHz), $H \leq 16,3/f_M$, sendo f_M a frequência de operação em MHz. Exprimindo o critério em termos de B e exprimindo a magnitude dos fasores como uma amplitude ou valor de pico (como se tem vindo a fazer neste trabalho), vem $B \leq 16,3 \cdot \sqrt{2} \cdot \mu_0 / f_M$. Na relação constitutiva de \mathbf{H} , assumiu-se que o meio envolvente da interface indutiva é o ar ou outro meio magneticamente neutro (onde $\mu \approx \mu_0$) pelo que $B \approx \mu_0 \cdot H$. Finalmente, fazendo $f_M = 0,2$ MHz, tem-se $B \leq 145 \mu\text{T}$. Note-se que este critério é bastante conservativo em termos de efeitos fisiológicos, sendo dos menos permissivos da normalização.

b) Avaliação e Redução do Campo de Fuga.

A avaliação do campo magnético de fuga da interface indutiva será efetuada por FEA, através de simulação magnetoquase-estática a 200 kHz. Relativamente às simulações magnetoquase-estáticas anteriores, aumentou-se o detalhe e a extensão da zona envolvente da interface no pré-processador, tendo-se para tal limitado o tamanho máximo da malha computacional a 0,5 mm e aumentado o raio do espaço de solução de interesse para 150 mm (raio do arco interior das condições-fronteira que delimitam o espaço de solução – ver descrição da figura 6.4). Na secção 6.1.2.6 b), viu-se que a amplitude do campo magnético na interface indutiva é praticamente independente da carga (figura 6.13). Assim sendo, é plausível que essa independência se verifique também com o campo magnético de fuga, embora essa situação esteja ainda por confirmar. Na prescrição de correntes nas bobinas vai-se recorrer à tabela 6.8, começando-se por considerar a situação sem carga ($i_1 = 6,603$ A, $i_2 = 0$). Executando então o *solver*, obteve-se no pós-processador a Figura 6.16, que representa a amplitude do campo magnético, tendo-se reduzido o limite superior da escala de cores para 500 μT , a fim de detalhar o campo de fuga.

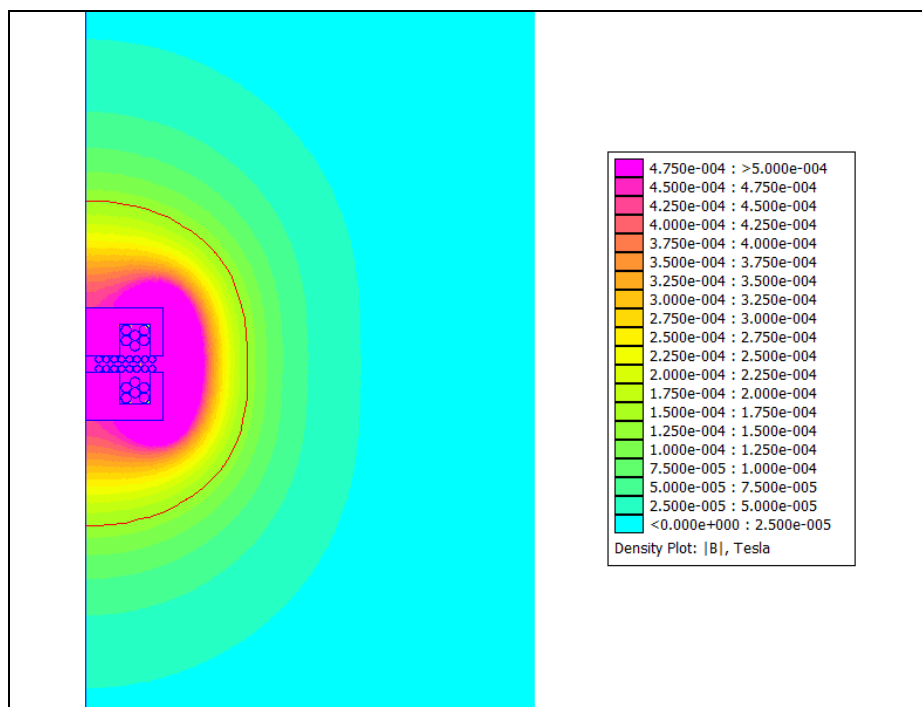


Figura 6.16 – Amplitude do campo magnético.

Simulando também para as restantes situações de carga da tabela 6.8, constatou-se efetivamente que a amplitude do campo de fuga é praticamente independente da carga. Assim sendo, as restantes simulações desta secção serão feitas sem carga ($i_1 = 6,603 \text{ A}$, $i_2 = 0$), para maior simplicidade.

Na figura 6.16, o contorno a vermelho representa $B = 145 \mu\text{T}$, que é o limite de segurança para pessoas. Grosso modo, este limite estabelece que as pessoas devem manter uma distância mínima à interface de 25 mm. Se este requisito é facilmente verificável em laboratório, o mesmo não se pode afirmar numa utilização corrente, sendo portanto necessário estudar formas de reduzir o campo de fuga sem alterar significativamente a interface indutiva. A questão da compatibilidade eletromagnética reforça essa necessidade, dado ser plausível que a respetiva normalização seja ainda mais restritiva que a respeitante à segurança de pessoas. A normalização relativa à compatibilidade eletromagnética não será estudada, devido a restrições de ordem temporal, devendo constituir um tópico de trabalho futuro.

A forma mais imediata de redução do campo de fuga será talvez o revestimento da superfície exterior das peças de ferrite com um material de condutividade elevada. Este material (cobre, geralmente) funciona como blindagem eletromagnética, atuando por efeito pelicular, como descrito na secção 2.4.6.2. Sucintamente, o campo elétrico induzido pelo campo magnético (indução magnética, lei de Faraday) provoca correntes em remoinho (*eddy currents*) nos condutores, que para além de dissiparem energia, criam um campo magnético que se opõe ao original, enfraquecendo-o, numa manifestação da lei de Lenz. Esta técnica de blindagem surge frequentemente na bibliografia consultada, embora no âmbito das bobinas e transformadores planares, da qual se destaca [20, 21, 22]. Dado que o efeito pelicular e as correntes de remoinho associadas são fenómenos magnetoquase-estáticos (secção 2.4.6.1), a sua ação pode ser convenientemente simulada por FEA sem qualquer alteração da parametrização da simulação referente à figura 6.16.

Colocando então uma blindagem de cobre com 0,2 mm de espessura em redor das peças de ferrite (a 0,1 mm destas), obteve-se no pós-processador o campo magnético apresentado na Figura 6.17.

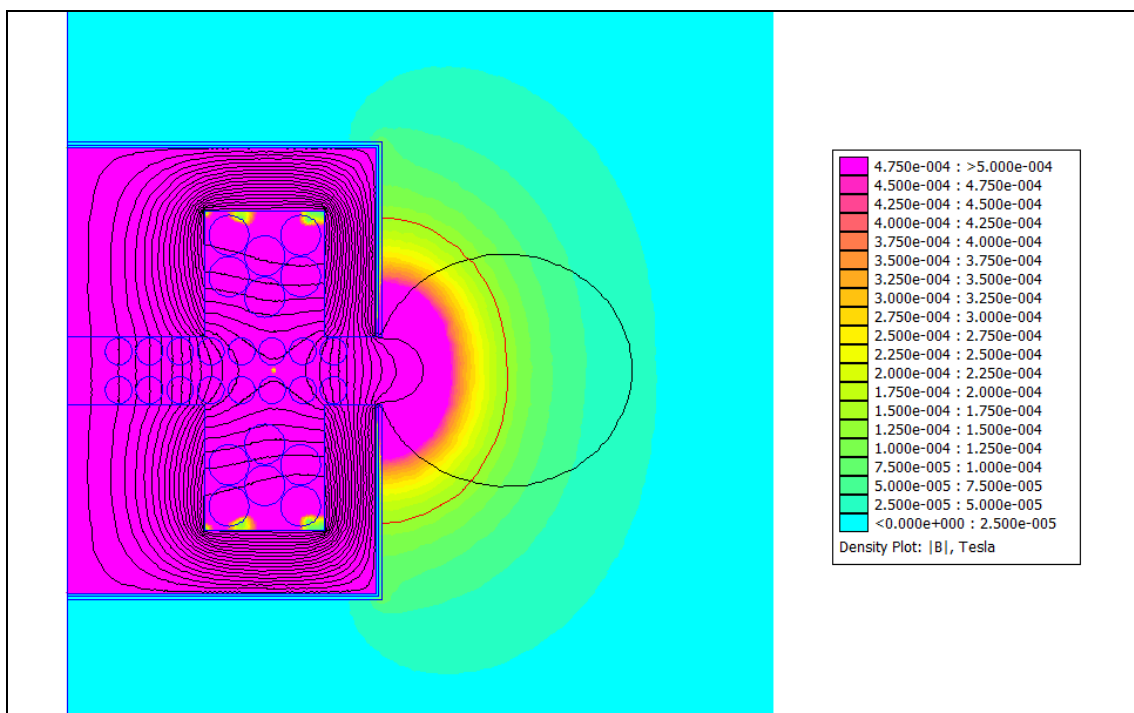


Figura 6.17 – Campo magnético com blindagem exterior.

Pode-se constatar que a blindagem é bastante eficaz na redução do campo magnético de fuga. Como anteriormente, o contorno a vermelho representa $B = 145 \mu\text{T}$ (limite de segurança para pessoas), indicando que a região crítica se reduziu à vizinhança do entreferro, num raio aproximado de 7,5 mm. Contudo, integrando as perdas dissipativas na blindagem, constatou-se que esta dissipa 2,88 W, o que é considerável. Com efeito, para além de comprometer o rendimento da interface, essa dissipação deverá levar a um aquecimento significativo da blindagem, sobretudo na vizinhança do entreferro, onde o campo magnético é mais intenso (correntes de remoinho mais intensas). Esta situação foi considerada inaceitável, sendo portanto necessário conceber outra solução.

O método seguinte foi inspirado numa técnica frequentemente usada na redução do campo magnético de fuga de transformadores com núcleo em EI ou EE, sobretudo nos transformadores de alimentação de equipamento sensível (áudio, por exemplo) que operam à frequência da rede elétrica (50 Hz ou 60 Hz). Essa técnica consiste na colocação de uma banda de material condutor (cobre, geralmente) no perímetro exterior do transformador, formando uma espira em curto-circuito. Note-se que a banda apenas envolve o exterior do transformador, e nunca uma das secções (laterais ou central), a fim de evitar a colocação do próprio transformador em curto-circuito [23]. Na Figura 6.18 apresenta-se dois exemplos. Tal como a blindagem estudada, a ação da banda condutora baseia-se na lei de Faraday e nas correntes em remoinho: o campo elétrico induzido pelo campo magnético de fuga provoca correntes em remoinho na banda, que por sua vez criam um campo magnético que se opõe ao original, enfraquecendo-o.

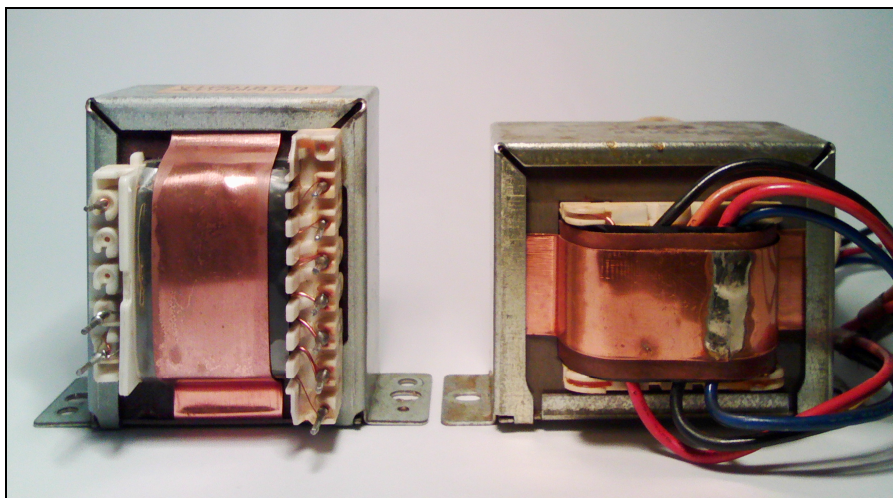


Figura 6.18 – Transformadores com banda para diminuição do campo de fuga.

A aplicação da técnica da espira em curto-circuito à interface indutiva vai consistir na colocação de duas espiras de cobre sólido na extremidade das peças de ferrite, na zona do entreferro. As espiras são feitas de um condutor cilíndrico de cobre sólido com 3 mm de diâmetro, estando em curto-circuito. A distância das espiras à superfície exterior das peças de ferrite é de 0,1 mm. Executando então o *solver*, obteve-se o campo magnético apresentado na Figura 6.19. Comparando com a figura 6.17, pode-se constatar que a técnica das espiras em curto-circuito é mais eficaz que a da blindagem na redução do campo de fuga. O limite de segurança para pessoas (contorno a vermelho, $B = 145 \mu\text{T}$) tem agora um raio aproximado de 6 mm. A potência dissipada nas duas espiras é de 871 mW (435,5 mW por espira), sendo consideravelmente menor que a potência dissipada na blindagem (2,88 W). Note-se que não faz sentido utilizar fio *litz* nestas espiras a fim de baixar a potência dissipada, uma vez que a redução significativa das correntes em remoinho nas espiras anularia praticamente a redução do campo de fuga. Esta situação foi confirmada através de uma nova simulação FEA.

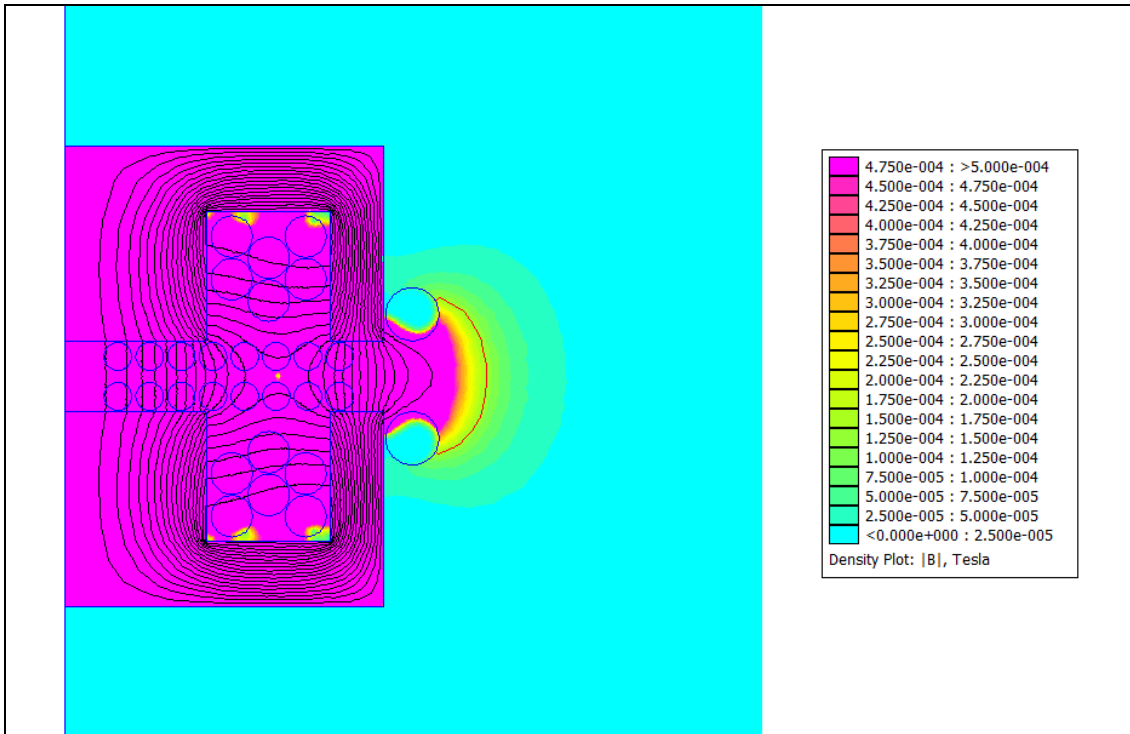


Figura 6.19 – Campo magnético com espiras em curto-circuito.

Outras simulações permitiram ainda traçar as seguintes conclusões de âmbito geral, relativas à natureza e localização das espiras em curto-circuito:

- A potência dissipada nas espiras diminui com o aumento do diâmetro do fio condutor constituinte, mantendo a distância da superfície das espiras ao entreferro (nula em z) e às peças de ferrite (0,1 mm em r). Este fenómeno deve-se ao aumento do volume onde circulam as correntes em remoinho, que leva à diminuição da resistência a essas correntes. Por este motivo, o aumento do diâmetro do fio condutor acentua também a redução do campo de fuga.

- A potência dissipada nas espiras aumenta com a diminuição da condutividade do fio condutor constituinte, devido ao aumento da resistência à circulação das correntes em remoinho. Em consequência, a redução do campo de fuga diminui.

- A potência dissipada nas espiras diminui com o aumento da distância das espiras ao entreferro (em z). Este fenómeno deve-se à diminuição de B com o afastamento ao entreferro, já que tal leva à redução das correntes de remoinho nas espiras. Por este motivo, a redução do campo de fuga também diminui.

Por fim, experimentou-se a combinação das duas técnicas estudadas, ou seja, para além das espiras em curto-circuito, implementar também as blindagens. Estas blindagens são em tudo idênticas às estudadas, excetuando no facto de se estenderem apenas até às espiras, e não até ao entreferro. O campo magnético resultante é apresentado na Figura 6.20, na qual se pode constatar que o limite de segurança de pessoas (contorno a vermelho) é praticamente idêntico ao da figura 6.19. A dissipação de potência nas estruturas condutoras de redução de campo de fuga ocorre toda nas espiras, já que a dissipação de potência nas blindagens é praticamente nula. A potência dissipada nas espiras é idêntica à do caso da figura 6.19 (871 mW).

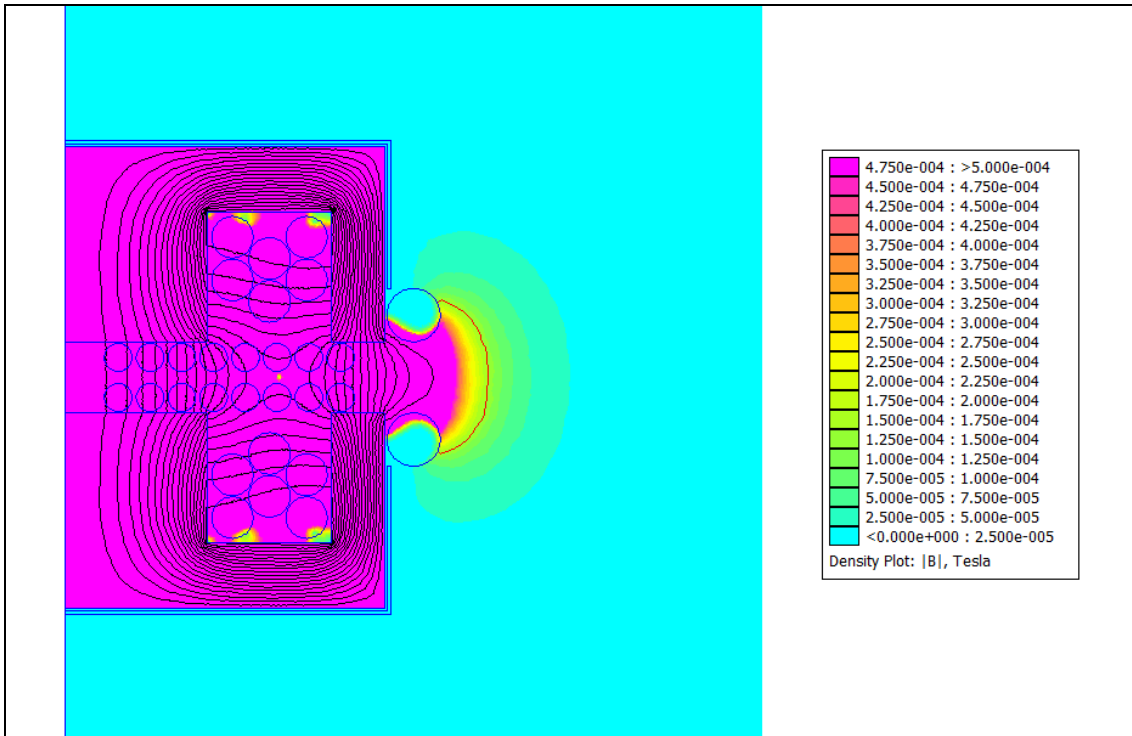


Figura 6.20 – Campo magnético com blindagens e espiras em curto-circuito.

No que toca à redução do campo de fuga, as figuras 6.19 e 6.20 parecem idênticas. Contudo, na figura 6.20, a amplitude do campo magnético é menor na vizinhança da superfície inferior e da superfície superior da interface. Para o visualizar, e para uma comparação direta das três abordagens de redução de campo de fuga estudadas, concebeu-se a Figura 6.21, onde o limite superior da escala de cores de B foi reduzido para $25 \mu\text{T}$. A figura 6.21 a) refere-se à interface com blindagens, a figura 6.21 b) refere-se à interface com espiras em curto-circuito e a figura 6.21 c) refere-se à interface com blindagens e espiras em curto-circuito.

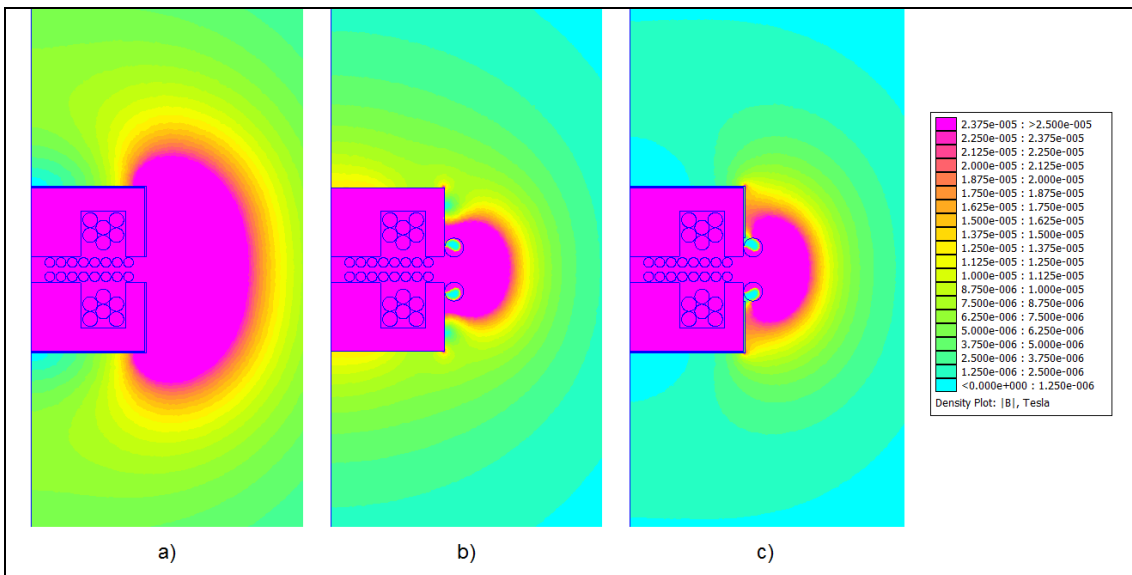


Figura 6.21 – Amplitude do campo magnético para as três abordagens estudadas.

Numa aplicação destinada a uma utilização corrente, o sistema de redução de campo de fuga a implementar seria o que recorre a blindagens e espiras em curto-circuito (figuras 6.20 e 6.21 c)), dado ser o mais eficaz. Contudo, há ainda que verificar o efeito dessas

estruturas condutoras na parametrização elétrica da interface indutiva, feita a partir dos parâmetros elementares L_1 , L_2 , M , R_{P1} e R_{P2} . Para o efeito, repetiu-se o método da secção 6.1.2.7 a) (caracterização a uma corrente de teste única), a partir do qual se construiu a Tabela 6.9. Na comparação desta tabela com a tabela 6.5, o aspecto mais relevante a assinalar é a redução de todas as indutâncias, que é mais expressiva no caso de L_2 . Percentualmente, tem-se L_1 : -12,1%; L_2 : -19,2% e M : -18,4%. No que toca às resistências parasitas, há sobretudo a assinalar a descida de R_{P2} a 200 kHz (-15,9%), o que favorece a razão R_{ac}/R_{dc} do secundário.

PARÂMETRO		VALOR NOMINAL	
L_1		11,44 μH	
L_2		7,471 μH	
M		7,395 μH	
k_L		0,8	
R_{P1}	$f = 0 (R_{dc})$	7,614 m Ω	$R_{ac}/R_{dc} = 2,159$
	$f = 200 \text{ kHz } (R_{ac})$	16,435 m Ω	
R_{P2}	$f = 0 (R_{dc})$	17,998 m Ω	$R_{ac}/R_{dc} = 3,465$
	$f = 200 \text{ kHz } (R_{ac})$	62,362 m Ω	
$Q_{CP} (f = 200 \text{ kHz})$		874,71	
$Q_{CS} (f = 200 \text{ kHz})$		150,55	

Tabela 6.9 – Caracterização da interface com blindagens e espiras em curto-circuito.

Os comportamentos assinalados devem-se ao facto de as estruturas condutoras de redução do campo de fuga reduzirem também o campo magnético no interior da interface indutiva, ainda que ligeiramente. Este efeito indesejável é mais notório em L_2 , dado que o secundário está mais próximo das espiras em curto-circuito (reside no entreferro), que são as principais responsáveis pela redução do campo de fuga, como se viu. Assim sendo, o problema da redução das indutâncias poderá eventualmente ser minimizado afastando as blindagens e as espiras em curto-circuito das peças de ferrite, embora isso acabe por aumentar as dimensões da interface indutiva. Este procedimento teria ainda a vantagem de diminuir a potência dissipada nessas estruturas condutoras, devido à diminuição das correntes em remoinho que decorre da diminuição do campo magnético com o afastamento às peças de ferrite. A otimização das estruturas condutoras para redução do campo de fuga será deixada para trabalho futuro, devido a restrições de ordem temporal. Esta opção é reforçada pelo facto de o limite de segurança para pessoas sem qualquer redução do campo de fuga (figura 6.16) ser facilmente verificável em laboratório, como já referido.

c) Notas Relativas ao Campo de Radiação.

Até agora, a interface indutiva foi tratada como um sistema magnetoquase-estático. No contexto da radiação (secção 2.6), viu-se que uma aproximação quase-estática implica que a interface indutiva seja eletricamente pequena. Na secção 2.6.3, devotada aos dipolos elementares, estudaram-se dois sistemas eletricamente pequenos fundamentais: o dipolo elétrico elementar e o dipolo magnético elementar. A partir das expressões do campo eletromagnético por eles gerado, identificaram-se duas regiões (secção 2.6.3.2): a região de campo próximo, onde predomina o campo reativo, e a região de campo distante, onde predomina o campo de radiação. Viu-se ainda que a fronteira entre essas regiões é dada aproximadamente pela superfície esférica definida por $r = \lambda/(2\pi)$, centrada no dipolo. Todavia,

a interface indutiva não se enquadra em nenhum dos dipolos elementares, dado ser constituída por duas bobinas próximas, que residem em meios descontínuos que não são neutros em termos eletromagnéticos. Em consequência, as expressões do campo eletromagnético gerado pelos dipolos elementares (secção 2.6.3.1), a fronteira entre regiões (secção 2.6.3.2 c)) e o padrão de radiação dos dipolos (secção 2.6.3.3) não se aplicam à interface indutiva. Contudo, dado ter-se assumido que a interface é eletricamente pequena, é possível fazer algumas observações qualitativas a partir do comportamento eletromagnético dos dipolos elementares (sobretudo do dipolo magnético elementar, do qual a interface está mais próxima). Assim, o campo magnético de fuga da interface corresponde ao campo próximo ou reativo, dada a sua natureza quase-estática, podendo ser estimado através de simulação magnetoquase-estática por FEA, tal como se fez na presente secção. Na região de campo distante, a estimação do campo de radiação (ondas de rádio, no caso) teria necessariamente que recorrer a *software* FEA de alta frequência ou ondulatório (*full-wave*), como referido na secção 6.1.2.1, o que não será feito. Apesar de a fronteira entre regiões dos dipolos elementares ($r = \lambda/(2.\pi)$) não ser aplicável à interface, pode sempre servir como critério indicativo. Considerando que o espaço circundante da interface é o vazio (ou o ar), tem-se $\lambda = c/f$, sendo f a frequência de operação. Fazendo $f = 200$ kHz, então $\lambda = 1500$ m e $r \approx 240$ m. Portanto, o campo de radiação predominará sobre o campo reativo para uma distância à interface superior a 240 m, recordando a secção 2.6.3.2 c). Na fronteira, o campo reativo deverá ser muito fraco, tendo em conta as simulações magnetoquase-estáticas por FEA efetuadas, pelo que o campo de radiação não deverá constituir um problema, quer para a segurança de pessoas, quer para a compatibilidade eletromagnética. Este aspecto esteve na base da decisão de não estimar o campo de radiação.

6.1.3 – Caracterização Experimental da Interface Indutiva.

A realização prática da interface indutiva é apresentada na Figura 6.22. Na figura 6.22 a) a interface está desmontada, permitindo observar a construção das duas metades do primário e do secundário. Na figura 6.22 b), a interface é mostrada em posição de funcionamento (montada).

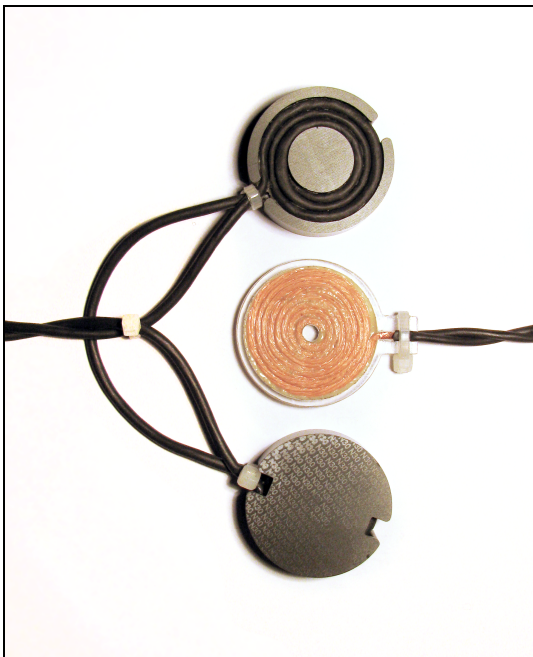


Figura 6.22 a) – Interface desmontada.

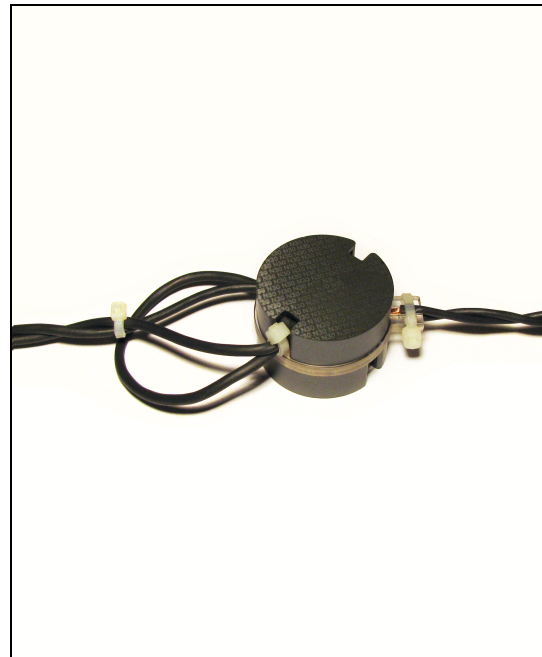


Figura 6.22 b) – Interface montada.

O fio *litz* do primário foi completamente revestido por manga termorretráctil; o fio do secundário apenas foi revestido com essa manga nas extremidades, por falta de espaço no suporte do secundário. Todos os enrolamentos foram fixados com cola de contacto. Os fios de ligação (extremidades) do primário e do secundário foram entrançados, a fim de reduzir o campo magnético na vizinhança dos mesmos. O entrançado serve apenas para manter os fios em grande proximidade: nesta condição, o campo magnético gerado é fortemente reduzido, dado que os fios transportam correntes de igual amplitude mas em oposição de fase.

6.1.3.1 – Frequência de Auto-ressonância e Dimensão Elétrica.

O primeiro aspecto a aferir experimentalmente é a dimensão elétrica das bobinas da interface indutiva à frequência de trabalho esperada (cerca de 200 kHz), a fim de determinar a validade da aproximação magnetoquase-estática. Para tal, é necessário determinar experimentalmente a frequência de auto-ressonância f_0 das bobinas (modo fundamental, primeira anti-ressonância), como se viu nas secções 2.6.4 e 2.6.2. O método mais adequado para a obtenção de f_0 consiste na análise da impedância das bobinas a alta frequência, a fazer através de um analisador de impedância de alta frequência ou de um analisador de redes vetorial (*vector network analyzer*) [24]. Este último instrumento recorre às relações entre ondas incidentes e refletidas, já referidas no final da secção 2.5. À falta desses equipamentos, desenvolveu-se o método apresentado na Figura 6.23, notando que não é necessária a determinação exata de f_0 para a avaliação da dimensão elétrica. A tensão de entrada v_i é uma onda quadrada bipolar com cerca de 400 kHz, fornecida por um gerador de funções. Esta tensão excita o circuito *RLC* paralelo formado por R_1 , L (bobina sob teste) e por $C_D + C_i$, notando que a fonte v_i pode ser considerada um curto-circuito para sinal. A capacidade C_D é a capacidade distribuída da bobina, representada como um elemento *lumped* (secção 2.6.3.4 b)); C_i é a capacidade parasita de entrada do *buffer* em dreno-comum implementado por Q_1 , um JFET de canal N para HF (até 700 MHz, segundo a respetiva *datasheet*).

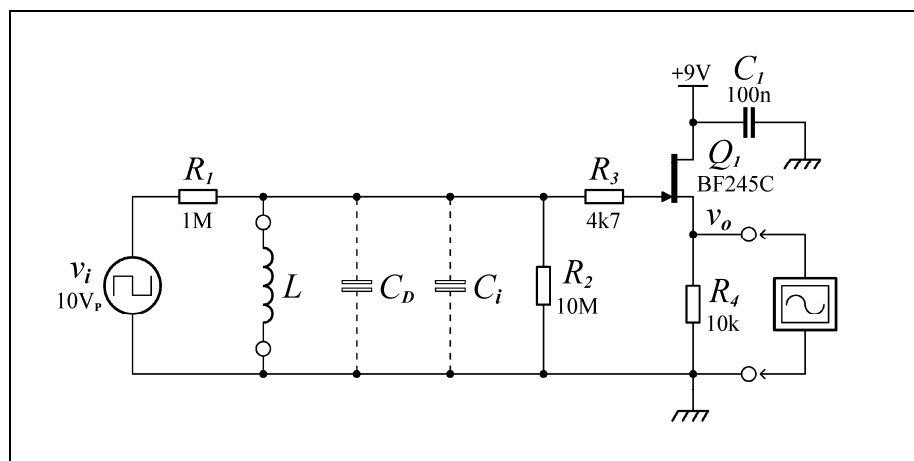


Figura 6.23 – Medição da frequência de auto-ressonância aproximada de L .

A tensão de saída v_o consiste na resposta transitória do circuito *RLC* referido somada à componente contínua de polarização de Q_1 , sendo monitorizada num osciloscópio em modo de acoplamento AC. A frequência de ressonância f_1 do circuito *RLC* é a frequência das oscilações amortecidas presentes em v_o , sendo estimada no osciloscópio. O valor de R_1 é relativamente alto, de maneira a que o circuito *RLC* tenha um fator de qualidade relativamente elevado (ver tabela 5.2). Desta forma, as oscilações amortecidas têm alguns ciclos, o que facilita a determinação de f_1 no osciloscópio. Devido à existência de C_i , tem-se sempre $f_1 < f_0$,

note-se. Assim sendo, se a bobina for eletricamente pequena considerando que f_1 é a sua frequência de auto-ressonância, ainda mais o será relativamente à frequência de auto-ressonância real f_0 , pelo que a determinação de f_1 será à partida suficiente para a aferição da dimensão elétrica da bobina.

Contudo, para que a medição seja representativa, convém sempre que f_1 esteja o mais próximo possível de f_0 , daí a implementação do *buffer*. Com efeito, a ponta de prova do osciloscópio utilizada apresenta uma capacidade de entrada de cerca de 17 pF, mesmo no modo de menor capacidade (atenuação de 10x), segundo a respetiva *datasheet*, o que foi considerado excessivo. Segundo a *datasheet* de Q_1 , $C_{is} = 4$ pF e $C_{rs} = 1,1$ pF, tipicamente. Considerando que C_{is} corresponde à capacidade porta-fonte (C_{gs}) e que C_{rs} corresponde à capacidade porta-dreno (C_{gd}), tem-se $C_i = C_{gd} + (1-A_v)C_{gs}$, sendo A_v o ganho em tensão do *buffer* ($A_v \approx 1$, sendo sempre menor que a unidade). A diminuição de C_{gs} pelo fator $(1-A_v)$ deve-se ao efeito de *bootstrapping* a que esta capacidade está sujeita [25]; isto é, para sinal, a tensão porta-fonte (v_{gs}) é fortemente reduzida relativamente a v_i , o que reduz significativamente a contribuição efetiva de C_{gs} para C_i . No circuito da figura 6.23 verificou-se experimentalmente que $A_v \approx 0,92$, pelo que $C_i \approx 1,1 + (1-0,92).4 = 1,42$ pF. Juntando a este valor outras prováveis capacidades parasitas, é plausível assumir que $C_i = 3$ pF, valor que efetivamente é bastante inferior aos 17 pF da ponta de prova, tal como pretendido. Esta situação foi verificada experimentalmente, uma vez que a presença do *buffer* aumentou f_1 , relativamente ao caso da ligação direta da ponta de prova. A alimentação do *buffer* foi assegurada por uma bateria de 9 V.

Recorrendo então ao método da figura 6.23, constatou-se que $f_1 \approx 10$ MHz, tanto para o primário como para o secundário, embora neste último caso f_1 fosse ligeiramente superior. Constatou-se também uma descida significativa de f_1 quando se colocavam condutores ligados à massa ou condutores de grandes dimensões em contacto com as peças de ferrite do primário, provavelmente devida a um aumento da capacidade parasita. Este aspecto deve ser considerado aquando da conceção de blindagens.

Segundo o critério apresentado na secção 2.6.4, a interface indutiva é eletricamente pequena à frequência f se $f \leq f_0/5$, funcionando nesse caso em regime magnetoquase-estático. Considerando que $f_0 \approx f_1$, constata-se que a interface indutiva opera em regime magnetoquase-estático para $f \leq 2$ MHz, notando que este critério é conservativo, já que na realidade $f_0 > 10$ MHz, como discutido. Dado que a frequência de trabalho esperada anda à volta de 200 kHz, pode-se seguramente afirmar que a aproximação magnetoquase-estática é válida.

6.1.3.2 – Determinação de Indutâncias e do Coeficiente de Acoplamento.

A determinação das indutâncias L_1 , L_2 e M será feita através da medição indireta de autoindução por um método ressonante simples, havendo nesse aspecto duas opções, apresentadas na Figura 6.24: o método série, baseado na ressonância do circuito LC série da figura 6.24 a); e o método paralelo, baseado na ressonância do circuito LC paralelo da figura 6.24 b). Em ambos os métodos, L é a autoindução a determinar e C é um condensador de referência. Seja f_0 a frequência de ressonância do circuito LC em questão. Então, a partir de (5.4), tem-se $L = 1/(4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot C)$. O valor de C é escolhido tendo em conta a indutância L esperada, de forma a que a frequência de medição resultante (f_0) esteja próxima da frequência de operação esperada (200 kHz). A tensão de entrada v_i é fornecida por um gerador sinusoidal de baixa impedância de saída; a tensão de saída v_o é monitorizada num osciloscópio analógico. A condição de ressonância dos circuitos LC é obtida através da variação da frequência do

gerador sinusoidal. Para que essa condição possa ser visualizada no osciloscópio com precisão, é necessário que o fator de qualidade dos circuitos LC seja relativamente elevado, note-se.

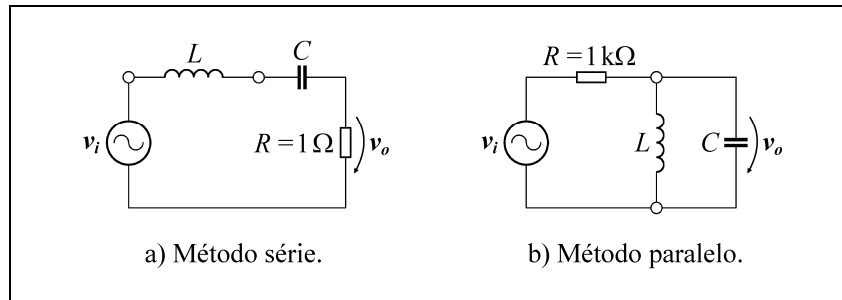


Figura 6.24 – Medição de autoindução.

Para além da simplicidade, o método ressonante foi escolhido para evitar a medição precisa de amplitudes ou valores RMS à frequência esperada, uma vez que o único instrumento disponível para o efeito era um osciloscópio analógico, cuja precisão de amplitude é limitada. Por outro lado, esse instrumento presta-se perfeitamente à identificação de extremos de amplitude e de desfasamentos, aspectos característicos da ressonância. Por fim, a disponibilidade de um capacitímetro e de um frequencímetro de precisão foi também determinante para a escolha do método referido.

À partida, o método série será o mais adequado, dado que f_0 não é afetada pela resistência parasita de L e de C . A f_0 , a amplitude de v_o será máxima, note-se. O valor de R terá que ser relativamente baixo, de maneira a assegurar um fator de qualidade suficientemente elevado (ver tabela 5.2). Porém, constatou-se na prática que o gerador sinusoidal era incapaz de se comportar como uma fonte de tensão na vizinhança de f_0 , mesmo baixando v_i para o valor mínimo possível ($|v_i| \approx 40$ mV), a fim de minimizar a corrente no circuito. Uma vez que nestas condições não é possível assegurar uma medição precisa, optou-se antes por explorar o método paralelo.

No método paralelo, as resistências parasitas de L e de C afetam a condição de ressonância, dado que a consideração dessas resistências leva a um circuito RLC não-elementar. Neste tipo de circuitos podem ocorrer três formas de ressonância distintas, a frequências diferentes, recordando a secção 5.1.5: ressonância de reactância (que ocorre sempre a f_0), ressonância de fase e ressonância de magnitude. No presente contexto, as duas últimas formas referem-se à fase e à amplitude de v_o (respetivamente), relativamente a v_i . É possível determinar analiticamente as expressões das frequências de ressonância de fase e de amplitude, e a partir destas determinar L , desde que se conheça o valor das resistências parasitas. Como não é esse o caso, resta esperar que as resistências parasitas sejam baixas o suficiente para que o circuito RLC não-elementar possa ser aproximado a um simples circuito LC paralelo, onde as três formas de ressonância ocorrem a f_0 . Se assim for, a f_0 , a amplitude de v_o será máxima e v_i e v_o estarão em fase, note-se. Este comportamento será utilizado para aferir experimentalmente a validade da aproximação ao circuito LC : se a frequência à qual ocorre a amplitude máxima de v_o for igual à frequência à qual v_i e v_o estão em fase, então a aproximação é válida e essa frequência é f_0 . A observação experimental desta condição exige a monitorização simultânea de v_i e v_o no osciloscópio, em modo de duplo traço. Dado que a capacidade parasita da ponta de prova utilizada para medir v_o é muito menor que C , não é necessário recorrer ao *buffer* da secção anterior, bastando utilizar a ponta no modo de menor capacidade (atenuação de 10x). O valor relativamente alto de R contribui para um fator de qualidade elevado (tabela 5.2), o que é importante para aumentar a precisão da medição.

Fazendo então $|v_f| = 6 \text{ V}$, constatou-se que o método paralelo é viável, dado ter-se verificado que a aproximação ao circuito LC paralelo é válida em todas as medições efetuadas.

A determinação experimental da indutância mútua M será feita pelo método descrito na secção 4.1.2.5 b), que consiste na determinação de M a partir da medição da autoindução da série ($L_{eq(a)}$) e da anti-série ($L_{eq(b)}$) do primário e do secundário, segundo (4.20), recorde-se. Este método foi escolhido para evitar a medição precisa de amplitudes e aproveitar o método de medição de autoindução desenvolvido (figura 6.24 b).

Na Tabela 6.10 apresenta-se os resultados experimentais da medição de indutâncias, tendo-se usado condensadores de referência de 56 nF, 15 nF e 150 nF (valores nominais). O valor de k_L apresentado foi determinado a partir da respetiva definição ($k_L = M/\sqrt{L_1.L_2}$).

PARÂMETRO		VALOR	
L_1 (C = 56,5 nF)		12,51 μH	
L_2 (C = 56,5 nF)		9,77 μH	
M	$L_{eq(a)}$ (C = 15,15 nF)	40,23 μH	9,04 μH
	$L_{eq(b)}$ (C = 152,5 nF)	4,06 μH	
k_L		0,818	

Tabela 6.10 – Resultados experimentais da medição de indutâncias.

Os resultados experimentais da tabela 6.10 estão de acordo com os resultados da simulação FEA (tabela 6.5), o que valida tanto o processo experimental como a simulação FEA. Assim sendo, os valores da tabela 6.10 passarão a ser considerados nominais, sendo os valores a utilizar daqui em diante.

6.1.3.3 – Determinação das Resistências Parasitas à Frequência de Trabalho.

A forma mais direta de determinar a resistência parasita de uma bobina consiste na determinação dos fasores da tensão e da corrente que nela ocorrem a uma determinada frequência de teste, que deverá andar à volta da frequência de trabalho prevista. Contudo, viu-se na simulação FEA (tabela 6.5) que os fatores de qualidade do primário e do secundário (Q_{CP} e Q_{CS} , respetivamente) a 200 kHz são bastante elevados, (sobretudo no caso do primário), devido ao facto de as resistências parasitas do primário e do secundário (R_{p1} e R_{p2} , respetivamente) serem bastante baixas relativamente às reactâncias dessas bobinas a essa frequência. Assim sendo, se a simulação FEA estiver próxima da realidade experimental no que toca às resistências parasitas, é de esperar que o desfasamento entre a tensão e a corrente nas bobinas esteja muito próximo dos 90° , o que impossibilitaria a sua medição precisa no único instrumento disponível para o efeito (osciloscópio analógico). Uma vez que esta situação foi corroborada experimentalmente, tornou-se necessário explorar outro método.

A resistência parasita de uma bobina (R_{pL}) a determinada frequência pode ser determinada indiretamente a partir do respetivo fator de qualidade (Q_L) a essa frequência. O método tradicional de o fazer recorre ao medidor de Q , que consiste num circuito RLC série a operar à ressonância, que é constituído por R_{pL} , L (indutância da bobina sob teste) e por um condensador de referência C , como apresentado na Figura 6.25. Nesta figura, a bobina sob teste é representada pela série de R_{pL} com L , note-se.

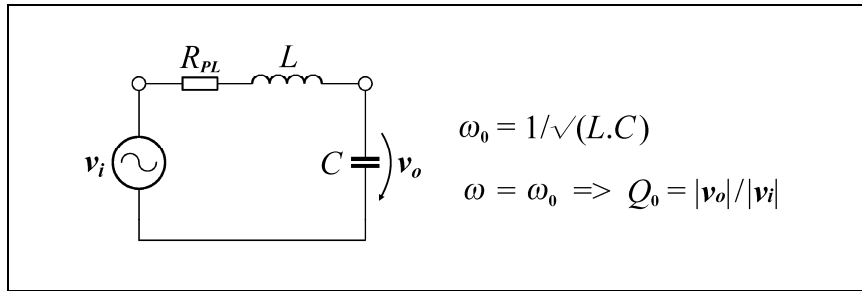


Figura 6.25 – Medidor de Q .

O condensador C é determinado de forma a que o circuito entre em ressonância à frequência à qual se quer determinar Q_L , podendo ser um condensador variável. A tensão v_i provém de um gerador sinusoidal com uma resistência interna (R_G) muito baixa. Geralmente, a amplitude de v_i é da ordem dos mV, a fim de evitar que v_o tenha uma amplitude elevada em bobinas com um Q_L elevado [26, 27], recordando que, à ressonância, $|v_o| = Q_0 \cdot |v_i|$, segundo (5.7). Note-se que o medidor de Q mede efetivamente o fator de qualidade do circuito RLC (Q_0), e não Q_L . Para que $Q_L \approx Q_0$, então todas as resistências parasitas têm que ser muito menores que R_{pL} , daí o requisito de R_G ser muito baixa. No mesmo sentido, a resistência série equivalente do condensador (R_{pC}) tem que ser também muito baixa; isto é, $R_{pC} \ll R_{pL}$, ou $Q_C \gg Q_L$, equivalentemente, sendo Q_C o fator de qualidade do condensador (fator de qualidade do circuito RC série formado por R_{pC} e C). Claramente, estes requisitos são mais difíceis de verificar em bobinas com Q_L elevado (baixa R_{pL}), como no caso presente. Sintetizando, para que o medidor de Q tenha uma precisão aceitável, é necessário que se verifique pelo menos umas das seguintes condições:

- A soma de todas as resistências parasitas ($R_G + R_{pC}$) é muito menor que R_{pL} .
- Os valores de R_G e de R_{pC} são conhecidos, e da mesma ordem de grandeza de R_{pL} .

Caso R_G e R_{pC} não sejam desprezáveis relativamente a R_{pL} , o conhecimento dessas resistências permite a correção do valor de Q_L determinado experimentalmente, daí a segunda condição.

O gerador sinusoidal de R_G muito baixa pode ser implementado por um transformador redutor de tensão (e de impedância) para HF, que pode ser facilmente construído sobre um núcleo toroidal de ferrite de tipo apropriado. Contudo, é necessário ainda estimar pelo menos a ordem de grandeza de R_{pC} . Considerando uma indutância média $L \approx 11 \mu\text{H}$ (média geométrica aproximada de L_1 e L_2) e $f_0 = 200 \text{ kHz}$, vem $C \approx 56 \text{ nF}$. Num condensador, a relação entre o armazenamento e a dissipação de energia é usualmente quantificada pelo fator de dissipação D , sendo que $D = 1/Q_C$. Para a capacidade pretendida, o tipo usual de condensador mais adequado (de maior Q_C ou de menor D) é o condensador de polipropileno. A discussão dos fenómenos dissipativos em condensadores pode ser encontrada no apêndice A. Consultando o *site* da WIMA [28], um conhecido fabricante de condensadores de polipropileno para aplicações de potência, constatou-se que a família FKP 1 seria a mais adequada para a aplicação em questão, devido ao baixo D característico. Consultando a *datasheet* dessa família, verificou-se que a informação relativa a D é apenas indicativa, dado que este fator apenas é apresentado para intervalos de capacidade e para algumas frequências específicas, tal como geralmente acontece na caracterização industrial de condensadores. Para uma capacidade inferior ou igual a 100 nF e a 100 kHz , $D \leq 0,001$, não havendo informação acima dessa frequência. Portanto, relativamente a D , não há informação específica para os condensadores

de 56 nF a operar a 200 kHz. De qualquer forma, pegando apenas na informação fornecida, constata-se que $R_{PC} \leq 16 \text{ m}\Omega$, notando que $R_{PC} = D/(\omega \cdot C)$ (de (A.1), notando que $R_{PC} \equiv R_{ESR}$). Uma vez que o limite superior de R_{PC} é idêntico ao valor mais baixo esperado de R_{PL} (R_{P1} , tabela 6.5), torna-se indispensável conhecer o valor específico de R_{PC} do condensador em questão, a 200 kHz. Nessa impossibilidade, e na falta de um condensador alternativo devidamente caracterizado, o método do medidor de Q foi abandonado.

Por fim, considerou-se recorrer a pontes AC, que são variantes da conhecida ponte de Wheatstone, distinguindo-se desta pelo emprego de impedâncias em vez de simples resistências. As pontes AC mais usadas na caracterização de uma bobina (medição de L e de R_{PL}) são a ponte de Maxwell e a ponte de Hay. Estas pontes são apresentadas na Figura 6.26, juntamente com as respectivas expressões de equilíbrio ($v_o = 0$), obtido através da variação de R_2 e de R_3 [26, 27].

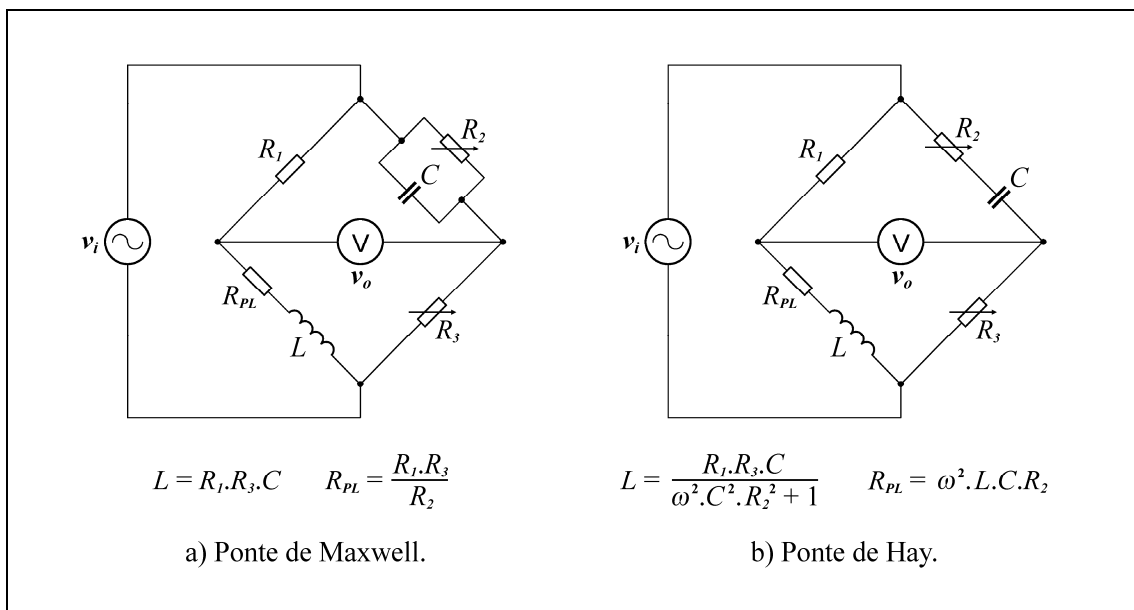


Figura 6.26 – Pontes para medição de indutância.

Em ambas as pontes, a impedância associada a L e a R_{PL} é compensada pelo ramo constituído por C e R_2 em situação de equilíbrio, notando que esta situação não depende da frequência na ponte de Maxwell. A expectativa é que seja possível dimensionar uma das pontes de forma a que a impedância do ramo constituído por C e R_2 seja bastante superior à impedância da bobina, de maneira a minimizar o erro introduzido pela resistência série equivalente do condensador (R_{PC}). Todavia, devido a restrições de ordem temporal, não se vai explorar esta possibilidade, tendo-se optado por não determinar experimentalmente R_{P1} e R_{P2} . De facto, viu-se na discussão do modelo dissipativo estabelecido por simulação FEA (final da secção 6.1.2.7 b)) que o conhecimento dessas resistências poderá não ser suficiente para modelizar a dissipação que ocorre na interface indutiva, o que lhes retira importância. A nível experimental, é preferível portanto avaliar essa dissipação no sistema final, a trabalhar dentro da gama de potência esperada, não se justificando despende mais tempo na determinação de R_{P1} e R_{P2} através de pontes AC.

6.2 – Paradigma Ressonante e Conversor DC/AC.

Estando a interface indutiva completamente definida e caracterizada, vai-se agora proceder à escolha da configuração ressonante e da topologia do conversor DC/AC, recorrendo sobretudo a simulação SPICE.

No capítulo 5 identificaram-se várias configurações e alinhamentos de interesse, quer entre as configurações *double-tuned* convencionais (secção 5.3.4.4), quer entre as configurações alternativas da secção 5.5. Seria interessante estudar e avaliar o desempenho de todas essas configurações e alinhamentos no âmbito de uma aplicação real (experimental); contudo, tal não vai ser possível devido a restrições de ordem temporal. Assim sendo, vai-se apenas considerar as configurações que vão diretamente de encontro à aplicação têxtil definida no capítulo 1. Nessa aplicação, o recetor do sistema de conectores *contactless* a desenvolver deve poder ser embebido num têxtil, pelo que a sua dimensão deverá ser a menor possível. Todavia, atendendo à potência relativamente elevada em jogo, a dimensão dos condensadores de ressonância deverá ser considerável. Com efeito, esses condensadores deverão ter um dielétrico de polipropileno, devido às baixas perdas deste material (apêndice A), sendo geralmente componentes volumosos para as características elétricas necessárias. Assim sendo, há que evitar as configurações ressonantes que tenham condensadores no secundário, o que exclui à partida as configurações *double-tuned* convencionais abordadas na secção 5.3.2. Das configurações alternativas da secção 5.5, restam apenas as configurações *double-tuned* 1T e 1II (secção 5.5.1) e as configurações *single-tuned* 1S e 1P (secção 5.5.2). Pretende-se ainda que a saída do sistema seja em tensão, ou seja, que a saída do recetor se aproxime de uma fonte de tensão, recorde-se. No caso das configurações *double-tuned* 1T e 1II, viu-se que isso é assegurado pelo respetivo alinhamento ideal e por uma alimentação em tensão; já as configurações *single-tuned* 1S e 1P devem recorrer ao alinhamento ideal e ao alinhamento de giração, respetivamente. Todavia, vai-se dar preferência às configurações alimentadas por tensão, por razões relacionadas com o conversor DC/AC, a expor de seguida. Assim sendo, as configurações candidatas à aplicação em questão são as configurações *double-tuned* 1T e 1II e a configuração 1S, todas sob alinhamento ideal.

No que toca ao conversor DC/AC (secção 3.4.1.2), vai-se dar preferência às topologias alimentadas por tensão, dado que as topologias alimentadas por corrente obrigam à utilização de um indutor de valor relativamente elevado para implementação da fonte de corrente, recorde-se. Para a potência em jogo, esse indutor é necessariamente um componente volumoso e relativamente caro. Adicionalmente, a omissão desse indutor contribui à partida para um aumento do rendimento do sistema, uma vez que se evitam as perdas que nele ocorreriam. Assim sendo, o conversor DC/AC recorrerá às topologias em ponte H alimentadas por tensão da figura 3.5.

O estudo de viabilidade das configurações referidas será feito por simulação SPICE, no domínio temporal (análise transitória), a fim de aferir os principais comportamentos não-lineares do sistema. Estes comportamentos devem-se sobretudo a dois aspectos: por um lado, sistema será alimentado por uma tensão quadrada bipolar (e não por uma senoide); por outro lado, a carga do secundário será um retificador em ponte completa com um condensador de filtragem de ondulação (*ripple*) na saída, em paralelo com a carga do sistema. Na simulação vai-se considerar que o retificador é ideal (sem queda de tensão direta) e que a carga do sistema é puramente resistiva (R_L); o valor do condensador de filtragem será de $2 \mu\text{F}$, de forma a limitar o fator de *ripple* a aproximadamente 5%, para a situação de carga máxima prevista ($R_L = 10 \Omega$). No âmbito deste trabalho, o fator de *ripple* Y é definido por (6.5), onde v_{rpp} é a tensão de *ripple* (pico-a-pico) e V_o é o valor médio ou a componente contínua da tensão de saída (na carga). Idealmente, tem-se $Y = 0$, note-se.

$$Y = \frac{v_{rpp}}{V_o} \Big|_{R_L=10\Omega} \quad (6.5)$$

O desempenho das configurações referidas será avaliado para duas situações de carga: $R_L = 10 \Omega$ (carga máxima prevista) e $R_L = 200 \Omega$, que pretende representar uma carga reduzida. Estas duas situações de carga serão também usadas para avaliar a regulação de carga das configurações. A regulação de carga δ_{LD} de determinada configuração quantifica a capacidade desta manter V_o constante face à variação da carga R_L , para uma tensão de entrada ou de alimentação v_i constante, sendo definida por (6.6).

$$\delta_{LD} = \frac{V_{o(200\Omega)}}{V_{o(10\Omega)}} - 1 \quad (6.6)$$

Em (6.6), $V_{o(10\Omega)}$ e $V_{o(200\Omega)}$ são os valores de V_o para $R_L = 10 \Omega$ e $R_L = 200 \Omega$, respetivamente. Note-se que δ_{LD} é avaliada relativamente a $V_{o(10\Omega)}$; idealmente, tem-se $\delta_{LD} = 0$, ou seja, $V_{o(200\Omega)} = V_{o(10\Omega)}$.

Nas simulações que se seguem, a tensão quadrada bipolar que alimenta o sistema será gerada por uma ponte H e não por uma fonte de tensão de onda quadrada, a fim de aferir o regime de comutação nos comutadores constituintes. Note-se que a ponte H será uma meia-ponte, para maior simplicidade. Numa implementação prática recorrer-se-ia antes a uma ponte completa, como usual em aplicações de potência considerável, dado que a tensão de alimentação da ponte e a tensão em cada comutador são reduzidas a metade, relativamente a uma meia-ponte.

6.2.1 – Configurações *Double-tuned* 1T e 1II.

Viu-se que as configurações 1T e 1II sob alinhamento ideal têm que ser alimentadas por tensão, para que a saída seja também em tensão. Contudo, viu-se na secção 3.4.1.2 que as topologias de conversor DC/AC alimentadas por tensão (figura 3.5) são incompatíveis com configurações que tenham condensadores em paralelo à entrada, já que tal leva à colocação efetiva de duas fontes de tensão em paralelo, donde resultam picos de corrente de grande amplitude. Consultando a figura 5.33, verifica-se que esse é o caso das presentes configurações: a configuração 1T apresenta a série de C_1 e C_2 à entrada; a configuração 1II apresenta C_2 à entrada. Na secção 3.4.1.2 viu-se ainda que essa situação pode ser contornada pela inserção de uma bobina-tampão em série com a saída do conversor (compensação *LCL*, figura 3.9 e)). Reconhecendo que as presentes configurações devem ser operadas à frequência fixa ω_r , à qual é definido o alinhamento ideal, concebeu-se um método alternativo, que consiste em intercalar na saída do conversor um circuito *LC* série (L_S , C_S) sintonizado a ω_r , como apresentado na Figura 6.27. Nesta figura, o conversor DC/AC e respetiva ponte H são representados por uma fonte de tensão de onda quadrada (bipolar), enquanto que a carga não-linear do secundário é representada por R_L . A função de C_S é anular a queda de tensão na bobina-tampão L_S , de maneira a que as configurações em questão continuem a ter à entrada uma fonte de tensão, a ω_r . No fundo, a ideia é colocar na saída do conversor um circuito que seja um curto-circuito no domínio da frequência (a ω_r), mas que não o seja no domínio temporal, graças à ação de L_S . Adicionalmente, o circuito *LC* série adicional deverá contribuir para a redução da componente harmónica na interface indutiva, pela sua ação seletiva (funciona como filtro passa-banda).

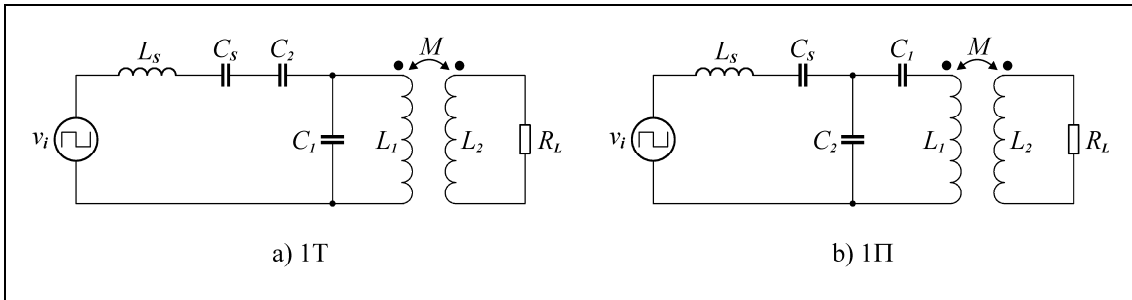


Figura 6.27 – Configurações *double-tuned* 1T e 1Π com circuito LC série adicional.

Aparentemente, a configuração 1T é a mais favorável, pois permite implementar C_s e C_2 por um único condensador equivalente, reduzindo o número de componentes. Contudo, dado que a excitação do sistema não é sinusoidal e que a carga do secundário não é linear, é de esperar uma componente harmónica significativa, que poderá afetar a ação de L_s e C_s .

Nas Figuras 6.28 e 6.29 apresentam-se os circuitos para simulação das configurações 1T e 1Π sob alinhamento ideal, respetivamente. Os valores dos componentes foram determinados para uma frequência de operação de 200 kHz, de acordo com o exposto na secção 5.5.1.2; o valor de L_s foi arbitrado de forma a evitar-se um componente demasiado volumoso, representando uma primeira tentativa.

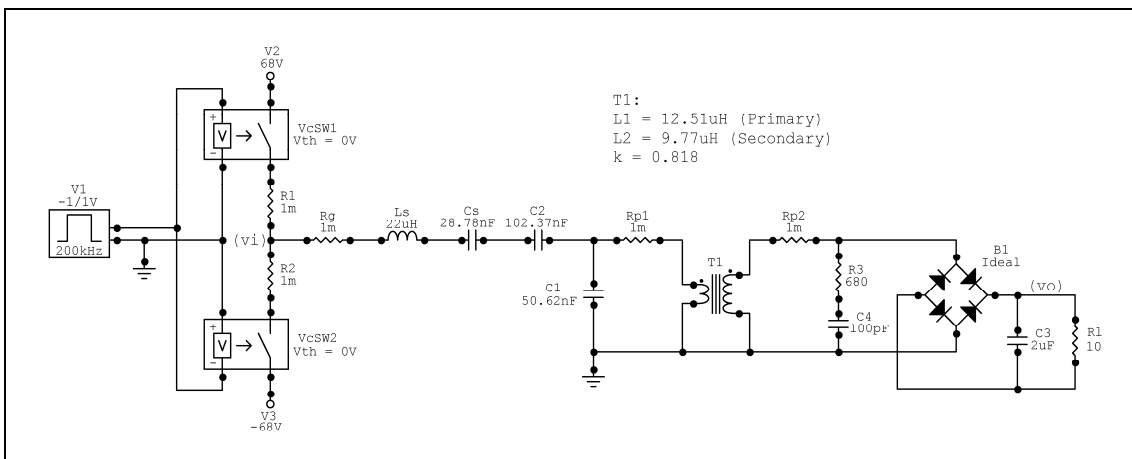


Figura 6.28 – Circuito para simulação da configuração 1T, alinhamento ideal, circuito LC série adicional.

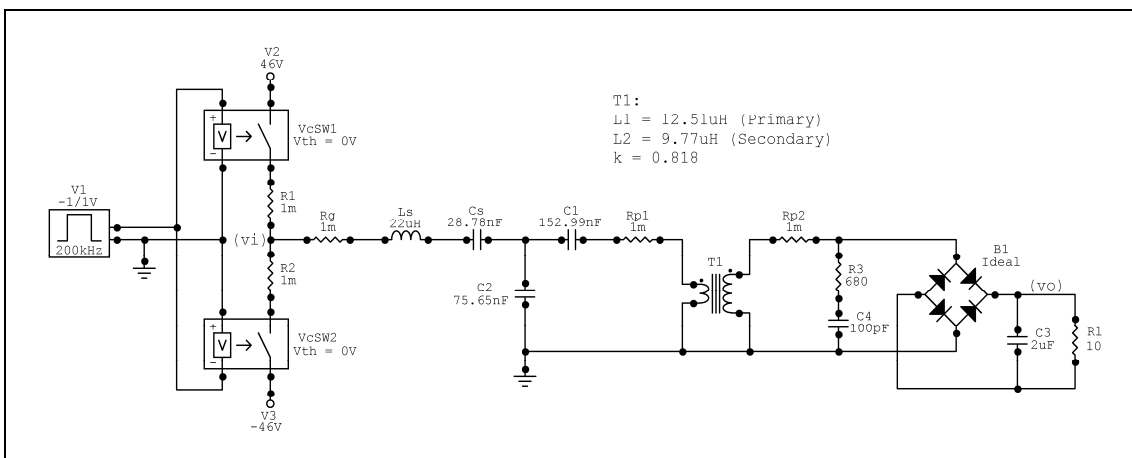


Figura 6.29 – Circuito para simulação da configuração 1Π, alinhamento ideal, circuito LC série adicional.

À tensão de alimentação indicada (± 68 V para a configuração 1T, ± 46 V para a configuração 1II), a potência média na carga ($R_L = 10 \Omega$) é de aproximadamente 250 W, correspondendo portanto a uma tensão média em R_L (V_o) de aproximadamente 50 V. A diferença entre as tensões de alimentação das duas configurações é justificada pelo facto de estas terem ganhos de tensão (A_v) diferentes. Efetivamente, segundo a tabela 5.26, tem-se $A_v = \sqrt{L_2/L_1} \cdot k_L$ para a configuração 1T, e $A_v = \sqrt{L_2/L_1}/k_L$ para a configuração 1II, recordando contudo que estas expressões pressupõem um sistema com excitação sinusoidal e carga linear. Não obstante, nas simulações efetuadas para $R_L = 10 \Omega$, constatou-se que essas expressões são boas aproximações ao ganho de tensão do sistema, definido como a razão entre a componente contínua de v_o (V_o) e o módulo da tensão de alimentação do sistema (ou o valor de pico de v_i). As resistências parasitas (R_1, R_2, R_G, R_{P1} e R_{P2}) auxiliam apenas na medição de corrente, não pretendendo nesta fase modelizar as perdas dissipativas. Todas as medições efetuadas nas diversas simulações foram feitas em estado estacionário, após o período transitório de arranque. Constatou-se que este período aumenta com o aumento de R_L , tendo-se verificado que um intervalo de 500 μs é adequado para as situações de carga abordadas, incluindo ainda alguma margem, partindo de condições iniciais nulas. Por este motivo, as formas de onda a apresentar começam no instante $t = 500 \mu s$. Nas simulações, verificaram-se algumas oscilações no secundário, que ocorrem quando a ponte B_1 não conduz. A rede de amortecimento (*snubber*) $R_3 - C_4$ foi implementada para amortecer essas oscilações, fornecendo temporariamente uma carga ao secundário.

Para a configuração 1T, o resultado da simulação para $R_L = 10 \Omega$ é apresentado na Figura 6.30 (tensões) e na Figura 6.31 (correntes). As tensões em questão são a tensão de entrada v_i , a tensão no primário v_p (que coincide com a tensão em C_1) e a tensão no secundário v_s ; as correntes em questão são a corrente de entrada i_i (corrente em R_G), a corrente em C_1 (i_{C1}), a corrente no primário i_p e a corrente no secundário i_s . As tensões são referenciadas à massa, o sinal das correntes segue a convenção de sinal para elementos passivos, exceto na interface indutiva, onde se continua a seguir o estabelecido na secção 4.2.1 (figura 4.5). Nas Figuras 6.32 e 6.33 apresentam-se as tensões e correntes (respetivamente) para $R_L = 200 \Omega$.

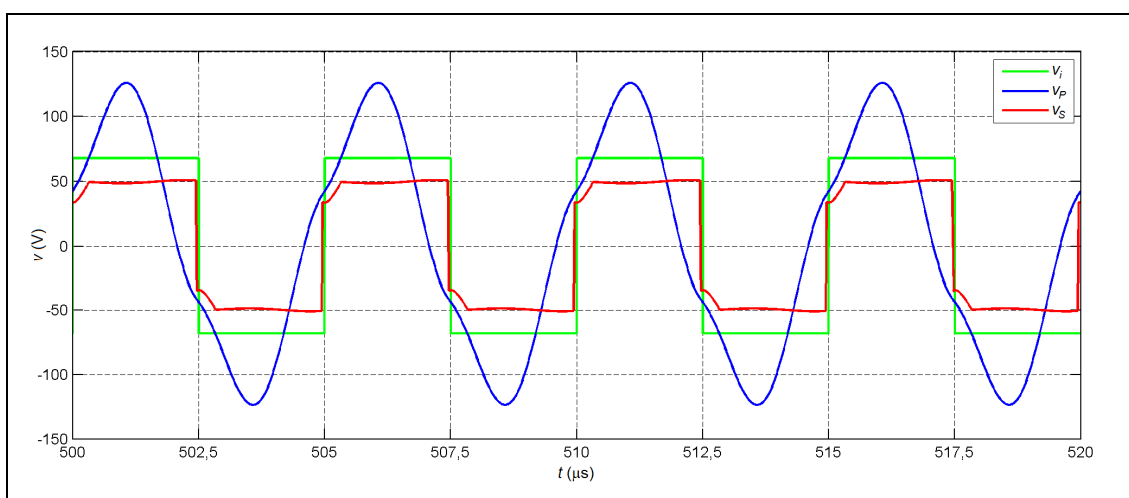


Figura 6.30 – Configuração 1T, tensões para $R_L = 10 \Omega$.

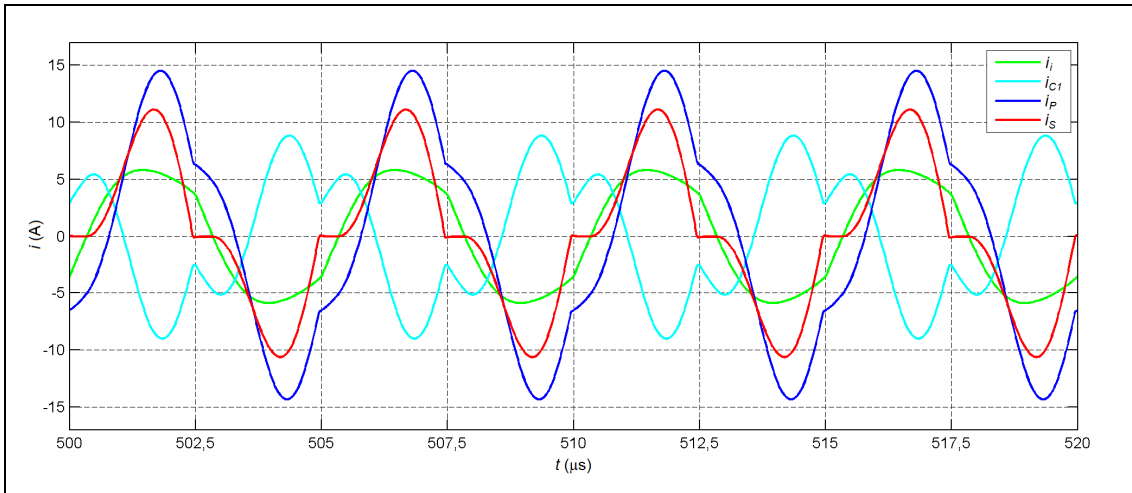


Figura 6.31 – Configuração 1T, correntes para $R_L = 10 \Omega$.

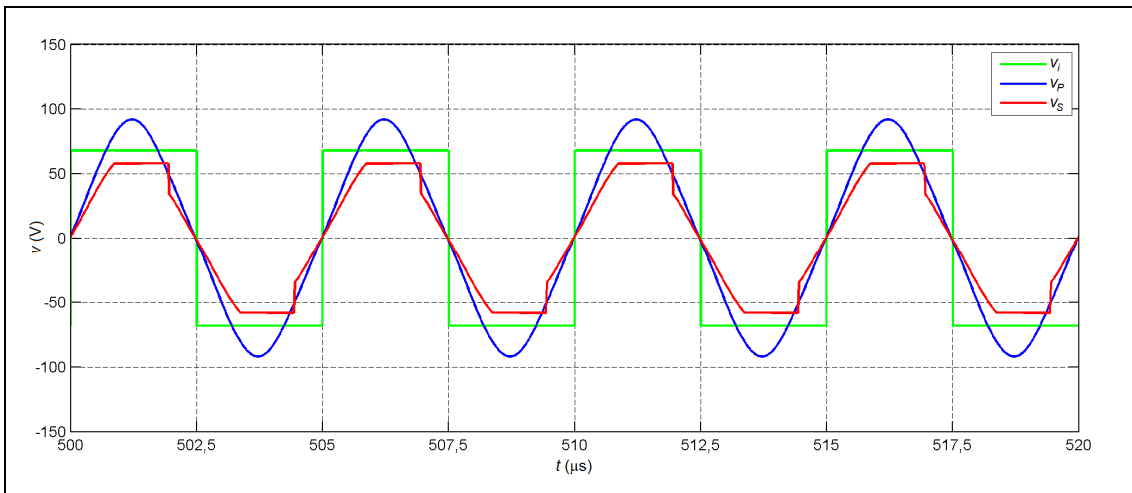


Figura 6.32 – Configuração 1T, tensões para $R_L = 200 \Omega$.

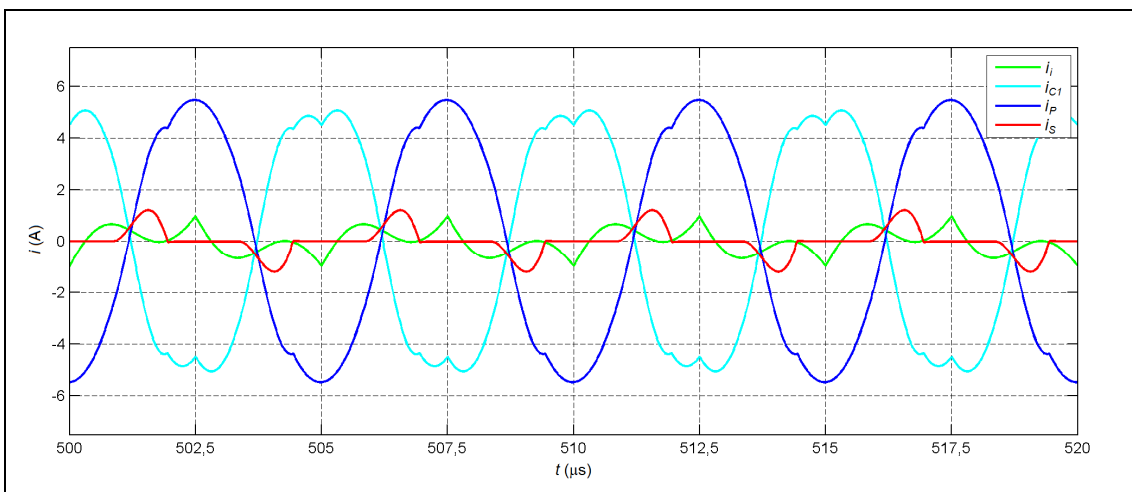


Figura 6.33 – Configuração 1T, correntes para $R_L = 200 \Omega$.

Passando à configuração 1II, nas Figuras 6.34 e 6.35 apresentam-se as tensões e correntes (respetivamente) para $R_L = 10 \Omega$; nas Figuras 6.36 e 6.37 apresentam-se as tensões e

correntes (respetivamente) para $R_L = 200 \Omega$. Note-se que v_{C2} e i_{C2} são a tensão e a corrente em C_2 , respetivamente.

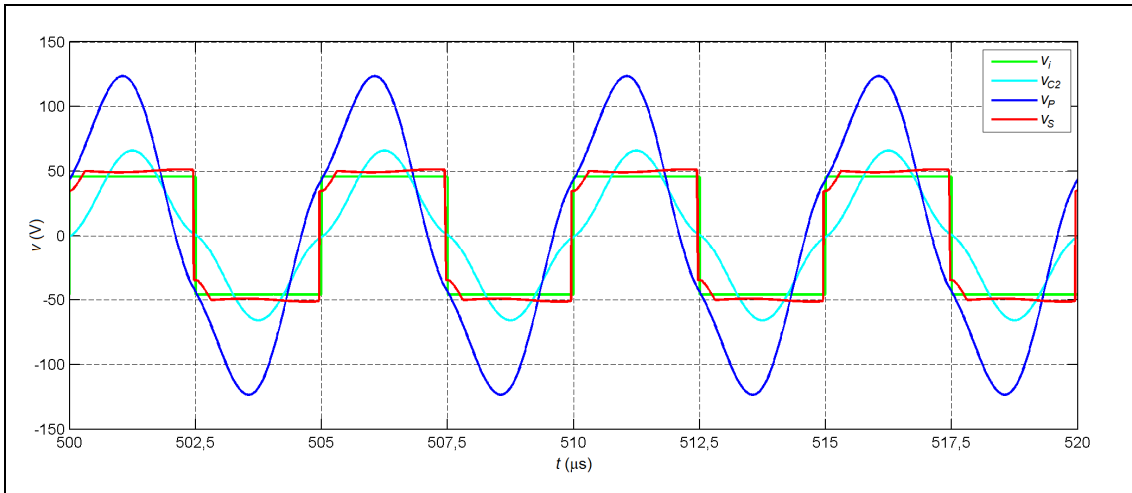


Figura 6.34 – Configuração 1II, tensões para $R_L = 10 \Omega$.

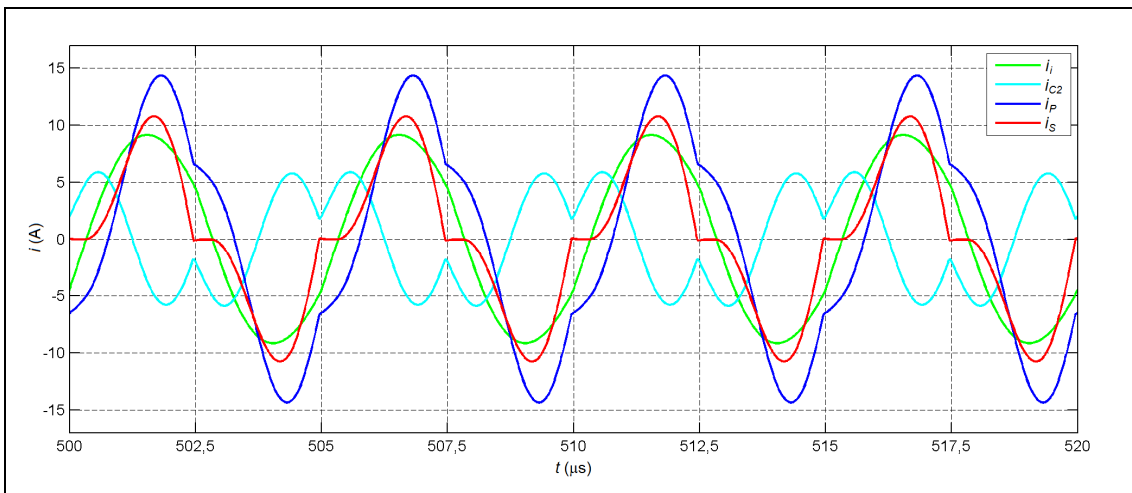


Figura 6.35 – Configuração 1II, correntes para $R_L = 10 \Omega$.

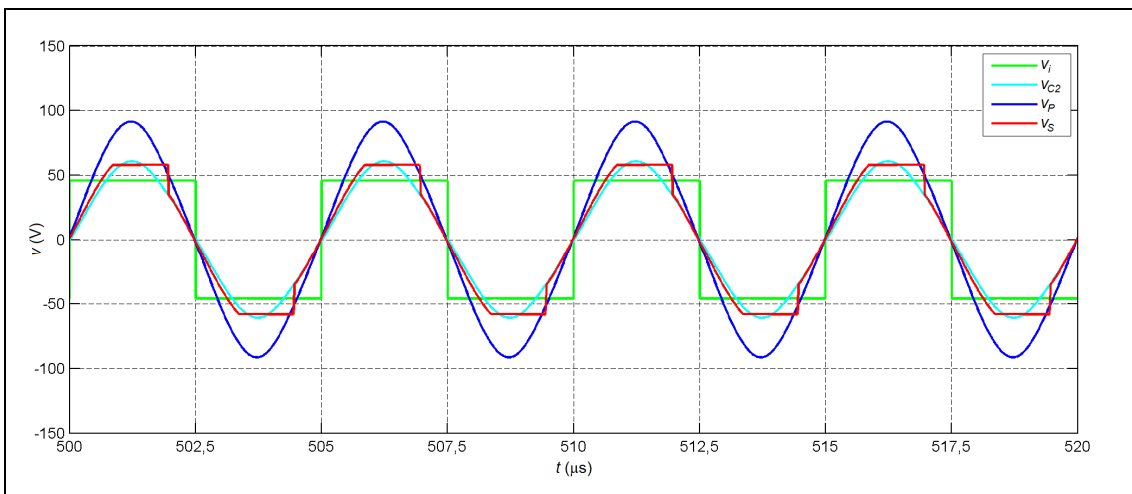


Figura 6.36 – Configuração 1II, tensões para $R_L = 200 \Omega$.

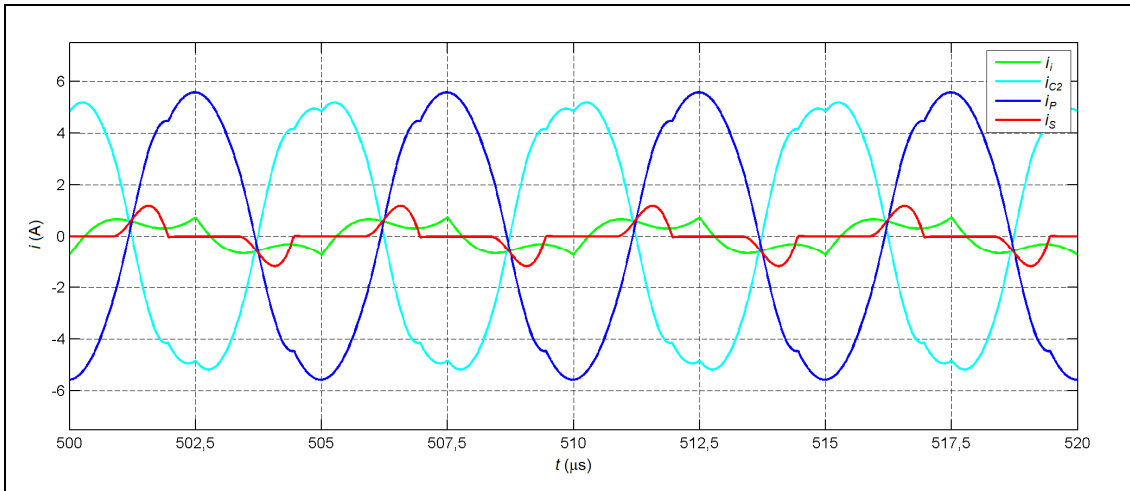


Figura 6.37 – Configuração 1II, correntes para $R_L = 200 \Omega$.

O primeiro aspecto a assinalar é a semelhança comportamental entre as configurações 1T e 1II. Efetivamente, para as situações de carga abordadas, só se verificam diferenças a montante da interface indutiva, que se devem sobretudo à operação a diferentes amplitudes, uma vez que as formas de onda são similares. Regra geral, a componente harmónica das correntes é significativa. Explorando o espectro das correntes (por análise de Fourier), constatou-se a presença exclusiva de harmónicos ímpares, aspecto característico de formas de onda simétricas em amplitude, destacando-se o 3º harmónico (600 kHz). Para $R_L = 10 \Omega$, a componente harmónica é particularmente significativa em i_{C1} (configuração 1T), i_{C2} (configuração 1II) e i_S ; para $R_L = 200 \Omega$, destaca-se i_i e i_S . De facto, à medida que R_L aumenta, verifica-se que a componente fundamental de i_i (200 kHz) diminui acentuadamente face ao 3º harmónico; no secundário, o acréscimo da componente harmónica de i_S deve-se à diminuição do ângulo de condução da ponte retificadora (porção do período da fundamental em que um diodo da ponte está em condução, expressa em ângulo, indo portanto de 0° a 180°). Note-se que a existência de uma componente harmónica significativa nas correntes poderá ainda estar relacionada com o facto de as configurações em questão terem quase sempre duas frequências de ressonância de fase distintas, como se viu na secção 5.5.1.3. De qualquer forma, essa componente harmónica significativa refletir-se-á no campo magnético de fuga do sistema, o que poderá alargar inconvenientemente o espectro da RFI gerada.

Nas figuras relativas às correntes, pode-se ainda observar claramente a ação ressonante do condensador *shunt* (C_1 na configuração 1T, C_2 na configuração 1II), fornecendo a corrente ao ramo *shunt* das indutâncias dos modelos da interface indutiva subjacentes (figura 5.35, L_1 na configuração 1T, $L_1.k_L^2$ na configuração 1II, associado à indutância de magnetização), evitando assim a presença dessa corrente em i_i .

Na Tabela 6.11 sintetiza-se o desempenho relativo das configurações 1T e 1II através do fator de *ripple* Y e da regulação de carga δ_{LD} . Note-se que δ_{LD} apenas tem em conta os fenómenos reativos, uma vez que a dissipação de energia nas resistências parasitas não foi considerada nas simulações, como referido.

CONFIGURAÇÃO	Y	δ_{LD}
1T	4,65%	16,7%
1II	4,51%	15,6%

Tabela 6.11 – Desempenho das configurações 1T e 1II.

Na tabela 6.11, pode-se constatar que o desempenho de ambas as configurações é de facto semelhante (com ligeira vantagem para a configuração 1II). A regulação de carga não é particularmente boa, provavelmente devido à diferença de componente harmónica verificada nas duas situações de carga consideradas.

Outro critério importante na avaliação da viabilidade das configurações 1T e 1II é a tensão de pico (V_p) e a corrente de pico (I_p) que ocorre nos condensadores, pois isso vai determinar a sua dimensão e custo. Neste aspecto, os condensadores de ressonância são os mais críticos, devendo por isso ter um dielétrico de polipropileno (apêndice A). Na Tabela 6.12 apresenta-se essa informação para os condensadores de ressonância na situação de carga máxima ($R_L = 10 \Omega$), onde as tensões e correntes são maiores. Pode-se constatar que as tensões e correntes são consideráveis (sobretudo na configuração 1II), pelo que os condensadores tenderão a ser componentes volumosos e caros, o que poderá constituir uma desvantagem para as configurações em questão.

CONFIGURAÇÃO	CONDENSADOR	V_p	I_p
1T	C_S	180 V	5,93 A
	C_1	126 V	8,9 A
	C_2	51 V	5,93 A
1II	C_S	265 V	9,13 A
	C_1	65 V	14,4 A
	C_2	65 V	5,9 A

Tabela 6.12 – Tensões e correntes de pico nos condensadores.

Sob alinhamento ideal, viu-se que as configurações 1T e 1II apresentam à entrada uma carga puramente resistiva; isto é, a impedância de entrada Z_i é puramente real à frequência à qual se determinou o alinhamento (200 kHz, no caso), supondo uma carga linear puramente resistiva no secundário. Assim sendo, e atendendo à ação seletiva (passa-banda) do circuito LC série $L_S - C_S$, seria de esperar que i_j fosse praticamente sinusoidal e estivesse em fase com v_j (onda quadrada). Este comportamento seria altamente desejável em termos de rendimento, uma vez que permitiria um regime de comutação suave ZCS em ambas as transições de v_j . A questão da comutação suave foi abordada na secção 3.4.1.2, recorde-se. Contudo, em ambas as configurações, para $R_L = 10 \Omega$ verifica-se que i_j está atrasada em relação a v_j , indicando que a carga vista pela ponte H é indutiva; para $R_L = 200 \Omega$ não faz sequer sentido discutir a fase, dada a forte componente harmónica de i_j . Pelo discutido, é plausível que o desfasamento verificado se deva à natureza não-linear da carga do secundário. Para o confirmar, experimentou-se substituir a carga do secundário por uma resistência R_L equivalente, cujo valor foi ajustado de forma a obter-se nela uma potência aproximada de 250 W, mantendo v_j . Para ambas as configurações, obteve-se $R_L = 7,9 \Omega$. Efetivamente, verificou-se que i_j e v_j passaram a estar praticamente em fase (sobretudo na configuração 1II). Aumentando o fator de qualidade do circuito $L_S - C_S$ (aumentando L_S e diminuindo C_S na mesma proporção, segundo a tabela 5.2), que será referido como Q_S , consegue-se que i_j e v_j estejam exatamente em fase. Contudo, o aumento de Q_S leva a um igual aumento da tensão em L_S e C_S , como discutido na secção 5.1.4.2, o que aumenta o volume e o custo desses componentes. Nos circuitos com carga não-linear (figuras 6.28 e 6.29) verificou-se que o aumento de Q_S não resolve o desfasamento entre i_j e v_j , conseguindo-se apenas uma diminuição da componente harmónica de i_j . Para anular esse desfasamento, pode-se tornar o circuito $L_S - C_S$ ligeiramente

capacitivo à frequência de operação através da diminuição de C_S , de forma a compensar o comportamento indutivo verificado. Passando à simulação, verificou-se que este método é de facto eficaz, embora o valor de C_S que anula o desfaseamento dependa de Q_S e da carga R_L , o que limita o interesse do método. Ajustando C_S para $L_S = 22 \mu\text{H}$ e $R_L = 10 \Omega$ ($C_S = 22,7 \text{ nF}$ para a configuração 1T; $C_S = 26,1 \text{ nF}$ para a configuração 1II), constatou-se que, para ambas as configurações, a regulação de carga melhora significativamente ($\delta_{LD} = 8,24\%$ para a configuração 1T; $\delta_{LD} = 6,72\%$ para a configuração 1II), havendo também a assinalar um ligeiro aumento do ganho em tensão do sistema. Verificou-se ainda que aumentar Q_S (aumentando L_S e ajustando C_S em conformidade) melhora em geral o desempenho de ambas as configurações, embora à custa de dois efeitos indesejáveis, pelo menos: uma elevada sensibilidade face a um pequeno desvio (tolerância) do valor dos componentes, e tensões elevadas em L_S e C_S , que podem chegar aos kV. Haverá outras formas de compensar o comportamento indutivo verificado, nomeadamente atuando sobre os restantes condensadores, embora se suspeite que isso prejudique a regulação de carga. Devido a restrições de ordem temporal não se vai prosseguir este tópico, podendo constituir um tema de trabalho futuro.

Nas Figuras 6.38 e 6.39 apresenta-se a corrente num dos comutadores da ponte H (i_{SW} , medida em R_1) para as configurações 1T e 1II (respetivamente), sem qualquer tipo de compensação do comportamento indutivo referido. Pode-se constatar que as condições de comutação de ambas as configurações são idênticas, aparentando um regime de comutação abrupto (*hard switching*), quer no fecho (*turn on*), quer na abertura (*turn off*) do comutador.

Contudo, na realização prática da ponte H, os respetivos comutadores seriam implementados por MOSFETs de canal N, que têm um diódo parasita (*body diode*) entre a fonte e o dreno (o cátodo do diódo liga ao dreno). Para além disso, para evitar que os MOSFETs que estão em série conduzam simultaneamente (ainda que por um intervalo de tempo muito pequeno), provocando picos de corrente que decorrem da colocação efetiva da fonte de alimentação em curto-circuito (*shoot-through*), implementa-se geralmente um breve tempo morto (*dead time*) no controlador da ponte, durante o qual nenhum dos MOSFETs é ligado. No caso presente, como a carga da ponte é indutiva, a corrente i_i não se extingue durante o tempo morto, alternando simplesmente entre os diódos parasitas dos MOSFETs, consoante o ciclo de comutação.

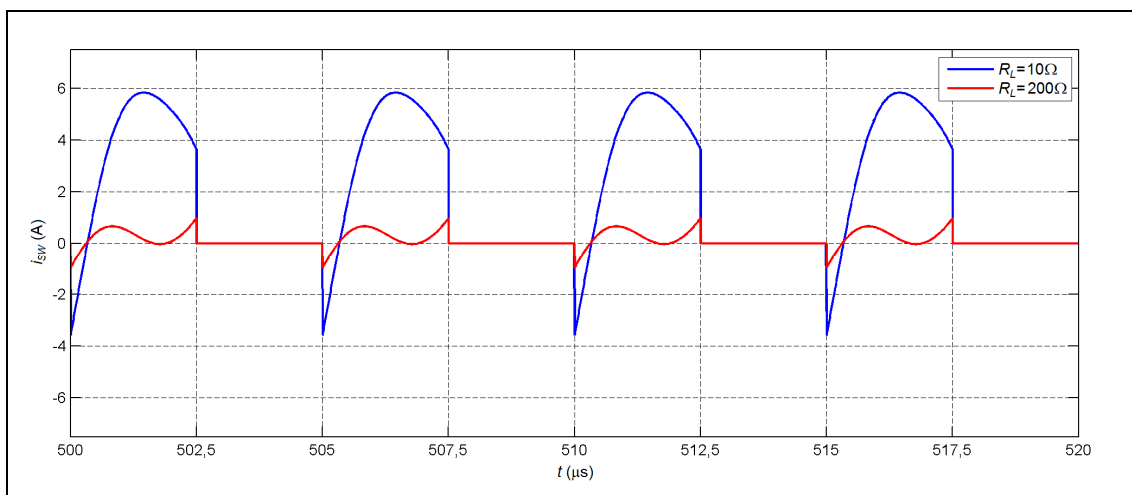


Figura 6.38 – Configuração 1T, i_{SW} para $R_L = 10 \Omega$ e $R_L = 200 \Omega$.

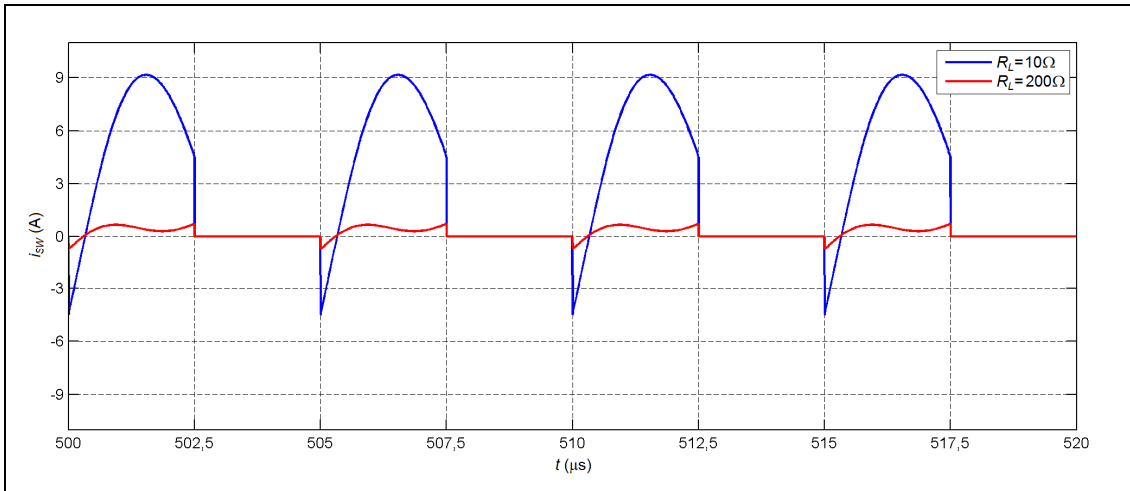


Figura 6.39 – Configuração 1II, i_{SW} para $R_L = 10 \Omega$ e $R_L = 200 \Omega$.

Efetivamente, se nas figuras 6.38 e 6.39 o comutador em questão fosse um MOSFET, o pico negativo da corrente passaria pelo diodo parasita durante o tempo morto. Após esse tempo, o controlador fecharia o MOSFET, passando a corrente (negativa ou positiva – o MOSFET é bidirecional) a circular exclusivamente por este, já que o diodo parasita estaria em curto-circuito. Neste processo, a tensão máxima que ocorre no MOSFET seria de apenas 1 V (queda direta aproximada no diodo parasita a corrente relativamente elevada), pelo que se pode considerar que o MOSFET fecharia em regime de comutação suave ZVS. Contudo, note-se que a abertura do MOSFET continuaria a ser feita em regime de comutação abrupta.

6.2.2 – Configuração *Single-tuned 1S*.

Na Figura 6.40 apresenta-se o circuito para simulação da configuração 1S sob alinhamento ideal. O valor de C_1 foi determinado para uma frequência de operação de 200 kHz, seguindo o exposto na secção 5.5.2.3; o *snubber* $R_3 - C_3$ serve o propósito já descrito na secção anterior. Em termos de ganho de tensão do sistema (definido na secção anterior), a configuração 1S comporta-se da mesma forma que a configuração 1II, o que se deve ao facto de estas configurações terem o mesmo ganho de tensão (A_V), como se pode constatar nas tabelas 5.26 e 5.29. Efetivamente, verificou-se que a configuração 1S necessita de uma tensão de alimentação de ± 46 V para se obter uma potência média na carga ($R_L = 10 \Omega$) de aproximadamente 250 W ($V_o \approx 50$ V), tal como a configuração 1II, o que indica um ganho de tensão aproximadamente unitário, como desejado.

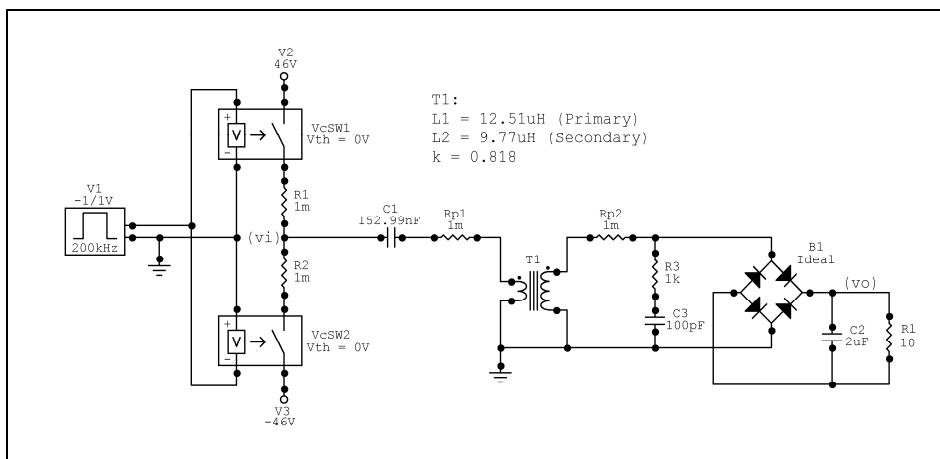


Figura 6.40 – Circuito para simulação da configuração 1S, alinhamento ideal.

Como anteriormente, as resistências parasitas (R_1 , R_2 , R_{p1} e R_{p2}) auxiliam apenas na medição de corrente, não pretendendo nesta fase modelizar as perdas dissipativas. Todas as medições efetuadas nas diversas simulações foram feitas em estado estacionário, após o período transitório de arranque. As considerações da secção anterior sobre este período aplicam-se na íntegra à presente configuração, pelo que as formas de onda a apresentar começam no instante $t = 500 \mu\text{s}$.

O resultado da simulação para $R_L = 10 \Omega$ é apresentado na Figura 6.41 (tensões) e na Figura 6.42 (correntes). As tensões em questão são a tensão de entrada v_i , a tensão no primário v_p e a tensão no secundário v_s ; as correntes em questão são a corrente no primário i_p , que coincide com a corrente de entrada (i_i), e a corrente no secundário i_s . As convenções de sinal das tensões e correntes são as mesmas da secção anterior. Nas Figuras 6.43 e 6.44 apresentam-se as tensões e correntes (respetivamente) para $R_L = 200 \Omega$.

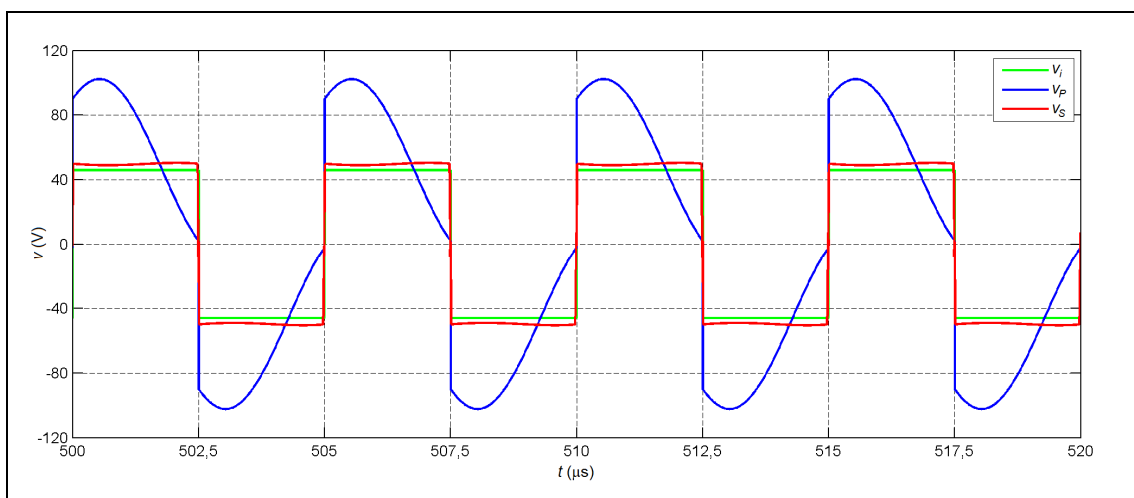


Figura 6.41 – Configuração 1S, tensões para $R_L = 10 \Omega$.

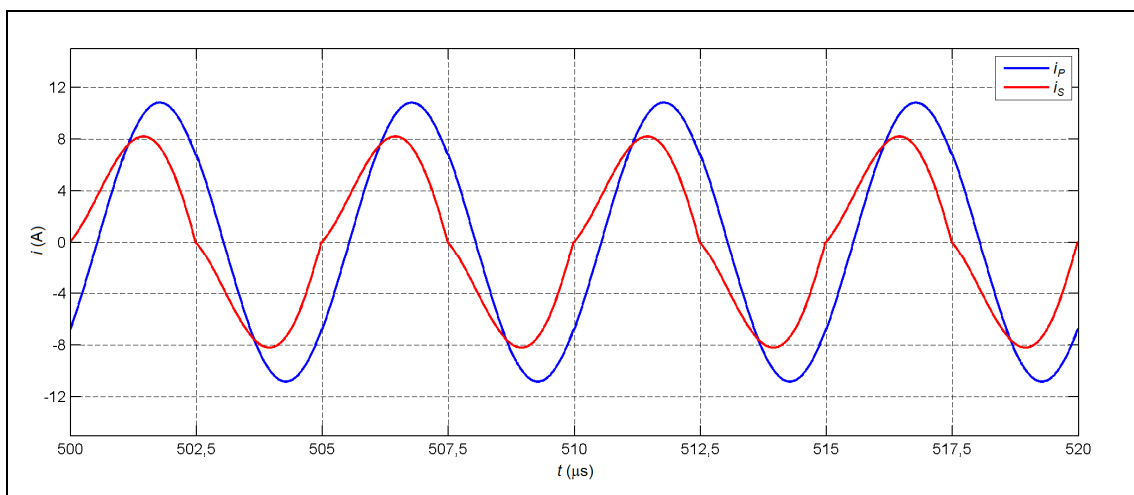


Figura 6.42 – Configuração 1S, correntes para $R_L = 10 \Omega$.

Para $R_L = 10 \Omega$, a componente harmónica de i_p é bastante baixa; no secundário, constata-se que o ângulo de condução da ponte retificadora é máximo (180°), donde resulta um componente harmónica relativamente baixa em i_s , notando que esta corrente está em fase com v_i . Como seria de esperar, i_i (i_p) está atrasada em relação a v_i , recordando que a

configuração 1S sob alinhamento ideal tem uma impedância de entrada indutiva, associada à indutância de magnetização ($L_1.k_L^2$). À medida que R_L aumenta, verifica-se que a forma de i_i passa progressivamente de sinusoidal a triangular; para $R_L = 200 \Omega$, a fase relativa de i_i e v_i é já de quase 90° , indicando que a carga vista pela ponte H é praticamente uma indutância pura. De facto, sem qualquer carga no secundário ($R_L \rightarrow \infty$), a carga vista pela ponte H resume-se a $L_1.k_L^2$ (figura 5.39), donde resulta um inconveniente considerável para a presente configuração: à medida que R_L sobe, i_i tende para a corrente residual estabelecida por v_i e $L_1.k_L^2$, em não para zero. Essa corrente residual tem uma amplitude considerável, implicando inevitavelmente dissipação de energia (perdas) na ponte H, apesar de não se dever a nenhum fenómeno dissipativo (é uma corrente reativa, associada à corrente de magnetização). Em consequência, i_i é considerável para uma carga reduzida: para $R_L = 200 \Omega$, a corrente na carga é de aproximadamente 250 mA, enquanto que $|i_i| = 4,1 A_{RMS}$; sem carga, i_i é uma onda triangular quase perfeita, com 6,4 A de pico ($3,95 A_{RMS}$). Assim sendo, é de esperar que o rendimento decresça à medida que R_L sobe, tendo em conta o aumento do peso relativo das perdas na ponte H.

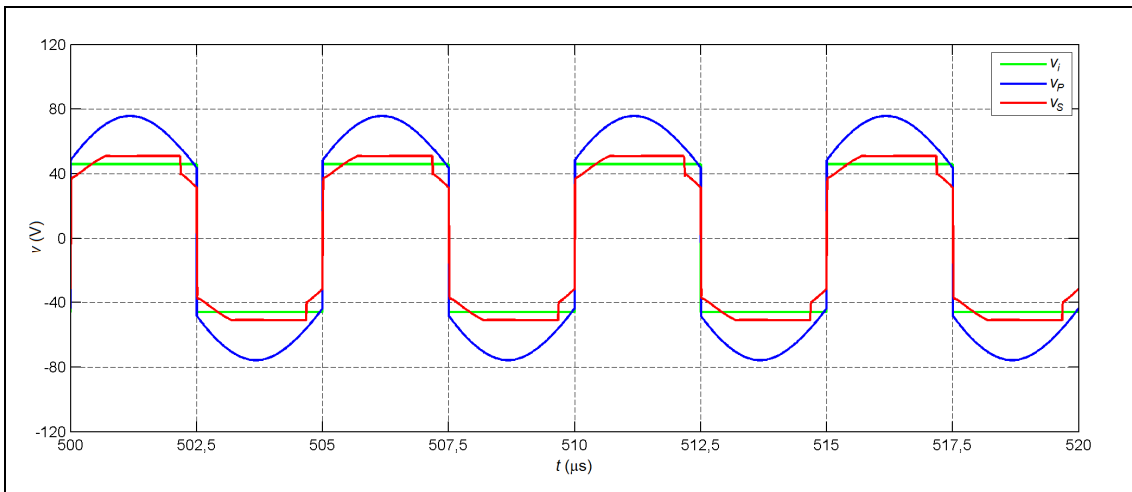


Figura 6.43 – Configuração 1S, tensões para $R_L = 200 \Omega$.

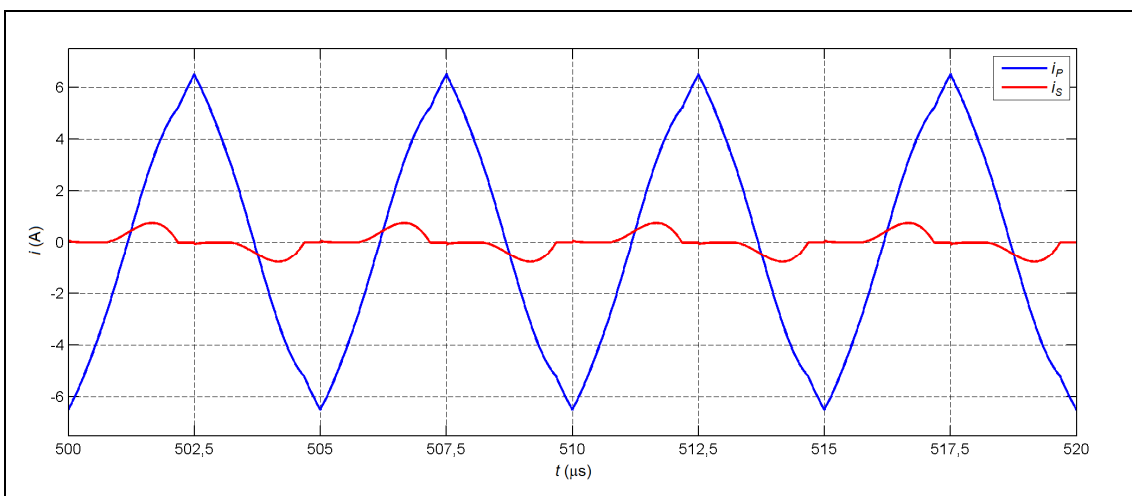


Figura 6.44 – Configuração 1S, correntes para $R_L = 200 \Omega$.

Para carga reduzida, a componente harmónica de i_i pode ser reduzida através da inserção de um circuito LC série $L_S - C_S$ na saída da ponte H, notando que C_S e C_1 podem ser

implementados por um único condensador. Quanto maior for o fator de qualidade desse circuito (Q_S), menor será a componente harmónica de i_i , naturalmente, embora à custa do aumento do período transitório de arranque e da tensão em L_S e C_S . Vai-se optar por prosseguir a análise sem o circuito LC série adicional, uma vez que se entendeu que a complexidade e custo adicionais não se justificam. No secundário, o aumento de R_L leva a um acréscimo da componente harmónica de i_S , que decorre da diminuição do ângulo de condução da ponte retificadora, tal como nas configurações 1T e 1II.

O desempenho da configuração 1S vai ser aferido através do fator de *ripple* Y ((6.5)) e da regulação de carga δ_{LD} ((6.6)), o que permitirá uma comparação direta com as configurações 1T e 1II. Para a configuração 1S, tem-se então $Y = 2,92\%$ e $\delta_{LD} = 2,63\%$, recordando que estes resultados apenas contabilizam os efeitos reativos, dado que as simulações não consideraram o efeito das resistências parasitas. Em comparação com as configurações 1T e 1II (tabela 6.11), constata-se que Y é quase duas vezes menor, provavelmente devido ao maior ângulo de condução da ponte retificadora para $R_L = 10 \Omega$ verificado na configuração 1S, e que δ_{LD} é cerca de seis vezes melhor, indicando uma clara vantagem para a configuração 1S. As tensões e correntes de pico máximas nos condensadores ressonantes desta configuração (C_1 apenas) ocorrem para $R_L = 10 \Omega$, tendo-se $V_p = 56 \text{ V}$ e $I_p = 10,8 \text{ A}$. Comparando estes valores com a tabela 6.12 (configurações 1T e 1II), pode-se constatar que C_1 opera a uma tensão relativamente baixa e que a corrente neste não é particularmente elevada, o que constitui mais uma vantagem.

Na Figura 6.45 apresenta-se a corrente num dos comutadores da ponte H (i_{SW} , medida em R_1) para a configuração 1S. Pode-se constatar que as condições de comutação são idênticas às das configurações 1T e 1II. Portanto, numa implementação da ponte H com MOSFETs, estes fechariam (*turn on*) em regime de comutação suave ZVS e abririam (*turn off*) em regime de comutação abrupta, como discutido no final da secção 6.2.1.

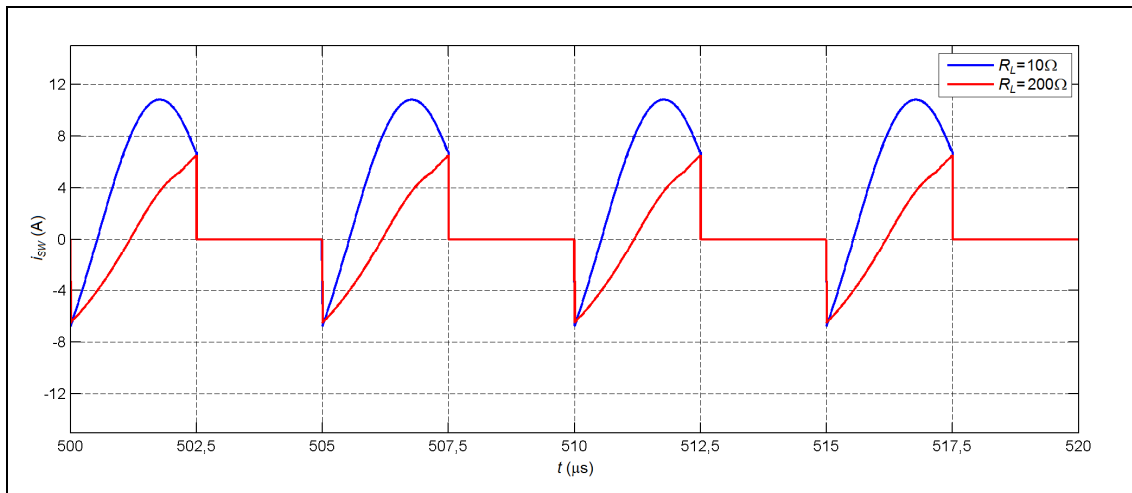


Figura 6.45 – Configuração 1S, i_{SW} para $R_L = 10 \Omega$ e $R_L = 200 \Omega$.

6.2.3 – Conclusões.

Das configurações candidatas, a configuração 1S é a que constitui a melhor solução de compromisso: apresenta menor *ripple* na saída, melhor regulação de carga e uma menor componente harmónica nas correntes i_p e i_S (pelo menos para $R_L = 10 \Omega$), o que implica que a RFI gerada pela interface indutiva tenha um espectro mais estreito. Em termos de dimensões e

custo, a configuração 1S é também a mais vantajosa, dado que dispensa L_S e que apenas tem um condensador ressonante, que não opera a tensões e correntes particularmente elevadas. A grande desvantagem da configuração 1S ocorre a carga reduzida, dado que nessa condição a corrente de entrada (i_i) é relativamente elevada. Contudo, entendeu-se que esta desvantagem não é suficiente para prevalecer sobre as vantagens indicadas, pelo que o sistema experimental de conetores sem contactos recorrerá à configuração 1S, a ser alimentada em tensão através de uma ponte H completa, como já referido.

O comentário final diz respeito às condições de operação da interface indutiva. Sob excitação sinusoidal e com o secundário ligado a uma simples carga resistiva (operação linear), verificou-se por simulação SPICE que a interface opera exatamente nas mesmas condições para as três configurações estudadas; isto é, as correntes i_p e i_S são exatamente iguais desde que a carga seja igual nas três configurações e a potência nela dissipada também o seja. Além disso, verificou-se ainda que as correntes i_p e i_S são iguais às previstas na simulação magnetoquase-estática por FEA (secção 6.1.2.6 b)), onde correspondem a i_1 e i_2 , respetivamente. Este fenómeno deve-se ao facto de, neste caso, o circuito do secundário (recetor) ser igual nas três configurações e igual ao da aplicação elementar da figura 6.12 (caso aperiódico), na qual se baseou a determinação das correntes i_1 e i_2 . Efetivamente, em regime linear, as configurações estudadas e o caso aperiódico apenas diferem na impedância de entrada Z_i , e portanto nas condições de operação da fonte de alimentação sinusoidal; já as condições de operação da interface são unicamente ditadas pela carga do secundário e pela potência nela dissipada, não dependendo da configuração do lado do primário.

A desvantagem referida da configuração 1S pode ser minimizada através de uma escolha cuidada das condições de operação da interface indutiva. Para se perceber como, apresenta-se na Figura 6.46 a configuração 1S sobre o modelo do transformador linear relacionado, notando que esta figura corresponde à figura 5.39 a).

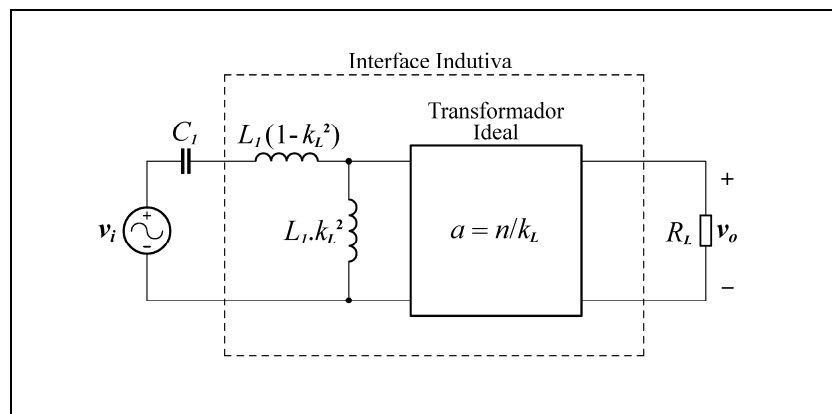


Figura 6.46 – Configuração 1S sobre o modelo relacionado.

Viu-se que a desvantagem da configuração 1S deve-se à corrente de fuga por $L_1.k_L^2$. Para determinada interface indutiva, a contribuição dessa corrente para a corrente do primário da interface (i_p) pode ser minimizada fazendo $\omega.L_1.k_L^2 \gg R_L/a^2$, como discutido no final da secção 4.2.1.5, o que pode ser feito de duas formas não exclusivas: aumentando a frequência de operação ω e ajustando C_1 de forma a manter o alinhamento ideal; ou então diminuindo R_L , notando que será necessário diminuir a amplitude de v_i caso se pretenda manter a potência dissipada em R_L . Contudo, ambas as opções implicam um aumento da queda de tensão em $L_1(1-k_L^2)$, e portanto um aumento correspondente da tensão em C_1 , notando que a diminuição de R_L implica ainda um aumento da corrente em C_1 , caso se

pretenda manter a potência dissipada em R_L . Claramente, a otimização das condições de operação da interface indutiva será sempre uma solução de compromisso.

Em regime de operação não-linear (com o retificador no secundário e com excitação de onda quadrada), a análise torna-se mais complexa. Com efeito, começam a aparecer diferenças entre as condições de operação da interface nas três configurações estudadas. Destas, em situação de carga máxima ($R_L = 10 \Omega$), a configuração 1S é a que permanece mais próxima do caso aperiódico elementar (figura 6.12), e portanto da análise linear sob excitação sinusoidal e da simulação por FEA, o que constitui uma vantagem adicional. A este respeito, considerou-se que as condições de operação da interface relativas à simulação magnetoquase-estática por FEA (i_1 e i_2) estão próximas o suficiente das condições de operação relativas à simulação SPICE para carga não-linear e $R_L = 10 \Omega$ (i_p e i_s , figura 6.42), dispensando-se assim a reavaliação do campo magnético na interface.

Por fim, não se vai proceder à otimização das condições de operação da interface indutiva, por se entender que as condições atuais representam já uma solução de compromisso aceitável entre frequência de operação e níveis de tensão e corrente.

6.3 – Sistema Experimental.

Para além da interface indutiva, o sistema experimental é constituído pelo emissor e pelo recetor, a detalhar nas secções seguintes com base em diagramas de blocos. Na descrição dos esquemas elétricos subjacentes, apenas se irão discutir aqueles aspectos que não são imediatamente claros, ou que representam opções pessoais de engenharia. O esquema elétrico completo do emissor e do recetor encontra-se no apêndice C, bem como a respetiva lista de material. A conceção e o dimensionamento do emissor e do recetor foram sobretudo assistidos por simulação SPICE.

6.3.1 – Emissor.

O diagrama de blocos do emissor é apresentado na Figura 6.47. Este diagrama está organizado por secções funcionais, delimitadas por linha tracejada. São indicados os nomes dos componentes e os sinais mais relevantes, com correspondência no esquema elétrico. Dentro de alguns blocos aparecem entre parêntesis expressões condicionais (terminadas por um ponto de interrogação), que estão associadas a sinais de saída. Para simplificação interpretativa, convencionou-se que estes sinais estarão ao nível alto sempre que a condição associada for verdadeira. Nos blocos que implementam atrasos (com *Delay* no seu nome), o parâmetro D_F (de *falling*) refere-se ao atraso no flanco descendente; o atraso no flanco ascendente é desprezável no respetivo contexto. Do ponto de vista lógico, estes blocos são não-inversores, note-se. O emissor é alimentado por uma tensão contínua através do conetor J_{100} ; o primário da interface indutiva liga a J_{200} .

6.3.1.1 – Descrição das Secções Funcionais do Emissor.

A descrição do diagrama de blocos da figura 6.47 será feita em termos das respetivas secções funcionais. Para facilitar a discussão, cada secção será acompanhada pelo respetivo esquema elétrico, evitando-se assim recorrer ao esquema elétrico completo com demasiada frequência.

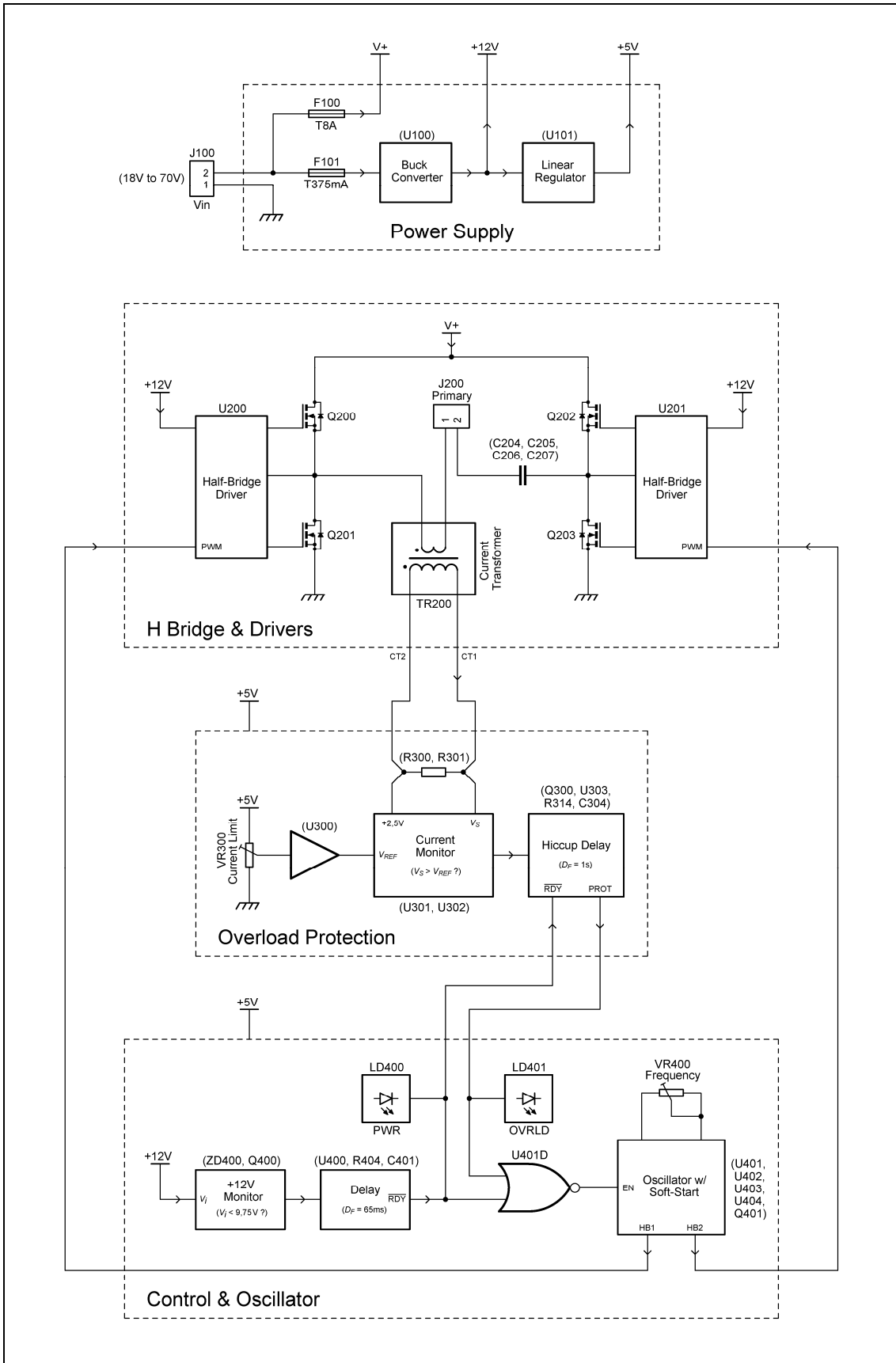


Figura 6.47 – Diagrama de blocos do emissor.

a) Secção “Power Supply”.

Na Figura 6.48 apresenta-se o esquema elétrico da secção “Power Supply”, que é responsável pela alimentação do emissor, naturalmente. As tensões de alimentação +12V e +5V são geradas a partir de V+ (tensão de alimentação da ponte H), através de um conversor do tipo *buck* (U_{100}) e de um regulador linear de precisão (U_{101}), respetivamente. A tensão de +12V apenas é usada para a alimentação de U_{200} e U_{201} (*half-bridge drivers*, secção “H Bridge & Drivers”); a tensão de +5V alimenta toda a parte de instrumentação e controlo (secções “Overload Protection” e “Control & Oscillator”).

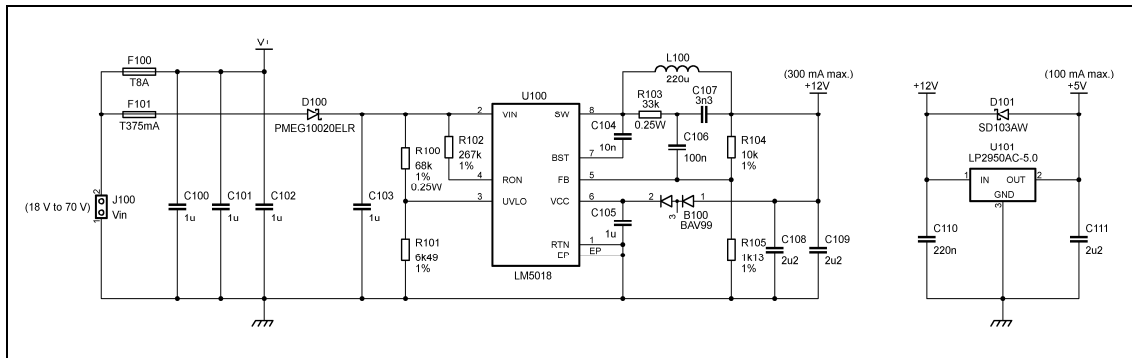


Figura 6.48 – Esquema elétrico da secção “Power Supply”.

O emprego do conversor *buck* deve-se à possibilidade da ocorrência de um elevado diferencial de tensão entrada-saída na regulação da tensão +12V, inviabilizando o emprego de um regulador linear por questões de aquecimento e rendimento, considerando a corrente em jogo. O emprego de um regulador de precisão na geração da tensão de +5V permite que esta tensão funcione também como tensão de referência. Os detalhes dos blocos relativos ao conversor *buck* e ao regulador linear não serão aqui discutidos, uma vez que toda a informação relevante pode ser encontrada nas *datasheets* de U_{100} e U_{101} .

Para além do fusível F_{100} , implementou-se F_{101} , de corrente de atuação bastante inferior à de F_{100} . Este procedimento justifica-se pela discrepância de correntes que pode ocorrer entre a secção de potência e a secção de controlo. Por exemplo, considere-se uma sobrecarga de 5 A devida a defeito de U_{100} ou componentes adjacentes. Se F_{100} fosse o único fusível implementado, a corrente referida não seria suficiente para que esse fusível atuasse; contudo, essa corrente seria já suficiente para provocar danos nesses componentes, ou na própria PCB. Não se procedeu à ligação em série de F_{100} e F_{101} para se ter alguma capacidade de seccionamento, nomeadamente para ter a secção de controlo a funcionar sem que a ponte H esteja alimentada (retirando F_{100} do suporte), para testes preliminares. De qualquer forma, há que prever o caso em que apenas F_{101} atua (por sobrecarga ou curto-circuito no bloco do conversor *buck*), já que, sem medidas adicionais, isso poderia implicar que a ponte H ficasse num estado aleatório, dado que a secção de controlo ficaria sem alimentação. Este aspecto será abordado aquando da descrição da secção “H Bridge & Drivers”.

O diodo D_{100} evita a descarga do condensador de desacoplamento da alimentação do *buck* (C_{103}) quando a tensão V+ desce, devido ao efeito combinado da resistência interna da fonte que fornece V_{in} (J_{100}) e da resistência de F_{100} face a um aumento da corrente na ponte H, o que permite eliminar algum ruído à entrada do *buck*.

b) Secção “H Bridge & Drivers”.

Na Figura 6.49 apresenta-se o esquema elétrico da secção “H Bridge & Drivers”. A ponte H é constituída pelos MOSFETs de canal N Q_{200} , Q_{201} , Q_{202} e Q_{203} ; cada meia-ponte é comandada por U_{200} e U_{201} . Estes circuitos integrados e componentes associados são perfeitamente idênticos, pelo que se vai apenas descrever uma das meias-pontes, tendo-se optado pelo lado de U_{200} . Este circuito integrado é não-inversor, isto é, quando PWM (ou HB1) está ao nível alto, Q_{200} fecha e Q_{201} abre, e vice-versa quando PWM está ao nível baixo. Na configuração usada ($LS = 1$), os estados de Q_{200} e Q_{201} são sempre complementares, descontando a ação do circuito *anti-shoot-through* (evita que Q_{200} e Q_{201} estejam fechados simultaneamente nas transições). Para além deste circuito, U_{200} contém ainda o circuito de *bootstrapping*, responsável pela alimentação do driver do *high-side* MOSFET (Q_{200}).

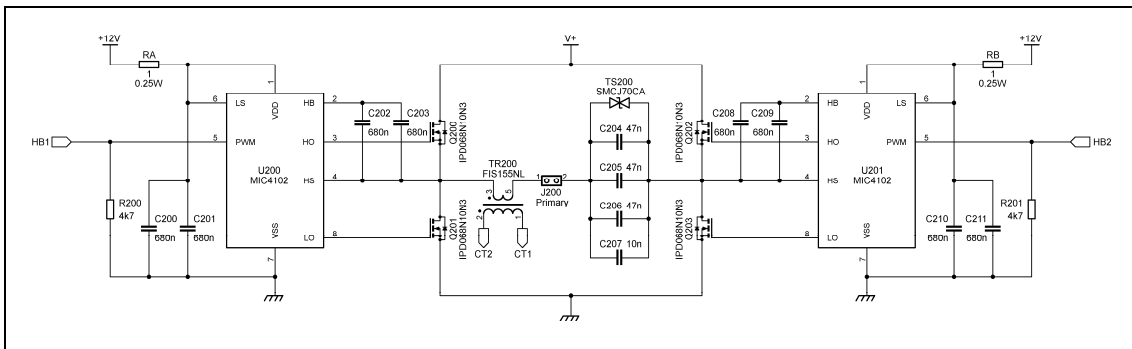


Figura 6.49 – Esquema elétrico da secção “H Bridge & Drivers”.

O circuito de *bootstrapping* centra-se nos condensadores de *bootstrapping* C_{202} e C_{203} , que são responsáveis pelo armazenamento da tensão de alimentação do *high-side driver*, referenciada ao pino HS. Estes condensadores são carregados através do diodo de *bootstrapping* (interno a U_{200} , cátodo no pino HB e ânodo no pino VDD), o que apenas acontece quando Q_{201} está fechado. Em consequência, há um limite máximo para o intervalo de tempo em que Q_{200} pode estar fechado (e Q_{201} aberto), definido pelo tempo de descarga de C_{202} e C_{203} . Caso se pretenda colocar a ponte em repouso, deve-se fixar PWM ao nível baixo, para que os condensadores de *bootstrapping* permaneçam carregados e a ponte possa arrancar instantaneamente. Os condensadores C_{200} e C_{201} são os condensadores de desacoplamento da alimentação. O dimensionamento dos condensadores de *bootstrapping* e de desacoplamento em função dos MOSFETs utilizados e da gama de frequência de operação não será aqui abordado, dado que este consta na *datasheet* de U_{200} .

Os sinais de comando HB1 e HB2 são sempre complementares exceto quando se coloca a ponte H em repouso, fazendo HB1 = HB2 = 0, como referido. As resistências R_{200} e R_{201} funcionam como *pull-downs*, garantindo que a ponte está em repouso quando a alimentação da secção de controlo (+5V) falha devido a defeito, evitando-se assim que nessa situação a ponte fique num estado aleatório ou até a oscilar.

Como referido, a ponte H alimenta uma configuração ressonante 1S sob alinhamento ideal. O condensador ressonante C_1 dessa configuração é implementado pelo paralelo de C_{204} a C_{207} . Consultando o catálogo da WIMA referente à família FKP 1 (condensadores de polipropileno para operação a alta frequência) [28], concluiu-se que a opção mais compacta e económica seria implementar C_1 por vários condensadores em paralelo, em vez de recorrer a um único condensador. A capacidade conjunta do paralelo de C_{204} a C_{207} é de 151 nF (valor nominal), sendo ligeiramente inferior aos 152,99 nF requeridos para uma frequência de operação de 200 kHz, pelo que esta acabará por ser ligeiramente superior. De qualquer forma,

a frequência de operação é ajustável através de VR_{400} (secção “Control & Oscillator”), o que permitirá compensar desvios e tolerâncias. Na simulação SPICE que acompanhou o desenvolvimento optou-se por operar o sistema à frequência nominal de 200 kHz, tendo-se portanto usado um condensador ressonante de 152,99 nF, como anteriormente. A corrente no primário da interface indutiva (i_P ou i_j da secção 6.2.2) é monitorizada através de TR_{200} , um transformador de corrente com uma relação de transformação $a = 500$ (ganho de corrente $A_{it} = 1/500$). A ausência de componente contínua em i_P e a gama de frequência de operação tornam esta opção atrativa, já que o transformador necessário é relativamente pequeno e económico. O isolamento Galvânico entre primário e secundário desse transformador é também um aspecto importante, pois simplifica significativamente a instrumentação da medição de corrente, como se verá na secção “Overload Protection”. A operação do TVS bidirecional TS_{200} pode ser comparada à de dois díodos Zener de atuação rápida ligados em anti-série. A sua função é a limitação da tensão em C_{204} a C_{207} em situação de curto-circuito no secundário, tendo como efeito subsidiário a limitação da corrente no primário nessa situação, como se poderá constatar adiante.

Nos ensaios experimentais, constatou-se que os picos de corrente puxados da linha de alimentação (+12V) por U_{200} ou U_{201} durante o fecho de Q_{201} ou Q_{203} causavam alguma instabilidade no conversor buck (U_{100}). Assim sendo, optou-se por diminuir a amplitude desses picos através do aumento do desacoplamento de U_{200} e U_{201} relativamente à linha de +12V, pela inclusão *a posteriori* das resistências R_A e R_B .

c) Secção “Overload Protection”.

A secção “Overload Protection” tem como função a monitorização contínua da corrente de primário i_P . Se o valor de pico dessa corrente for maior que o limiar estabelecido por VR_{300} , então está-se em situação de sobrecarga ou curto-circuito, e o sinal PROT (de proteção) ficará ativo durante aproximadamente 1 s, voltando ao estado inativo após esse intervalo. Se a sobrecarga persistir, então começa um novo ciclo, tratando-se portanto de uma proteção do tipo *hiccup* (soluçante). Este tipo de proteção é frequentemente implementado em fontes de alimentação; o seu principal objetivo é o alívio do stress sobre os componentes afetados por uma situação de curto-circuito, diminuindo a cadência de pulsos de elevada corrente e permitindo o arrefecimento desses componentes. O esquema elétrico da presente secção é apresentado na Figura 6.50, na qual se omitiram os condensadores de desacoplamento de alguns circuitos integrados, para maior clareza.

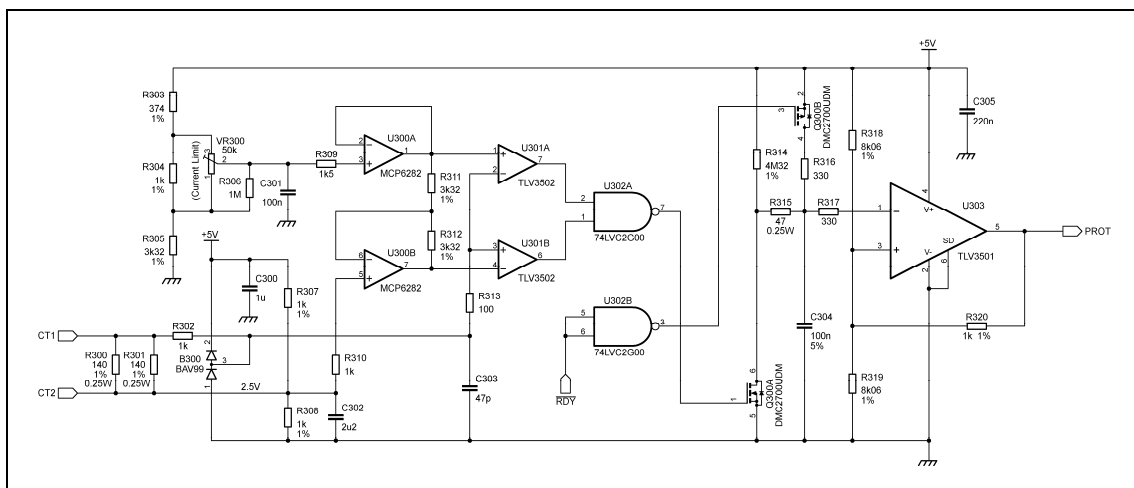


Figura 6.50 – Esquema elétrico da secção “Overload Protection”.

A corrente do secundário do transformador de corrente (TR_{200}) é transformada em tensão através do paralelo de R_{300} e R_{301} (tensão v_s no diagrama de blocos da figura 6.47). O valor médio de v_s é centrado a 2,5 V (CT2) através de R_{307} , R_{308} e C_{302} , sendo este último um curto-circuito para sinal (condensador de desacoplamento). A amplitude de v_s (relativamente a CT2) é limitada a aproximadamente 3,2 V através de R_{302} e da ponte de díodos B_{300} (díodos de *clamping*), a fim de proteger os andares a jusante de eventuais sobretensões resultantes de correntes i_p elevadas. Esta proteção contra sobretensão é complementada por R_{313} e pelos díodos de proteção ESD internos aos comparadores U_{301} ; C_{303} implementa um filtro de ruído de alta frequência (passa-baixo), juntamente com R_{302} . Os comparadores U_{301} e a porta NAND U_{302A} constituem um comparador de janela, que implementa uma detecção de sobrecarga de onda completa (tanto o pico positivo como o negativo de i_p são monitorizados), a fim de diminuir o tempo de resposta da proteção. A geração de tensões de referência para o comparador de janela está a cargo dos OPAMPs U_{300} . Através destes, consegue-se que as tensões de referência evoluam simetricamente em relação a CT2, em função da posição de VR_{300} . Desta forma, consegue-se atuar sobre essas tensões a partir de um único ajuste. A gama de ajuste que corresponde aos extremos de VR_{300} vai de 7,5 A a 15 A (aproximadamente), com variação linear, apontando-se para um ajuste à volta de 12,5 A.

Em caso de sobrecarga, a saída de U_{302A} vai ao nível alto, levando ao fecho de Q_{300A} (canal N) e à descarga rápida de C_{304} através de R_{315} , o que leva a saída do comparador U_{303} ao nível alto e a ativação do sinal PROT. Na secção “Control & Oscillator”, esse sinal leva à inibição do oscilador e à colocação da ponte H em repouso, levando a sobrecarga a desaparecer, como se verá aquando da descrição dessa secção. Sem sobrecarga, Q_{300A} abre e começa a carga lenta de C_{304} através de R_{314} , notando que estes componentes definem o intervalo de *hiccup* (≈ 1 s). Passado o limiar ascendente do comparador, o sinal PROT é desativado, o que leva à habilitação do oscilador e ao arranque da ponte H. As resistências R_{318} a R_{320} implementam uma histerese elevada no comparador (centrada a 2,5 V), procurando-se com isso conseguir um intervalo de *hiccup* o mais longo possível sem que os valores de R_{314} e C_{304} resultem inconvenientemente elevados. Note-se que R_{315} define o tempo de atuação da proteção (juntamente com C_{304}), que será apresentado na análise do comportamento sob curto-circuito (secção 6.3.1.5). O MOSFET Q_{300B} (canal P) serve para carregar rapidamente C_{304} durante o arranque da parte de instrumentação e controlo (durante o qual \overline{RDY} está ao nível alto, como se verá), de forma a que a temporização de *hiccup* fique pronta a funcionar.

d) Secção “Control & Oscillator”.

O esquema da secção “Control & Oscillator” é apresentado na Figura 6.51, na qual se omitiram os condensadores de desacoplamento dos circuitos integrados (exceto em U_{400}), para maior clareza. Esta secção será descrita em maior detalhe, dada a sua maior importância e complexidade. Comece-se pelos blocos de monitorização da tensão +12V e de temporização (diagrama de blocos, figura 6.47), responsáveis pela geração do sinal \overline{RDY} . Quando se liga a alimentação do emissor, a tensão da linha de +12V começa a aumentar à medida que o conversor *buck* (U_{100}) arranca. Quando essa tensão passa os 9,75 V (aproximadamente), começa a carga de C_{401} através de R_{404} . Cerca de 65 ms depois, o limiar ascendente da porta NAND U_{400} é ultrapassado e o sinal \overline{RDY} é ativado, indicando que o processo de arranque da parte de instrumentação e controlo está concluído, e que a ponte H pode arrancar.

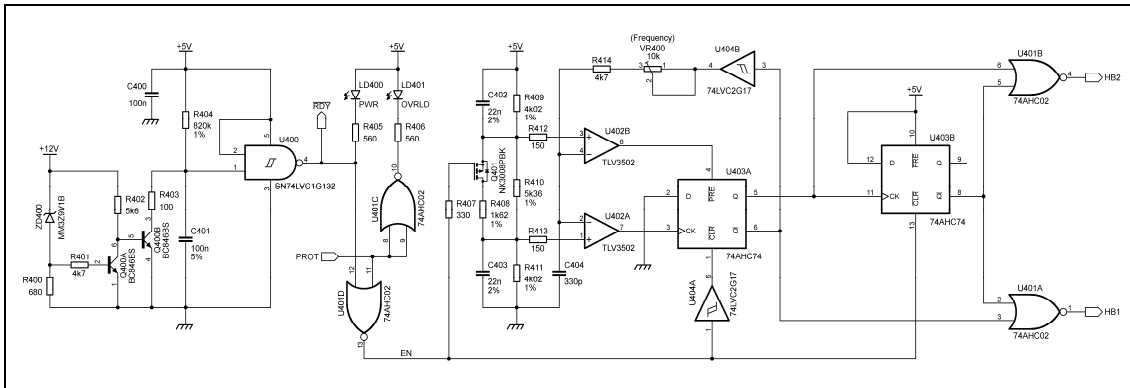


Figura 6.51 – Esquema elétrico da secção “Control & Oscillator”.

A porta NAND escolhida tem um Schmitt-trigger nas entradas, devido à função que executa (comparador com histerese económico). Para esta função poderia-se ter usado antes um inversor com Schmitt-trigger (SN74LVC1G14, por exemplo); todavia, constatou-se nas *datasheets* de ambos que a corrente de entrada máxima era menor no caso da porta NAND ($\pm 1 \mu\text{A}$), perturbando menos a temporização, o que ditou a sua escolha. A implementação dos blocos de monitorização da tensão +12V e de temporização deve-se ao facto de a parte de instrumentação e controlo ter também um tempo de arranque, devendo a ponte H arrancar apenas quando essa parte tiver atingido o estado estacionário. Durante o arranque do conversor *buck*, a tensão da linha de +12V sobe, como referido. Quando essa tensão passa os 9,75 V, o regulador linear U_{101} está já em funcionamento pleno, e portanto a tensão da linha de +5V está já no seu valor nominal e a parte de instrumentação e controlo está ativa, embora ainda não tenha atingido o estado estacionário. Este atraso deve-se à existência de condensadores em alguns divisores de tensão resistivos (C_{301} , C_{302} , C_{402} e C_{403}) que, devido às constantes de tempo subjacentes, levam mais tempo a atingir o estado estacionário. O atraso de 65 ms foi implementado para considerar essas constantes de tempo e aguardar que a linha de +12V atinja o seu valor nominal antes de se proceder à ativação de $\overline{\text{RDY}}$, garantindo assim que o sistema está completamente operacional aquando do arranque da ponte H (arranque do oscilador), com uma margem de segurança confortável. Se por algum motivo a tensão da linha de +12V cair abaixo de 9,75 V, o sistema é rapidamente inibido pela desativação de $\overline{\text{RDY}}$, conseguida através da descarga rápida de C_{401} por R_{403} e Q_{400B} . Desta forma, implementa-se uma funcionalidade *Undervoltage-Lockout* (UVLO), comum na maioria dos circuitos integrados modernos que desempenham funções de controlo.

O sinal EN habilita o oscilador, sendo gerado pela porta U_{401D} a partir de $\overline{\text{RDY}}$ e PROT: EN estará ativo se e só se $\overline{\text{RDY}}$ estiver ativo e PROT estiver inativo. O oscilador é do tipo relaxação com saídas complementares (HB1 e HB2), tendo um arranque suave (*soft-start*): após a habilitação, a frequência de oscilação começa por ser de aproximadamente 500 kHz, passando gradualmente ao valor nominal (≈ 200 kHz) em cerca de 300 μs . A necessidade desta funcionalidade será explicada adiante. Esse varrimento de frequência temporizado é conseguido pela manipulação das tensões de referência dos comparadores U_{402} : quando o oscilador é habilitado ($\text{EN} = 1$), Q_{401} (MOSFET de canal P com baixa corrente de fuga) abre, modificando o valor estacionário das tensões de referência. Durante o processo transitório para lá chegar (descarga de C_{402} e C_{403}), as tensões de referência superior e inferior evoluem em sentidos opostos (a superior sobe e a inferior desce), e a frequência de operação diminui em conformidade. Quando o oscilador é desabilitado ($\text{EN} = 0$), tem-se $\text{HB1} = \text{HB2} = 0$ (colocando a ponte H em repouso) e Q_{401} fecha, repondo a carga em C_{402} e C_{403} em cerca de 70 μs . Por este motivo, a duração do nível baixo de EN deve ser sempre superior a 70 μs , o que

é seguramente garantido pelo intervalo de *hiccup* (≈ 1 s), dado que, em funcionamento normal (após o arranque da parte de instrumentação e controlo), EN apenas depende de PROT. Na implementação do arranque suave, começou-se por usar apenas um condensador em paralelo com R_{410} , em vez de recorrer a C_{402} e C_{403} . Contudo, verificou-se por simulação que a corrente de carga e descarga da capacidade porta-fonte (C_{gs}) de C_{401} perturbava as tensões de referência nas transições de EN, mesmo com a ação limitadora de R_{407} , tendo-se portanto abandonado essa opção. No método final, essa perturbação não se verifica porque $C_{402} \gg C_{gs}$, note-se.

O oscilador necessita de ter precisão em dois aspectos: os sinais gerados devem ter estabilidade de frequência e um ciclo ativo (*duty-cycle*) tão próximo quanto possível de 50%. Este último aspecto é importante para evitar o aparecimento de uma componente contínua na tensão dos condensadores ressonantes (C_{204} a C_{207}) e de distorção na corrente de primário i_p . Este aspecto foi verificado por simulação aquando do estudo da configuração 1S (secção 6.2.2), para uma carga $R_L = 10 \Omega$. De qualquer forma, são os requisitos de precisão que tornam o oscilador algo complexo, para além do referido arranque suave. Os comparadores U_{402} comandam um *flip-flop* D (U_{403A}) configurado como *flip-flop* SR, responsável pela geração dos sinais complementares a serem habilitados por U_{401A} e U_{401B} , para se obter finalmente HB1 e HB2. Essa habilitação é feita no início do arranque suave através de U_{403B} , mas apenas após o primeiro flanco ascendente da saída Q de U_{403A} , a fim de se aguardar pelo estabelecimento de um sinal regular em C_{404} . O *buffer* U_{404A} previne o aparecimento de *glitches* em HB1 e HB2 aquando do flanco descendente de EN; U_{404B} introduz um ligeiro atraso na realimentação, a fim de aumentar ligeiramente a duração dos pulsos de saída dos comparadores (U_{402}), que é muito curta.

Para se compreender a necessidade do arranque suave vão-se expor duas situações fundamentais: o arranque normal, onde o oscilador arranca logo a 200 kHz, e o arranque suave, com o varrimento de frequência descrito. No arranque normal vão-se considerar ainda duas situações na ponte H: sem TVS (TS_{200}) e com TVS. Em todas as situações, o secundário tem a carga não-linear considerada no estudo da configuração 1S (retificador de onda completa ideal com condensador de filtragem de *ripple* e carga R_L na saída; secção 6.2.2, figura 6.40), sendo $R_L = 10 \Omega$ (carga máxima prevista). O oscilador arranca aos 100 μ s, tendo-se alterado as condições de simulação para conseguir que o oscilador esteja pronto a arrancar por essa altura, em todas as situações consideradas.

Nas Figuras 6.52 e 6.53 apresenta-se a corrente de primário i_p e a tensão de saída v_o (respetivamente) para o arranque normal sem TVS, notando que v_o é a tensão em R_L . Nestas figuras, pode-se constatar a existência de um fenómeno oscilatório em i_p , cuja amplitude é considerável relativamente à do estado estacionário, podendo mesmo despoletar a proteção contra sobrecarga. Este fenómeno deve-se ao curto-circuito inicial que o processo de carga do condensador de filtragem de *ripple* representa. No recetor, verifica-se também um fenómeno transitório em v_o , que chega aos 80 V. Dado que esta tensão é bem superior ao valor nominal (50 V), o fenómeno transitório em causa pode danificar cargas mais sensíveis a sobretensões, apesar de a sua duração ser relativamente pequena ($\approx 100 \mu$ s).

Nas Figuras 6.54 e 6.55 apresenta-se i_p e v_o (respetivamente) para o arranque normal com TVS. Pode-se constatar que a ação limitadora da amplitude de i_p por parte do TVS diminui significativamente a amplitude do fenómeno oscilatório de arranque, embora não o elimine.

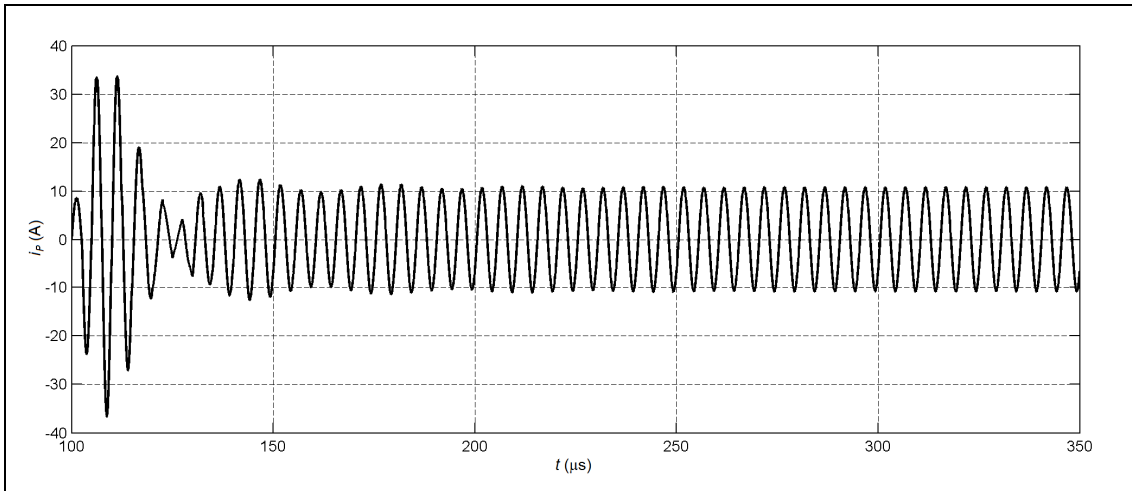


Figura 6.52 – Corrente i_p , arranque normal sem TVS.

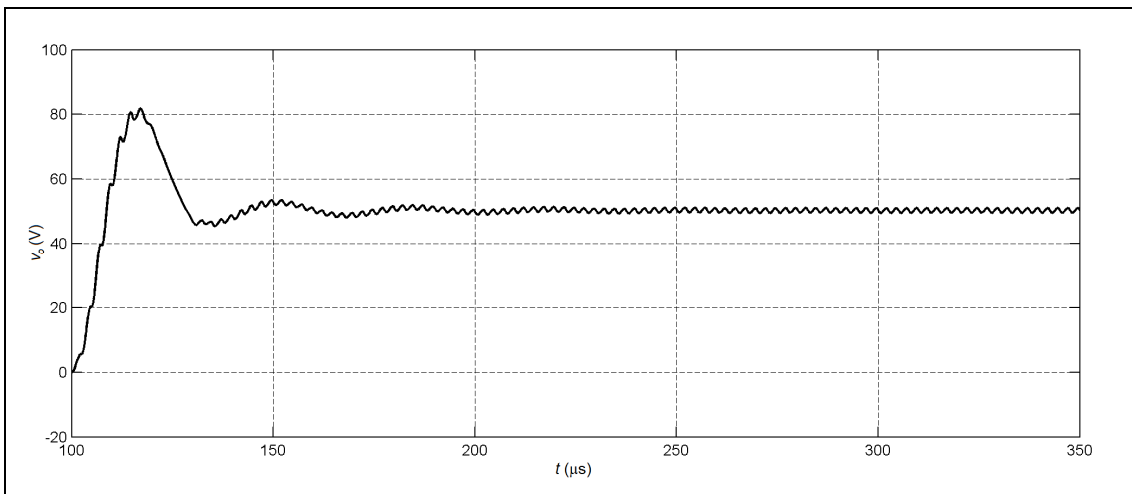


Figura 6.53 – Tensão v_o , arranque normal sem TVS.

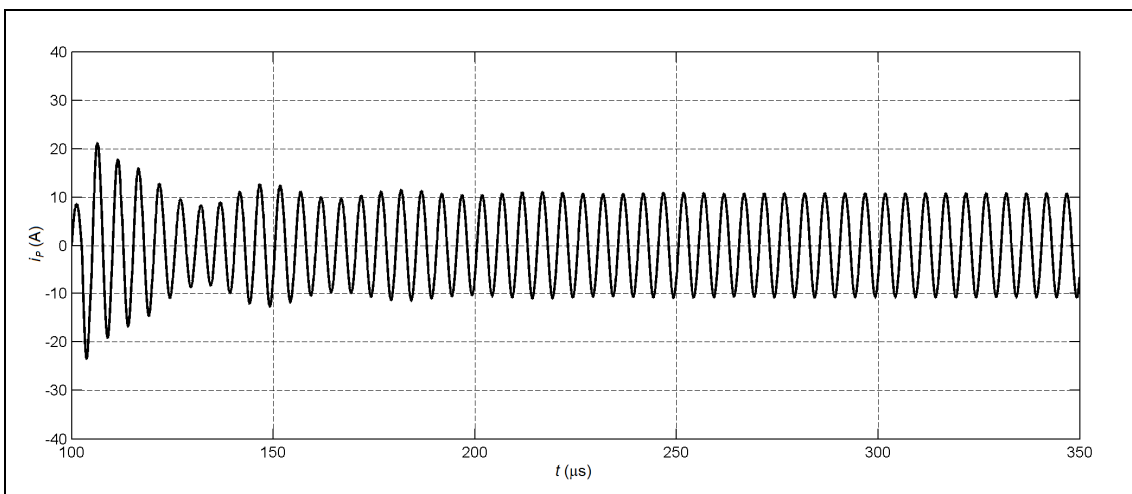


Figura 6.54 – Corrente i_p , arranque normal com TVS.

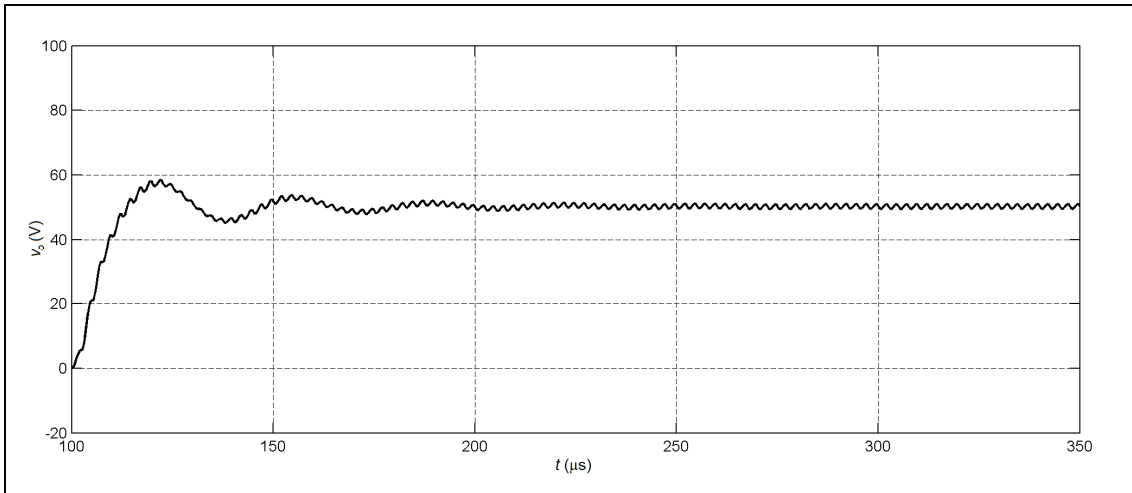


Figura 6.55 – Tensão v_o , arranque normal com TVS.

Nas Figuras 6.56 e 6.57 apresenta-se i_p e v_o (respetivamente) para o arranque suave. Nestas figuras, pode-se constatar que o fenómeno oscilatório desapareceu completamente, embora o estado estacionário demore mais tempo a ser atingido ($\approx 300 \mu s$), o que não constitui um problema.

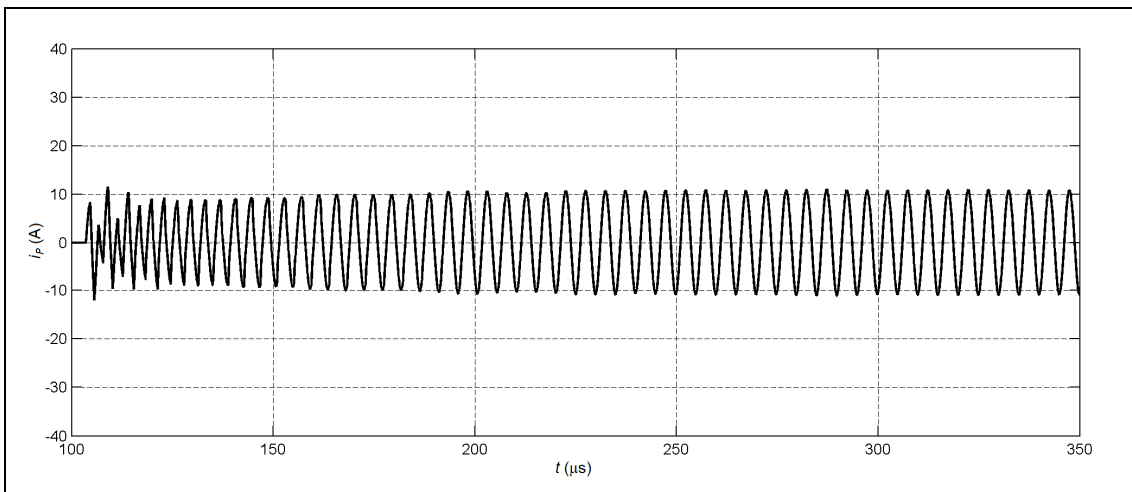


Figura 6.56 – Corrente i_p , arranque suave.

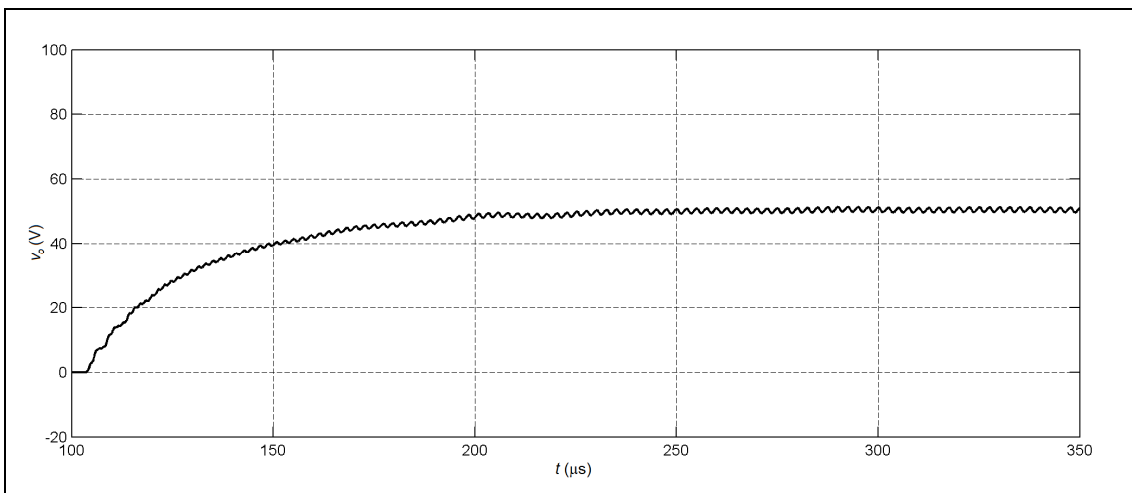


Figura 6.57 – Tensão v_o , arranque suave.

A eficácia do arranque suave na redução da amplitude inicial de i_p deve-se à natureza indutiva da carga vista pela ponte H, cuja reactância aumenta com a frequência. Acima de 200 kHz, essa natureza indutiva é reforçada pela entrada em cena de $L_1(1-k_L^2)$, para além de $L_1.k_L^2$, devido à diminuição de reactância do condensador ressonante (tende a tornar-se num curto-circuito à medida que a frequência sobe), como se pode constatar na figura 6.46, por exemplo. Note-se que não é apenas a amplitude de i_p que é afetada pelo varrimento de frequência: à medida que a frequência desce de 500 kHz para 200 kHz, a forma de onda de i_p passa gradualmente de triangular a sinusoidal. Note-se ainda que o TVS não chega a atuar no arranque suave.

6.3.1.2 – Comportamento sob Curto-circuito.

O estudo do comportamento do emissor em caso de curto-circuito no recetor considera duas situações na ponte H: sem TVS (TS_{200}) e com TVS. Em ambos os casos, a carga não-linear do secundário é a da secção anterior (com $R_L = 10 \Omega$). Na simulação incluíram-se as resistências parasitas conhecidas (resistências parasitas das bobinas, $R_{ds(ON)}$ dos MOSFETs, etc.), a fim de tentar limitar as correntes a valores mais realistas; no mesmo sentido, o curto-circuito a considerar consiste na colocação de uma resistência de 100 m Ω em paralelo com R_L . A fim de possibilitar a visualização do comportamento em questão, os parâmetros da simulação foram alterados de forma a que o estado estacionário do sistema seja atingido aos 350 μ s e que o intervalo de *hiccup* dure apenas cerca de 100 μ s. O curto-circuito ocorre no instante $t_1 = 400 \mu$ s e dura apenas 60 μ s, pretendendo-se com isto simular um curto-circuito muito breve ou intermitente, que é o pior caso em termos de risco para a carga, como se verá. Para a discussão que se segue, seja t_p o tempo de atuação da proteção, definido como a diferença ente o instante do flanco ascendente de PROT (colocação da ponte H em repouso) e o instante do estabelecimento do curto-circuito (t_1). A discussão deve ser acompanhada pela figura 6.46 (secção 6.2.3), na qual se apresenta a configuração 1S sobre o modelo do transformador linear que lhe está na origem. Tendo em conta essa figura, os condensadores ressonantes C_{204} a C_{207} serão simplesmente referidos como C_1 .

Nas Figuras 6.58 e 6.59 apresenta-se i_p e v_o (respetivamente) para a situação sem TVS, notando que o curto-circuito decorre entre t_1 e t_3 . Após t_1 , a amplitude de i_p cresce acentuadamente até à entrada em ação da proteção em $t_2 = 415,5 \mu$ s ($t_p = 15,5 \mu$ s), atingindo cerca de 100 A.

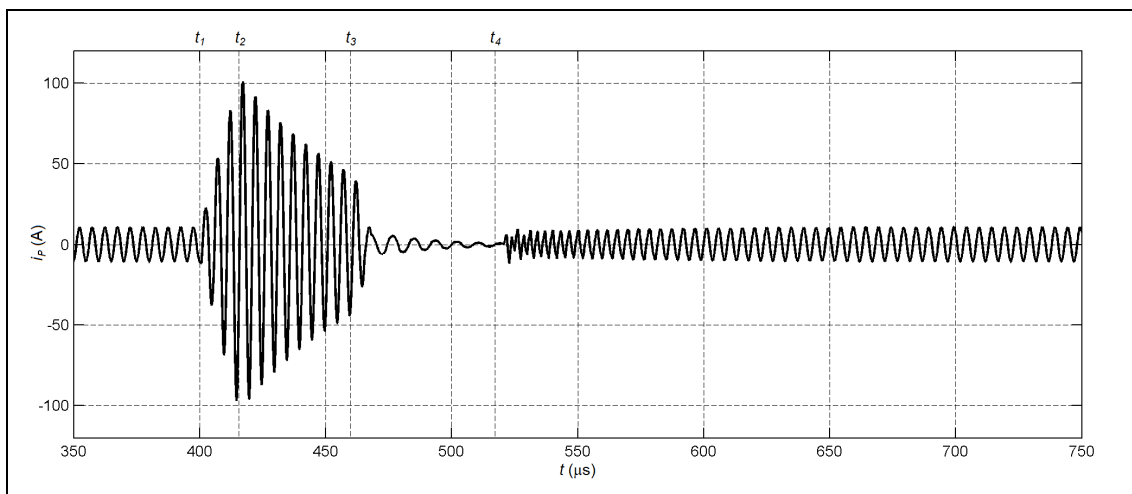


Figura 6.58 – Corrente i_p , situação sem TVS.

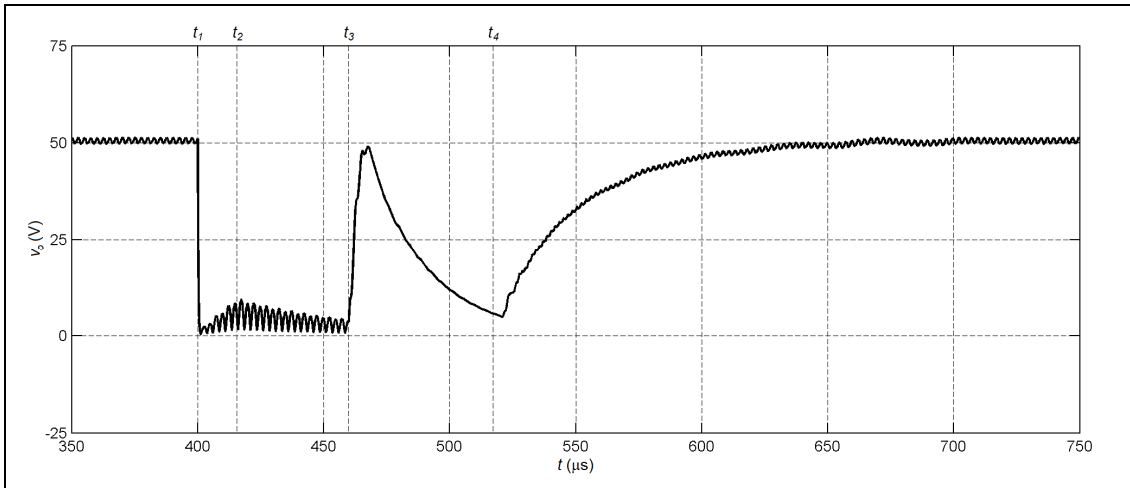


Figura 6.59 – Tensão v_o , situação sem TVS.

A amplitude elevada de i_p leva ao aparecimento de uma tensão elevada em C_1 e no primário da interface indutiva (cerca de 540 V de pico). Estes valores elevados de tensão e corrente obrigam a um sobredimensionamento considerável de C_1 e ao reforço do isolamento no primário da interface, para além de constituírem um risco. Entre t_1 e t_2 (durante t_p), o circuito visto pela ponte H resume-se ao circuito RLC série constituído por C_1 , por $L_1(1-k_L^2)$ e pela resistência refletida pelo transformador ideal subjacente. De facto, como esta resistência é muito baixa devido ao curto-circuito, pode-se considerar que $L_1.k_L^2$ está também em curto-circuito (ficando sem efeito), notando que o fator de qualidade do circuito RLC resultante é elevado. No intervalo de t_2 a t_3 , o curto-circuito permanece e a ponte H está em repouso (Q_{201} e Q_{203} fechados, como referido); o decaimento exponencial da amplitude de i_p deve-se à dissipação da energia acumulada até à atuação da proteção, correspondendo à resposta natural do referido circuito RLC , cuja frequência é também de 200 kHz. De t_3 a t_4 já não há curto-circuito e a ponte H continua em repouso, dado estar-se ainda dentro do intervalo de *hiccup*. Neste intervalo, a amplitude de i_p decai acentuadamente devido à dissipação extra de energia na carga (agora reposta), e a frequência da resposta natural desce devido à reintrodução de $L_1.k_L^2$. Em t_3 , como a amplitude de i_p ainda é significativa (bastante superior ao valor nominal), a remoção do curto-circuito leva a uma transferência de energia repentina do primário para o secundário, causando uma subida abrupta de v_o . Se t_3 ocorresse mais cedo, a amplitude de i_p seria ainda maior e v_o ultrapassaria o valor nominal (≈ 50 V), como se constatou noutras simulações. Esta possibilidade de sobretensão representa um risco para a carga, daí ter-se afirmado acima que os curto-circuitos muito breves ou intermitentes representam o pior caso relativamente à carga. Finalmente, em t_4 termina o intervalo de *hiccup*, procedendo-se ao arranque suave. Numa aplicação real, note-se que i_p será garantidamente nula aquando do arranque suave em t_4 , independentemente do curto-circuito ter sido removido ou não, uma vez que o intervalo de *hiccup* real é muito maior que o tempo de decaimento de i_p nessas situações.

Nas Figuras 6.60 e 6.61 apresenta-se i_p e v_o (respetivamente) para a situação com TVS, onde t_2 , t_3 e t_4 têm o mesmo significado que na situação sem TVS. Graças à ação limitadora do TVS, a amplitude máxima de i_p não ultrapassa agora os 25 A (um quarto da verificada na situação anterior), e a tensão de pico máxima em C_1 e no primário da interface é de cerca de 100 V e 150 V, respetivamente, sendo valores aceitáveis.

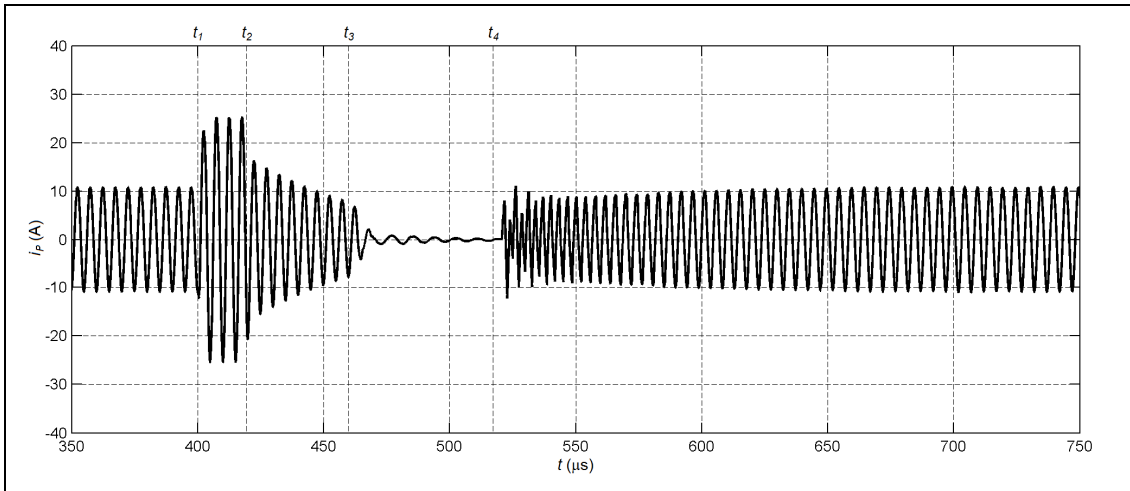


Figura 6.60 – Corrente i_p , situação com TVS.

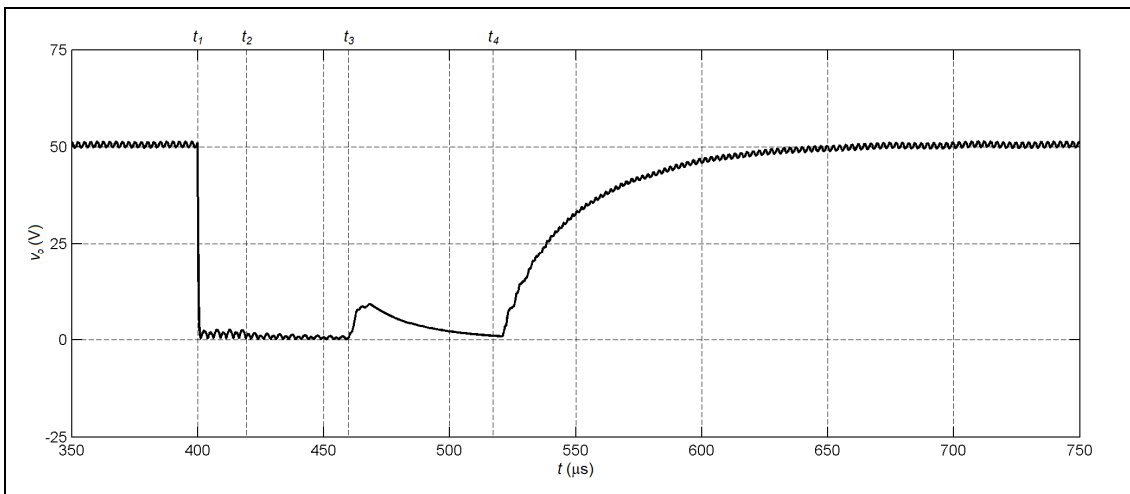


Figura 6.61 – Tensão v_o , situação com TVS.

Contudo, o tempo de atuação da proteção aumenta ligeiramente ($t_p = 19,5 \mu s$), o que continua a ser aceitável. O TVS entra em condução enquanto a proteção não atua (durante t_p), dissipando uma potência bastante elevada nesse intervalo; contudo, a dissipação de energia é reduzida, dada a curta duração de t_p . Experimentalmente, não se detetou qualquer aquecimento significativo do TVS (nem de componente nenhum) num curto-circuito de longa duração (1 minuto, cerca de 60 ciclos de *hiccup*, portanto). Em t_3 pode-se constatar que a subida de v_o é bem mais modesta, devido à menor amplitude de i_p nesse instante (menos energia armazenada). De facto, experimentou-se noutras simulações adiantar t_3 tanto quanto possível, não se tendo conseguido que a subida de v_o ultrapassasse o seu valor nominal. Assim sendo, pode-se considerar que a inclusão do TVS resolve todos os problemas apontados numa situação de curto-circuito.

Por fim, importa referir que a implementação de um sistema de proteção adequado revelou-se fundamental na fase experimental, já que houve vários eventos que de outra forma poderiam ter danificado significativamente o sistema de conetores *contactless*, comprometendo a segurança e provocando atrasos significativos no trabalho.

6.3.1.3 – Descrição da PCB do Emissor.

Na Figura 6.62 apresenta-se a PCB do emissor já montada. Trata-se de uma placa de tecnologia híbrida (componentes SMD e *through-hole*), de dupla face e de dimensão 82 mm x 97 mm, tendo apenas componentes na face superior. Os invólucros (*packages*) dos componentes SMD foram escolhidos de forma a não serem demasiado pequenos para um processo de soldadura manual.

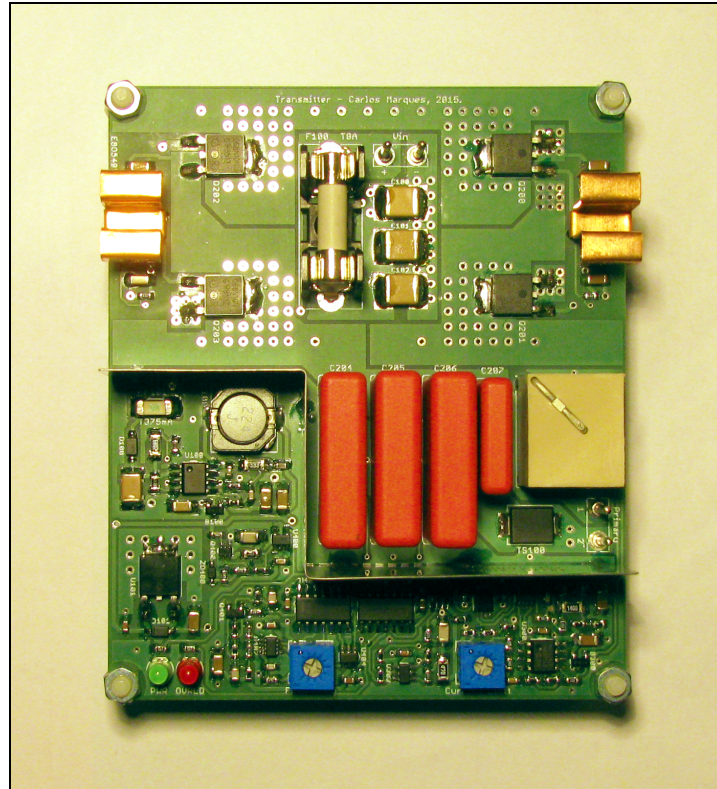


Figura 6.62 – PCB do emissor montada.

A parte de potência (em cima) e a parte de instrumentação e controlo (em baixo) estão separadas por um tabique metálico para blindagem eletromagnética, a fim de minimizar a interferência na parte de instrumentação e controlo. Esta precaução é importante, sobretudo porque as correntes em jogo são significativas e variam rapidamente no tempo, pelo que a possibilidade de indução de tensões parasitas nas pistas mais longas da parte de instrumentação e controlo (por indução magnética) é considerável. No mesmo sentido, procurou-se minimizar o comprimento das pistas mais sensíveis. O *layout* da PCB foi cuidadosamente planeado, quer em termos de colocação de componentes, quer em termos de percurso de massa, tendo-se procedido à separação das massas da parte de potência e da parte de instrumentação e controlo, e recorrido a planos de massa sempre que possível. Toda a dissipação de calor é feita através de zonas de cobre na PCB, que na maioria dos casos foram implementadas em ambas as faces da PCB e interligadas por *vias* (furos metalizados), que asseguram a condução calorífica e elétrica; os MOSFETs da ponte H (em cima) são um bom exemplo. Como exceções tem-se U_{200} e U_{201} (*half-bridge drivers*), cujos dissipadores de calor (em cima, à esquerda e à direita) foram implementados *a posteriori* na fase experimental, dado ter-se detetado um aquecimento excessivo destes *drivers* quando a tensão de alimentação do sistema (em J_{100}) excedia cerca de 45 V. O componente bege à direita dos condensadores ressonantes (C_{204} a C_{207}) é o transformador de corrente TR_{200} , abaixo do qual se encontra o TVS TS_{200} . Note-se que este componente é erradamente referido como TS_{100} na

serigrafia da PCB, por lapso. À esquerda dos condensadores ressonantes (depois do tabique de blindagem) encontra-se o conversor *buck* (centrado em U_{100}) e o regulador linear (U_{101}).

6.3.2 – Recetor.

Para além da bobina do secundário da interface indutiva, o recetor é constituído por um retificador de onda completa (em ponte) com um condensador de filtragem de *ripple* na saída, como aquele utilizado nas simulações das últimas secções. Todavia, atendendo a que o recetor deve poder ser embebido num têxtil, a sua conceção deve considerar duas restrições fundamentais: tamanho (sobretudo a espessura) e aquecimento reduzidos. A restrição de tamanho obriga ao uso exclusivo de componentes SMD de baixo perfil, a restrição de aquecimento obriga à maximização do rendimento na retificação.

6.3.2.1 – Descrição Funcional do Recetor.

Numa implementação real, a ponte retificadora do recetor seria à partida constituída por quatro díodos (discretos ou integrados), naturalmente. Contudo, na presente aplicação, essa solução implicaria uma dissipação de potência nos díodos relativamente elevada, devido à inevitável queda de tensão direta destes e à corrente relativamente elevada em jogo. Com efeito, mesmo que se recorresse a díodos Schottky (menor tensão direta), a queda de tensão direta ainda seria de cerca de 0,5 V por diodo, considerando uma corrente média de 5 A e um diodo com uma tensão inversa máxima de 100 V (diodo FSV12100V, por exemplo). À carga máxima prevista ($R_L = 10 \Omega$, $P_L = 250 \text{ W}$), a potência total dissipada na ponte seria de cerca de 5 W ($2 \times 0,5 \text{ V} \times 5 \text{ A}$). Numa tentativa de aumentar o rendimento e reduzir o aquecimento, optou-se por recorrer à retificação síncrona. Sucintamente, este tipo de retificação consiste na emulação de um diodo com queda de tensão direta muito baixa a partir de um comutador eletrónico (MOSFET, geralmente), atuando sobre este de acordo com a polaridade da tensão e corrente em questão, que tem portanto que ser monitorizada.

a) Diagrama de Blocos.

No mercado existem já diversos circuitos integrados controladores de retificação síncrona, que permitem a emulação do referido diodo através de um MOSFET de potência externo. No recetor, a ponte retificadora de onda completa é construída a partir de quatro desses sistemas (MOSFET de canal N e respetivo controlador), como representado no diagrama de blocos da Figura 6.63, que inclui o esquema elétrico simplificado. O tema da retificação síncrona não é novo, existindo nomeadamente diversos trabalhos relativos à implementação síncrona de pontes retificadoras de onda completa, dos quais se destacam [29, 30, 31], notando contudo que esses trabalhos abordam a retificação síncrona à frequência da rede elétrica (50 Hz ou 60 Hz). Basicamente, a implementação da figura 6.63 é uma adaptação da topologia descrita em [29] para operação a alta frequência.

No diagrama da figura 6.63, o secundário da interface indutiva liga a J_1 ; a tensão de saída do recetor (V_{out}) está disponível em J_2 , a ligar à carga R_L . A alimentação (+12V) dos controladores de retificação síncrona (U_1 a U_4) é assegurada por um conversor *buck* (U_5) idêntico ao do emissor, que por sua vez é alimentado a partir de V_{out} . Note-se que os elementos superiores da ponte retificadora (no *high-side*) são alimentados por *bootstrapping* através de D_1 e D_2 , de forma similar à descrita no âmbito da ponte H do emissor. Os condensadores C_2 , C_3 , C_6 e C_7 funcionam essencialmente como condensadores de *bootstrapping*, os condensadores C_4 , C_5 , C_8 e C_9 são condensadores de desacoplamento, e C_{10} e C_{11} implementam o condensador de filtragem de *ripple*.

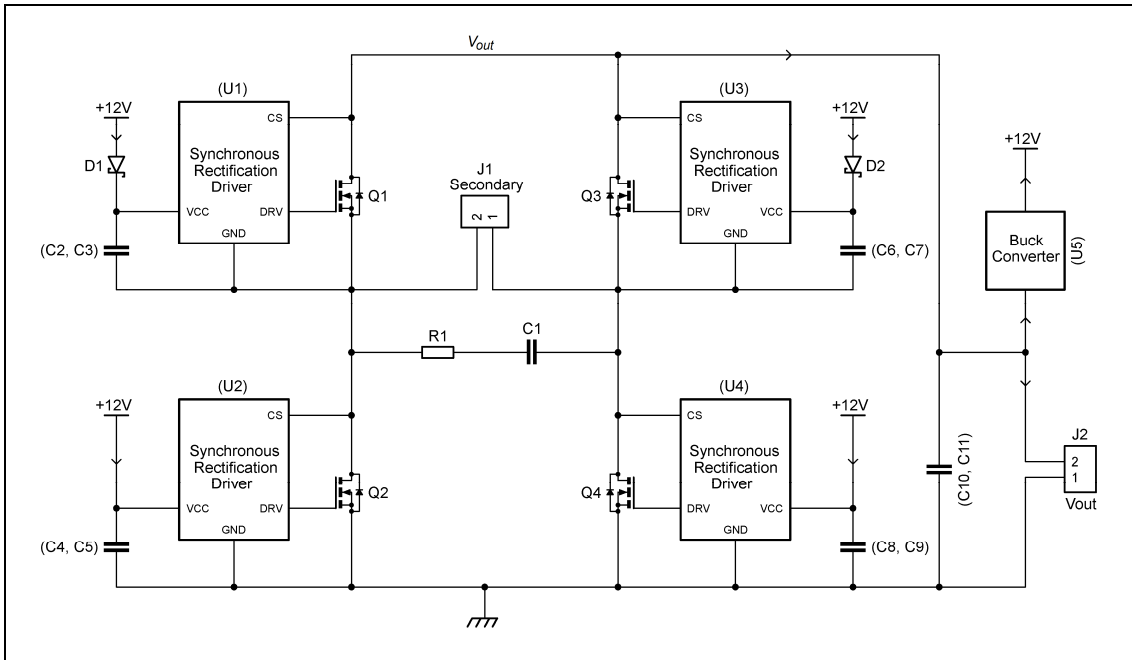


Figura 6.63 – Diagrama de blocos do recetor com esquema simplificado.

Numa implementação de retificação síncrona por MOSFET de canal N, a polaridade do díodo emulado coincide com a do díodo parasita do MOSFET. Assim sendo, no arranque do recetor, o processo de carga do condensador de *ripple* começa automaticamente através dos díodos parasitas de Q_1 a Q_4 , enquanto V_{out} não é suficiente para o arranque do conversor *buck*, a partir do qual começa a retificação síncrona.

b) Controlador de Retificação Síncrona.

Vai-se agora descrever sucintamente a operação do controlador de retificação síncrona utilizado (NCP4304A), remetendo-se qualquer informação adicional para a respetiva *datasheet*. Na Figura 6.64 apresenta-se o esquema elétrico de aplicação desse controlador, na configuração utilizada no recetor.

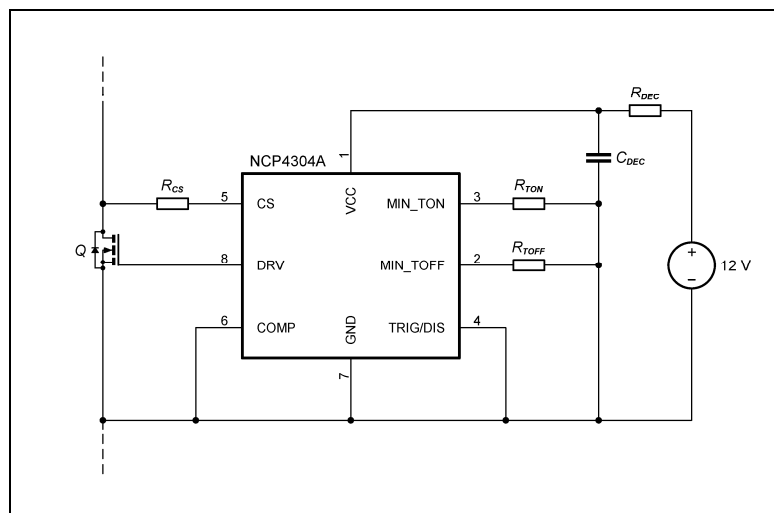


Figura 6.64 – Esquema de aplicação do controlador síncrono.

Ignorando para já a temporização definida por R_{TON} e R_{TOFF} , a ação do controlador é determinada pela tensão v_{ds} de Q , um MOSFET de canal N, que é monitorizada através do pino

CS. Assim que v_{ds} for negativa, Q é fechado e o respetivo díodo parasita é colocado em curto-circuito. Desta forma, o díodo emulado entra em condução, sendo a sua queda de tensão direta (ou v_{ds}) determinada apenas pela corrente de dreno i_d e por $R_{ds(ON)}$ de Q . Nesta fase, note-se que Q opera no modo Ohmico (ou de tríodo) inverso, dado que tanto v_{ds} como i_d são negativas, o que é possível graças à natureza bidirecional dos MOSFETs. Quando v_{ds} passar por zero (assumindo $R_{CS} = 0$) devido à passagem por zero de i_d , Q é aberto e o díodo emulado fica ao corte, voltando apenas a conduzir quando v_{ds} for negativa. Uma vez que a comutação de Q é sempre feita a uma tensão v_{ds} bastante reduzida, pode-se considerar que esse MOSFET opera em regime de comutação suave ZVS, o que beneficia adicionalmente o rendimento. Se desejado, a tensão v_{ds} de limiar para o corte do díodo emulado pode ser aumentada no sentido negativo através do aumento de R_{CS} . Note-se que este aumento leva ao adiantamento da abertura de Q relativamente à passagem por zero de i_d ; neste caso, i_d circula pelo díodo parasita de Q desde a abertura deste até à passagem por zero de i_d . No recetor optou-se por fazer $R_{CS} = 0$, procurando-se maximizar o tempo de condução do díodo emulado relativamente ao do díodo parasita de Q .

Segundo a *datasheet* do controlador, as reactâncias parasitas podem originar oscilações rápidas aquando da comutação de Q , levando a uma série de comutações rápidas que podem desestabilizar o sistema. Para evitar essas comutações rápidas, o controlador impõe uma duração mínima incondicional ao intervalo de tempo em que Q está fechado ($T_{ON(min)}$) e ao intervalo de tempo em que Q está aberto ($T_{OFF(min)}$), que podem ser ajustados através de R_{TON} e R_{TOFF} , respetivamente. No recetor, essas resistências foram determinadas de forma a que $T_{ON(min)} = 500$ ns e $T_{OFF(min)} = 900$ ns. Esta temporização foi estabelecida considerando a frequência de operação máxima de 500 kHz, que ocorre no arranque suave, recorde-se.

O condensador C_{DEC} é o condensador de desacoplamento ou de *bootstrapping*; R_{DEC} é uma resistência de baixo valor que aumenta o desacoplamento do controlador relativamente à linha de +12V. A implementação desta resistência visa a diminuição da amplitude do pico de corrente puxado da linha de +12V aquando do fecho de Q . De facto, tal como discutido relativamente à inclusão de R_A e R_B no emissor, verificou-se experimentalmente que esses picos de corrente causavam alguma instabilidade no conversor *buck* (U_5). No esquema elétrico completo, R_{DEC} é implementada por R_C a R_F . Estas resistências foram inseridas *a posteriori*, tal como R_A e R_B do emissor.

c) *Snubber* e Operação a Carga Reduzida.

A função do *snubber* $R_1 - C_1$ da figura 6.63 é o amortecimento das oscilações que ocorrem no secundário quando a ponte retificadora cessa a condução, como já discutido no âmbito das simulações SPICE das secções 6.2.1 e 6.2.2. Essas oscilações são mais pronunciadas em situação de carga reduzida, já que aí o ângulo de condução da ponte retificadora é pequeno. Nesta situação, a ação do *snubber* é particularmente crítica para a retificação síncrona implementada, uma vez que as referidas oscilações podem levar ao fecho erróneo de Q_1 a Q_4 , que durará pelo menos 500 ns ($T_{ON(min)}$). Para cargas muito reduzidas, onde o ângulo de condução da ponte é particularmente pequeno, o disparo de $T_{ON(min)}$ pode mesmo levar a situações de *shoot-through* na ponte. Assim sendo, os valores de R_1 e C_1 foram determinados experimentalmente para a pior situação em termos de carga (sem qualquer carga em J_2), tendo-se de facto verificado nessa situação que a ausência do *snubber* (ou o seu incorreto

dimensionamento) levava a proteção do emissor a atuar, denunciando a ocorrência de curto-circuito no recetor por *shoot-through* na ponte.

A grande desvantagem do *snubber* implementado está no facto de a potência dissipada em R_1 ser relativamente elevada, a avaliar pelo seu aquecimento notório. Existem várias soluções para contornar este problema, a avaliar futuramente: conceber um *snubber* mais eficiente, refazer o controlo da retificação síncrona de forma a evitar situações de *shoot-through* na ponte, impor ou especificar uma carga mínima, habitar a retificação síncrona apenas para cargas elevadas (onde ela é mais necessária), etc..

6.3.2.2 – Descrição da PCB do Recetor.

Na Figura 6.65 apresenta-se a PCB do recetor já montada. Trata-se de uma placa em tecnologia SMD, de dupla face e de dimensão 82 mm x 52 mm, tendo apenas componentes na face superior.

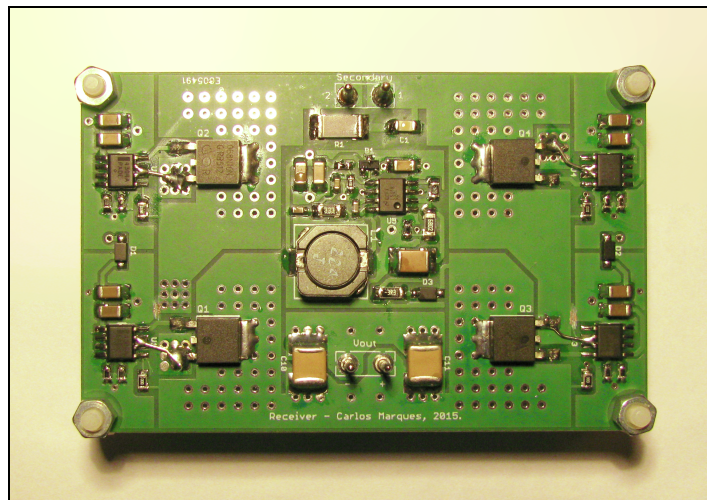


Figura 6.65 – PCB do recetor montada.

O conversor *buck* (centrado em U_5) encontra-se ao centro, sendo ladeado pelos MOSFETS da ponte retificadora (Q_1 a Q_4); os controladores de retificação síncrona (U_1 a U_4) encontram-se à esquerda e à direita. Tal como no emissor, os invólucros (*packages*) dos componentes foram escolhidos de forma a não serem demasiado pequenos para um processo de soldadura manual, tendo contudo agora o cuidado de utilizar apenas invólucros de baixo perfil, pelas razões já apresentadas. Os cuidados relativos ao *layout* da PCB apontados no emissor foram também aqui seguidos, nomeadamente no que toca ao posicionamento de componentes e ao percurso de massa. À semelhança do emissor, toda a dissipação de calor foi implementada por zonas de cobre em ambas as faces da PCB, interligadas por *vias*.

6.3.3 – Teste do Sistema Experimental.

Na Figura 6.66 apresenta-se o sistema experimental completo. A tensão V_{in} que alimenta o sistema (J_{100}) é fornecida pelo cabo do canto superior esquerdo, a tensão de saída V_{out} (J_2) é encaminhada para a carga através do cabo do canto inferior direito. A tensão V_{in} provém de um transformador variável com uma ponte retificadora (onda completa) e um banco de condensadores de filtragem de *ripple* (4×10 mF) na saída, sendo portanto ajustável. A ponte retificadora foi instalada num dissipador de calor de alumínio, o que se revelou importante nos testes a maior potência.

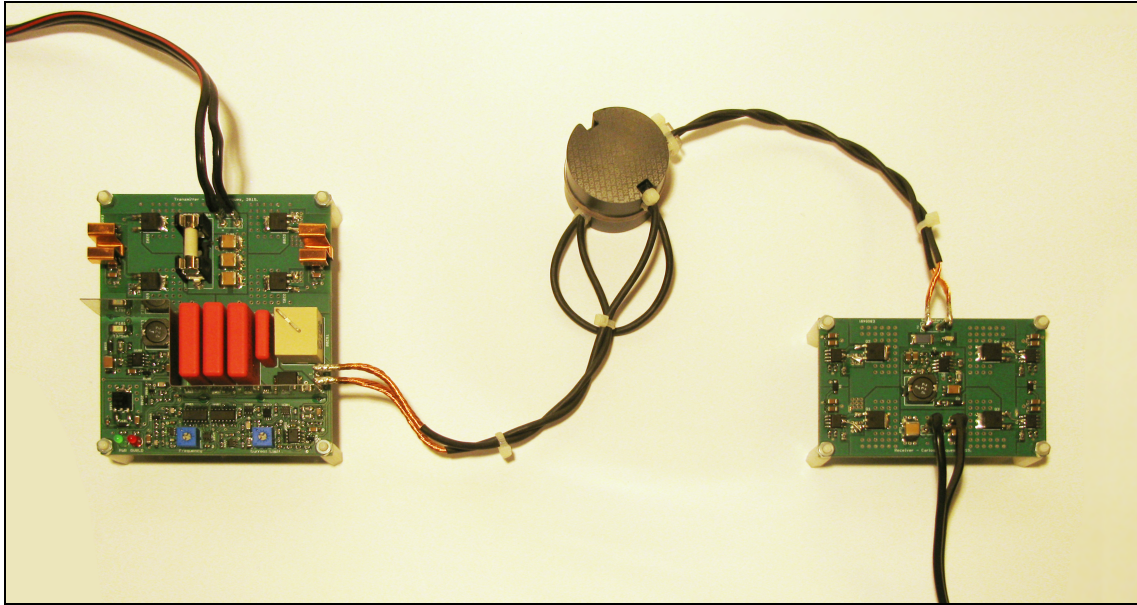


Figura 6.66 – Sistema experimental completo.

6.3.3.1 – Procedimento Experimental.

Após os testes funcionais preliminares a baixa potência, o procedimento experimental compreenderá duas fases. Na primeira fase vai-se proceder ao teste de carga variável, no qual se pretende aferir o comportamento do sistema para diversas situações de carga, desde $R_L \rightarrow \infty$ até $R_L = 10 \Omega$, que é a carga máxima considerada no estudo e dimensionamento da interface indutiva. Na segunda fase vai-se proceder ao teste de carga máxima, no qual se pretende levar o sistema ao limite, a fim de avaliar qual a potência máxima suportada e quais os elementos limitativos do sistema.

No âmbito do procedimento experimental, considerem-se os parâmetros que constam da Tabela 6.13. O parâmetro S_{int} é a densidade superficial de potência na interface indutiva, merecendo alguma clarificação adicional.

PARÂMETRO	DESCRIÇÃO	DETERMINAÇÃO
V_i	Tensão média de entrada	Medida em J_{100} (coincide com V_{in})
I_i	Corrente média de entrada	Medida em J_{100}
V_o	Tensão média de saída	Medida em J_2 (coincide com V_{out})
I_o	Corrente média de saída	Medida em J_2
v_P	Tensão no primário	Medida em J_{200}
i_P	Corrente no primário	Medida em J_{200}
v_S	Tensão no secundário	Medida em J_1
i_S	Corrente no secundário	Medida em J_1
P_i	Potência média de entrada	$P_i = V_i \cdot I_i$
P_o	Potência média de saída	$P_o = V_o \cdot I_o$
A_v	Ganho em tensão	$A_v = V_o / V_i$
η	Rendimento ou ganho em potência	$\eta = P_o / P_i$
S_{int}	Densidade de potência na interface	$S_{int} = 2(P_i + P_o) / (\pi \cdot D^2)$

Tabela 6.13 – Parâmetros do procedimento experimental.

O parâmetro S_{int} pretende quantificar a densidade de potência conseguida na interface, no sentido referido no capítulo 1 (secção 1.2). A potência em questão é a potência média associada à transferência de energia entre primário e secundário, cuja densidade superficial é avaliada sobre a área do secundário que se encontra sob as peças de ferrite do primário, tratando-se portanto de um círculo com 36 mm de diâmetro. O parâmetro S_{int} é definido como a razão entre a média aritmética de P_i e P_o e a área do círculo de diâmetro D sobre o qual se pretende avaliar a densidade, tratando-se portanto de um parâmetro indicativo; a fórmula apresentada na tabela 6.13 resultou de alguma manipulação algébrica. Note-se que esta definição pressupõe que a densidade de potência é uniforme ao longo da área em questão. A unidade de S_{int} a considerar é o W/cm^2 , dada a sua conveniência no presente contexto, pelo que D deverá ser expresso em cm ($D = 3,6$ cm), em vez da unidade SI.

A medição das correntes sem componente contínua (i_p e i_s) recorreu a um transformador de corrente com uma relação de transformação $\sigma = 100$ (ganho de corrente $A_{it} = 1/100$), modelo B82801B0205A100 (TDK); a carga de secundário deste transformador consistiu numa resistência de 100 Ω . Na medição de i_p , optou-se por não recorrer ao transformador TR_{200} , para que i_p e i_s fossem medidas nas mesmas condições. Além disso, o transformador utilizado tem o dobro da largura de banda relativamente a TR_{200} (1 MHz *versus* 500 kHz), o que assegura à partida uma maior precisão na medição (menor atenuação da componente harmónica). Inicialmente, procedeu-se à medição de i_p e i_s por resistência sensora de corrente, tendo-se contudo verificado que o acréscimo de resistência por efeito pelicular e o efeito da indutância parasita influenciavam significativamente a medição, devido ao valor necessariamente baixo dessa resistência. Todavia, esse método é já adequado para a medição de I_i e I_o , uma vez que as correntes associadas (i_i e i_o) têm uma componente contínua significativa. Assim sendo, a medição de I_i e I_o recorreu a uma resistência sensora de corrente de 20 m Ω , com quatro terminais (13FPR020E, Ohmite).

Os parâmetros da interface indutiva (v_p , v_s , i_p e i_s) foram medidos através de um osciloscópio digital, procurando-se com isso sobretudo registar as respetivas formas de onda; os parâmetros V_i , V_o , I_i e I_o foram também medidos através do osciloscópio digital, tendo os valores médios em questão sido avaliados num período de 500 ms, recorrendo às capacidades de processamento digital de sinal do osciloscópio. Esse período foi escolhido de forma a ser muito maior que o período do *ripple* de menor frequência (100 Hz).

O teste de carga variável vai ser feito nas condições nominais de carga da Tabela 6.14, para as quais se vai ajustar V_i de forma a que $V_o = 50$ V. Note-se que as condições de carga consideradas foram condicionadas pelas resistências de potência disponíveis.

CARGA	I_o	P_o
$R_L = 10 \Omega$	5 A	250 W
$R_L = 33,3 \Omega$ (100 Ω 50 Ω)	1,5 A	75 W
$R_L = 100 \Omega$	0,5 A	25 W
$R_L \rightarrow \infty$	0	0

Tabela 6.14 – Condições do teste de carga variável.

No teste de carga máxima vai-se jogar com V_o e R_L na procura da carga máxima suportada, tendo contudo a precaução de garantir que $V_i < 70$ V (tensão de entrada máxima suportada, apontada no esquema elétrico) e $I_i < 6,5$ A (por causa de F_{100}).

6.3.3.2 – Resultados Experimentais.

Nos testes funcionais preliminares a baixa potência, constatou-se que as várias secções estavam a funcionar como esperado, nomeadamente no que toca ao arranque suave. Assim sendo, passou-se ao ajuste preciso da frequência de operação: fazendo $R_L = 10 \Omega$, atuou-se sobre VR_{400} de forma a minimizar a componente harmónica de i_p (a essa carga i_p é sinusoidal, como se viu na simulação SPICE), donde resultou uma frequência de operação de 208,5 kHz. Note-se que esta frequência é ligeiramente superior a 200 kHz, como esperado (secção 6.3.1.1 b)). Com o sistema completamente operacional, passou-se então ao teste de carga variável.

a) Teste de Carga Variável.

Os resultados do teste de carga variável são apresentados na Tabela 6.15. Para todas as situações de carga, $V_o = 50 \text{ V}$, recorde-se. O primeiro aspecto a assinalar é o elevado rendimento que ocorre à carga máxima considerada (acima de 95%), indicando que o sistema pode efetivamente ser viável. A descida de rendimento verificada com a redução da carga foi já prevista na secção 6.2.2, tendo a ver com a circulação de correntes elevadas na ponte H em situação de carga reduzida, recorde-se. Essa descida de rendimento deve-se ainda ao facto de a redução de carga aumentar a contribuição da potência em vazio (5 W, $R_L \rightarrow \infty$) para a potência total (P_i). A regulação de carga é bastante boa para a década $10 \Omega \leq R_L \leq 100 \Omega$, a avaliar pela constância de A_v nesse intervalo, notando que A_v é praticamente unitário, tal como pretendido. Em vazio, a regulação de carga degrada-se ligeiramente, embora tal não seja à partida problemático.

CARGA	V_i	P_i	P_o	A_v	η	S_{int}
$R_L = 10 \Omega$	48,7 V	256 W	244,5 W	1,027	95,51%	24,59 W/cm ²
$R_L = 33,3 \Omega$	47,8 V	80 W	73,5 W	1,046	91,88%	7,54 W/cm ²
$R_L = 100 \Omega$	46,7 V	29,8 W	24,8 W	1,071	83,22%	2,68 W/cm ²
$R_L \rightarrow \infty$	40,8 V	5 W	0	1,225	0	0,25 W/cm ²

Tabela 6.15 – Resultados do teste de carga variável.

Nas Figuras 6.67 a 6.74 apresenta-se as tensões e correntes medidas na interface indutiva (v_p , i_p , v_s e i_s) para as situações de carga consideradas. Para $R_L = 10 \Omega$, pode-se constatar que as tensões e correntes na interface indutiva estão bastante próximas das previstas por simulação SPICE (figuras 6.41 e 6.42). À medida que a carga decresce, observa-se efetivamente que a forma de i_p passa de sinusoidal a triangular, como discutido na secção 6.2.2, embora se observe também alguma distorção na forma triangular. Para carga reduzida, as tensões e correntes no secundário têm uma elevada componente harmónica, superior à que seria de esperar com base na simulação SPICE, que pode estar na origem da degradação da regulação de carga para $R_L \rightarrow \infty$. Essa discrepância poderá ter três principais origens: o facto de na simulação não se terem considerado quaisquer reactâncias parasitas, nomeadamente a capacidade parasita da interface indutiva; a ação do *snubber* ser mais proeminente que a do *snubber* utilizado na simulação (os componentes desses *snubbers* têm valores diferentes), a nível de i_s ; e a ocorrência de comutação errónea na retificação síncrona. A última hipótese foi descartada, dado ter-se constatado que, para todas as situações de carga consideradas, os comutadores da retificação síncrona (Q_1 a Q_4) comutavam apenas uma vez por período, tal como suposto.

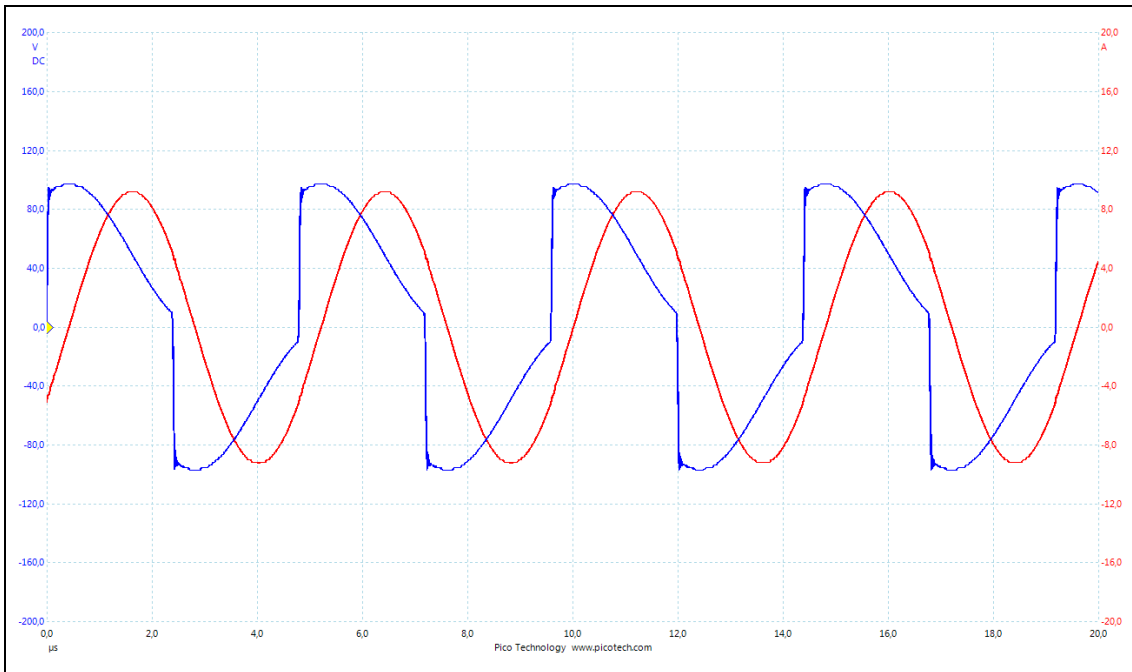


Figura 6.67 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 10 \Omega$.

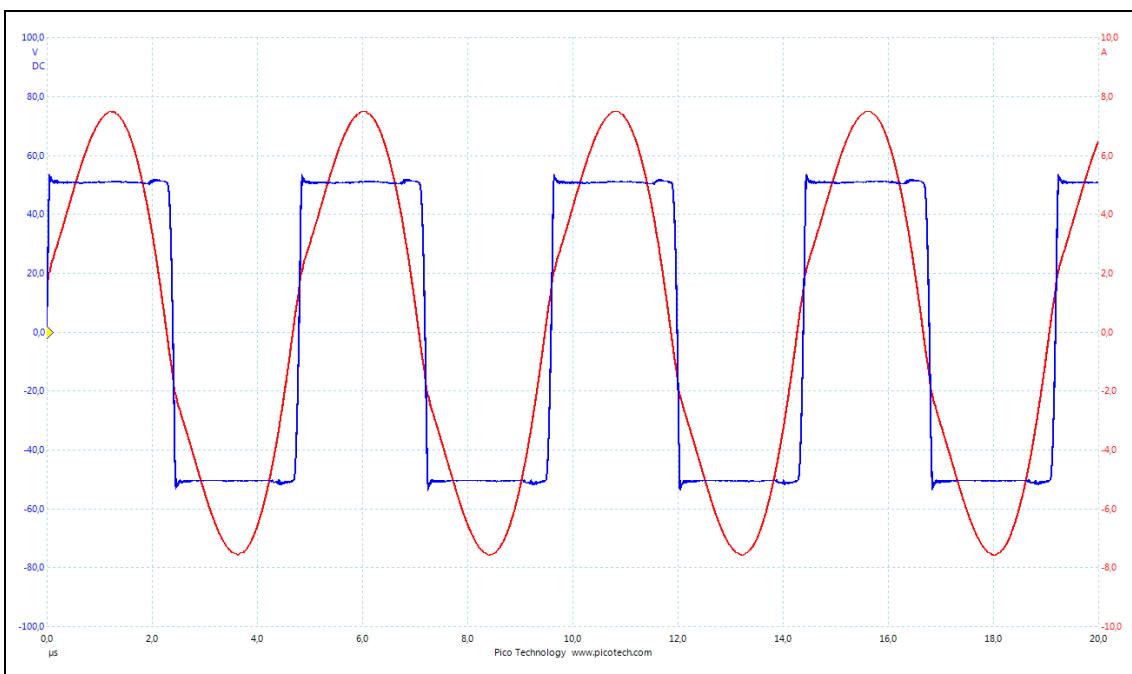


Figura 6.68 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 10 \Omega$.

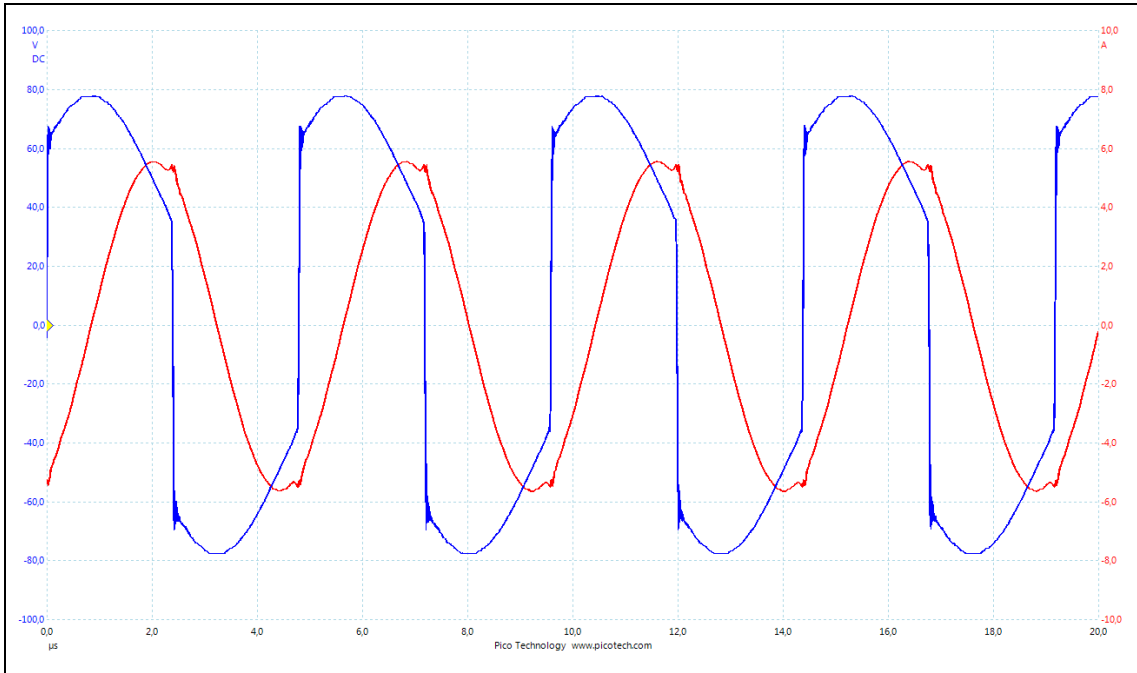


Figura 6.69 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 33,3 \Omega$.

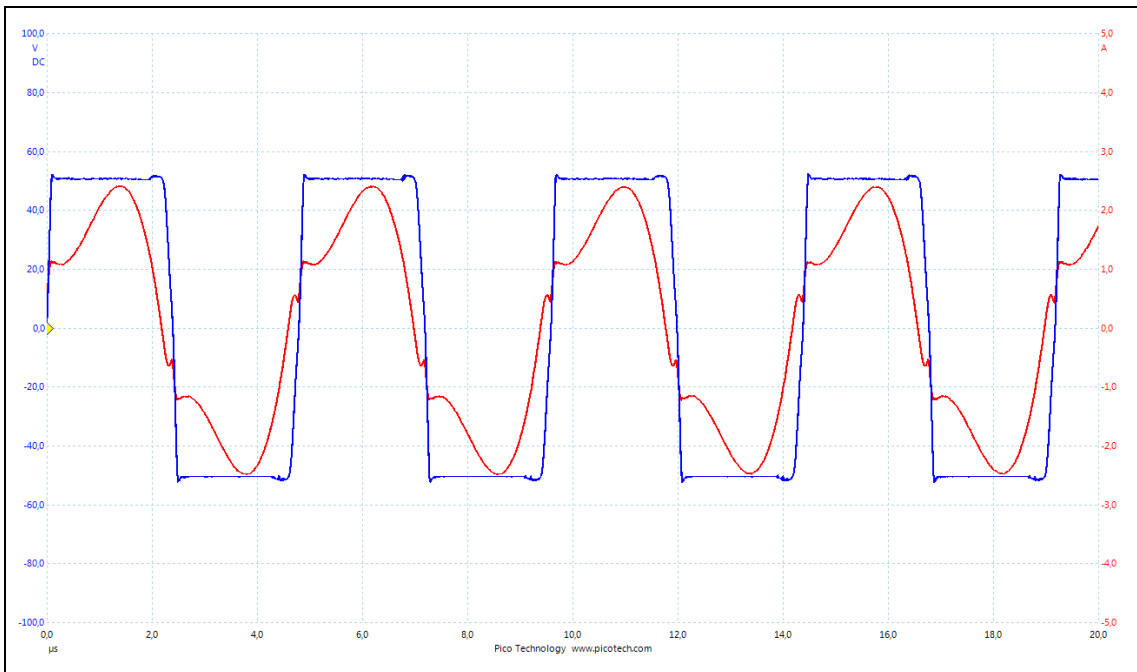


Figura 6.70 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 33,3 \Omega$.

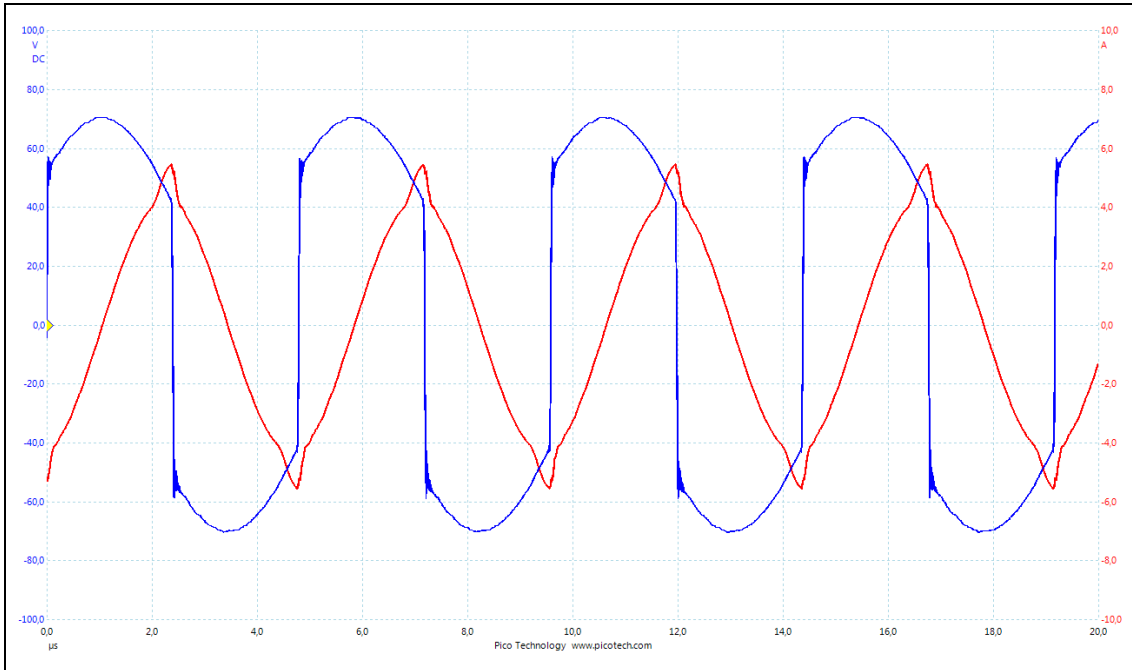


Figura 6.71 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L = 100 \Omega$.

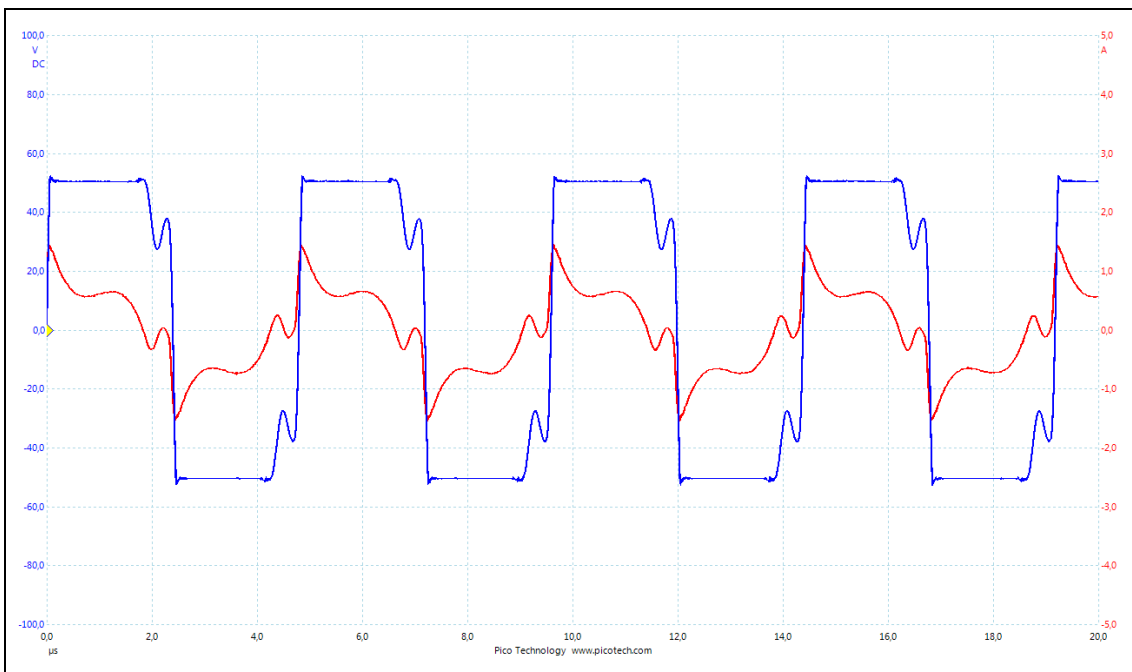


Figura 6.72 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L = 100 \Omega$.

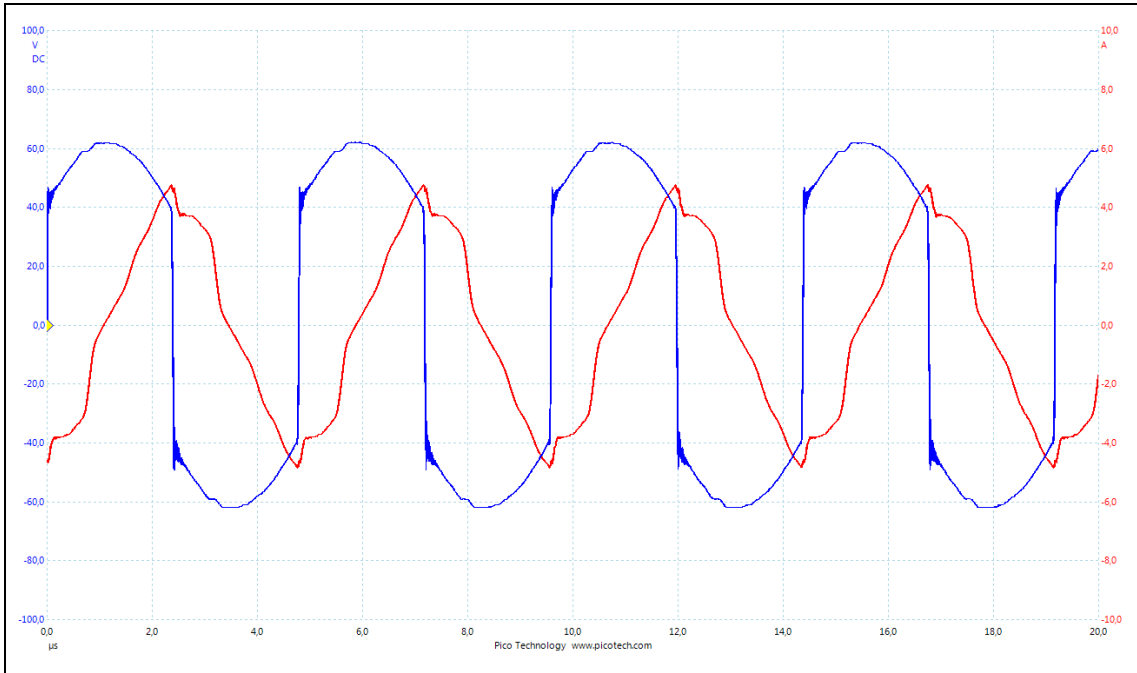


Figura 6.73 – Tensão e corrente no primário (v_p e i_p) para $R_L \rightarrow \infty$.

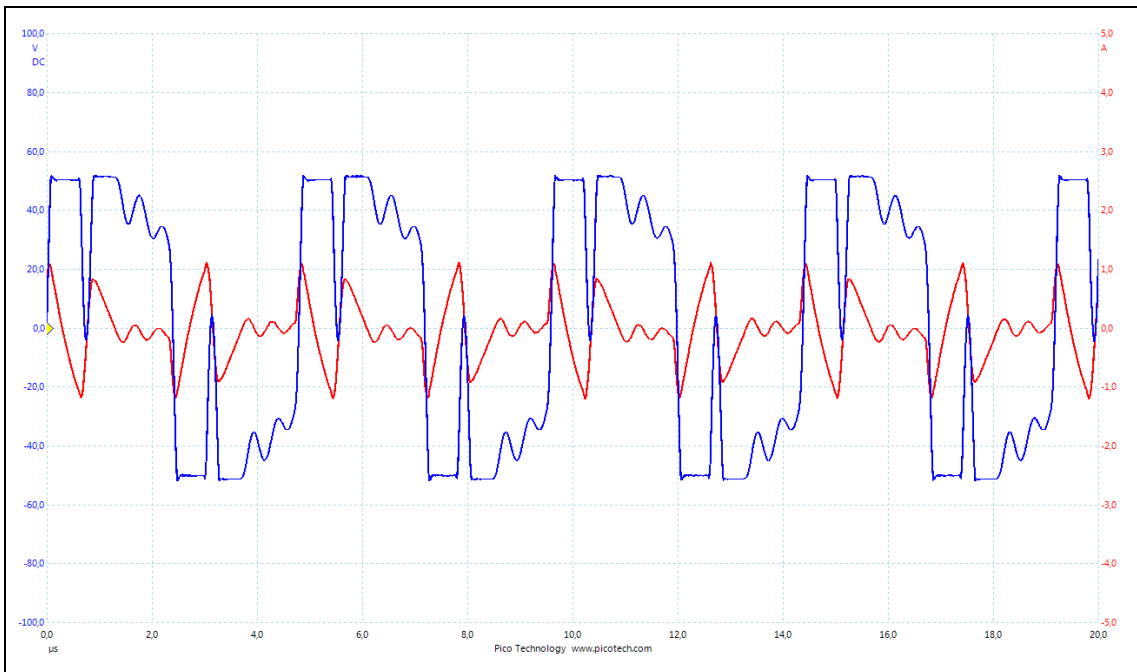


Figura 6.74 – Tensão e corrente no secundário (v_s e i_s) para $R_L \rightarrow \infty$.

Para $R_L = 10 \Omega$, cada elemento da ponte retificadora (Q_1 a Q_4) conduz durante metade do período associado à frequência de operação (durante cerca de $2,4 \mu s$), pelo que o ângulo de condução da ponte nessa situação é de 180° . Contudo, constatou-se que esses elementos apenas operavam em regime de retificação síncrona durante cerca de $1,9 \mu s$ (ângulo de condução de $142,5^\circ$), o que significa que a corrente teria necessariamente que passar pelos díodos parasitas dos MOSFETs durante os restantes $0,5 \mu s$, denunciando um desempenho subóptimo da retificação síncrona. Talvez por este motivo, verificou-se que Q_1 a Q_4 aqueciam consideravelmente para $R_L = 10 \Omega$ (bem mais que os MOSFETs da ponte H do emissor, que são idênticos), o que torna o recetor no elo mais fraco do sistema. Em termos de aquecimento nessa condição de carga, segue-se-lhe a interface indutiva (com um aquecimento ainda admissível) e finalmente o emissor, sem qualquer aquecimento pronunciado. Note-se que os níveis de aquecimento descritos são puramente qualitativos, tendo-se baseado unicamente no tacto, dada a ausência de um instrumento adequado para medição de temperatura. Não foi possível determinar com exatidão a razão do desempenho subóptimo da retificação síncrona, embora se suspeite que este decorra da ação de reactâncias e/ou resistências parasitas sobre a monitorização de v_{ds} dos MOSFETs, dado que a *datasheet* do controlador de retificação síncrona aponta nesse sentido. De qualquer forma, pelo exposto, pode-se considerar que a carga máxima suportada pelo sistema sem qualquer ventilação é de cerca de $250 W$.

Por fim, avaliou-se o aquecimento do secundário estando este em aberto ($i_S = 0$) e fazendo $V_i = 50 V$, a fim de aferir qualitativamente o parâmetro P_{E2} em vazio. O parâmetro P_{E2} representa exclusivamente a potência dissipada no secundário pelas correntes de remoinho que nele ocorrem, surgindo no contexto do modelo dissipativo da interface indutiva (figura 6.15), onde é utilizado para o cálculo de R_{E2} , recordando a secção 6.1.2.7 b). No final dessa secção referiu-se que o valor de P_{E2} em vazio (determinado por simulação FEA, tabela 6.8) é significativo ($1,434 W$), devendo originar um aquecimento notório do secundário nessa situação. De facto, após alguns minutos de operação, verificou-se por tacto um aquecimento perceptível do secundário, embora não tão pronunciado como seria de esperar. Nesta aparente inconsistência há ainda que ter em conta que, com o secundário em aberto, a forma de i_p é triangular no sistema experimental (com amplitude de $6,5 A$), enquanto que na simulação FEA se considerou que esta era sinusoidal. Posto isto, concluiu-se que, nesta fase, não há dados suficientes para validar experimentalmente o modelo dissipativo desenvolvido (figura 6.15).

Na medição de i_j , constatou-se que i_j tem uma componente alternada considerável, sobretudo em situação de carga reduzida (menor componente contínua), onde chega mesmo a ter picos negativos. Em consequência, a RFI gerada na alimentação do sistema pode ser considerável. Este fenómeno deve-se ao facto de a corrente de entrada da ponte H (na linha de alimentação V+) ter sempre picos negativos, que decorrem da troca de energia entre a alimentação (V+) e a carga vista pela ponte H, que é indutiva, como se viu. A eliminação dos picos negativos de i_j pode ser feita intercalando um diódo em série com F_{100} , forçando a que a troca de energia referida envolva apenas os condensadores C_{100} a C_{102} e a carga vista pela ponte. Contudo, a dissipação nesse diódo seria considerável, atendendo à sua queda de tensão direta e à corrente em jogo. Uma solução melhor seria substituir o diódo por uma bobina de indutância relativamente elevada (*choke*), de maneira a que a sua impedância na banda em questão fosse muito maior que a impedância associada aos condensadores C_{100} a C_{102} , implementando-se assim um filtro LC passa-baixo. Ao testar esta solução por simulação SPICE, constatou-se que a presença do *choke* leva a uma série de oscilações em V+ aquando do arranque da ponte H, mesmo em regime de arranque suave, concluindo-se assim que o dimensionamento do filtro LC é crítico. A redução das oscilações pode ser feita através da diminuição do fator de qualidade desse filtro (aumentando L e diminuindo C na mesma

proporção). De qualquer forma, este tópico não será desenvolvido, devido a restrições de ordem temporal.

b) Teste de Carga Máxima.

No teste de carga máxima procedeu-se à ventilação do recetor através de uma ventoinha, de forma a poder aumentar a carga do sistema sem comprometer o recetor. Jogando então com V_o e R_L tendo em conta as restrições indicadas ($V_i < 70$ V e $I_i < 6,5$ A) e monitorizando por tacto a temperatura dos elementos mais críticos, chegou-se à situação de carga máxima descrita na Tabela 6.16, que corresponde a uma potência de cerca de 350 W. Nesta situação, as formas de onda das tensões e correntes na interface indutiva são as mesmas das figuras 6.67 e 6.68 ($R_L = 10$ Ω), exceto nas amplitudes, tendo-se agora $|v_p| = 125$ V; $|i_p| = 10,8$ A; $|v_s| = 70$ V; $|i_s| = 8$ A.

PARÂMETRO	VALOR
R_L	12,5 Ω
V_i	64,4 V
V_o	66 V
P_i	369 W
P_o	353 W
A_v	1,025
η	95,66%
S_{int}	35,47 W/cm ²

Tabela 6.16 – Carga máxima alcançada.

Desta vez, o elo mais fraco foi a interface indutiva, dado que o secundário desta aquece consideravelmente. As peças de ferrite do primário também acabam por aquecer notoriamente, embora aparentemente tal se deva sobretudo ao aquecimento do secundário. Uma vez que não se detetou qualquer aquecimento pronunciado na bobina do primário, verifica-se efetivamente que o elo mais fraco da interface indutiva é o secundário, tal como previsto na simulação por FEA, embora este tenha acabado por superar as expectativas aí estabelecidas relativamente à potência máxima suportada (final da secção 6.1.2.7 b)). No emissor não se detetou qualquer aquecimento crítico, não se tendo portanto atingido o seu limite. Poderia-se ter aumentado ainda mais a carga, a fim de procurar esse limite; contudo, optou-se por não o fazer, dada a impossibilidade de arrefecer convenientemente o secundário, uma vez que este reside numa estrutura fechada.

6.3.4 – Melhoramentos e Trabalho Futuro.

Uma vez que o recetor é o elo mais fraco do sistema, o trabalho futuro passará necessariamente pela sua melhoria, nomeadamente a nível da retificação síncrona. De facto, no estado atual da retificação síncrona implementada, nem sequer é claro se o rendimento desta é superior ao de uma ponte retificadora convencional constituída por quatro díodos Schottky. Para $R_L = 10$ Ω , por exemplo, a potência total dissipada no sistema é de 11,5 W ($P_i - P_o$). Pelo discutido, é plausível que a maior contribuição para essa dissipação venha da retificação síncrona, cuja dissipação deverá ser portanto comparável com a dissipação estimada para a ponte convencional (≈ 5 W). De qualquer forma, essa questão só poderá ser objetivamente esclarecida através de um estudo cuidadoso da dissipação nos diversos

componentes do sistema, que deverá ser o ponto de partida. Adicionalmente, esse estudo permitiria confrontar o desempenho experimental da interface indutiva com o modelo dissipativo desenvolvido com base na simulação FEA (figura 6.15, secção 6.1.2.7 b)), possibilitando a aferição da validade deste.

O próximo aspecto a melhorar é o elo mais fraco seguinte: a interface indutiva, nomeadamente o seu secundário. Sem mexer nas dimensões da interface e no número de espiras do secundário, esse melhoramento passaria pela otimização do fio *litz* do secundário, mantendo contudo o diâmetro total d deste (para caber no suporte do secundário). De facto, seria oportuno aferir o desempenho de um fio *litz* com um diâmetro de filamento (d_s) menor e com um maior número de filamentos (N_s), procurando-se com isto diminuir a razão R_{ac}/R_{dc} embora à custa de um aumento de R_{dc} , como discutido na secção 6.1.2.6 c). Outra hipótese interessante de otimização da interface seria a implementação do secundário na própria PCB do recetor (secundário impresso), o que permitiria diminuir as dimensões deste e diminuir ainda o entreferro, aumentando o acoplamento. Neste caso, o secundário deveria ser implementado por pistas de largura reduzida em ambas as faces da placa, a ligar em paralelo nas extremidades. Esta forma de implementação visa a redução das correntes em remoinho, recorrendo a um princípio similar ao do fio *litz*.

De resto, pode-se ainda melhorar a dissipação de calor dos conversores *buck* (U_{100} e U_5), dos *drivers* da ponte H (U_{200} e U_{201}) e dos controladores de retificação síncrona (U_1 a U_4), dado ter-se verificado um aquecimento significativo destes componentes para uma tensão de entrada (V_i) superior a cerca de 45 V. Note-se que esta ação pode passar pela substituição destes componentes por outros mais eficientes. Por fim, há que implementar um filtro passa-baixo na entrada do emissor para redução de RFI, como referido no final da secção 6.3.3.2 a).

Concluídos estes melhoramentos, poder-se-á finalmente encetar a integração do sistema desenvolvido numa aplicação têxtil, como exposto no capítulo 1 (secção 1.2).

Referências.

- [1] "Ferrites and Accessories", Data Book, 2013; TDK Corp..
- [2] S. Humphries (Jr.); *Finite-element Methods for Electromagnetics*; Edição Electrónica, 2010.
- [3] D. Meeker; *Finite Element Method Magnetics (FEMM) User's Manual*, Versão 4.2; Agosto de 2013.
- [4] D. Meeker; <http://www.femm.info/wiki/ProximityLoss>, Website; FEMM Software.
- [5] D. Meeker; "Continuum Representation of Wound Coils via an Equivalent Foil Approach". Disponível em <http://www.femm.info/examples/prox/notes.pdf>.

- [6] D. Meeker; "An improved continuum skin and proximity effect model for hexagonally packed wires"; Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 236, Nº 18, Dezembro de 2012.
- [7] D. Meeker; "Improved Continuum Skin and Proximity Effect Model for Hexagonally Packed Wires", Apresentação Oral; 3rd International Conference on Computational Methods in Engineering and Science (FEMTEC 2011), 9-13 de Maio de 2011. Disponível em http://www.femm.info/dmeeker/pdf/Prox_Presentation.pdf.
- [8] X. Nan, C. Sullivan; "An Equivalent Complex Permeability Model for Litz-Wire Windings", Conference Record, Vol. 3; 40th IAS Annual Meeting (IAS 2005), Industry Applications Conference, 2-6 de Outubro de 2005.
- [9] M. Etemadrezai, S. Lukic; "Equivalent Complex Permeability and Conductivity of Litz Wire in Wireless Power Transfer Systems"; 2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 15-20 de Setembro de 2012.
- [10] C. Sullivan, R. Zhang; "Simplified Design Method for Litz Wire"; 29th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC 2014), 16-20 de Março de 2014.
- [11] C. Sullivan; "Optimal Choice for Number of Strands in a Litz-Wire Transformer Winding"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, Nº 2, Março de 1999.
- [12] J. Acero et al.; "Simple Resistance Calculation in Litz-Wire Planar Windings for Induction Cooking Appliances"; IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, Nº 4, Abril de 2005.
- [13] J. Acero et al.; "Frequency-Dependent Resistance in Litz-Wire Planar Windings for Domestic Induction Heating Appliances"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 21, Nº 4, Julho de 2006.
- [14] <http://www.elektrisola.com/home.html>, Website; Elektrisola.
- [15] K. Ng; "Non-Ionizing Radiations – Sources, Biological Effects, Emissions and Exposures", Keynote; Proceedings of the International Conference on Non-Ionizing Radiation (ICNIR 2003), 20-23 de Outubro de 2003.
- [16] "What is Ionizing Radiation?", Artigo Web; Organização Mundial de Saúde (OMS). Disponível em http://www.who.int/ionizing_radiation/about/what_is_ir/en/.
- [17] "Ionizing radiation, health effects and protective measures", Fact Sheet Nº 371; Organização Mundial de Saúde (OMS), Novembro de 2012. Disponível em <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs371/en/>.
- [18] "IEEE Standard for Safety Levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3 kHz to 300 GHz", IEEE Std C95.1-2005; Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). Aprovado em Outubro de 2005, publicado em Abril de 2006.
- [19] "RF Emission Regulations and Applicability to Inductive Wireless Power Systems", White Paper; Consumer Electronics Association (CEA), 2012.

- [20] S. Tang, S. Hui, H. Chung; "Evaluation of the Shielding Effects on Printed-Circuit-Board Transformers Using Ferrite Plates and Copper Sheets"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 17, Nº 6, Novembro de 2002.
- [21] X. Liu, S. Hui; "An Analysis of a Double-layer Electromagnetic Shield for a Universal Contactless Battery Charging Platform"; IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference (PESC 2005), 16 de Junho de 2005.
- [22] Y. Su, X. Liu, S. Hui; "Extended Theory on the Inductance Calculation of Planar Spiral Windings Including the Effect of Double-Layer Electromagnetic Shield"; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 23, Nº 4, Julho de 2008.
- [23] D. Self; *Audio Power Amplifier Design Handbook*, 5ª Ed.; Elsevier, Focal Press, 2009.
- [24] *Agilent Impedance Measurement Handbook*, 4ª Ed.; Agilent Technologies, Inc..
- [25] M. Thompson; *Intuitive Analog Circuit Design*; Elsevier, Newnes, 2006.
- [26] J. Webster; *The Measurement, Instrumentation And Sensors Handbook*; CRC Press, 1999.
- [27] W. Middleton; *Reference Data for Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communications*, 9ª Ed.; Elsevier, Newnes, 2002.
- [28] <http://www.wima.com>, Website; WIMA Spezialvertrieb elektronischer Bauelemente GmbH & Co.KG.
- [29] D. Giacomini, L. Chiné; "A novel high efficient approach to input bridges"; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion and Power Quality (PCIM Europe 2008), 27-29 de Maio de 2008.
- [30] W. Zhong et al.; "Using Self-Driven AC–DC Synchronous Rectifier as a Direct Replacement for Traditional Power Diode Rectifier"; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 59, Nº 1, Janeiro de 2012.
- [31] L. Huber, M. Jovanović; "Performance Evaluation of Synchronous Rectification in Front-End Full-Bridge Rectifiers"; 27th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC 2012), 5-9 de Fevereiro de 2012.

7 – Conclusão.

No geral, o autor considera que os objetivos principais do trabalho foram atingidos. Com efeito, abordaram-se todos os aspectos previstos no capítulo 1, desde a revisão e compilação dos fundamentos até à construção de um protótipo experimental de um sistema de conetores *contactless*, faltando apenas a integração deste num sistema têxtil, a fazer após os melhoramentos indicados na secção 6.3.4. De qualquer forma, pode-se afirmar que o sistema de conetores desenvolvido é viável e exequível, tanto a nível tecnológico como económico, atendendo ao desempenho alcançado e à possibilidade de diversos melhoramentos.

Em termos de investigação académica, a parte mais relevante do trabalho foi o estudo do acoplamento indutivo ressonante no capítulo 5, onde abunda trabalho original, que será objeto de diversos artigos, a submeter a revistas da especialidade a curto prazo. Revendo esse capítulo, pode-se constatar que o conceito de alinhamento foi importante na categorização das diversas possibilidades de funcionamento das configurações ressonantes. O primeiro alinhamento identificado foi o alinhamento síncrono, que numa fase inicial recebeu especial destaque, talvez até demasiado. Isto aconteceu porque o autor entendeu inicialmente que o caminho de investigação a seguir deveria passar pelo estudo das possibilidades desse alinhamento, baseado em algumas pistas identificadas na bibliografia consultada, daí alguma insistência inicial no modelo do transformador linear baseado na inversão e reflexão de impedância (figura 4.6 ou 5.5 b)). Só mais tarde, aquando do estudo dos parâmetros de transferência sob ressonância (secção 5.4.2.2), é que o autor se apercebeu que os alinhamentos de maior interesse são sobretudo aqueles que conferem regulação de carga por assentarem nos modelos do transformador linear baseados no transformador ideal, o que viria a motivar o desenvolvimento de outras formas ressonantes na secção 5.5, através da exploração das diversas variantes desses modelos. Para tal, foi fundamental o levantamento exaustivo de modelos equivalentes efetuado no capítulo 4, note-se. O grande interesse dos alinhamentos que conferem regulação de carga está em permitirem dispensar o regulador de tensão (ou de corrente) que de outra forma seria necessário implementar no recetor para se obter essa característica, o que é sobretudo vantajoso em aplicações de elevada potência. Esta situação foi verificada experimentalmente na secção 6.3.3.2 a) para o alinhamento ideal da configuração 1S, dado ter-se constatado que a regulação de tensão do protótipo é bastante boa, atendendo a que se trata de um sistema em malha aberta.

De facto, acabou-se por concluir que o modelo baseado na inversão e reflexão de impedância tem sobretudo interesse para o estudo da ressonância de fase da impedância de entrada Z_i e dos regimes de acoplamento que daí advêm. A este respeito, seria interessante investigar no futuro a influência dos regimes de acoplamento no desempenho das configurações ressonantes em regime não-linear (alimentação por onda quadrada e retificador no secundário). Sob este regime, ficou demonstrado na secção 6.2 que a operação a uma frequência de ressonância de fase de Z_i não é necessariamente a melhor solução, pelo menos para as configurações aí consideradas, ao contrário do que seria de esperar atendendo ao exposto no capítulo do estado da arte. Com efeito, no regime não-linear em questão, viu-se que o desempenho da configuração 1S acabou por ser superior ao das configurações 1T e 1II, apesar de apresentar uma Z_i indutiva à frequência de operação.

Outro aspecto importante do trabalho foi o estabelecimento do modelo dissipativo da interface indutiva (figura 6.15) a partir de simulação FEA. Apesar de não ter sido possível validar completamente esse modelo no procedimento experimental, confirmou-se pelo menos a existência do ramo dissipativo *shunt* R_{E2} (devido às correntes de remoinho), denunciado pelo aquecimento perceptível do secundário estando este em aberto (final da secção 6.3.3.2 a)). Este aspecto aponta para que o modelo dissipativo considerado no capítulo 5 (que é praticamente consensual na bibliografia consultada – secção 5.2) não seja universalmente válido, padecendo de simplificação excessiva, o que retira importância à análise efetuada no âmbito dos parâmetros de eficiência (secção 5.4.3, sobretudo). Provavelmente, esse modelo simplificado aplica-se apenas aos sistemas de acoplamento reduzido, embora o autor não tenha testado esta hipótese.

A partir de diversas simulações SPICE efetuadas no âmbito do sistema experimental, constatou-se que tamanho deste teria que ser consideravelmente superior se o coeficiente de acoplamento da interface indutiva fosse menor, mantendo a potência de operação. Isto deve-se ao facto de as tensões no circuito ressonante serem consideravelmente superiores nessa situação, obrigando a componentes de maiores dimensões. Este aspecto pode comprometer a viabilidade prática dos sistemas de acoplamento reduzido baseados em acoplamento indutivo ressonante que operam a uma potência relativamente elevada.

Apêndices

A – Fenómenos Dissipativos em Condensadores.

Idealmente, um condensador seria um componente onde apenas ocorre armazenamento de energia, na forma de um campo elétrico. Na realidade, esse armazenamento é sempre acompanhado por alguma dissipação de energia, que, apesar de inevitável, pode geralmente ser minimizada através de uma construção cuidada. Na análise que se segue, assume-se que a excitação é harmónica e que o condensador é eletricamente pequeno à frequência de operação, de forma a poder-se desprezar a sua indutância parasita e os fenómenos ressonantes associados.

A.1 – Origens dos Fenómenos Dissipativos.

A dissipação de energia num condensador deve-se essencialmente a dois fenómenos, que dependem da frequência de operação: à dissipação no dielétrico, que decorre da movimentação de carga fixa inerente à polarização (secção 2.4.2), por ação de um campo elétrico externo variável no tempo; e à resistência não-nula das estruturas condutoras do condensador (placas, terminais, etc.), cuja dependência da frequência decorre do efeito pelicular e de proximidade (secção 2.4.6). O peso relativo destes dois fenómenos depende da frequência de operação e do tipo de condensador, podendo-se contudo geralmente afirmar que a dissipação no dielétrico é prevalente a baixa frequência e que a dissipação nos condutores é o fenómeno mais relevante a alta frequência. Para os condensadores cerâmicos e de filme plástico, esses fenómenos têm igual peso a cerca de 1 MHz [1, 2].

A.2 – Modelo Dissipativo Série e Respetivos Parâmetros.

A dissipação de energia que ocorre num condensador leva a que a tensão e a corrente nos terminais deste não estejam em quadratura perfeita, sendo o erro dado pelo ângulo de perdas do condensador (*loss angle*) δ_C , que corresponde portanto ao ângulo complementar do desfaseamento entre a tensão e a corrente. Independentemente da origem, a componente dissipativa pode ser modelizada através de uma resistência equivalente, a colocar em série ou em paralelo com um condensador ideal, que por sua vez representa o armazenamento de energia. Geralmente dá-se preferência ao modelo série, no qual a resistência em questão é designada por resistência série equivalente (ESR). O modelo série é apresentado na Figura A.1, juntamente com o diagrama vetorial da respetiva impedância (Z). Nessa figura, C é o condensador ideal e R_{ESR} é a resistência série equivalente, que depende da frequência, recorde-se. No diagrama vetorial de Z , note-se que a magnitude de R_{ESR} está exagerada, a fim de facilitar a visualização de δ_C .

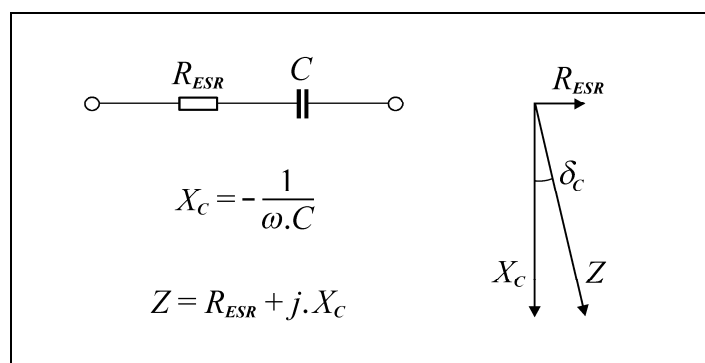


Figura A.1 – Modelo dissipativo série de um condensador.

O fator de dissipação D (*dissipation factor*) quantifica o peso relativo da dissipação e do armazenamento de energia no condensador, sendo definido como a razão entre R_{ESR} e $|X_C|$, correspondendo portanto à tangente de δ_C . Pode-se também definir o fator de qualidade do condensador (Q_C), de função similar à de D . Segundo o modelo série da figura A.1, o fator de qualidade Q_C será o do circuito STC série constituído por R_{ESR} e C , tendo-se portanto $Q_C = |X_C|/R_{ESR}$, segundo a tabela 5.1. Assim sendo, podem-se estabelecer as relações (A.1) [1, 3, 4].

$$D = \operatorname{tg}(\delta_C) = \frac{R_{ESR}}{|X_C|} = \frac{1}{Q_C} \quad (\text{A.1})$$

A baixa frequência predomina a dissipação no dielétrico, como discutido. Os fenómenos dissipativos no dielétrico são usualmente descritos através de uma permissividade complexa $\epsilon = \epsilon' - j.\epsilon''$. Assumindo que a condutividade do dielétrico é nula ($\sigma = 0$), ϵ' representa o armazenamento de energia e ϵ'' representa a dissipação total de energia no dielétrico. Esta dissipação deve-se à inércia no deslocamento da carga fixa, levando a um desfasamento entre a polarização e o campo elétrico externo, sendo mais notória nos materiais polares. O peso relativo da dissipação e do armazenamento de energia no dielétrico é quantificado pela tangente de perdas (*loss tangent*) $\operatorname{tg}(\delta)$; para o caso indicado ($\sigma = 0$), tem-se $\operatorname{tg}(\delta) = \epsilon''/\epsilon'$ [5, 4]. Então, a baixa frequência, podem-se estabelecer as relações (A.2), dado que nesse caso a dissipação no condensador ocorre sobretudo no dielétrico, podendo-se portanto descartar as perdas nos condutores. Como consequência de (A.2) tem-se ainda $\delta \approx \delta_C$, note-se.

$$D = \operatorname{tg}(\delta_C) = \frac{1}{Q_C} \approx \operatorname{tg}(\delta) \quad (\text{A.2})$$

A baixa frequência, não há praticamente distinção entre D , $\operatorname{tg}(\delta_C)$ e $\operatorname{tg}(\delta)$, podendo a quantificação da dissipação de energia no condensador recorrer a qualquer um desses parâmetros. A alta frequência, essa quantificação recorre preferencialmente a Q_C , dado o peso diminuto da dissipação no dielétrico [1].

A.3 – Escolha dos Condensadores de Ressonância.

Em termos de condições de operação, os condensadores mais críticos no âmbito deste trabalho são os condensadores de ressonância, uma vez que estão sujeitos a tensões e correntes relativamente elevadas. Para a gama de frequência a considerar (de 100 kHz a 300 kHz), o fenómeno dissipativo mais relevante é a dissipação no dielétrico, como se viu, sendo portanto imperativo recorrer a condensadores de baixo D . Adicionalmente, esses condensadores devem ter uma baixa tolerância e uma capacidade estável, de forma a que o desempenho do sistema seja previsível, o que implica baixos coeficientes de temperatura e de tensão, para além de um envelhecimento (variação da capacidade com o tempo) reduzido. Os condensadores de polipropileno verificam todos estes requisitos, sendo relativamente comuns e económicos [6, 7], sendo portanto estes a utilizar como condensadores de ressonância. Especificamente, vai-se recorrer à família FKP 1 da WIMA, especialmente concebida para aplicações pulsatórias de elevada corrente [8].

Referências.

- [1] R. Fiore; "*ESR Losses in Ceramic Capacitors*", Application Note (ATC 001-923 Rev. D); American Technical Ceramics Corp., 1999.
- [2] "*What are impedance/ESR frequency characteristics in capacitors?*", Technical Column; Murata Manufacturing Co., Ltd., 14 de Fevereiro de 2013. Disponível em: <http://www.murata.com/en-us/products/emiconfun/capacitor/2013/02/14/en-20130214-p1>.
- [3] C. Bateman; "*Understanding Capacitors*"; Electronics World (Magazine), Dezembro de 1997.
- [4] W. Duffin; *Electricity and Magnetism*, 4ª Ed.; McGraw-Hill, 1990.
- [5] D. Cheng; *Field and Wave Electromagnetics*, 2ª Ed.; Addison-Wesley, 1989.
- [6] C. Bateman; "*Understanding Capacitors*"; Electronics World (Magazine), Maio de 1998.
- [7] "*Introduction to Capacitor Technologies - What is a Capacitor?*", eBook; KEMET Corporation, 2013.
- [8] <http://www.wima.com>, Website; WIMA Spezialvertrieb elektronischer Bauelemente GmbH & Co.KG.

B – Programação em MATLAB.

A listagem da programação efetuada em MATLAB está distribuída pelas secções B.1 e B.2. Na secção B.1 procede-se à listagem dos *scripts* ou programas principais; a secção B.2 contém as funções auxiliares utilizadas nos *scripts*.

B.1 – *Scripts* ou Programas Principais.

B.1.1 – *Script “CompAlignsExpr.m”.*

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets 'wr = w1' or 'wr = w2' compensation alignment expressions.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear

syms L1 L2 C1 C2 Q1 Qcp Qcs w w1 w2 k positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Model settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

config = upper('PP') % Configuration (SS, SP, PS, PP).

alignment = 'wr = w1' % Options:
                % 'wr = w1': Compensation alignment where wr = w1.
                % 'wr = w2': Compensation alignment where wr = w2.

noRp = true; % True for ideal coils (Rp1 = Rp2 = 0).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get X1 or B1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if noRp
    Rp1 = sym(0);
    Rp2 = sym(0);
else
    Rp1 = w*L1/Qcp;
    Rp2 = w*L2/Qcs;
end

C1 = 1/(w1^2*L1);
C2 = 1/(w2^2*L2);

if config(2) == 'P'
    R1 = Q1/(w*C2);
    R2 = Rp2 + (1/R1)/(1/R1^2+w^2*C2^2);
    X2 = w*L2 - w*C2/(1/R1^2+w^2*C2^2);
else
    R1 = 1/(w*C2*Q1);
    R2 = Rp2 + R1;
    X2 = w*L2 - 1/(w*C2);
end

R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2+X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2+X2^2);

if config(1) == 'P'
    X1B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)/((Rp1+R2r)^2 + (w*L1+X2r)^2); % B1.
else
    X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1); % X1.
end

clear R2 X2 R2r X2r

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get relationship between w1 and w2 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if strcmpi(alignment, 'wr = w1')
    X1B1 = simple(subs(X1B1, w, w1));
    pol = numden(X1B1);
    w1 = simple(solve(pol, w1));

    disp('w1 = ')
    pretty(w1)
else
    X1B1 = simple(subs(X1B1, w, w2));
    pol = numden(X1B1);
    w2 = simple(solve(pol, w2));

    disp('w2 = ')
    pretty(w2)
end

disp(' ')
```

B.1.2 – *Script “wRes_kCrit.m”.*

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Gets resonance (in w) and critical k (in k) polynomials. If desired (and possible), solves these
% polynomials for getting the resonant frequencies (wRes) and/or critical k (kCrit) expressions.
% Frequencies w1 and w2 are defined as: w1 = 1/sqrt(L1*C1) and w2 = 1/sqrt(L2*C2).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```

clear
syms L L1 L2 C1 C2 Rp1 Rp2 Rl w wr w0 w1 w2 k Q1 Qcs Qcp Qc Qs positive
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Model settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('SP') % Configuration (SS, SP, PS, PP).
alignment = 'sync' % Options:
% 'none': No alignment (or compensation alignment).
% 'sync': Synchronous alignment.
% 'wr ~ w0': w1 = w2 = w0 (L1*C1 = L2*C2).
equalL = false % True for equal coils (L1 = L2, Rp1 = Rp2). If alignment ~= 'none', Qcp and Qcs
% are both evaluated at the same frequency and Qcp = Qcs = Qc. In particular, if
% alignment == 'wr ~ w0', C1 = C2.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Program settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
getwRes = true; % True for getting wRes expressions.
getkCrit = true; % True for getting kCrit expressions.
getQProots = false; % True for getting q(k) and p(k) roots.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get X1 or B1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if config(2) == 'P'
    R2 = Rp2 + (1/R1)/(1/R1^2+w^2*C2^2);
    X2 = w*L2 - w*C2/(1/R1^2+w^2*C2^2);
else
    R2 = Rp2 + R1;
    X2 = w*L2 - 1/(w*C2);
end
R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2+X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2+X2^2);
if config(1) == 'P'
    X1B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)/((Rp1+R2r)^2 + (w*L1+X2r)^2); % B1.
else
    X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1); % X1.
end
clear R2 X2 R2r X2r
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignments, parameter dependencies and restrictions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if strcmpi(alignment, 'sync')
    if config(2) == 'P'
        w2 = wr*(1 + 1/Q1^2)^(1/2);
    else
        w2 = wr;
    end
    if config(1) == 'P'
        if equalL
            if equalL
                Qcp = Qc;
            end
            w1 = wr*(1 + (1/Qcp + k^2*Qs)^2)^(1/2);
        else
            w1 = wr;
        end
    end
end
if strcmpi(alignment, 'wr ~ w0')
    w1 = w0;
    w2 = w0;
end
if equalL
    L1 = L;
    L2 = L;
end
C1 = 1/(w1^2*L1);
C2 = 1/(w2^2*L2);
if strcmpi(alignment, 'sync') % Quality factor frequencies.
    wQp = wr; % wQp: primary Q's frequency; wQs: secondary Q's frequency.
    wQs = wr;
else
    wQp = w1;
    wQs = w2;
end
if equalL && ~strcmpi(alignment, 'none')
    Rp1 = wQp*L/Qc;
    if strcmpi(alignment, 'sync')
        Rp2 = wQs*L*(1/Qs-1/Q1); % Rp2 = wQs*L/Qc and Qc = 1/(1/Qs-1/Q1).
    else
        Rp2 = wQs*L/Qc;
    end
end
else
    Rp1 = wQp*L1/Qcp;
    if strcmpi(alignment, 'sync')
        Rp2 = wQs*L2*(1/Qs-1/Q1); % Rp2 = wQs*L2/Qcs and Qcs = 1/(1/Qs-1/Q1).
    else
        Rp2 = wQs*L2/Qcs;
    end
end
if config(2) == 'P'
    Rl = Q1/(wQs*C2);
else
    Rl = 1/(wQs*C2*Q1);
end
clear wQp wQs
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pol = numden(subs(X1B1)); % Resonance polynomial from X1 = 0 or B1 = 0.

```

```

pol = FactorOut(pol, L1);      % Eliminate known factorable variables.
pol = FactorOut(pol, Qcp);
pol = FactorOut(pol, w);

pol = FactorIfPossible(pol, w);

[a, p] = coeffs(pol, w);
a = fliplr(a);
p = fliplr(p);

disp('Resonance polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Resonance polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve resonance polynomial %%%%%%%%%%

if getwRes
    wRes = solve(pol, w);
    disp('Resonant frequencies are:')
    pretty(wRes)
    disp(' ')
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get cubic discriminant %%%%%%%%%%

isBicubic = true;           % Check if resonance polynomial is bicubic.
if length(p) ~= 4
    isBicubic = false;
elseif (p(2) ~= w^2) || (p(3) ~= w^4) || (p(4) ~= w^6)
    isBicubic = false;
end

if (~isBicubic)
    disp('Error: Resonance polynomial isn't bicubic, can't get its discriminant.')
    return
end

clear isBicubic

% Cubic discriminant.
dis = 27*a(4)^2*a(1)^2 - 18*a(4)*a(3)*a(2)*a(1) + 4*a(4)*a(2)^3 + 4*a(3)^3*a(1) - a(3)^2*a(2)^2;

if getQRoots
    dis_q = 27*a(1)*a(4)^2 - 9*a(2)*a(4)*a(3) + 2*a(3)^3;
    dis_p = 3*a(4)*a(2) - a(3)^2;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get critical k polynomial %%%%%%%%%%

pol = expand(dis);          % Make critical k polynomial from dis = 0.

pol = FactorOut(pol, Ql);   % Eliminate known factorable variables.

if equalL && ~strcmpi(alignment, 'none')
    pol = FactorOut(pol, Qc);
end

if strcmpi(alignment, 'none')
    pol = FactorOut(pol, w2);
elseif strcmpi(alignment, 'wr ~ w0')
    pol = FactorOut(pol, w0);
else
    pol = FactorOut(pol, wr);
end

pol = FactorIfPossible(pol, k);

[~, p] = coeffs(pol, k);
p = fliplr(p);

disp('Critical k polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Critical k polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

clear a p

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve critical k polynomial %%%%%%%%%%

if getkCrit
    kCrit = solve(pol, k);
    disp('Critical coupling coefficients are:')
    pretty(kCrit)
    disp(' ')
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve q(k) and p(k) polynomials %%%%%%%%%%

if getQRoots
    qRoots = solve(dis_q, k);
    disp('q(k) roots are:')
    pretty(qRoots)
    disp(' ')
    pRoots = solve(dis_p, k);
    disp('p(k) roots are:')
    pretty(pRoots)
    disp(' ')
end

```

B.1.3 – Script “wRes_kCrit_NoRp.m”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets resonance (in w) and critical k (in k) polynomials, discarding coil parasitic resistances Rp1 and
% Rp2. If desired (and possible), solves these polynomials for getting the resonant frequencies (wRes)
% and/or critical k (kCrit) expressions.
% Frequencies w1 and w2 are defined as: w1 = 1/sqrt(L1*C1) and w2 = 1/sqrt(L2*C2).
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear

syms L L1 L2 C1 C2 R1 w wr w0 w1 w2 k Ql positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Model settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('PS') % Configuration (SS, SP, PS, PP).

alignment = 'wr = w1' % Options:
                    % 'none': No alignment.
                    % 'sync': Synchronous alignment.
                    % 'wr = w1': Compensation alignment where wr = w1.
                    % 'wr = w2': Compensation alignment where wr = w2.
                    % 'wr ~ w0': w1 = w2 = w0 (L1*C1 = L2*C2).

equalL = false % True for equal coils (L1 = L2). If alignment == 'wr ~ w0', C1 = C2.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Program settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
getwRes = true; % True for getting wRes expressions.
getkCrit = true; % True for getting kCrit expressions.
getQProots = false; % True for getting q(k) and p(k) roots.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get X1 or B1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if config(2) == 'P'
    R2 = (1/R1)/(1/R1^2+w^2*C2^2);
    X2 = w*L2 - w*C2/(1/R1^2+w^2*C2^2);
else
    R2 = R1;
    X2 = w*L2 - 1/(w*C2);
end
R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2+X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2+X2^2);

if config(1) == 'P'
    X1B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)/(R2r^2 + (w*L1+X2r)^2); % B1.
else
    X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1); % X1.
end

clear R2 X2 R2r X2r

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignments, parameter dependencies and restrictions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if strcmpi(alignment, 'sync')
    if config(2) == 'P'
        w2 = wr*(1 + 1/Ql^2)^(1/2);
    else
        w2 = wr;
    end

    if config(1) == 'P'
        w1 = wr*(1 + k^4*Ql^2)^(1/2);
    else
        w1 = wr;
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr = w1')
    w1 = wr;
    if config(1) == 'P'
        if config(2) == 'P'
            w2 = wr*((1-k^2)*(1+1/Ql^2))^(1/2);
        else
            w2 = wr*(1-k^2)^(1/2);
        end
    else
        if config(2) == 'P'
            w2 = wr*(1+1/Ql^2)^(1/2);
        else
            w2 = wr;
        end
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr = w2')
    w2 = wr;
    if config(1) == 'P'
        if config(2) == 'P'
            w1 = wr*(1-k^2 + k^4*Ql^2/(1-k^2))^(1/2);
        else
            w1 = wr*(1 + k^4*Ql^2)^(1/2);
        end
    else
        if config(2) == 'P'
            w1 = wr*(1-k^2)^(1/2);
        else
            w1 = wr;
        end
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr ~ w0')
    w1 = w0;
    w2 = w0;
end

```

```

if equalL
    L1 = L;
    L2 = L;
end

C1 = 1/(w1^2*L1);
C2 = 1/(w2^2*L2);

if strcmpi(alignment, 'none') || strcmpi(alignment, 'wr ~ w0') % Quality factor frequency.
    wQ = w2;
else
    wQ = wr;
end

if config(2) == 'P'
    R1 = Q1/(wQ*C2);
else
    R1 = 1/(wQ*C2*Q1);
end

clear wQ

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pol = numden(subs(X1B1)); % Resonance polynomial from X1 = 0 or B1 = 0.
pol = FactorOut(pol, L1); % Eliminate known factorable variables.
pol = FactorOut(pol, w);
pol = FactorIfPossible(pol, w);

[a, p] = coeffs(pol, w);
a = fliplr(a);
p = fliplr(p);

disp('Resonance polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Resonance polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if getwRes
    wRes = solve(pol, w);
    disp('Resonant frequencies are:')
    pretty(wRes)
    disp(' ')
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get cubic discriminant %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

isBicubic = true; % Check if resonance polynomial is bicubic.
if length(p) ~= 4
    isBicubic = false;
elseif (p(2) ~= w^2) || (p(3) ~= w^4) || (p(4) ~= w^6)
    isBicubic = false;
end

if (~isBicubic)
    disp('Error: Resonance polynomial isn't bicubic, can't get its discriminant.')
    return
end

clear isBicubic

% Cubic discriminant.
dis = 27*a(4)^2*a(1)^2 - 18*a(4)*a(3)*a(2)*a(1) + 4*a(4)*a(2)^3 + 4*a(3)^3*a(1) - a(3)^2*a(2)^2;

if getQProots
    dis_q = 27*a(1)*a(4)^2 - 9*a(2)*a(4)*a(3) + 2*a(3)^3;
    dis_p = 3*a(4)*a(2) - a(3)^2;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get critical k polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

pol = expand(dis); % Make critical k polynomial from dis = 0.
pol = FactorOut(pol, Q1); % Eliminate known factorable variables.

if strcmpi(alignment, 'none')
    pol = FactorOut(pol, w2);
elseif strcmpi(alignment, 'wr ~ w0')
    pol = FactorOut(pol, w0);
else
    pol = FactorOut(pol, wr);
end

pol = FactorIfPossible(pol, k);

[~, p] = coeffs(pol, k);
p = fliplr(p);

disp('Critical k polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Critical k polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

clear a p

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve critical k polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if getkCrit
    kCrit = solve(pol, k);
    disp('Critical coupling coefficients are:')
    pretty(kCrit)
    disp(' ')
end

```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve q(k) and p(k) polynomials %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if getQProots
    qRoots = solve(dis_q, k);
    disp('q(k) roots are:')
    pretty(qRoots)
    disp(' ')
    pRoots = solve(dis_p, k);
    disp('p(k) roots are:')
    pretty(pRoots)
    disp(' ')
end

```

B.1.4 – Script “AlignCalc.m”.

```

% Calculates selected alignment for the selected configuration and parameters.
clear

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('PS') % Configuration (SS, SP, PS, PP).

alignment = 'wr = w1' % Options:
                % 'sync': Synchronous alignment.
                % 'wr = w1': Compensation alignment where wr = w1.
                % 'wr = w2': Compensation alignment where wr = w2.
                % 'wr ~ w0': w1 = w2 = w0 (L1*C1 = L2*C2).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
fr = 100000; % Interpreted as f0 in 'wr ~ w0' alignment.

k = 0.5

L1 = 25e-6
L2 = 25e-6

Q1 = 3
Qcs = 40; % Qcs and Qcp aren't used in 'wr = w1' and 'wr = w2' alignments.
Qcp = 40;

Rg = 0.5; % Not used in this script, may be necessary outside it.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignment Calculations %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
M = k*sqrt(L1*L2); % Not used in this script, may be necessary outside it.

wr = 2*pi*fr;

if strcmpi(alignment, 'sync')
    if config(2) == 'P'
        w2 = wr*sqrt(1+1/Q1^2);
    else
        w2 = wr;
    end

    Qs = Q1*Qcs/(Q1+Qcs)

    if config(1) == 'P'
        w1 = wr*sqrt(1 + (1/Qcp + k^2*Qs)^2);
    else
        w1 = wr;
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr = w1')
    w1 = wr;
    if config(1) == 'P'
        if config(2) == 'P'
            w2 = wr*sqrt((1-k^2)*(1+1/Q1^2));
        else
            w2 = wr*sqrt(1-k^2);
        end
    else
        if config(2) == 'P'
            w2 = wr*sqrt(1+1/Q1^2);
        else
            w2 = wr;
        end
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr = w2')
    w2 = wr;
    if config(1) == 'P'
        if config(2) == 'p'
            w1 = wr*sqrt(1-k^2 + k^4*Q1^2/(1-k^2));
        else
            w1 = wr*sqrt(1 + k^4*Q1^2);
        end
    else
        if config(2) == 'P'
            w1 = wr*sqrt(1-k^2);
        else
            w1 = wr;
        end
    end
end

if strcmpi(alignment, 'wr ~ w0')
    w1 = wr;
    w2 = wr;
    w0 = wr; % Not used in this script, may be necessary outside it.
end

C1 = 1/(w1^2*L1)

```

```

C2 = 1/(w2^2*L2)

if strcmpi(alignment, 'wr = w1') || strcmpi(alignment, 'wr = w2')
    Rp1 = 0;
    Rp2 = 0;
else
    Rp1 = wr*L1/Qcp
    Rp2 = wr*L2/Qcs
end

if config(2) == 'P'
    Rl = Q1/(wr*C2)
else
    Rl = 1/(wr*C2*Q1)
end

```

B.1.5 – Script “Ph3DvsKl.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, k vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
G1 = zeros(1, len);
B1 = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(2) == 'P'
        R2 = Rp2 + (1/R1)./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
        X2 = w*L2 - w*C2./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
    else
        R2 = Rp2 + R1;
        X2 = w*L2 - 1./(w*C2);
    end

    R2r = w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == 'P'
        G1 = (Rp1+R2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
        B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
        PhZi(n, :) = angle(Rg + 1./(G1 + 1i*B1))*180/pi;
    else
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(X2r + w*L1 - 1./(w*C1)))*180/pi;
    end
end

clear w R2 X2 R2r X2r G1 B1 n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, kl, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f kl PhZi

```

B.1.6 – Script “Ph3DvsRl.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus Rl.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, k and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, Rl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

rl = R1*logspace(-1, 1, len);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
G1 = zeros(1, len);
B1 = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(2) == 'P'
        R2 = Rp2 + (1/r1(n))./(1/r1(n)^2 + w.^2*C2^2);
        X2 = w*L2 - w*C2./(1/r1(n)^2 + w.^2*C2^2);
    else
        R2 = Rp2 + r1(n);
        X2 = w*L2 - 1./(w*C2);
    end

    R2r = w.^2*k^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*k^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == 'P'
        G1 = (Rp1+R2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
        B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
        PhZi(n, :) = angle(Rg + 1./(G1 + li*B1))*180/pi;
    else
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + li*(X2r + w*L1 - 1./(w*C1)))*180/pi;
    end
end

clear w R2 X2 R2r X2r G1 B1 n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, r1, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)], 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, r1, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f r1 PhZi

```

B.1.7 – Script “PhZi2.m”.

```

% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, k and fr must be defined.

config

f = fr*logspace(-1, 1, 1000);
w = 2*pi*f;

if config(2) == 'P'
    R2 = Rp2 + (1/R1)./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
    X2 = w*L2 - w*C2./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
else
    R2 = Rp2 + R1;
    X2 = w*L2 - 1./(w*C2);
end

Z2 = R2 + li*X2;

R2r = w.^2*k^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
X2r = -w.^2*k^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

if config(1) == 'P'
    G1 = (Rp1+R2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
    B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
    Zi = Rg + 1./(G1 + li*B1);
else
    Zi = Rg + Rp1 + R2r + li*(X2r + w*L1 - 1./(w*C1));
end

figure

subplot(2,1,1), semilogx(f, angle(Zi)*180/pi)
axis([min(f) max(f) -110 110])
set(gca, 'YTick', [-90 -45 0 45 90])
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Zi Phase (°)')

subplot(2,1,2), semilogx(f, angle(Z2)*180/pi)
axis([min(f) max(f) -110 110])
set(gca, 'YTick', [-90 -45 0 45 90])
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Z2 Phase (°)')

clear R2 X2 Z2 R2r X2r G1 B1 Zi w f

syms w positive

if config(2) == 'P'
    R2 = Rp2 + (1/R1)/(1/R1^2 + w^2*C2^2);

```

```

X2 = w*L2 - w*C2/(1/R1^2 + w^2*C2^2);
else
R2 = Rp2 + R1;
X2 = w*L2 - 1/(w*C2);
end
R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2 + X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2 + X2^2);
if config(1) == 'P'
X1B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)/((Rp1+R2r)^2 + (w*L1+X2r)^2); % B1.
else
X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1); % X1.
end
sol = real(eval(solve(X1B1, w)));
disp('Zi Phase Resonance frequencies (Hz):')
sol/(2*pi)
clear w X1B1

```

B.1.8 – Script “TransParam3DvsKl.m”.

```

% Plots the transfer parameters (|Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym|) in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
% Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsKl.m' first.
config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, kl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);
m = kl*sqrt(L1*L2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% |Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym| surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
io = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);

Av = zeros(len, len);
Ai = zeros(len, len);
Zm = zeros(len, len);
Ym = zeros(len, len);

for I = 1:len
if config(2) == 'P'
Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/R1 + li*w*C2);
vo = 1./(1/R1 + li*w*C2);
io = vo/R1;
else
Z2 = Rp2 + R1 + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
vo(:) = R1;
io(:) = 1;
end

Ait = li*w*m(I)./Z2;

if config(1) == 'P'
ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I));
vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I));
else
ii = 1./Ait;
vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*m(I);
end

Av(I, :) = abs(vo./vi);
Ai(I, :) = abs(io./ii);
Zm(I, :) = abs(vo./ii);
Ym(I, :) = abs(io./vi);
end

clear w m Z2 Ait vo vi io ii I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, Av, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Av(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Av|')

if ResFreqContour
view(0, 90)
PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Ai, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Ai(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')

```

```

xlabel('|Ai|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Zm, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Zm(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Zm| (ohm)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Ym, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Ym(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Ym| (siemens)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

clear f kl Av Ai Zm Ym ResFreqContour

```

B.1.9 – Script “TransParam3DvsRl.m”.

```

% Plots the transfer parameters (|Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym|) in 3D (surface) versus Rl.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
                    % Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsRl.m' first.
config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, Rl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

rl = Rl*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% |Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym| surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
io = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);

Av = zeros(len, len);
Ai = zeros(len, len);
Zm = zeros(len, len);
Ym = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(2) == 'P'
        Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
        vo = 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
        io = vo/rl(I);
    else
        Z2 = Rp2 + rl(I) + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
        vo(:) = rl(I);
        io(:) = 1;
    end

    Ait = li*w*M./Z2;

    if config(1) == 'P'
        ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
        vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*M;
    end

    Av(I, :) = abs(vo./vi);
    Ai(I, :) = abs(io./ii);
    Zm(I, :) = abs(vo./ii);
    Ym(I, :) = abs(io./vi);
end

clear w Z2 Ait vo vi io ii I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, rl, Av, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(Av(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')

```

```

zlabel('|Av|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, r1, Ai, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) 0 (max(Ai(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('|Ai|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, r1, Zm, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) 0 (max(Zm(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('|Zm| (ohm)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, r1, Ym, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) 0 (max(Ym(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('|Ym| (siemens)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

clear f r1 Av Ai Zm Ym ResFreqContour

```

B.1.10 – Script “TransParam.m”.

```

% Plots the transfer parameters |Av| and |Ai| versus f, for nominal conditions.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

if config(2) == 'P'
    Z2 = Rp2 + 1i*w*L2 + 1./(1/R1 + 1i*w*C2);
    vo = 1./(1/R1 + 1i*w*C2);
    io = vo/R1;
else
    Z2 = Rp2 + R1 + 1i*(w*L2 - 1./(w*C2));
    vo(1:len) = R1;
    io(1:len) = 1;
end

Ait = 1i*w*M./Z2;

if config(1) == 'P'
    ii = 1./Ait + 1i*w*C1.*((Rp1 + 1i*w*L1)./Ait - 1i*w*M);
    vi = Rg./Ait + (1i*w*C1*Rg + 1).*(Rp1 + 1i*w*L1)./Ait - 1i*w*M;
else
    ii = 1./Ait;
    vi = (Rg + Rp1 + 1i*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - 1i*w*M;
end

Av = abs(vo./vi);
Ai = abs(io./ii);

clear w Z2 Ait vo vi io ii

figure

subplot(2, 1, 1), semilogx(f, Av, 'k')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1)
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('|Av|')

subplot(2, 1, 2), semilogx(f, Ai, 'k')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1)
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('|Ai|')

clear f Av Ai

```

B.1.11 – Script “TransParamExpr.m”.

```

% Gets the expressions of the transfer parameters for the following configurations, discarding parasitic
% resistances:
%
% - SS (Synchronous alignment).
% - SP ('wr = w2' alignment).
% - PS ('wr = w1' alignment).
% - PP ('wr == w0' alignment).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear

syms L1 L2 C1 C2 R1 Q1 w0 wr k positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

config = upper('PS')      % Configuration (SS, SP, PS, PP).
GetQExpr = true;         % True for expressing R1 by Q1 in the transfer parameters that depend on R1.
GetCritCouplExpr = true; % True for getting the transfer parameters that depend on Q1 (R1), at critical
                        % coupling points kc and kcl. Forces GetQExpr = true.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Configuration and Alignment Definitions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if strcmpi(config, 'SS') || strcmpi(config, 'PP')
    C1 = 1/(w0^2*L1);
    C2 = 1/(w0^2*L2);

    if strcmpi(config, 'PP')
        wr = w0/(1-k^2)^(1/2);
    else
        wr = w0;
    end
else
    if strcmpi(config, 'SP')
        C1 = 1/(wr^2*L1*(1-k^2));
        C2 = 1/(wr^2*L2);
    else
        C1 = 1/(wr^2*L1);
        C2 = 1/(wr^2*L2*(1-k^2));
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Basic Expressions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

M = k*(L1*L2)^(1/2);

if config(2) == 'P'
    Z2 = li*wr*L2 + 1/(1/R1 + li*wr*C2);
    vo = 1/(1/R1 + li*wr*C2);
else
    Z2 = R1 + li*(wr*L2 - 1/(wr*C2));
    vo = R1;
end

io = simplify(vo/R1);

Ait = simple(li*wr*M/Z2);

if config(1) == 'P'
    ii = 1/Ait + li*wr*C1*(li*wr*L1/Ait - li*wr*M);
    vi = li*wr*L1/Ait - li*wr*M;
else
    ii = 1/Ait;
    vi = li*(wr*L1 - 1/(wr*C1))/Ait - li*wr*M;
end

ii = simplify(ii);
vi = simplify(vi);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Transfer Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Av = simple(vo/vi)
Ai = simple(io/ii)
Zm = simple(vo/ii)
Ym = simple(io/vi)

clear vi ii vo io Ait Z2 M

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Transfer Parameters as a Function of Q1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if ~GetQExpr && ~GetCritCouplExpr
    syms C1 C2 positive
    return
end

if config(2) == 'P'
    if config(1) == 'P'
        R1 = Q1/(w0*C2);
    else
        R1 = Q1/(wr*C2);
    end
else
    R1 = 1/(wr*C2*Q1);
end

syms C1 C2 positive

if strcmpi(config, 'SS') || strcmpi(config, 'PP')
    disp('Av and Ai expressed as a function of Q1:')

    Av = simple(subs(Av))
    Ai = simple(subs(Ai))
else
    if strcmpi(config, 'SP')
        R1 = simple(subs(R1, wr, 1/(L1*C1*(1-k^2)^(1/2))); % From the alignment of SP.
    else

```

```

        Rl = simple(subs(Rl, wr, 1/(L2*C2*(1-k^2))^(1/2))); % From the alignment of PS.
    end

    disp('Zm and Ym expressed as a function of Ql:')

    Zm = simple(subs(Zm))
    Ym = simple(subs(Ym))
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Transfer Parameters at Critical Coupling %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if ~GetCritCoupExpr
    return
end

if strcmpi(config, 'SS') || strcmpi(config, 'PP')
    if strcmpi(config, 'SS')
        kc = (1-1/(4*Ql^2))^(1/2)/Ql;
        kc1 = 1/Ql;
    else
        kc = (1 + 2*Ql^2*(Ql*((Ql^2+2)^(1/2) - Ql) - 1))^(1/2);
        kc1 = 1/(Ql^2+1)^(1/2);
    end

    disp('Av and Ai at kc and kc1:')

    AvKc = simple(subs(Av, k, kc))
    AiKc = simple(subs(Ai, k, kc))

    AvKc1 = simple(subs(Av, k, kc1))
    AiKc1 = simple(subs(Ai, k, kc1))
else
    kc = 1/(Ql^2+1)^(1/2);

    disp('Zm and Ym at kc:')

    ZmKc = simple(subs(Zm, k, kc))
    YmKc = simple(subs(Ym, k, kc))
end

```

B.1.12 – Script “EffParam3DvsKl.m”.

```

% Plots the efficiency parameters (n and x) in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rpl, Rp2, Rg and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
                    % Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsKl.m' first.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, kl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);
m = kl*sqrt(L1*L2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n, x surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
Po = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
Si = zeros(1, len);
Pi = zeros(1, len);

n = zeros(len, len);
x = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(2) == 'P'
        Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/Rl + li*w*C2);
        vo = 1./(1/Rl + li*w*C2);
    else
        Z2 = Rp2 + Rl + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
        vo(:) = Rl;
    end

    Po = abs(vo).^2/Rl;

    Ait = li*w*m(I)./Z2;

    if config(1) == 'P'
        ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rpl + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I));
        vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rpl + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I));
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rpl + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*m(I);
    end

    Si = vi.*conj(ii);
    Pi = real(Si);

    n(I, :) = 100*Po./Pi;
    x(I, :) = 100*Po./abs(Si);
end

clear w m Z2 Ait vo vi ii Po Pi Si I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, n, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')

```



```

set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(n(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('n (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, x, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(x(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('x (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

[xmax, linIdx] = max(x(:));
[klIdx, fIdx] = ind2sub(size(x), linIdx);

xmax
fmax = f(fIdx)
klmax = kl(klIdx)

clear f kl n x linIdx fIdx klIdx ResFreqContour

```

B.1.13 – Script “EffParam3DvsRl.m”.

```

% Plots the efficiency parameters (n and x) in 3D (surface) versus Rl.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
% Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsRl.m' first.
config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, Rl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

rl = Rl*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n, x surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
Po = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
Si = zeros(1, len);
Pi = zeros(1, len);

n = zeros(len, len);
x = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(2) == 'P'
        Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
        vo = 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
    else
        Z2 = Rp2 + rl(I) + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
        vo(:) = rl(I);
    end

    Po = abs(vo).^2/rl(I);

    Ait = li*w*M./Z2;

    if config(1) == 'P'
        ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
        vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*M;
    end

    Si = vi.*conj(ii);
    Pi = real(Si);

    n(I, :) = 100*Po./Pi;
    x(I, :) = 100*Po./abs(Si);
end

clear w Z2 Ait vo vi ii Po Pi Si I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, rl, n, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(n(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('n (%)')

```

```

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, r1, x, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) 0 (max(x(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('x (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

[xmax, linIdx] = max(x(:));
[r1Idx, fIdx] = ind2sub(size(x), linIdx);

xmax
fmax = f(fIdx)
r1max = r1(r1Idx)

clear f r1 n x linIdx fIdx r1Idx ResFreqContour

```

B.1.14 – Script “EffParam.m”.

```

% Plots the efficiency parameters (n and x) versus f, for nominal conditions.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

if config(2) == 'P'
    Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/R1 + li*w*C2);
    vo = 1./(1/R1 + li*w*C2);
else
    Z2 = Rp2 + R1 + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
    vo(1:len) = R1;
end

Po = abs(vo).^2/R1;

Ait = li*w*M./Z2;

if config(1) == 'P'
    ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
    vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
else
    ii = 1./Ait;
    vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*M;
end

Si = vi.*conj(ii);
Pi = real(Si);

n = 100*Po./Pi;
x = 100*Po./abs(Si);

clear w Z2 Ait vo vi ii Po Pi Si

figure

subplot(2,1,1), semilogx(f, n, 'k')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1)
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('n (%)')

subplot(2,1,2), semilogx(f, x, 'k')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1)
grid on
xlabel('f (Hz)')
ylabel('x (%)')

clear f n x

```

B.1.15 – Script “EffParamExpr.m”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets n expression for the synchronous alignment of the selected configuration. If desired,
% gets also the best R1 expression and the corresponding best n expression.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear

syms L1 L2 C1 C2 Rp1 Rp2 R1 Rg wr w1 w2 M positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Program Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('SS') % Configuration (SS, SP, PS, PP).
GetBestParams = true; % True for getting the expressions for the best parameters (best R1

```

```

% and n).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Synchronous Alignment Definition %%%%%%%%%%

if config(2) == 'P'
    w2 = (wr^2 + 1/(C2*R1)^2)^(1/2);
    R2r = wr^2*M^2/(Rp2+L2/(C2*R1));
else
    w2 = wr;
    R2r = wr^2*M^2/(Rp2+R1);
end

L2 = 1/(w2^2*C2);
R2r = simple(subs(R2r));

if config(1) == 'P'
    w1 = (wr^2 + (Rp1+R2r)^2/L1^2)^(1/2);
    w1 = simple(w1);
else
    w1 = wr;
end

C1 = 1/(w1^2*L1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Basic Expressions %%%%%%%%%%

if config(2) == 'P'
    Z2 = Rp2 + li*wr*L2 + 1/(1/R1 + li*wr*C2);
    vo = 1/(1/R1 + li*wr*C2);
else
    Z2 = Rp2 + R1 + li*(wr*L2 - 1/(wr*C2));
    vo = R1;
end

Po = simple(abs(vo)^2/R1);
Ait = simple(li*wr*M/Z2);

if config(1) == 'P'
    ii = 1/Ait + li*wr*C1*(Rp1 + li*wr*L1)/Ait - li*wr*M;
    vi = Rg/Ait + (li*wr*C1*Rg + 1)*((Rp1 + li*wr*L1)/Ait - li*wr*M);
else
    ii = 1/Ait;
    vi = (Rg + Rp1 + li*(wr*L1 - 1/(wr*C1)))/Ait - li*wr*M;
end

ii = simplify(ii);
vi = simplify(vi);

Pi = (vi*conj(ii)); % At resonance, Pi = Si.

if simplify(imag(Pi)) ~= sym(0)
    disp('Error: Pi is not real.')
    return
end

Pi = simplify(real(Pi));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n Expression %%%%%%%%%%

n = simplify(Po/Pi)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Best Parameters %%%%%%%%%%

if ~GetBestParams
    return
end

bestR1 = solve(diff(n, R1), R1)

bestn = simple(subs(n, R1, bestR1))

```

B.1.16 – Script “EffParamExprQ.m”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Gets n expression for the synchronous alignment of the selected configuration,
% using quality factors.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%

clear

syms L1 L2 C1 C2 Rp1 Rp2 R1 Rg wr w1 w2 k M Q1 Qcs Qcp Qs Qt positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Model settings %%%%%%%%%%

config = upper('PP') % Configuration (SS, SP, PS, PP).

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Synchronous Alignment Definition %%%%%%%%%%

if config(2) == 'P'
    w2 = wr*(1 + 1/Q1^2)^(1/2);
else
    w2 = wr;
end

if config(1) == 'P'
    w1 = wr*(1 + 1/Qt^2)^(1/2);
else
    w1 = wr;
end

C1 = 1/(w1^2*L1);
C2 = 1/(w2^2*L2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Quality Factors %%%%%%%%%%

```

```

Rp1 = wr*L1*(1/Qs-k^2*Qs); % Rp1 = wr*L1/Qcp and Qcp = 1/(1/Qs-k^2*Qs).
Rp2 = wr*L2*(1/Qs-1/Q1); % Rp2 = wr*L2/Qcs and Qcs = 1/(1/Qs-1/Q1).

if config(2) == 'P'
    Rl = Q1/(wr*C2);
else
    Rl = 1/(wr*C2*Q1);
end

Rl = simple(Rl);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Basic Expressions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

M = k*(L1*L2)^(1/2);

if config(2) == 'P'
    Z2 = Rp2 + li*wr*L2 + 1/(1/Rl + li*wr*C2);
    vo = 1/(1/Rl + li*wr*C2);
else
    Z2 = Rp2 + Rl + li*(wr*L2 - 1/(wr*C2));
    vo = Rl;
end

Z2 = simple(Z2);
vo = simplify(vo);

Po = simple(abs(vo)^2/Rl);
Ait = simple(li*wr*M/Z2);

if config(1) == 'P'
    ii = 1/Ait + li*wr*C1*((Rp1 + li*wr*L1)/Ait - li*wr*M);
    vi = Rg/Ait + (li*wr*C1*Rg + 1)*(Rp1 + li*wr*L1)/Ait - li*wr*M);
else
    ii = 1/Ait;
    vi = (Rg + Rp1 + li*(wr*L1 - 1/(wr*C1)))/Ait - li*wr*M);
end

ii = simplify(ii);
vi = simplify(vi);

Pi = (vi*conj(ii)); % At resonance, Pi = Si.

if simplify(imag(Pi)) ~= sym(0)
    disp('Error: Pi is not real.')
    return
end

Pi = simplify(real(Pi));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n Expression %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

n = simplify(Po/Pi);

disp('n =')
pretty(n)
disp(' ')

```

B.1.17 – Script “wRes_QlCritADT.m”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets resonance (in w) and critical Ql (in Ql) polynomials, discarding coil parasitic resistances Rp1
% and Rp2. If desired (and possible), solves these polynomials for getting the resonant frequencies
% (wRes) and/or critical Ql (QlCrit) expressions.
% Frequencies w1 and w2 are defined as: w1 = 1/sqrt(L1*C1) and w2 = 1/sqrt(L2*C2).
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear

syms L1 L2 C1 C2 R1 w wr w1 w2 k Ql positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Model settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

config = '1T' % Configuration (1T, 1Pi, 2T, 2Pi).

alignment = 'ideal' % Options:
% 'none': No alignment.
% 'ideal': Ideal alignment.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Program settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

getwRes = true; % True for getting wRes expressions.
getQlCrit = true; % True for getting QlCrit expressions.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get Xp or Bp %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

config(2) = upper(config(2));

if config(1) == '1'
    R2 = R1;
    X2 = w*L2;
else
    if config(2) == 'P'
        RsGs = (1/R1)/(1/R1^2 + w^2*C1^2);
        XsBs = -1/(w*C2) - w*C1/(1/R1^2 + w^2*C1^2);

        R2 = RsGs;
        X2 = w*L2 + XsBs;
    else
        RsGs = R1/(R1^2 + 1/(w*C1)^2);
        XsBs = w*C2 + (1/(w*C1))/(R1^2 + 1/(w*C1)^2);

        R2 = RsGs/(RsGs^2 + XsBs^2);
        X2 = w*L2 - XsBs/(RsGs^2 + XsBs^2);
    end
end
end

```

```

R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2 + X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2 + X2^2);

if config(1) == '2'
    XpBp = w*L1 + X2r;
else
    if config(2) == 'P'
        R1G1 = R2r;
        X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1);

        XpBp = w*C2 - X1B1/(R1G1^2 + X1B1^2);
    else
        R1G1 = R2r/(R2r^2 + (w*L1 + X2r)^2);
        X1B1 = w*C1 - (w*L1 + X2r)/(R2r^2 + (w*L1 + X2r)^2);

        XpBp = -1/(w*C2) - X1B1/(R1G1^2 + X1B1^2);
    end
end

clear RsGs XsBs R2 X2 R2r X2r R1G1 X1B1

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignments definition %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if strcmpi(alignment, 'ideal')
    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            C1 = 1/(wr^2*L1*(1-k^2));
            C2 = 1/(wr^2*L1*k^2);
        else
            C1 = 1/(wr^2*L1);
            C2 = 1/(wr^2*L1*(1/k^2-1));
        end

        R1 = wr*L2/Q1;
    else
        if config(2) == 'P'
            C1 = 1/(wr^2*L2*k^2);
            C2 = 1/(wr^2*L2*(1-k^2));

            R1 = Q1/(wr*C1);
        else
            C1 = 1/(wr^2*L2*(1/k^2-1));
            C2 = 1/(wr^2*L2);

            R1 = 1/(wr*C1*Q1);
        end
    end
end

if strcmpi(alignment, 'none')
    C1 = 1/(w1^2*L1);
    C2 = 1/(w2^2*L2);

    if config(1) == '1'
        R1 = w2*L2/Q1;
    else
        if config(2) == 'P'
            R1 = Q1/(w1*C1);
        else
            R1 = 1/(w1*C1*Q1);
        end
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

pol = numden(subs(XpBp)); % Resonance polynomial from Xp = 0 or Bp = 0.

pol = FactorOut(pol, L1); % Eliminate known factorable variables.
pol = FactorOut(pol, wr);
pol = FactorOut(pol, w);

pol = FactorIfPossible(pol, w);

[a, p] = coeffs(pol, w);
a = flipr(a);
p = flipr(p);

disp('Resonance polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Resonance polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if getwRes
    wRes = solve(pol, w);
    disp('Resonant frequencies are:')
    pretty(wRes)
    disp(' ')
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get cubic discriminant %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

isBicubic = true; % Check if resonance polynomial is bicubic.
if length(p) ~= 4
    isBicubic = false;
elseif (p(2) ~= w^2) || (p(3) ~= w^4) || (p(4) ~= w^6)
    isBicubic = false;
end

if (~isBicubic)
    disp('Error: Resonance polynomial isn't bicubic, can't get its discriminant.')
    return
end

clear isBicubic

% Cubic discriminant.

```

```

dis = 27*a(4)^2*a(1)^2 - 18*a(4)*a(3)*a(2)*a(1) + 4*a(4)*a(2)^3 + 4*a(3)^3*a(1) - a(3)^2*a(2)^2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get critical Ql polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pol = expand(dis); % Make critical Ql polynomial from dis = 0.
if strcmpi(alignment, 'ideal') % Eliminate known factorable variables.
    pol = FactorOut(pol, wr);
    pol = FactorOut(pol, k);
else
    pol = FactorOut(pol, w1);
    pol = FactorOut(pol, w2);
    pol = FactorOut(pol, L1);
    pol = FactorOut(pol, L2);
end
pol = FactorIfPossible(pol, Q1);
[-, p] = coeffs(pol, Q1);
p = flipr(p);
disp('Critical Ql polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Critical Ql polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')
clear a p
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve critical Ql polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if getQlCrit
    QlCrit = solve(pol, Q1);
    disp('Critical Ql factors are:')
    pretty(QlCrit)
    disp(' ')
end

```

B.1.18 – Script “AlignCalcADT.m”.

```

% Calculates ideal alignment for the selected configuration and input parameters. The resulting resonant frequencies (fr1
% and fr2) and the critical Ql (Qlc) are also presented (discarding parasitic resistances).
clear
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = '1T' % Configuration (1T, 1Pi, 2T, 2Pi).
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
fr = 100000;
k = 0.5;
L1 = 20e-6;
L2 = 15e-6;
% Not used in the alignment.
Q1 = 2/sqrt(3);
% Not used in this script, may be necessary outside it.
Rp1 = 0.001;
Rp2 = 0.001;
Rg = 0.001;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignment Calculations %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config(2) = upper(config(2));
M = k*sqrt(L1*L2); % Not used in this script, may be necessary outside it.
wr = 2*pi*fr;
if config(1) == '1'
    if config(2) == 'P'
        C1 = 1/(wr^2*L1*(1-k^2))
        C2 = 1/(wr^2*L1*k^2)
    else
        C1 = 1/(wr^2*L1)
        C2 = 1/(wr^2*L1*(1/k^2-1))
    end
    R1 = wr*L2/Q1
    fr1 = fr
    fr2 = wr*((1-k^2)*Q1^2-1 + ((1-k^2)^2*Q1^4+2*(1-k^2)*(2*(1-k^2)^2-1)*Q1^2+1)^(1/2))/(1-k^2)^2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
    Qlc = 1/(1-k^2)^(1/2)
else
    if config(2) == 'P'
        C1 = 1/(wr^2*L2*k^2)
        C2 = 1/(wr^2*L2*(1-k^2))
        R1 = Q1/(wr*C1)
        fr1 = fr
        fr2 = wr*((Q1^2+k^2-1 + (Q1^4+2*(1-k^2)*(2*(1-k^2)^2-1)*Q1^2+(1-k^2)^2)^(1/2))/(1-k^2))^(1/2)/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
    else
        C1 = 1/(wr^2*L2*(1/k^2-1))
        C2 = 1/(wr^2*L2)
        R1 = 1/(wr*C1*Q1)
    end
end

```

```

    fr1 = fr
    fr2 = wr*((1-k^2-Q1^2 + (Q1^4+2*(1-k^2)*(2*(1-k^2)^2-1)*Q1^2+(1-k^2)^2)^(1/2))/(1-k^2)^2)^(1/2)/(2^(1/2)*2*pi)
end
Q1c = (1-k^2)^(1/2)
end

```

B.1.19 – Script “Ph3DvsKIADT.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, k vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

RsGs = zeros(1, len);
XsBs = zeros(1, len);
R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
R1G1 = zeros(1, len);
X1B1 = zeros(1, len);
RpGp = zeros(1, len);
XpBp = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(1) == '1'
        R2 = Rp2 + R1;
        X2 = w*L2;
    else
        if config(2) == 'P'
            RsGs = (1/R1)./(1/R1^2 + w.^2*C1^2);
            XsBs = -1./(w*C2) - w*C1./(1/R1^2 + w.^2*C1^2);

            R2 = Rp2 + RsGs;
            X2 = w*L2 + XsBs;
        else
            RsGs = R1./(R1^2 + 1./(w*C1).^2);
            XsBs = w*C2 + (1./(w*C1))./(R1^2 + 1./(w*C1).^2);

            R2 = Rp2 + RsGs./(RsGs.^2 + XsBs.^2);
            X2 = w*L2 - XsBs./(RsGs.^2 + XsBs.^2);
        end
    end

    R2r = w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == '2'
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(w*L1 + X2r))*180/pi;
    else
        if config(2) == 'P'
            R1G1 = Rp1 + R2r;
            X1B1 = X2r + w*L1 - 1./(w*C1);

            RpGp = R1G1./(R1G1.^2 + X1B1.^2);
            XpBp = w*C2 - X1B1./(R1G1.^2 + X1B1.^2);

            PhZi(n, :) = angle(Rg + RpGp./(RpGp.^2 + XpBp.^2) - 1i*XpBp./(RpGp.^2 + XpBp.^2))*180/pi;
        else
            R1G1 = (Rp1 + R2r)./((Rp1 + R2r).^2 + (w*L1 + X2r).^2);
            X1B1 = w*C1 - (w*L1 + X2r)./((Rp1 + R2r).^2 + (w*L1 + X2r).^2);

            RpGp = R1G1./(R1G1.^2 + X1B1.^2);
            XpBp = -1./(w*C2) - X1B1./(R1G1.^2 + X1B1.^2);

            PhZi(n, :) = angle(Rg + RpGp + 1i*XpBp)*180/pi;
        end
    end
end

clear w RsGs XsBs R2 X2 R2r X2r R1G1 X1B1 RpGp XpBp n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, kl, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f kl PhZi

```

B.1.20 – Script “Ph3DvsRIADT.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus Rl.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rpl, Rp2, Rg, k and fr must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, Rl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = fr*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

r1 = R1*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

RsGs = zeros(1, len);
XsBs = zeros(1, len);
R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
RlG1 = zeros(1, len);
XlB1 = zeros(1, len);
RpGp = zeros(1, len);
XpBp = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(1) == '1'
        R2 = Rp2 + r1(n);
        X2 = w*L2;
    else
        if config(2) == 'P'
            RsGs = (1./r1(n))./(1./r1(n).^2 + w.^2*C1^2);
            XsBs = -1./(w*C2) - w*C1./(1./r1(n).^2 + w.^2*C1^2);

            R2 = Rp2 + RsGs;
            X2 = w*L2 + XsBs;
        else
            RsGs = r1(n)./(r1(n).^2 + 1./(w*C1).^2);
            XsBs = w*C2 + (1./(w*C1))./(r1(n).^2 + 1./(w*C1).^2);

            R2 = Rp2 + RsGs./(RsGs.^2 + XsBs.^2);
            X2 = w*L2 - XsBs./(RsGs.^2 + XsBs.^2);
        end
    end

    R2r = w.^2*k^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*k^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == '2'
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rpl + R2r + 1i*(w*L1 + X2r))*180/pi;
    else
        if config(2) == 'P'
            RlG1 = Rpl + R2r;
            XlB1 = X2r + w*L1 - 1./(w*C1);

            RpGp = RlG1./(RlG1.^2 + XlB1.^2);
            XpBp = w*C2 - XlB1./(RlG1.^2 + XlB1.^2);

            PhZi(n, :) = angle(Rg + RpGp./(RpGp.^2 + XpBp.^2) - 1i*XpBp./(RpGp.^2 + XpBp.^2))*180/pi;
        else
            RlG1 = (Rpl + R2r)./((Rpl + R2r).^2 + (w*L1 + X2r).^2);
            XlB1 = w*C1 - (w*L1 + X2r)./((Rpl + R2r).^2 + (w*L1 + X2r).^2);

            RpGp = RlG1./(RlG1.^2 + XlB1.^2);
            XpBp = -1./(w*C2) - XlB1./(RlG1.^2 + XlB1.^2);

            PhZi(n, :) = angle(Rg + RpGp + 1i*XpBp)*180/pi;
        end
    end
end

clear w RsGs XsBs R2 X2 R2r X2r RlG1 XlB1 RpGp XpBp n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, r1, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(r1) R1 max(r1)], 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, r1, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f r1 PhZi

```


B.1.21 – Script “wResST.m”.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets the resonance polynomial (in w) of the single-tuned configurations, discarding
% parasitic resistances. If desired (and possible), solves these polynomials for getting
% the resonant frequencies (wRes).
% Frequencies w1 and w2 are defined as: w1 = 1/sqrt(L1*C1) and w2 = 1/sqrt(L2*C2).
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear

syms L1 L2 C1 C2 R1 w w1 w2 k Q1 positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Program settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('2P') % Configuration (1S, 1P, 2S, 2P).

getwRes = true; % True for getting wRes expressions.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get X1 or B1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if config(1) == '2'
    if config(2) == 'P'
        R2 = (1/R1)/(1/R1^2+w^2*C2^2);
        X2 = w*L2 - w*C2/(1/R1^2+w^2*C2^2);
    else
        R2 = R1;
        X2 = w*L2 - 1/(w*C2);
    end
else
    R2 = R1;
    X2 = w*L2;
end

R2r = w^2*k^2*L1*L2*R2/(R2^2+X2^2);
X2r = -w^2*k^2*L1*L2*X2/(R2^2+X2^2);

if config(1) == '1'
    if config(2) == 'P'
        X1B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)/(R2r^2 + (w*L1+X2r)^2); % B1.
    else
        X1B1 = X2r + w*L1 - 1/(w*C1); % X1.
    end
else
    X1B1 = X2r + w*L1;
end

clear R2 X2 R2r X2r

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameter dependencies %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if config(1) == '2'
    C2 = 1/(w^2*L2);
    if config(2) == 'P'
        R1 = Q1/(w^2*C2);
    else
        R1 = 1/(w^2*C2*Q1);
    end
else
    C1 = 1/(w1^2*L1);
    R1 = w1*L2/Q1;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Get resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pol = numden(subs(X1B1)); % Resonance polynomial from X1 = 0 or B1 = 0.
pol = FactorOut(pol, L1); % Eliminate known factorable variables.
pol = FactorOut(pol, w);
pol = FactorIfPossible(pol, w);

[a, p] = coeffs(pol, w);
a = fliplr(a);
p = fliplr(p);

disp('Resonance polynomial is:')
pretty(pol)
disp(' ')
disp('Resonance polynomial powers are:')
pretty(p)
disp(' ')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solve resonance polynomial %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if getwRes
    wRes = solve(pol, w);
    disp('Resonant frequencies are:')
    pretty(wRes)
    disp(' ')
end

```

B.1.22 – Script “AlignCalcST.m”.

```

% Calculates selected alignment for the selected configuration and parameters. The resulting resonant frequencies and
% the critical k (kc) are also presented (discarding parasitic resistances).

clear

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
config = upper('2P') % Configuration (1S, 1P, 2S, 2P).

```

```

alignment = 'gyrator'      % Options:
                          % 'none': No alignment.
                          % 'ideal': Ideal alignment.
                          % 'gyrator': Gyrator alignment.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f0 = 100000;      % If alignment = 'none', f0 is interpreted as f1 in 1x configurations, and as f2 in 2x configurations.
k = 0.825
L1 = 20e-6
L2 = 15e-6

% Not used in the alignment.
Q1 = 3;

% Not used in this script, may be necessary outside it.
Rp1 = 0.001;
Rp2 = 0.001;
Rg = 0.001;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Calculation of output parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
M = k*sqrt(L1*L2);      % Not used in this script, may be necessary outside it.

if config(1) == '1'
    if strcmpi(alignment, 'none')
        w1 = 2*pi*f0;
    else
        w0 = 2*pi*f0;

        if strcmpi(alignment, 'ideal')
            if config(2) == 'P'
                w1 = w0;
            else
                w1 = w0*sqrt(1-k^2);
            end
        end

        if strcmpi(alignment, 'gyrator')
            if config(2) == 'P'
                w1 = w0*sqrt(1-k^2);
            else
                w1 = w0;
            end
        end
    end

    C1 = 1/(w1^2*L1)

    R1 = w1*L2/Q1
    if config(2) == 'P'
        fr = w1*((Q1^2*(1-k^2)-1 + ((Q1^2*(1-k^2)-1)^2+4*Q1^2*(1-k^2)^2)^(1/2))/(1-k^2)^2)^(1/2)/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
    else
        fr = w1*((Q1^2-1 + ((Q1^2+1)^2-4*Q1^2*k^2)^(1/2))/(1-k^2))^1/2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
    end
else
    if strcmpi(alignment, 'none')
        w2 = 2*pi*f0;
    else
        w0 = 2*pi*f0;

        if strcmpi(alignment, 'ideal')
            if config(2) == 'P'
                w2 = w0;
            else
                w2 = w0*sqrt(1-k^2);
            end
        end

        if strcmpi(alignment, 'gyrator')
            if config(2) == 'P'
                w2 = w0*sqrt(1-k^2);
            else
                w2 = w0;
            end
        end
    end

    C2 = 1/(w2^2*L2)
    if config(2) == 'P'
        R1 = Q1/(w2*C2)

        fr1 = w2*((Q1^2*(2-k^2)+k^2-1 - ((1-k^2-Q1^2*(2-k^2))^2-4*Q1^4*(1-k^2))^1/2)/(1-k^2))^1/2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
        fr2 = w2*((Q1^2*(2-k^2)+k^2-1 + ((1-k^2-Q1^2*(2-k^2))^2-4*Q1^4*(1-k^2))^1/2)/(1-k^2))^1/2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
        kc = (2*Q1+1)^(1/2)/(Q1+1)
    else
        R1 = 1/(w2*C2*Q1)

        fr1 = w2*((Q1^2*(2-k^2)-1 - ((Q1^2*k^2+1)^2-4*Q1^2)^(1/2))/(1-k^2))^1/2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
        fr2 = w2*((Q1^2*(2-k^2)-1 + ((Q1^2*k^2+1)^2-4*Q1^2)^(1/2))/(1-k^2))^1/2/(Q1^2*(1/2)*2*pi)
        kc = ((2-1/Q1)/Q1)^(1/2)
    end
end
end

```

B.1.23 – Script “Ph3DvsKIST.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, k vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
G1 = zeros(1, len);
B1 = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            R2 = Rp2 + (1/R1)./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
            X2 = w*L2 - w*C2./(1/R1^2 + w.^2*C2^2);
        else
            R2 = Rp2 + R1;
            X2 = w*L2 - 1./(w*C2);
        end
    else
        R2 = Rp2 + R1;
        X2 = w*L2;
    end

    R2r = w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*kl(n)^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            G1 = (Rp1+R2r)./(Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2;
            B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)./(Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2;
            PhZi(n, :) = angle(Rg + 1./(G1 + 1i*B1))*180/pi;
        else
            PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(X2r + w*L1 - 1./(w*C1)))*180/pi;
        end
    else
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(X2r + w*L1))*180/pi;
    end
end

clear w R2 X2 R2r X2r G1 B1 n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, kl, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f kl PhZi

```

B.1.24 – Script “Ph3DvsRIST.m”.

```

% Plots Zi phase in 3D (surface) versus R1.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, k and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, R1 vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

r1 = R1*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R2 = zeros(1, len);
X2 = zeros(1, len);
R2r = zeros(1, len);
X2r = zeros(1, len);
G1 = zeros(1, len);
B1 = zeros(1, len);
PhZi = zeros(len, len);

for n = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            R2 = Rp2 + (1/r1(n))./(1/r1(n)^2 + w.^2*C2^2);
            X2 = w*L2 - w*C2./(1/r1(n)^2 + w.^2*C2^2);
        else
            R2 = Rp2 + r1(n);
            X2 = w*L2 - 1./(w*C2);
        end
    else

```

```

        R2 = Rp2 + r1(n);
        X2 = w*L2;
    end

    R2r = w.^2*k^2*L1*L2.*R2./(R2.^2 + X2.^2);
    X2r = -w.^2*k^2*L1*L2.*X2./(R2.^2 + X2.^2);

    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            G1 = (Rp1+R2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
            B1 = w*C1 - (w*L1+X2r)./((Rp1+R2r).^2 + (w*L1+X2r).^2);
            PhZi(n, :) = angle(Rg + 1./(G1 + 1i*B1))*180/pi;
        else
            PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(X2r + w*L1 - 1./(w*C1)))*180/pi;
        end
    else
        PhZi(n, :) = angle(Rg + Rp1 + R2r + 1i*(X2r + w*L1))*180/pi;
    end
end

clear w R2 X2 R2r X2r G1 B1 n

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Phase surface plot %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, r1, PhZi, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'XTick', [min(r1) R1 max(r1)], 'ZTick', [-90 -45 0 45 90])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(r1) max(r1) -100 100])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('R1 (ohm)')
zlabel('Zi Phase (°)')

hold on

% Intersection with PhZi = 0 plane.
[Cntr, Hnd] = contour3(f, r1, PhZi, [0, 0]);
set(Hnd, 'EdgeColor', 'black')
clear Hnd

hold off

clear f r1 PhZi

```

B.1.25 – Script “TransParam3DvsKIST.m”.

```

% Plots the transfer parameters (|Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym|) in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
                    % Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsKIST.m' first.
config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, kl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);
m = kl*sqrt(L1*L2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% |Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym| surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
io = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);

Av = zeros(len, len);
Ai = zeros(len, len);
Zm = zeros(len, len);
Ym = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            Z2 = Rp2 + 1i*w*L2 + 1./(1/R1 + 1i*w*C2);
            vo = 1./(1/R1 + 1i*w*C2);
            io = vo/R1;
        else
            Z2 = Rp2 + R1 + 1i*(w*L2 - 1./(w*C2));
            vo(:) = R1;
            io(:) = 1;
        end
    else
        Z2 = Rp2 + R1 + 1i*w*L2;
        vo(:) = R1;
        io(:) = 1;
    end

    Ait = 1i*w*m(I)./Z2;

    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            ii = 1./Ait + 1i*w*C1.*((Rp1 + 1i*w*L1)./Ait - 1i*w*m(I));
            vi = Rg./Ait + (1i*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + 1i*w*L1)./Ait - 1i*w*m(I));
        else
            ii = 1./Ait;
            vi = (Rg + Rp1 + 1i*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - 1i*w*m(I);
        end
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + 1i*w*L1)./Ait - 1i*w*m(I);
    end
end

```

```

end

Av(I, :) = abs(vo./vi);
Ai(I, :) = abs(io./ii);
Zm(I, :) = abs(vo./ii);
Ym(I, :) = abs(io./vi);
end

clear w m Z2 Ait vo vi io ii I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, Av, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Av(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Av|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Ai, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Ai(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Ai|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Zm, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Zm(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Zm| (ohm)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, kl, Ym, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(Ym(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('|Ym| (siemens)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

clear f kl Av Ai Zm Ym ResFreqContour

```

B.1.26 – Script “TransParam3DvsR1ST.m”.

```

% Plots the transfer parameters (|Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym|) in 3D (surface) versus R1.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
% Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsR1ST.m' first.

config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, R1 vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

r1 = R1*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% |Av|, |Ai|, |Zm|, |Ym| surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
io = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);

Av = zeros(len, len);
Ai = zeros(len, len);
Zm = zeros(len, len);
Ym = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            Z2 = Rp2 + 1i*w*L2 + 1./(1/r1(I) + 1i*w*C2);
            vo = 1./(1/r1(I) + 1i*w*C2);

```

```

        io = vo/rl(I);
    else
        Z2 = Rp2 + rl(I) + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
        vo(:) = rl(I);
        io(:) = 1;
    end
end
else
    Z2 = Rp2 + rl(I) + li*w*L2;
    vo(:) = rl(I);
    io(:) = 1;
end
end

Ait = li*w*M./Z2;

if config(1) == '1'
    if config(2) == 'P'
        ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
        vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*M;
    end
else
    ii = 1./Ait;
    vi = (Rg + Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M;
end

Av(I, :) = abs(vo./vi);
Ai(I, :) = abs(io./ii);
Zm(I, :) = abs(vo./ii);
Ym(I, :) = abs(io./vi);
end

clear w Z2 Ait vo vi io ii I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, rl, Av, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(Av(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('|Av|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, rl, Ai, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(Ai(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('|Ai|')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, rl, Zm, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(Zm(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('|Zm| (ohm)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, rl, Ym, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(Ym(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('|Ym| (siemens)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

clear f rl Av Ai Zm Ym ResFreqContour

```

B.1.27 – Script “TransParamExprST.m”.

```

% Gets the expressions of the transfer parameters for the single-tuned configurations
% under selected alignment, discarding parasitic resistances.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Symbols %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear

syms L1 L2 C1 C2 R1 w0 w1 w2 k positive

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Settings %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

config = upper('2P')           % Configuration (1S, 1P, 2S, 2P).
alignment = 'gyrator'         % Options:
                              % 'ideal': Ideal alignment.
                              % 'gyrator': Gyrator alignment.

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Alignments definition %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if config(1) == '1'
    if strcmpi(alignment, 'ideal')
        if config(2) == 'P'
            w1 = w0;
        else
            w1 = w0*(1-k^2)^(1/2);
        end
    end

    if strcmpi(alignment, 'gyrator')
        if config(2) == 'P'
            w1 = w0*(1-k^2)^(1/2);
        else
            w1 = w0;
        end
    end

    C1 = 1/(w1^2*L1);
else
    if strcmpi(alignment, 'ideal')
        if config(2) == 'P'
            w2 = w0;
        else
            w2 = w0*(1-k^2)^(1/2);
        end
    end

    if strcmpi(alignment, 'gyrator')
        if config(2) == 'P'
            w2 = w0*(1-k^2)^(1/2);
        else
            w2 = w0;
        end
    end

    C2 = 1/(w2^2*L2);
end

clear w1 w2

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Basic Expressions %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

M = k*(L1*L2)^(1/2);

if config(1) == '2'
    if config(2) == 'P'
        Z2 = li*w0*L2 + 1/(1/R1 + li*w0*C2);
        vo = 1/(1/R1 + li*w0*C2);
        io = vo/R1;
    else
        Z2 = R1 + li*(w0*L2 - 1/(w0*C2));
        vo = R1;
        io = 1;
    end
else
    Z2 = R1 + li*w0*L2;
    vo = R1;
    io = 1;
end

Ait = li*w0*M/Z2;

if config(1) == '1'
    if config(2) == 'P'
        ii = 1/Ait - w0^2*C1*(L1/Ait - M);
        vi = li*w0*(L1/Ait - M);
    else
        ii = 1/Ait;
        vi = li*((w0*L1 - 1/(w0*C1))/Ait - w0*M);
    end
else
    ii = 1/Ait;
    vi = li*w0*(L1/Ait - M);
end

ii = simplify(ii);
vi = simplify(vi);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Transfer Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Av = simple(vo/vi)
Ai = simple(io/ii)
Zm = simple(vo/ii)
Ym = simple(io/vi)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Zi %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Zi = simple(vi/ii)

clear vi ii vo io Ait Z2 M

```

B.1.28 – Script “EffParam3DvsKIST.m”.

```

% Plots the efficiency parameters (n and x) in 3D (surface) versus k.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

```

```

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
                    % Contour 'Ctrn' must be defined; run script 'Ph3DvsKlST.m' first.
config
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, kl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

kl = linspace(0, 1, len);
m = kl*sqrt(L1*L2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n, x surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
Po = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
Si = zeros(1, len);
Pi = zeros(1, len);

n = zeros(len, len);
x = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/Rl + li*w*C2);
            vo = 1./(1/Rl + li*w*C2);
        else
            Z2 = Rp2 + Rl + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
            vo(:) = Rl;
        end
    else
        Z2 = Rp2 + Rl + li*w*L2;
        vo(:) = Rl;
    end

    Po = abs(vo).^2/Rl;

    Ait = li*w*m(I)./Z2;

    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I));
            vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*(Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I);
        else
            ii = 1./Ait;
            vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*m(I);
        end
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*m(I);
    end

    Si = vi.*conj(ii);
    Pi = real(Si);

    n(I, :) = 100*Po./Pi;
    x(I, :) = 100*Po./abs(Si);
end

clear w m Z2 Ait vo vi ii Po Pi Si I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, kl, n, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(n(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('n (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Ctrn)
end

figure
surf(f, kl, x, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log')
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) 0 1 0 (max(x(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('kl')
zlabel('x (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Ctrn)
end

[xmax, linIdx] = max(x(:));
[klIdx, fIdx] = ind2sub(size(x), linIdx);

xmax
fmax = f(fIdx)
klmax = kl(klIdx)

clear f kl n x linIdx fIdx klIdx ResFreqContour

```


B.1.29 – Script “EffParam3DvsRIST.m”.

```

% Plots the efficiency parameters (n and x) in 3D (surface) versus Rl.
% Parameters config, L1, L2, C1, C2, R1, Rp1, Rp2, Rg, M and f0 must be defined.

len = 250; % Vector length.

ResFreqContour = true; % True for plotting resonance frequency contour in the top of z axis.
                    % Contour 'Cntr' must be defined; run script 'Ph3DvsRlST.m' first.
config

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% f, Rl vectors %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f = f0*logspace(-1, 1, len);
w = 2*pi*f;

rl = Rl*logspace(-1, 1, len);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n, x surfaces %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Z2 = zeros(1, len);
vo = zeros(1, len);
Po = zeros(1, len);
Ait = zeros(1, len);
ii = zeros(1, len);
vi = zeros(1, len);
Si = zeros(1, len);
Pi = zeros(1, len);

n = zeros(len, len);
x = zeros(len, len);

for I = 1:len
    if config(1) == '2'
        if config(2) == 'P'
            Z2 = Rp2 + li*w*L2 + 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
            vo = 1./(1/rl(I) + li*w*C2);
        else
            Z2 = Rp2 + rl(I) + li*(w*L2 - 1./(w*C2));
            vo(:) = rl(I);
        end
    else
        Z2 = Rp2 + rl(I) + li*w*L2;
        vo(:) = rl(I);
    end

    Po = abs(vo).^2/rl(I);

    Ait = li*w*M./Z2;

    if config(1) == '1'
        if config(2) == 'P'
            ii = 1./Ait + li*w*C1.*((Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M);
            vi = Rg./Ait + (li*w*C1*Rg + 1).*(Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M;
        else
            ii = 1./Ait;
            vi = (Rg + Rp1 + li*(w*L1 - 1./(w*C1)))./Ait - li*w*M;
        end
    else
        ii = 1./Ait;
        vi = (Rg + Rp1 + li*w*L1)./Ait - li*w*M;
    end

    Si = vi.*conj(ii);
    Pi = real(Si);

    n(I, :) = 100*Po./Pi;
    x(I, :) = 100*Po./abs(Si);
end

clear w Z2 Ait vo vi ii Po Pi Si I

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 3D plots %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

figure
surf(f, rl, n, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(n(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('n (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

figure
surf(f, rl, x, 'LineStyle', 'none', 'FaceColor', 'interp')
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log', 'YTick', [min(rl) Rl max(rl)])
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'LineWidth', 1, 'Layer', 'top')
axis([min(f) max(f) min(rl) max(rl) 0 (max(x(:))*1.1)])
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Rl (ohm)')
zlabel('x (%)')

if ResFreqContour
    view(0, 90)
    PlotResFreqContour(Cntr)
end

end

[xmax, linIdx] = max(x(:));
[rlIdx, fIdx] = ind2sub(size(x), linIdx);

xmax
fmax = f(fIdx)
rlmax = rl(rlIdx)

clear f rl n x linIdx fIdx rlIdx ResFreqContour

```

B.1.30 – Script “GetPtsfromImg.m”.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Gets 'nPts' equally-spaced points from magnetization curve in 'ImgFile' image file
% and saves them in the 'OutFile' file, which have a .DAT extension. The 'ImgFile'
% file should be a monochrome GIF; the curve inside should have a single-pixel width
% (hairline) and have no white-pixels (tight fitting and no "holes"). In the scaling,
% it is assumed that the lower-left corner and the upper-right corners have the
% coordinates (0, 0) and ('Hmax', 'Bmax'), respectively. It also calculates and plots
% the relative permeability curve, besides plotting the magnetization curve and the
% extracted points.

clear

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ImgFile = 'img';
Hmax = 325;
Bmax = 0.375;

nPts = 50;
OutFile = 'points';

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Processing %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

img = imread(ImgFile, 'gif');

[m, n] = size(img);

if (nPts < 5) || (nPts > floor(n/2))
    disp('Error: The number of points requested (nPts) is invalid.')
    return
end

data = zeros(1, n);

for j = 1:n
    for i = 1:m
        if img(i, j) == 0
            data(j) = m+1-i;
            break
        end
    end
end

H = (1:n)*Hmax/n; % Whole curve points.
B = data*Bmax/m;

u = B./(pi*4e-7*H); % Relative permeability.

subplot(1, 2, 2)
plot(H, u)
axis([0 max(H) ylim])
xlabel('H (A/m)')
ylabel('u')
grid on

subplot(1, 2, 1)
plot(H, B)
axis([0 max(H) ylim])
xlabel('H (A/m)')
ylabel('B (T)')
grid on
hold on

Pts = zeros(nPts, 2);
step = floor(n/(nPts-1));

for i = 2:nPts
    Pts(i, 1) = H(step*(i-1)); % 'nPts' curve points.
    Pts(i, 2) = B(step*(i-1));
end

plot(Pts(:, 1), Pts(:, 2), '*')
hold off

save(strcat(OutFile, '.dat'), 'Pts', '-ascii')

clear ImgFile img i j m n data step OutFile
```

B.2 – Funções Auxiliares.

B.2.1 – Função “FactorIfPossible.m”.

```
% If possible, returns polynomial 'pol' in factored form; otherwise,
% returns 'pol' in 'x'.

function [polOut] = FactorIfPossible(pol, x)

factorStrPos = char(factor(pol));
Found = false;

for n = 1:length(factorStrPos)
    if factorStrPos(n) == '('
        Found = true;
        break
    end
end
end
```

```

if ~Found
    polOut = collect(pol, x);
    return
end

factorStrNeg = char(factor(-pol));

for n = 1:length(factorStrNeg)
    if factorStrNeg(n) == '('
        polOut = sym(factorStrPos);
        return
    end
end

polOut = collect(-pol, x);

```

B.2.2 – Função “FactorOut.m”.

```

% Returns a version of 'pol' in which the factorable variable 'factorVar'
% was discarded (by considering pol = 0).

function [polOut] = FactorOut(pol, factorVar)

polOut = pol;
while true
    polOut = expand(polOut);
    [~, p] = coeffs(polOut, factorVar);
    p = fliplr(p);
    if p(1) == 1
        return
    end
    polOut = polOut/factorVar;
end

```

B.2.3 – Função “PlotResFreqContour.m”.

```

% Plots resonance frequency contour 'C' in the top of z axis of current figure.

function [] = PlotResFreqContour(C)

hold on

I = 1;
while I <= length(C(1, :))
    CurLen = C(2, I);
    plot3(C(1, (I+1):(I+CurLen)), C(2, (I+1):(I+CurLen)), ones(1, CurLen)*max(zlim), 'k')
    I = I + CurLen + 1;
end

hold off

```

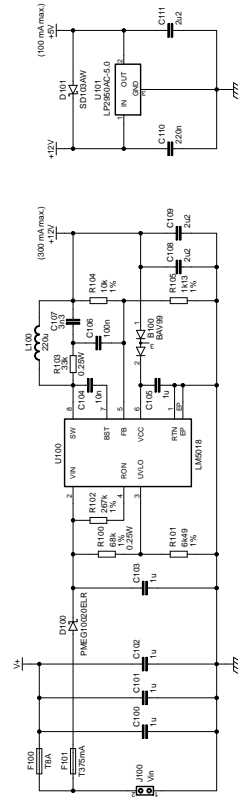
C – Sistema Experimental: Lista de Material e Esquema Elétrico.

DESIGNAÇÃO	QUANT.	VAL./REF.	INVÓLUCRO	DESCRIÇÃO
C1	1	470p	1206	MLCC, 500VDC, 10%, C0G
C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C12, C13, C108, C109, C111, C302	14	2u2	1206	MLCC, 50VDC, 10%, X7R
C10, C11, C100, C101, C102	5	1u	2220	MLCC, 250VDC, 10%, X7T, High Ripple
C14, C107	2	3n3	0603	MLCC, 100VDC, 5%, C0G
C15, C106	2	100n	0603	MLCC, 100VDC, 10%, X7R
C16, C104	2	10n	0603	MLCC, 25VDC, 5%, C0G
C17, C105, C300, C409	4	1u	1206	MLCC, 50VDC, 10%, X7R
C18, C103	2	1u	1812	MLCC, 250VDC, 10%, X7T
C110, C305, C307, C405, C406, C408	6	220n	0603	MLCC, 50VDC, 10%, X7R
C200, C201, C202, C203, C208, C209, C210, C211	8	680n	1206	MLCC, 50VDC, 10%, X7R
C204, C205, C206	3	47n	225-074X268	Polypropylene Capacitor, 400VDC, 5%
C207	1	10n	150-054X183	Polypropylene Capacitor, 400VDC, 5%
C301, C306, C308, C400, C407	5	100n	0603	MLCC, 50VDC, 10%, X7R
C303	1	47p	0603	MLCC, 50VDC, 5%, C0G
C304, C401	2	100n	1206	MLCC, 25VDC, 5%, C0G
C402, C403	2	22n	0805	MLCC, 50VDC, 2%, C0G
C404	1	330p	0603	MLCC, 50VDC, 5%, C0G
R1	1	470	2512	Resistor, 1.5W, 5%, Pulse Rated
R2, R5, R8, R11	4	0	0805	Jumper
R3, R6, R9, R12	4	4k64	0603	Resistor, 100mW, 1%
R4, R7, R10, R13	4	8k87	0603	Resistor, 100mW, 1%
R14, R104	2	10k	0603	Resistor, 100mW, 1%
R15, R105	2	1k13	0603	Resistor, 100mW, 1%
R16, R103	2	33k	1206	Resistor, 250mW, 5%
R17, R102	2	267k	0805	Resistor, 125mW, 1%
R18, R100	2	68k	1206	Resistor, 250mW, 1%
R19, R101	2	6k49	0603	Resistor, 100mW, 1%
R20	1	3.3	1206	Resistor, 330mW, 5%, Pulse Rated
R200, R201, R401, R414	4	4k7	0603	Resistor, 100mW, 5%
R300, R301	2	140	1206	Resistor, 250mW, 1%
R302, R310	2	1k	0603	Resistor, 100mW, 5%
R303	1	374	0603	Resistor, 100mW, 1%
R304, R307, R308, R320	4	1k	0603	Resistor, 100mW, 1%
R305, R311, R312	3	3k32	0603	Resistor, 100mW, 1%
R306	1	1M	0603	Resistor, 100mW, 5%
R309	1	1k5	0603	Resistor, 100mW, 5%
R313	1	100	0603	Resistor, 100mW, 5%
R314	1	4M32	0603	Resistor, 100mW, 1%
R315	1	47	1206	Resistor, 250mW, 5%

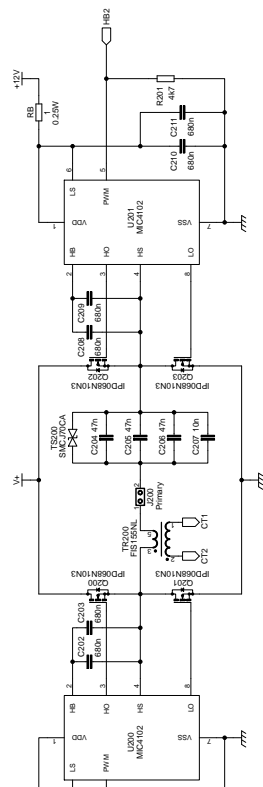
R316, R317, R407	3	330	0603	Resistor, 100mW, 5%
R318, R319	2	8k06	0603	Resistor, 100mW, 1%
R400	1	680	0603	Resistor, 100mW, 5%
R402	1	5k6	0603	Resistor, 100mW, 5%
R403	1	100	0805	Resistor, 125mW, 5%
R404	1	820k	0603	Resistor, 100mW, 1%
R405, R406	2	560	0603	Resistor, 100mW, 5%
R408	1	1k62	0603	Resistor, 100mW, 1%
R409, R411	2	4k02	0603	Resistor, 100mW, 1%
R410	1	5k36	0603	Resistor, 100mW, 1%
R412, R413	2	150	0603	Resistor, 100mW, 5%
RA, RB, RC, RD, RE, RF	6	1	1206	Resistor, 250mW, 5%
VR300	1	50k		Resistive Trimmer, Horizontal
VR400	1	10k		Resistive Trimmer, Horizontal
L1, L100	2	220u		Shielded Inductor
TR200	1	FIS155NL		Current Transformer, 1:500
B1, B100, B300	3	BAV99	SOT23	Diode Array
D1, D2, D3, D100	4	PMEG10020ELR	SOD123W	Schottky Diode
D101	1	SD103AW	SOD123	Schottky Diode
LD400	1	Green	LED-3MM	LED 3mm, Green
LD401	1	Red	LED-3MM	LED 3mm, Red
TS200	1	SMCJ70CA	SMC	TVS, 70V, 1500W
ZD400	1	MM3Z9V1B	SOD323F	Zener Diode, 9.1V, 200mW, 2%
Q1, Q2, Q3, Q4, Q200, Q201, Q202, Q203	8	IPD068N10N3	DPAK	Power MOSFET, N-Channel
Q300	1	DMC2700UDM	SOT23-6	MOSFETs, Complementary Pair
Q400	1	BC846BS	SOT363	Dual NPN BJT
Q401	1	NX3008PBK	SOT23	MOSFET, P-Channel
U1, U2, U3, U4	4	NCP4304A	SOIC08	Synchronous Rectification Controller
U5, U100	2	LM5018	SOIC(EP)08	Switching Buck Regulator
U101	1	LP2950AC-5.0	DPAK	Precision Linear Regulator, 5V
U200, U201	2	MIC4102	SOIC08	Half-Bridge MOSFET Driver
U300	1	MCP6282	SOIC08	Dual OPAMP
U301, U402	2	TLV3502	SOT23-8	High-Speed Comparator, Dual
U302	1	74LVC2G00	SM8	NAND Gate, Dual
U303	1	TLV3501	SOT23-6	High-Speed Comparator, Single
U400	1	SN74LVC1G132	SOT23-5	NAND Gate, Schmitt-Trigger, Single
U401	1	74AHC02	SOIC14	NOR Gate, Quad
U403	1	74AHC74	SOIC14	D Flip-Flop, Dual
U404	1	74LVC2G17	SOT23-6	Buffer, Schmitt-Trigger, Dual
F100	1	T8A	5X20	Fuse, Timed, 5X20
F101	1	T375mA	2410	Fuse, Timed, SMD

Tabela C.1 – Lista de material do sistema experimental.

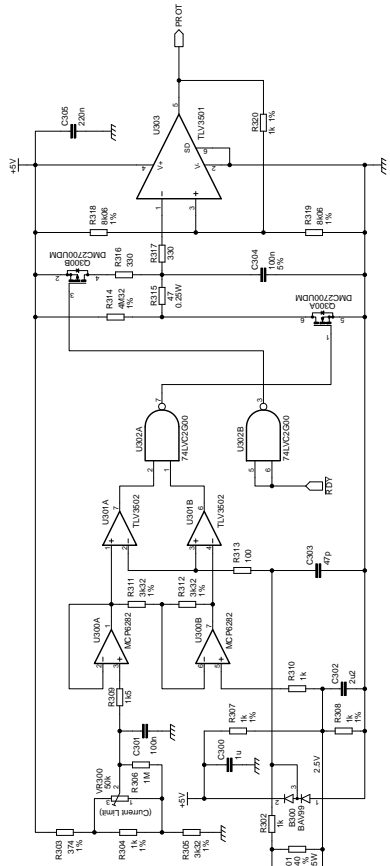
Power Supply



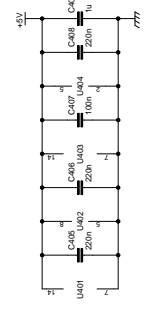
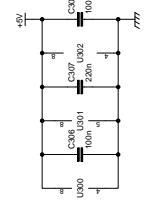
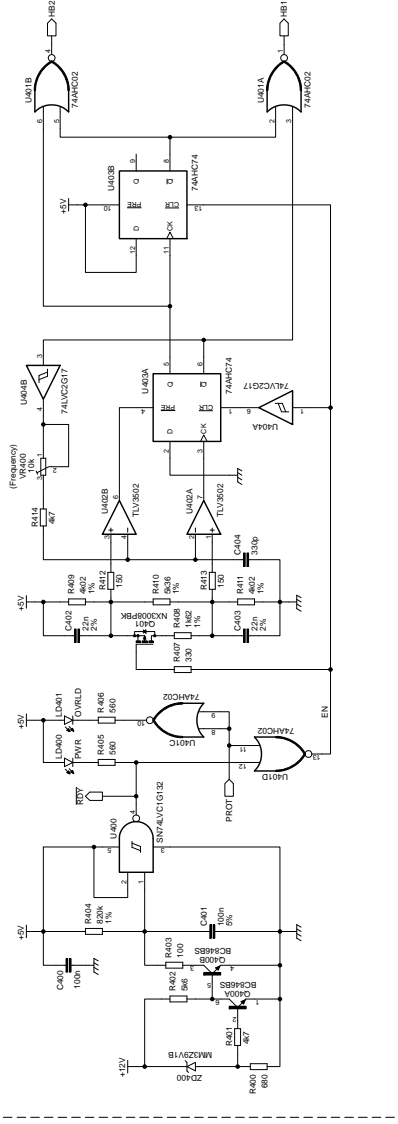
H Bridge & Drivers



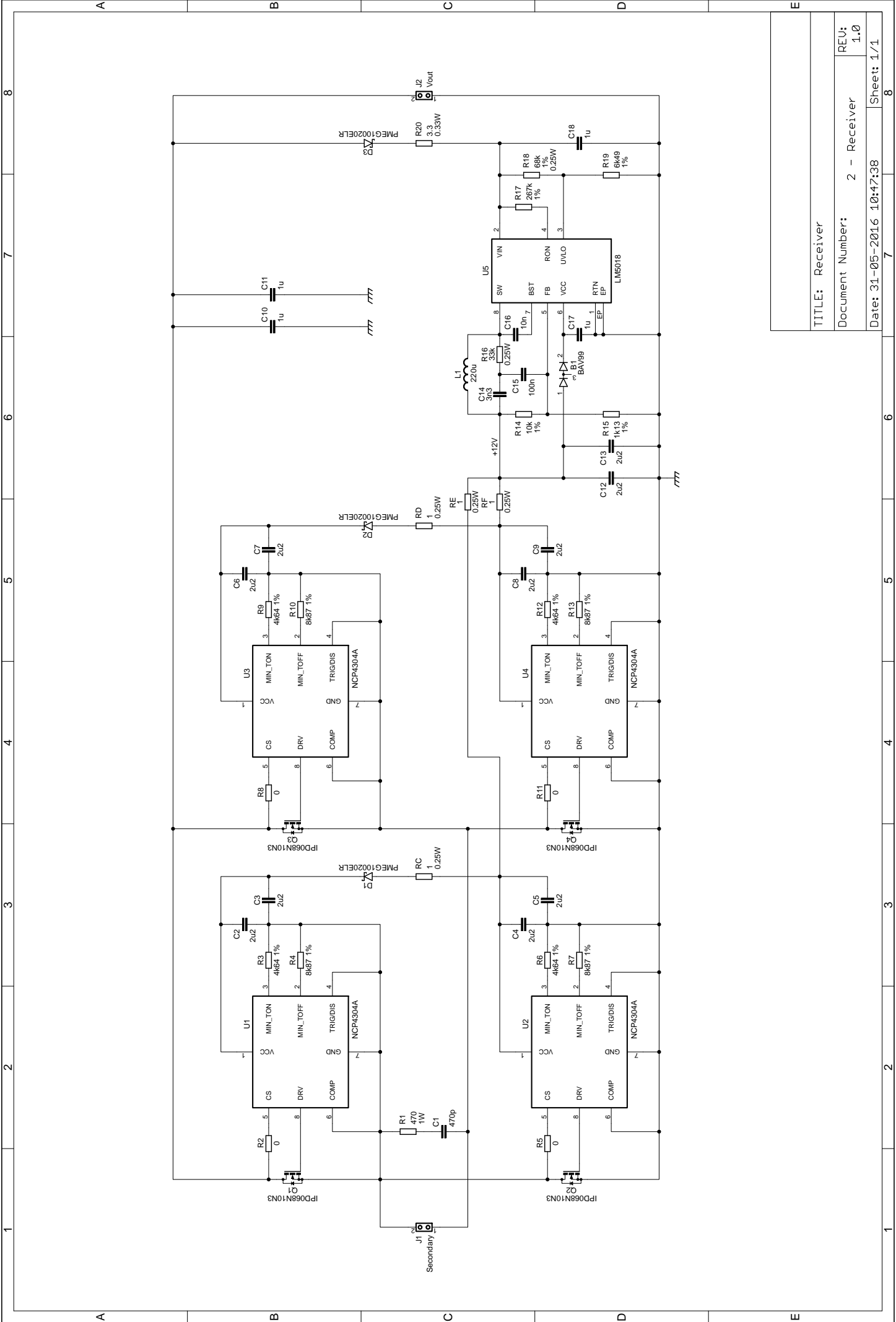
Overload Protection



Control & Oscillator



TITLE: Transmitter
 Document Number: 1 - Transmitter
 Date: 31-05-2016 10:40:30
 Sheet: 1/1



TITLE: Receiver
Document Number: 2 - Receiver
REV: 1.0
Date: 31-05-2016 10:47:38

