

INTRODUÇÃO À OPTICA FÍSICA



Introdução.

A natureza da luz.

Perspetiva histórica.

Óptica geométrica, ondulatória e quântica.

Óptica geométrica. Breve revisão. Aberrações.

Radiometria e fotometria

Ondas electromagnéticas.

Movimento ondulatório e equação de onda.

As equações de Maxwell.

Equações de onda do campo electromagnético.

Espectro electromagnético.

Equações de Fresnel.

Sobreposição de ondas.

Ondas com a mesma frequência.

Ondas estacionárias.

Ondas com frequências diferentes.

Batimentos. Onda moduladora e onda transportadora.

Grupos de ondas. Velocidades de fase e de grupo.



Introdução à óptica de Fourier.

O conceito de frequência. Representações no espaço das frequências.

Séries e transformadas de Fourier.

Filtragem de Fourier e imagiologia.

Funções de transferência de modulação. Avaliação da qualidade de um sistema óptico.

Propriedades da luz e dos materiais ópticos

Índice de refração e velocidade da luz.

Dispersão

Polarização

Birrefringência

Coerência

Polarização

Polarização linear, circular e elíptica.

Lei de Malus.

Polarizadores. Polarização por dicroísmo, reflexão e difusão.

Actividade óptica.



O laser

Princípios básicos de funcionamento e características principais.

Tipos de lasers.

Interação da radiação com tecidos e materiais biológicos, em particular com os do sistema visual humano.

Granulado laser (*speckle*)

Aplicação à avaliação do estado refrativo do olho.

Difração

Condições de difração. Breve referência à difração de Fresnel.

Difração de Fraunhofer.

Fenda simples, fenda dupla e fenda múltipla.

Abertura circular. Limite de resolução do olho humano.

Redes de difração.

Óptica difrativa e adaptativa.



Interferência

Interferência construtiva e interferência destrutiva.

Condições de interferência.

Interferência por divisão de frente de onda.

Interferência por divisão de amplitude.

A experiência da dupla fenda de Young.

Anéis de Newton.

Interferómetro de Michelson.

Breve referência a outros tipos de interferómetros.

Holografia

Definição e caracterização.

Diferentes tipos de holografia

Produção e visualização de hologramas.

Aplicações

Visualização 3D. Interferometria holográfica

Breve introdução às fibras ópticas e guias de ondas.



BIBLIOGRAFIA:

Introduction to Optics, F. Pedrotti e L. Pedrotti, Prentice-Hall International Editions (1987).

Óptica, E. Hecht, tradução de J. Rebordão, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa (1991).

Fundamentals of Optics, F.A. Jenkins e H.E. White, McGraw-Hill International Editions, 4ª edição (1981).

Geometrical and Physical Optics, R.S. Longhurst, Longman (1976).

Optique-Cours de Physique Générale, G.Bruhat, 6º edição revista por A. Kastler, Masson, Paris (1992).

Óptica - Fundamentos e Aplicações, J. A. Brandão Faria, Editorial Presença (Lisboa 1995).

Optics, M.V. Klein e T.E. Furtak, John Wiley & Sons (New York, 1986).

Optics and Lasers, M. Young, Springer-Verlag (1993).

The Feynman Lectures on Physics, Feynman, Leighton e Sands, vol. 1, Addison-Wesley Publishing Company (1963).

Física-Óptica, L.G. Silva, J. Valadares, vol. V, Livraria Franco (Lisboa, 1977).

Óptica e Física Moderna-vol.4, P.Tipler, Guanabara Koogan Editora, 4ª edição (1995)

“Introdução ao Processamento de Imagem”, Manuel Filipe Pereira da Cunha Martins Costa, Departamento de Física, Universidade do Minho, 1995.



A Natureza da Luz. Perspectiva histórica.

~2000AC.

Aristóteles (éter)

Platão

Pitágoras

Euclides

Hero de Alexandria (caminho mais curta)

Ptolomeu (Sec. II)

...

Alhazem (primeiro cientista... reflexão, espelhos, olho humano) 1015 “Optica”

...

Roger Bacon (primeiro cientista... experimentação, lentes para correção de problemas visuais)

Sec. 13

Leonardo da Vinci (concentrador solar,...) Sec. 15/16



Galileo Galilei (1564-1642) (... telescópio ocular divergente)

Johannes Kepler (1571-1630) (... telescópio ocular lente positiva)

Zacharias Janssen (1588-1632) (microscópio composto)

Willebrord Snell (1591-1626) (lei de Snell)

René Descartes (1596-1650)

Pierre de Fermat (1601-1665) (tempo mínimo)

Robert Hooke (1635-1703) (difracção, interferência cores filmes finos)

Isaac Newton (1642-1727) (dispersão, teoria da emissão corpuscular)

Christiaan Huygens (1629-1695)

(teoria ondulatória, abrandamento da luz meios densos; dupla refração na calcite)

Thomas Young (1773-1829) (teoria ondulatória, interferência; vibração transversa)

Augustin Jean Fresnel (1788-1827) (leis de Fresnel reflexão e refração)

Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)

Dominique François Jean Arago (1786-1853)

Étienne Louis Malus (1775-1812) (polarização)



Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896) (medição velocidade da luz, interferometria)

Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) (medição velocidade da luz)

Michael Faraday (1791-1867) (relação entre o electromagnetismo e a luz)

Clerk Maxwell (1831-1879) (leis de Maxwell, $c=1/\epsilon_0\mu_0$)

Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894) (ondas electromagneticas)

George Biddell Airy (1801-1892) (éter em repouso absoluto)

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

Albert Abraham Michelson (1852-1931) (velocidade da luz, não arrastamento)

Edward Williams Morley (1838-1923)

Jules Henri Poincaré (1854-1912) (éter...)

Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947) (teoria quântica, energia quantum $E=vh$)

Albert Einstein (1879-1955) (fotão, $E=mc^2$, efeito fotoeléctrico)

Bohr, Schrödinger, de Broglie, Born, Pauli, Heisenberg, ...

Maiman, Gabor, , ...



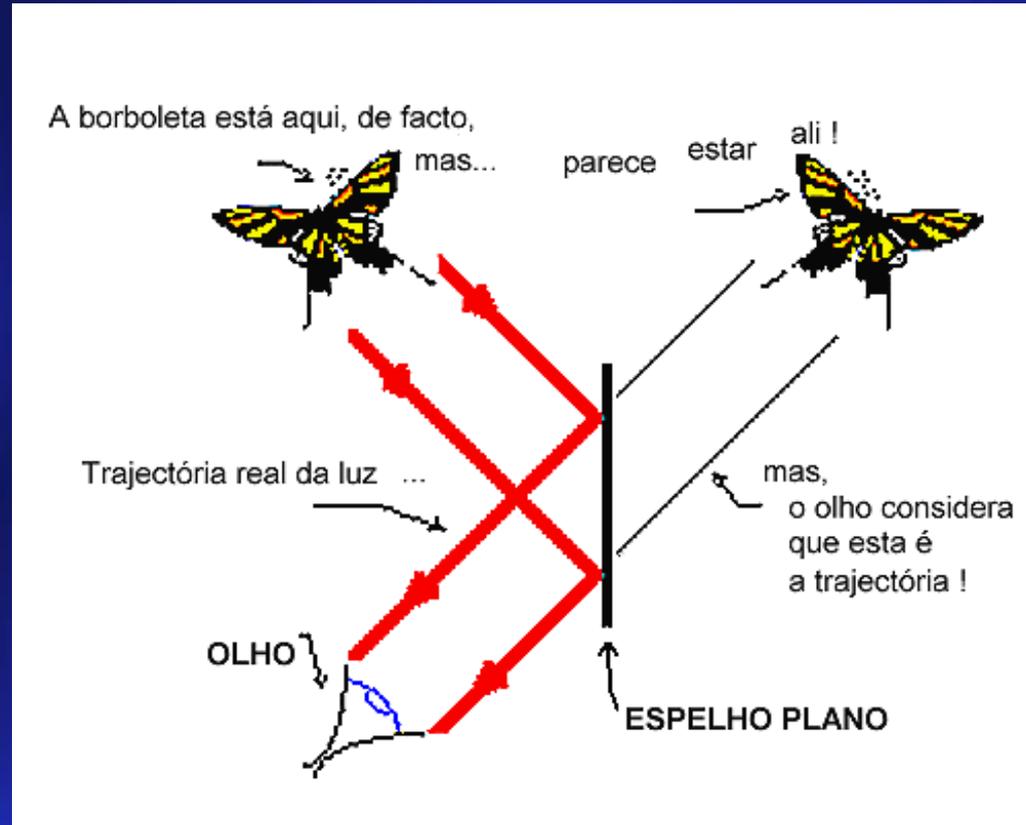
A luz tem caracter dual: os fenômenos de reflexão, refração, interferência, difração e polarização da luz podem ser explicados pela teoria ondulatória e os de emissão e absorção podem ser mais facilmente explicados pelo caracter corpuscular da luz.



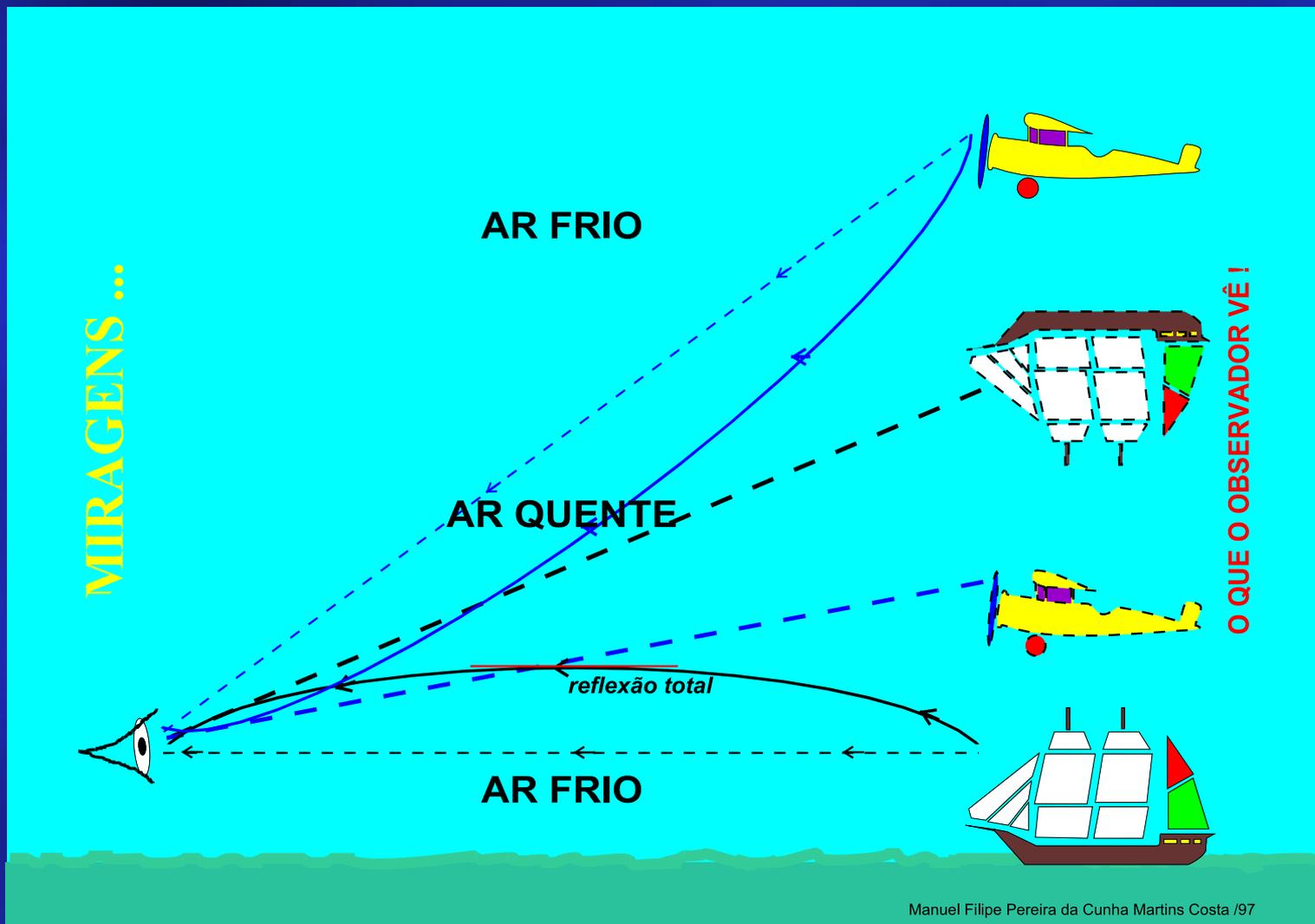
Princípios e leis básicas da O.G:

- *Propagação rectilínea da luz em meios homogéneos*
- *Reversibilidade dos raios luminosos*
- *Independência (não “interferência”) dos raios luminosos*
- *Lei da reflexão $\theta_i = \theta_r$*
- *Lei da refacção $n_i \sin \theta_i = n_R \sin \theta_R$*



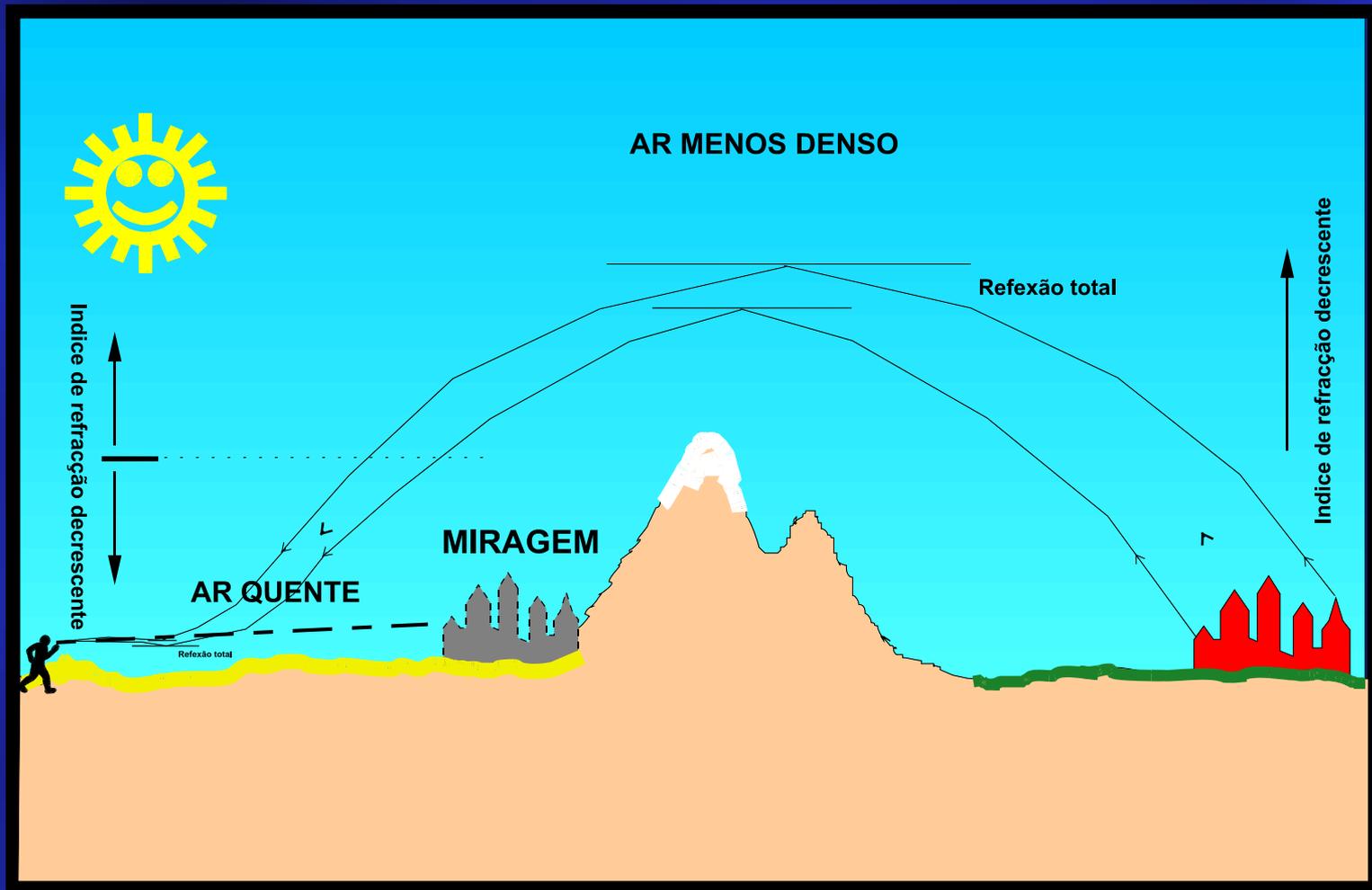


Propagação rectilinea da luz



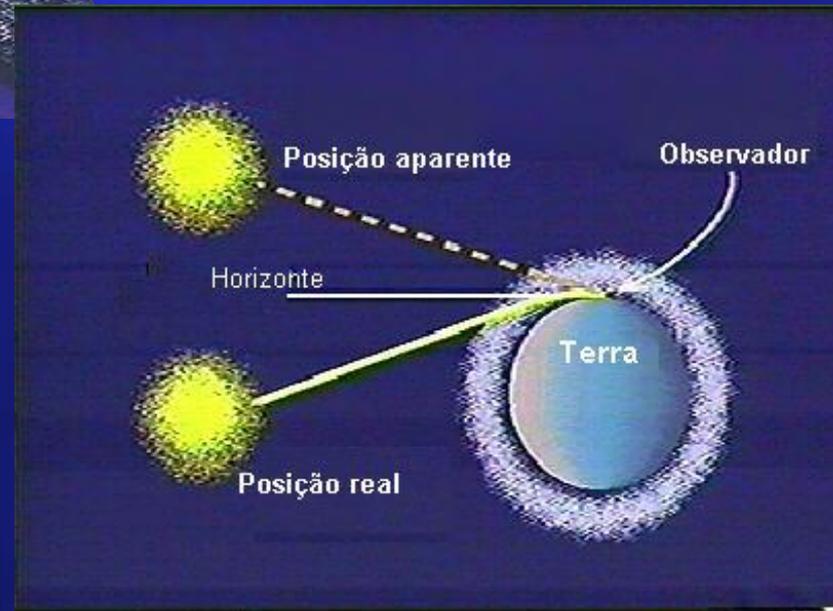
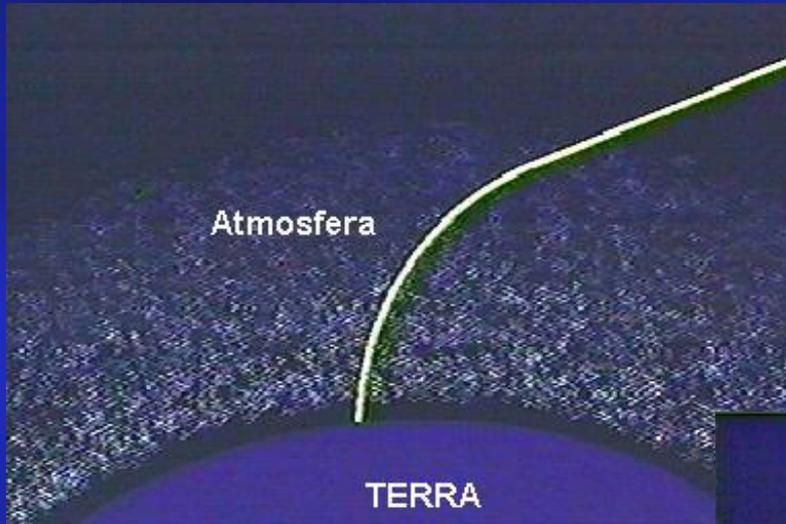
Manuel Filipe Pereira da Cunha Martins Costa /97

Propagação rectilinea da luz



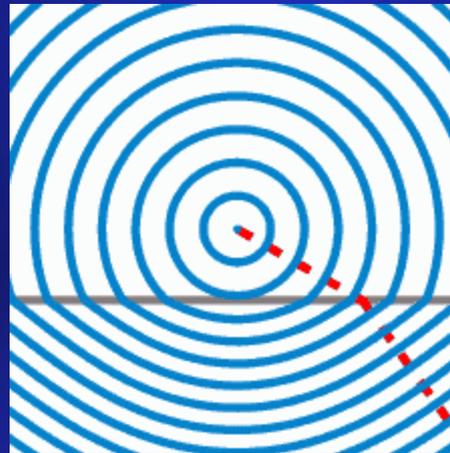
Miragens e ilusões ópticas







Refração



AR

ÁGUA

Comprimento de onda e velocidade de propagação

...

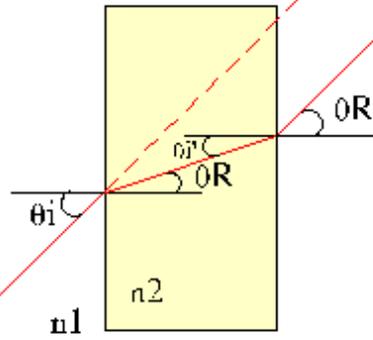
Refração

Índices de refração

Material	Índice de refracción
<u>Vacío</u>	1
<u>Aire</u> (*)	1,0002926
<u>Agua</u>	1,3330
<u>Acetaldehído</u>	1,35
Solución de <u>azúcar</u> (30%)	1,38
<u>1-butanol</u> (a 20 °C)	1,399
<u>Glicerina</u>	1,473
<u>Heptanol</u> (a 25 °C)	1,423
Solución de <u>azúcar</u> (80%)	1,52
<u>Benceno</u> (a 20 °C)	1,501
<u>Metanol</u> (a 20 °C)	1,329
<u>Cuarzo</u>	1,544
<u>Vidrio</u> (corriente)	1,52
<u>Disulfuro de carbono</u>	1,6295
<u>Cloruro de sodio</u>	1,544
<u>Diamante</u>	2,42

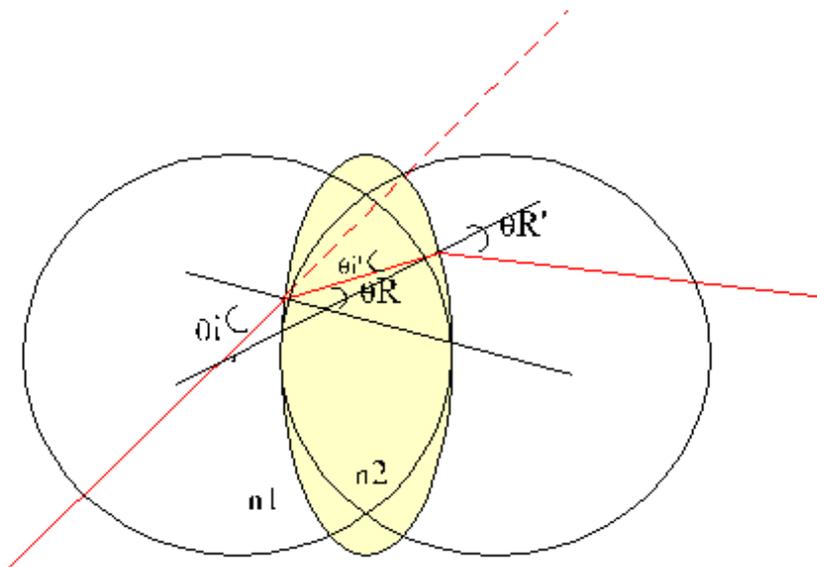
(*) en condiciones normales de presión y temperatura (1 bar y 0 °C)

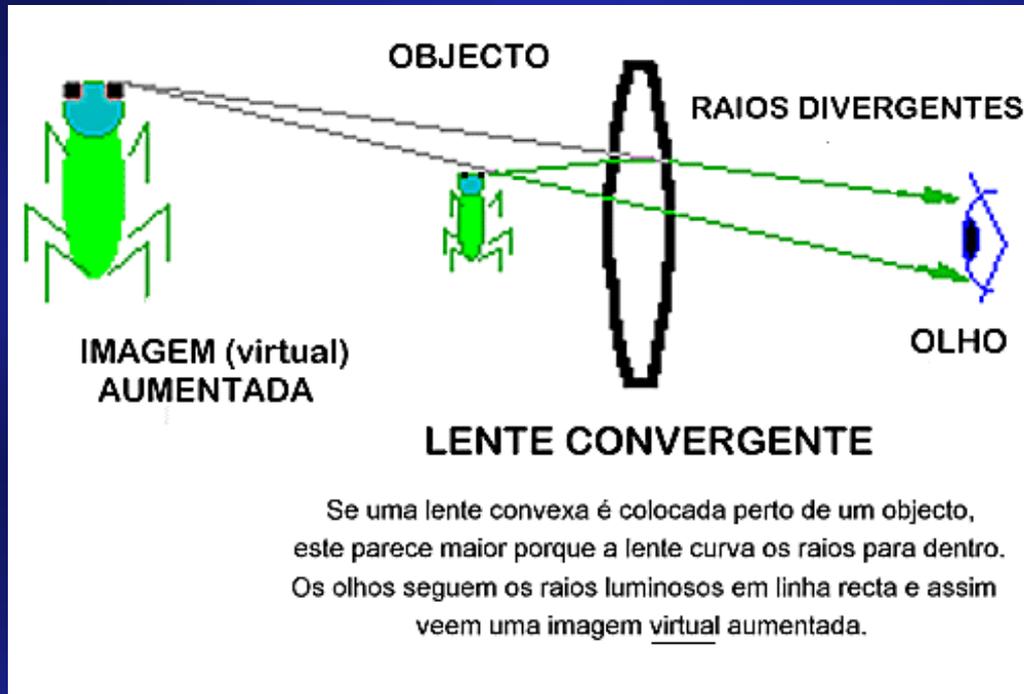




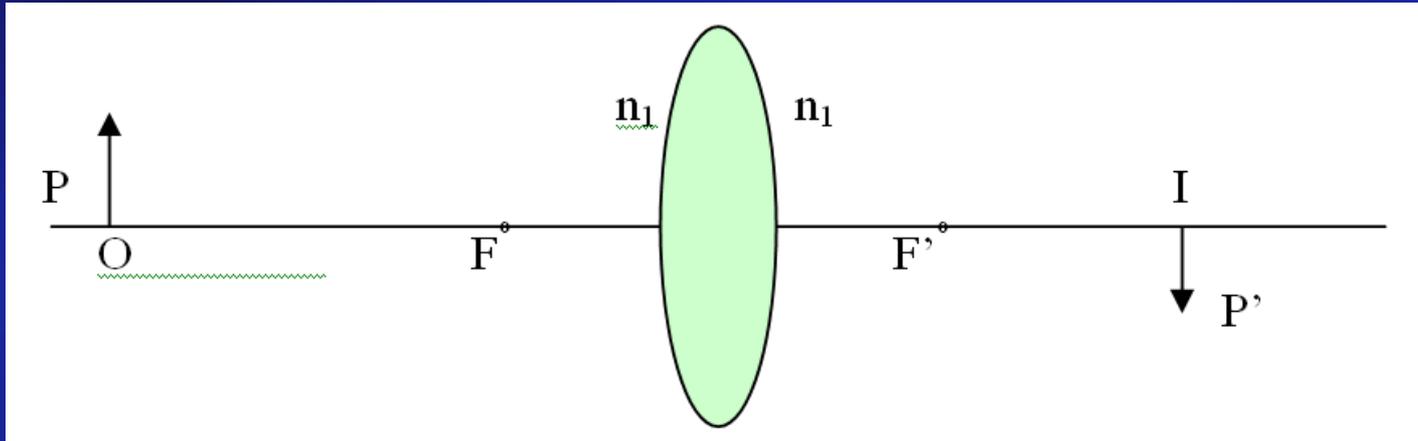
Lei de Snell:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_R$$





Lentes e dioptrios



$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{p'}{p}$$

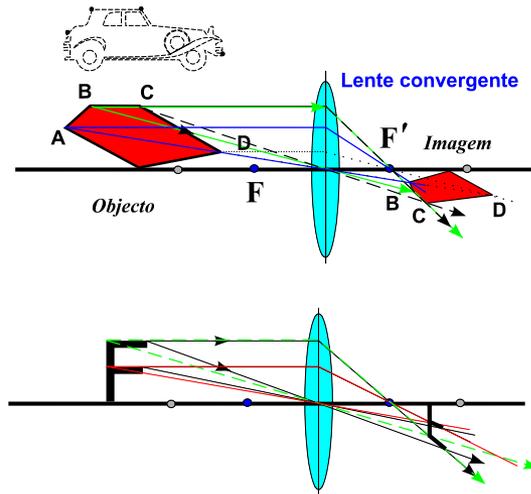
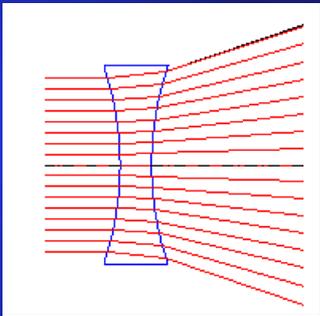
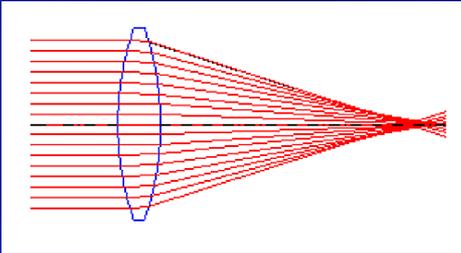
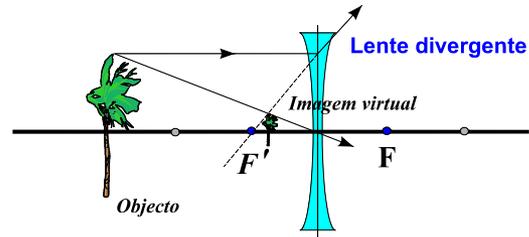
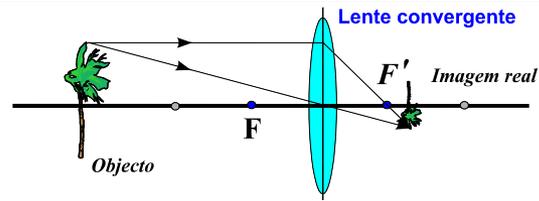
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}$$

Equação dos focos conjugados

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$$

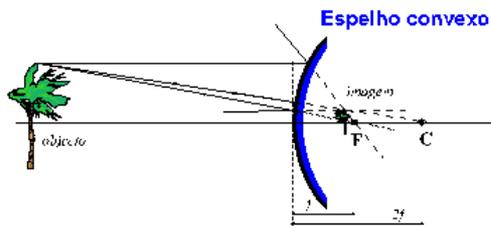
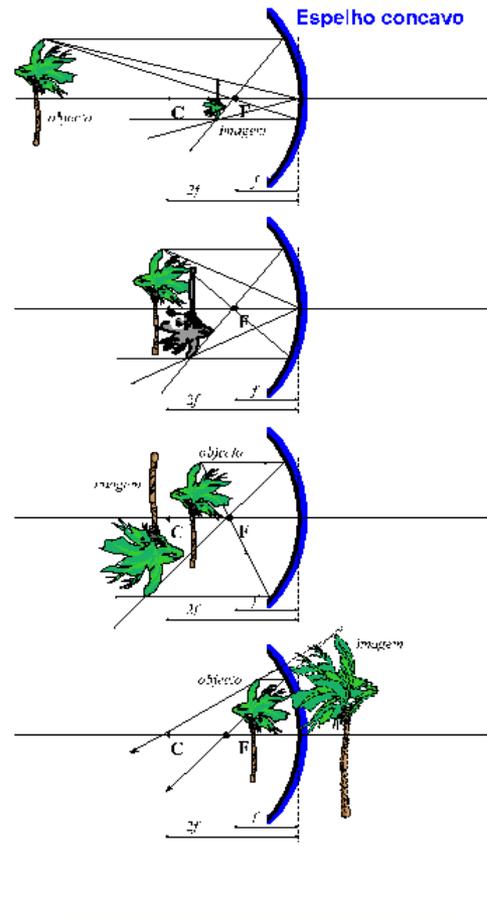
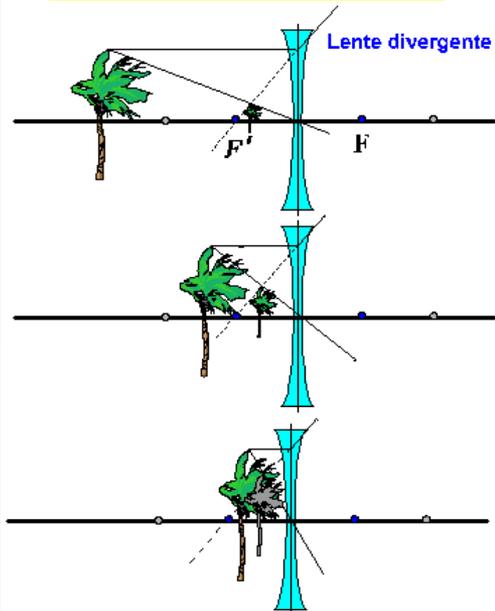
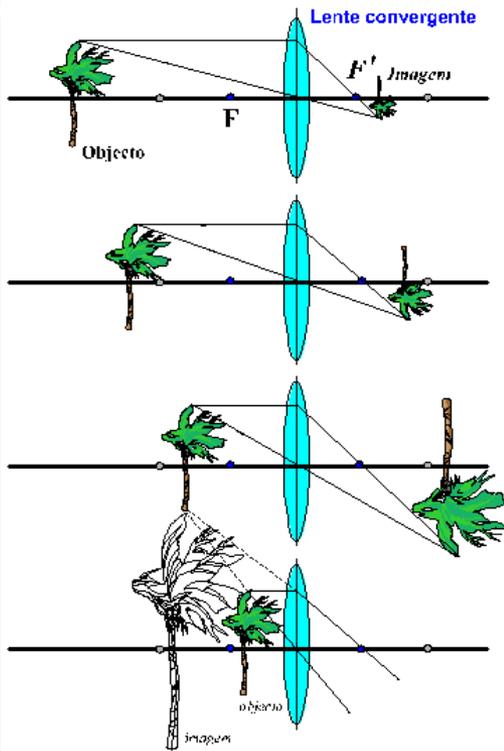
$$\frac{y'}{y} = -\frac{f}{p} \frac{p'}{p}$$

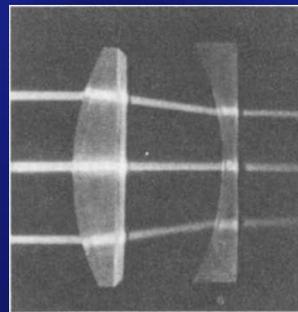
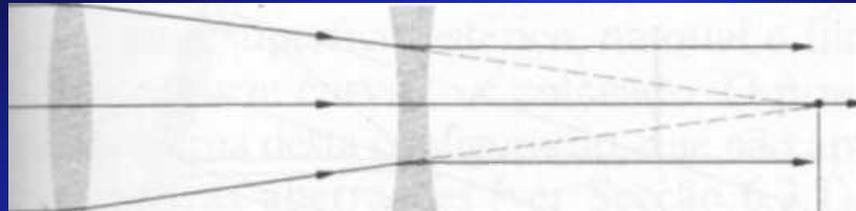
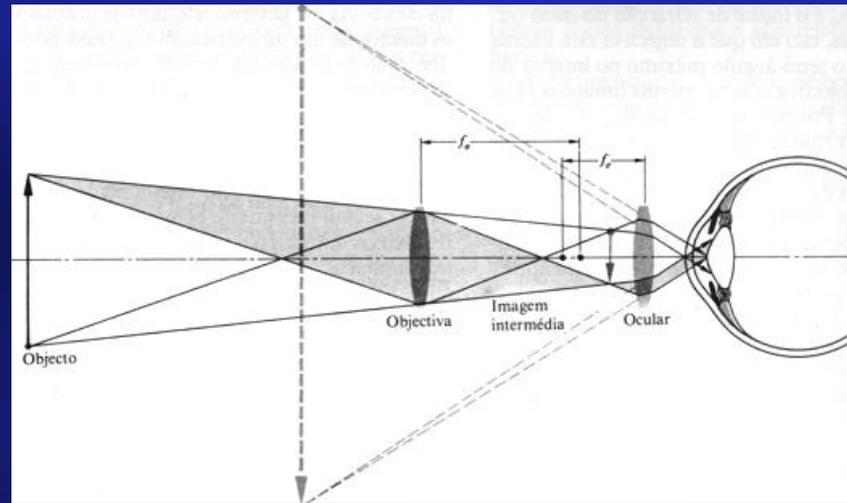
$$\frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2}$$



A amplificação depende da distância do objecto à lente



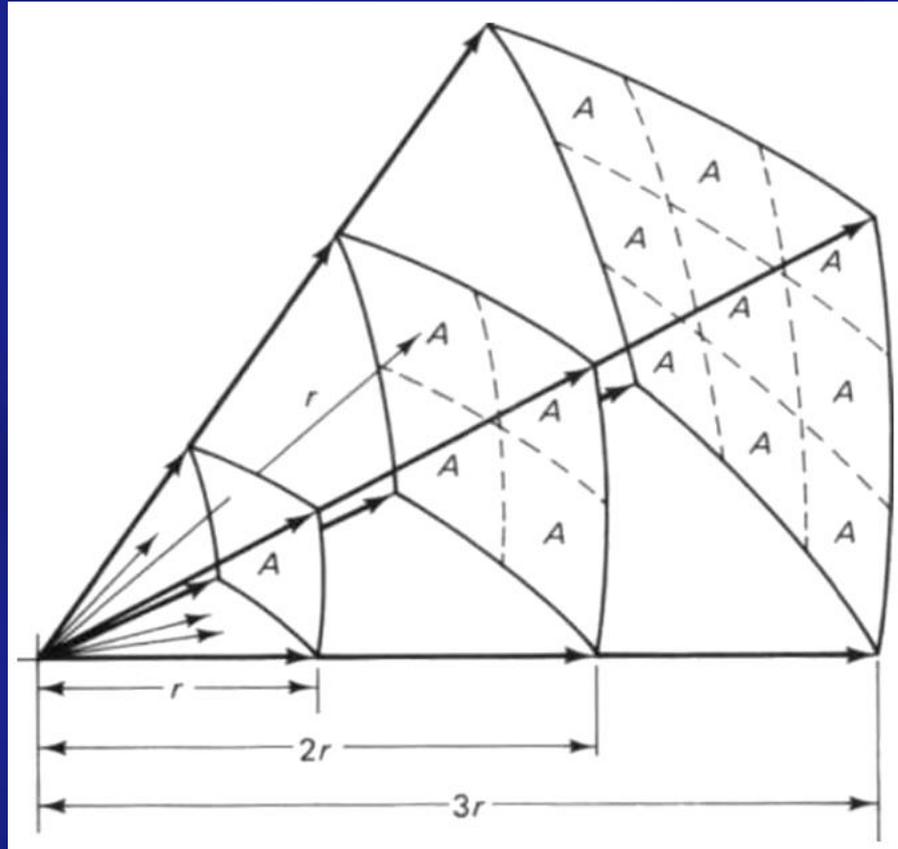




Radiometria/Fotometria

Lei de Lambert (*reflexão difusa*):

$$I(\theta) = I(0) \cos(\theta)$$



$$\frac{1}{r^2}$$

Unidade fométrica = Unidade radiométrica x $K(\lambda)$

Em que $K(\lambda)$ é a eficácia luminosa que depende do comprimento de onda da luz utilizada e do olho em causa

Radiometria/Fotometria

Densidade de fluxo radiante, a uma distância r da fonte será:

$$p = P / A = P / 4\pi r^2 \text{ (esta variação com } 1/r^2 \text{ é extremamente importante!)}$$

em que P é a **potência** da fonte (em fotometria é chamada **fluxo luminoso**, P_l , e exprime-se em **lumen, lm**) e $4 \pi r^2$ é a área da superfície esférica de raio r centrada na fonte (considerando que não há absorção).

A p também se chama ou **irradiância** se se refere a superfícies irradiadas (ou **emitância** se se refere a superfícies que emitem radiação) e exprime-se em **W/m^2** (a que corresponde o **Lux, lx**, em fotometria referindo-se à chamada **iluminância**. $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$).



Intensidade radiante, I_r (expresso em W/sr) é o fluxo radiante emitido por unidade de angulo sólido (por uma fonte pontual numa certa direção):

$$I_r = P / \omega$$

em que o **angulo sólido**, expresso em stereoradianos, sr, subtendido por uma área dA a uma distancia r da origem (fonte) é:

$$d\omega = dA / r^2$$

O angulo sólido correspondente a toda uma superfície esférica é de 4π stereoradianos (4π sr)

A **irradiância** (densidade de fluxo radiante) pode ser expressa em função da **intensidade radiante**:

$$p = P / A = 4\pi I_r / 4\pi r^2 = I_r / r^2 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

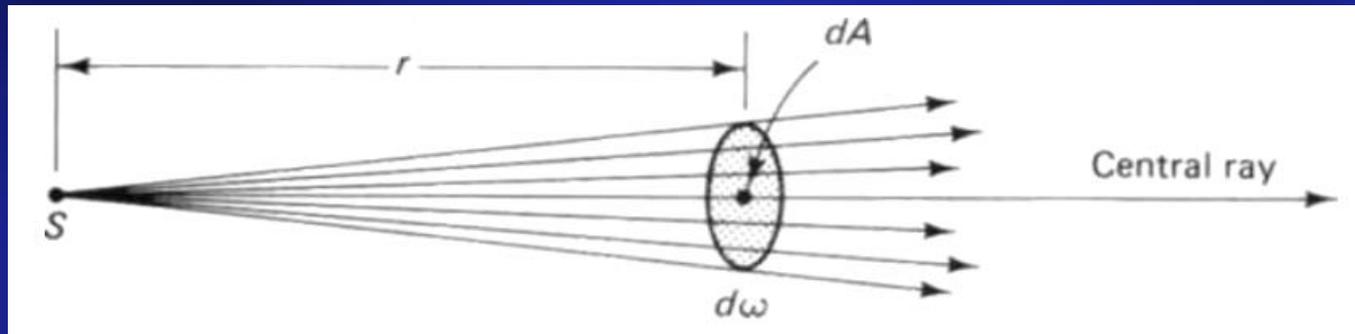
variando, portanto, de forma inversamente proporcional ao quadrado da distancia.

Se a superfície emissora, fonte, ou irradiada (iluminada) está inclinada em relação à direção de propagação da radiação, a “quantidade” de radiação será menor e definimos a **radiância**:

$$R = dI_r / dA \cos \theta \text{ (em W/sr.m}^2\text{)}$$



Fotometria



Intensidade luminosa (Int. radiante) [candela, cd]: $I = \frac{d\phi}{d\omega}$

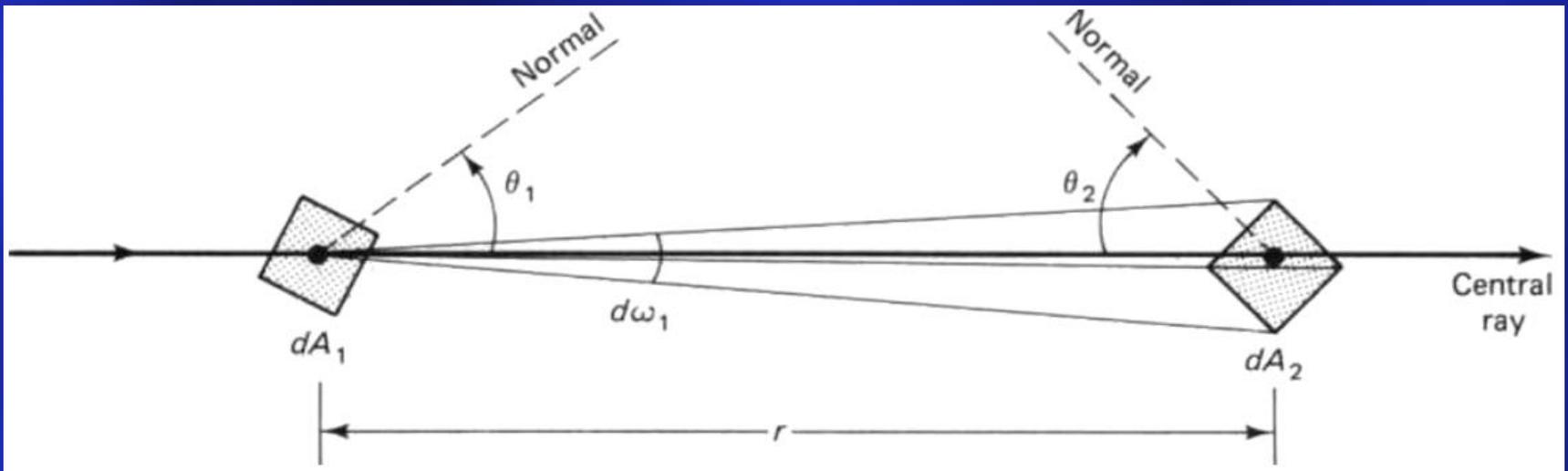
fluxo radiante

ângulo sólido

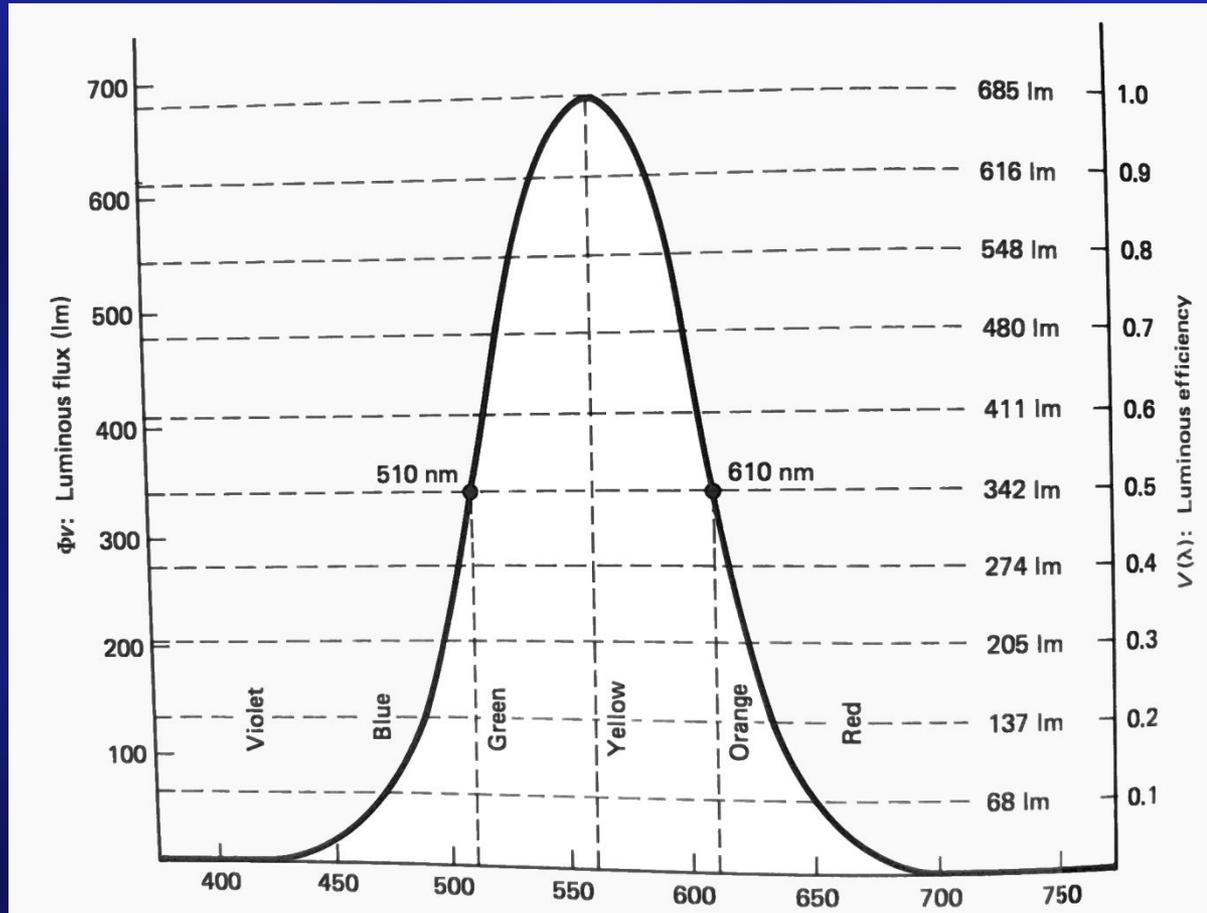
ângulo sólido: $d\omega = \frac{dA}{r^2}$

luminância (radiância) [lux, cd/m²]: $L = \frac{dI}{dA \cos\theta}$

Fotometria



Fotometria



$K(\lambda)$

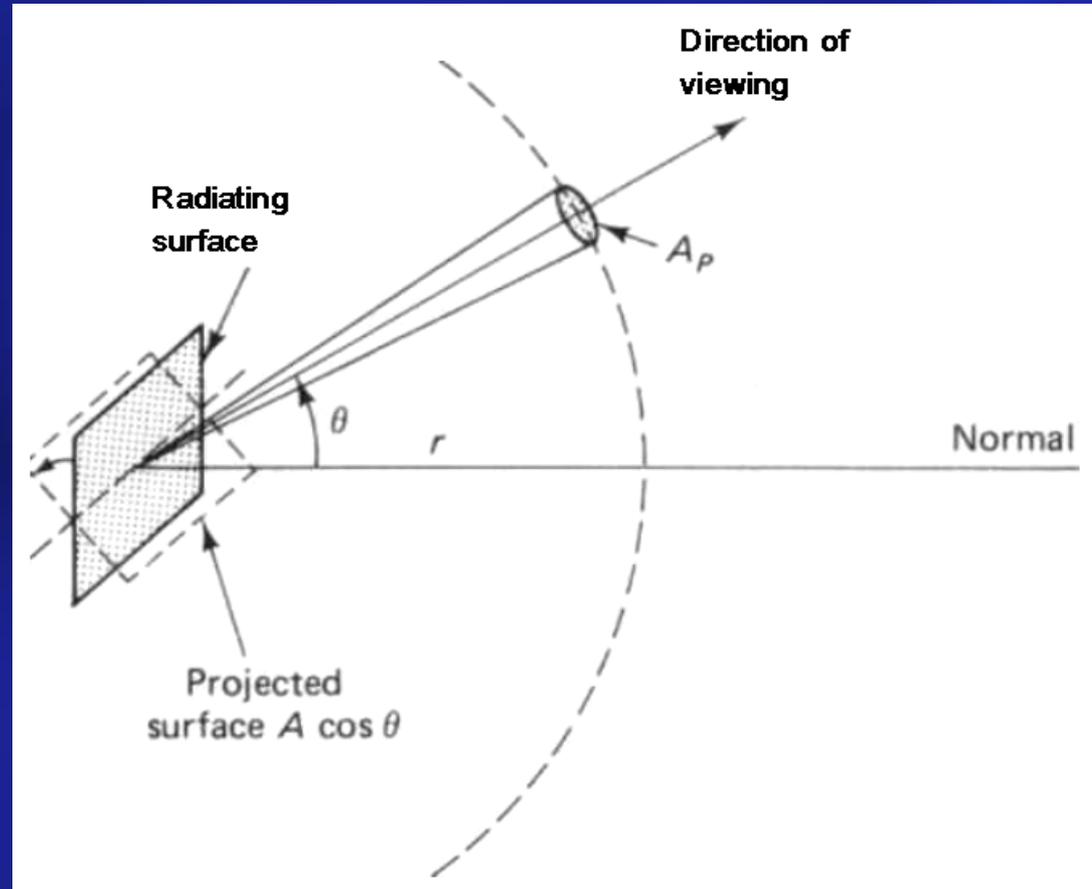
Unidade fotométrica = Unidade radiométrica x $K(\lambda)$

Em que $K(\lambda)$ é a eficácia luminosa que depende do comprimento de onda da luz utilizada e do olho em causa

Fotometria

Lei de Lambert (*reflexão difusa*):

$$I(\theta) = I(0) \cos(\theta)$$



Grandezas Radiométricas	Grandezas Fotométricas
Potência ou fluxo radiante (P) (em W)	Fluxo luminoso (P_L) (em lm)
Potência por unidade de superfície ou densidade de fluxo radiante (ou emitância ou irradiância) (p) (em W/m^2) – $p = P / 4\pi r^2 = I_r / r^2$	Iluminância (I_L) (em $lx=lm/m^2$)
Intensidade radiante (I_r) (em W/sr) – $I_r = P / \omega$	Intensidade luminosa (I_L) (em $cd = lm/sr$)
Radiância (R) – é a irradiância quando a incidência não é normal (em $W/sr.m^2$) – $R = I_r / A \cos \theta$	Luminância (L) – é a iluminância quando a incidência não é normal (em cd/m^2)

Eficácia luminosa $K(\lambda) = 685 \times$ eficiência luminosa, (eficiência luminosa = $V(\lambda)$).



Aberrações

Em óptica geométrica começa-se por considerar a chamada aproximação paraxial – os raios que incidem no sistema óptico são raios centrais (pequenas inclinações):

$$\begin{aligned} \text{sen } \theta_i &= \theta_i \text{ e } \text{sen } \theta_r = \theta_r, \text{ mas de facto,} \\ \text{sen } \theta_i &= \theta_i - \theta_i^3/3! + \theta_i^5/5! + \theta_i^7/7! + \theta_i^9/9! \dots \end{aligned}$$

Na aproximação paraxial só usamos o primeiro termo da expressão.

As aberrações são uma medida de como a imagem dada pelo sistema óptico, difere da imagem indicada pela aproximação paraxial, ou seja da importância que os termos de ordem superior tem ...

Aberrações (Seidel): em luz monocromática -

Aberração esférica
Curvatura do campo
Astigmatismo
Coma
Distorção

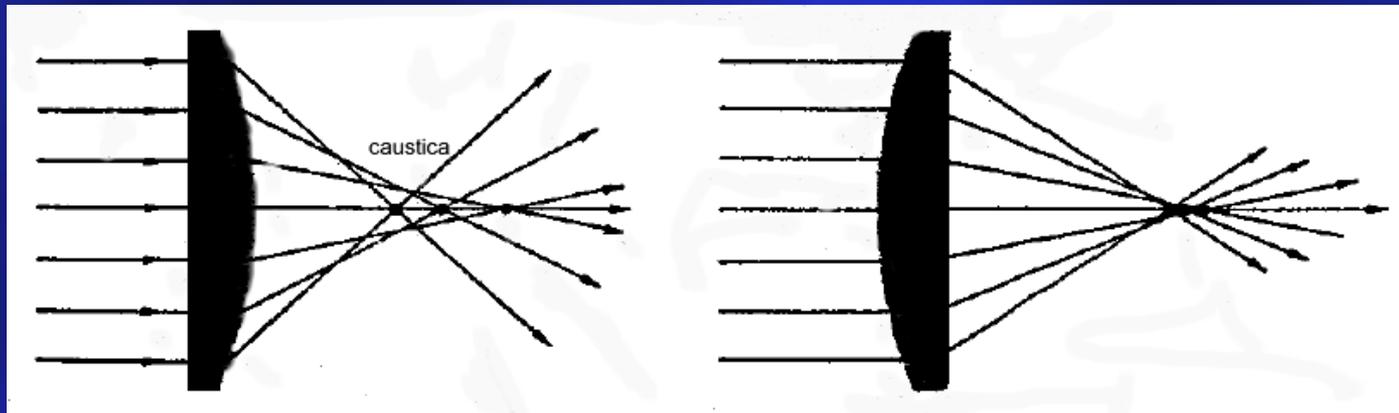
em luz policromática -

Aberração cromática
Cor lateral

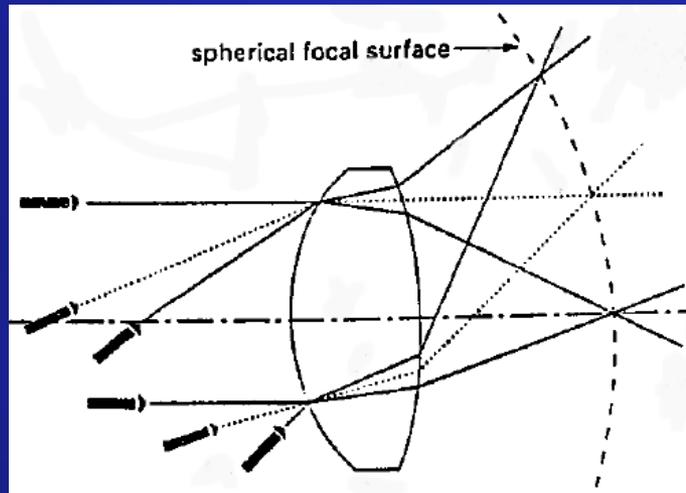


Aberração esférica: Se um feixe colimado (raios paralelos) incide no sistema óptico, o feixe não converge num só ponto (foco), mas sim em vários e os raios mais afastados do eixo óptico convergem em pontos mais próximos ou afastados do sistema (lentes convergentes).

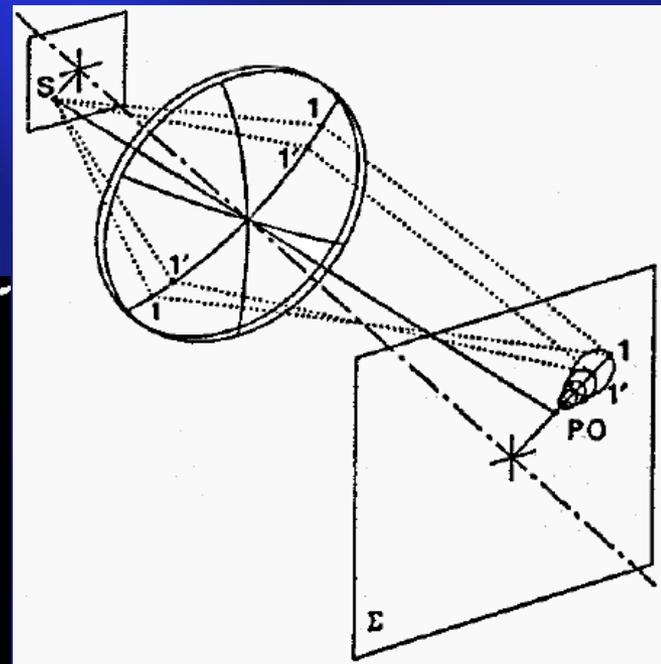
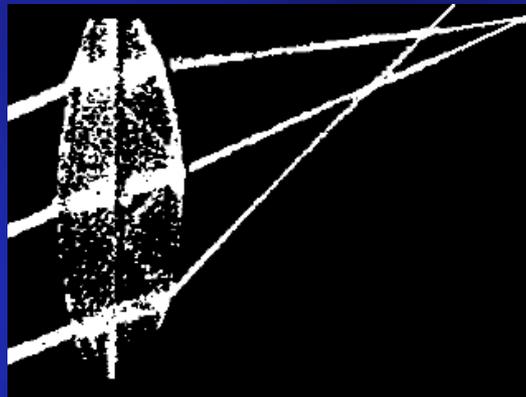
Para eliminar a aberração esférica, teríamos de ter lentes de raios com curvaturas diferentes consoante caminhamos do centro (eixo óptico) para os bordos da lente (lentes "asféricas"). A utilização de lentes compostas (dobletos,...) é uma boa alternativa.



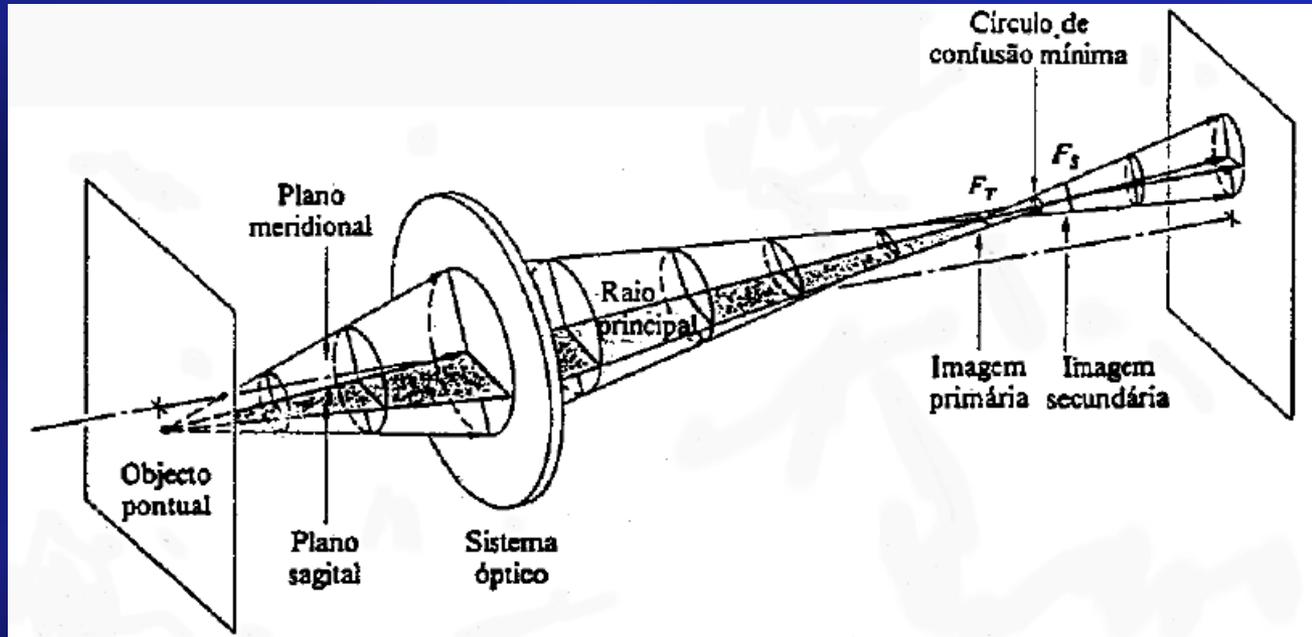
Curvatura de campo



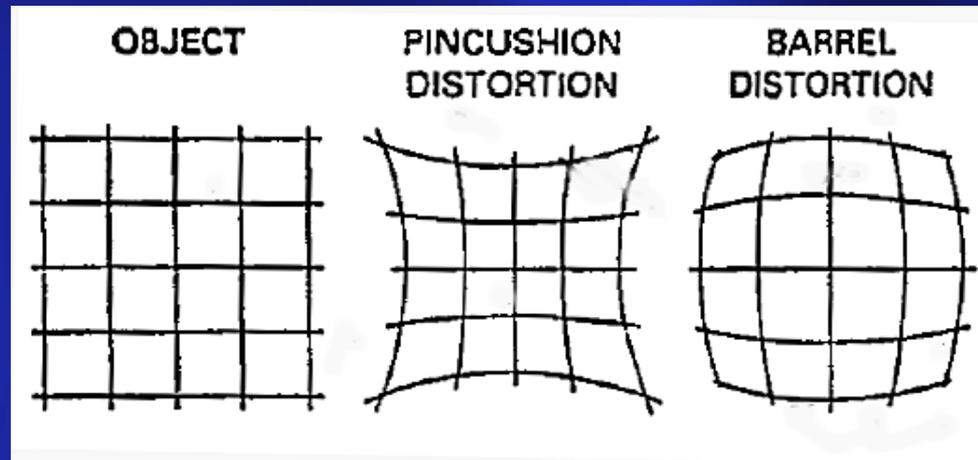
Coma - surge de diferentes magnificações dadas por diferentes zonas da lente (de centrais para periféricas). Pode ser reduzido com a utilização de diafragmas.



Astigmatismo

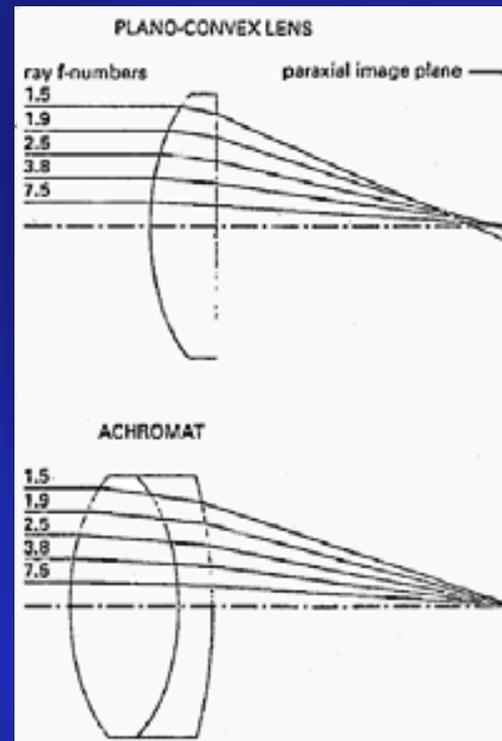
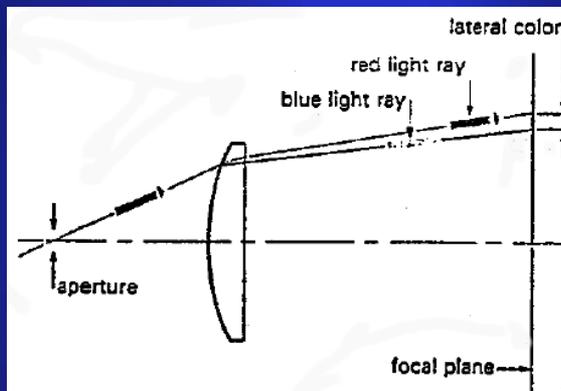
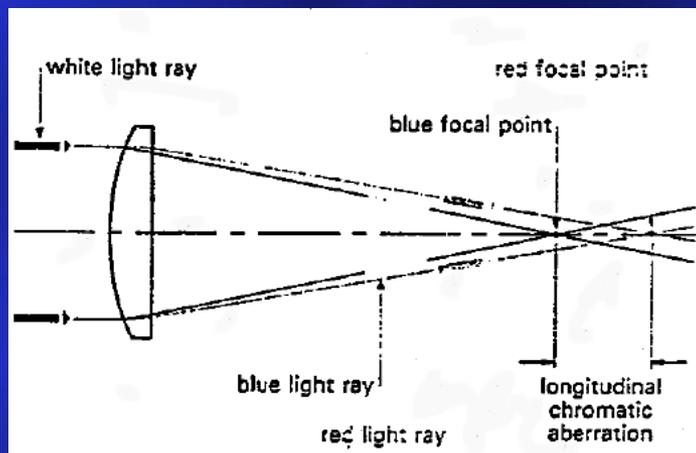


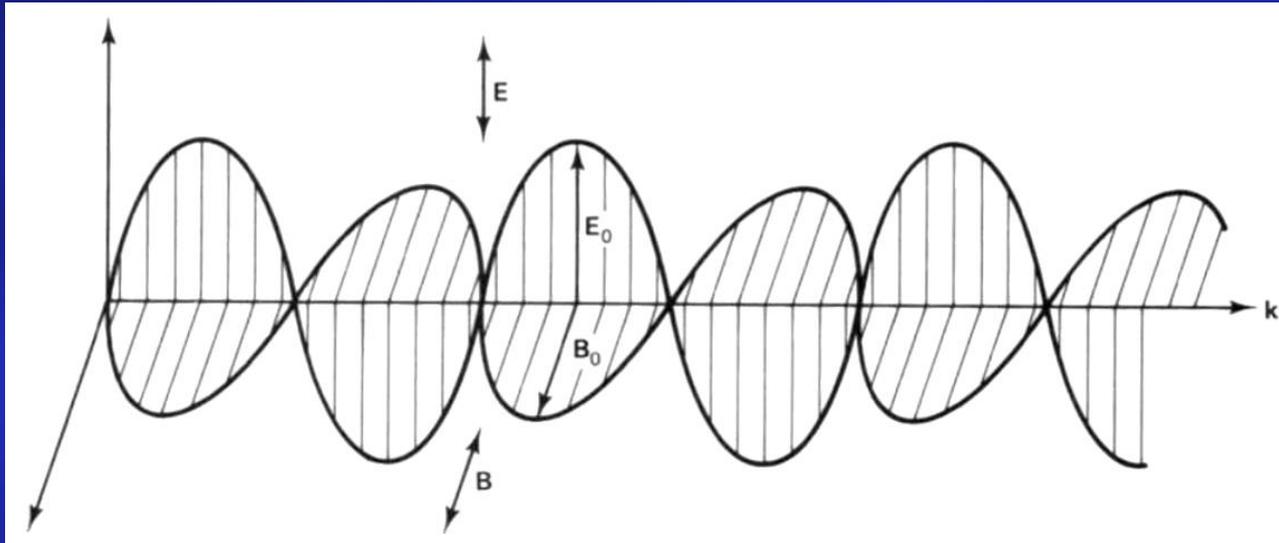
Distorção



A **aberração cromática** surge pelo facto de o índice de refração ser função do comprimento de onda.

Por exemplo: para uma lente positiva, sobre a qual se faz incidir um feixe colimado (raios paralelos) de luz branca, como o índice de refração é maior para menores comprimentos de onda, para estes o foco imagem estará mais perto da lente (luz vermelha é menos refratada que luz violeta). Esta dependência faz com que a magnificação dependa também do comprimento de onda (**aberração cor lateral**).





$$\omega = 2\pi\nu$$

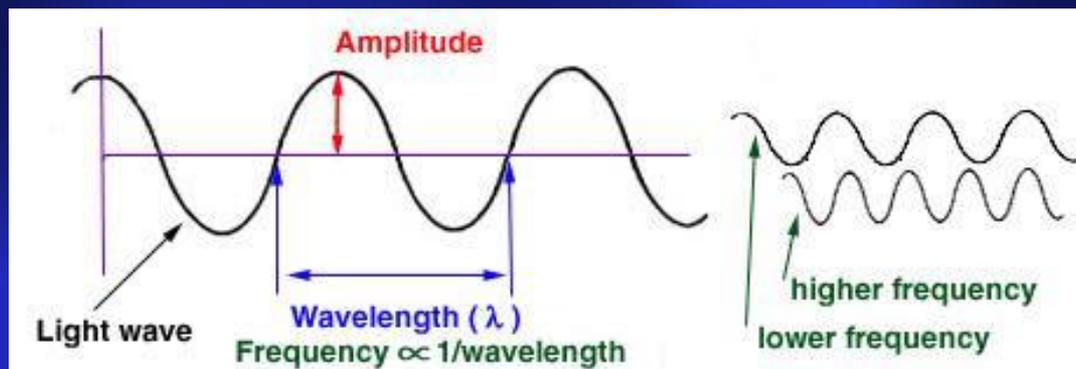
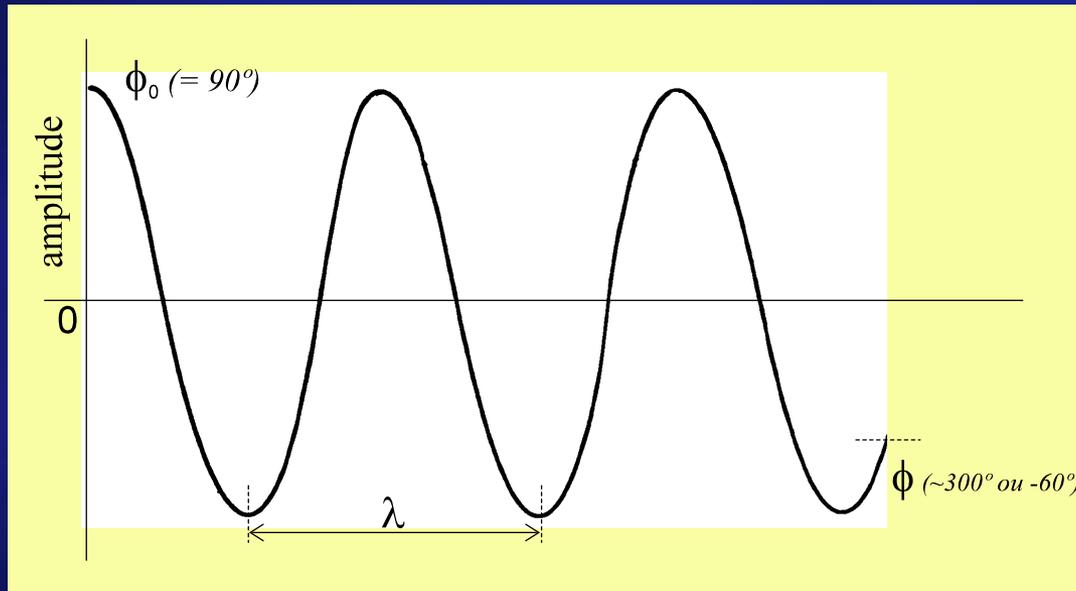
$$k = 2\pi/\lambda$$

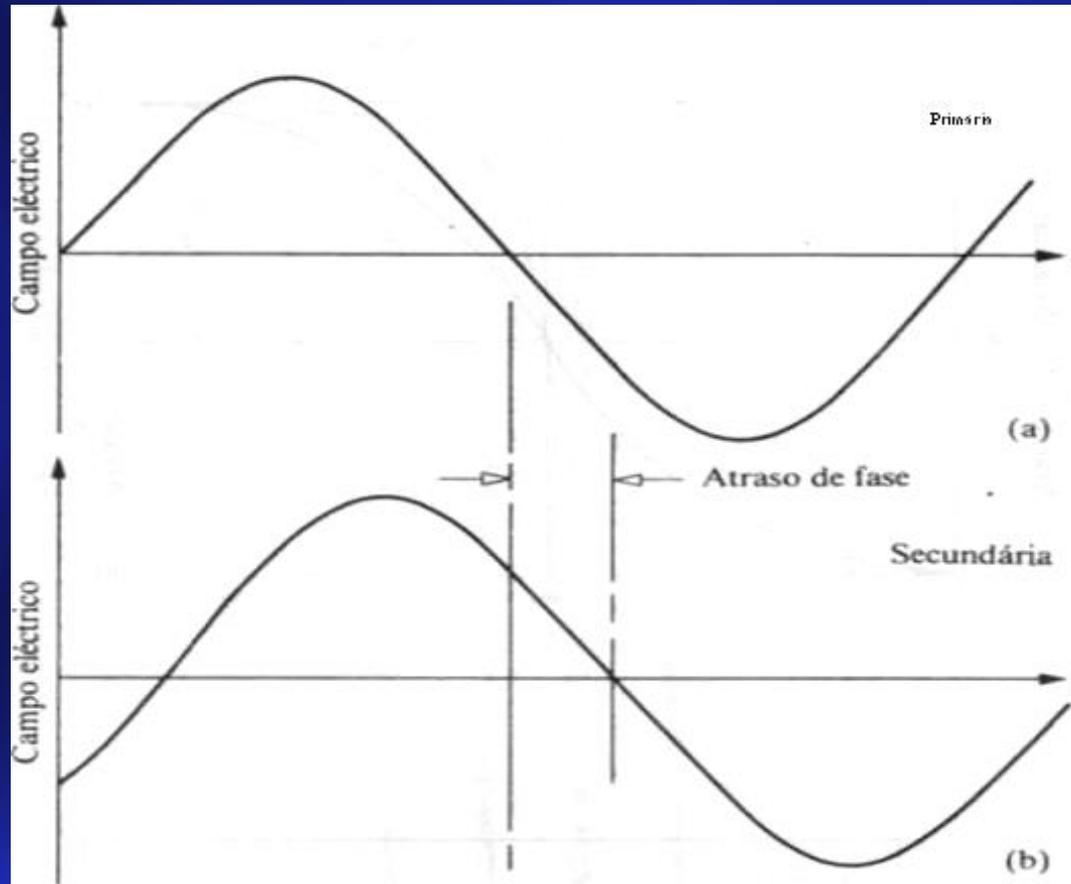
Como se sabe os campos eléctrico e magnético estão *ligados* um ao outro (equações de Maxwell) e propagam-se simultaneamente. Portanto é suficiente, em geral, considerar o comportamento do campo eléctrico para caracterizar a radiação luminosa. Este campo eléctrico pode ser tratado como um vector, variável no tempo, perpendicular à direcção de propagação da onda.

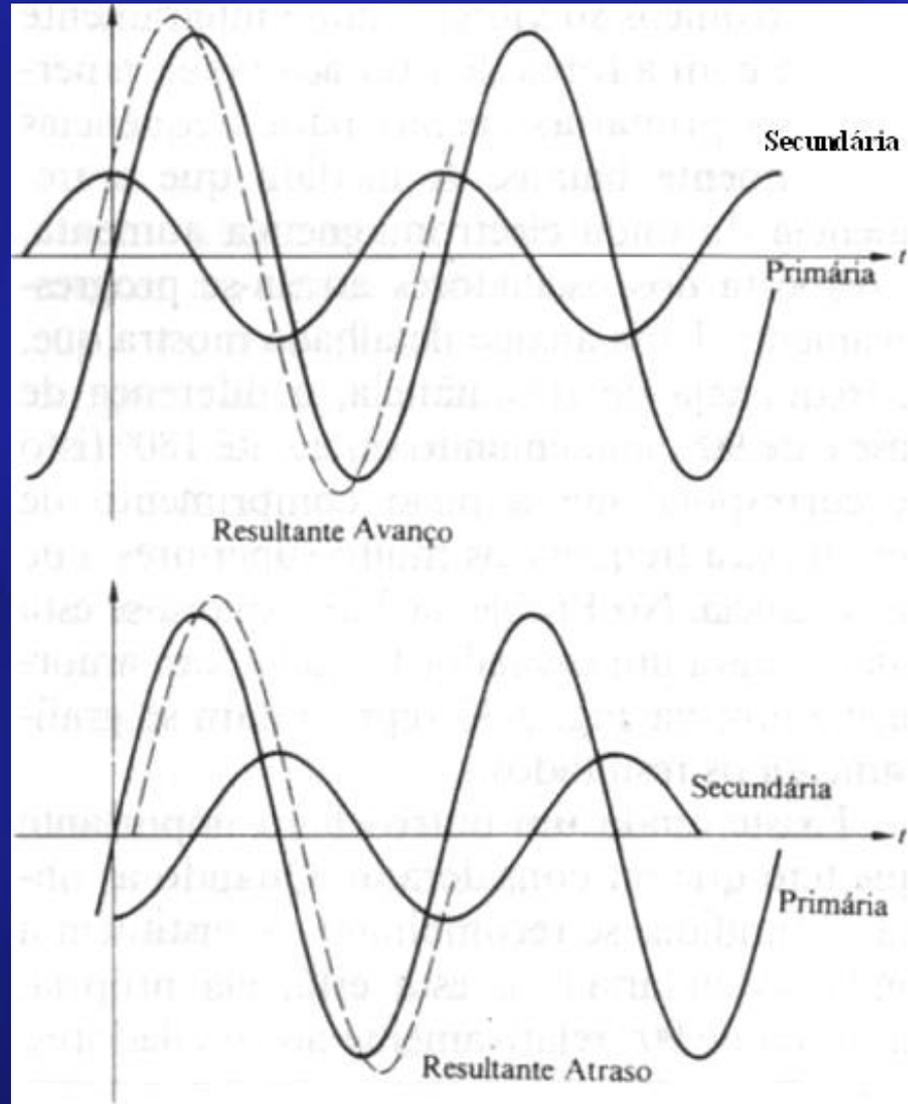
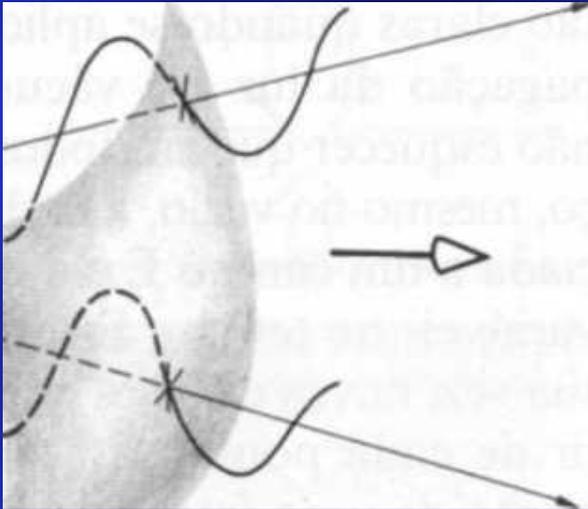
$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot (\nu t - z/\lambda) + \phi),$$

em que A é a amplitude da onda, ν é a frequência e λ o comprimento de onda. O argumento $(2\pi \cdot (\nu t - z/\lambda))$ é a fase da onda que varia com o tempo e com a distância à fonte.

Ondas harmónicas







Equação de onda

$$x' = x - vt.$$

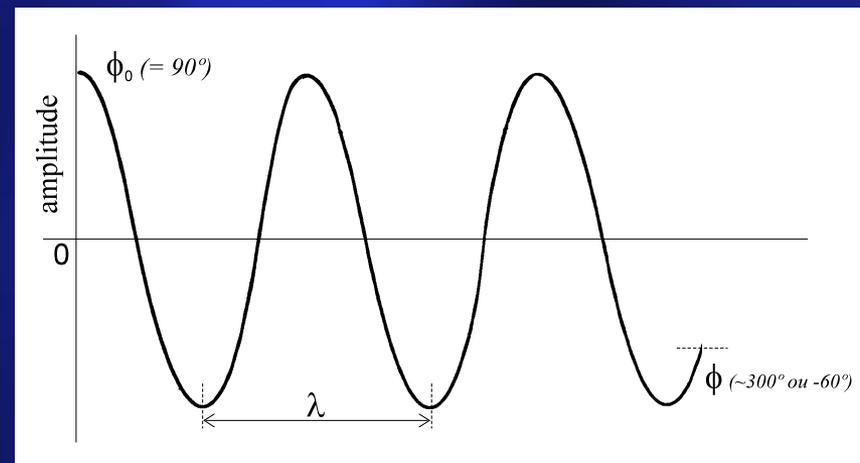
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$f = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi) ; f = A \operatorname{cos}(\omega t - \pi + \phi)$$

$$f = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi) + i A \operatorname{cos}(\omega t - \pi + \phi)$$

$$f = A e^{i(\omega t + \phi)}$$

$$\bar{f} = A_{ef} e^{i\phi}$$



Leis de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

A divergência do campo eléctrico é nulo. Conservação de energia associada ao campo eléctrico

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$$

O rotacional do campo eléctrico é igual à variação temporal do campo magnetico (indução)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

A divergência do campo de indução magnetica é nula

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

O rotacional do campo magnético é função da variação temporal do vector deslocamento eléctrico

Operador derivada vectorial:

$$\nabla = \sigma_x \frac{\partial}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial}{\partial z}$$

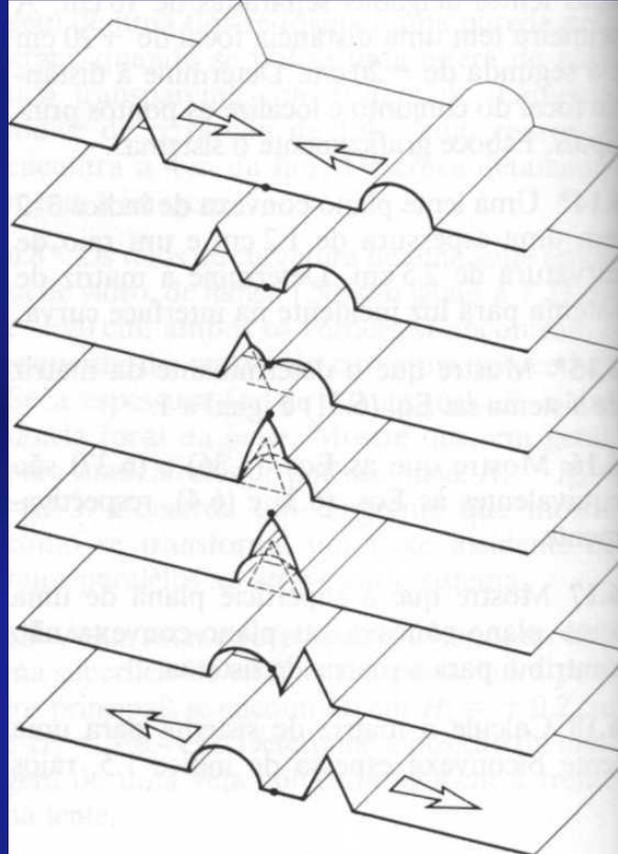
Divergencia: $\nabla \cdot \mathbf{F}$ produto escalar

Rotacional: $\nabla \wedge \mathbf{F}$ produto vectorial

Laplaciano ∇^2

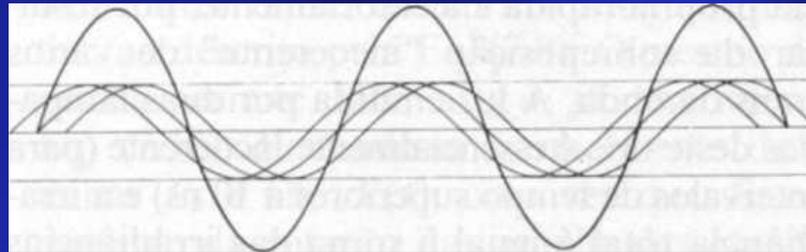
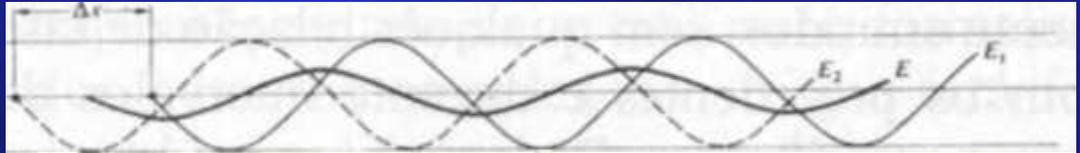
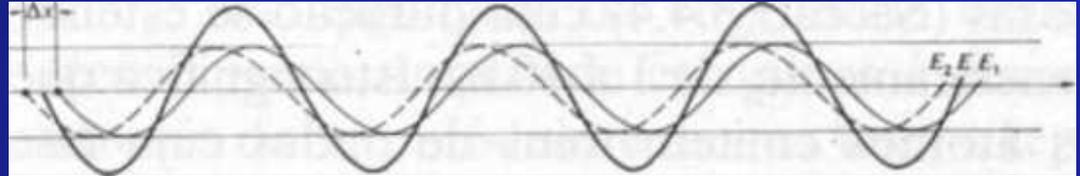
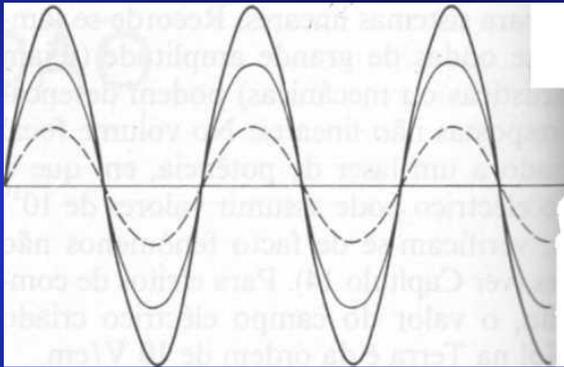
$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$$

Sobreposição de ondas



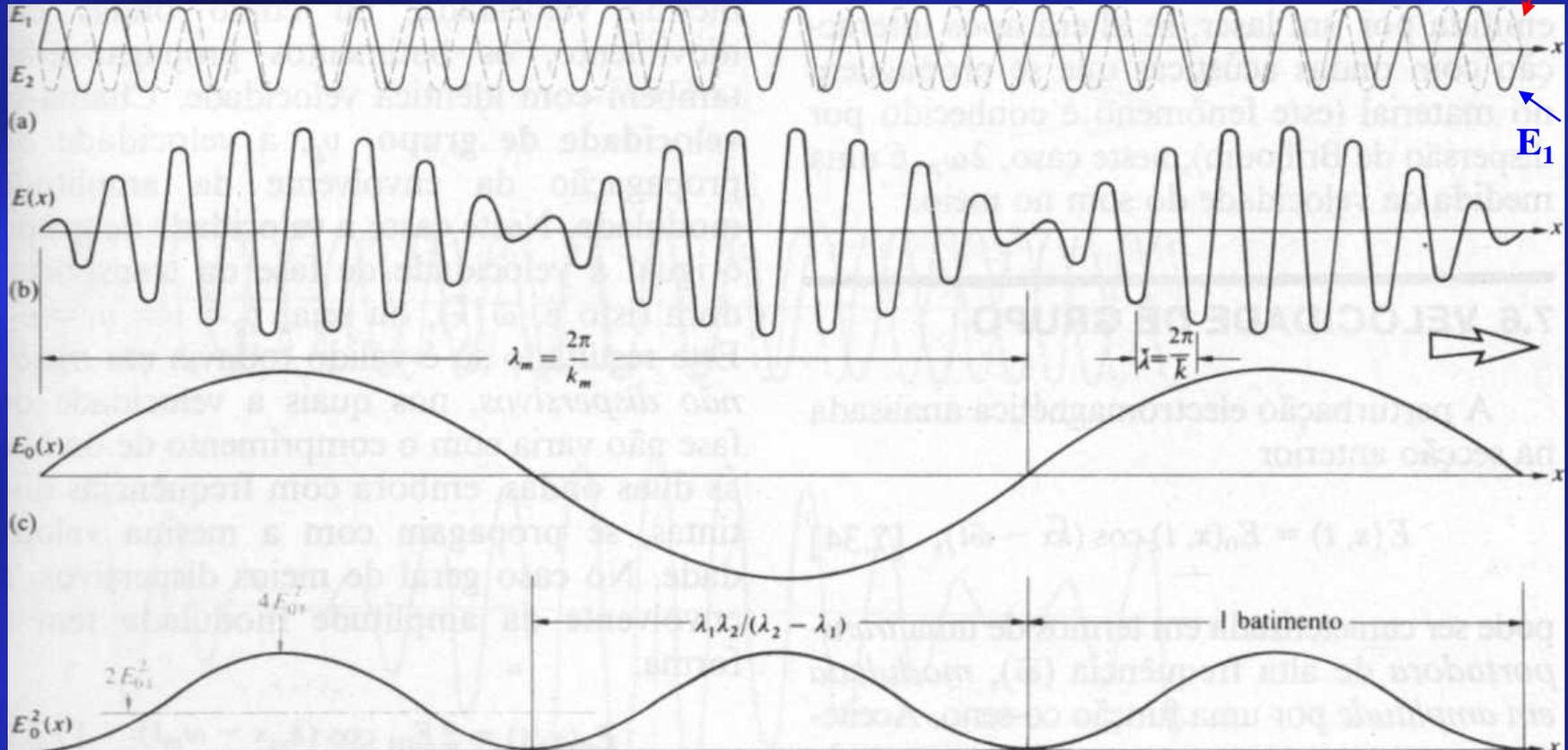
Sobreposição de duas perturbações

Sobreposição de ondas

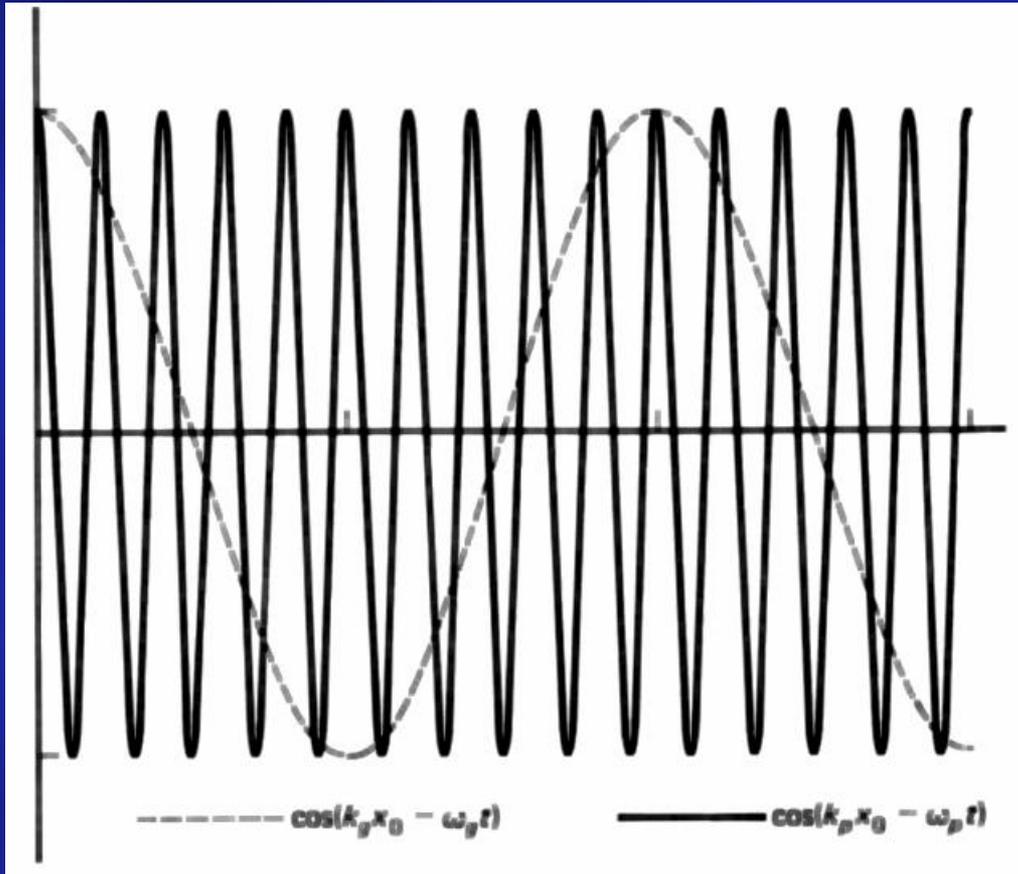


A sobreposição de três ondas harmónicas com a mesma frequência produz uma onda harmónica com a mesma frequência.

Sobreposição de ondas

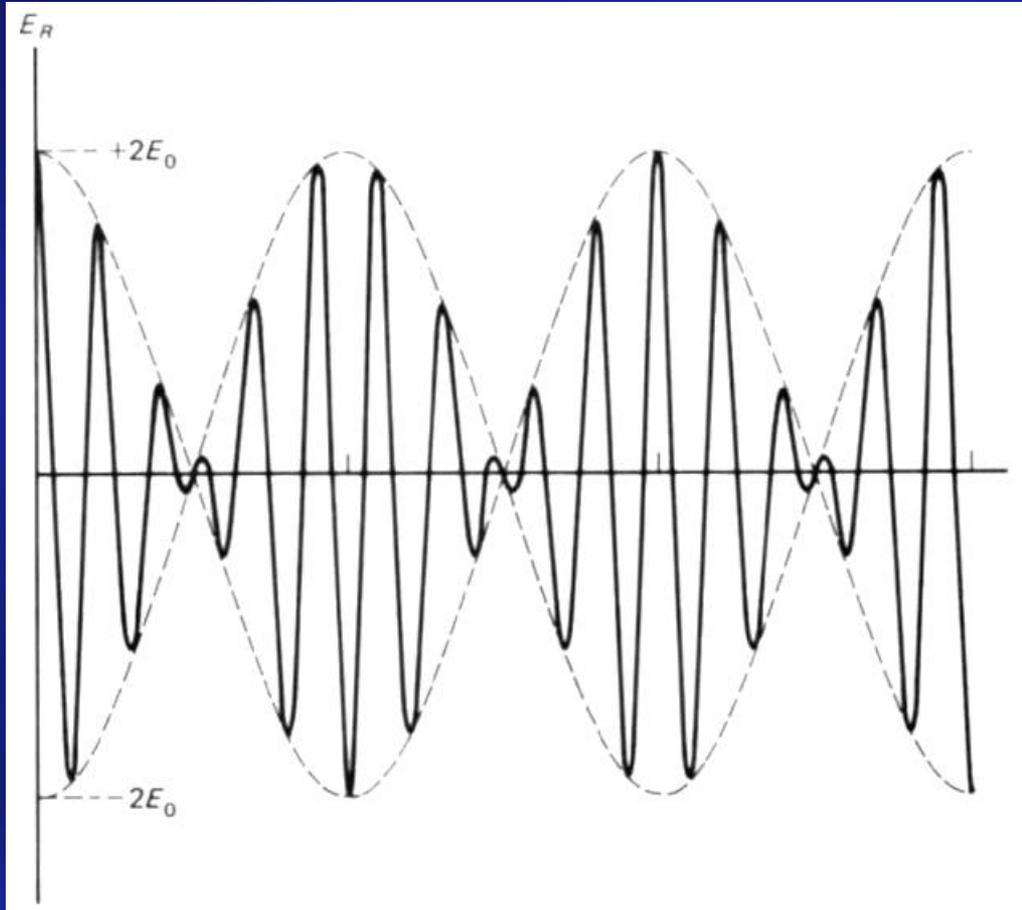


Sobreposição de duas ondas harmónicas com frequências diferentes.



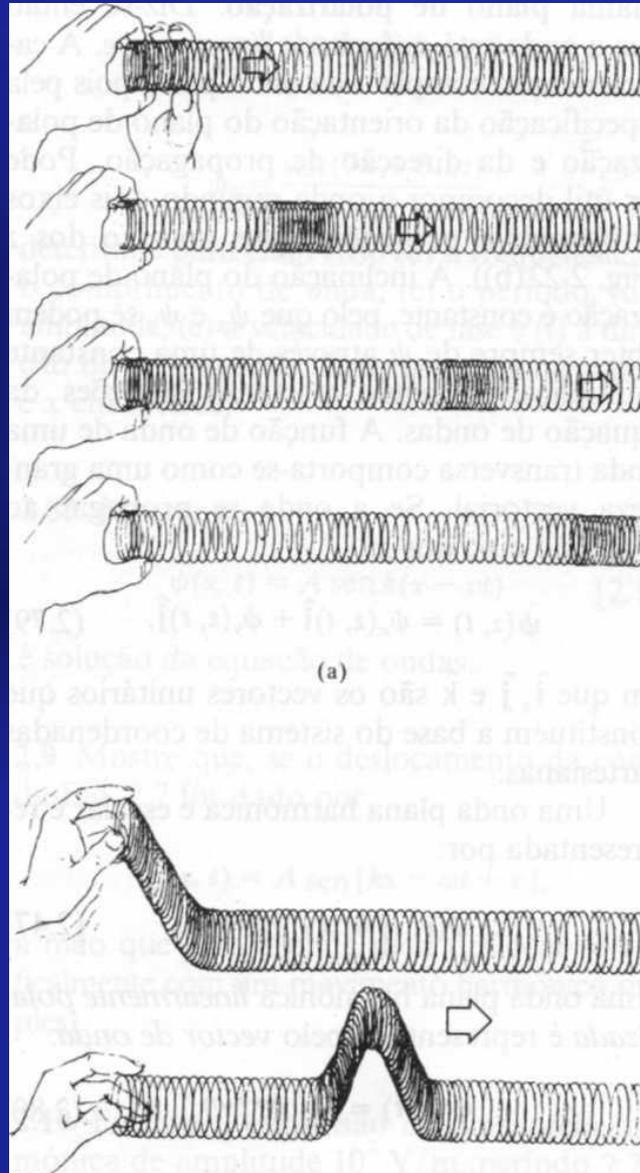
$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{E}_0 e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}$$

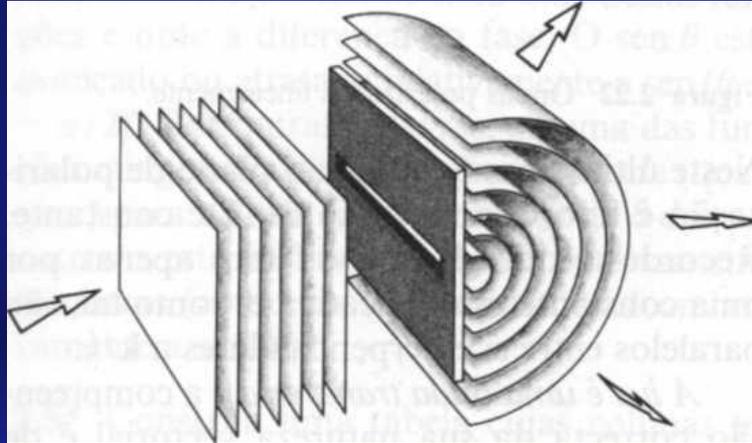
$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{E}_0 e^{i(k_2 x - \omega_2 t)}$$



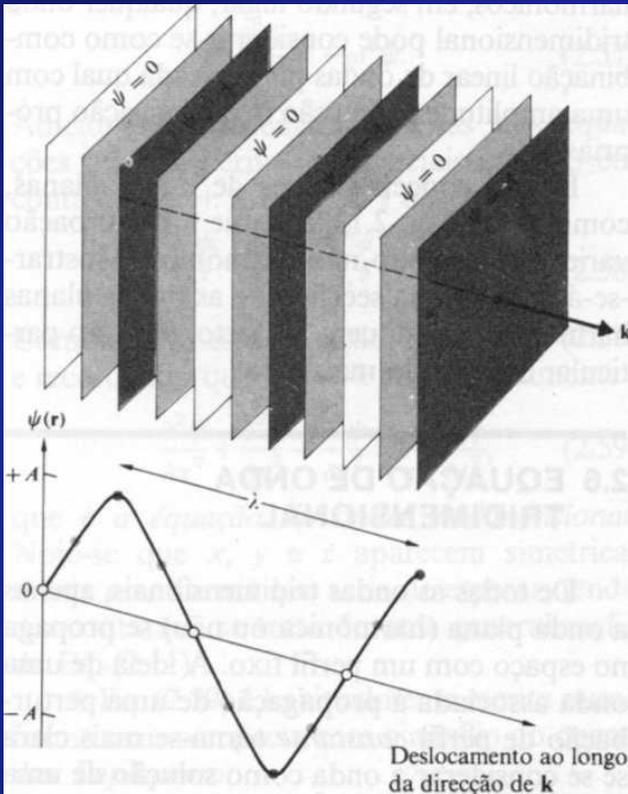
Velocidade de fase —

Velocidade de grupo - - -

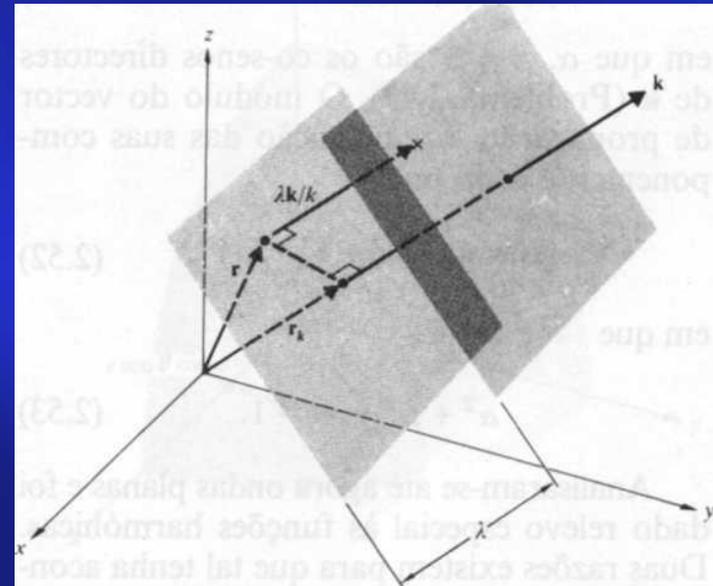




Ondas cilíndricas emergentes de uma fenda longa e estreita.



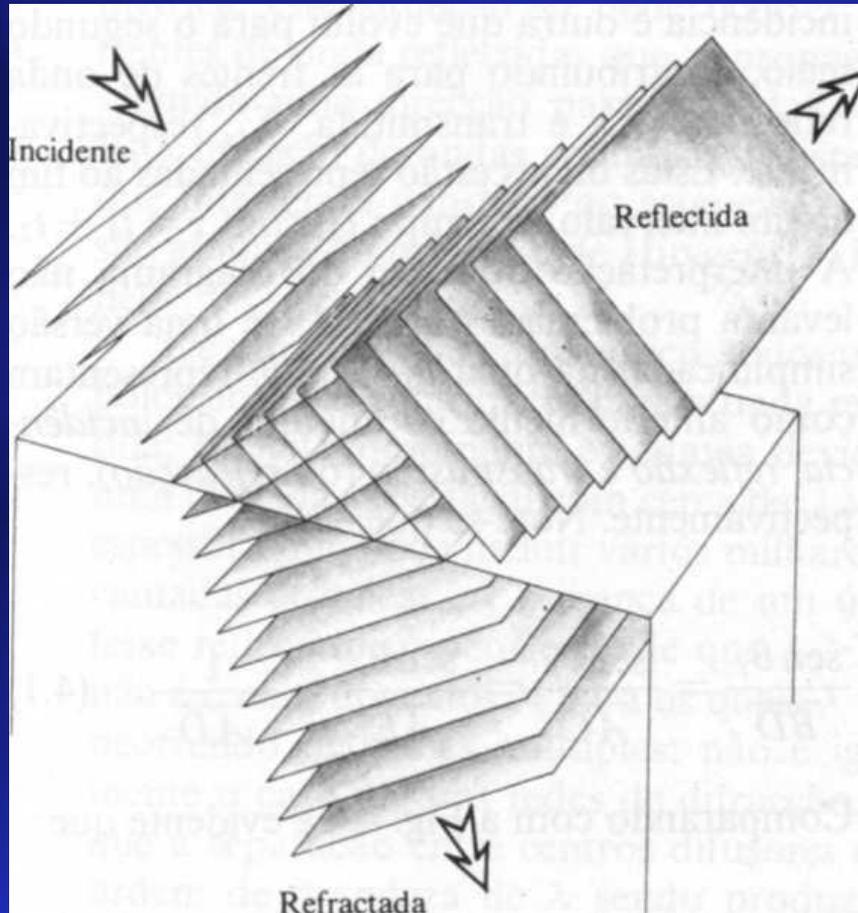
Frentes de onda plana harmónica.



Ondas planas.



Equações de Fresnel



$$\theta_i = \theta_r$$

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_i = n_2 \cdot \text{sen} \theta_t$$

Equações de Fresnel

As equações de **Fresnel** descrevem o comportamento de um feixe de luz quando é reflectido e ou refractado na superfície de separação de dois meios de índices de refração diferentes. A fracção de luz que é reflectida no dioptro é medida pelo coeficiente de reflexão, R , e a que é transmitida (refractada) pelo coeficiente de transmissão, T , tal que:

$$T = 1 - R$$

Se a luz incidente é não polarizada, ou seja contendo iguais contribuições das polarizações p e s (respectivamente se o campo eléctrico da luz se encontra no plano de incidência ou perpendicular a este), o coeficiente de reflexão R será a média dos coeficientes relativos aos dois planos de polarização:

$$R = (R_s + R_p) / 2$$

e vem:

$$R = \left[\left(\frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right)^2 + \left(\frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \right)^2 \right] / 2$$

Em que n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios que formam o dioptro, θ_i é o ângulo de incidência (ângulo que o feixe incidente faz com a normal à superfície) e o ângulo de refração θ_t é dado pela lei de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_i = n_2 \cdot \text{sen} \theta_t$$



Uma função $f(x)$ pode ser representada pela combinação linear de um conjunto infinito de contribuições harmónicas.

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(k) \cos kx \, dk + \int_0^{\infty} B(k) \operatorname{sen} kx \, dk \right]$$

em que k representa a frequência espacial.

Os coeficientes $A(k)$ e $B(k)$, que representam o “peso” da contribuição de cada harmónica (caracterizada pela sua frequência espacial k), são dados por:

$$A(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos kx' \, dx'$$

$$B(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \operatorname{sen} kx' \, dx'$$

em que x é a variável de integração. Substituindo acima vem,

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos kx' \, dx' \right) \cos kx \, dk + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \operatorname{sen} kx' \, dx' \right) \operatorname{sen} kx \, dk$$

e, como $\cos(\alpha.\beta) = \cos\alpha \cos\beta + \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$, vem

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos(k(x' - x)) \, dx' \right] dk$$

Representando a função na forma exponencial, vem,

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') e^{ikx'} dx' \right] e^{-ikx} dx$$

e

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{-ikx} dk$$

$$F(k) = \mathfrak{F}(f(x))$$

em que $F(k)$ é a transformada de Fourier da função unidimensional $f(x)$,

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ikx} dx$$

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ikx} dx$$

As transformadas coseno e seno $A(k)$ e $B(k)$, que vimos acima são respectivamente a parte real e a parte imaginária da função $F(k)$, transformada de Fourier da função $f(x)$.

$$\mathfrak{T}(f(x)) = F(k) = A(k) + iB(k)$$

Na notação exponencial o módulo da transformada (amplitude espectral) e a sua fase vem,

$$|F(k)| = \sqrt{A(k)^2 + B(k)^2}$$

$$i. \arctg \frac{B(k)}{A(k)} = \phi(k) \rightarrow \text{fase espectral}$$

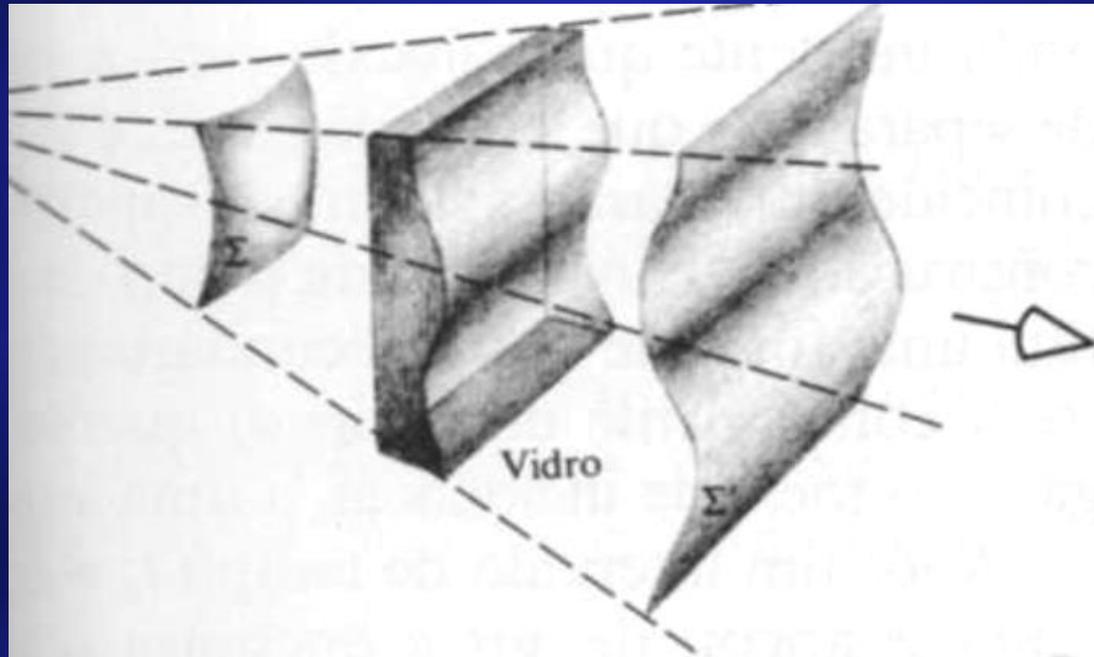
Se $F(k)$ é a transformada de Fourier de $f(x)$, será $f(x)$ a transformada de Fourier inversa de $F(k)$:

$$f(x) = \mathfrak{T}^{-1}(F(k)) = \mathfrak{T}^{-1}(\mathfrak{T}(f(x)))$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)e^{-ikx} dk$$



Convolução e correlação



$$\Sigma' = F_V \cdot \Sigma$$

Qualidade de imagem...



Convolução e correlação

A convolução de duas funções $f(x)$ e $h(x)$ será (integral de convolução)

$$f(x) \otimes h(x) = g(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)h(X - x)dx$$

a duas ou mais dimensões a generalização é imediata

$$g(X,Y,Z,T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y,z,t)h(X - x, Y - y, Z - z, T - t)dx dy dz dt$$

A distribuição de uma grandeza (função) de uma forma que é determinada por uma outra é um exemplo de convolução.

Teorema da convolução em frequência: $\mathfrak{F}(f(x) \cdot h(x)) =$

$$\frac{1}{2\pi} \mathfrak{F}(f(x)) \otimes \mathfrak{F}(h(x))$$



Convolução e correlação

A **função de correlação** é um operador que serve para avaliar as relações mútuas entre duas funções, as suas similaridades e coincidências sendo assim extremamente útil e importante incluindo na inspecção e caracterização dimensional de superfícies como se verá nas aplicações do sistema em diferentes tarefas metrológicas.

Para sistemas lineares e invariantes, a função de correlação (ou produto de correlação) entre duas funções f e g das mesmas variáveis x e y , será:

$$(1) \quad P_{f,g}(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)g(x+u,y+v)dx dy$$

No entanto a forma mais comum de representar a correlação das duas funções é (a uma dimensão):

$$(2) \quad C(x) = f(x) \odot g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x')g(x'-x)dx' \quad \text{sendo } C(x) \text{ chamada}$$

correlação mútua e utilizando a variável muda de integração x' .

Convolução e correlação

Autocorrelação de uma função unidimensional $f(x)$:

$$AC(x) = C_{ff}(x) = f(x) \odot f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') f(x' - x) dx'$$

A transformada de Fourier da autocorrelação de uma função é o módulo do quadrado da sua transformada (teorema de Wiener-Khinchin ou da autocorrelação):

$$\mathfrak{F}(C_{ff}(x)) = |F(k)|^2$$

que é o espectro de potência de $f(x)$ em termos de frequência espacial.

Uma das importantes aplicações da correlação de funções e em especial da autocorrelação acontece na análise de ruído em sinais.

Quanto maior for a largura da banda espectral do ruído, mais confinada será a autocorrelação. Quanto mais extensos, temporal ou espacialmente, forem os impulsos, durante mais tempo (espaço) se mantêm a correlação.



Transformada de Fourier de uma função harmonica, e de uma função Gaussiana

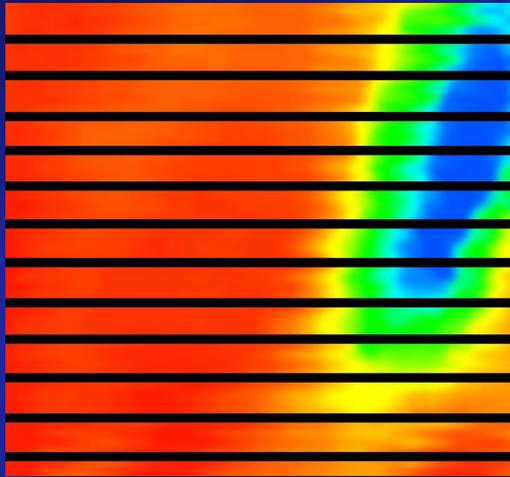
OPTICA DE FOURIER

plano focal

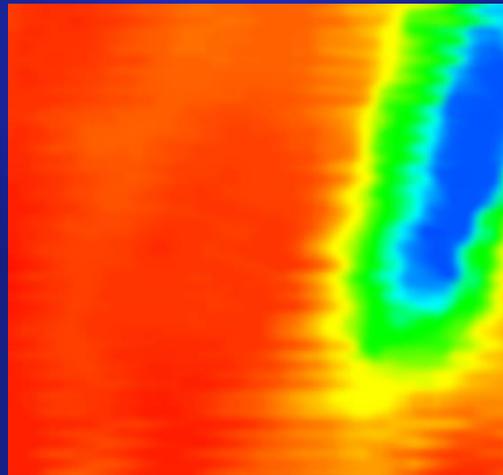


Filtragem de Fourier

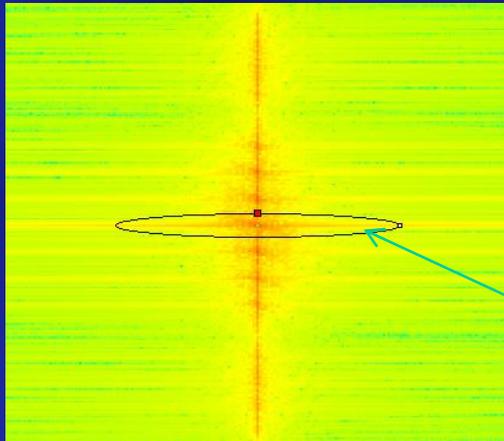
$f(x,y)$



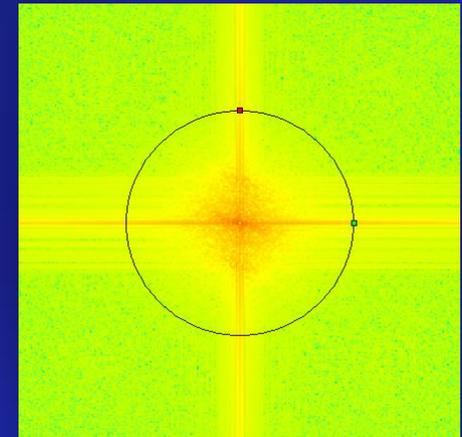
f filtrada (x,y)



$F(Kx,Ky)$ – transformada de Fourier



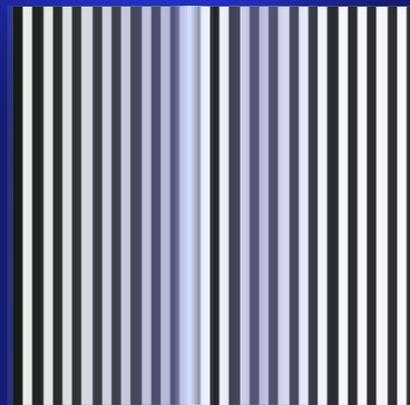
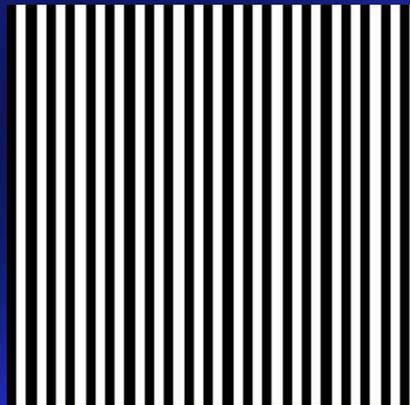
Frequências não eliminadas



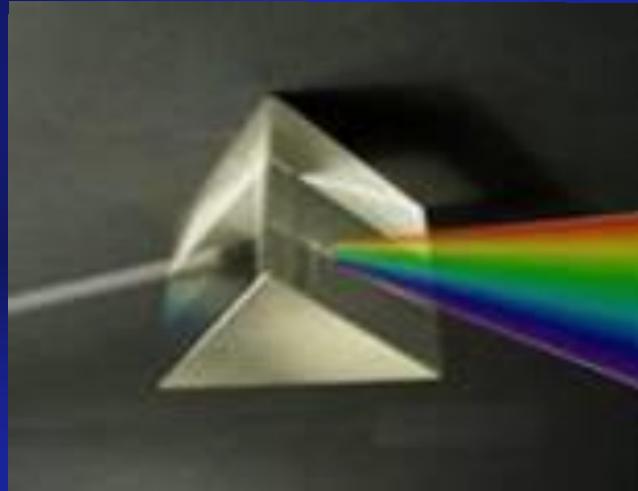
Função de transferência de modulação (MTF)

razão entre a modulação da imagem e a modulação do objecto.

$$\text{Modulação} = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}$$



Dispersão da luz



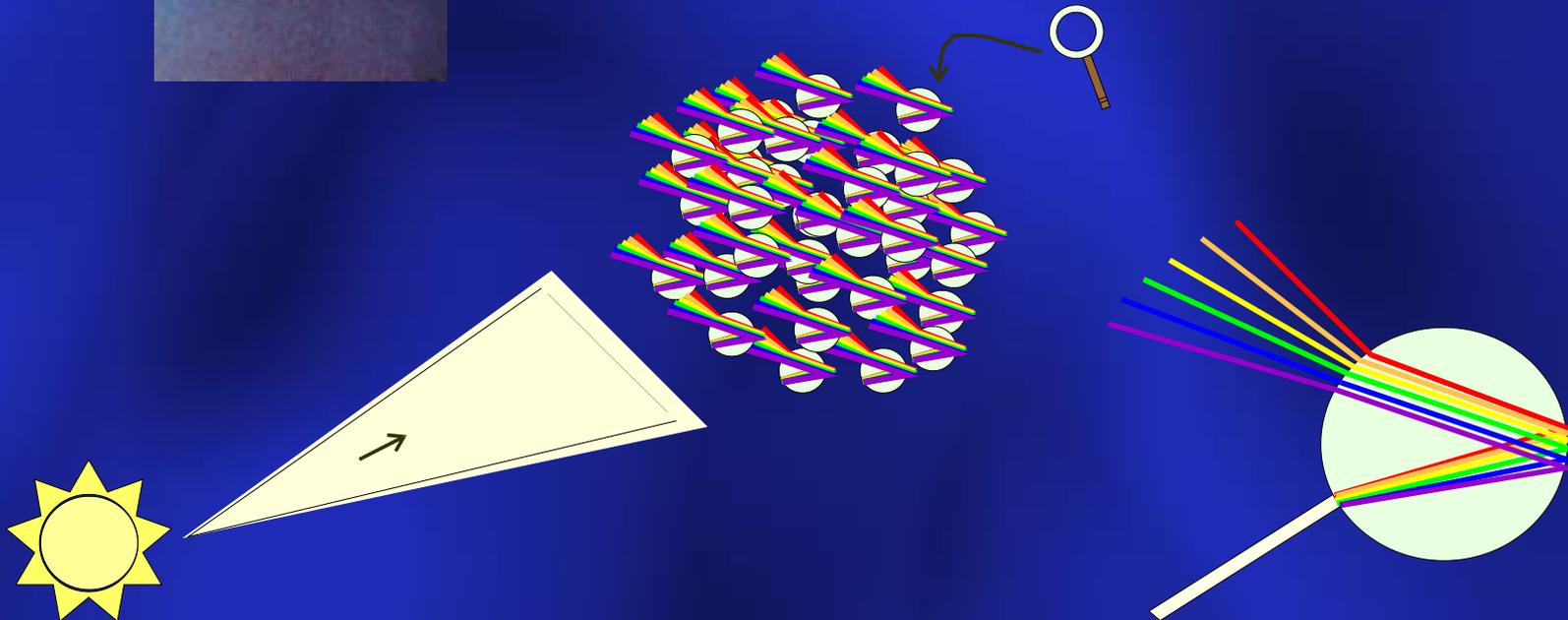
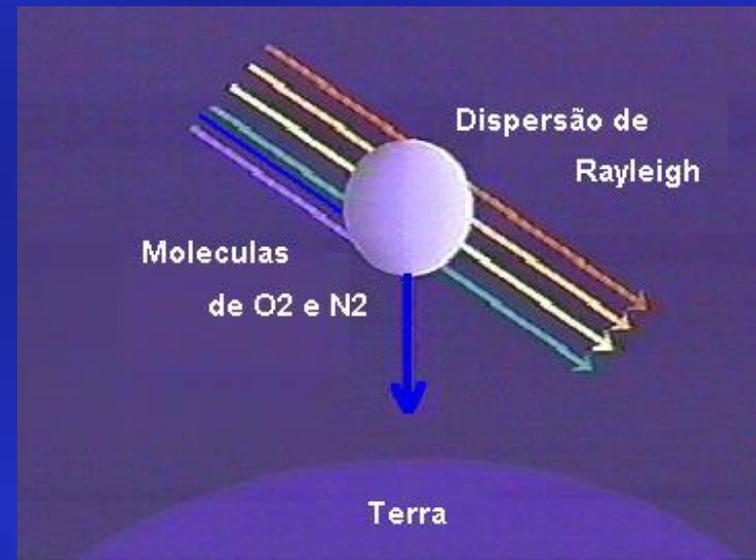
v

c/λ

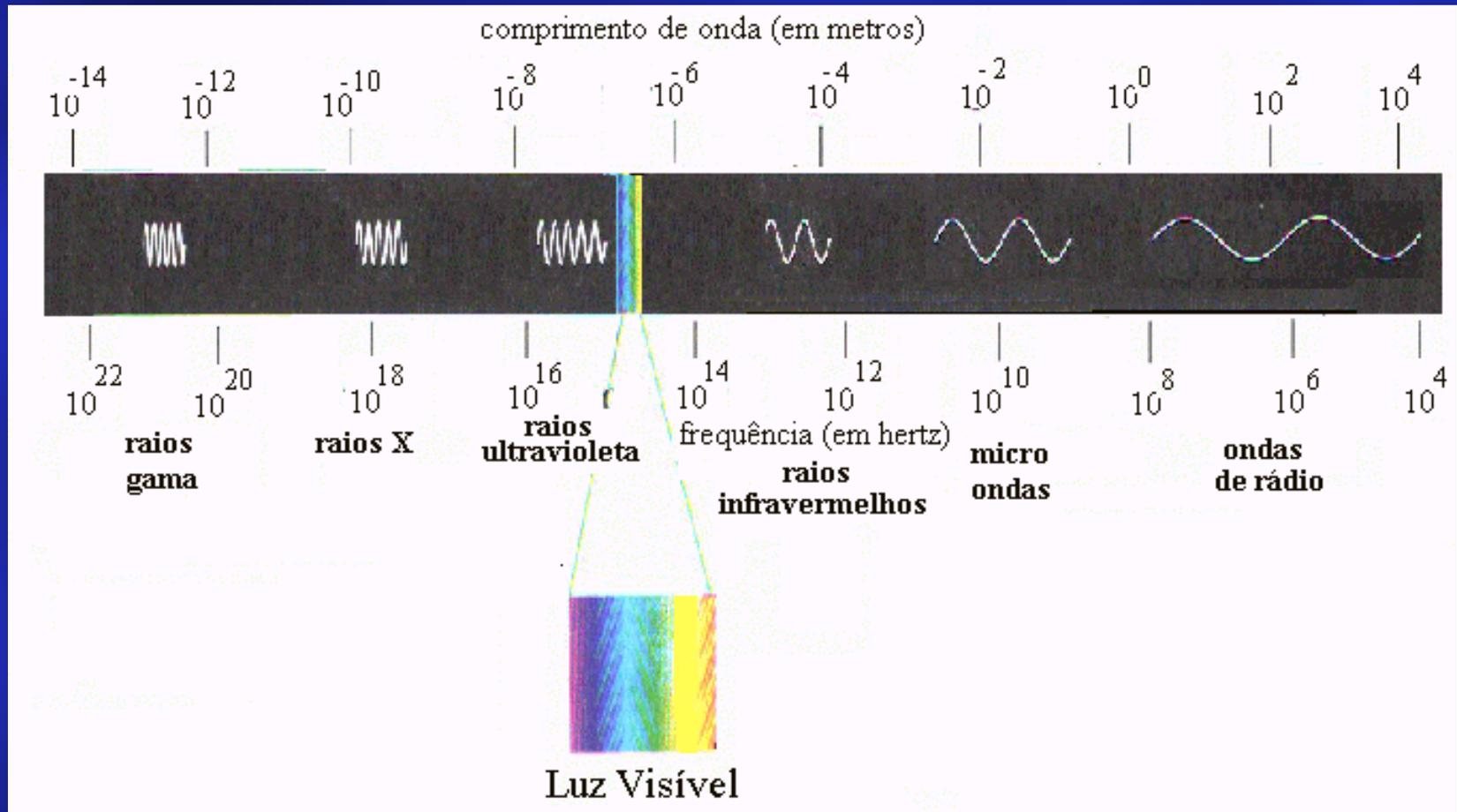
$n \propto 1/\lambda$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

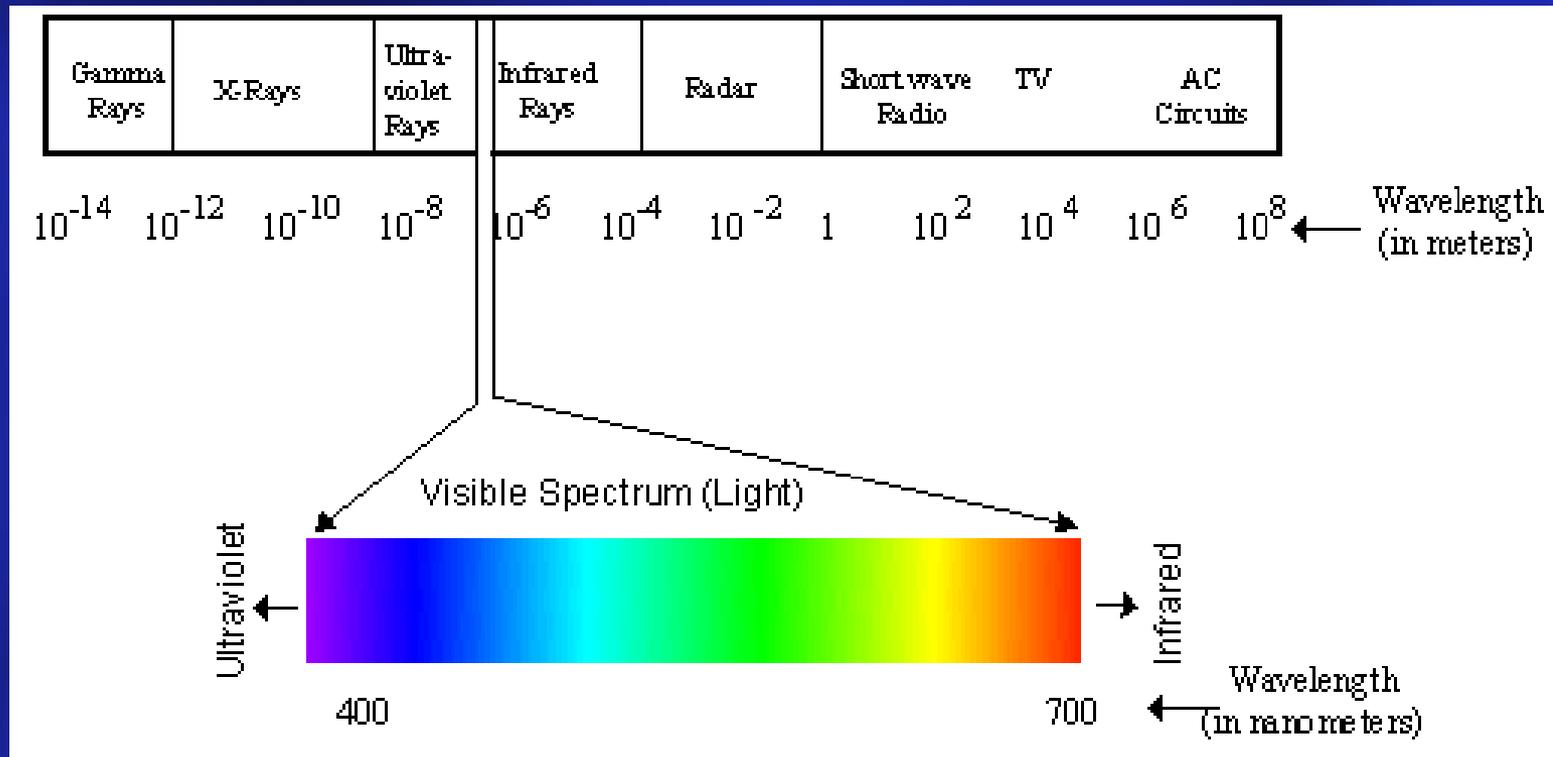
Dispersão da luz



Espectro da radiação electromagnética



Espectro da radiação electromagnética

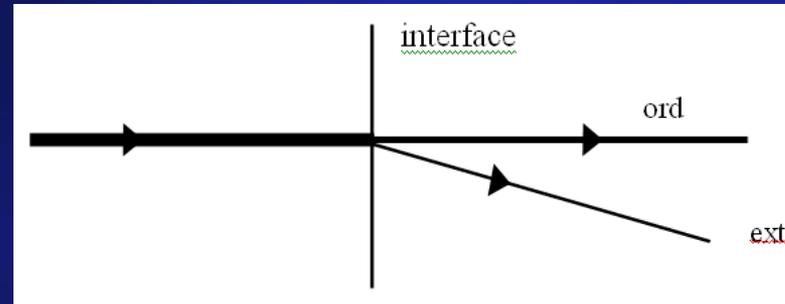


Polarização da luz



Birefringência ou dupla refração: ocorre em certos meios anisotrópicos. Acontece quando dois feixes refractados correspondem a um único raio incidente.

Um dos raios refractados é chamado ordinário e corresponderia à refração normal e o outro raio extraordinário, que se desvia da direcção do raio incidente.



Um dos aparelhos que fazem uso desta propriedade, são os prismas de Nicol que são formados pela junção (com bálsamo do Canada) de dois prismas de cristais de calcite, mais especificamente espato de Islândia. Os cristais deverão ter um comprimento quatro vezes superior à largura e deverão ser cortados de forma particular (ver referencias).

No primeiro prisma, o raio incidente divide-se em dois, dos quais o raio ordinário forma com a superfície de separação entre os cristais, um ângulo de 76° . Ora, o índice de refração do bálsamo do Canadá, $n=1,550$, é menor que o índice de refração dos cristais $n_o = 1,658$, sendo o ângulo de incidência maior que o ângulo limite, o raio ordinário vai ser totalmente reflectido na superfície de separação. O raio extraordinário sai pelo segundo prisma, na direcção da incidência. Obviamente, a “intensidade” soma das intensidades dos dois raios $_{ord}$ e $_{ext}$ será igual (aproximadamente - há sempre algumas perdas) à intensidade do feixe incidente, pelo que conhecida a de incidência e uma daquelas, se conhecerá imediatamente a outra.

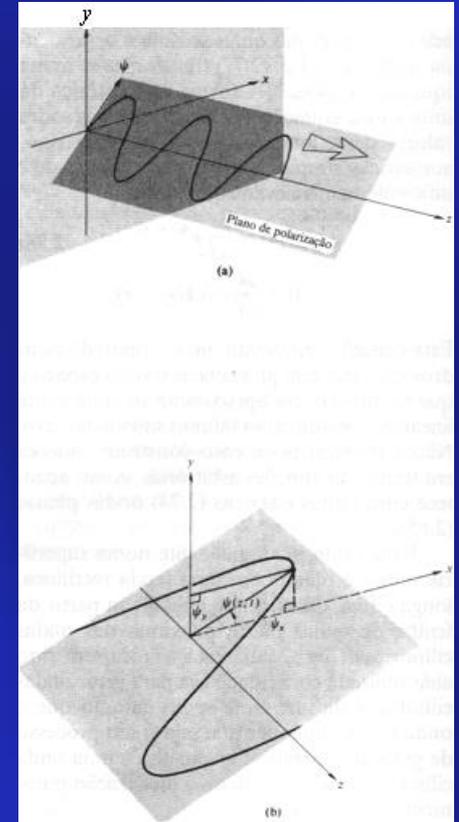
... regulador contínuo de intensidades?

Este tipo de prisma, tem uma propriedade muito curiosa (porque será?): quando rodado em torno de um eixo, que coincide com a direcção do raio incidente, a intensidade dos feixes vai variar continuamente.

Podemos assim aproveitar o raio extraordinário e eventualmente utilizar o raio ordinário, para medir, por exemplo, por meio de uma célula fotoelétrica, a intensidade desse feixe, o que imediatamente nos daria a intensidade do feixe aproveitado. (Teria de se arranjar um mecanismo, que fizesse a célula rodar com o prisma, uma vez que o raio ordinário vai mudando de direcção, conforme o prisma roda). As intensidades também podem ser calculadas utilizando a lei de Malus.

Lei de Malus

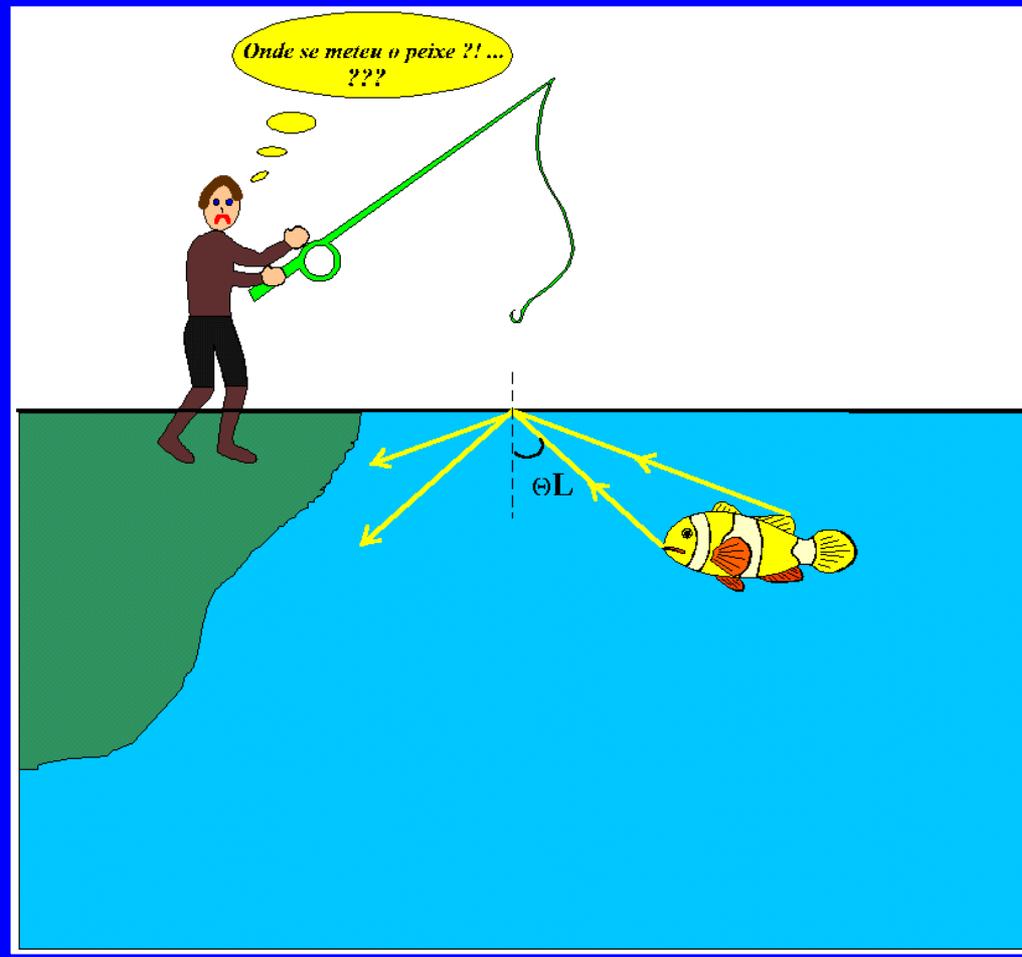
$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$



Ângulo crítico

e

Ângulo de Brewster ($\theta_i = \theta_p$)



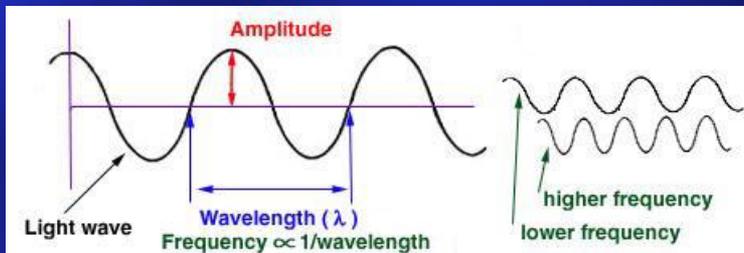
$$\operatorname{tg} \theta_p = \frac{n_t}{n_i}$$

LASERS

inversão de população

maser – década de 50

Schawlow, Townes, Maiman - laser



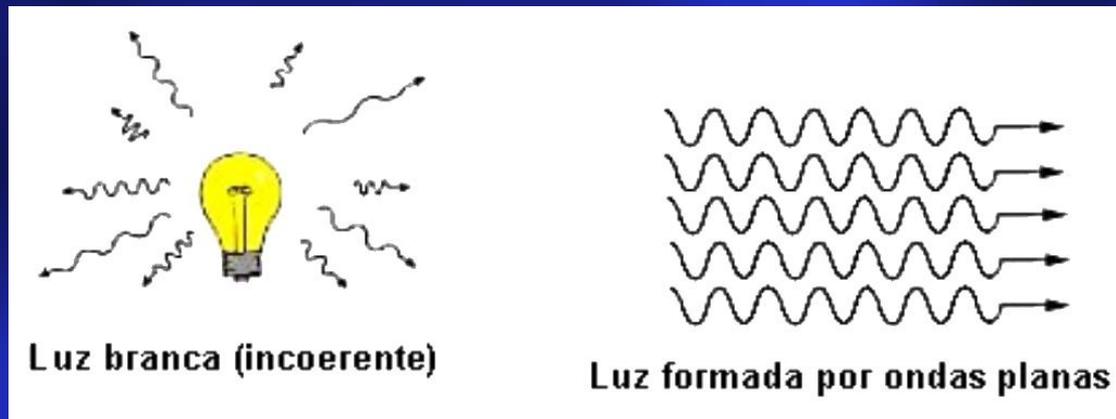
The diagram illustrates the process of an electron transitioning between energy levels in an atom. It consists of three vertically stacked circular diagrams representing an atom with two concentric circles representing energy levels.

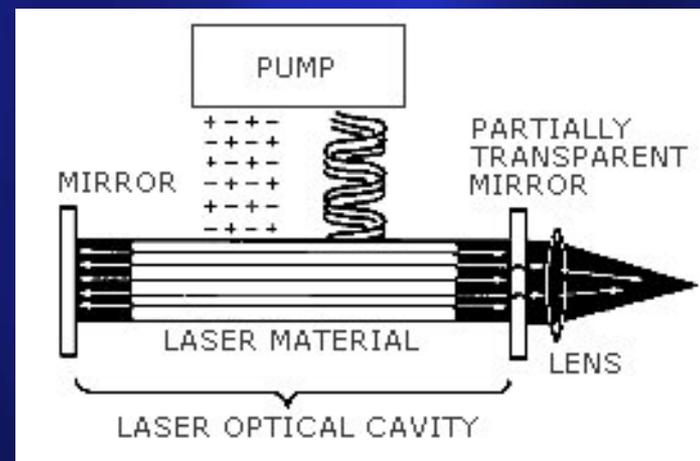
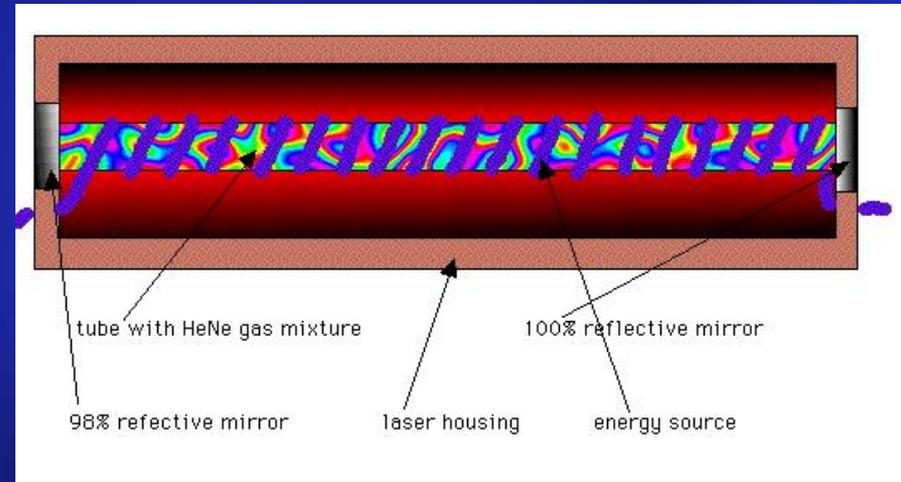
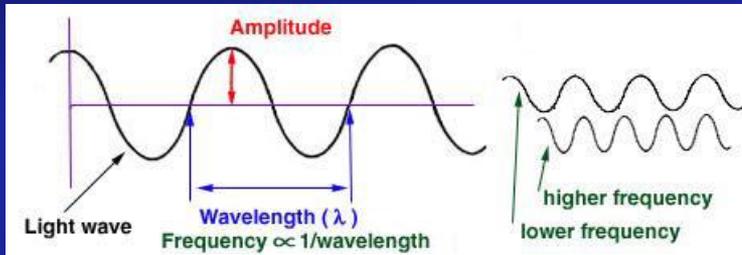
- Top diagram:** A purple electron is in the inner (lower) energy level. Text: "The electrons are in a relaxed state before the energy you provide bumps them up into an excited state."
- Middle diagram:** A red electron is in the outer (higher) energy level. A red wavy line labeled "energy/wave" is shown between the levels. Text: "Once in an excited state the electron holds energy that can be released."
- Bottom diagram:** A purple electron is back in the inner energy level. A blue wavy line labeled "photons" is shown between the levels. Text: "When the electron goes back to its relaxed state it releases energy in the form of a light wave. That light wave hits other electrons on the way out and excites them as well. These light rays are also called photons."

Below the bottom diagram, there is a row of four small circular diagrams showing a chain of atoms. The first atom has a red electron in the excited state, and a red wavy line (photon) is shown moving towards the second atom. The second atom has a red electron in the excited state, and a red wavy line is moving towards the third atom. The third atom has a red electron in the excited state, and a red wavy line is moving towards the fourth atom. The fourth atom has a red electron in the excited state. Text: "Soon all the electrons will begin to get excited then release their energy. Enough of them together create the laser beam that you see."



Laser de HeNe (Maiman, 1960) : consiste num tubo de vidro cheio de uma mistura de dois gases nobres, hélio e néon. O tubo é selado e dois espelhos colocados nos extremos. Um dos espelhos tem uma reflectividade de apenas 98%. De forma a produzir luz uma corrente de alta voltagem é aplicada ao gás. A luz produzida (*inversão de população*) será reflectida sucessivamente entre os espelhos. A luz *em circulação* dentro do tubo vai-se tornando mais intensa até que alguma consegue sair pelo espelho de 98%. Pela forma muito cuidada como o laser é feito, em particular a distância entre os dois espelhos será um múltiplo exacto do comprimento de onda da luz a ser gerada. *Monocromática e coerente. Luz coerente pode interferir com ela própria.*





Lasers

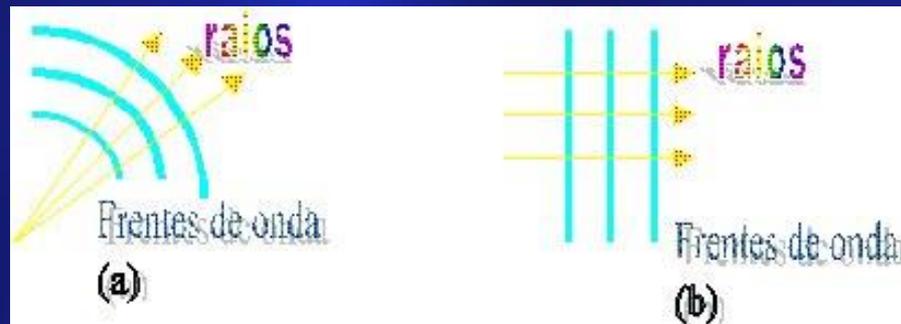
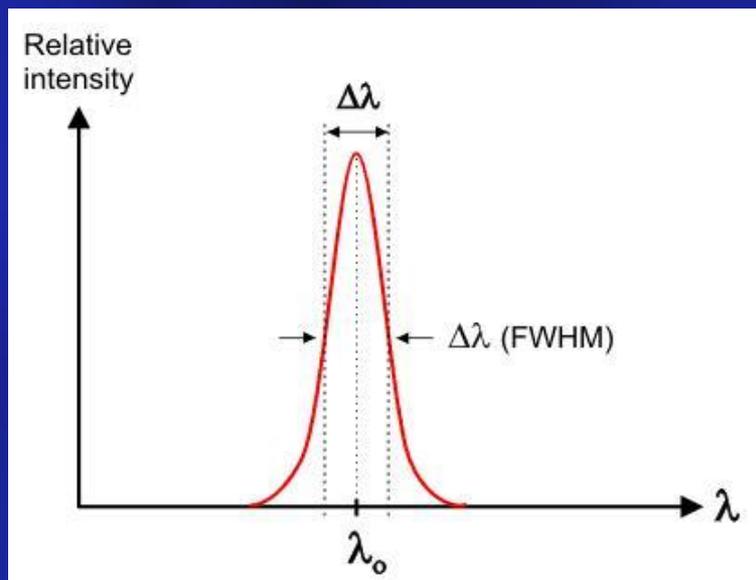
Coerência - descreve a correlação entre as fases de radiação monocromática. Quando a relação entre as fases dos vários “raios” se mantiver (for constante) durante a propagação os feixes dizem-se coerentes (à partida são emitidas com a mesma intensidade.) – “*uma só*” frequência e “*um só*” comprimento de onda.

Comprimento de coerência (L_c):
$$\frac{L_c \Delta\lambda}{\lambda^2} \approx 1$$

Laser de HeNe $\lambda = 632,8 \text{ nm}$; largura de banda $\Delta\lambda \approx 80 \text{ fm}$ ($80 \times 10^{-15} \text{ m}$); $L_c = 5 \text{ m}$

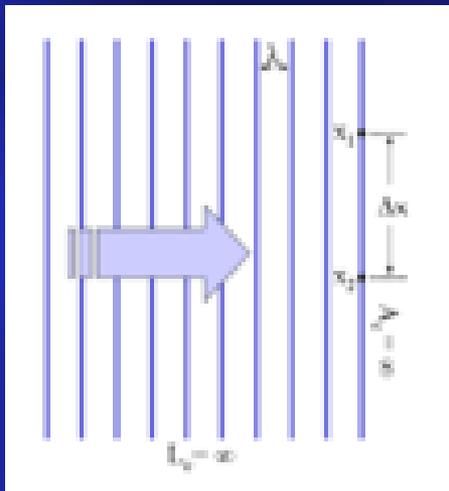
LED - $\Delta\lambda = 50 \text{ nm}$; $L_c \sim 10 \mu\text{m}$

filamento de tungsténio - $\Delta\lambda \approx 300 \text{ nm}$; $L_c \sim 1 \mu\text{m}$

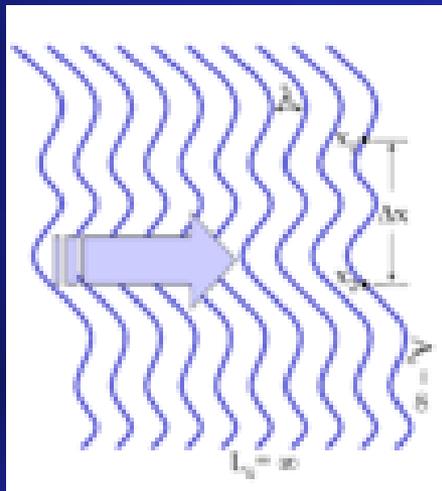


Lasers

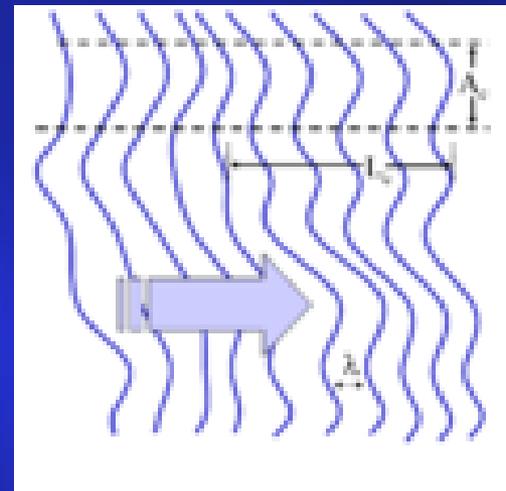
Coerência especial (coerência temporal)



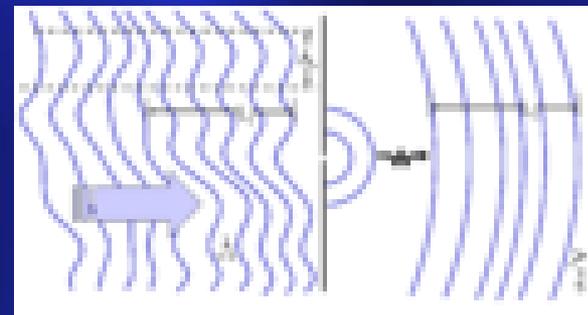
Ondas planas - coerente



Ondas não planas - coerente



Ondas não planas – parcialmente coerente



parcialmente coerente → coerente

<i>Laser type</i>	<i>Wavelength (μmeters)</i>	<i>Laser type</i>	<i>Wavelength (μmeters)</i>
Argon fluoride (Excimer-UV)	0.193	Helium neon (yellow)	0.594
Krypton chloride (Excimer-UV)	0.222	Helium neon (orange)	0.610
Krypton fluoride (Excimer-UV)	0.248	Gold vapor (red)	0.627
Xenon chloride (Excimer-UV)	0.308	Helium neon (red)	0.633
Xenon fluoride (Excimer-UV)	0.351	Krypton (red)	0.647
Helium cadmium (UV)	0.325	Rhodamine 6G dye (tunable)	0.570-0.650
Nitrogen (UV)	0.337	Ruby (CrAlO_3) (red)	0.694
Helium cadmium (violet)	0.441	Gallium arsenide (diode-NIR)	0.840
Krypton (blue)	0.476	Nd:YAG (NIR)	1.064
Argon (blue)	0.488	Helium neon (NIR)	1.15
Copper vapor (green)	0.510	Erbium (NIR)	1.504
Argon (green)	0.514	Helium neon (NIR)	3.39
Krypton (green)	0.528	Hydrogen fluoride (NIR)	2.70
Frequency doubled Nd YAG (green)	0.532	Carbon dioxide (FIR)	9.6
Helium neon (green)	0.543	Carbon dioxide (FIR)	10.6
Krypton (yellow)	0.568		
Copper vapor (yellow)	0.570		

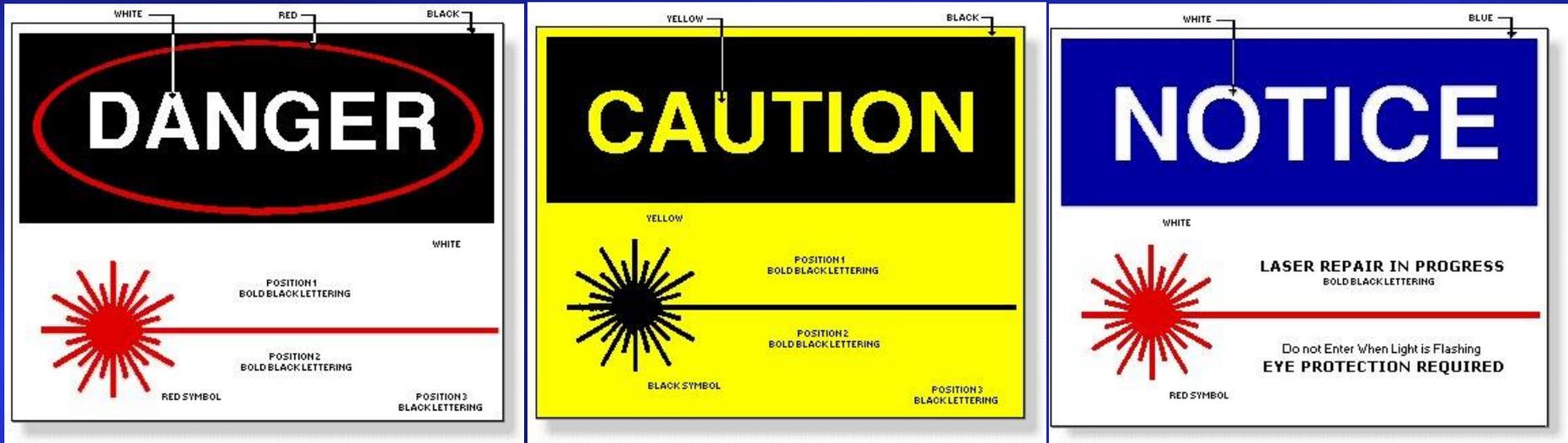
Key: UV = ultraviolet (0.200-0.400 μ m)
 VIS = visible (0.400-0.700 μ m)
 NIR = near infrared (0.700-1.400 μ m)

Lasers de fibra ótica dopada

Lasers de semicondutor



Laser type	Wavelength (μm)	MPE level (W/cm^2)			
		0.25 sec	10 sec	600 sec	30,000 sec
CO2 (CW)	10.6	---	100.0×10^{-3}	---	100.0×10^{-3}
Nd: YAG (CW)	1.33	---	5.1×10^{-3}	---	1.6×10^{-3}
Nd: YAG (CW)	1.064	---	5.1×10^{-3}	---	1.6×10^{-3}
Nd: YAG (Q-switched)	1.064	---	17.0×10^{-6}	---	2.3×10^{-6}
GaAs (Diode/CW)	0.840	---	1.9×10^{-3}	---	610.0×10^{-6}
HeNe (CW)	0.633	2.5×10^{-3}	---	293.0×10^{-6}	17.6×10^{-6}
Krypton (CW)	0.647	2.5×10^{-3}	---	364.0×10^{-6}	28.5×10^{-6}
	0.568	31.0×10^{-6}	---	2.5×10^{-3}	18.6×10^{-6}
	0.530	16.7×10^{-6}	---	2.5×10^{-3}	1.0×10^{-6}
Argon (CW)	0.514	2.5×10^{-3}	---	16.7×10^{-6}	1.0×10^{-6}
XeFl (Excimer/CW)	0.351	---	---	---	33.3×10^{-6}
XeCl (Excimer/CW)	0.308	---	---	---	1.3×10^{-6}



CLASS I, CLASS II, CLASS I.A., AND CLASS IIIA LASERS. Accident data on laser usage have shown that Class I, Class II, Class I.A., and Class IIIA lasers are normally not considered hazardous from a radiation standpoint unless illogically used.

Direct exposure on the eye by a beam of laser light should *always* be avoided with any laser, *no matter how low the power.*

Requirements	I	IA	II	IIIA	IIIB	IV
Performance (all laser products)						
Protective housing	R ²					
Safety interlock	R ^{3,4}					
Location of controls	—	R	R	—	R	R
Viewing optics	R	R	R	R	R	R
Scanning safeguard	R	R	R	R	R	R
Performance (laser systems)						
Remote control connector	—	—	—	—	R	R
Key control	—	—	—	—	R	R
Emission indicator	—	—	R	R	R ¹⁰	R ¹⁰
Beam attenuator	—	—	R	R	R	R
Reset	—	—	—	—	—	R ¹³
Performance (specific purpose products)						
Medical	S	S	S	S ⁸	S ⁸	S ⁸
Surveying, leveling, alignment	S	S	S	S	NP	NP
Demonstration	S	S	S	S	S ¹¹	S ¹¹
Labeling (all laser products)						
Certification and identification	R	R	R	R	R	R
Protective housing	D ⁵	R ⁵				
Aperture	—	—	R	R	R	R
Class warning	—	R ⁶	R ⁷	R ⁹	R ₁₂	R ¹²
Information (all lasers)						
User information	R	R	R	R	R	R



<i>Class</i>	<i>Applies to --- wavelength ranges ---</i>				<i>----- Hazards ----- --</i>		
	<i>UV</i>	<i>VIS</i>	<i>NIR</i>	<i>IR</i>	<i>Direct ocular</i>	<i>Diffuse ocular</i>	<i>Fire</i>
I	X	X	X	X	No	No	No
IA	--	X*	--	--	Only after 1000 sec	No	No
II	--	X	--	--	Only after 0.25 sec	No	No
IIIA	X	X**	X	X	Yes	No	No
IIIB	X	X	X	X	Yes	Only when laser output is near Class IIIB limit of 0.5 Watt	No
IV	X	X	X	X	Yes	Yes	Yes

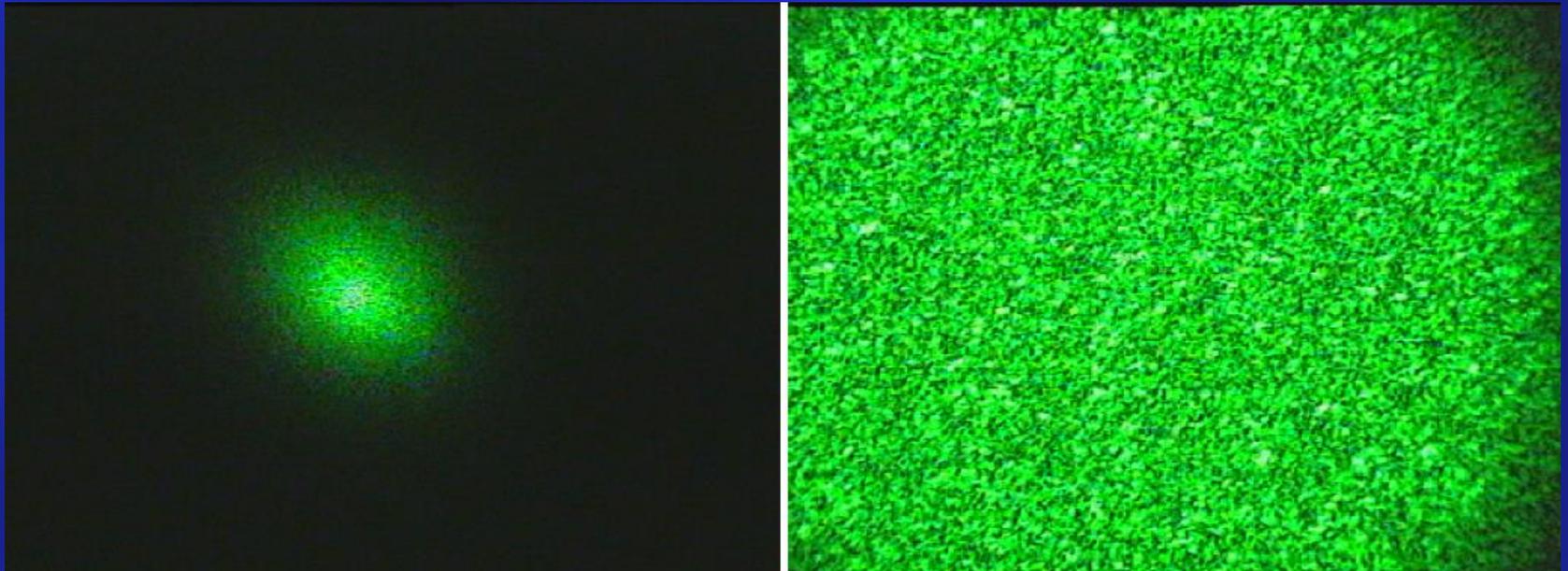
<i>Photobiological spectral domain</i>	<i>Eye effects</i>	<i>Skin effects</i>
Ultraviolet C (0.200-0.280 μm)	Photokeratitis	Erythema (sunburn) Skin cancer
Ultraviolet B (0.280-315 μm)	Photokeratitis	Accelerated skin aging Increased pigmentation
Ultraviolet A (0.315-0.400 μm)	Photochemical UV cataract	Pigment darkening Skin burn
Visible (0.400-0.780 μm)	Photochemical and thermal retinal injury	Photosensitive reactions Skin burn
Infrared A (0.780-1.400 μm)	Cataract, retinal burns	Skin burn
Infrared B (1.400-3.00 μm)	Corneal burn Aqueous flare IR cataract	Skin burn
Infrared C (3.00-1000 μm)	Corneal burn only	Skin burn

Lasik



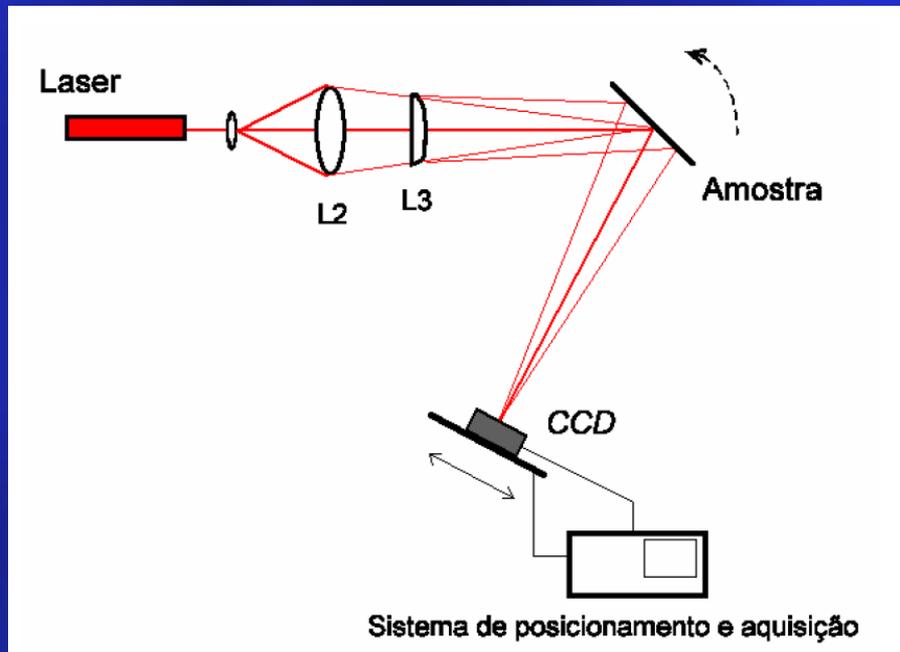
Speckle

O efeito de granitado laser (speckle) resulta da interferência de raios reflectidos de regiões adjacentes da zona iluminada e acontece quando o comprimento de coerência excede a rugosidade da superfície iluminada



Sistema de Correlação de Speckle

O método consiste, especificamente, em obter a correlação entre imagens de speckle obtidas por rotação, em relação à direcção de incidência da luz, de um ângulo elementar, $d\theta$, em torno de uma direcção θ .

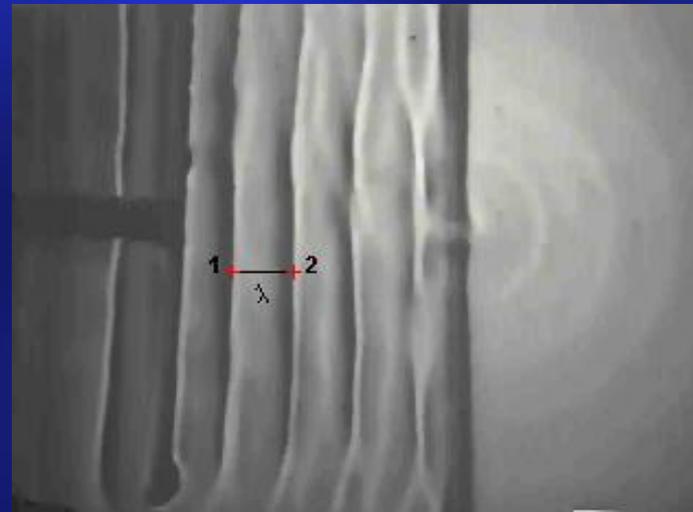
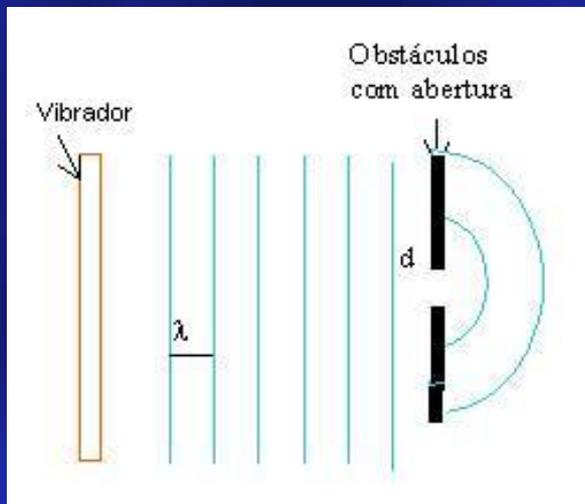


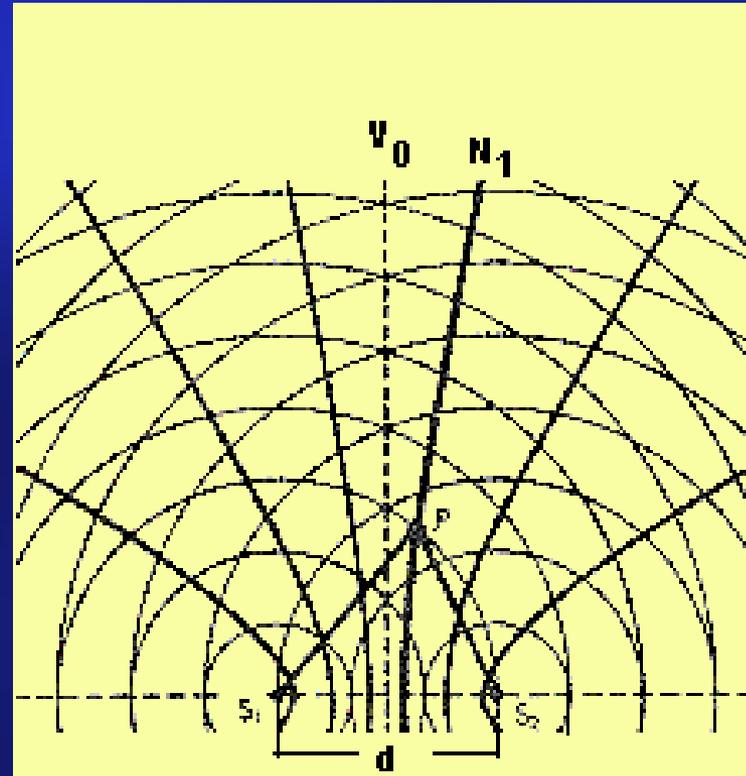
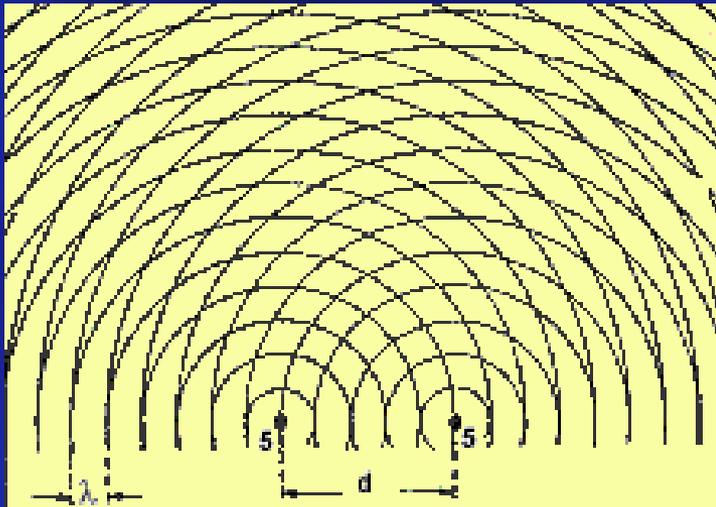
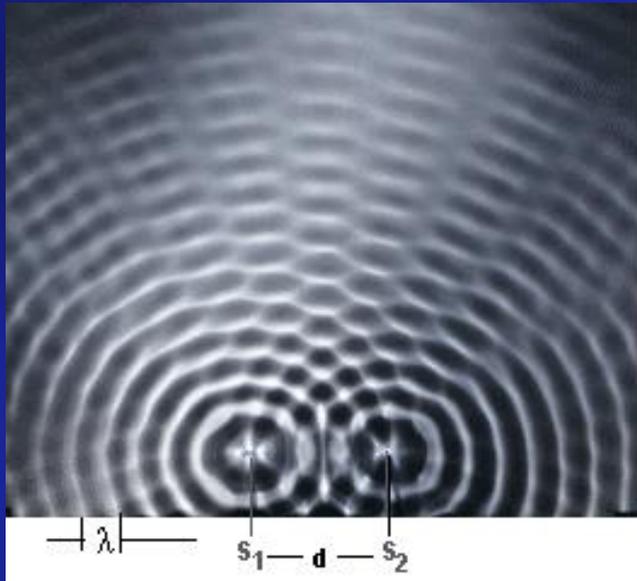
$$\rho_l(\delta\theta) = \exp\left[-\sigma^2\left(\frac{4\pi}{\lambda}\sin\theta\right)^2\delta\theta^2\right]$$

Difração

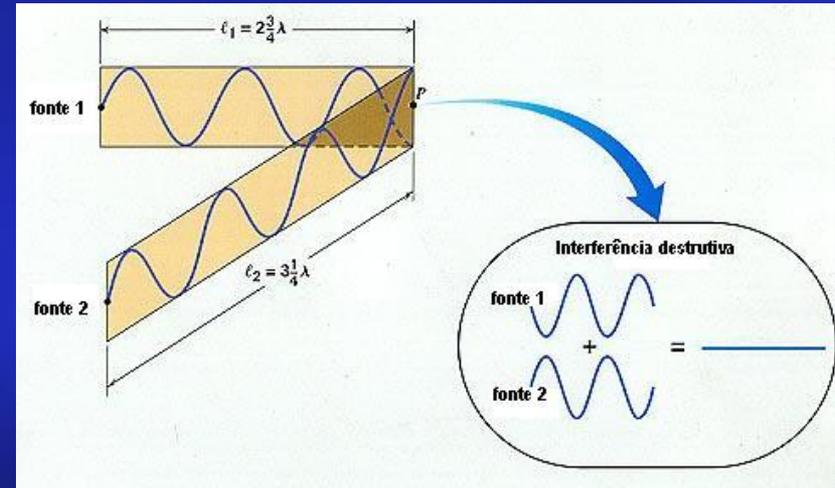
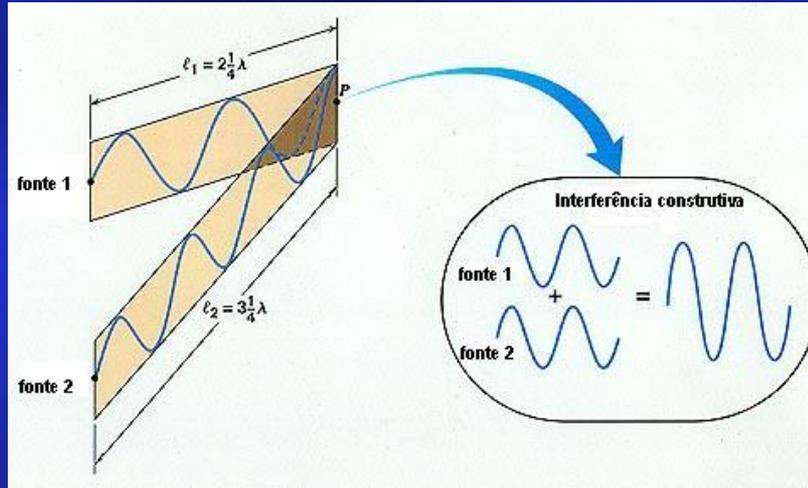
Princípio de Huygens-Fresnel

cada ponto de uma frente de onda não obstruída é uma fonte de ondas esféricas secundárias com a mesma frequência, sendo que o campo óptico em qualquer ponto do espaço é obtido pela sobreposição de todas essas ondas secundárias.

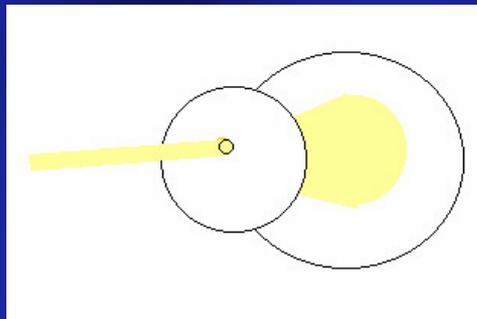




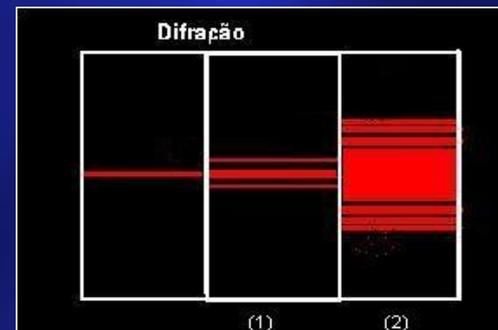
Difracção e interferência



Difracção de Fresnel (ou de campo próximo)

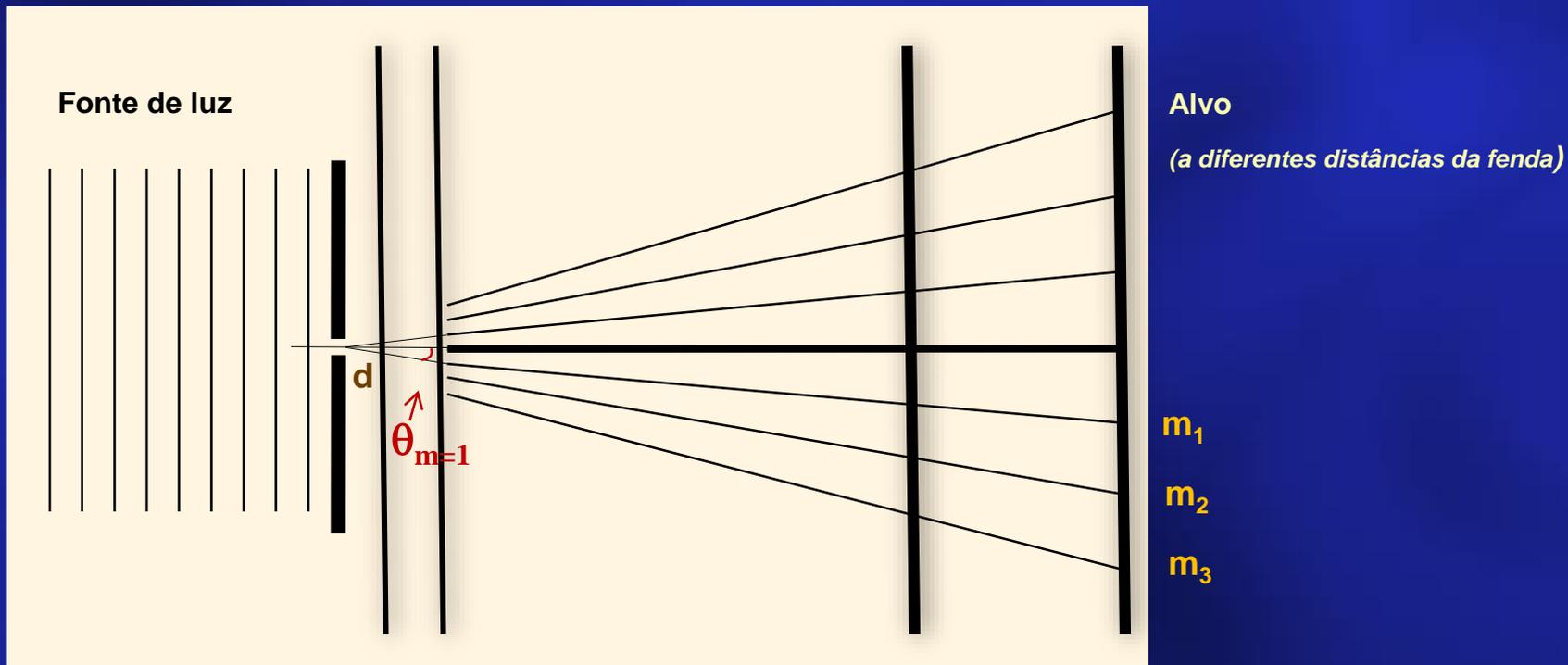


Difracção de Fraunhofer (ou de campo longínquo)



Difração de Fresnel

Difração de Fraunhofer



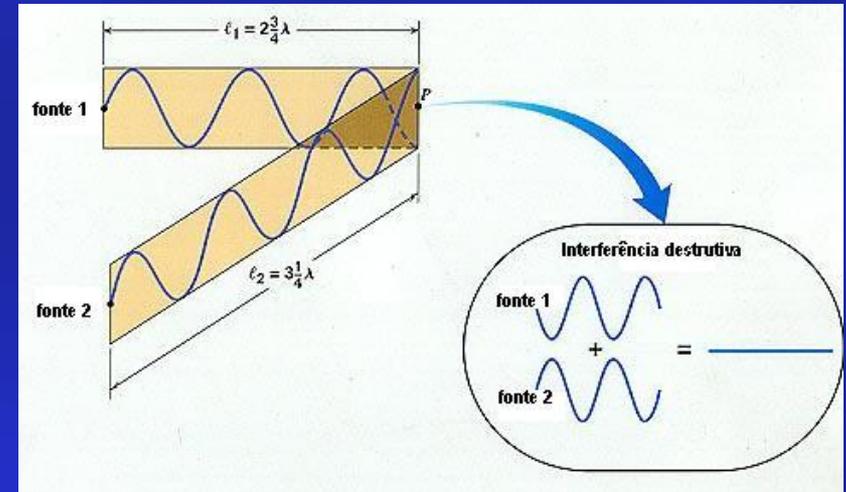
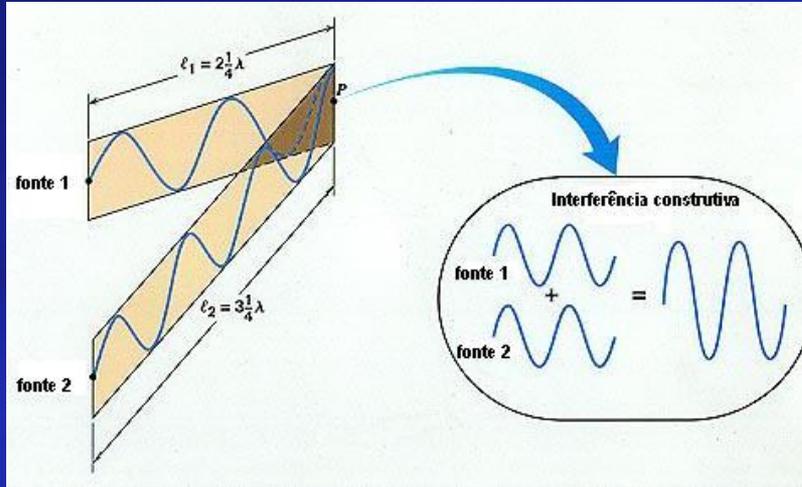
Padrões de Airy

Mínimos (zeros) de irradiância:

$$d \sin \theta_m = m \lambda \quad \text{em que } m = +/- 1 ; +/- 2 ; +/- 3 ; \dots$$

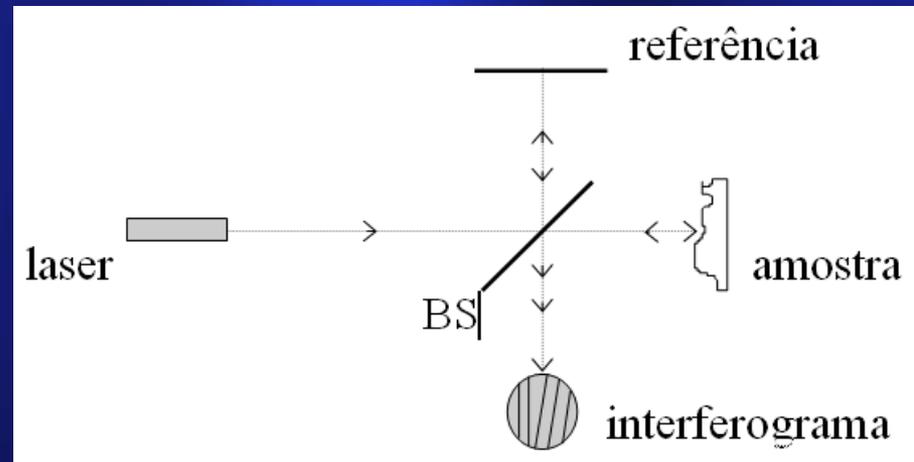


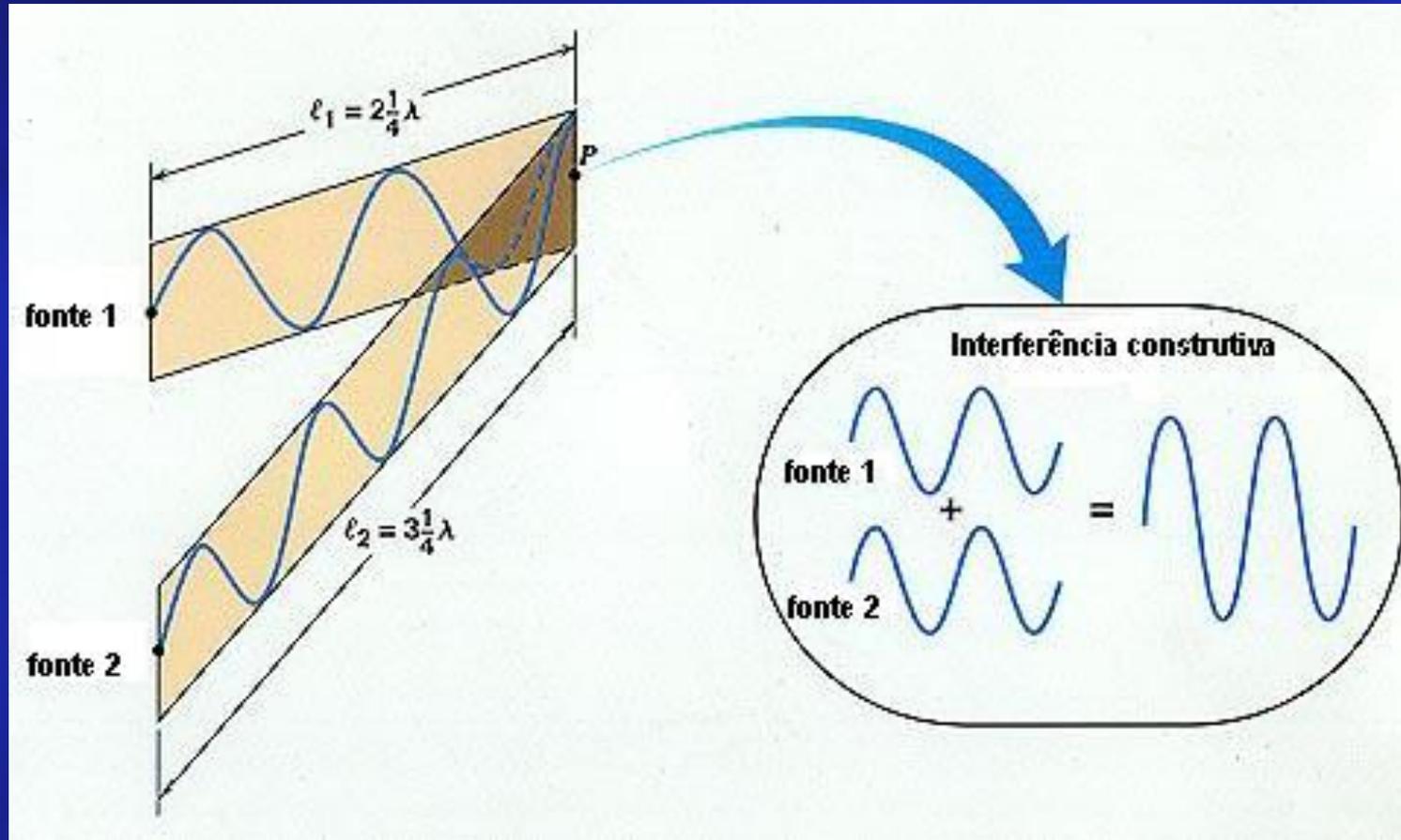
Optica difractiva ou adaptativa

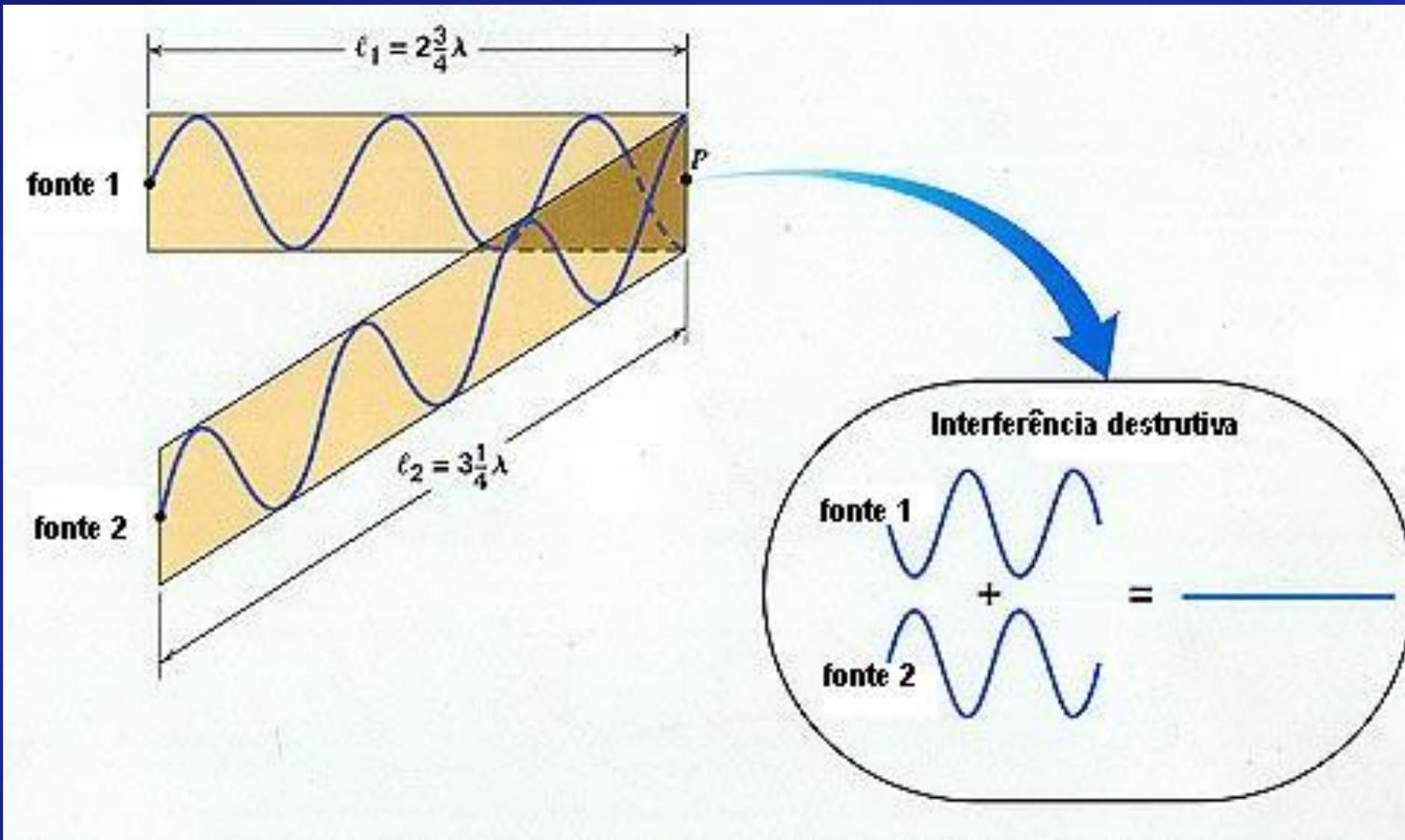


Interferência

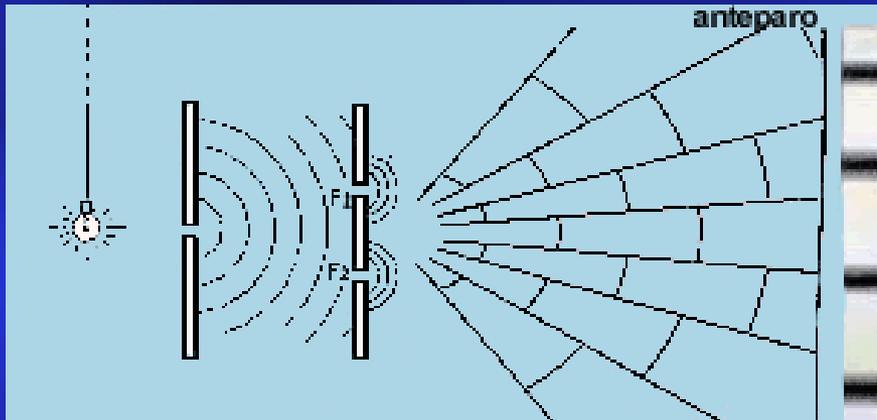
Interferómetro de Michelson



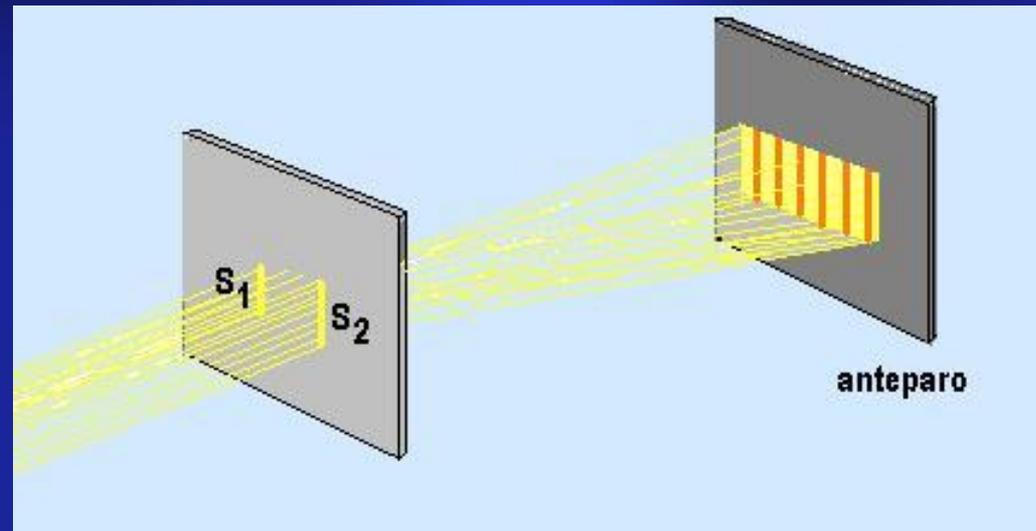




Interferência por divisão de frente de onda

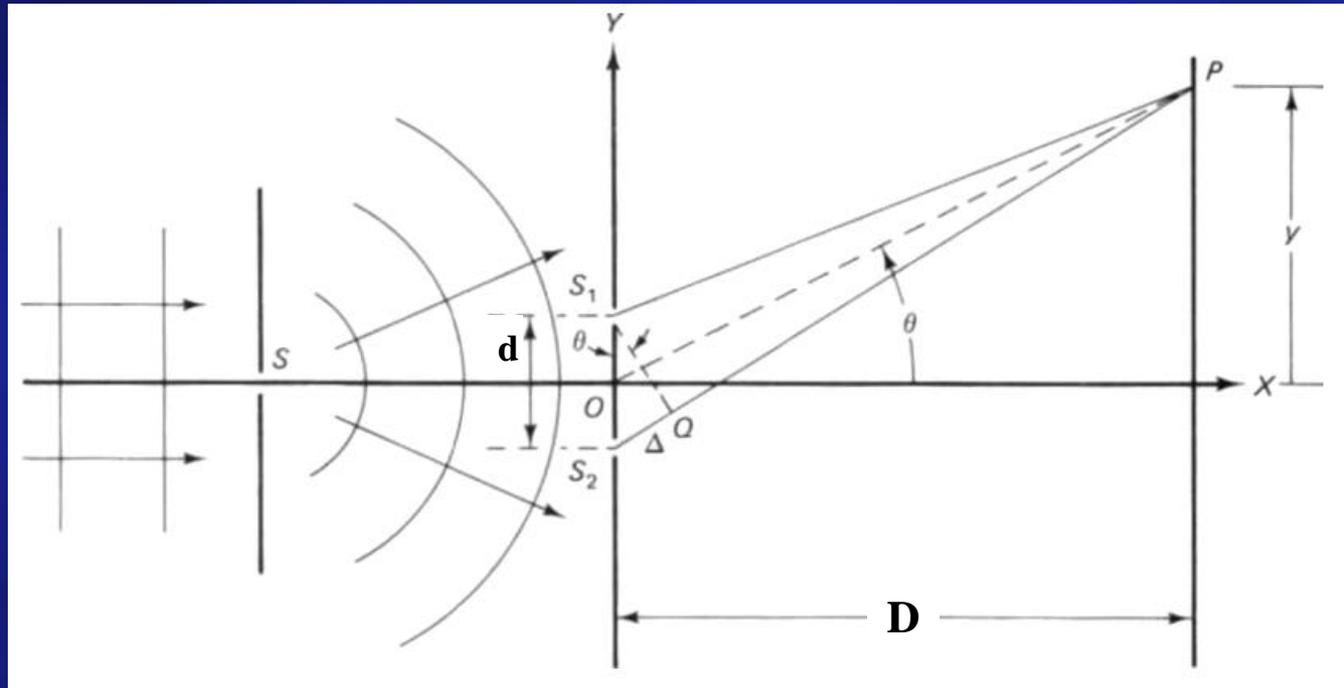


Dupla fenda de Young



Interferência por divisão de frente de onda

Dupla fenda de Young



A interferência dos “raios” que saem pelas duas fendas vai originar máximos e mínimos no alvo

Máximos

$$d \operatorname{sen} \theta = m \lambda$$

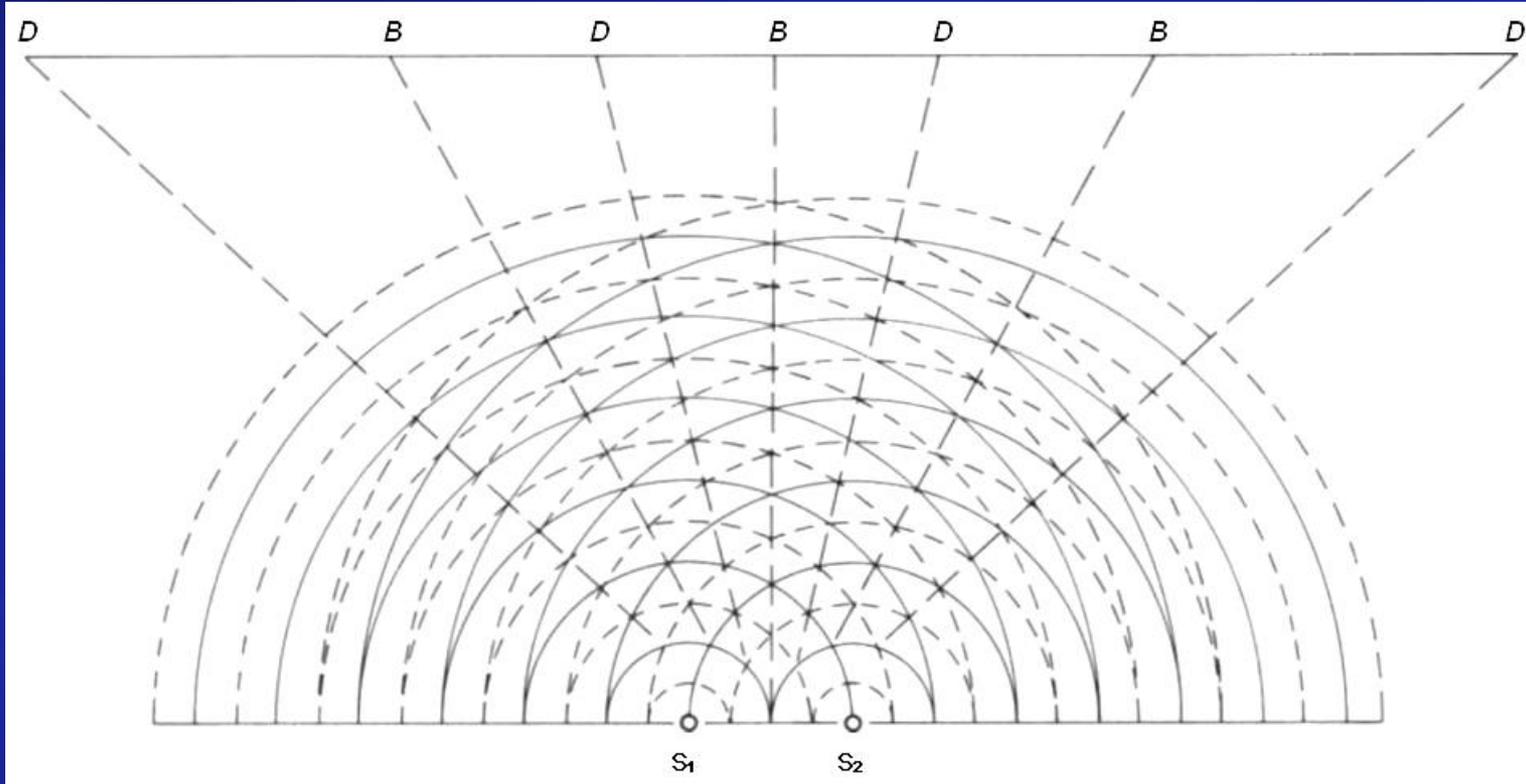
Separação entre máximos

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d}$$

Mínimos

$$d \operatorname{sen} \theta = (m + 1/2) \lambda$$

Young



Máximos

$$d \operatorname{sen} \theta = m \lambda$$

Separação entre máximos

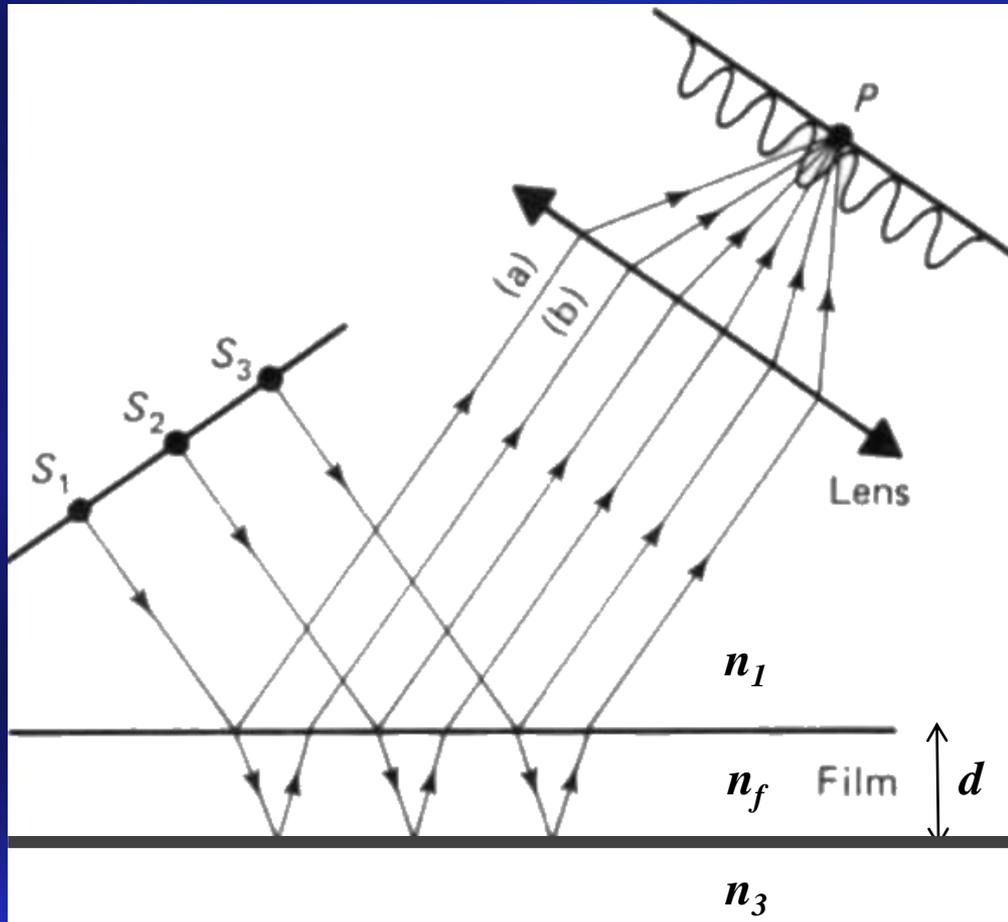
$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d}$$

Mínimos

$$d \operatorname{sen} \theta = (m + 1/2) \lambda$$

Interferência por divisão de amplitude

filmes finos

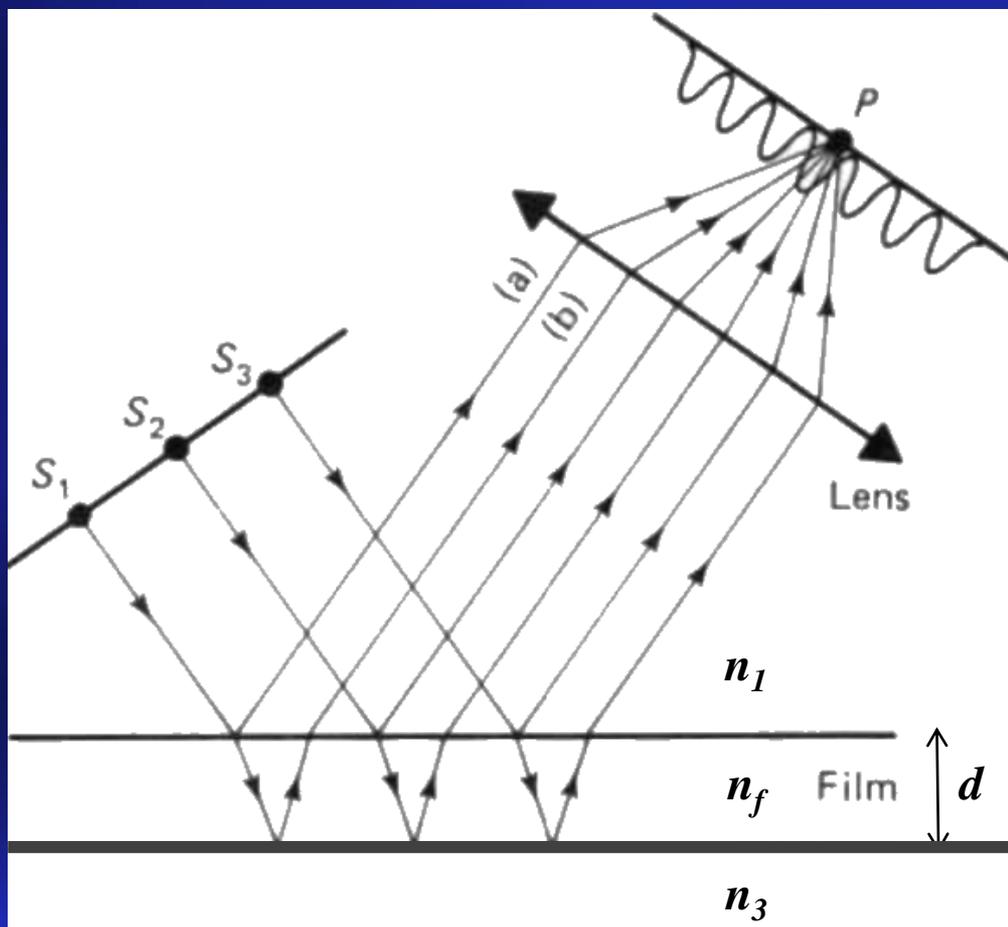


$n_1 < n_f < n_3$
(polarização \perp)

$$\text{Diferença de fase: } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta PO \quad \text{em que } \Delta PO \cong 2n_{\text{filme}} d$$

Interferência por divisão de amplitude

filmes finos



Dependendo da polarização e da relação de índices de refração poderá ter que se adicionar π à diferença de fase devido às reflexões (Fresnel).

Se $n_1 < n_f$:

E_{\perp} : π

E_{\parallel} : 0 para $\theta < \theta_p$ ou π para $\theta > \theta_p$

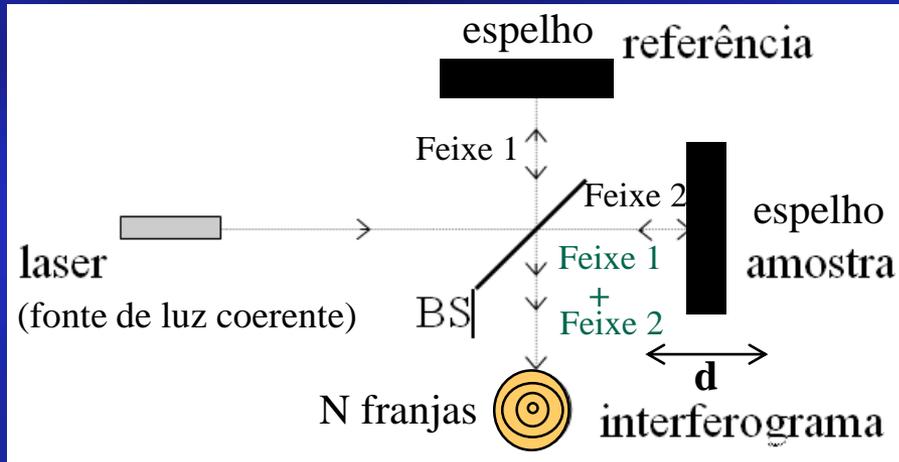
Se $n_f < n_1$:

E_{\perp} : 0

E_{\parallel} : π para $\theta < \theta_p$ ou 0 para $\theta_p < \theta < \theta_c$

$$\text{Diferença de fase: } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta PO \quad \text{em que } \Delta PO \cong 2n_{\text{filme}} d$$

Interferómetro de Michelson



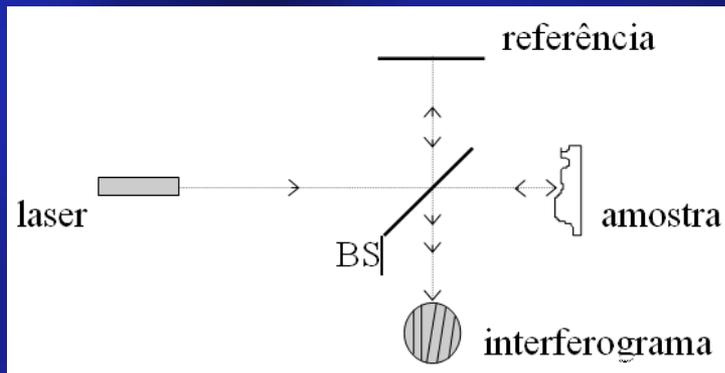
Os feixes 1 e 2 vão interferir. A diferença de percurso ótico, ΔPO , será a diferença entre as distâncias percorridas (Δd) pelos dois feixes entre os espelhos e o separador de feixe BS (multiplicada pelo índice de refração do meio).

A diferença de fase será:

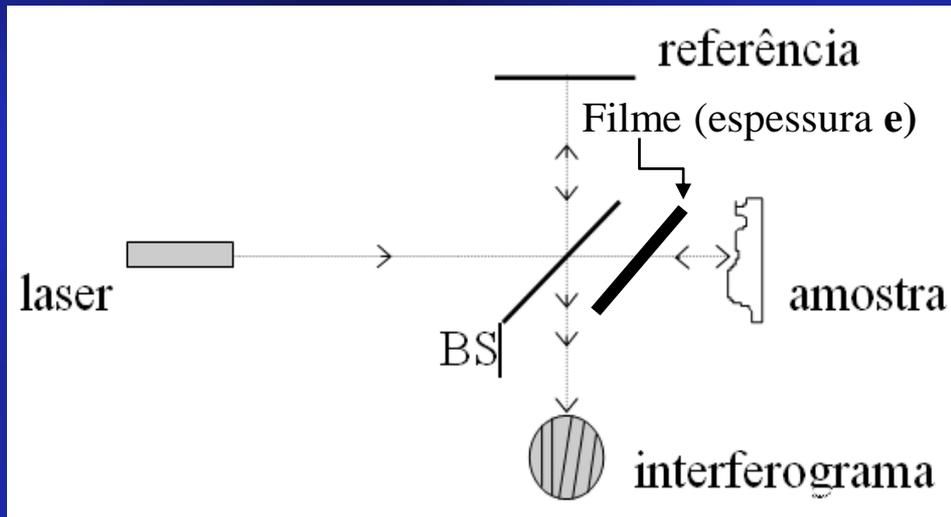
$$\delta = \Delta PO \cdot 2\pi / \lambda + \pi \quad (\text{este } +\pi \text{ resulta do facto de o feixe 2 sofrer uma reflexão no separador de feixe BS})$$

O número de franjas de interferência deslocadas (N) será proporcional a Δd . No vazio vem:

$$\Delta PO = n_0 \cdot \Delta d = \Delta d = N \cdot \lambda_0 / 2$$



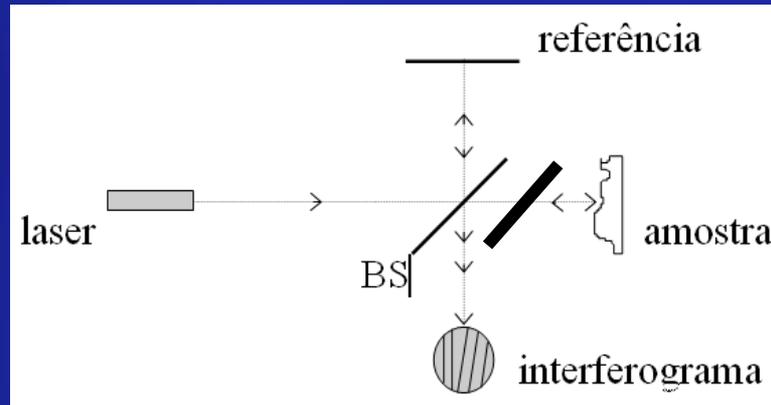
Interferómetro de Michelson



O número de franjas de interferência deslocadas (N) devido à introdução do filme, de espessura e e índice de refração n_{filme} , será dado por:

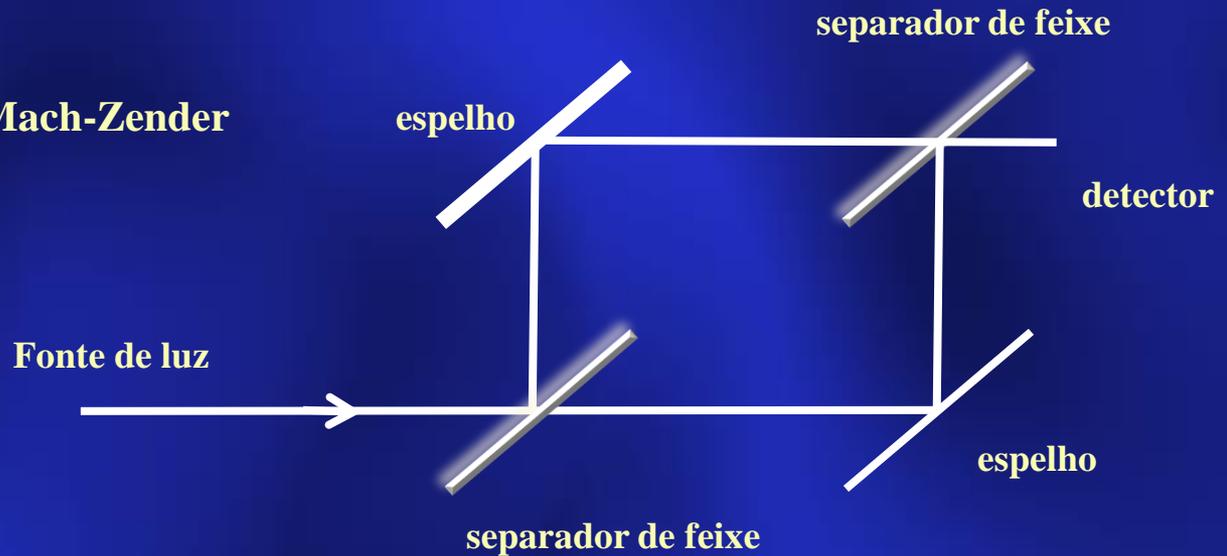
$$N \cdot \lambda_0 = 2 (n_{\text{filme}} - n_0) \cdot e$$

Interferómetro de Michelson



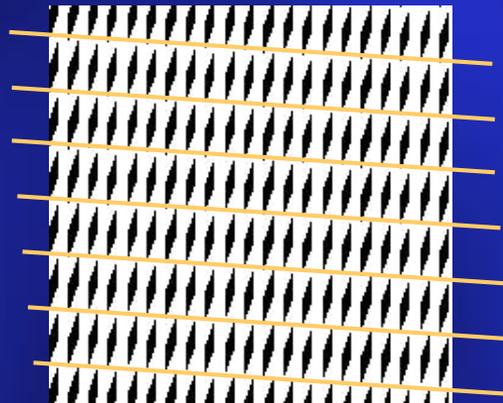
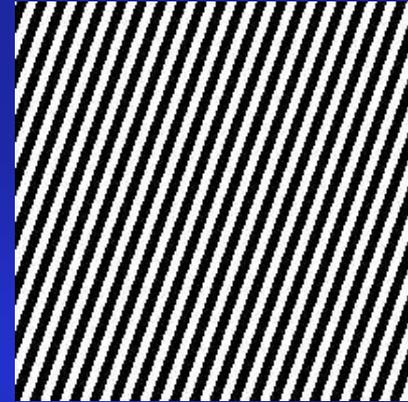
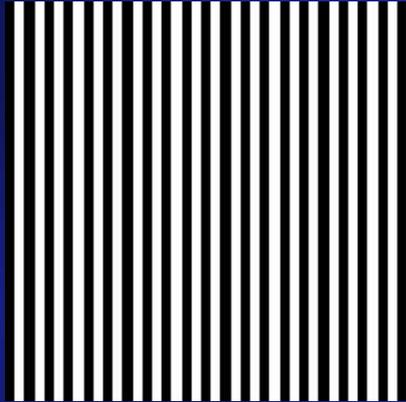
Interferómetro de Fizeau

Interferómetro de Mach-Zender



Interferómetro de Fabry-Perot

Moiré

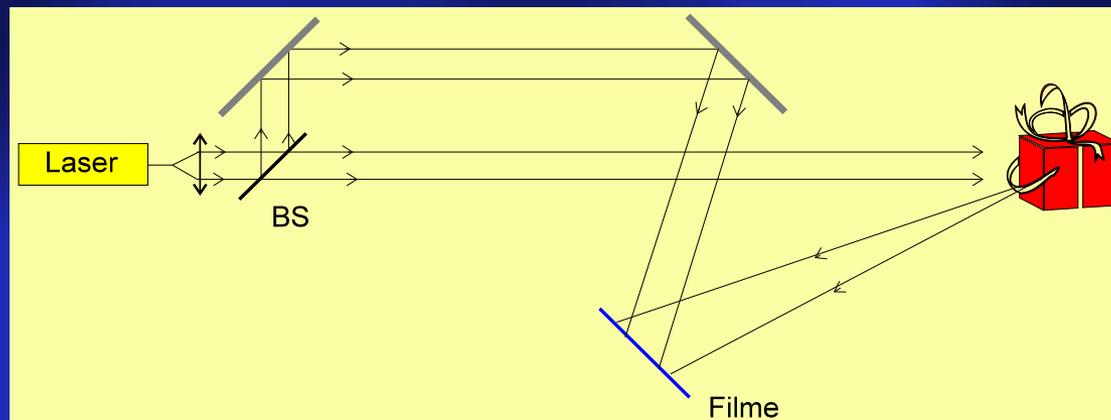


Holografia

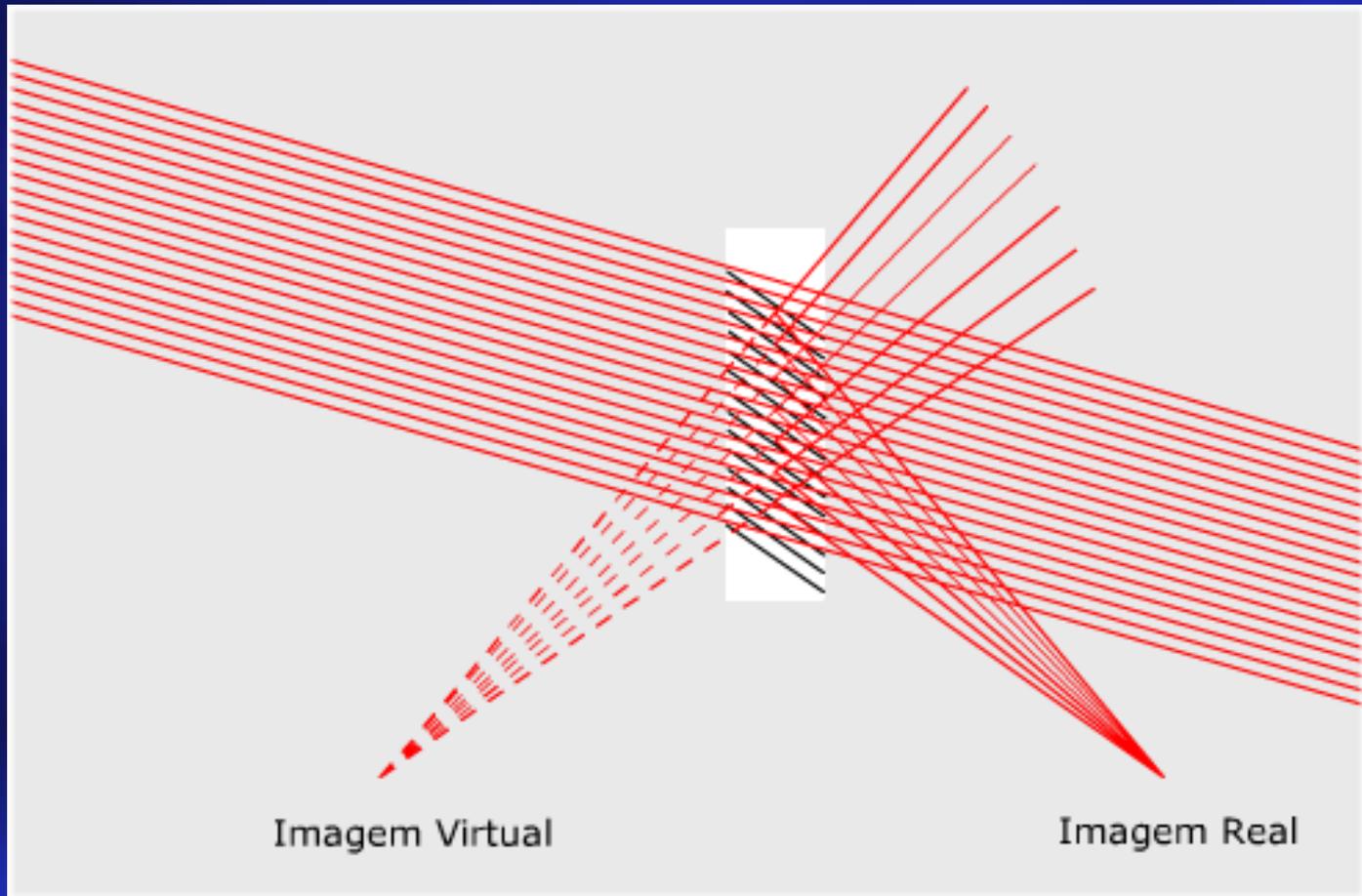
Processo de gravar e reproduzir objectos (imagens) tridimensionais

Ao contrário do que acontece com a fotografia em que o que se regista na película é apenas o brilho e o *contraste* (eventualmente também a cor) do objecto, um holograma regista o brilho, o contraste e a dimensão (eventualmente também a cor).

O estudo da holografia iniciou-se com Gabor em 1948, mas só pode registar um desenvolvimento efectivo com o desenvolvimento do laser em 1960.



Holografia



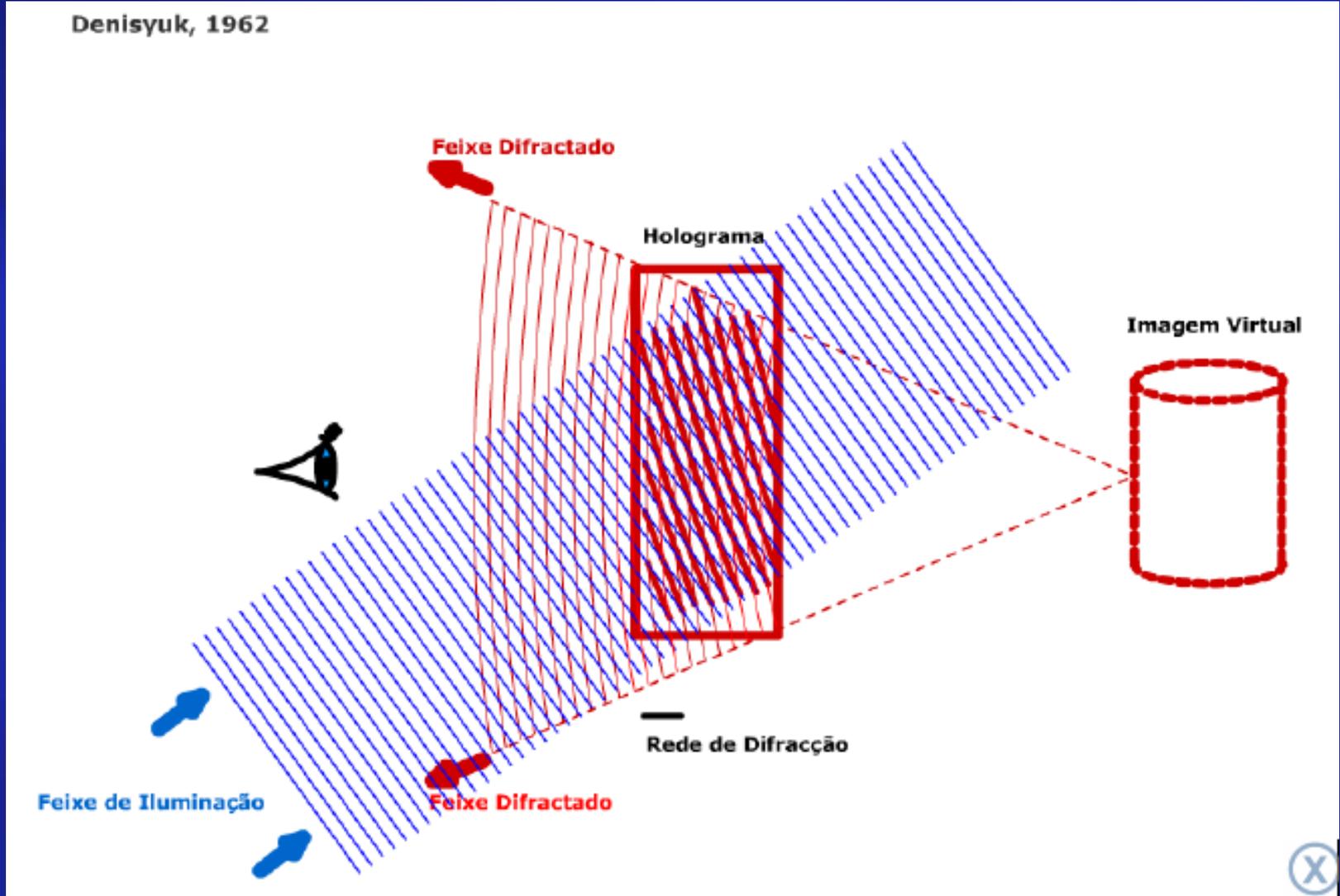
Figuras gentilmente cedidas pelo Dr. Pedro Pombo, Universidade de Aveiro

Holografia



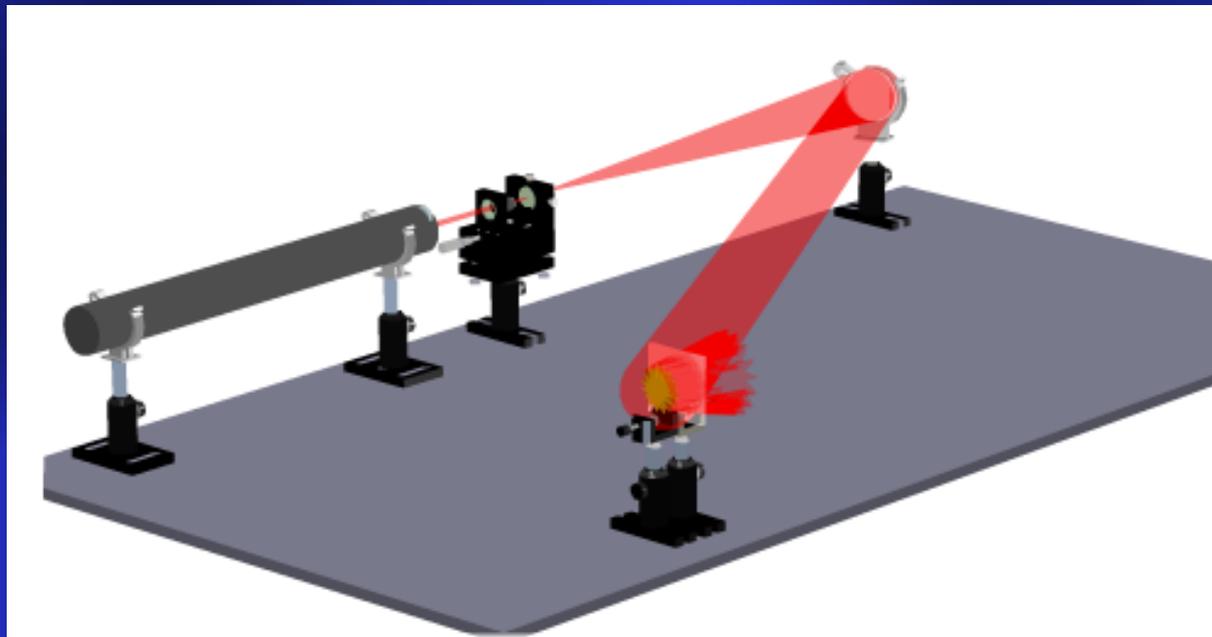
Figuras gentilmente cedidas pelo Dr. Pedro Pombo, Universidade de Aveiro

Holografia

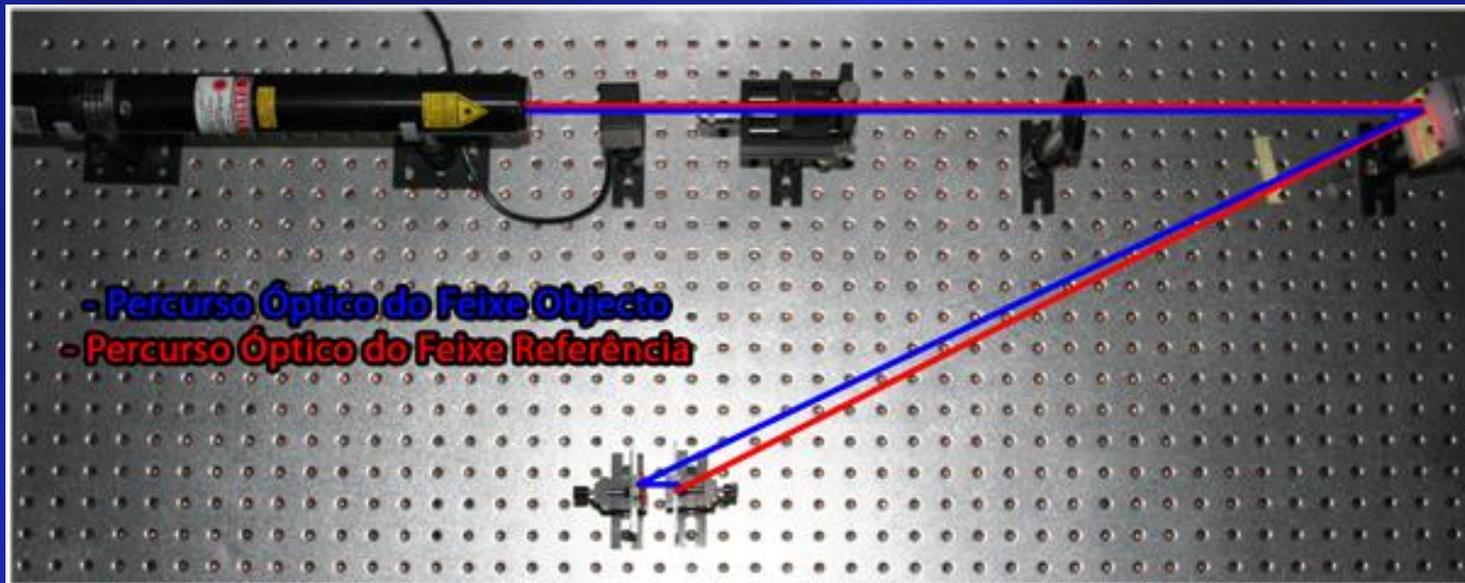
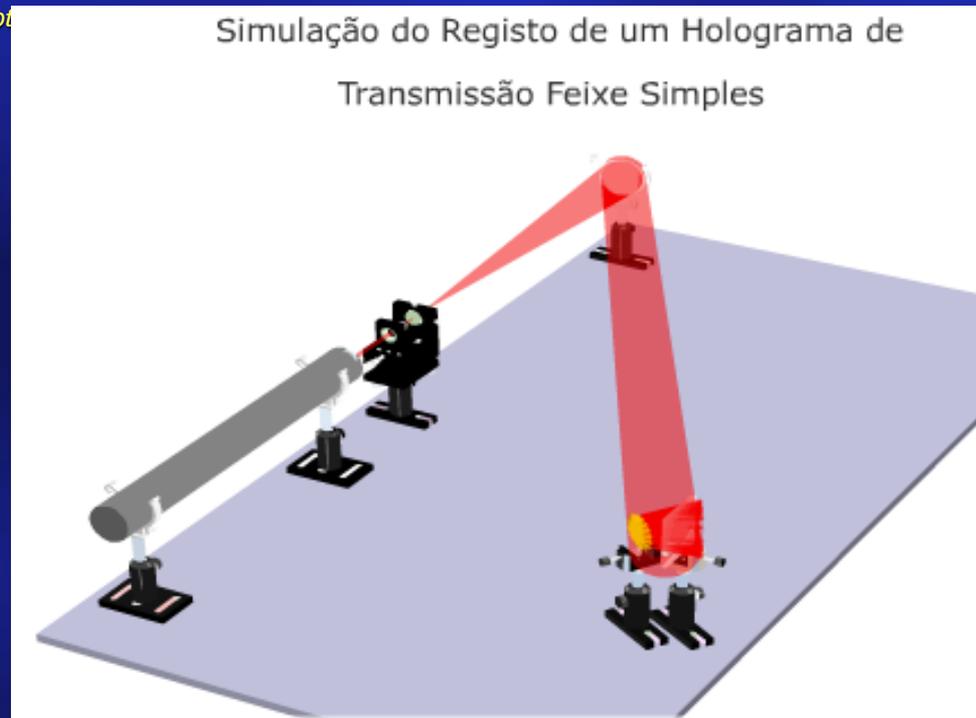


Figuras gentilmente cedidas pelo Dr. Pedro Pombo, Universidade de Aveiro

Holografia

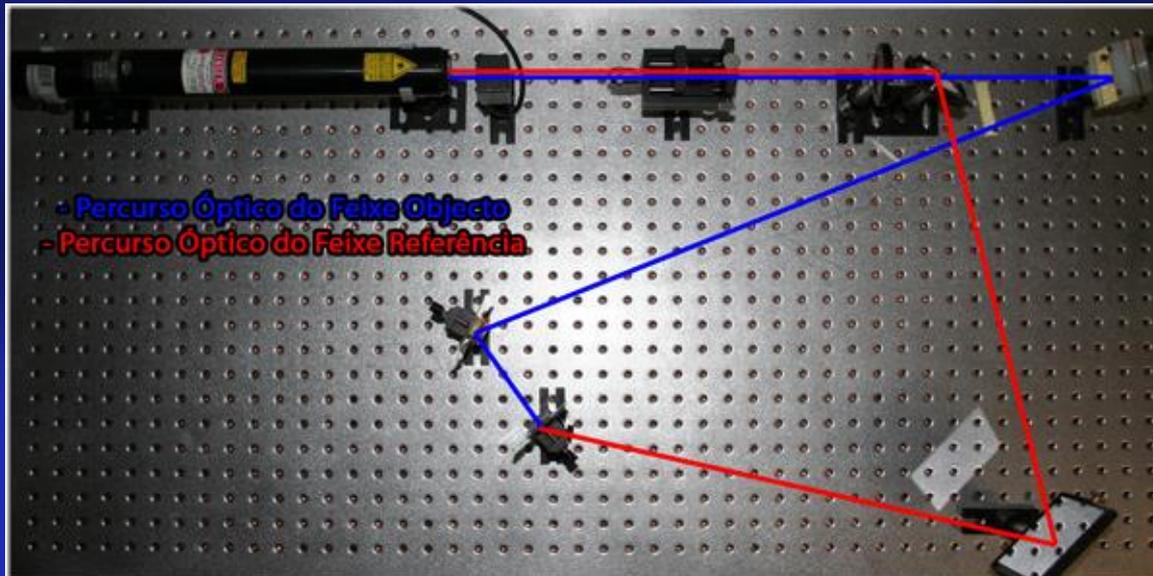
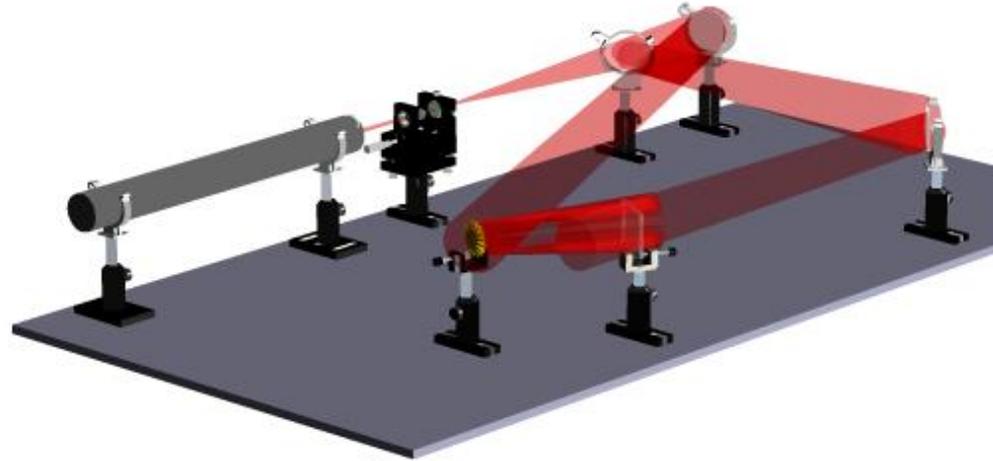


Holografia



Holografia

Simulação do Registo de um Holograma de Reflexão Feixe Duplo



Fibras ópticas

