Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Sofia Rodrigues Martins

Tarefas matemáticas: exploração de diferentes tipos de tarefas para o ensino de matemática no 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico

outubro de 2016

Tarefas matemáticas: exploração de diferentes tipos de tarefas para o ensino de matemática no 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico
Ana Sofia Rodrigues Martins
UMinho|2016

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Sofia Rodrigues Martins

Tarefas matemáticas: exploração de diferentes tipos de tarefas para o ensino de matemática no 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico

Relatório de Estágio
Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho realizado sob a orientação da
Doutora Alexandra Gomes

outubro de 2016

Agradecimentos

Nesta fase, manifesto de uma forma simples o meu agradecimento às pessoas que permitiram que isto tudo fosse possível.

Em primeiro lugar, quero agradecer às crianças. Obrigada por sempre se mostrarem participativas e entusiasmadas nas aulas. Sem vocês, nada disto era possível!

À minha orientadora, Doutora Alexandra Gomes, por toda a ajuda que me deu nos momentos de indecisão e de discussão das melhores estratégias. Obrigada por me ter sempre aconselhado ao longo deste percurso e pela disponibilidade que sempre demonstrou para me ouvir.

Às professoras cooperantes, por todos os conselhos e pela partilha de experiências. Obrigada por me terem recebido na vossa sala de aula e de me terem permitido realizar esta investigação.

À minha família, por todos os momentos que não passei convosco, por todo o apoio e força que sempre me deram ao longo de toda esta fase da minha vida. Obrigada por serem os melhores do mundo.

Ao Vítor, por me ouvires falar das minhas aulas, das minhas dificuldades, dos meus medos. Obrigada por teres estado sempre ao meu lado, mesmo nos momentos mais difíceis com palavras que me deram ânimo para continuar.

À Sofia, pelos momentos de desespero que passamos juntas, pelas conversas, pelas partilhas de ideias, por me obrigar a trabalhar. Obrigada por tudo o que passamos ao longo destes cinco anos e por termos estado sempre juntas nesta caminhada.

À minha colega de estágio, pelo companheirismo, pelas conversas sobre o que nos preocupava e por toda a colaboração ao longo do estágio.

À Joana, à Patrícia e à Maria João por todas as palavras de incentivo para continuar e por sempre acreditarem em mim.

Tarefas matemáticas: exploração de diferentes tipos de tarefas para o ensino de matemática no 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico

Resumo

O presente relatório de estágio foi desenvolvido ao longo do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico e tem como um dos objetivos compreender se é possível articular diferentes tipos de tarefas matemáticas, com um grau de desafio mais elevado, com os objetivos presentes no programa curricular em vigor. Além disso, pretendeu-se detetar as principais dificuldades dos alunos perante os tipos de tarefas apresentadas, bem como se contribuíram para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. O contexto educativo no qual se realizou esta investigação foi uma turma do 3.º ano e do 5.º ano de escolaridade, sendo que a metodologia adotada foi a investigação qualitativa, com contornos de investigação-ação. Para tal, os principais instrumentos de recolha de dados foram a observação direta, as notas de campo, as gravações de vídeo e as fichas de trabalho realizadas pelos alunos ao longo das sessões de intervenção pedagógica.

A importância de proporcionar aos alunos um ensino de matemática estimulante e desafiador é um tema que tem ganho relevo ao longo dos anos uma vez que se tenta adotar uma visão construtivista do ensino e aprendizagem, em que o aluno adota um papel de relevo na construção de conhecimentos. As tarefas matemáticas devem ser diversificadas e com um grau de desafio adequado aos diferentes alunos de cada contexto, promovendo a discussão e partilha de ideias, modificando a visão de muitos alunos de que a matemática é um conjunto de processos rotineiros. Em ambos os contextos educativos, os alunos demonstraram-se empenhados na resolução das tarefas, apresentando algumas dificuldades no início da sua resolução uma vez que não se encontravam familiarizados com o tipo de tarefa que lhes era apresentado. A motivação foi um dos aspetos mais difíceis de manter devido à visão negativa de alguns alunos perante esta área curricular.

Os resultados obtidos demonstraram que é possível articular diferentes tipos de tarefas matemáticas, com um grau de desafio mais elevado com o programa curricular, uma vez que os alunos conseguiram resolver as tarefas apresentadas, participando em discussões promotoras de aprendizagens significativas.

Palavras-chave: tarefas matemáticas, currículo, desafio, pensamento matemático

Abstract

The present report was developed over 2^{nd} year of the Master in teaching 1^{st} and 2^{nd} cycle of basic education and it has as one of the aims understanding if it is possible to articulate different types of mathematical tasks, with a higher challenge degree, with the objectives present in the curriculum. Besides that, it was investigated the main difficulties of students in the resolution of the tasks presented, as well if it contributed to the development of the students mathematical thinking. The educational context in which this investigation was develop was a class of 3^{rd} year and 5^{th} year of schooling, and the adopted methodology was qualitative research with research-action outlines. To this end, the main collection data tools were the direct observation, field notes, video recordings and worksheets made by students throughout the educational intervention sessions.

The importance of providing students a stimulating and challenging mathematical education is a theme that has gained emphasis over the years since it tries to adopt a constructivist view of teaching and learning, in which the student takes a major role in building knowledge. The mathematical tasks should be diversified and with an appropriate challenge degree to different students in each context, promoting discussion and sharing ideas, changing the view of many students that mathematics is a series of routine processes. In both educational contexts, students proved to be engaged in solving the tasks, presenting some difficulties at the beginning of the resolution because they weren't familiar with the type of task that was present to them. The motivation was one of the most difficult aspects to maintain due to the negative view of some students towards this curriculum area.

The results showed that it is possible to articulate different types of mathematical tasks with a higher challenge degree with the curriculum, since the students were able to solve the given tasks, participating in discussions that promote meaningful learning.

Keywords: mathematical tasks, curriculum, challenge, mathematical thinking

Índice

Índice de figuras

Índice de tabelas

Índice de transcrições

Capítulo I – Introdução

O presente relatório de estágio consiste na documentação de um trabalho de intervenção e investigação realizado no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. O trabalho desenvolvido ao longo deste ano é fundamentado por pressupostos conceptuais atuais e relevantes para o contexto de ensino, orientado para o desenvolvimento profissional que visa a implementação de práticas inovadoras e inclusivas, centradas nas aprendizagens significativas dos alunos.

O tema escolhido para este projeto de intervenção relaciona-se com a exploração de diferentes tipos de tarefas matemáticas que permitam aos alunos ter experiências matemáticas mais ricas e desafiadoras. As sessões de implementação do projeto foram planificadas tendo por base os conteúdos do currículo previstos para lecionar de acordo com as planificações fornecidas pelas professoras cooperantes. Como tal, as implementações tiveram como objetivo primordial o contacto dos alunos com diferentes tipos de tarefas matemáticas, com as quais não se encontravam tão familiarizados e, assim, proporcionar não só a aquisição de conceitos matemáticos, mas também a reflexão sobre esses mesmos conceitos e o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização.

1.1. Enquadramento contextual

O Projeto de Intervenção Pedagógica foi implementado, numa primeira fase, numa turma do 3.º ano de escolaridade da Escola Básica António Fogaça e, numa segunda fase, numa turma do 5.º ano de escolaridade da Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos de Gonçalo Nunes. Ambas as instituições encontram-se situadas em Barcelos e pertencem ao Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes.

1.1.1. Caraterização do agrupamento

O Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes é uma organização escolar que compreende dez estabelecimentos de ensino em diferentes freguesias do concelho de Barcelos, tendo a sua sede na Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos de Gonçalo Nunes. Desde o ano letivo de 2000/2001 que é um agrupamento vertical, tendo como prioridades de intervenção o sucesso escolar e educativo, o dinamismo e qualidade na ação da Escola e a relação entre a Escola-Família-Comunidade. É um agrupamento que visa "assumir-se como um Agrupamento de referência que contribua para garantir o acesso de crianças e jovens a um ensino de qualidade, na defesa de um ensino público, generalizado, assente em princípios de equidade, responsabilidade e eficiência" (Projeto Educativo, p. 5). Após a Avaliação Externa, que decorreu em 2014, foi elaborado um Plano de Melhoria dos resultados escolares dos alunos que se desenvolveu nos dois anos letivos seguintes, procurando colmatar as dificuldades evidenciadas pela avaliação. Para que tal seja possível, foram constituídos um "Observatório de Qualidade do Agrupamento", um "Plano de Atividades de Complemento Curricular" e uma "Equipa de Acompanhamento Disciplinar dos Alunos" que têm como principais funções a análise e a sugestão de respostas educativas que vão ao encontro das necessidades evidenciadas pela Avaliação Externa. No final do 1.º e 2.º ano de implementação, o Plano de Melhoria será avaliado pelas diferentes estruturas do Agrupamento, particularmente pelo Observatório de Qualidade do Agrupamento.

O agrupamento organiza ao longo do ano diferentes concursos, destinados à participação de alunos de diferentes ciclos de ensino, bem como a participação de encarregados de educação.

1.1.2. Caraterização das escolas

A Escola Básica do 1.º Ciclo de António Fogaça pertence ao Centro Escolar António Fogaça que foi inaugurado em 2013. Este Centro Escolar compreende a valência de Pré-Escolar e de 1.º Ciclo e situa-se na periferia da cidade de Barcelos, mais precisamente na freguesia de Vila Frescaínha S. Martinho. É um único edifício que possui 2 salas para o pré-escolar e 16 salas de aulas para o 1.º Ciclo, sendo que uma delas está preparada com material de laboratório. Possui uma biblioteca escolar, cantina e salas destinadas para alunos que frequentam o prolongamento e salas que permitem o atendimento de encarregados de educação. Cada sala de aula encontra-se equipada com um computador na secretária do professor, um quadro interativo, um projetor multimédia, um quadro branco e mesas em número suficiente para os alunos de cada turma. Além disso, possui um armário lateral que permite a arrumação de materiais. Todas as salas possuem janelas ao longo de uma parede lateral da sala o que permite a iluminação natural ao longo de todo o dia.

A Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos de Gonçalo Nunes constituiu-se a sede do agrupamento e possui diferentes turmas do 2.º e 3.º Ciclo. Sendo a única escola que possui 2.º ciclo no centro de Barcelos, verifica-se um elevado número de turmas do ciclo referido, diminuindo drasticamente no 3.º ciclo. A escola possui quatro pavilhões com salas de aulas, sendo apenas uma equipada com material de laboratório. Verificou-se a existência de algumas salas de música, um anfiteatro, um laboratório de matemática e um edifício central que alberga a cantina, bar, biblioteca, papelaria, sala de professores e os órgãos da direção. Em cada sala de aula existe um computador na secretária do professor e um projetor multimédia. Só se averiguou a existência de quadros interativos em algumas salas de aulas, sendo que as restantes possuíam quadros brancos para se realizar projeções.

1.1.3. Caraterização das turmas

A turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico é constituída por vinte e três alunos, dezassete do sexo masculino e seis do sexo feminino. No início do ano letivo, as idades dos alunos estavam compreendidas entre os sete e nove anos, sendo que apenas um aluno do sexo masculino possuía sete anos e uma aluna do sexo feminino nove anos. Relativamente a retenções, verifica-se que apenas uma aluna esteve retida no 2.º ano de escolaridade. Não se verificam casos de alunos com necessidades educativas especiais, contudo há um aluno que está diagnosticado com Hiperatividade com Défice de Atenção e Dislexia, apesar de não se verificarem alterações no currículo para este aluno. Salienta-se que um aluno é de nacionalidade polaca, tendo chegado a Portugal poucas semanas antes de iniciar o ano letivo e ainda se encontrava a aprender a língua portuguesa, influenciando o tipo de atividades que realizava em sala de aula. Ao longo das observações foi possível verificar que a turma apresenta diferentes ritmos de aprendizagem, existindo um grupo de alunos com dificuldades ao nível da atenção. Em relação aos encarregados de educação, verifica-se que apresentam um nível de escolaridade médio/alto, sendo que a maioria completou o ensino secundário ou a licenciatura e demonstra preocupação pelo sucesso escolar do seu educando, indo regularmente a atendimentos com a professora cooperante.

Em relação à turma do 2.º ciclo, a turma do 5.º ano é constituída por vinte e dois alunos, dez do sexo masculino e doze do sexo feminino. Um dos alunos do sexo masculino possui Necessidades Educativas Especiais, não frequentando todas as aulas com os restantes alunos da turma. No início do ano letivo, as idades dos alunos estavam compreendidas entre os nove e dez anos. Relativamente a retenções, verifica-se que seis alunos possuem retenções, sendo que cinco desses alunos possuem duas retenções. Ao longo das observações foi possível verificar que a maioria dos alunos não se demonstra motivada pelas aulas de matemática, mostrando-se grande parte do tempo desconcentrada, apenas copiando para o caderno o que lhes era pedido. Contrastando com esta realidade, existe um grupo de cinco alunos que encontram-se sempre empenhados e participativos, procurando realizar tudo o que lhes é pedido. Tendo em conta a postura da professora cooperante, não se verificam problemas a nível de comportamento na sala de aula. No que concerne aos encarregados de educação, verifica-se que apresentam um nível de escolaridade médio/alto, sendo que a maioria completou o ensino secundário.

1.2. Pertinência do tema

A escolha do tema para este projeto teve por base, além de interesses pessoais pela temática, a importância do seu desenvolvimento junto dos contextos educativos na medida em que se acredita que todos os alunos devem ter "acesso a um ensino de matemática estimulante e de elevada qualidade" (NCTM, 2007, p. 3), que vise a exploração de diferentes tipos de tarefas matemáticas de modo a permitir experiências matemáticas desafiadoras e enriquecedoras.

Segundo Swan (2005), em muitas aulas de matemática, os alunos sentem-se desmotivados e desinteressados pela aprendizagem da matemática devido a diferentes fatores, entre os quais:

- "students are given low-level tasks which are mechanistic and can be completed by imitating a routine or procedure without any depth of thought";
- "students are mainly receivers of information, and have little opportunity for more direct participation in the lesson and the exploration of different approaches".

(Swan, 2005, p. 3)

Deste modo, é necessário proporcionar aos alunos tarefas diferenciadas que visam a participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento, propondo discussões nas quais os alunos possam participar e partilhar os seus pontos de vista, o que permite que se crie um ambiente de sala de aula em que os alunos não tenham medo de errar, de apresentar as suas estratégias, tornando-se "more confident and effective learners" (Swan, 2005, p. 4).

Swan (2007) refere que as práticas educativas mais comuns remetem para a explicação por parte do professor para toda a turma, seguindo a demonstração e apresentação de exemplos e, por fim, a prática de exercícios dos manuais pelos alunos (p. 225). A necessidade de criar e adotar diferentes tipos de tarefas matemáticas em sala de aula torna-se eminente na medida em que os alunos aprendem de diferentes formas, sendo que apresentam diferentes níveis de desenvolvimento, além de que, por vezes, os manuais escolares, principal recurso utilizado em sala de aula nos contextos observados, não apresentam tarefas com o nível de desafio adequado para alguns alunos. Desta forma, com este projeto pretende-se complementar as propostas do manual escolar com tarefas diferentes, que promovam uma aprendizagem matemática mais centrada no processo do que no produto, oferecendo aos alunos experiências matemáticas mais ricas e desafiadoras.

1.3. Organização geral do relatório

O presente relatório de estágio encontra-se estruturado de modo a permitir uma visão global e organizada do trabalho de intervenção e investigação realizado ao longo deste ano de estágio. Desta forma, encontra-se dividido em seis capítulos distintos e, simultaneamente, complementares. O Capítulo I corresponde à Introdução, na qual realizo uma breve descrição dos contextos educativos e a apresentação da temática do relatório e da sua pertinência no contexto em questão. O segundo capítulo refere-se ao Enquadramento Teórico, subdividindo-se em diferentes categorias de forma a explorar os diferentes tópicos subjacentes ao tema do relatório, nomeadamente, a definição e a apresentação de diferentes tipos de tarefas matemáticas apresentadas por diferentes autores. Posteriormente surge o Capítulo III: Metodologia e Plano Geral de Intervenção no qual identifico as opções metodológicas adotadas, bem como os objetivos de intervenção e de investigação, métodos e técnicas de recolha de dados e a apresentação sucinta das sessões de implementação nos dois contextos educativos. Segue-se o Capítulo IV com a descrição e análise das tarefas desenvolvidas, tendo por base os objetivos do projeto e a literatura presente no capítulo II. Para finalizar, no Capítulo VI, apresento as principais conclusões e limitações do projeto apresentado e algumas recomendações para futuras investigações que possam emergir. Acrescento, ainda, algumas aprendizagens que permitiram o meu desenvolvimento pessoal e profissional com a implementação deste projeto.

Capítulo II - Enquadramento teórico

2.1. Tarefas matemáticas

A educação escolar deve promover o desenvolvimento do aluno em diferentes aspetos, na medida em que deve proporcionar momentos de estimulação da atividade mental do aluno, permitindo a construção e consolidação de diferentes conceitos. Para tal, surge a necessidade do professor ser capaz de apresentar e propor aos alunos tarefas que desafiem os alunos intelectualmente, promovendo aprendizagens significativas e funcionais. Contudo, é pertinente referir o que é considerado uma tarefa matemática. Swan (2014) refere que uma tarefa é definida como qualquer coisa que o professor coloca aos seus alunos para fazer e que requer atividade por parte dos alunos para a obtenção de resposta. Acrescenta, ainda, que é algo mais que um problema que surge nos livros, pois também "includes the way this is mediated and mutated by the teacher in the classroom" (p. 7). Deste modo, defende que uma tarefa deve ser situada, possuir um objetivo particular e deve ser desdobrada e desenvolvida ao longo do tempo, não tendo que se limitar a uma única aula. O autor refere também que uma tarefa matemática deve proporcionar oportunidades de aprendizagens matemáticas que sejam "rich, accessible and adaptable to the needs of individual learners" (2014, p. 7). Surge, assim, outro termo cuja definição é importante: "rich taks".

Jennifer Piggott (2011) apresenta, num dos seus artigos, a caraterização deste termo e explica por que razão este tipo de tarefas é importante. A autora defende que uma tarefa rica deve apresentar um conjunto de caraterísticas que proporcionem oportunidades de conhecer e contactar com as diferentes necessidades dos alunos. As caraterísticas apontadas pela autora que definem uma tarefa rica são diversas, sendo que passarei a enumerar algumas. Primeiramente, Piggott (2001) defende que deve ser acessível a uma diversidade de alunos e deve possuir diferentes níveis de desafio de forma a que todos os alunos possuam um grau de desafio adequado às suas capacidades e exigências. Além disso, também refere que é importante que os próprios alunos coloquem as suas dúvidas e problemas, sendo que as próprias tarefas devem permitir explorar métodos e estratégias diferentes, incentivando a colaboração e discussão. Desta forma, uma tarefa rica deve constituir-se como uma estratégia de ampliar as habilidades dos alunos e/ou aprofundar e ampliar conteúdos matemáticos. Além disso, a autora menciona que este tipo de tarefas promove a criatividade e potencia resultados inesperados e conexões entre as diversas áreas da matemática. Por fim, Piggott (2001) refere que uma "rich task" deve encorajar "learners to develop confidence and independence as well as to become critical thinkers" (p.1).

A autora defende também que nem todas as tarefas matemáticas possuem todas as caraterísticas mencionadas previamente ao mesmo tempo. Porém, as tarefas possuem um número considerável das mesmas quando são apresentadas de forma a valorizar a discussão e as diferenças entre os alunos. Posto isto, Piggott refere que uma tarefa matemática rica tem uma natureza que "involves "letting go" and preparing for range of needs of your own learners and where they are likely to go" (2011, p. 3). Além disso, as tarefas deverão encorajar os alunos a pensar com criatividade, a desenvolver a sua capacidade de comunicar as suas ideias, de analisar diferentes pontos de vista, de reconhecer diferenças e semelhanças entre objetos matemáticos e de trabalharem com lógica. Posto isto, uma tarefa matemática por si só não é rica, sendo que o contexto em que é apresentada, isto é, o suporte e o questionamento que é utilizado pelo professor, e o papel que os alunos são encorajados a adotar são fatores importantes para uma tarefa ser considerada uma "rich task" (Piggott, 2011, p. 1).

Tendo em conta o fora apresentado, o papel do aluno, o papel do professor e o contexto em que é apresentada uma tarefa tornam-se importantes para que a mesma possa ser considerada como uma tarefa matemática rica. Deste modo, Piggott (2201) refere que o professor deve proporcionar um ambiente de sala de aula em que os seus alunos sejam encarados como construtores independentes do seu próprio conhecimento, que desafiam e refletem sobre aquilo que aprendem, abandonando a ideia de que os alunos são "passive recipients of knowledge, accepting what is given" (p. 1). Encontra-se, assim, subjacente uma perspetiva construtivista, em que se abandona a ideia de que o aluno é um "mero elemento reactivo – ou inclusivamente até, passivo – perante o que lhe era oferecido como objecto de aprendizagem" (Solé & Coll, In Coll et al., 2001, pp. 17-18). A conceção construtivista assume que na escola os alunos devem aprender e desenvolver-se através da construção de significados adequados sobre os conteúdos que constituem o currículo escolar. Essas construções de significado só são possíveis quando o aluno é capaz de elaborar uma representação pessoal sobre um determinado conteúdo, partindo de experiências, interesses e conhecimentos prévios que serão modificados, reinterpretando o novo conceito de forma a integrá-lo e torná-lo pessoal. Quando este processo acontece, Isabel Solé e César Coll (In Coll et al., 2001) defendem que se está a *"aprender significativamente*, a construir um significado próprio e pessoal para um objecto de conhecimento que existe objectivamente" (p. 19). Desta forma, a aprendizagem não é vista como um processo de acumulação de novos conhecimentos, mas sim de integração e de estabelecimento de relações entre aquilo que cada indivíduo possui e a realidade que lhe é apresentada. A construção de significados sobre um objeto ou conteúdo "é, no fundo, a atribuição de significado a ele, e é ao mesmo tempo uma mudança da nossa experiência acerca desse mesmo objecto/acontecimento, uma mudança na forma de o encarar e lidar com ele" (Valadares &

Moreira, 2009, p. 13). Salienta-se o facto de que a aprendizagem significativa não se traduz numa aprendizagem terminada na medida em que é sempre possível aperfeiçoá-la. Uma nova aprendizagem "será memorizada de forma significativa e será funcional e útil para continuar sempre a aprender" (Solé & Coll, In Coll et al., 2001, p. 20). O contacto com tarefas matemáticas ricas permite ao aluno observar objetos matemáticos de outra forma, proporcionando o desenvolvimento do pensamento e da comunicação matemática através de atividades que o levam a refletir sobre aquilo que realizam e a partilhar e defender as suas ideias. Valadares e Moreira (2009) defendem que "a *mente* do aluno é *adaptativa*, vai construindo e reconstruindo as ideias que possui à medida que vai vivendo as mais diversas experiências" (p. 90), de modo a permitir adaptar-se e a atribuir significados significativos a essas novas aprendizagens. O professor, ao permitir que o aluno seja confrontado com uma diversidade de tarefas matemáticas, irá proporcionar uma aprendizagem mais significativa, funcional e estável na medida em que a aprendizagem é tanto mais significativa "quanto maior o número de relações com sentido que o aluno for capaz de estabelecer entre o que já conhece, os seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objecto de aprendizagem" (Miras, In Coll et al., 2001, p. 58). No entanto, o professor deverá ser capaz de facultar a ajuda e as orientações necessárias para que o aluno seja capaz de mobilizar e atualizar os seus conhecimentos anteriores e compreender as suas relações com o novo conteúdo.

Swan e Swain (2007) apresentam dois objetivos que têm por base duas realidades presentes nos contextos escolares: i) ajudar os alunos a adotar um papel mais ativo nas suas aprendizagens, contrastando com a sua visão da matemática como uma série de procedimentos e técnicas desconectadas que se tem de memorizar; ii) adotar métodos e estratégias de ensino mais desafiantes, contrariando a visão tradicional de ensino de transmissão de conhecimentos. No que concerne ao primeiro objetivo, os autores defendem a presença ativa dos alunos em discussões e na explicação das suas ideias, desafiando-os a resolver tarefas matemáticas distintas, trabalhando de forma colaborativa e partilhando métodos e resultados (pp. 9-10). Em relação ao segundo objetivo, os autores referem a mudança de um ensino que é sustentado na transmissão de conhecimentos através de processos rotineiros para um ensino mais desafiante, que tenha em conta os conhecimentos prévios dos alunos e que promova aprendizagens funcionais. Assim, apresentam que as metodologias de transmissão tradicionais remetem para uma repetição de procedimentos e que esta abordagem "does not promote robust, transferable learning that endures over time or that may be used in non-routine situations" (p. 10). Ao permitir que os alunos tenham oportunidades de aprendizagem mais desafiantes enfatiza-se a criação de conexões entre as aprendizagens, através de discussões e do confronto de ideias entre os alunos, promovendo-se, assim, uma participação ativa e global do aluno.

As tarefas matemáticas propostas em sala de aula devem constituir-se como fortes oportunidades de aprendizagem de modo a que os alunos sejam capazes de compreender os conceitos matemáticos abordados. Para tal, Swan defende que para que um indivíduo seja capaz de compreender algo, é necessário que se torne parte de si. Segundo Sierpinska (1994, citado por Swan, 2014) existem quatro operações mentais que se encontram envolvidas no processo de compreensão: i) "identification; ii) discrimination; iii) generalisation; iv) synthesis" (p. 9). Na primeira fase, apenas se sabe o nome e se é capaz de descrever; na segunda etapa, já se é capaz de descobrir semelhanças e diferenças entre esse conceito e outros; na terceira, consegue-se generalizar propriedades do conceito em casos particulares, e, por fim, é possível perceber "a unifying principle" (citado por Swan, 2014, p. 9). Swan (2014) acrescenta, ainda, a noção de "representação" na medida em que quando um indivíduo compreende um conceito, é capaz de o representar numa variedade de formas: "verbally, visually, and/or symbolically" (p. 9). Posto isto, quando se aborda um determinado conceito matemático com os alunos, pretende-se que sejam capazes de o descrever, classificar, representar, justificar e o analisar. Para que tal seja possível, o recurso a diferentes tipos de tarefas matemáticas torna-se iminente de modo a que essas aprendizagens sejam realizadas de forma significativa e funcional.

Nas salas de aula é importante que o professor seja capaz de apresentar e propor aos alunos tarefas que permitam a consolidação de determinados conceitos e, ao mesmo tempo, que permitam o desenvolvimento de diferentes capacidades matemáticas. O uso do manual escolar é, na sua maioria, o recurso privilegiado em sala de aula, oferecendo algumas tarefas matemáticas que têm como principal objetivo o treino dos conteúdos abordados, remetendo, assim, para um ensino mais tradicional. A maioria das tarefas apresentadas são frequentemente exercícios e problemas, que para alguns alunos se tornam tarefas rotineiras e com baixo grau de desafio. O recurso a tarefas matemáticas mais desafiadoras não aparece explicitamente no Programa de Matemática para o Ensino Básico de 2013, surgindo, no entanto, referências ao longo do mesmo, da importância do desenvolvimento da abstração ao longo dos anos de escolaridade. Surge, na Introdução, a referência a este conceito, recorrendo a exemplos como "agregar e unificar objetos, conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos contextos" (MEC, 2013, p. 1). Além disso, o gosto pela matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos é considerado um ponto importante presente no programa em vigor, sugerindo que "deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas" (MEC, 2013, p. 2). Contudo, a resolução de problemas pode não ser suficiente para que tal seja alcançado, tendo em consideração a importância que é dada ao processo de abstração e generalização de conceitos por parte dos alunos. Como tal, surge a necessidade de apresentar aos alunos outros tipos de tarefas matemáticas, tarefas com que os alunos não se encontrem tão familiarizados, permitindo o afastamento das tarefas rotineiras a que os alunos estão habituados e incluir um grau de desafio elevado ao longo da sua resolução. Swan (s.d.) refere ainda que já existem fortes indícios que tarefas bem concebidas contribuem para a transformação do ensino e da aprendizagem (p. 175). Também Prestage e Perks (2001) referem a necessidade emergente de realizar tarefas diferentes em sala de aula devido a diferentes fatores. Por um lado, há alunos que aprendem de formas diferentes, sendo que alguns necessitam de mais tempo para praticar enquanto outros preferem atividades relacionadas com a abstração. Os próprios contextos educativos requerem alterações no tipo de tarefas apresentadas, nomeadamente, no procedimento que lhe está inerente. Por sua vez, outros alunos tendem a preferir tarefas com um grau de desafio elevado para se sentirem motivados para a realização das atividades propostas. Por fim, os alunos apresentam diferentes ritmos de trabalho, sendo que uns são mais rápidos que outros na resolução da tarefa, sendo, por exemplo, a criação de uma extensão, uma estratégia que pode proporcionar o desafio necessário para manter o entusiasmo dos alunos pela matemática. Cabe, assim, ao professor decidir e apresentar tarefas matemáticas diversificadas tendo em vista os objetivos que pretende alcançar com as mesmas.

Diversos autores apresentam e defendem diferentes tipologias de tarefas matemáticas que têm por base uma determinada visão sobre as tarefas e, consequentemente, salientam diferentes aspetos matemáticos. Posto isto, seguidamente, apresento três visões de diferentes autores que categorizam tarefas matemáticas de diferentes formas.

2.1.1. Tipos de tarefas matemáticas segundo J. Ponte

Segundo J. Ponte (2005), existe uma variedade de tarefas, sendo os exemplos mais conhecidos os exercícios, os problemas, as investigações e as explorações. Defende que é a partir das tarefas matemáticas que o aluno se deve sentir envolvido em atividades matemáticas ricas e produtivas e, como tal, as tarefas podem assumir diferentes estruturas, tendo por base diferentes graus de desafio e de abertura, sendo que o professor deve ter sempre em conta o tipo de tarefas que propõe. No que concerne ao grau de desafio matemático, o autor defende que se relaciona com a "percepção de dificuldade de uma questão" (Ponte, 2005, p. 7), variando entre os polos "reduzido" e "elevado". Em relação à abertura, Ponte (2005) considera que uma "tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas" (pp. 7-8). Assim sendo, surge assim um quadro síntese (figura 1) que permite cruzar estas duas dimensões e situar os tipos de tarefas mencionados previamente:

Figura 1: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005, p. 8)

Além das dimensões das tarefas matemáticas supramencionadas, o autor ainda refere a duração e o contexto da tarefa como duas dimensões de grande importância que o professor deve ter em conta aquando a planificação das tarefas.

A aprendizagem do aluno resulta, para este autor, de uma combinação de dois fatores principais: "a actividade que realizam e a reflexão que sobre ela efectuam" (Ponte, 2005, p. 1). Assim, diferencia tarefa de atividade na medida em que a tarefa é proposta pelo professor, mas o aluno terá que desenvolver uma atividade de reflexão de modo a ser um agente ativo na construção do seu conhecimento. Por outro lado, as tarefas podem surgir não só do professor, mas também do próprio aluno ou até mesmo de uma negociação entre o professor e o aluno.

O autor salienta a importância dos diferentes tipos de tarefas matemáticas terem lugar em sala de aula uma vez que cada um dos tipos de tarefas apresenta um papel importante para alcançar diferentes objetivos curriculares e podem ser utilizadas em diferentes momentos de trabalho. No caso dos exercícios, pode-se afirmar que são o tipo de tarefa com um grau de desafio mais reduzido, onde se encontra perfeitamente indicado o que é dado e o que é pedido, permitindo, assim, a consolidação de conhecimentos. Os problemas diferem dos exercícios por possuírem um grau de desafio mais elevado, sendo estas duas tarefas de extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, "uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados"

(Ponte, 2005, p. 17). Por outro lado, os problemas, tal como as investigações matemáticas, devido à sua natureza mais desafiante "são indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática" (Ponte, 2005, p. 17). As tarefas abertas (exploração e investigação) promovem o desenvolvimento de diferentes capacidades dos alunos como a autonomia ou a capacidade de ultrapassar situações complexas e, as tarefas com um grau de desafio reduzido (exercício e exploração) possibilitam que todos os alunos tenham sucesso no desenvolvimento das tarefas, contribuindo para a sua autoconfiança.

Ponte (2005) refere, ainda, os jogos como "uma tarefa igualmente importante" (p. 11) no ensino da matemática, comparando-o a um problema uma vez que as regras apresentam-se bem definidas e o objetivo é claro: vencer o jogo, seja este individual ou coletivo.

No geral, o autor defende que a seleção e articulação de tarefas matemáticas não se esgota, sendo indispensável a sua diversificação de modo a que, no seu conjunto, as tarefas "proporcionem um percurso de aprendizagem coerente" (2005, p. 18), no qual os alunos realizem a construção dos conceitos matemáticos fundamentais, a compreensão de procedimentos matemáticos, o domínio das notações, o conhecimento de diferentes formas de representação, bem como, as conexões dentro e fora da matemática, visando uma articulação curricular coesa.

2.1.2. Tipos de tarefas matemáticas segundo Swan

Malcolm Swan (s.d.) refere que há alunos que consideram a matemática como um conjunto de processos e técnicas rotineiras e sem ligação que têm que memorizar. Para colmatar esta ideia, o autor defende que o professor deve ser capaz de propor tarefas matemáticas que promovam a discussão e a explicação de ideias, que envolvam trabalho cooperativo e a partilha de métodos e resultados. Enfatiza, assim, a conexão entre as experiências matemáticas dos alunos com as suas dificuldades mais comuns a nível concetual, através da discussão e permitindo que os alunos tenham oportunidade de confrontar e justificar as suas ideias, sendo o papel do professor de orientar a discussão e dar o apoio adequado. A reflexão também é um dos aspetos salientados pelo autor, sendo que o professor deverá promover, ao longo de momentos de discussão, que o aluno seja capaz de refletir sobre aquilo que aprendeu, e não dar apenas importância aos resultados obtidos (Swan, s.d.).

Desta forma, Swan (2005) defende que os alunos irão desenvolver aprendizagens mais enriquecedores e efetivas se forem confrontados com tarefas matemáticas que envolvam um grau de desafio mais elevado e "that encourage distinct ways of thinking and learning" (Swan, s.d., p. 163). Posto isto, o autor apresenta um conjunto de cinco tipos de tarefas matemáticas. Tendo por base esta categorização de tarefas, subjaz um conjunto de capacidades matemáticas que Swan considera fulcrais para o ensino e aprendizagem da matemática: classificar, interpretar, avaliar, criar e analisar. Deste modo, apresento, sucintamente, os cinco tipos de tarefas matemáticas propostos pelo autor:

i. *Classifying mathematical objects*: este tipo de tarefa promove uma observação atenta pelo aluno dos objetos que lhe são apresentados, tendo que ser capaz de os classificar de acordo com os seus atributos. Deste modo, desenvolve no aluno diferentes capacidades matemáticas como reconhecer propriedades de objetos, desenvolver a linguagem matemática, bem como o ajuda a compreender "what is meant by different mathematical terms and symbols, and the process through which they are developed" (Swan, 2005, p. 17);

ii. *Interpreting multiple representations*: este tipo de tarefa "allow representations to be shared, interpreted, compared and grouped in ways that allow learners to construct meanings and links between the underlying concepts" (Swan, 2005, p. 19). Deste modo, os alunos focam-se na reflexão e interpretação, ao invés de produzir apenas representações.

iii. *Evaluating mathematical statements*: este tipo de tarefa encoraja os alunos a desenvolver argumentos e justificações matemáticas rigorosas e explorar e apresentar exemplos e contraexemplos que permitam suportar ou refutar os enunciados apresentados. É importante realçar que os enunciados apresentados "can be couched in ways that force learners to confront common difficulties and misconceptions" (Swan, 2005, p. 21).

iv. *Creating problems*: este tipo de tarefa desafia os alunos a criarem problemas o que implica que os alunos saibam resolver os problemas que propõem, que tomem consciência das diferentes caraterísticas que influenciam a dificuldade de um problema, bem como considerar contextos apropriados. Além disso, este tipo de tarefa permite "helping learners to gain 'ownership' over their mathematics and confidence when explaining to others" (Swan, 2005, p. 24).

v. *Analysing reasoning and solutions*: este tipo de tarefa subdivide-se em três possíveis atividades, com objetivos distintos: a) *Comparing different solution strategies*; b) *Correcting mistakes in reasoning*; c) *Putting reasoning in order* (Swan, 2005, pp. 27-29). No geral, são apresentadas aos alunos tarefas que promovam a comparação de diferentes métodos de resolver problemas, a organização de procedimentos e soluções e o reconhecimento de possíveis erros.

A interligação destes diferentes tipos de tarefas em sala de aula permite que o aluno contacte com diferentes procedimentos matemáticos que envolvem processos de abstração e generalização, estimulando, assim, o pensamento matemático. Além disso, Swan e Green (2002) referem que as tarefas matemáticas apresentadas aos alunos em sala de aula devem promover a curiosidade e despertar o pensamento reflexivo e o questionamento, através de discussões em pequenos e em grande grupo; potenciar a confiança dos alunos ao permitir que os alunos explorem e partilhem ideias num "unhurried, reflective atmosphere" (2002, p. iii) e que seja removido o "fear of failure" (p. iii), encarando os erros como oportunidades de aprendizagem ao invés de problemas que devem ser evitados.

2.1.3. Tipos de tarefas matemáticas segundo Bills, Bills, Watson e Mason

Bills, Bills, Watson e Mason (2004) apresentam no livro "Thinkers: A collection of activities to provoke mathematical thinking" um conjunto de dezasseis tipos de tarefas matemáticas que visam o desenvolvimento do pensamento matemático através do recurso à generalização e abstração. Este conjunto de tipos de tarefas é consideravelmente mais extenso que os que foram apresentados previamente, sendo que cada tipo de tarefa é mais específico e objetivo e permite o desenvolvimento das capacidades de generalização e abstração. Os autores apresentam a explicação e a generalização, como caraterísticas do pensamento matemático, que são o "the heart of 'doing mathematics'" (Bills, Bills, Watson & Mason, 2004, p. 3). Sugerem, ainda, que "asking learners to generate examples for themselves can provide the foundations for recognition, articulation and appreciation of a generality" (Bills et al., 2004, p. 3).

O conjunto de tarefas propostas pretende mostrar de que forma é possível desenvolver as capacidades acima referidas em sala de aula, referindo o papel do professor como fundamental no encorajamento dos alunos para analisar, refletir e tirar ilações de conteúdos matemáticos. Mencionam, ainda, que por si só, os alunos têm dificuldades em abandonar as ideias que lhe são familiares, sendo que o professor os deve encorajar e apoiar neste processo (Bills et al., 2004, p. 3). Para tal, a discussão adota um papel de relevo em sala de aula, permitindo analisar diferenças e semelhanças entre conceitos, desenvolvendo o processo de abstração e de generalização. Defendem que a relevância de os alunos se concentrarem naquilo que é diferente matematicamente, mas que têm o mesmo "rótulo" ("*label*"), prende-se ao facto de que só assim é possível verificar as similaridades importantes. Posto isto, apresento de forma sucinta os diferentes tipos de tarefas propostos pelos autores:

1. *Give an exemple of... (another and another)*: neste tipo de tarefa é proposto aos alunos para construírem um exemplo do que lhes é pedido, dá-se uma pausa para a construção, pede-se outro exemplo, e assim sucessivamente. Promove que os alunos procurem exemplos particulares, sendo questionados posteriormente sobre o que têm as suas respostas em comum.
2. *Pointing toward generality (particular, peculiar, general)*: com este tipo de tarefa, é pedido aos alunos para desenvolver a sua capacidade de generalizar através de se pedir exemplos, primeiro, particulares, seguindo-se "peculiares" e, posteriormente, encorajar os alunos a criar um exemplo geral.
3. *Hard and Easy*: pede-se aos alunos para apresentarem um exemplo que considerem fácil e outro difícil de determinada condição. Através da aplicação de uma tarefa deste tipo é possível ao professor discutir com os alunos o que torna fácil ou difícil os exemplos apresentados, permitindo a sua exploração em sala de aula.
4. *Additional conditions*: Em primeiro lugar, pede-se ao aluno para dar um exemplo com uma determinada condição, em seguida, repete-se esse pedido com mais uma restrição, e vai-se acrescentado uma a uma. Este tipo de tarefa permite que os alunos reflitam sobre as propriedades daquilo que está a ser abordado.
5. *Comparing/ Contrasting three*: Neste tipo de tarefa são apresentados aos alunos grupos de três exemplos com algumas semelhanças e diferenças, sendo-lhes questionado para explorar e comparar os exemplos apresentados. O professor tem um papel fundamental na promoção e mediação de discussões sobre os aspetos referidos pelos alunos.
6. *Confounding expectations*: Ao pedir aos alunos para construírem um exemplo de algo que lhes pareça impossível, permite explorar e modificar algumas conceções erradas sobre conteúdos matemáticos que os alunos possuam.
7. *Impossible constructions*: Este tipo de tarefa pressupõe que os alunos abandonem a ideia de que todas as questões podem ser respondidas uma vez que pede aos alunos para construírem um exemplo de algo que não é possível, desenvolvendo nos alunos a capacidade de se questionar e de justificar porque determinada construção é impossível.
8. *On the spot generalization*: Partindo da ideia de que o geral pode ser visto através de um exemplo, neste tipo de tarefa é pedido aos alunos para construírem e justificarem uma conjetura sobre uma possível generalização partindo de um exemplo.

9. *Open and closed questions/ Exhaustive lists*: Tendo por base a ideia de que existem diversas questões abertas que possuem respostas com algo em comum, este tipo de tarefa propõe a listagem e/ou descrição de formas de responder a diferentes questões, procurando que se chegue a uma generalização.
10. *Always, Sometimes, Never true*: Este tipo de tarefa pretende que os alunos se foquem na validade de uma afirmação de uma regra geral, classificando-a como sempre, às vezes ou nunca verdadeira. Permite que os alunos construam e explorem exemplos de modo a justificar a classificação da afirmação apresentada.
11. *Odd-one-out*: Neste tipo de tarefa é pedido aos alunos para escolherem qual é a opção intrusa, justificando-a. Podem existir situações nas quais os alunos podem encontrar razões para diferentes opções serem consideradas as intrusas, tendo em conta o critério utilizado.
12. *Sorting*: Existem dois conjuntos de objetos que têm propriedades diferentes que são misturados e a tarefa do aluno é dividi-los por grupos, reconhecendo as propriedades representadas naqueles exemplos e, posteriormente, apresentar mais exemplos.
13. *Ordering*: Ordenar objetos semelhantes permite aos alunos reconhecer e analisar diferenças e semelhanças entre eles, decidindo que atributos são valorizados tendo em conta o que lhes é pedido.
14. *Equivalent statements*: Ao pedir aos alunos para construírem um enunciado que seja equivalente ao apresentado envolve processos de reconhecimento por parte do aluno de alguns conceitos matemáticos, bem como explorar diferentes formas de expressar o mesmo facto.
15. *With and across the grain*: Através da apresentação de um conjunto de dados é pedido aos alunos que observem com atenção e construam uma regra geral para o que observaram. Este tipo de tarefas pressupõe que ao expressar por palavra e/ou símbolos, os alunos desenvolvem o conhecimento do papel da generalização na aprendizagem matemática.
16. *Burying the bone*: Os alunos devem ser capazes de construir um exemplo tendo em conta as condições apresentadas, tomando consciência das suas dificuldades e das diferentes possibilidades de resolução.

Bills et al. referem ainda que os diferentes tipos de tarefas apresentados podem ser apresentados de formas variadas, podendo ser escritas ou orais, individuais ou em grupo, cabendo ao professor adotar a estratégia que for mais adequada ao objetivo da tarefa. Além disso, as tarefas apresentadas requerem necessariamente de momentos de discussão e reflexão de modo a que os alunos sejam capazes de compreender a importância de generalizar, de dar sentido à sua aprendizagem matemática, "including 'doing' maths and seeing it done, not in a casual, happenstance sort of way" (Bills et al., 2005, p. 34).

2.1.4. O papel do professor neste tipo de tarefas matemáticas

Tendo em conta o que fora referido anteriormente, e de uma forma sucinta, o professor deverá ser capaz de selecionar, preparar e apresentar aos seus alunos tarefas matemáticas diversas e desafiantes, que visem a exploração e generalização de conceitos matemáticos, num contexto de sala de aula tranquilo, no qual os alunos não tenham medo de errar nem de colocar as suas dúvidas. No entanto, esta postura do professor envolve outros fatores importantes que pretendo clarificar seguidamente.

Segundo Ponte (2005), não é apenas importante selecionar boas tarefas, mas também ter em atenção os seus objetivos, o modo como são propostas e de que forma o professor irá conduzir o seu desenvolvimento em sala de aula. Deste modo, o professor adota um papel de relevo na medida em que deverá possuir um conjunto de caraterísticas que lhe permitam proporcionar aos alunos aprendizagens significativas e funcionais.

Swan (2005, 2007) refere a importância de se modificar o ensino, adotando-se uma metodologia de ensino mais desafiante do que a visão de ensino mais tradicional que visa a transmissão de conhecimentos e, consequentemente, que os valores e práticas dos professores precisam de se transformar (2007, p. 218)   Desta forma, encontra-se presente uma perspetiva construtivista, sendo que o professor deverá centrar a construção de conhecimentos no aluno, apresentando-se como um mediador que se encontra presente para orientar a sua aprendizagem. O modelo apresentado por Swan (2005) tem por base diferentes crenças sobre a matemática, a aprendizagem e o ensino, apresentados sumariamente na figura 2.

Uma visão de 'Transmissão'		Visão conectada, desafiante
Um conjunto dado de conhecimentos e procedimentos padrões que têm que ser decorados.	Matemática é...	Um conjunto interligado de ideias e processos de raciocínios.
Uma atividade individual com base na visualização, audição e imitação até a fluência ser atingida.	Aprender é...	Uma atividade colaborativa em que os alunos são desafiados e chegam à compreensão através da discussão.
Estruturar um currículo linear para os alunos. Dar explicações antes dos problemas. Verificar se os conceitos foram compreendidos através da prática de exercícios. Corrigir os erros.	Ensinar é...	Explorar o significado e as conexões através de um diálogo não-linear entre o professor e os alunos. Apresentar os problemas antes de oferecer as explicações. Tornar os erros explícitos e aprender através deles.

Figura 2: Diferenças entre 'Traditional' view e 'Connected', 'challenging' view, adaptado de Malcolm Swan (2005, p. 5)

Assim sendo, Swan (2005) defende que o professor, tendo por base o modelo apresentado na figura 2, deve ser capaz de (i) avaliar os alunos e "make constructive use of prior knowledge" (p. 6); (ii) escolher desafios apropriados aos interesses e conhecimentos dos alunos; (iii) promover o trabalho cooperativo, explorando e partilhando ideias e estratégias "in an unhurried, reflective atmosphere" (p. 6); (iv) promover tarefas que incentivem à discussão de diferentes métodos, confrontando os alunos com os seus erros comuns; (v) diminuir o "fear of failure", apresentando os erros como oportunidades de aprendizagem ao invés de problemas a evitar; (vi) ajudar os alunos a realizar conexões entre as suas ideias, através de momentos de discussão em pequenos e grande grupos; (vii) refletir com os alunos sobre os objetivos de cada tarefa e sobre as ideias mais importantes de cada aula.

Swan (2007) refere que os professores necessitam, assim, de realizar alterações nas suas práticas podendo focar-se na valorização do trabalho cooperativo, na criação e implementação de tarefas mais desafiantes e de diferentes tipos que permitam o confronto dos alunos com "conceptual obstacles that were previously unrecognised, offering opportunities for learning through ‘cognitive conflict” (p. 235). Além disso, remete para a importância de retirar das salas de aula a preocupação em ‘completar’ e transformá-la em ‘compreender’, sendo da responsabilidade do professor organizar a sua aula de modo a que os alunos compreendam que o importante não é o completar todas as tarefas, mas sim compreender os conceitos matemáticos abordados e ter a capacidade de explicar e de utilizar ideias matemáticas (Swan & Green, 2002, p. v).

É possível, assim, verificar que o papel do professor, que tem por base um ensino mais desafiante, pressupõe um conjunto de caraterísticas que englobam não só aspetos relacionados com a seleção e a realização de tarefas em sala de aula, mas também do ambiente de sala de aula que se deve promover. Um ambiente de sala de aula reflexivo, onde os alunos não têm medo de ser julgados pelo aquilo que pensam deve ser valorizado permitindo, assim que os alunos partilhem as suas experiências, expectativas e medos, “openly and honesty” (Swan, 2007, p. 224). A reflexão, a discussão e a partilha são aspetos com grande relevo na perspetiva deste autor, sendo o professor o responsável por mediar as discussões, não colocando de parte os erros dos alunos e deverá ser capaz de colocar questões desafiantes. Estes são outros dois aspetos realçados pelo autor e que o professor deve dar especial atenção: o questionamento que vai realizar e a exploração dos erros mais comuns dos alunos. Ao longo de uma aula, o professor recorre a questões por uma variedade de razões, nomeadamente, para manter os alunos mais atentos na explicação de determinados conceitos, compreender se os alunos estão a acompanhar o desenvolvimento da aula, aprofundar o pensamento do aluno, ou até mesmo, para levar os alunos a focarem-se nalgum conceito (Swan, 2005, p. 32). Contudo, muitas vezes as questões realizadas não são planificadas e recaem sobre alguns erros. Por vezes, as questões realizadas são de natureza fechada, não se constituindo um desafio para os alunos. Com o decorrer das aulas, os professores começam a focar-se num grupo restrito de alunos e a ignorar as respostas incorretas o que não permite que todos os alunos participem e acompanhem o desenvolvimento da aula de forma proveitosa e enriquecedora. De modo a colmatar estes erros, o professor deverá planear as questões que irá realizar em sala de aula, tendo em conta o grau de dificuldade e de desafio que pressupõem e as questões abertas devem ser as predominantes. Além disso, o professor deve encorajar os alunos a colocarem as suas próprias perguntas (Swan, 2005, p. 32). Outro aspeto que autor salienta como importante no papel de professor é a importância que é dada à exploração dos erros dos alunos. Swan apresenta algumas razões pelas quais os alunos podem errar: “they may just be due to lapses in concentration, hasty reasoning, or a failure to notice important features of a problem” (2005, p. 34). Contudo, os erros dos alunos podem também demonstrar possíveis interpretações alternativas de conceitos matemáticos que, se forem ignorados, irão persistir nas mentes dos alunos. Como tal, Swan refere a importância de não se categorizar todas as respostas erradas como algo que é normal acontecer, mas sim procurar qual a razão dos alunos errarem. O autor apresenta, ainda, que “Research suggest that teaching approaches which encourage the exploration of misconceptions through discussions result in deeper, longer term learning that approaches which try to avoid mistakes by explaining the ‘righ way’ to see things from the start” (Swan, 2005, p. 34).

Também Kamii e Declark (1992) defendem que as ideias erradas não devem ser ignoradas e eliminadas pelo professor, mas modificadas pelo próprio aluno, através de discussões, em pequenos ou grandes grupos, sem que os alunos tenham medo de expor as suas dúvidas (p. 61).

No que concerne à planificação das aulas, Swan (2005) apresenta um conjunto de princípios que visam auxiliar os professores, tendo sempre em consideração a promoção da atividade mental constante nos alunos, sendo que as tarefas por si só não são suficientes para promover um ensino desafiante e de qualidade. Desta forma, o professor deverá ser capaz de perceber os conhecimentos prévios dos alunos e partir deles para a construção de novos conhecimentos, recorrendo a um questionamento eficaz que permita expor e discutir erros comuns, permitindo reforçar métodos ao invés de respostas. Por fim, refere, ainda, o uso da tecnologia de forma adequada. No que concerne aos diferentes tipos de tarefas matemáticas propostas, já apresentadas previamente, o professor também deve adotar uma postura de mediador, procurando que os alunos se sintam confiantes e motivados para a resolução das tarefas propostas.

Em relação ao decorrer das aulas, o autor salienta alguns aspetos que o docente deve ter em atenção, nomeadamente, ter em atenção o tempo que dá aos alunos para a resolução das tarefas, uma vez que os alunos devem resolvê-la ao seu ritmo e não serem forçados a terminar mais depressa. O professor deve procurar que todos os alunos participem nas tarefas, apresentando as suas ideias, dando tempo para que possam defender os seus pontos de vista perante os colegas e deve ter em atenção que todos os alunos compreendam os conteúdos e, se necessário, procurar outras formas para que o aluno seja capaz de construir o seu conhecimento.

Zaslavsky (2007) refere que um professor de matemática deve ter uma postura reflexiva e adaptativa/flexível às diferentes situações que podem surgir em sala de aula, estando sensível às dificuldades e dúvidas dos alunos. Além disso, deve se encontrar “mathematically involved” (p. 434) e adotar uma atitude confiante.

Olive Chapman (2013) refere que o professor assume um papel fundamental na transformação de tarefas matemáticas, na sua implementação e na forma como dirige a atividade do aluno, sendo que deve permitir que os alunos contactem com oportunidades de se envolver significativamente nas tarefas matemáticas. Defende que a ação do professor na seleção e implementação de tarefas matemáticas desafiantes em sala de aula depende de diferentes fatores, nomeadamente, o conhecimento que o professor possui dos conteúdos matemáticos abordados, o conhecimento que possui dos alunos, bem como do objetivo definido para determinada tarefa. Como tal, subjaz a ideia de que o docente deve ser capaz de compreender a natureza das tarefas matemáticas e as que são adequadas para o objetivo de cada aula, deve conhecer os interesses, as experiências e os conhecimentos prévios dos alunos e de compreender de que forma determinado tipo de tarefa influencia a construção de significados por parte do aluno, bem como a sua capacidade de aplicar conceitos matemáticos noutras situações. Deste modo, o professor deve possuir conhecimentos sobre a existência e finalidades de diferentes tipos de tarefas matemáticas para que seja capaz de selecionar e desenvolver tarefas que promovam a compreensão concetual matemática e o desenvolvimento do pensamento matemático e de despertar o interesse e curiosidade no aluno. Também Zaslavsky (2007) refere a construção e implementação de tarefas pelos professores implicam um conjunto interligado de componentes. Salienta que as ideias e os conhecimentos dos diferentes tipos de tarefa matemáticas advêm de “personal knowledge of and experience with actual tasks; professional literature (...); and knowledge of relevant theory and awareness of various aspects of teacher practice” (p. 436). Acrescenta, tal como os autores referidos previamente, que o processo de criação e modificação de tarefas requer uma postura refletiva por parte do professor sobre o seu trabalho e as tarefas que implementa.

Segundo Ponte (2005), uma mesma tarefa pode ser usada para diferentes objetivos curriculares, pertencendo ao docente a capacidade de a alterar ou criar extensões, de modo a proporcionar diferentes aprendizagens matemáticas. Por outro lado, para um objetivo, podem ser usados diferentes tipos de tarefas, sendo que o professor deve ter em conta fatores como de que forma irá apresentar a tarefa, o procedimento e as interações que irá ter com o aluno durante a atividade, sendo importante não deixar de parte o envolvimento do aluno na tarefa e as suas necessidades. Este aspeto também surge nos “Princípios e Normas para a Matemática Escolar” (2007), referindo-se que as “tarefas significativas, por si só, não são suficientes para um ensino eficaz” (p. 20), sendo que o professor deve ter em conta quais os conceitos matemáticos que pretende realçar com uma dada tarefa, como vai organizar e orientar o trabalho dos alunos, que questionamento irá realizar de modo a desafiar os alunos, bem como apoiá-los, sem interferir no seu processo de construção de significados nem eliminando o desafio. “São as acções dos professores que encorajam os alunos a pensar, a questionar, a resolver problemas e a discutir as suas ideias, estratégias e soluções” (Princípios e Normas para a Matemática Escolar, 2007, p. 19).

O recurso a tarefas matemáticas mais desafiantes levantam alguns problemas ao longo das aulas, na medida em que oferece oportunidades aos alunos para descobrir o que realmente sabem e se são capazes de resolver determinada tarefa e o professor deverá estar preparado para encorajar a persistência dos alunos uma vez que ao não estarem habituados a este tipo de tarefa, podem facilmente desistir (Piggott, 2011). O professor, antes de propor uma tarefa, deve ter uma ideia de possíveis estratégias de resolução, sendo que deve ter em atenção que os alunos podem apresentar caminhos diferentes.

2.2. O lúdico como estratégia de ensino-aprendizagem de matemática

Um ensino diversificado, rico em recursos e estratégias é uma componente importante para o ensino-aprendizagem da matemática. O recurso a jogos e a materiais manipuláveis são dois aspetos que permitem que os alunos sejam capazes de realizar aprendizagens matemáticas significativas através da abstração reflexiva e da tomada de consciência sobre as aprendizagens realizadas.

Kamii e Declark (1992) defendem que "o ambiente social e a situação que o professor cria são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático" (p. 63), na medida em que o ambiente de sala de aula deverá incentivar as crianças a terem a sua própria opinião e a defender os seus pontos de vista, sendo realçado o papel da interação entre os colegas. Adotando uma perspetiva construtivista, o professor não pode cingir-se a "despejar conhecimentos, sistematicamente" (Kamii & Declark, 1992, p. 64) aos seus alunos, mas sim proporcionar tarefas que promovam a confrontação de pontos de vista, proporcionando o desenvolvimento do pensamento matemático e a reflexão constante sobre as suas atitudes e aprendizagens. Deste modo, não é suficiente que os alunos adquiram uma série de conhecimentos, mas que tomem consciência dessas aquisições. Para Alsina (2004), esta consciência adquire-se "através da aplicação das aprendizagens realizadas na sala de aula em situações reais" (p. 4) e, para que tal seja possível, o professor deverá recorrer a diferentes "recursos e atividades lúdico-manipulativas que permitam às crianças melhorar a aquisição de competências matemáticas e potenciar o grau de consciencialização dessas aquisições" (p. 5).

Um dos recursos lúdicos mais defendidos por diversos autores é o jogo. Alsina (2004) defende que "o jogo é um recurso de aprendizagem indispensável no ensino da matemática, pelo que, em contexto escolar, se deveria integrar dentro do próprio programa, de uma forma séria e rigorosa, planificando sessões de jogo" (p. 6). O uso de jogos já é uma prática recorrente em sala de aula, sendo que muitos professores já utilizam este recurso há muito tempo. No entanto, Kamii e Declark (1992) referem que o seu uso não se deve cingir ao complemento ou ao reforço de aprendizagens, ou como prémios para os alunos que terminaram as atividades antes dos colegas. As autoras defendem que os jogos devem passar para um plano principal no ensino-aprendizagem da matemática uma vez que permitem que os alunos se encontrem mais ativos mentalmente, tomando decisões, discutindo pontos de vista, desenvolvendo, assim, diferentes competências matemáticas. Salientam, ainda, a importância da interação social implícita nos jogos matemáticos e a necessidade de os jogos corresponderem a situações interessantes e desafiadoras que permitam que o aluno seja capaz de se defender e/ou corrigir as suas opiniões, autoavaliando o seu desempenho e a sua participação na atividade. Moreira (In Moreira & Oliveira, 2004), tal como os autores apresentados previamente, refere que os jogos desempenham um papel fulcral nos "processos de socialização dos mais novos e no desenvolvimento da cognição, de atitudes, emoções e mesmo na manipulação de objectos" (p. 63). Lopes et al*.* (1990, p. 23, citado por Moreira (2004)) apresenta um conjunto de vantagens para a utilização de jogos no ensino da Matemática, entre elas, o facto de se constituir um recurso que permite uma "abordagem informal e intuitiva de conceitos matemáticos considerados, em determinados momentos, demasiado abstratos"; fomenta uma aceitação do erro mais natural e positiva por parte do aluno e, consequentemente, uma motivação dos alunos para o sucesso; potencia a interação entre os alunos. Serrazina (In Moreira & Oliveira, 2004) refere que apesar de o jogo prever um vencedor, "a competição não deve ser privilegiada, mas sim o desenvolvimento da cooperação e do respeito entre os jogadores" (p. 94).

Rino (2004) apresenta o jogo como sendo "uma actividade intelectual organizada, com regras, interactivo, com ganhos e perdas para os jogadores" (p. 11) e defende que a existência de regras potencia o desenvolvimento de capacidades cognitivas, que "pela organização, pela codificação e pela análise de possibilidades que implica, obriga à afirmação de um pensamento estruturado e convencional" (p. 23). Cruz et al. (In Palhares & Gomes, 2006) referem que o jogo permite aliar o desenvolvimento do "raciocínio, a estratégia e a reflexão com o desafio da competição, de uma forma lúdica e muito rica" (p. 48).

Alsina (2004) afirma que do ponto de vista da aprendizagem matemática, a manipulação não é em si o mais importante, mas sim a "ação mental que é estimulada quando as crianças têm a possibilidade de ter os objectos e os diferentes materiais nas suas mãos" (pp. 8-9). Deste modo, ao proporcionar aos alunos tarefas matemáticas que envolvam a manipulação e a experimentação através do recurso a materiais lúdico-manipulativos, não se está apenas a fomentar um momento lúdico, mas também a criar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento matemático, nomeadamente, do pensamento abstrato e da capacidade de reflexão (Serrazina & Matos, 1988, p. 8).

Outro recurso lúdico-manipulativo recorrente em sala de aula é o Geoplano. A utilização deste recurso em sala de aula permite aos alunos contactar um material físico, podendo explorar diferentes problemas geométricos, facilitando o "desenvolvimento de habilidades de exploração, comparação, relação entre os seus elementos e oferece um apoio à representação mental e à abstração" (Araújo, In Palhares & Gomes, 2006, p. 246). Serrazina (In Moreira & Oliveira, 2004) refere que o Geoplano permite ainda o desenvolvimento de "capacidades de visualização espacial, nomeadamente a coordenação visual-motora, a memória visual, a constância perceptual e a percepção da posição no espaço" (pp. 109-110). Tais capacidades são desenvolvidas devido à grande facilidade de construir e desconstruir diferentes figuras e visualizar uma mesma figura em diferentes posições.

Capítulo III - Metodologia e Plano Geral da intervenção

3.1. A investigação qualitativa

O professor é visto como um "profissional apetrechado com os instrumentos teóricos, técnicos e práticos que lhe permitem desempenhar uma prática reflexiva, capaz de dar resposta à diversidade de exigências com que é confrontado na escola" (Alonso e Silva, 2005, p. 49) e, como tal, deve ser capaz de estimular aprendizagens significativas nos alunos. Para que estas aprendizagens sejam possíveis, o professor deve ter a capacidade de diagnosticar as dificuldades dos alunos, proporcionando atividades interessantes, contextualizadas e motivantes para ultrapassar esses obstáculos, orientando-os na tomada de decisões que têm para fazer. Por outro lado, o docente deve adotar uma prática reflexiva sobre as suas decisões e comportamentos, procurando "tornar-se autoconsciente, pensar activamente e agir de maneira semelhante a um investigador qualitativo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 285).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa engloba diversas estratégias de investigação sendo que privilegia a recolha de dados *qualitativos*, ricos em pormenores descritivos da realidade envolvente e que podem ter um tratamento estatístico. Desta forma, este tipo de investigação visa "a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16). No âmbito da educação, é frequentemente designada por "naturalista", pois o investigador encontra-se nos locais onde faz a recolha dos dados nos quais está interessado e incide a sua investigação nos comportamentos das pessoas. As estratégias mais representativas deste tipo de investigação são a *observação participante* e a *entrevista em profundidade*. É de realçar o facto de que, no caso da educação e das salas de aula, o investigador por vezes é o próprio professor o que influencia o tipo de estratégias de recolha de dados utilizada na medida em que não pode tomar notas detalhadas nem entrevistar os seus alunos como um investigador o faria. Contudo, poderá incorporar uma atitude investigativa na medida em que pode escrever anotações diárias de modo a recolher dados pertinentes e transformar as conversas que constrói com os alunos em sessões de recolha de informações úteis.

A investigação qualitativa possui diferentes objetivos sendo que Bodgan e Biklen (1994) enumeram alguns, nomeadamente, "descrever realidades múltiplas" e "melhor compreender o comportamento e experiência humanos. Tenta compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrevem em que consistem estes mesmo significados" (p. 70).

> Os investigadores qualitativos em educação estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, com o objectivo de perceber "aquilo que *eles* experimentam, o modo como *eles* interpretam as suas experiências, e o modo como *eles* próprios estruturam o mundo social em que vivem.
>
> (Psathas, 1973, citado por Bogdan & Biklen, 1994)

Posto isto, os autores apresentam um conjunto de cinco caraterísticas deste tipo de metodologia. Primeiramente, a fonte direta de dados da investigação qualitativa é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal. Assim, os dados são recolhidos no contexto e complementados com informações recolhidas através do contacto direto. A segunda caraterística é o facto de ser um tipo de investigação descritiva, sendo os dados recolhidos em forma de imagens ou palavras, sendo ilustrados por transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, documentos pessoais, entre outros registos oficiais. Os investigadores dão mais enfase ao processo do que aos resultados ou produtos, sendo que "as estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas actividades, procedimentos e interacções diárias" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 49). A caraterística seguinte refere-se à tendência dos investigadores de analisar os seus dados de forma indutiva, não realizando a recolha de dados de forma a confirmar conjeturas construídas previamente. Deste modo, o investigador "não presume que se sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efectuar a investigação" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50). Por fim, na abordagem qualitativa, o significado é extremamente importante na medida em que os investigadores procuram capturar as diferentes perspetivas adequadamente das pessoas que participam na investigação. Posto isto, "os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo com diferentes pessoas dão sentido às suas vidas" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 51). Privilegia-se, assim, a compreensão de comportamento tendo por base a perspetiva do sujeito de investigação.

Para Bogdan e Biklen (1994), a palavra *investigação* "enfatiza a recolha e análise sistemática dos dados" (p. 283). Porém, referem que há participantes que não consideram que o mundo seja passível de mudança, não se sentindo participantes ativos na construção dos seus significados. De acordo com este tipo de investigação, "a realidade é construída pelas pessoas" (p. 284), visto serem capazes de modificar e afetar o comportamento dos outros. Na escola, o professor deverá ter em atenção a opinião, as experiências e os interesses dos alunos de forma a definirem conjuntamente a realidade das suas salas de aulas. Com isto, retoma-se à ideia de que professor, adotando uma postura de investigador qualitativo, deverá observar-se a si próprio e ao que o rodeia, procurando ser capaz de ter uma visão mais ampla do que se passa e pensando ativamente de modo a compreender os comportamentos dos participantes.

3.1.2. Uma abordagem de investigação-ação

A investigação-ação é uma metodologia recorrentemente utilizada na área das ciências da educação e que valoriza, essencialmente, a prática (Coutinho et al., 2009, p. 357). Deste modo, a intervenção pedagógica realizada teve por base contornos deste tipo de metodologia na medida em que o professor adotou uma postura investigativa em sala de aula "orientada para a melhoria da prática educativa" (Cardoso, 2014, p. 11). Para que tal seja possível, a figura do professor tem por base a interação e a reflexão, sendo que deve ter uma "atitude investigativa e crítica, capaz de participar, de forma metódica, na construção do conhecimento profissional, tendo em vista intervir no real, de um modo fundamentado, a partir da compreensão mais aprofundada da própria acção pedagógica" (Cardoso, 2014, p. 14).

No que concerne à sua definição, diferentes autores apresentam possíveis definições. Ledoux (1983, p. 623, citado por Cardoso, 2014) define investigação-ação como "a produção de conhecimento ligada à modificação de uma realidade social dada, com a participação ativa dos interessados" (p. 34). Para Bogdan e Biklen (1994), esta metodologia consiste "na recolha de informações sistemáticas com o objectivo de promover mudanças sociais" (p. 292). Já para Coutinho et al. (2009) "a investigação-ação pode ser descrita como uma família de metodologias de investigação que incluem acção (ou mudança) e investigação (ou compreensão) ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre acção e reflexão crítica" (p. 360). Os autores defendem ainda que a investigação-ação não deve ser encarada apenas como uma metodologia para estudar o processo de ensino-aprendizagem, mas também como uma forma de ensino, sendo indispensável a reflexão que o professor faz da sua prática, "contribuindo dessa forma não só para a resolução de problema como também (e principalmente!) para a planificação e introdução de alterações dessa e nessa mesma prática" (p. 360). Latorre (2003, citado por Coutinho et al., 2009) refere que a investigação-ação tem como propósitos "a melhoria da prática, a compreensão da prática e a melhoria da situação onde tem lugar a prática" (p. 363), sendo que não se prende à ideia de gerar conhecimentos, mas sim de questionar as práticas educativas e os valores que as integram.

A investigação-ação adquire maior relevo quando surge a necessidade de promover melhores práticas educativas, auxiliando os professores na "investigação de problemas que emergem da sua própria prática quotidiana, para os quais é necessário encontrar soluções, que permitam a melhoria da ação pedagógica, num processo de adaptação e desenvolvimento profissional contínuo" (Cardoso, 2014, p. 14). Como tal, o processo de investigação-ação tem inerente um conjunto de fases, sendo considerado por Kemmis (2007, p. 168, citado por Cardoso, 2014) como "uma espiral autorreflexiva de ciclos de planificação, ação, observação e reflexão" (p. 31). As quatro fases apresentadas visam uma prática de reflexão sistemática e um processo dinâmico na medida em que as fases se complementam umas às outras, não sendo consideradas como "passos estáticos, completos em si mesmos" (Cardoso, 2014, p. 31). Além disso, "este conjunto de procedimentos em movimento circular dá início a um novo ciclo, que, por sua vez, desencadeia novas espirais de experiências de acção reflexiva" (Coutinho et al., 2009, p. 366).

3.2. Métodos e técnicas de recolha de dados

Ao longo da implementação deste Projeto, preocupei-me sobre a questão de como poderia fazer uma recolha correta e adequada de informações pertinentes para o projeto, tendo em conta que não me encontrava apenas a realizar uma investigação, mas também possuía um papel participante no contexto onde estava inserida. Desta forma, procurei utilizar diferentes instrumentos de recolha de dados, considerando que seja mais fiável dispor de um conjunto alargado de instrumentos, de modo a que seja possível analisar e, posteriormente, avaliar as atividades desenvolvidas nos contextos educativos. Assim, no presente estudo utilizou-se diferentes instrumentos de recolha de dados, nomeadamente: registos de observação, gravações áudio e vídeo e documentos.

A observação é uma ferramenta importante uma vez que permite o conhecimento direto do que acontece num determinado contexto. Desta forma, o investigador/professor deve-se focar nos comportamentos, interações e informações que considera pertinentes e indispensáveis para a sua investigação. Posteriormente, é necessário registar as observações realizadas em sala de aula, recorrendo a notas de campo e/ou diários. Segundo Máximo-Esteves (2008), as notas de campo incluem "*a) registos detalhados, descritivos e focalizados"* (p. 88) do contexto, das interações e dos intervenientes e ainda "*b) material reflexivo*, isto é, notas interpretativas" (p. 88) do investigador sobre aquilo que observou. Tendo em conta que no decorrer das aulas a investigadora adota o papel de professora é difícil proceder aos registos dos comentários dos alunos no momento em que são observados. Assim, as notas de campo foram realizadas em momentos posteriores ao momento em que ocorreram, tendo a memória um papel fundamental para a escrita de anotações detalhadas e fiáveis. Além disso, pequenas anotações escritas ao longo das aulas também auxiliam na redação das notas de campo (Máximo-Esteves, 2008). Recorrendo a este conjunto de instrumentos de recolha de dados é possível redigir um diário pessoal que permite ao investigador/professor ter uma visão geral do desenvolvimento do projeto e a refletir sobre os dados recolhidos (Bodgan & Biklen, 1994).

As gravações áudio e de vídeo são outro dos instrumentos de recolha de informação adotados, sendo, por um lado, uma forma de colmatar algumas falhas nos registos de observação uma vez que permite captar o decorrer das aulas e as questões ou observações levantadas pelos alunos. Contudo, este tipo de método deve ser apresentado na sala de aula com alguns cuidados uma vez que pode "interferir no decurso normal" (Máximo-Esteves, 2008, p. 91) das aulas. Por outro lado, há momentos de interação entre os alunos ao longo da resolução de tarefas em que partilham e confrontam os seus pontos de vista, apresentando argumentos e contraexemplos que dificilmente são refletidos nas suas produções escritas e observáveis pelo docente. As filmagens requerem, ainda, um cuidado particular pelo professor de modo a ter em conta o foco das filmagens e as suas alterações ao longo do decurso da aula.

No que concerne aos documentos, na maioria das sessões de implementação foram apresentadas fichas de trabalho que os alunos realizaram a caneta e corrigiram a lápis, permitindo, assim, recolher informação sobre o desempenho dos alunos. Posteriormente é possível proceder à análise desse conjunto de documentos segundo um conjunto de critérios que visam dar resposta aos objetivos propostos no início do Projeto. Além disso, estes documentos permitem, de certa forma, validar as informações recolhidas através de outro tipo de fonte de recolha de dados, sendo que "o *corpus* da análise é constituído pelos produtos elaborados por cada criança" (Máximo-Esteves, 2008, p. 92).

3.3. Objetivos da Investigação e Intervenção

Posteriormente à escolha e delimitação do tema do Projeto foi definido um conjunto de objetivos de investigação e intervenção. Deste modo, os objetivos da investigação inerente a este Projeto são os seguintes:

- Compreender de que forma se pode articular diferentes tipos de tarefas matemáticas com o currículo.
- Verificar de que forma a utilização de diferentes tipos de tarefas matemáticas contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.
- Identificar as dificuldades sentidas pelos alunos ao longo da resolução das tarefas.

3.4. Plano Geral de Intervenção

No âmbito do Projeto foram planificadas e implementadas três sessões no 1.º Ciclo do Ensino Básico e seis no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Antes de iniciar as sessões de implementação foi distribuído pelos alunos um pedido de autorização para os encarregados de educação, sendo que só se realizou a recolha dos dados dos alunos que apresentassem essa autorização.

O número de sessões em cada ciclo variou de acordo com o tempo que foi disponibilizado pelas docentes cooperantes e tendo por base a duração das aulas uma vez que, no caso do 1.º ciclo, a duração das sessões variou entre 90 e 120 minutos enquanto, no 2.º ciclo, cada sessão teve a duração de 50 minutos.

Em ambos os ciclos, o tema das sessões implementadas teve em conta o programa e as planificações que me foram fornecidas no início das observações pelas professoras cooperantes. Deste modo, e tendo por base os objetivos de investigação, procurei articular o currículo que tinha que ser lecionado pelas docentes com diferentes tipos de tarefas matemáticas, distintos no nível de envolvimento e de desafio dos que muitas vezes são apresentados aos alunos através dos manuais e fichas de trabalho. No caso do 1.º ciclo, as tarefas propostas tiveram por base o tema Números e Operações, mais especificamente a centena de milhar e a multiplicação. No 2.º ciclo, as atividades apresentadas aos alunos foram no âmbito da Geometria e Medida, mais concretamente, sobre o perímetro e área de polígonos.

No que concerne à tipologia de tarefas utilizadas ao longo das aulas, optei por conciliar as tipologias apresentadas por Ponte (2005), Swan (2005) e Bills et al. (2004) nas fichas de trabalho apresentadas aos alunos. A única tipologia que surge quer nos materiais utilizados no 1.º ciclo como no 2.º ciclo foi a tipologia apresentada por Swan (2005): *condições adicionais*.

Segue-se o plano de intervenção de ambos os ciclos onde foram realizadas intervenções:

	Sessão/ Data	Atividade
1º Ciclo	1.ª sessão de intervenção: 19 de janeiro de 2016	Introdução à temática “Centena de milhar”, com recurso à ficha de trabalho n.º 1
	2.ª sessão de intervenção: 27 de janeiro de 2016	Consolidação das “Estratégias de cálculo da multiplicação”, recorrendo à ficha de trabalho n.º 2
	3.ª sessão de intervenção: 28 de janeiro de 2016	Consolidação de alguns conteúdos matemáticos abordados em aulas anteriores relacionados com a multiplicação, através de resolução de um enigma.
2º Ciclo	1.ª sessão de intervenção: 26 de abril de 2016	Revisão de conceitos relacionados com o perímetro com recurso à ficha de trabalho n.º 1.
	2.ª sessão de intervenção: 27 de abril de 2016	Revisão de conceitos relacionados com a área de polígonos.
	3.ª sessão de intervenção: 28 de abril de 2016	Classificação de quadriláteros, em trabalho de pares Revisão do conceito e das fórmulas da área do retângulo e do quadrado.
	4.ª sessão de intervenção: 04 de maio de 2016	Consolidação de conceitos relacionados com a área do paralelogramo, recorrendo à ficha de trabalho n.º 2.
	5.ª sessão de intervenção: 10 de maio de 2016	Consolidação de conceitos relacionados com o perímetro e área de polígonos, recorrendo à ficha de trabalho n.º 3.
	6.ª sessão de intervenção: 16 de maio de 2016	Jogo modificado “Geomutante”

Tabela 1: Plano geral de intervenção

Capítulo IV – Descrição das atividades implementadas e análise de dados

Intervenções realizadas no 1.º Ciclo do Ensino Básico

No que concerne ao 1.º Ciclo do Ensino Básico e às intervenções realizadas no âmbito do Projeto, apenas a primeira aula foi de introdução a um novo conteúdo, e as restantes foram de desenvolvimento das temáticas abordadas anteriormente pela professora cooperante. Ao longo das sessões implementadas construí diferentes fichas de trabalho (uma para cada aula) com diferentes tipos de tarefas matemáticas. Na sua maioria, as tarefas propostas tiveram por base os exercícios e problemas presentes no manual adotado para a temática abordada, sendo que sofreram alterações ao nível da sua apresentação, adaptando-os aos diferentes tipos de tarefas em estudo, proporcionando tarefas com um grau de desafio mais elevado e que promovam o pensamento matemático.

A metodologia adotada para a resolução das fichas de trabalho foi a leitura em voz alta e em grande grupo do enunciado de cada tarefa, indicação se era para resolverem individualmente ou em pares, algum tempo para que a maioria dos alunos conseguisse terminar a tarefa e a sua correção. Ao longo da sua correção, a ficha encontrava-se projetada no quadro interativo, sendo que se relia o enunciado da tarefa, discutia-se alguns conceitos e/ou estratégias e um aluno ia apresentar a sua resolução ao quadro. Posteriormente, analisava-se a resolução do aluno, questionando os alunos se optaram por outro tipo de estratégia, apresentando-a, também no quadro.

Primeira sessão de intervenção

A primeira sessão de intervenção teve como principais objetivos a introdução a uma nova ordem da classe dos milhares, a decomposição, leitura e cálculo de números até à centena de milhar. A aula estava planificada para a duração de 120 minutos, contudo, devido à falta de tempo para conclusão da ficha, a docente facultou mais 60 minutos no dia seguinte para terminar a resolução da ficha de trabalho. Nesta primeira ficha de trabalho (anexo 1) estão presentes diferentes tipos de tarefas, nomeadamente, "Additional conditions", "Comparing/ Contrasting three" (Bills, Bills, Mason e Watson, 2004), tarefa 1 e 3, respetivamente, e "Interpreting multiple representations" (Swan, 2005) – tarefa 5. Além dessas tarefas, tal como já foi referido, existem tarefas que mantiveram a mesma estrutura do manual, apenas foram retirados alguns elementos de modo a aumentar o seu nível de desafio.

Antes de proceder à introdução da temática da centena de milhar, propus aos alunos um desafio que envolvia o cálculo mental, colocando no quadro o esquema presente na figura 3.

INÍCIO → **FIM**

33 000 | 99 999

Figura 3: Esquema do desafio proposto aos alunos na 1ª sessão de intervenção

O desafio consistia em que os alunos, mentalmente, pensassem numa operação que transformasse o valor inicial no valor final. Verificou-se que todos os alunos apresentaram a mesma estratégia, isto é, acrescentar 66 999 ao valor inicial. Seguidamente, questionei os alunos que pensassem em duas operações que transformasse o valor inicial no valor final. Tendo em conta que alguns alunos demonstraram não ter compreendido a tarefa, procedeu-se à realização de um exemplo com outros valores. Alguns alunos, pouco tempo depois, já tinham uma resposta, contudo, outros alunos necessitaram de mais tempo. As respostas dos alunos foram diversas, sendo que a maioria dos alunos optou por realizar duas adições (por exemplo, o aluno JP apresentou: 33 000 + 60 000 = 93 000; 93 000 + 6 999 = 99 999). Alguns alunos, no entanto, não conseguiram realizar mentalmente os cálculos, sendo necessário recorrer ao algoritmo da adição no quadro. Por fim, ao questionar os alunos sobre a estratégia de utilizar duas operações distintas, nenhum dos alunos demonstrou ter pensado nisso, contudo, o aluno PB referiu que era possível multiplicar o valor inicial por 3, obtendo 99 000 e depois somar 999 unidades. Alguns alunos não conseguiram acompanhar o raciocínio e, como tal, houve novamente a necessidade de apresentar a estratégia no quadro. O facto de se apresentar os cálculos no quadro permitiu que todos os alunos conseguissem compreender o que fora dito oralmente. A maioria dos alunos mostrou-se interessada e empenhada em descobrir diferentes operações sendo que este tipo de tarefa promove o desenvolvimento do cálculo mental, bem como a apresentação do número 99 999, valor maior que os alunos contactavam até ao momento.

De seguida, questionei os alunos sobre que valor é que obteria se adicionasse uma unidade ao número 99 999. De imediato a maioria dos alunos levanta o braço para responder e, quando questionados, referiram que obtinham *cem mil*. Interroguei se esse número tinha algo de diferente dos números que costumam utilizar, sendo que o aluno JP referiu que pertencia a outra ordem da classe dos milhares, a centena de milhar. Posto isto, e recorrendo ao ábaco (material utilizado recorrentemente pelos alunos em sala de aula), perguntei se era possível realizar a operação 99 999 + 1 utilizando o material em questão. Alguns alunos demonstraram interesse em explicar e realizar a operação no ábaco, apresentando, porém, dificuldades em explicar a operação com o material e, assim, realizou-se a operação em conjunto. Os alunos recorriam frequentemente à expressão "e vai um" e, quando questionados sobre o seu significado, apresentaram dificuldades em referir que, por exemplo, se tratavam de dez unidades ou uma dezena que passava para a ordem das dezenas.

A aula prosseguiu com o recurso a uma apresentação em *PowerPoint* e da tabela com as classes e ordens presente na sala de aula (figura 4). Inicialmente realizou-se alguns exercícios, oralmente, de decomposição de uma centena de milhar nas diferentes ordens e a leitura de diferentes formas da centena de milhar. Seguidamente, recorrendo à tabela de classes e aos cartões com diferentes algarismos, procedeu-se à leitura de diferentes números, alternando entre a leitura por classes, por ordens e por extenso. A maioria dos alunos mostrou-se participativa e entusiasmada com esta tarefa, tentando sempre participar e ajudar os colegas que apresentavam dificuldades. Saliento, apenas, que os alunos sentiram mais dificuldades quando aparecia o algarismo zero no número apresentado, hesitando na sua leitura, principalmente na leitura por ordens. Contudo, os alunos tentavam ajudar-se mutuamente, e quando compreenderam a diferença de ter este algarismo no número apresentado, ultrapassaram favoravelmente esse obstáculo, realizando as leituras sem qualquer dificuldade.

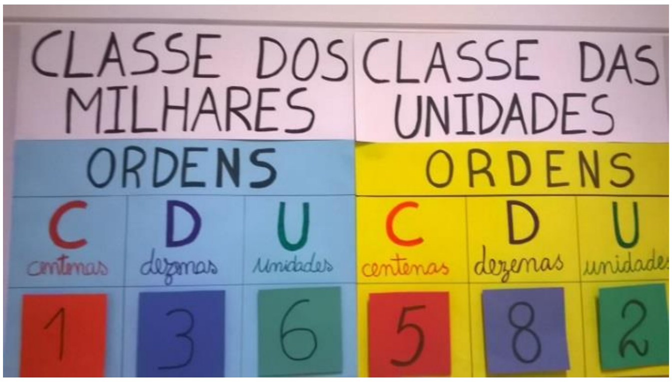


Figura 4: Fotografia da tabela presente na sala de aula relativa às classes e ordens dos números.

A primeira tarefa classifica-se como "Condições adicionais", segundo Bills et al. (2004), e, na ficha de trabalho, os alunos apenas possuem as alíneas para colocarem as suas respostas (anexo 1). As condições surgiram na apresentação em *PowerPoint* (anexo 2), sendo que primeiro aparecia uma condição relativa ao uso de uma operação e, posteriormente, acrescentava-se mais uma condição à anterior. Como, por exemplo, a_1) Decompõe o número 100 000, recorrendo à adição.; a_2) Decompõe o número 100 000, recorrendo à adição e em que as parcelas sejam números diferentes.

Nos manuais escolares, para a decomposição de números, é habitual surgir um esquema com etiquetas para completar uma determinada operação. Optei por apresentar este tipo de tarefa tendo em conta que pressupõe uma capacidade de abstração mais complexa por parte dos alunos na medida em que tinham de ser capazes de pensar e operar mentalmente valores que respeitassem as condições apresentadas, reconhecendo os termos matemáticos apresentados relativamente às operações e os seus componentes. Deste modo, os alunos não se cingem a realizar operações mentalmente com o objetivo de completar um espaço em branco, mas sim refletir sobre as propriedades das operações e desenvolver estratégias de cálculo mental.

Os alunos demoraram mais tempo daquilo que tinha previsto uma vez que necessitaram de mais tempo para realizar as operações mentalmente e, provavelmente, devido ao facto de ser a primeira vez que contactaram com este tipo de tarefa. Aquando da correção da tarefa, a maioria dos alunos mostrou-se entusiasmada e participativa, tentando apresentar a sua resposta. Alguns alunos apresentaram dificuldades na primeira condição de cada grupo de alíneas, contudo, a sua maioria errou na segunda restrição. Os erros mais comuns nesta tarefa foram relacionados com a quantidade de zeros (ver figura 5 e 6) e a alínea em que os alunos erraram mais vezes foi a alínea b_2) “Decompõe o número 100 000, recorrendo à subtração e em que o aditivo seja um número da ordem das centenas de milhar e o subtrativo das dezenas de milhar”. Salienta-se o facto de os erros apresentados pelos alunos não se deverem à não compreensão da linguagem matemática utilizada, uma vez que quando questionados na correção, todos os alunos apresentaram dominar os conceitos matemáticos presentes. Quando questionados sobre estratégias utilizadas para a resolução desta tarefa, os alunos referiram que iam colocando valores e depois iam verificando se estavam corretos.

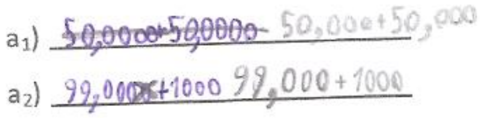


Figura 5: Erro comum na alínea a) da primeira tarefa – aluno GF

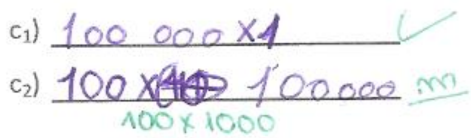


Figura 6: Erro comum na alínea c) da primeira tarefa – aluno GM

A aula prosseguiu com a segunda tarefa que resultou de uma adaptação de uma tarefa do manual dos alunos, sendo que não apresenta as operações a realizar de forma explícita. Nos quadros presentes nos manuais escolares, os alunos apenas têm que seguir as instruções que lhe são apresentadas, sendo um processo rotineiro. Ao retirar as operações matemáticas, os alunos necessitam de recorrer aos exemplos apresentados para descobrir que operação é que se realizou e só posteriormente completar o quadro. Desta forma, este tipo de tarefa apresenta um grau de desafio maior, promovendo o pensamento matemático dos alunos.

2.1.

?	100 000	10 000	1 000	100
99 000				
120 900				121 000
400 500			401 500	
690 800				
899 990		909 900		

Tarefa 2.1. – Ficha de trabalho n.º 1

2.2.

?	10	100	1 000
26	260		
181			
465			
750			
900		90 000	

Tarefa 2.2. – Ficha de trabalho n.º 1

Depois da leitura do enunciado desta tarefa, alguns alunos apresentaram dificuldades em iniciar a sua resolução, demonstrando que não compreendiam como conseguiam descobrir que operação tinham que realizar. Observei, ainda, que a maioria dos alunos iniciou a resolução da tarefa pelo segundo quadro, talvez por possuírem valores menores, o que provavelmente diminui a dificuldade em operá-los ou, por outro lado, talvez tenha sido mais imediato para os alunos a operação realizada.

Alguns alunos não conseguiram terminar o quadro da adição e os principais erros registaram-se nas operações em que se acrescentava um valor à ordem seguinte. Por exemplo, a aluna IF, apresentou a seguinte resolução: 899 990 + 100 = 909 090, ao invés de 899 990 + 100 = 900 090. No caso do quadro da multiplicação, os erros cometidos pelos alunos remetem-se ao número de zeros colocados nas operações em que ambos os fatores possuem o número zero (ver figura 7). Saliento, ainda, o facto de que a maioria dos alunos realiza as operações mentalmente, não recorrendo a outra estratégia de resolução, como, por exemplo, o algoritmo da adição ou da multiplicação.

2.2.

× ?	10	100	1 000
26	260	2600	26000
181	1810	18100	181000
465	4650	46500	465000
750	750~~0~~0	75000	750000
900	9000	90 000	900 000

Figura 7: Erro comum na alínea 2.2. – aluno PM

A terceira tarefa da ficha de trabalho foi realizada em grupo de pares, sendo que os alunos trabalharam com os colegas de mesa. Este tipo de tarefa visa a exploração e comparação de diferentes exemplos, procurando as suas semelhanças e diferenças, bem como o desenvolvimento da capacidade de comparar números de diferentes ordens/classes e de treinar a leitura dos mesmos.

3.1.	A. 154 071	B. 82 530	C. 507 344
3.2.	D. 19 390	E. 29 780	F. 219 390
3.3.	G. 760 001	H. 275 001	I. 760 002

Tarefa 3 – Ficha de trabalho n.º 1

Os alunos mostraram-se muito entusiasmados ao longo da resolução da tarefa, discutindo diferentes pontos de vista com os colegas, apresentando justificações para as suas ideias e demonstrando algum cuidado na escrita das suas respostas.

Aquando da construção desta tarefa, os números foram escolhidos de modo a permitir que os alunos fossem capazes de explorar diferentes caraterísticas dos números, promovendo, assim, a discussão entre os pares e, posteriormente, em grande grupo. Desta forma, as respostas dos alunos foram diversificadas, sendo que maioria dos alunos optou por referir a semelhança ou diferença entre a classe de cada número, como na transcrição 1.

> TC e SP
>
> *3.2. A figura D e E têm dezenas de milhar e a figura F tem centenas de milhar.*

Transcrição 1: Tarefa 3 da 1.ª ficha de trabalho – Alunos TC e SP

Outros alunos apresentaram diferentes critérios, nomeadamente, comparar os três números apresentados (ver transcrição 2) ou a diferença de uma unidade entre os valores presentes na etiqueta G e I (terceira alínea).

TA e DC:

3.1. *O A e o C têm centenas de milhar, e o B não tem.*

O A e o B têm dezenas de milhar e o C não tem.

O B e C têm centenas e o A não tem.

O A e o C têm unidade e o B não tem.

Transcrição 2: Tarefa 3 da 1.ª ficha de trabalho – Alunos TA e DC

Posto isto, é importante referir que esta tarefa permitiu que os alunos desenvolvessem a capacidade de observar atentamente cada número, refletindo sobre o que é semelhante - algarismos, ordens e classes -, recorrendo a esses termos para defenderem o seu ponto de vista. Além disso, os alunos demonstraram-se muito participativos e entusiasmados ao longo da resolução e da correção da tarefa, comunicando e partilhando as suas ideias com os colegas.

A quarta tarefa, tal como a segunda, surgiu da modificação de uma tarefa presente no manual, sendo retirada a operação realizada, de forma a elevar o seu grau de desafio. Os alunos não mostraram dificuldades ao longo da sua resolução, sendo que os erros apresentados referem-se à adição e subtração de uma unidade ao número 80 000. Pode-se depreender que devido a ser um número que apresenta o algarismo zero em diferentes ordens dificulta o cálculo mental.

4. Vamos contar!

Completa o quadro de acordo com o exemplo.

	Número	
9 908	**9 909**	9 910
26 788		26 790
		57 900
	80 000	
99 998		

Tarefa 4 – Ficha de trabalho n.º 1

A última tarefa tinha como objetivo que os alunos reconhecessem representações múltiplas de um mesmo número. Realizou-se a identificação dos diferentes números em grande grupo, sendo que a dificuldade mais notória foi nas etiquetas que apresentam as leituras dos números (ver figura 8). De forma a esclarecer algumas dúvidas, recorri à tabela de classes presente na sala para que os alunos realizassem diferentes leituras de um mesmo número, recordando que um mesmo número possui diferentes leituras. Os erros dos alunos foram, na sua maioria, na identificação do número através da leitura apresentada, sendo que dois alunos erraram o cálculo de uma das decomposições do um número. Contudo, penso que através da resolução em grande grupo os alunos compreenderam o procedimento mais adequado para este tipo de tarefa e os erros que cometeram em relação à identificação do número através de um tipo de leitura diferente do habitual, isto é, que não refira o número até ao valor das unidades.

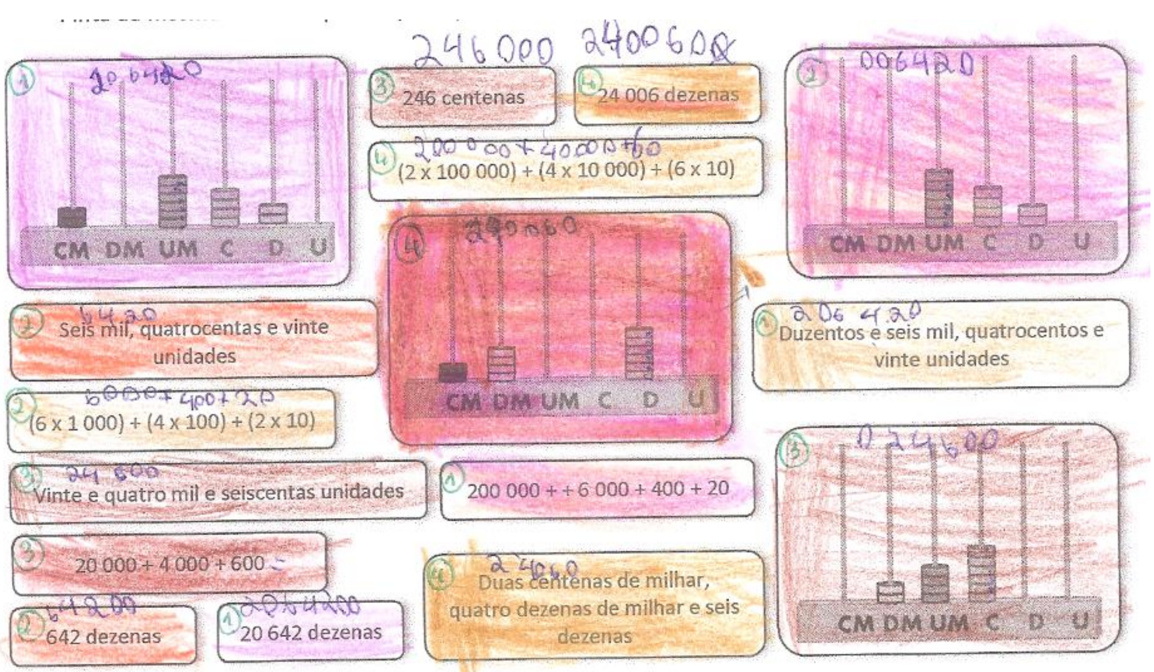


Figura 8: Resolução da tarefa número 5 do HC

Segunda sessão de intervenção

A segunda aula de intervenção teve como principal objetivo a utilização dos diferentes tipos de estratégias de cálculo da multiplicação anteriormente lecionadas pela professora cooperante. A ficha de trabalho (anexo 3) possui um conjunto de tarefas que se basearam-se essencialmente na alteração e supressão de alguns elementos de tarefas presentes no manual e numa tarefa de identificação de um exemplo fácil e difícil (Bills et al., 2004) de estratégias de cálculo da multiplicação – tarefa 2. Desta forma, as tarefas propostas visam a utilização das estratégias de cálculo noutras situações e da compreensão da vantagem de as utilizar.

A aula iniciou com um breve diálogo sobre as estratégias de cálculo da multiplicação, recorrendo a alguns exemplos no quadro. Notou-se que a maioria dos alunos referiu estas estratégias apenas como mais um conteúdo que deveriam saber e não como uma estratégia que facilita o cálculo de determinados tipos de multiplicações.

A primeira tarefa surge de uma adaptação de uma tarefa proposta no manual, sendo que não apresenta nenhum exemplo totalmente completo o que implica que os alunos reflitam sobre a estratégia de cálculo em uso e sejam capazes de a utilizar sem ter nenhum exemplo. O facto de não ser uma tarefa de introdução à temática, mas sim de desenvolvimento e consolidação de conteúdos matemáticos, pretende-se que os alunos compreendam o processo inerente a cada tipo de estratégia aprendido. Os alunos demonstraram não conseguir realizar a tarefa, sendo que optei por realizar uma discussão inicial, revendo os principais aspetos inerentes à utilização das estratégias de cálculo da multiplicação, realizando, em conjunto, a primeira alínea de cada quadro, como forma de rever, novamente, as estratégias.

1. Completa as igualdades!

12 x 31 = (12 x 30) + (12 x 1) = _____ + _____ = _____

25 x 61 = (25 x _____) + (25 x _____) = 1500 + 25 = _____

63 x 101 = (_____ x _____) + (_____ x _____) = _____ + _____ = _____

Tarefa 1.1. – Ficha de trabalho n.º 2

As principais dificuldades foram no terceiro conjunto de alíneas, sendo que os alunos não compreendiam como aquele tipo de decomposição facilitava o cálculo da multiplicação, não realizando o quadro apresentado. Depois de alguns momentos de discussão, prosseguiu-se para a correção das restantes tarefas. Denota-se que apenas dois alunos realizaram corretamente todas as alíneas, sendo que a maioria dos alunos apresentaram erros no cálculo das multiplicações do tipo 74 × 9. Contudo, muitos dos erros não foram em relação aos passos de determinada estratégia, mas sim no cálculo da subtração. Além disso, foi possível verificar que os alunos tentavam realizar os cálculos mentalmente, não recorrendo ao auxílio do algoritmo nas operações mais complexas, deixando em branco os espaços onde deveriam colocar os resultados. No caso do último conjunto de alíneas do tipo 81 ×7, nenhum aluno errou na decomposição dos fatores.

205 x 20 = 205 x 2 x 10 = _____ x _____ = _____

312 x 40 = _____ x _____ x _____ = 1 248 x 10 = _____

431 x 60 = _____ x _____ x _____ = _____ x _____ = _____

Tarefa 1.3. – Ficha de trabalho n.º 2

A segunda tarefa refere-se à indicação de um exemplo fácil e de um exemplo difícil, tendo por base as diferentes estratégias de cálculo da multiplicação apresentadas na tarefa anterior. Inicialmente os alunos apresentaram dificuldades em conseguir identificar o que consideravam ser mais fácil e mais difícil para si, sendo que demoraram mais tempo neste tipo de tarefa que o que tinha previsto. Como tal, foi necessário um momento de discussão em que os alunos refletiam sobre aquilo que torna fácil ou difícil uma tarefa matemática. Aquando da apresentação dos exemplos foi possível observar que a maioria dos alunos apresentou como exemplo fácil multiplicações do tipo 12 ×31 e como exemplo difícil 74 ×9. Analisando mais detalhadamente as fichas dos alunos, verifica-se que, em relação aos exemplos fáceis, os alunos acertaram as alíneas que apresentaram como sendo o mais fácil para eles; em relação aos exemplos difíceis, houve alunos que apresentaram como exemplo difícil alíneas que conseguiram realizar corretamente. Este tipo de tarefa permite aos alunos refletir sobre as suas dificuldades e ao professor verificar, primeiramente, se o aluno é capaz de refletir e apresentar as suas dificuldades e, depois, observar o que cada aluno considera difícil, verificando quais as aprendizagens realizadas pelos alunos de forma significativa.

A terceira tarefa presente na ficha teve por base essencialmente a tipologia de tarefas “Equivalent statements” de Bills et al. (2004) e alteração de tarefas presentes no manual escolar. Assim, o objetivo desta tarefa é de desafiar os alunos a construírem uma expressão que seja equivalente a um enunciado, envolvendo processos de reconhecimento de conceitos matemáticos, como produto e fatores, e desenvolver o cálculo mental, através do cálculo de multiplicações. No manual, surgem tarefas nas quais os alunos apenas têm que completar uma operação, deixando de parte o reconhecimento de conceitos matemáticos.

Em sala de aula, procedeu-se à leitura da tarefa por um aluno, em voz alta, seguindo-se um momento de discussão sobre aquilo que os alunos tinham que fazer, explorando os conceitos presentes nos enunciados e do que é necessário para se obter uma multiplicação completa: pelo menos, dois fatores e o produto. Os alunos apresentaram reconhecer facilmente este tipo de conceitos, sendo que alguns alunos realizavam esquemas que os ajudavam na descoberta do fator em falta (conferir figura 9).

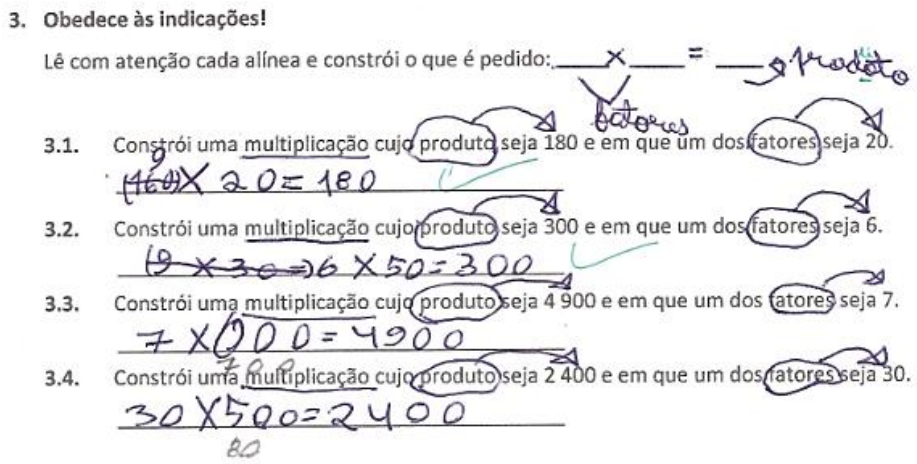


Figura 9: Esquema realizado na tarefa 3 pelo aluno DC

Ao longo da correção, os alunos apresentaram dificuldades nas últimas duas alíneas, provavelmente, por serem valores maiores e em que um dos fatores possui mais do que um algarismo zero. Contudo, os erros foram essencialmente devido à falta do domínio da tabuada, uma vez que muitas vezes os erros eram num algarismo. Por exemplo, um dos erros que mais se observou, foi na alínea 3.3. os alunos colocarem 600 ou 500 × 7 = 4900 em vez de 700 × 7 = 4900.

A última tarefa apresentada nesta ficha de trabalho também surgiu de uma alteração de uma tarefa presente no manual escolar e envolve o cálculo de diferentes operações algébricas e o domínio de conceitos matemáticos. Inicialmente os alunos demonstraram alguma confusão em como os valores presentes nas etiquetas conseguiam corresponderam às operações presentes nas alíneas, iniciando a sua resolução pelas duas últimas alíneas. Na correção desta tarefa, verifiquei que os alunos iam ligando as etiquetas às alíneas à medida que encontravam um aspeto em comum e não realizavam todas as operações necessárias. No que concerne às estratégias de cálculo utilizadas pelos alunos, estas foram diversas e, sendo que a professora cooperante tinha lecionado o algoritmo da multiplicação no dia anterior, alguns alunos recorreram a essa estratégia para realizar as multiplicações (ver figura 10).

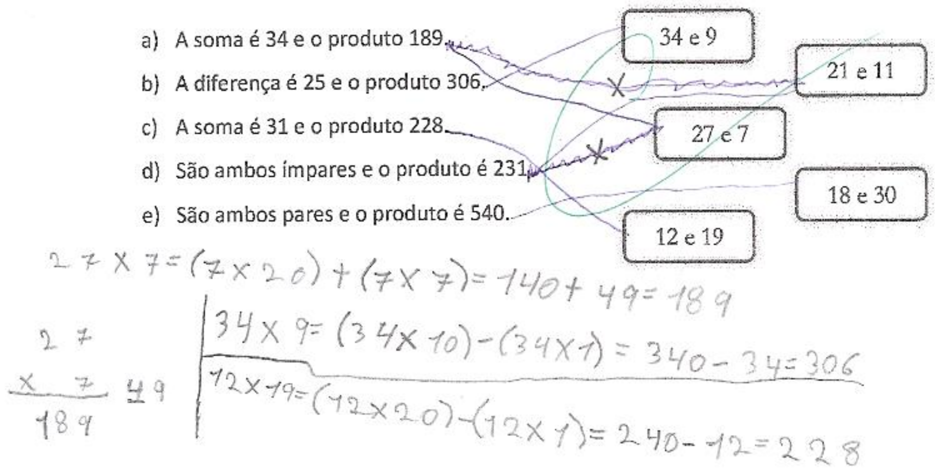


Figura 10: Estratégia utilizada na tarefa 4 pelo aluno JM

A dificuldade presente neste tipo de tarefa pode-se dever ao facto de implicar um pensamento bem estruturado e organizado, sendo necessário realizar diferentes operações e ir verificando se não existem outras possibilidades para determinada alínea. Como envolve diversos passos, os alunos demonstram falta de atenção para os realizar todos, tentando procurar apenas algo que seja possível relacionar e faziam a ligação entre a etiqueta e a alínea.

Terceira sessão de intervenção

Na última sessão de implementação optei por realizar uma ficha de trabalho (anexo 4) que envolvia a resolução de um enigma e que permite fazer uma revisão dos conceitos abordados nas últimas aulas através de tarefas com as quais os alunos ainda não tinham contactado. Desta forma, a ficha possui tarefas essencialmente relacionadas com a criação, interpretação e resolução de problemas (Ficha A) e frases para completar com conceitos abordados ao longo das aulas (Ficha B) de modo a completar um quadro que possui uma mensagem escondida.

No início da aula realizou-se uma pequena discussão sobre os conteúdos matemáticos abordados nas últimas aulas, fazendo uma pequena revisão de cada intervenção realizada. Comecei por entregar e ler a primeira página da ficha de trabalho, analisando passo a passo. Depois entreguei a ficha A e a ficha B aos alunos e voltou-se a ler os passos presentes na primeira página da ficha de trabalho, discutindo o que tinham que fazer através de um exemplo prático no quadro. Após algum tempo de esclarecimento de dúvidas, procedeu-se à leitura da primeira tarefa da ficha A e foi dado algum tempo para os alunos a realizarem. Os alunos mostraram-se entusiasmados ao longo da resolução da tarefa, de forma a descobrir o número. Contudo, um pequeno grupo começou por desistir quando se depararam com uma indicação mais complexa. Nesses casos, tentei ficar algum tempo com o aluno, procurando motivá-lo para a descoberta do número, recordando os conceitos relacionados com as classes e ordens dos números. No final, verificou-se que a maioria dos alunos considerou o desafio complicado, mas que se sentia motivada para descobrir o número.

1. **Descobre o número**

   Sou um número par de seis algarismos.

   Estou entre 200 000 e 300 000.

   O meu algarismo das dezenas é o triplo do algarismo das dezenas de milhar.

   O meu algarismo das centenas é o 3.

   O meu algarismo das unidades de milhar é o dobro do das centenas.

   O meu algarismo das unidades é menor que 1.

   A soma total dos meus algarismos é 23.

   Quem sou eu? ________________________________

Tarefa 1 – Ficha de trabalho n.º 3

O facto de ser uma tarefa que envolve elevados níveis de concentração e não é algo imediato, alguns alunos apresentavam muitas dificuldades em realizá-la. Aquando a correção, cerca de metade dos alunos conseguiu descobrir o número, sendo que os restantes erraram o algarismo das dezenas e o algarismo das dezenas de milhar. Posto isto, observa-se que a principal dificuldade dos alunos foi relativamente à terceira indicação da tarefa. Como tal, de modo a esclarecer algumas dúvidas, realizou-se uma revisão das classes e ordens dos números e dos conceitos de dobro e triplo. No entanto, atentando na quinta indicação da tarefa, nenhum aluno errou os algarismos a colocar. Apesar de serem indicações similares, os alunos confundiram-se mais na terceira, talvez por a indicação ser relativa a uma ordem inferior (dezenas em relação às dezenas de milhar), enquanto a quinta é relativa a uma ordem superior (unidades de milhar às centenas). Na fase de completar a frase correspondente - frase número 5, da ficha B – os alunos não apresentaram dificuldades em descobrir a palavra em falta.

A segunda tarefa é igual a uma presente no manual, contudo, um grupo de alunos demonstrou muitas dificuldades em compreender a representação da multiplicação no retângulo. No momento da correção, antes de questionar um aluno sobre a sua resolução, perguntei se alguém era capaz de explicar aos restantes colegas a tarefa em questão e como a resolveram. Nenhum aluno se mostrou à vontade para o fazer, realizando uma pequena discussão em grande grupo, interrelacionando as linhas e colunas presentes no retângulo e, consequentemente, a sua parte sombreada, com os fatores presentes na multiplicação. Pode-se observar que, apesar de já terem realizado em sala de aula uma tarefa igual à presente na ficha, muitos alunos não tinham compreendido que um produto pode ser representado de outras formas.

Prosseguiu-se a leitura do enunciado do problema 3 e a um momento de interpretação do mesmo, observando-se que os alunos apresentavam algumas dificuldades em separar os dados que são fornecidos pelo mesmo. Depois, leu-se a primeira alínea, realçando as palavras-chave que os ajudam a descobrir o que têm para fazer.

3. O António e o Tiago foram ajudar os avós a apanhar maçãs e peras.

Verificaram que uma caixa de maçãs leva 38 maçãs e uma caixa de peras leva 29 peras. No final do dia, o António encheu 4 caixas de maçãs e 6 de peras. O Tiago conseguiu encher 7 caixas de maçãs e 5 de peras.

a) Que quantidade de fruta, maçãs e peras, conseguiu apanhar o António?

b) Indica a que corresponde a expressão apresentada e calcula o seu resultado.

(4 x 38) + (7 x 38)

Tarefa 3 – Ficha de trabalho n.º 3

Ao longo da resolução do problema foi notória a diferença de ritmos de trabalho dos alunos, sendo que alguns alunos necessitaram de cinco minutos para realizar o problema 3 e outros alunos demoraram vinte minutos. Foi, ainda, possível observar as dificuldades dos alunos em resolver problemas, além de que desistiam de o fazer desde o momento em que encontravam um obstáculo. De modo a manter motivados os restantes alunos, conforme iam terminando as tarefas, iam prosseguindo na ficha de trabalho.

Em relação à primeira alínea, seis alunos não foram capazes de realizar as duas operações necessárias para indicar o total da quantidade de fruta, calculando apenas, ou a quantidade de maças ou de peras do António. Salienta-se que grande parte dos alunos apresentaram dificuldades relacionadas com a tabuada, o que dificultava a resolução das operações, mesmo quando realizadas em grande grupo. Posteriormente, analisando as fichas de trabalho dos alunos, verifiquei que as estratégias utilizadas pelos alunos foram diversas, nomeadamente, o recurso a desenhos, a adições sucessivas, a decomposição de um dos fatores e, na sua maioria, o recurso ao algoritmo da multiplicação. No que concerne à alínea b), muitos alunos não conseguiram interpretar o enunciado apresentado, tendo em conta o contexto do problema, e só em momentos de grande grupo foram capazes de realizar inferências relativamente aos dados do problema e à expressão presente na alínea. Contudo, mesmo no momento de escrever uma resposta, muitos alunos apresentaram dificuldades em organizar a informação. Alguns alunos, apesar de não compreenderem o significado da expressão, procederam ao cálculo da expressão, na sua maioria, corretamente e recorrendo ao algoritmo da multiplicação.

Tendo em conta que a aula tinha terminado, realizou-se uma revisão das palavras que já se tinha descoberto, colocando-as no quadro da primeira página da ficha de trabalho, sendo que alguns alunos referiram que já tinham descoberto a palavra sendo que descobriram todas as palavras em falta da ficha B. Os alunos levaram como trabalho de casa as duas últimas tarefas da ficha, entregando-me nos dias seguintes. Posteriormente, analisando as respostas dos alunos, verificou-se que nem todos os alunos conseguiram descobrir a mensagem escondida, sendo as frases que erraram a número um e a sete. Por um lado, este facto pode indicar que os alunos não conseguiram obter a resposta correta no problema quatro; por outro, verificaram-se casos em que, mesmo tendo as alíneas do problema quatro corretas, não conseguiram descobrir as palavras, demonstrando falta de conhecimentos de conceitos matemáticos ou, em último caso, visto que foi realizado em casa, podem se ter esquecido de fazer.

No problema quatro, na alínea a), a maioria dos alunos conseguiu realizar o cálculo corretamente, sendo que apenas dois alunos não apresentaram cálculos e um que optou por utilizar uma estratégia de adições sucessivas, isto é, adicionou o valor 11 vinte e três vezes, engando-se, no entanto, nos cálculos (figura 11). As estratégias utilizadas pelos restantes alunos foram diversas, sendo a mais comum o recurso à decomposição do maior número e ao algoritmo da multiplicação. Três alunos realizaram corretamente o cálculo da multiplicação através do recurso a adições (figura 12).

4. A entrada para um oceanário custa 11€ para as crianças e 14€ para os adultos.

a) Quanto terá que pagar a professora pela entrada dos seus 23 alunos?

11X23=255€

ou

11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+

11+11+11+11+11+11=255€

R.: A professora vai ter que pagar 255€.

Figura 11: Erro na adição – estratégia utilizada pelo aluno TA no problema 4, alínea a)

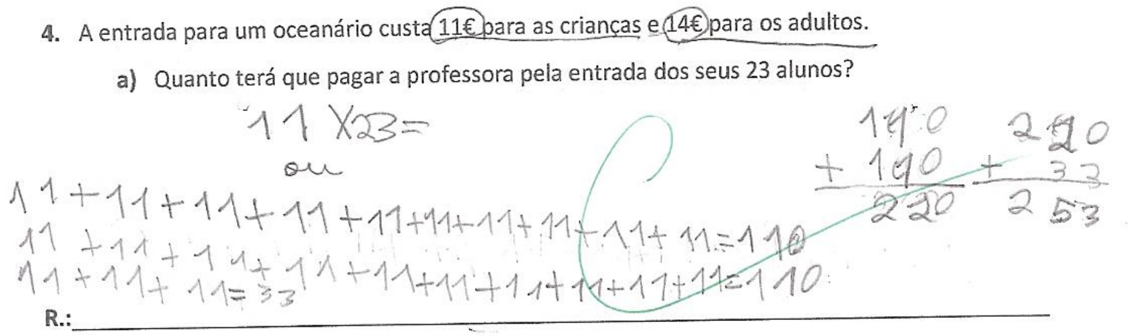


Figura 12: Estratégia utilizada pelo aluno DC no problema 4, alínea a)

Na alínea b), tendo em conta a utilização do resultado obtido pelos alunos na alínea anterior, apenas um aluno não realizou corretamente o problema e outra aluna apenas realizou um passo do problema. As estratégias utilizadas foram:

- recurso a adições sucessivas - figura 13 e 14;

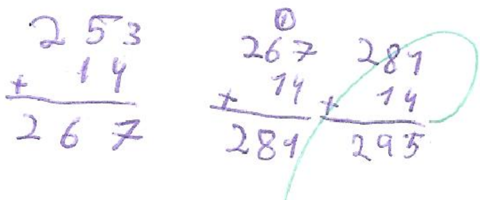


Figura 13: Estratégia de cálculo utilizada pelo aluno GM no problema 4, alínea b)

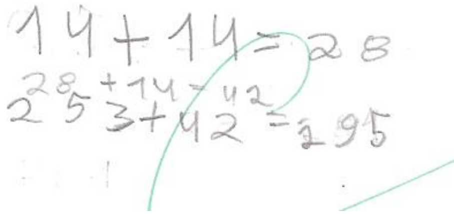


Figura 14: Estratégia de cálculo utilizada pelo aluno DC no problema 4, alínea b)

- o recurso à decomposição do maior fator (figura 15) e,

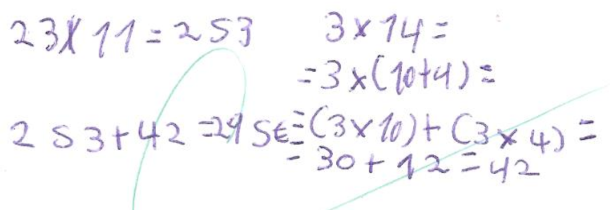


Figura 15: Estratégia de cálculo utilizada pela aluna EE no problema 4, alínea b)

- ao algoritmo da multiplicação (figura 16).

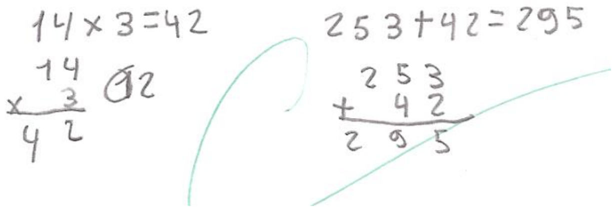


Figura 16: Estratégia de cálculo utilizada pelo aluno PM no problema 4, alínea b)

Com isto, é possível indiciar que os alunos optam pelo recurso a adições ao invés da multiplicação e, por outro lado, apesar de uma das temáticas mais abordadas em sala de aula terem sido as estratégias de cálculo da multiplicação, depois de aprenderem o algoritmo, muitos alunos o preferem adotar na resolução de problemas.

No problema cinco era proposto aos alunos a construção de um enunciado tendo como condição ser resolvido através da expressão apresentada. Apenas dois alunos não foram capazes de escrever um enunciado com lógica (ver figura 17), enquanto os restantes alunos conseguiram criar um enunciado coeso e com sentido, utilizando diferentes temas: cromos de futebol, caixas de fruta, contratos de trabalho (figura 18) e relacionados com o dinheiro (rebuçados, comunhões, visitas de estudo).

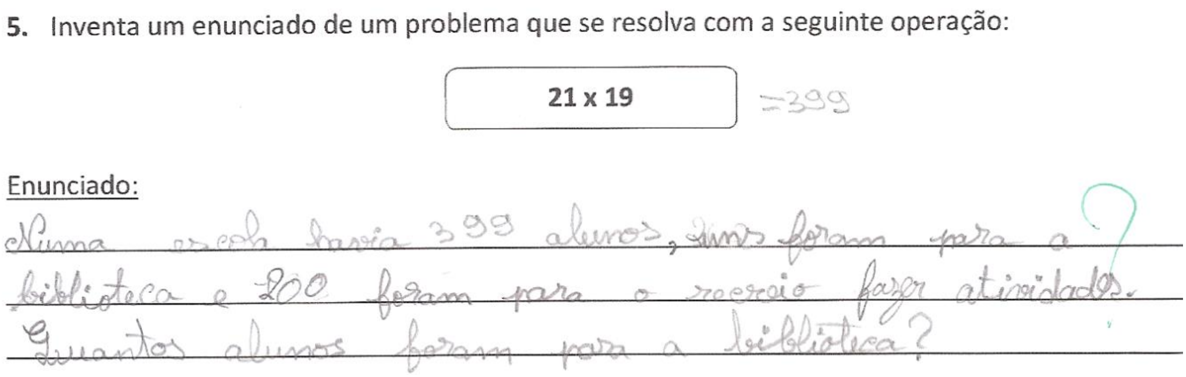


Figura 17: Enunciado apresentado pela aluna IA na tarefa 5

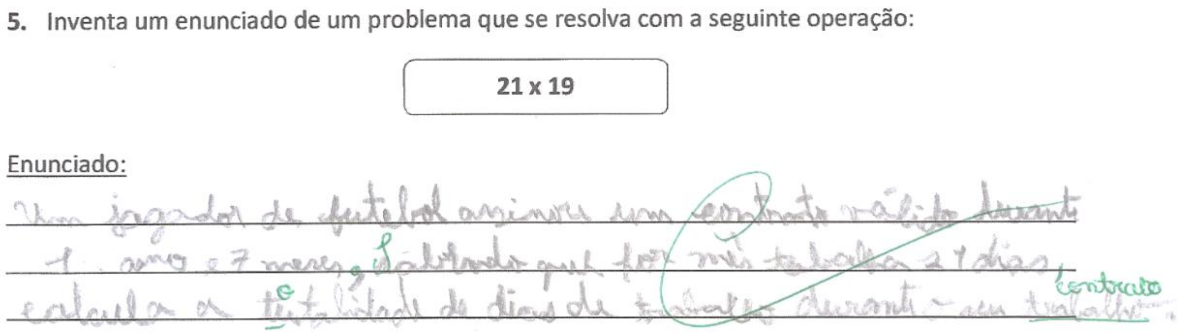


Figura 18: Enunciado apresentado pelo aluno SA na tarefa 5

Posto isto, foi possível verificar que, apesar de ser uma tarefa a que não estão habituados a realizar, a maioria dos alunos conseguiu resolvê-la, sem grandes dificuldades. Contudo, salienta-se que alguns dos alunos optaram por escrever um enunciado tendo em consideração os enunciados das tarefas anteriores.

Em relação à alínea a) que pedia aos alunos para calcularem o valor da expressão, as estratégias utilizadas pelos alunos foram diversas, sendo que a mais recorrente foi a decomposição do número 21 em 20 + 1 (Figura 19) e a estratégia de cálculo de decompor o número 19 em 19 – 1 (Figura 20).

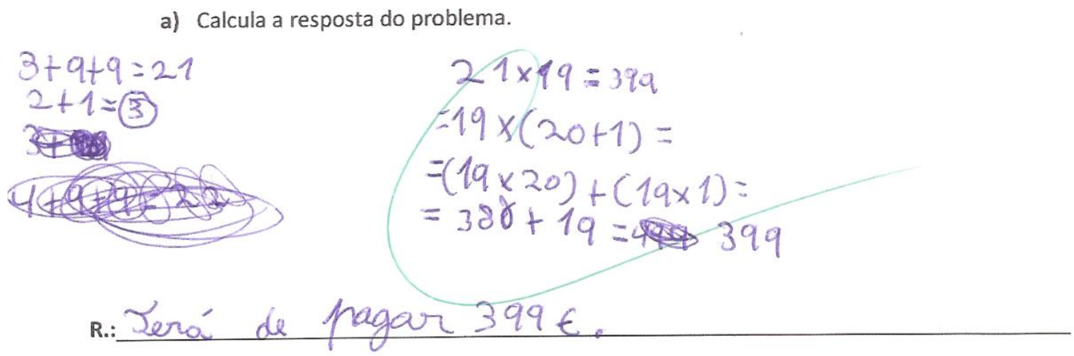


Figura 19: Estratégia utilizada pela aluna EE na alínea a) da tarefa 5.

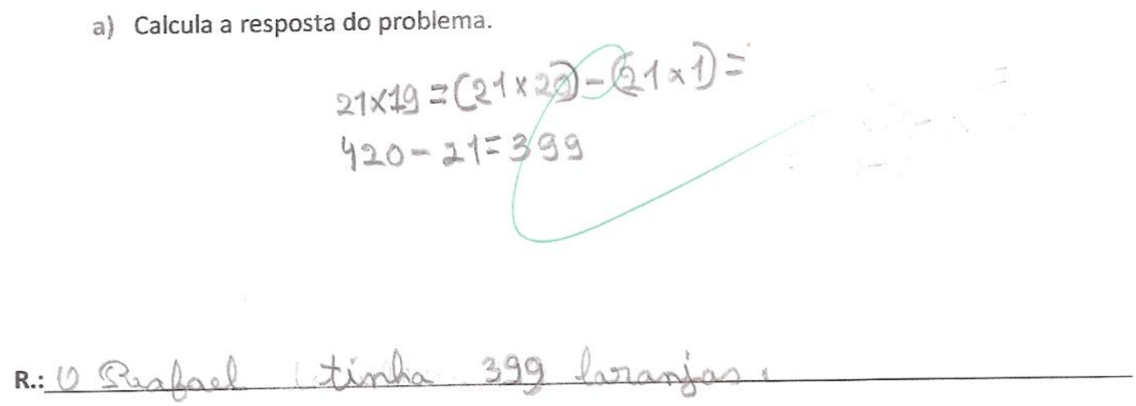


Figura 20: Estratégia utilizada pelo aluno RC na alínea a) da tarefa 5.

Outros alunos optaram por realizar estratégias como a decomposição do 19 em 10 + 9, recurso a adições, ao algoritmo da multiplicação. Um dos alunos realizou, ainda, a seguinte estratégia (ver figura 21):

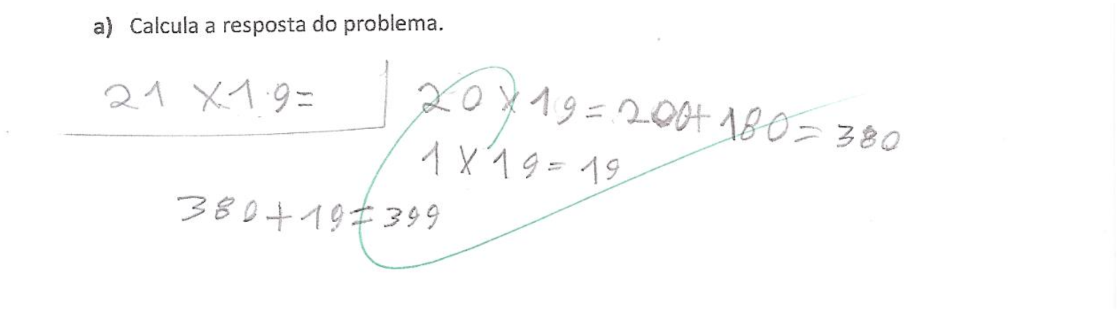


Figura 21: Estratégia utilizada pelo aluno DC na alínea a) da tarefa 5.

Posto isto, observa-se o uso de uma diversidade de estratégias, na sua maioria corretas, o que demonstra a abertura presente neste tipo de tarefas.

Em relação à Ficha B, grande parte dos alunos conseguiu completar as sete frases presentes, contudo, a última frase foi a que conduziu a maiores dúvidas uma vez que seis alunos não foram capazes de a completar. Este facto pode realçar a falta de conhecimentos matemáticos por parte dos alunos no que concerne ao termo correto para definir o resultado de uma multiplicação.

Nesta turma de estágio verificou-se que os alunos possuem diferentes ritmos de aprendizagem, sendo que na resolução de tarefas apresentam diferenças significativas em relação ao tempo que necessitam para determinada tarefa, o que influencia também a sua correção. Além disso, visto que as tarefas propostas são tarefas de cariz mais desafiante, com as quais os alunos nunca contactaram, a sua resolução também demorou mais tempo que aquilo que tinha previsto, sendo este aspeto muito importante a ter em consideração na preparação das aulas. Contudo, ao longo das intervenções os alunos apresentaram-se motivados e interessados na resolução das tarefas e na superação de alguns problemas, sendo que a sua maioria foi capaz de resolver tudo os que lhe foi proposto, apenas demoraram mais tempo para compreender o que lhes era pedido.

No que concerne aos diferentes tipos de tarefas utilizados, as tarefas foram construídas tendo em consideração diferentes aspetos, nomeadamente, a transformação de tarefas presentes nos manuais em tarefas mais desafiantes, que desenvolvam a capacidade de abstração e reflexão, de modo a desenvolver o pensamento matemático dos alunos. Além disso, tal como defende Piggott (2001), procurei proporcionar momentos em sala de aula onde os alunos pudessem apresentar as suas dúvidas, promovendo momentos de discussão em grande grupo em que fosse possível refletir sobre os erros apresentados pelos alunos, vendo-os como promotores de aprendizagens ao invés de algo que não se deve abordar.

A última ficha de trabalho apresentada no 1.º ciclo permitiu a exploração de problemas, tipo de tarefa apresentado por Ponte (2005), não se focando apenas na sua resolução, mas também na construção de enunciados, tarefa com a qual os alunos não se encontravam familiarizados. Além disso, a presença de uma mensagem escondida foi promotora de motivação e entusiasmo por parte dos alunos para a resolução das tarefas apresentadas. A ficha B permitiu, ainda, abordar e recordar alguns termos matemáticos.

Intervenções realizadas no 2.º Ciclo do Ensino Básico

No 2.º ciclo foram planificadas atividades que permitiram a revisão e consolidação de conteúdos matemáticos já abordados em anos anteriores ou em aulas anteriores pela professora cooperante na área da Geometria e Medida. Deste modo, as fichas de trabalho construídas para as aulas tiveram por base a interligação de tarefas mais desafiantes e que envolvam um elevado domínio dos conteúdos com as áreas de dificuldade apresentadas pelos alunos. As tarefas presentes nas fichas de trabalho são de diversas tipologias, nomeadamente, "Give an exemple of ... (and another and another)", "Additional conditions", "Always, Sometimes, Never true", segundo a tipologia de tarefas de Bills, Bills, Watson e Mason (2004); Problemas, segundo J. Ponte (2005) e "Evaluating mathematical statements" e "Analysing reasoning and solutions", segundo Swan (2005). Além disso, foram apresentados dois desafios como forma de introdução à temática em estudo em determinadas aulas e na última intervenção realizou-se um jogo que surgiu da adaptação do jogo "Geomutante" aos temas em estudo e ao contexto. Tal como no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sempre que se realizava a correção de uma ficha de trabalho, esta encontrava-se projetada no quadro interativo de modo a facilitar a visualização de figuras e de os alunos acompanharem a sua correção.

Primeira sessão de intervenção

A primeira sessão de intervenção iniciou com um desafio individual como estratégia de introdução do tema já conhecido pelos alunos, o perímetro (anexo 5/ figura 22). O desafio proposto enquadra-se na tipologia "Odd-one-out" de Bills et al. (2004) e, ao longo da sua resolução, alguns alunos demonstraram dificuldades uma vez que não lhes era dada nenhuma indicação específica do que deveriam procurar.

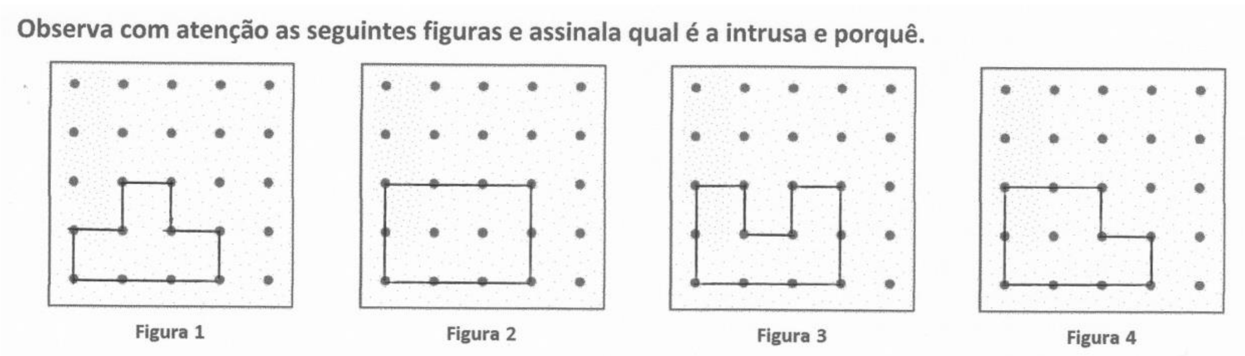


Figura 22: Desafio sobre o Perímetro

Antes da correção do desafio, realizou-se um diálogo introdutório de modo a refletir sobre diferentes caraterísticas que se poderiam ter em consideração para a análise das figuras, surgido as seguintes: número de lados, tipo de ângulos, convexidade de uma figura, perímetro e área. Seguiu-se a verificação de cada uma das caraterísticas apresentadas, sendo que o facto de ser concava ou convexa gerou algumas dificuldades nos alunos, sendo necessário rever esse conceito. Por fim, calculou-se o perímetro e a área das figuras, verificando-se que a figura intrusa era a terceira uma vez que apresentada como perímetro 12 unidades de medida e as restantes apenas 10 unidades de medida. Depois de analisar atentamente as respostas dos alunos ao desafio foi possível observar que grande parte dos alunos acertaram na figura correta, no entanto, as justificações apresentadas não eram corretas. Alguns alunos apresentaram justificações relativamente à posição de determinados quadrados que compõe a figura (conferir transcrição 3).

FS

É a figura 3 porque todas as outras figuras têm o quadrado de cima do meio e a 3 não.

Transcrição 3: Desafio sobre o perímetro – aluno FS

A aula prosseguiu com um diálogo sobre o conceito e as unidades de medida do perímetro, levantando-se a questão de que apenas os polígonos têm perímetro devido à definição estereotipada de que o perímetro é soma de todos os lados. Este diálogo foi acompanhado com a visualização de uma apresentação em *PowerPoint* e com o recurso a alguns exercícios de revisão sobre as conversões de unidades de medida e o cálculo do perímetro de uma figura.

Realizou-se a entrega da ficha de trabalho (anexo 6) e o início da leitura da primeira tarefa. Os alunos apresentaram algumas dúvidas sobre a resolução da tarefa apresentada, havendo um pequeno momento de discussão sobre o tipo de tarefa presente, sendo que a primeira alínea foi realizada de uma forma mais calma, em que ia circulando entre os alunos de modo a verificar se estavam a realizar as três figuras diferentes pedidas pela tarefa. Posteriormente, surgiram algumas dúvidas relativamente à figura apresentada uma vez que o polígono apresentava como lados segmentos de reta oblíquos (figura 23).

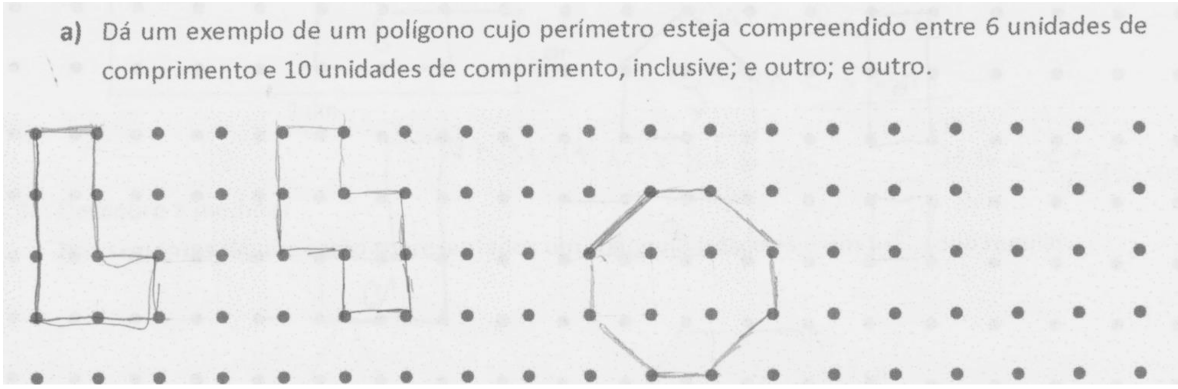


Figura 23: Exemplos apresentados pela aluna CB na alínea a) da tarefa 1

Apenas dois alunos referiam que a figura estava correta, afirmando que a unidade de medida era de um espaço entre dois pontos e que da forma apresentada era uma unidade de medida maior que a indicada no enunciado. De forma a clarificar a dúvida que surgiu, pedi aos alunos para medirem a distância dos dois segmentos de reta em causa. Os alunos conseguiram perceber que não eram da mesma medida, sendo que os polígonos que deveriam construir deviam ser constituídos apenas por segmentos de reta verticais e horizontais. Contudo, no caso apresentado, visto que não é pedido um valor de perímetro fixo, verificou-se que a figura estava correta, sendo que o seu perímetro encontrava-se entre os valores estipulados. Prosseguiu-se a realização das seguintes alíneas e posterior correção, sendo que em todos os momentos de correção houve alunos a apresentar novamente polígonos com segmentos de reta oblíquos. Na correção, eram os restantes colegas que afirmam de imediato que assim não estava correto.

No final da correção da primeira tarefa, questionei os alunos se tinham conseguido chegar a algumas conclusões sobre a construção de polígonos com determinado perímetro, sendo que a aluna AO apresentou a estratégia de ao acrescentar "um quadrado" nas figuras que já tinham feito, acrescentava-se duas unidades de perímetro (figura 24). De seguida, o aluno GG referiu que esta atividade era muito interessante, porque conseguiam refletir e observar que existem diversas figuras com o mesmo perímetro.

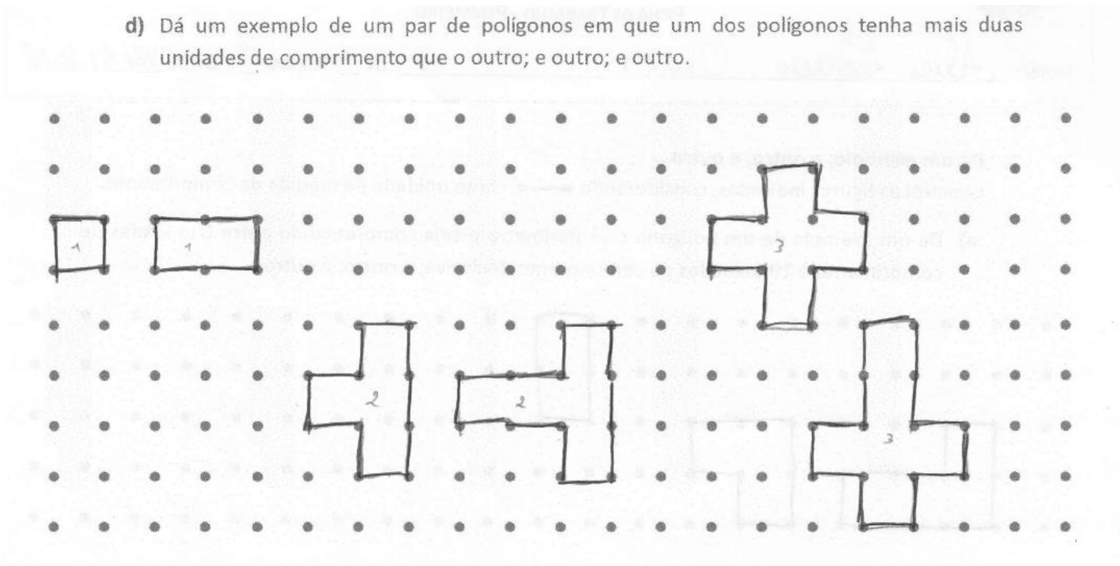
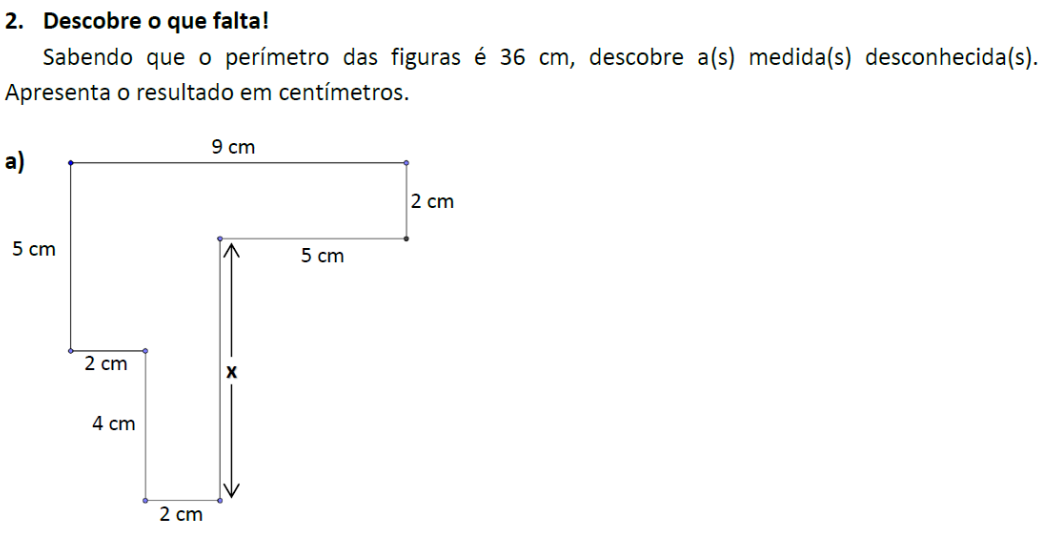


Figura 24: Exemplos apresentados pela aluna AO na alínea d) tarefa 1.

A tarefa número dois da ficha de trabalho surgiu de uma adaptação de um exercício presente no manual escolar dos alunos, sendo que ao invés de se pedir para realizar o cálculo do perímetro, dá-se o valor do perímetro e pede-se para descobrirem o valor de um ou dois lados desconhecidos. Esta alteração da tarefa implica que os alunos sejam capazes de rever o conceito de perímetro e utilizá-lo de outra forma que não estão tão familiarizados.



Tarefa 2 – 1.ª ficha de trabalho

Pouco depois do início da resolução individual, um pequeno grupo de alunos apresentou de imediato dificuldades, adotando uma atitude derrotista, pousando o lápis e falando com os colegas do lado. Dirigindo-me a estes alunos, questionei o porquê de não estarem a realizar a tarefa, sendo que me explicaram que não sabiam como a resolver. Analisei com eles a tarefa, perguntando-lhes o que era o perímetro de uma figura e o que é necessário para o calcular e para olharem com atenção para a tarefa de modo a tentar descobrir como a conseguiam resolver. Analisando as fichas de trabalho, verifiquei que um dos alunos não fez nenhuma alínea da tarefa e os restantes conseguiram fazer, no entanto, não recorreram ao conceito de perímetro. Posto isto, os alunos para a resolução das alíneas a) e c) poderiam adotar duas estratégias diferentes: ou através da definição de perímetro e somar as medidas dos lados dados e depois subtrair esse valor ao valor do perímetro dado no enunciado, ou, apenas observar com atenção a figura e realizar a soma dos dois lados de uma parte da figura e subtrair a outra medida do lado oposto. No caso da alínea b), sendo que se tratava de um lado oblíquo, os alunos tinham que recorrer ao conceito de perímetro. No momento da correção, questionei os alunos sobre o que esta tarefa tinha de diferente das que habitualmente costumam resolver, respondendo, rapidamente, o aluno MM que em vez que terem que calcular o perímetro, tinham que utilizar esse valor para descobrir um dos lados do polígono. Analisando as fichas de trabalho, observei que, sempre que a alínea o permitisse, a maioria dos alunos optava por realizar adições e substrações de forma a descobrir a medida do lado em falta, contudo, no fim, realizam o cálculo do perímetro da figura de forma a confirmar se obtinham o valor apresentado no enunciado (figura 25).

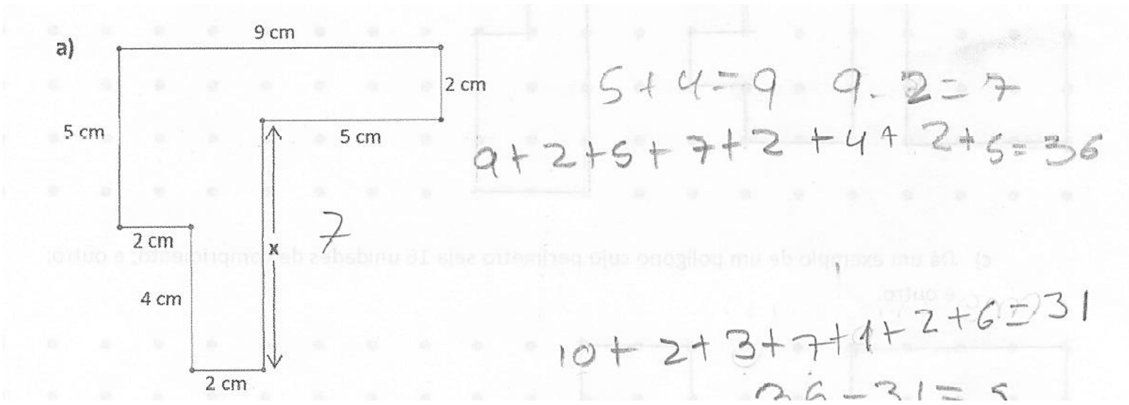


Figura 25: Estratégia utilizada pelo aluno MM na alínea a) da tarefa 2.

Este facto pode indicar que estes alunos estão habituados a realizar a prova de resultados em diferentes tarefas. Na alínea c), existiram alguns alunos que ao observarem que tinham que descobrir dois dos lados do polígono, decidiram somar as medidas apresentadas, subtraí-las ao valor do perímetro e, no final, dividir por dois. Neste caso, não sei explicar o porquê de terem realizado esta estratégia, que se encontra errada, podendo ser que visualmente, os lados pareçam ter a mesma medida e, induzido, assim, em erro os alunos. Em relação ao cálculo de conversões de medidas, ainda alguns alunos apresentaram erros que não deviam ser habituais uma vez que se tratavam de conversões de apenas uma casa decimal.

Esta tarefa permitiu, assim, o confronto dos alunos com algo que não se encontravam familiarizados, necessitando que aplicar o conceito de perímetro numa situação nova o que levou a que alguns alunos se sentissem desmotivados. Contudo, o professor tem que intervir, auxiliando-os de forma a que consigam realizar a tarefa, sentindo-se confiantes para tal.

A tarefa três é um problema que envolve a utilização de diferentes conceitos matemáticos. Houve três alunos que não realizaram a tarefa, apesar de ir frequentemente junto deles, tentando encorajá-los para a resolução do problema, analisando com eles os dados do mesmo. A aluna MF referiu que este problema era um desafio, porque tinham que descobrir diferentes medidas até chegar à medida do lado do triângulo. Pedi a um aluno para apresentar a sua estratégia no quadro e analisei com os alunos, passo a passo, a resolução do problema, bem como que conceitos é que eram importantes para a resolução do mesmo. Observando as resoluções que os alunos colocaram nas suas fichas, verifiquei que alguns alunos apenas calculavam o perímetro do hexágono. Este facto pode indicar que apesar de terem percebido que deveriam necessitar de calcular o perímetro do hexágono regular, depreendendo que os lados eram todos iguais, não foram capazes de perceber o que a indicação de que o triângulo é isósceles os ajudava. Assim, esses alunos realizavam a mesma estratégia para o triângulo, isto é, consideravam que os lados do triângulo eram todos iguais, calculando o seu perímetro. Deixaram o problema assim, não demonstrando tê-lo compreendido.

Antes da aula terminar, entreguei aos alunos um desafio que deveriam realizar em casa para a próxima aula (anexo 7).

Segunda sessão de intervenção

A segunda sessão de intervenção teve como principal objetivo realizar a revisão da área de polígonos, abordando a sua definição e unidades de medida, tal como na sessão anterior, através do recurso a uma apresentação em *PowerPoint* e do *Tangram* (anexo 8) para colmatar a noção de figuras equivalentes.

A primeira fase da aula teve por base uma discussão em que ia questionando os alunos sobre conceitos relacionados com a área de figuras, sendo que surgiu a ideia de que apenas polígonos é que possuem área e perímetro. Neste momento, apesar de não estar planificado, apresentei alguns exemplos de figuras aos alunos (não polígonos), procurando explorar os diferentes conceitos.

A aula prosseguiu com alguns exercícios relacionados com diferentes unidades de medida e com a conversão de medidas de área, sendo que os alunos não mostravam possuir qualquer tipo de conhecimento sobre este conteúdo. Depois de alguns exercícios, seguiu-se a correção do desafio que os alunos tinham levado para casa de forma a introduzir o conceito de figuras equivalentes.

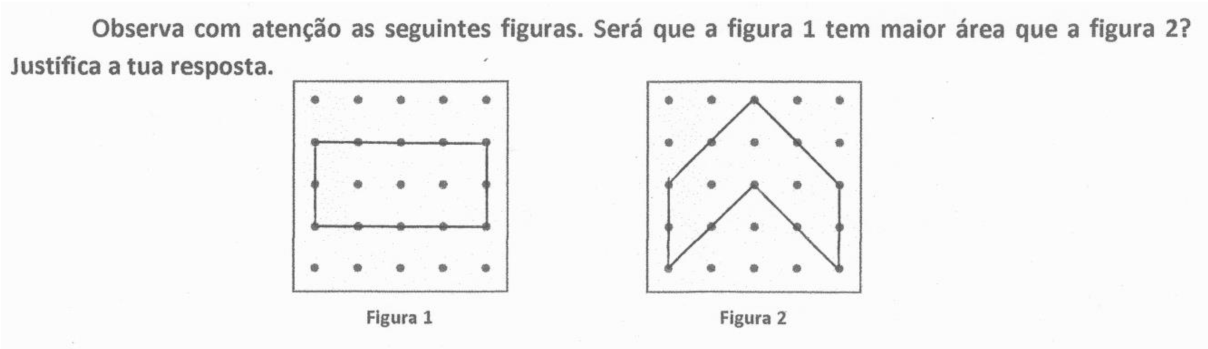


Figura 26: Desafio sobre figuras equivalentes

Os alunos apresentaram diferentes respostas ao desafio, proporcionando-se, assim, uma breve discussão sobre as respostas e justificações apresentadas pelos alunos. Apenas três alunos afirmavam que a figura 1 possuía maior área que a 2 (ver transcrição 4 e 5).

IM
É a figura 1 porque a figura 2 só tem 2 quadrados e o resto é metade de quadrados.

Transcrição 4: Desafio figuras equivalentes – aluno IM

AB
É a figura 1 porque tem mais quadrados.

Transcrição 5: Desafio figuras equivalentes – aluna AB

Os restantes alunos que afirmavam que as figuras possuíam a mesma área, justificavam-se referindo que possuíam o mesmo número de quadrados. Introduzi o conceito de figuras equivalentes como figuras que possuem a mesma área. Seguidamente, questionei-os se conheciam o material *Tangram*, distribuindo, por grupos de pares, as respetivas peças. Pedi para que cada grupo construísse uma figura em que utilizassem todas as peças do *Tangram*. Depois, pedi para que um elemento de cada grupo viesse desenhá-la no quadro e perguntei-lhes o que todas aquelas figuras tinham em comum. O aluno MM respondeu rapidamente que se tratavam todas de figuras equivalentes.

Este tipo de tarefa permitiu que os alunos observassem, através do recurso a um material manipulável, a conceção de figuras equivalentes, verificando que se tratava de figuras constituídas com as mesmas peças, logo, possuíam a mesma área.

Terceira sessão de intervenção

A terceira sessão de intervenção tinha como objetivo realizar a revisão de polígonos, mais precisamente, de quadriláteros e, posteriormente, a revisão das fórmulas da área do quadrado e do retângulo, utilizando números fracionários. Deste modo, a aula iniciou com uma revisão geral sobre polígonos e a sua classificação através de uma apresentação em *PowerPoint* e prosseguiu-se uma atividade em pares de classificação de quadriláteros.

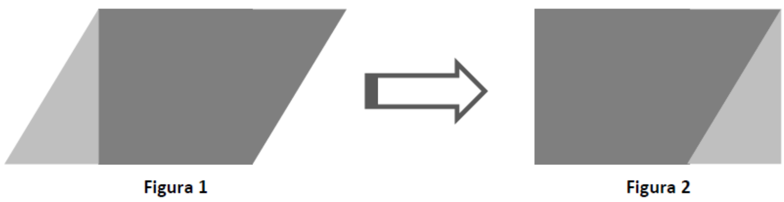
Na primeira parte da aula foram realizadas oralmente algumas questões relacionadas com classificação de polígonos, nomeadamente, que critérios são mais usuais utilizar na classificação de figuras. Posteriormente, entreguei aos alunos um conjunto de seis quadriláteros e uma folha por cada grupo de pares. Apresentei a tarefa, dizendo aos alunos para tentarem encontram semelhanças e diferenças entre o conjunto de quadriláteros que possuíam e fossem apontando na folha que lhes tinha entregue. Alguns alunos possuíram algumas dificuldades em iniciar esta atividade e, como tal, optei por promover uma pequena discussão de forma a que os alunos pensassem num critério que permitia criar grupos entre os quadriláteros. O facto de esta tarefa implicar que os alunos observem atentamente os quadriláteros e conseguiam agrupá-los segundo determinados critérios é muito difícil para os alunos sendo que não é algo a que estão acostumados a fazer e envolve modificações no seu conhecimento acerca destas figuras, mais precisamente, que alguns quadriláteros possam possuir as mesmas caraterísticas que outros que visualmente são diferentes. A aluna AO referiu a presença de lados paralelos e procedeu-se à divisão dos polígonos em dois grupos. Posto isto, a maioria dos alunos demonstrou mais interesse em continuar a tarefa. Enquanto circulava pelos alunos consegui perceber que alguns alunos não demonstraram qualquer dificuldade em apresentar diferentes critérios e dividir os quadriláteros, enquanto outros tiveram mais dificuldades, focando-se no critério apresentado em grande grupo, analisando apenas o número de lados paralelos. Apenas mais quatro grupos conseguiram apresentar outros critérios como a existência de lados iguais e de diferentes tipos de ângulos. Nenhum grupo conseguiu construir um esquema contínuo, partindo sempre do conjunto das sete figuras e dividindo-as segundo um determinado critério. Seguidamente, referi aos alunos que, em conjunto, íamos tentar agrupar os diferentes quadriláteros que possuíam, mas de forma contínuo, construindo, assim, um esquema. Como tal, promovi uma discussão entre as caraterísticas comuns entre cada grupo de quadriláteros que se ia obtendo, procurando que os alunos refletissem sobre os mesmos e indicassem um outro critério. Os alunos mostravam-se motivados e interessados, sendo que uma aluna referiu que esta tarefa era muito interessante, porque estavam a descobrir semelhanças entre os quadriláteros e, ao mesmo tempo, a divertirem-se com os colegas. O esquema final encontra-se presente na apresentação em *PowerPoint* e, no final da aula, entreguei uma cópia aos alunos (anexo 9).

Quarta sessão de intervenção

A sessão de intervenção seguinte foi realizada para consolidar a fórmula e noção de área de um paralelogramo envolvendo a resolução de uma ficha de trabalho, focando-se na determinação da altura de um paralelogramo, dificuldade apresentada pela maioria dos alunos. Desta forma, a aula iniciou com a revisão oral de como se calcula a área da um paralelogramo e, consequentemente, sobre como se determina a sua altura. A maioria dos alunos consegui apresentar corretamente as ideias relativamente aos temas abordados. Procedi à entrega da ficha de trabalho n.º 2 (anexo 10) e à leitura da primeira tarefa.

A primeira tarefa tem como objetivo relembrar a estratégia utilizada pela professora cooperante para a introdução da área do paralelogramo e, assim, permitir uma melhor compreensão do processo apresentado como estratégia para a determinação da área do paralelogramo.

1. Observa o processo de transformação da figura 1 na figura 2.

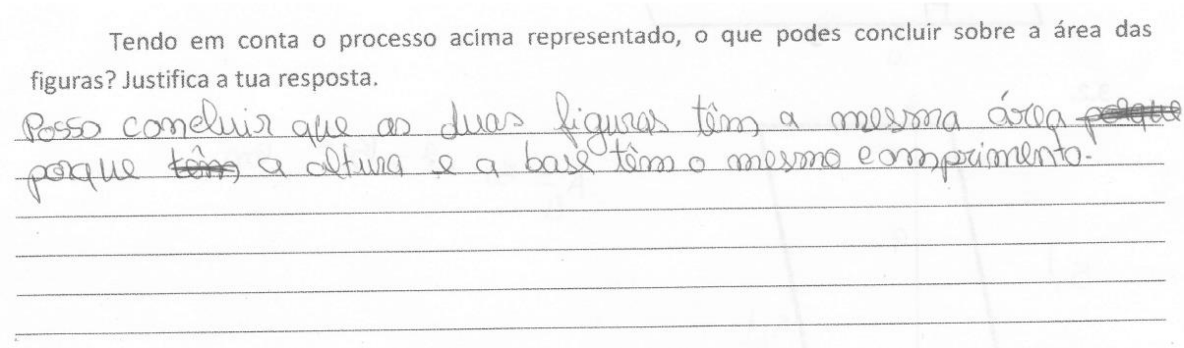


Tendo em conta o processo acima representado, o que podes concluir sobre a área das figuras? Justifica a tua resposta.

Tarefa 1 – 2.ª ficha de trabalho

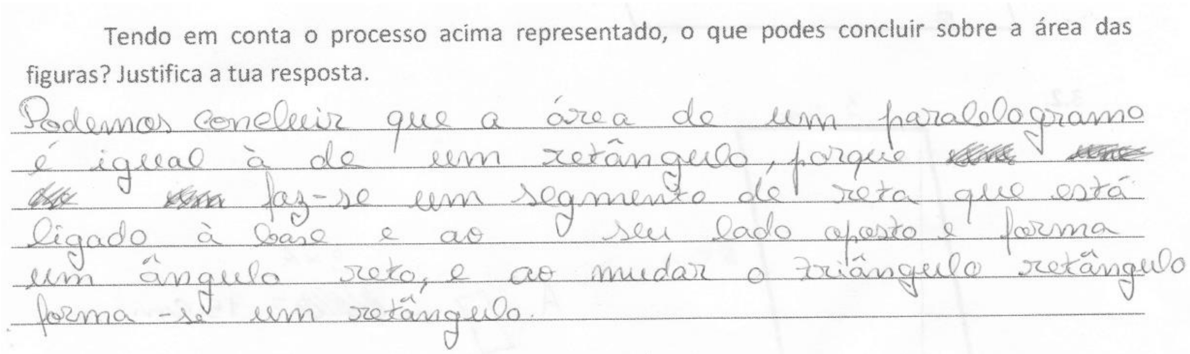
Inicialmente, os alunos apresentaram algumas dificuldades, referindo que não conseguiam explicar por palavras o processo. Ao longo da correção, salientou-se a importância de referir que as duas figuras apresentam a mesma base e a mesma altura e que a deslocação da parte azul mais clara permite observar que a área da figura se mantém igual.

Atentando nas fichas dos alunos, verifiquei que alguns alunos apenas referiam que a área das duas figuras é igual, mas não conseguiram justificar. Dos alunos que explicaram, a sua maioria optou por apresentar a deslocação da parte sombreada a azul claro como forma de justificar que a área permanece igual (figura 27). Apenas quatro alunos referiram que as figuras possuem a mesma base e a mesma altura e, por isso, a área é igual (figura 28).


Tendo em conta o processo acima representado, o que podes concluir sobre a área das figuras? Justifica a tua resposta.

Posso concluir que as duas figuras têm a mesma área ~~porque~~ porque ~~têm~~ a altura e a base têm o mesmo comprimento.

Figura 27: Justificação apresentada pela aluna MF na tarefa 1.


Tendo em conta o processo acima representado, o que podes concluir sobre a área das figuras? Justifica a tua resposta.

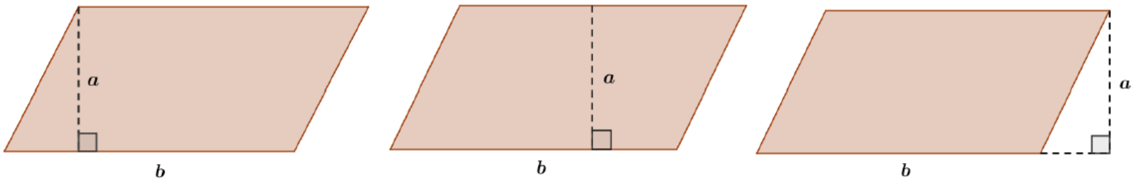
Podemos concluir que a área de um paralelogramo é igual à de um retângulo, porque faz-se um segmento de reta que está ligado à base e ao seu lado oposto e forma um ângulo reto, e ao mudar o triângulo retângulo forma-se um retângulo.

Figura 28: Justificação apresentada pela aluna MA na tarefa 1.

Esta tarefa permite verificar a capacidade de os alunos exprimirem por palavras um processo que conhecem e compreendem. Porém, não se encontram familiarizados com este tipo de tarefa que envolve a reflexão sobre determinado conteúdo matemático e a sua explicação.

Na segunda tarefa surgem três figuras que apresentam três formas distintas de assinalar as alturas em paralelogramos e promove a reflexão sobre o conceito de altura que os alunos conhecem e a decisão de quais das hipóteses apresentadas estão corretas.

2. Observa as seguintes figuras.



Altura desenhada pela Joana | Altura desenhada pelo Tiago | Altura desenhada pela Maria

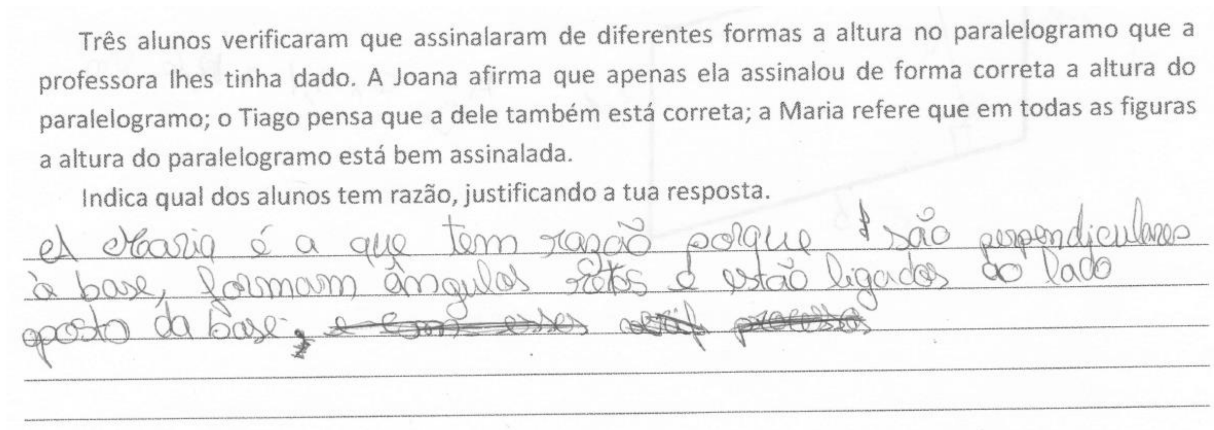
Três alunos verificaram que assinalaram de diferentes formas a altura no paralelogramo que a professora lhes tinha dado. A Joana afirma que apenas ela assinalou de forma correta a altura do paralelogramo; o Tiago pensa que a dele também está correta; a Maria refere que em todas as figuras a altura do paralelogramo está bem assinalada.

Indica qual dos alunos tem razão, justificando a tua resposta.

Tarefa 2 – 2.ª Ficha de trabalho

O facto de apresentar diferentes posições da altura no paralelogramo, posições que os alunos não estão familiarizados em visualizá-las, permite confrontar os alunos com algo que lhes parece errado, explorando e modificando as conceções erradas que os alunos possam ter.

Como era de esperar, observou-se respostas diversas. A maioria dos alunos escolheu a segunda opção, a opção do Tiago que defendia que só nas duas primeiras figuras é que a altura estava traçada corretamente. Um aluno referiu que não concordava com nenhuma das hipóteses uma vez que pensava que apenas a altura traçada pelo Tiago é que estava correta. Perante esta diversidade de ideias e de justificações dadas pelos alunos, recordou-se o conceito de altura do paralelogramo, sendo que grande parte dos apresentava conhecer esta definição, e perante esta explicação, um dos alunos salientou que na última figura a altura não está correta uma vez que não está na base. Uma das alunas referiu que apesar de não estar na base, está num prolongamento da base e que a medida é exatamente a mesma (figura 29). Posto isto, os alunos compreenderam o que a colega tinha referido, ao que eu acrescentei para que testassem se realmente era verdade.



Três alunos verificaram que assinalaram de diferentes formas a altura no paralelogramo que a professora lhes tinha dado. A Joana afirma que apenas ela assinalou de forma correta a altura do paralelogramo; o Tiago pensa que a dele também está correta; a Maria refere que em todas as figuras a altura do paralelogramo está bem assinalada.

Indica qual dos alunos tem razão, justificando a tua resposta.

A Maria é a que tem razão porque são perpendiculares à base, formam ângulos retos e estão ligados ao lado oposto da base,

Figura 29: Resposta da aluna MF à tarefa 2.

A terceira tarefa é idêntica a algumas que surgem nos manuais escolares, contudo, as que consegui encontrar remetiam apenas para o cálculo da área do paralelogramo, apresentando as medidas da base e da altura. Neste caso, o meu objetivo é, além de verificar se os alunos sabem aplicar a fórmula da área do paralelogramo, se sabem identificar uma base e traçar uma altura perpendicular à base escolhida. Todos os alunos se mostraram entusiasmados em realizar a tarefa, terminando-a rapidamente. No momento da correção, alguns dos alunos que foram ao quadro, assinalaram como altura do paralelogramo um dos seus lados. De imediato alguns dos alunos pediram autorização para intervir, referindo que não estava correto, porque a altura tinha que ser perpendicular à base. Voltou-se a relembrar o conceito de altura, analisando alguns dos exemplos presentes na tarefa anterior. Aquando a correção da segunda alínea, verifica-se o mesmo erro. O procedimento voltou-se a repetir, voltando a recordar e a desenhar, passo a passo, a altura de um paralelogramo, tentando esclarecer as dúvidas que ainda podiam existir. No caso da última alínea, visto que a figura não possuía nenhum lado horizontal, os alunos afirmaram ter mais dificuldades, sendo que o aluno que se encontrava no quadro explicou o seu raciocínio de modo a que os colegas pudessem acompanhar. Observando as resoluções de todos os alunos foi possível verificar que metade dos alunos tinha assinalado como altura do paralelogramo um dos seus lados (figuras 30 e 31).

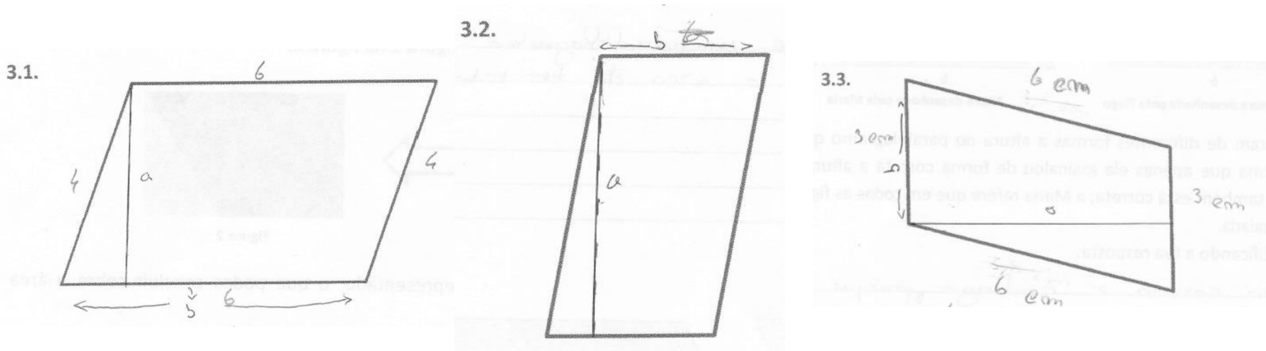


Figura 30: Alturas traçadas pelo aluno PD na tarefa 3.

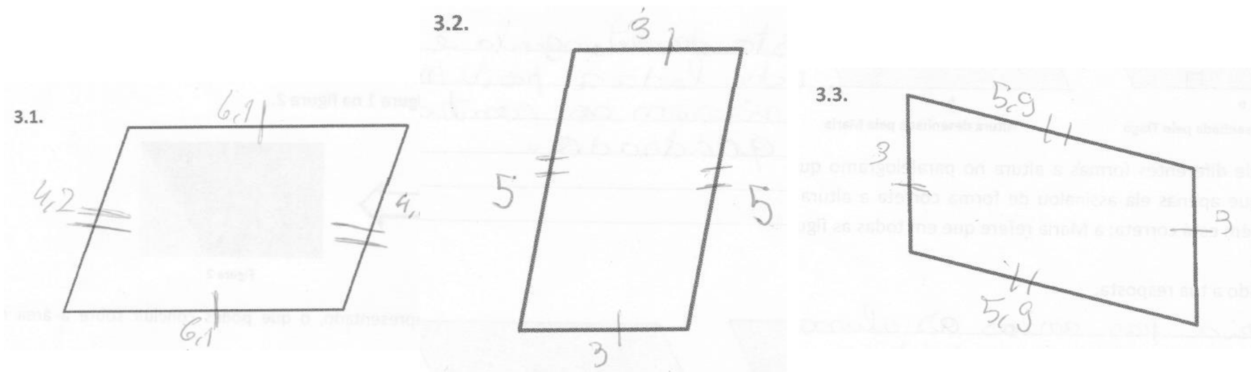


Figura 31: Alturas identificadas pela aluna AL na tarefa 3.

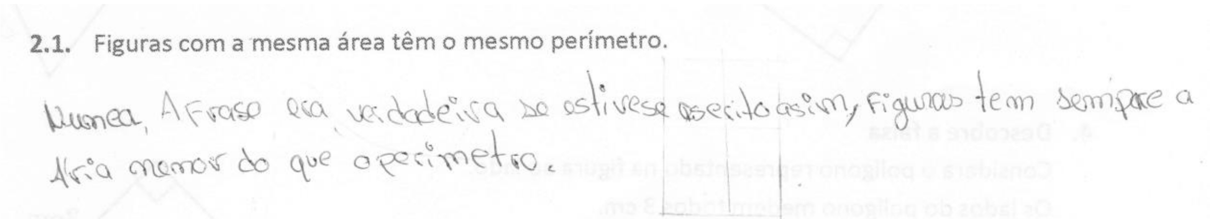
No final da aula, alguns alunos referiram que esta ficha de trabalho tinha sido a mais difícil que tinham realizado até ao momento, porque não eram tarefas que estavam habituados a resolver e que exigia que dominassem muito bem os conceitos matemáticos relacionados com a altura e a área do paralelogramo. Porém, uma das alunas acrescentou que só assim é que conseguiu tirar as dúvidas que tinha sobre a altura do paralelogramo.

Quinta sessão de intervenção

Na quinta sessão de intervenção apresentei aos alunos uma ficha de trabalho que envolvia um conjunto de diferentes tipos de tarefas que permitiam fazer a revisão dos conceitos abordados anteriormente (anexo 11).

Sendo que a primeira tarefa é do tipo "Condições Adicionais", depois da leitura do enunciado, evidenciei que para que resultasse tudo bem, teriam que estar atentos e concentrados para conseguirem realizar tudo o que lhe era pedido. Iniciei a projeção da apresentação em *PowerPoint* (anexo 12), referindo que a alínea a) ia ser realizada com mais calma, para que todos conseguissem seguir todas condições. Os alunos demonstraram ter algumas dificuldades para desenhar as figuras que lhes eram pedidas, no entanto, não desistiam e tentavam sempre terminar a alínea. Nenhum aluno deixou alíneas por fazer. Ao longo da correção em sala de aula, os alunos estiveram participativos e referindo o que deviam ter em atenção em determinada alínea para que não se enganassem. Atentando nas fichas dos alunos foi possível verificar, tal como no 1.º Ciclo do Ensino Básico, que os erros dos alunos foram essencialmente nas alíneas mais condicionadas, mais especificamente, na alínea "a_3) Um polígono com dois lados paralelos, que tenha pelo menos um ângulo reto e cujo perímetro seja 12 unidades de comprimento" e "d_3) Um triângulo com 2 unidades de comprimento de base, que não tenha nenhum ângulo reto e que a sua área seja 2 unidades de área". Em relação à primeira alínea mencionada, os alunos não conseguiram construir uma figura com a medida de perímetro estipulada, sendo que na sua maioria, desenharam um retângulo com 10 unidades de medida de perímetro. No caso da alínea d_3), alguns alunos esqueciam-se da condição anterior, "d_2) Um triângulo com 2 unidades de comprimento de base e que não tenha nenhum ângulo reto", e desenhavam um triângulo retângulo com 2 unidades de medida de área. Alguns alunos erraram todas as alíneas relacionadas com a alínea c), apresentando dificuldades a desenhar um paralelogramo de acordo com as indicações dadas. Posto isto, verifica-se que as dificuldades dos alunos são diferentes na medida em que uns alunos demonstram dificuldades em relacionar os conceitos matemáticos sobre quadriláteros, enquanto outros, apresentam dificuldades em conciliar as restrições apresentadas, mas demonstram compreender e dominar os conceitos matemáticos abordados.

A segunda tarefa intitula-se por "Sempre, às vezes nunca", podendo ser do tipo "Always, Sometimes, Never True", segundo Bills et al. (2004) ou "Evaluating mathematical statements", segundo Swan (2005). Porém, o objetivo desta tarefa é que os alunos sejam capazes de desenvolver argumentos e justificações matemáticas, explorando diferentes exemplos que permitam suportar ou refutar os enunciados apresentados. Em sala de aula, depois da leitura do enunciado, alguns alunos apresentaram dificuldades sobre o que tinham de fazer, sendo que realizou-se uma explicação mais detalhada sobre a tarefa. Alguns alunos referiam que, principalmente, na primeira afirmação, sabiam que nem sempre era assim, no entanto, que não conseguiam encontrar exemplos para explicar. Em nenhuma das afirmações se verificou que todos os alunos chegaram à mesma resposta, o que permitiu algumas discussões sobre as afirmações apresentadas. No caso da primeira alínea, as justificações dos alunos eram essencialmente exemplos (desenhos) de figuras que possuíssem a mesma área e o mesmo perímetro e de figuras que possuíssem a mesma área e perímetro diferentes. Uma das alunas que assinalou esta afirmação como "nunca" apresentou que a frase deveria estar escrita de forma contrária (figura 32), afirmando que as figuras têm sempre área menor que o perímetro. Esta afirmação não se encontra ligada diretamente com o enunciado presente na ficha, demonstrando que a aluna não conseguiu realizar nenhuma inferência tendo em consideração a relação entre os conceitos apresentados.


2.1. Figuras com a mesma área têm o mesmo perímetro.

Nunca, A frase era verdadeira se estivese escrito assim, Figuras tem sempre a Aria menor do que o perimetro.

Figura 32: Justificação apresentada pela aluna CB na alínea 2.1. da tarefa 2.

Uma das alíneas que levantou mais discussão foi a segunda, sendo necessário recorrer ao esquema que os alunos colaram no caderno em aulas anteriores de modo a clarificar as dúvidas apresentadas pelos alunos.

2.2. Um quadrilátero com quatro lados iguais é um losango.

Tarefa 2.2. – 3.ª Ficha de trabalho

Na terceira afirmação, apesar de existir diferenças nas classificações dos alunos, tendo em conta as justificações apresentadas pelos alunos, todos demonstraram saber que a área do paralelogramo é o dobro da área de um triângulo com a mesma base e a mesma altura. No entanto, verificou-se dificuldades ao nível da interpretação da afirmação, o que levou à diferença de classificação. Em relação às justificações, variaram entre desenhos/esquemas e recurso à fórmula da área das duas figuras mencionadas.

2.3. Se um triângulo e um paralelogramo têm a mesma base e a mesma altura, então, a área do paralelogramo é metade da área do triângulo.

Tarefa 2.3. – 3.ª Ficha de trabalho

Outra das alíneas que mais levantou dúvidas foi a quarta alínea. Um dos alunos que afirmou que o enunciado era falso, justificando-o dizendo o contrário, isto é, quanto maior for a altura de um triângulo, menor é a sua área. Esta ideia pode ter surgido por ter imaginado um triângulo no qual se aumentava apenas a altura e se mantivesse a base, não refletindo que é possível modificar as duas variantes. Em relação aos alunos que classificaram como sempre verdadeira, justificaram as suas ideias apresentando exemplos, nos quais aumentavam proporcionalmente as duas variáveis. Uma das alunas ainda recorreu à fórmula da área do triângulo para justificar a sua escolha, referindo que ao existir uma multiplicação na fórmula, quanto maior for uma das variáveis, maior será o seu produto. Nesta justificação é possível verificar que não considerou a alteração da medida da base na fórmula nem o facto de existir, também, uma divisão.

2.4. Quanto maior for a altura de um triângulo, maior é a sua área.

Tarefa 2.4. – 3.ª Ficha de trabalho

Na última alínea, apesar de também existirem diferentes classificações, aquando a correção, todos os alunos concordaram que para que o enunciado fosse verdade, o triângulo teria que ser um triângulo retângulo.

2.5. Num triângulo obtusângulo, uma das alturas coincide com um dos lados do triângulo.

Tarefa 2.5. – 3.ª Ficha de trabalho

A terceira tarefa pretendia rever como se traça a altura de polígonos. No caso do retângulo, alguns alunos apresentaram dificuldades em compreender o porquê de um dos lados poder ser considerado uma possível altura do polígono, defendendo que deveria ser no interior da figura. Gerou-se uma pequena discussão de ideias entre os alunos, recordando a noção de altura de uma figura. Em relação às duas figuras seguintes, ainda existiram alunos a considerar a altura das figuras um dos seus lados.

A tarefa quatro surgiu de uma adaptação de uma tarefa presente no manual escolar, sendo que as hipóteses colocadas promoviam a discussão de alguns conceitos. Alguns alunos referiram que era uma tarefa que implicava muita atenção nos pormenores, sendo que a alínea que causou mais discussão foi a alínea c) uma vez que alguns alunos referiam que a afirmação é falsa uma vez que não coincide apenas com uma das alturas do polígono. A alínea d) já não suscitou tantas dúvidas uma vez que já se tinham discutido e explorado os conceitos presentes previamente. No cálculo da área do polígono, os alunos demonstraram dificuldades relativamente às conversões das unidades de medida. A maioria dos alunos assinalou como falsa a alínea c).

Por fim, realizou-se a leitura da tarefa cinco sendo que alguns alunos apresentaram dúvidas relativamente a como seria possível calcular a área das figuras de diferentes formas. Esta tarefa serviu como introdução ao conteúdo que foi lecionado pela docente cooperante nas aulas seguintes: área por composição, decomposição e enquadramento. No momento da correção, a maioria dos alunos apenas apresentou uma estratégia de cálculo que foi a contagem das quadrículas das figuras. Contudo, seis alunos realizaram a decomposição da figura em polígonos que conheciam, calculando a sua área ou através da contagem das quadrículas, ou recorrendo à fórmula da área (figura 33). Ainda três alunos apresentaram como estratégia a alteração da unidade de medida da área, calculando primeiramente utilizando uma quadrícula como unidade e, seguidamente, utilizando um triângulo como unidade de área. Contudo, todos os alunos realizaram corretamente o cálculo da área das duas figuras.

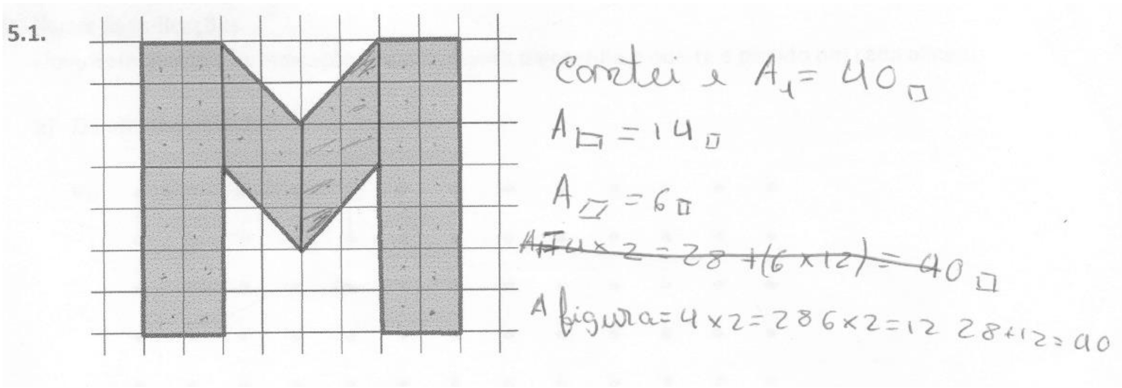


Figura 33: Estratégia apresentada pelo aluno MM na alínea 5.1. da tarefa 5.

Com este tipo de tarefa, os alunos tiveram que olhar para a figura de diferentes formas, refletindo sobre diferentes estratégias de cálculo da sua área.

Sexta sessão de intervenção

Na última sessão de intervenção, e de modo a propor uma tarefa que envolvesse um grau de envolvimento e desafio elevado e que proporcionasse uma revisão de todos os conceitos relacionados com o perímetro e área de polígonos, bem como a classificação de figuras, construí uma adaptação ao jogo "Geomutante[1]". O jogo modificado é constituído por 40 cartas, divididas por três níveis de dificuldade (Nível 1, Nível 2 e SuperCartas) e cada carta possui uma instrução para a construção de uma figura no geoplano com determinadas condições. Em cada nível existe uma carta que não possui resolução, denominando-se por cartas fantasma. As instruções presentes em cada carta foram construídas de forma a ser possível realizar a revisão de diferentes conceitos abordados em aulas anteriores (ver anexos 13 e 14).

Iniciei a aula por apresentar o jogo modificado "Geomutante", recorrendo a uma apresentação em *PowerPoint* (anexo 15) onde estavam descritas as regras do jogo. Realizou-se uma leitura gradual, em que ia explicando cada regra e questionando os alunos sobre possíveis dúvidas. Apresentei um exemplo de uma carta, referindo que cada carta possuía uma indicação diferente e que o objetivo era desenhar a figura correspondente no geoplano. Caso os colegas de grupo não concordassem, deveriam apresentar os seus argumentos de forma a chegar a um consenso. Caso não conseguissem, podiam chamar-me para retirar algumas dúvidas. Seguidamente, distribuí pelos alunos uma folha de registo onde

[1] Geomutante é da autoria de: Berta Alves, Cláudio Cadeia, Dores Ferreira, Ema Mamede, Fátima Araújo, Filipe Sousa, Leonel Vieira, Madalena Monteiro, Manuela Oliveira, Paulo Carvalho e Valter Cebolo (2008).

deveriam colocar a carta que lhes tinha saído, a figura que desenharam e a pontuação que obtiveram. O diapositivo com as pontuações manteve-se projetado ao longo de todo o jogo. Dei início ao jogo, sendo que fui circulando entre os grupos de forma a poder levantar algumas questões que pudessem ser discutidas entre os alunos. Verificou-se, inicialmente, que os alunos não tinham compreendido como deviam preencher a ficha de registos, sendo que depois de uma breve intervenção, continuou o jogo sem qualquer problema.

Ao longo do jogo foi-me possível observar que os alunos encontravam-se empenhados e motivados em conseguir realizar o número máximo de figuras de forma a obter mais pontuação. Em alguns grupos, o espírito competitivo foi notório uma vez que estavam constantemente a pressionar o aluno que estava a jogar, para que fosse mais rápido. Por outro lado, noutros grupos, os alunos colocaram de parte a competição, ajudando-se mutuamente, com o objetivo de descobrir qual era a figura correspondente a determinada carta (figura 34). Penso que em ambos os casos, as atitudes dos alunos revelaram o entusiasmo que possuíam em jogar, debatendo qualquer dúvida que surgisse perante uma carta.

Figura 34: Alunos a ajudarem-se mutuamente ao longo do jogo.

Relativamente a estratégias de jogo, excetuando um aluno, os restantes optaram por iniciar o jogo retirando do baralho uma carta de nível 1 e, na sua maioria, iam aumentando o nível de acordo com as jogadas que realizavam corretamente. A exceção foi de um aluno que decidiu começar por retirar uma carta do nível mais elevado, uma “Supercarta”, contudo, não foi capaz de construir a figura correspondente, sendo que na jogada seguinte, optou por uma carta de nível 1. A maioria dos alunos conseguiu realizar três jogadas cada elemento do grupo, contudo, alguns alunos demonstraram frustração por não terem conseguido jogar mais vezes justificando esse facto com o tempo que alguns alunos demoravam a terminar a sua jogada.

No que concerne às cartas de suscitaram mais dúvidas, as cartas fantasmas foram as causadoras de mais discussão, não devido a conceitos que lá estavam explícitos, mas pelas dificuldades em desenhar uma figura que cumprisse as indicações dadas. Outra carta que promoveu a discussão por alguns alunos remetia para a construção de um losango com determinada medida de área, sendo dada a unidade de medida, e a construção por um aluno de um quadrado. Foi necessária a minha intervenção, promovendo uma breve discussão onde houvesse a revisão da classificação de quadriláteros para que alguns dos colegas de grupo conseguissem compreender a resposta que o aluno tinha apresentado.

Na sala de aula existia um ruído entre os alunos, porém, notava-se que esse barulho se devia às discussões que surgiam em determinadas cartas, e não a momentos de distração dos alunos. O jogo terminou quando faltavam aproximadamente dez minutos para o final da aula, realizando-se uma síntese oralmente de modo a que os alunos pudessem transmitir a sua opinião sobre o jogo. Alguns alunos referiram que se tratava de um jogo interessante e desafiador, que permitia fazer a revisão dos conteúdos abordados ao longo das aulas, salientando a importância de terem que dominar bem esses conteúdos para que assim conseguissem jogar e obter pontos. A presença de diferentes níveis de dificuldade foi um ponto apresentado por alguns alunos, porque permitia a que cada aluno fosse capaz de escolher o nível de dificuldade pretendido. No final, realizou-se um levantamento das pontuações maiores de cada grupo, sendo que o vencedor recebeu um pequeno crachá de recordação. Neste momento, houve reações de surpresa por parte de alguns alunos uma vez que não foram os alunos que por norma conseguem melhores resultados académicos e vencer o jogo.

No final das intervenções, os alunos escreveram um pequeno comentário sobre as tarefas que desenvolveram ao longo das sessões de intervenção, sendo que a maioria dos alunos referiu que as tarefas eram mais complexas do que aquilo a que estavam familiarizados, sendo que as questões eram apresentadas de outra forma e que implicavam um maior conhecimento dos conteúdos matemáticos. Todavia, concluíram que apesar de serem difíceis, que gostaram da maioria das tarefas propostas, com enfase no jogo modificado “Geomutante”, porque conseguiram aprender melhor e conseguiam fazer constantemente revisões da matéria em estudo. Este jogo foi uma das tarefas com maior impacto no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos na medida em que proporcionou momentos de confronto de ideias, nas quais os alunos tiveram que argumentar, com recurso a conceitos matemáticos, de forma a que a sua ideia fosse validada pelos colegas. Desta forma, conseguiram aplicar os conteúdos aprendidos em aula anteriores em diferentes situações, desenvolvendo a sua capacidade de comunicação e argumentação matemática, bem como desenvolveram-se capacidades ao nível da interação social na medida em que todos os alunos participavam nas discussões e na tomada de decisões no seu grupo de trabalho.

As tarefas que os alunos referiram como mais difíceis ou que não gostaram foram relacionadas com a área do paralelogramo. Relembro que as tarefas presentes na ficha de trabalho n.º 2 (anexo 10) foram construídas de forma a abordar-se os erros típicos dos alunos, facto que os alunos não estão habituados uma vez que o erro ainda é visto como algo que deve ser evitado. Contudo, como defende Swan (2005), através dos erros o professor é capaz de ver as dificuldades dos alunos, promovendo discussões sobre as mesmas de forma a alterar possíveis conceções erradas que os alunos possuam.

Tal como no 1.º ciclo, a estratégia utilizada ao longo das aulas para a realização e correção das tarefas foi a leitura do enunciado por um aluno, algum tempo para que os alunos realizassem a tarefa, individualmente ou em pares, e a correção da mesma no quadro. Ao longo das sessões de implementação verifiquei que esta estratégia possui vantagens e desvantagens, contudo, optei por adotá-la nos dois contextos educativos uma vez que para mim era muito importante que todas as tarefas fossem corrigidas em sala de aula de modo a proporcionar momentos de discussão das resoluções apresentadas pelos alunos. Esta estratégia necessita de mais tempo despendido em sala de aula do que se apresentasse a resolução no final da aula ou apenas entregando posteriormente aos alunos as fichas corrigidas. Porém, penso que com esta estratégia há um maior envolvimento dos alunos ao longo da correção, mostrando-se participativos e interessados na resolução das tarefas, proporcionando momentos de confronto entre ideias que se optasse por outra estratégia, provavelmente, não aconteciam.

Neste contexto educativo verificou-se, de uma forma ainda mais acentuada de que no 1.º ciclo, a diferença de ritmos de trabalho dos alunos uma vez que existia um grupo de alunos que mostravam claramente um desinteresse pela matemática, desistindo perante o primeiro obstáculo que surgisse. Manter estes alunos motivados na resolução das tarefas foi complexo, no entanto, foi notória o envolvimento dos mesmos ao longo das intervenções realizadas, sendo que no final já se mostravam mais interessados e participativos nas tarefas apresentadas.

Em relação à semelhança de tarefas apresentadas em ambos os ciclos apenas existe a tarefa "Additional conditions", segundo a tipologia de Bills et al.. No caso do 1.º ciclo, a tarefa teve por base a decomposição da centena de milhar, enquanto no 2.º ciclo, foram abordados temas relacionados com o perímetro, área e classificação de figuras. Porém, as conclusões retiradas são similares uma vez que as dificuldades dos alunos surgiram nas alíneas que possuíam mais condições, sendo que envolvia uma maior capacidade de concentração e de domínio dos conteúdos matemáticos.

Por fim, os diferentes tipos de tarefas apresentados em ambos os ciclos permitiram confrontar os alunos com um nível de desafio superior ao que estavam habituados e, apesar de algumas das dificuldades apresentadas e da desmotivação de alguns alunos, eles foram capazes de realizar todas as tarefas propostas, modificando, em alguns casos, a ideia de que a matemática é um conjunto de processos rotineiros.

Capítulo V – Conclusões

Neste capítulo pretendo apresentar as conclusões que retirei das intervenções pedagógicas realizadas em ambos os contextos educativos, tendo por base a literatura apresentada e dar resposta aos objetivos do projeto. Além disso, refiro algumas alterações e recomendações didáticas que surgiram após uma reflexão crítica sobre as tarefas apresentadas.

Um dos objetivos de investigação do projeto apresentado remetia para a capacidade de articular diferentes tipos de tarefas matemáticas com o currículo. Desta forma, em todas as sessões de intervenção pedagógica tive por base os objetivos presentes no programa e nas planificações fornecidas pelas professoras cooperantes, bem como as atividades que eram propostas nos manuais escolares. Assim, tentei modificar algumas das tarefas presentes nos manuais, através de supressão de alguns elementos que considerei que tornavam a tarefa excessivamente objetiva, sem grau de desafio para os alunos. Como é possível observar, na segunda tarefa da primeira ficha de trabalho implementada no 1.º Ciclo do Ensino Básico, o facto de apenas ter retirado a operação que os alunos deveriam realizar em cada quadro, transformou-a numa tarefa mais desafiante, apesar de não se enquadrar completamente em nenhuma das tipologias apresentadas pelos autores, e menos rotineira para os alunos. Inicialmente, os alunos apresentaram algumas dificuldades, mais precisamente, no quadro correspondente à adição, devido ao facto de ser diferente, de não ser imediata a operação a realizar. No 2.º ciclo, este facto também foi observado na tarefa número dois, da primeira ficha de trabalho, em que se alterou a finalidade da tarefa, pedindo aos alunos para descobrir a medida de um dos lados, indicando o perímetro da figura. Para os alunos com mais dificuldades, esta tarefa tornou-se complexa, estando de certa forma automatizados a calcular o perímetro e visto que não era isso que era pedido, sentiram-se perante um obstáculo que não conseguiam ultrapassar. O papel do professor nestes casos é importante na medida em que deve incentivar os alunos a procurarem soluções, ajudá-los a recorrer a diferentes estratégias e conteúdos, mantendo-os empenhados nas tarefas propostas, sem que desistam perante as dificuldades.

No caso da tarefa “Additional Condition” de Bills et al., apesar de ser aplicada a temáticas diferentes, principalmente no 1.º Ciclo, demonstrou ser uma tarefa extremamente enriquecedora para os alunos na medida em que os obrigava a utilizar outras estratégias de cálculo, não tendo por base nenhum valor a completar, como surge frequentemente nos manuais escolares.

A tarefa “Always, Sometimes, Never true”, também segundo a tipologia de Bills et al., apresentada na última ficha de trabalho do 2.º ciclo, permitiu articular diferentes conteúdos matemáticos, que os alunos necessitavam de compreender muito bem para fossem capazes de classificar as afirmações apresentadas, procurando exemplos e contraexemplos, recorrendo a justificações matemáticas válidas. Desta forma, foi possível abordar casos particulares e explorar alguns dos erros mais comuns dos alunos. O autor M. Swan (2007) defende que as tarefas matemáticas mais desafiadoras permitem o conflito cognitivo que é gerado devido à necessidade de escolher e investigar exemplos, promovendo-se “the discussion of concepts, representations and misconceptions” (p. 219).

Posto isto, penso que é possível e enriquecedor a articulação de diferentes tipos de tarefas no ensino da matemática, sendo que cabe ao professor o conhecimento e a exploração de diferentes tipos de tarefas, interligando-os com os conteúdos que pretende abordar e os objetivos que pretende atingir. Não defendo que se deva colocar completamente de lado os manuais escolares, mas sim complementar o ensino com tarefas matemáticas distintas, enriquecedores e desafiadoras para os alunos, pois promovem aprendizagens mais significativas e funcionais.

Por outro lado, com esta investigação também pretendia perceber se o recurso a este tipo de tarefas matemáticas contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Em relação a este objetivo, não é possível apresentar uma resposta clara e objetiva, uma vez que não possuo dados concretos para justificar a minha opinião. Todavia, consegui aperceber-me de mudanças nos alunos ao longo das sessões de implementação, verificando que os alunos se empenharam na resolução das tarefas, procurando resolvê-las, apesar das suas dificuldades, devido ao facto de se sentirem motivados para tal, por serem tarefas que fugiam ao habitual. É importante salientar que o professor tem que estar bem preparado para a implementação deste tipo de tarefas uma vez que surgem frequentemente questões por parte dos alunos que não estávamos à espera, confusões e dificuldades que nos obrigam a usufruir dessas dificuldades e confusões e proporcionar momentos de discussão, em que os alunos se sintam à vontade de apresentar as suas dúvidas e torna-las em oportunidades ricas de aprendizagem. Em relação aos dados obtidos pelas fichas de trabalho dos alunos, quando apresentavam tarefas que envolviam a revisão de conteúdos já abordados, foi possível verificar que houve melhorias significativas na interpretação de alguns conceitos, com a exceção da altura do paralelogramo, no caso do 2.º ciclo, uma vez que ainda existiam alunos a errar na sua identificação. É importante referir que os alunos sabiam, ou pelo menos diziam, a definição de altura do polígono, contudo, quando se tratava de identifica-la num paralelogramo, as dificuldades surgiam, não sendo capazes de refletir sobre a definição que conheciam e aplica-la àquela situação. Posso depreender que os alunos apresentam dificuldades neste tipo de identificação, sendo necessário um trabalho mais focalizado por parte do professor, até porque no manual escolar não se apresentava nenhum exercício para que os alunos realizassem este tipo de raciocínio. Por outro lado, no momento de jogo no 2.º ciclo, foi possível observar que alguns alunos conseguiram aplicar os conhecimentos aprendidos ao longo das aulas anteriores e participar em discussões, utilizando argumentos válidos de forma a defender-se perante os colegas através do recurso a conceitos matemáticos, demonstrando realmente ter compreendido esses conteúdos.

Em último, com esta investigação pretendia identificar as dificuldades sentidas pelos alunos ao longo da resolução deste tipo de tarefas. Em ambos os contextos educativos, a reação natural dos alunos quando lhes apresentava as tarefas era de surpresa e interrogação. Posteriormente, no momento da sua resolução, existiram diferentes reações devido às diferentes atitudes que os alunos possuíam perante a matemática e ao seu ritmo de trabalho. Por um lado, alguns alunos, principalmente no 2.º ciclo, não apresentavam quaisquer dificuldades na resolução das tarefas. Por outro lado, alguns alunos sentiam dificuldades em superar as dúvidas que surgiam. Essas dificuldades, inicialmente, pareciam existir devido ao confronto com tipologias de tarefas com que não estavam familiarizados, o que poderia provocar uma determinada desconfiança se estavam a realizar da forma correta, contudo, quando lhes questionava sobre que as dúvidas que possuíam, verifiquei que o problema consistia no facto de os alunos não terem consolidado os conteúdos matemáticos de forma funcional, não conseguindo aplica-los em diferentes situações matemáticas.

Sabendo que uma tarefa matemática, por si só, não é rica, mas que o professor e o contexto em que é apresentada têm o papel fulcral para a aprendizagem dos alunos, as discussões que surgiram perante as dificuldades dos alunos permitiam que colaborassem e participassem favoravelmente para a construção do seu próprio conhecimento, mas também dos restantes alunos, uma vez que eram realizadas em grande grupo. Em diversos momentos, os alunos, nos momentos de correção das tarefas, demonstravam um interesse em participar e ajudar os colegas a perceber o que tinham feito mal, recorrendo a exemplos diferentes dos presentes nas tarefas. Assim sendo, penso que as principais dificuldades dos alunos perante este tipo de tarefas referem-se essencialmente ao conhecimento matemático que possuem, apresentando dificuldades ao nível da abstração e, em alguns casos, em manterem-se concentrados ao longo da resolução das tarefas.

No 1.º Ciclo, a turma na qual realizei a minha investigação apresentava mais dificuldades ao nível da concentração, o que influenciava negativamente os ritmos de trabalho dos alunos. Na turma do 5.º ano, a principal dificuldade que senti foi relativamente a uma atitude de desinteresse e desmotivação para a matemática de um grupo de alunos, o que afetava a sua participação nas tarefas propostas. Ambas as dificuldades foram difíceis de ultrapassar uma vez que senti que não possuía as ferramentas e aprendizagens necessárias para conseguir intervir da melhor forma. No 1.º ciclo, optei por me dirigir mais frequentemente aos alunos com mais problemas a nível de concentração, procurando focá-los no trabalho que se encontravam a desenvolver, auxiliando e respondendo às suas dúvidas de modo a que conseguissem realizar as tarefas. No caso do 2.º ciclo, optei por realizar a mesma estratégia, contudo, não foi suficiente uma vez que ainda existia um grupo de alunos que possuíam um ritmo de trabalho mais rápido que a maioria. Para colmatar esta dificuldade, em todas as intervenções, planificava um conjunto de dois/três desafios extra para esses alunos irem resolvendo enquanto os restantes terminavam as tarefas das fichas. Os alunos mostravam-se entusiasmados por terem algo para fazer e não terem que ficar parados à espera que os restantes terminassem. Por outro lado, esta estratégia funcionou como motivação para os restantes alunos terminarem a tarefa que se encontravam a realizar, porque também queriam fazer os desafios extra. Esta estratégia penso que é de extrema importância e que vou relembrar no meu futuro profissional uma vez que é gratificante a reação desses alunos com um ritmo de trabalho diferente da maioria por não se sentirem excluídos por já não terem o que fazer.

O facto de ter optado por iniciar a correção das tarefas, mesmo que nem todos os alunos a tivessem terminado prende-se ao facto de ter mais tempo para explorar, em grande grupo, os conteúdos subjacentes a determinada tarefa e à exploração de diferentes estratégias de resolução. Os alunos mostravam-se atentos e participativos durante os momentos de discussão, não tendo a preocupação de terminarem a tarefa na sua ficha de trabalho, sendo que pedia, frequentemente, a esses alunos para realizarem a tarefa no quadro.

Ao longo da revisão da literatura, referenciei a necessidade de o professor adaptar as tarefas às necessidades individuais de cada aluno. Na prática penso que é muito complicado conseguir fazê-lo na sua plenitude, uma vez que numa sala de aula existem alunos com interesses, experiências e capacidades muito distintas tornando, na minha opinião, essa tarefa quase impossível. No caso do 1.º ciclo, a existência de um aluno polaco, que no momento das intervenções ainda não dominava a língua portuguesa, comunicando com ele, essencialmente, em inglês, algumas das tarefas propostas, nomeadamente, a de condições adicionais, o aluno não foi capaz de a resolver como os restantes alunos. Atualmente, é cada vez mais frequente existirem alunos de culturas e/ou nacionalidades diferentes nas salas de aula, o que pode influenciar a prática pedagógica do professor, contudo é necessário conciliar a nossa prática com o tempo que estes alunos necessitam para explicações extra, sendo que este aluno tem o mesmo direito de usufruir de um ensino desafiante e enriquecedor que os restantes.

As planificações das aulas foram uma das maiores dificuldades que senti ao longo deste projeto, sendo que procurava focar-me em possíveis questões que os alunos pudessem colocar, na importância de colocar questões abertas, que fomentassem a discussão de conceitos onde os alunos revelam mais dificuldades. A capacidade de mediação das discussões e o acompanhamento dos alunos ao longo da resolução e correção das fichas de trabalho foram outras das dificuldades que senti uma vez que era necessária uma capacidade para apenas dar indicações para que os alunos conseguissem adotar uma estratégia ou desenvolvessem um raciocínio e não dar dicas diretas para a resposta. Desta forma, para futuras investigações, recomendo uma planificação cuidada, em que se analise atentamente tudo o que se vai fazer durante a intervenção e ter sempre em consideração os objetivos curriculares. A preparação das fichas de trabalho e, consequentemente, a construção das tarefas, tornou-se uma atividade desafiadora e nova para mim, sendo que é necessário ter em consideração o que os alunos vão perceber ao lerem a tarefa, se se adequa ao seu nível de desenvolvimento, se realmente possui um grau de desafio mais elevado que aquelas que habitualmente resolvem ou se esse desafio não é levado demais, tendo em conta que, neste caso, era primeira vez que os alunos contactavam com os diferentes tipos de tarefa. A seleção dos tipos de tarefa foi realizada tendo em conta o objetivo que pretendia alcançar com a tarefa, penso ter conseguido na maioria das tarefas. Contudo, um dos obstáculos com que me deparei, essencialmente no 1.º ciclo, foi a falta de tempo para a resolução das tarefas que tinha planificado. Apesar de sentir dificuldades em compreender quanto tempo os alunos necessitam para a realização das tarefas, penso que o facto de ser o primeiro contacto com este tipo de tarefas influenciou o tempo que demoraram na sua resolução uma vez que necessitam de realizar outro tipo de raciocínio ao qual muitas vezes não estavam habituados.

O desenvolvimento desta investigação permitiu desenvolver conhecimentos ao nível da literatura sobre esta temática, sendo que o conhecimento que possuía era pouco. Na minha opinião, este tema é de extrema importância para o ensino e aprendizagem da matemática, sendo que o uso de diferentes tipos de tarefas matemáticas é possível em articulação com os objetivos e temas presentes no currículo em vigor e permite a exploração de distintas capacidades matemáticas em sala de aula, promovendo aprendizagens significativas, funcionais e desafiantes para os alunos. O papel do professor é de extrema importância, não só na planificação das aulas e na construção das tarefas, mas também na promoção de discussões de qualidade, que visem a exploração das dúvidas dos alunos, dos erros mais comuns que surgem entre os mesmos, de modo a promover um ensino de qualidade.

Referências bibliográficas

- Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes (2014), *Plano de Melhoria – 2014-2016*
- Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes (2014), *Projeto Educativo 2014-2018*
- Alonso, M. L., & Silva, C. (2005). *Questões críticas acerca da construção de um currículo formativo integrado. Ser professor do 1º ciclo: construindo a profissão*. (pp. 47-49). Coimbra: Edições Almedina
- Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos*. Porto: Porto Editora
- Bills, C., Bills, L., Watson, A. & Mason, J. (2004). *Thinkers*. Derby: ATM
- Bogdan, R. & Biklen, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora
- Cardoso, A. P. (2014). *Inovar com a investigação-ação: Desafios para a formação de professores*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 1-6
- Coll, C., *et al.* (2001). *O construtivismo em sala de aula: novas perspectivas para a acção pedagógica*. Porto: Edições ASA
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. & Vieira, S. (2009). *Investigação-acção: Metodologia preferencial nas práticas educativas*. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa de Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ferreira, D. (2008). Jogos. In Mamede, E. (coord.) *Matemática ao encontro das práticas: 1.º ciclo* (pp. 21-25). Braga: Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho
- Kamii, C. & Declark, G. (1992). *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus
- Latorre, A. (2004). *La investigación-acción: Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Graó
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da Investigação-acção*. Porto: Porto Editora
- Moreira, D. & Oliveira, I. (coord.) (2004). *O jogo e a matemática*. Lisboa: Universidade Aberta

- Palhares, P. & Gomes, A. (coord.) (2006). *Mat1C: Desafios para um novo rumo*. Braga: Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho
- Piggott, J. (2011). *Rich Tasks and Contexts*. Disponível em: http://nrich.maths.org/5662
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Prestage, S. & Perks, P. (2001). *Adapting and Extending Secondary Mathematics Activities*. London: David Fulton Publishers
- Rino, J. (2004). *O Jogo, interações e Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Serrazina, L. & Matos, J. M. (1988). *O Geoplano em sala de aula"*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Swan, M. & Green, M. (2002). *Learning mathematics through discussion and reflection*. London: Learning and Skills Development Agency
- Swan, M. & Swain, J. (2007). *Thinking through Mathematics – Research Report*. London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy
- Swan, M. (2005). *Improving learning in mathematics: challenges and strategies*. Sheffield: Department for Education and Skills Standards Unit
- Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 10, 217-237
- Swan, M. (2014). Designing tasks and lessons that develop conceptual understanding, strategic competence and critical awareness. In *Investigação em Educação Matemática 2014 – Tarefas Matemáticas*. (pp. 15-31). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Swan, M. (s.d.). *Collaborative Learning in Mathematics*. (pp. 162-176)
- The National Council of Teachers of Mathematics, (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Zaslavsky, O. (2007). Mathematics-related tasks, teacher educations, and teacher educators: The Dynamics associated with tasks in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 10, 433-440

Anexos

Anexo 1: Ficha de trabalho n.º 1 – 1.º Ciclo do Ensino Básico

Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes

Escola Básica António Fogaça

Ficha de trabalho n.º 1 - Centena de Milhar

Nome: ____ nº ___ Data: __/__/___

1. **Vamos decompor?**

Ouve com atenção as indicações da professora e completa nos espaços indicados.

a_1) ______________________________

a_2) ______________________________

b_1) ______________________________

b_2) ______________________________

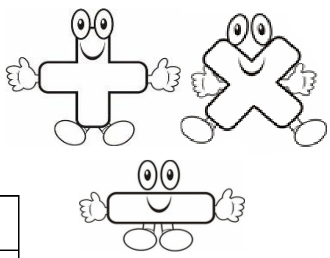
c_1) ______________________________

c_2) ______________________________

d_1) ______________________________

d_2) ______________________________

e) ______________________________



2. **Descobre e completa!**

Descobre a operação que é realizada em cada quadro e completa o que falta.

2.1.

?	100 000	10 000	1 000	100
99 000				
120 900				121 000
400 500			401 500	
690 800				
899 990		909 900		

2.2.

?	10	100	1 000
26	260		
181			
465			
750			
900		90 000	

3. **Escolhe dois entre três!**

Em cada alínea são apresentados três números diferentes, mas entre eles há aspetos em comum. Em grupos de pares, escolhe dois dos números e indica de que forma esses dois números são parecidos entre si e diferentes do terceiro.

3.1. A. 154 071 B. 82 530 C. 507 344

3.2. D. 19 390 E. 29 780 F. 219 390

3.3. G. 760 001 H. 275 001 I. 760 002

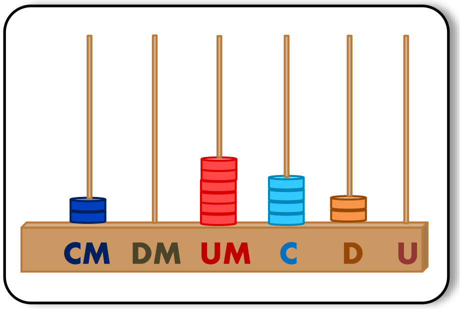
4. **Vamos contar!**

Completa o quadro de acordo com o exemplo.

	Número	
9 908	**9 909**	9 910
26 788		26 790
		57 900
	80 000	
99 998		

5. **Pinta os iguais.**

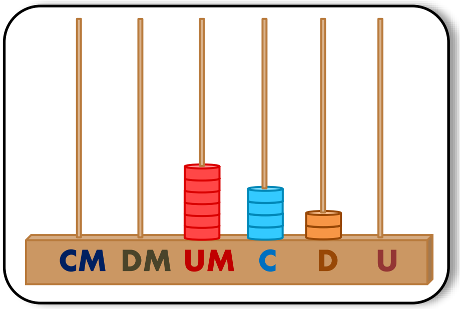
Pinta da mesma cor as etiquetas que representam o mesmo número.



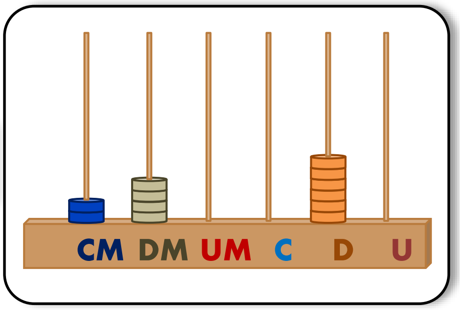
246 centenas

24 006 dezenas

(2 x 100 000) + (4 x 10 000) + (6 x 10)



Seis mil, quatrocentas e vinte unidades

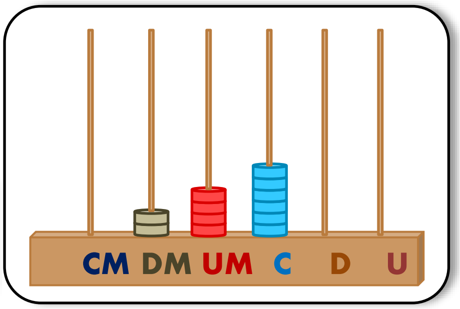


Duzentos e seis mil, quatrocentos e vinte unidades

(6 x 1 000) + (4 x 100) + (2 x 10)

Vinte e quatro mil e seiscentas unidades

200 000 + + 6 000 + 400 + 20



20 000 + 4 000 + 600

Duas centenas de milhar, quatro dezenas de milhar e seis dezenas

642 dezenas

20 642 dezenas

Anexo 2: Diapositivos com as indicações para a tarefa 1 da ficha de trabalho da primeira sessão de intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico

1. Vamos decompor?

a_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à adição.

Diapositivo 1

1. Vamos decompor?

a_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à adição.

a_2)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à adição e em que as parcelas sejam números diferentes.

Diapositivo 2

1. Vamos decompor?

b_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à subtração.

Diapositivo 3

1. Vamos decompor?

b_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à subtração.

b_2)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à subtração e em que o aditivo seja um número da ordem das centenas de milhar e o subtrativo das dezenas de milhar.

Diapositivo 4

1. Vamos decompor?

c_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação.

Diapositivo 5

1. Vamos decompor?

c_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação.

c_2)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação e em que um dos fatores seja 100.

Diapositivo 6

1. Vamos decompor?

d_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação.

Diapositivo 7

1. Vamos decompor?

d_1)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação.

d_2)
Decompõe o número 100 000, recorrendo à multiplicação e em que um dos fatores seja 2.

Diapositivo 8

1. Vamos decompor?

e)

Decompõe o número 100 000 de uma forma diferentes das anteriores.

Diapositivo 9

Anexo 3: Ficha de trabalho n.º 2 – 1.º Ciclo do Ensino Básico

Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes

Escola Básica António Fogaça

Ficha de trabalho n.º 2 - Estratégias de cálculo da multiplicação

Nome: ______________________________ nº ___ Data: __/__/___

1. Completa as igualdades!

12 x 31 = (12 x 30) + (12 x 1) = ____ + ____ = ____

25 x 61 = (25 x ____) + (25 x ____) = 1500 + 25 = ____

63 x 101 = (____ x ____) + (____ x ____) = ____ + ____ = ____

74 x 9 = (74 x 10) - (74 x 1) = ____ - ____ = ____

45 x 29 = (45 x ____) - (45 x ____) = 1 350 - 45 = ____

25 x 49 = (____ x ____) - (____ x ____) = ____ + ____ = ____

205 x 20 = 205 x 2 x 10 = ____ x ____ = ____

312 x 40 = ____ x ____ x ____ = 1 248 x 10 = ____

431 x 60 = ____ x ____ x ____ = ____ x ____ = ____

81 x 7 = (80 + 1) x 7 = (80 x ____) + (1 x ____) =____ + ____ = ____

67 x 8 = (____ + ____) x 8 = (____ x 8) + (____ x 8) =____ + ____ = ____

102 x 6 = = (____ + ____) x ___ = (____ x ___) + (____ x ___) =____ + ____ = ____

2. **Dá um exemplo!**

Dá um exemplo fácil e um difícil de uma operação que envolva uma estratégia de cálculo das abordadas anteriormente.

Exemplo fácil: ______________________________

Exemplo difícil: ______________________________

3. **Obedece às indicações!**

Lê com atenção cada alínea e constrói o que é pedido:

3.1. Constrói uma multiplicação cujo produto seja 180 e em que um dos fatores seja 20.

____

3.2. Constrói uma multiplicação cujo produto seja 300 e em que um dos fatores seja 6.

____

3.3. Constrói uma multiplicação cujo produto seja 4 900 e em que um dos fatores seja 7.

____

3.4. Constrói uma multiplicação cujo produto seja 2 400 e em que um dos fatores seja 30.

____

4. **Encontra o par!**

Em cada ficha está escrito um par de números. Descobre a qual par de números se referem as indicações, ligando-os.

Utiliza o espaço em branco abaixo para realizares os cálculos que considerares necessários.

a) A soma é 34 e o produto 189.
b) A diferença é 25 e o produto 306.
c) A soma é 31 e o produto 228.
d) São ambos ímpares e o produto é 231.
e) São ambos pares e o produto é 540.

34 e 9

21 e 11

27 e 7

18 e 30

12 e 19

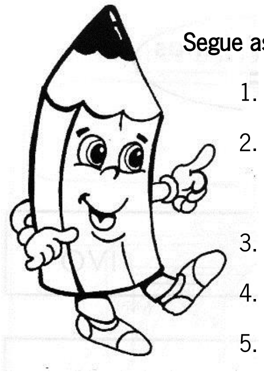
Anexo 4: Ficha de trabalho n.º 3 – 1.º Ciclo do Ensino Básico

Agrupamento de Escolas Gonçalo Nunes

Escola Básica António Fogaça

Ficha de trabalho n.º 3 - Multiplicação

Nome: ____ nº ___ Data: __/__/___



Segue as instruções para descobrires a mensagem:

1. Resolve as tarefas que se encontram na ficha de trabalho A.
2. No final, soma os algarismos dos números de cada resposta até obteres apenas um algarismo e, assim, descobres o número que corresponde a uma frase da ficha B.
3. A cada frase corresponde um conceito que aprendeste nas tuas aulas de matemática.
4. Usa as palavras que descobriste para preencheres o quadro, de acordo com a alínea que lhe deu origem.
5. As letras da parte sombreada do quadro formam a mensagem para ti.

		1)													
						2)									
				3)											
4)															
						5)									
							6)								
					7)										
							6)								

Ficha A

1. **Descobre o número**

   Sou um número par de seis algarismos.

   Estou entre 200 000 e 300 000.

   O meu algarismo das dezenas é o triplo do algarismo das dezenas de milhar.

   O meu algarismo das centenas é o 3.

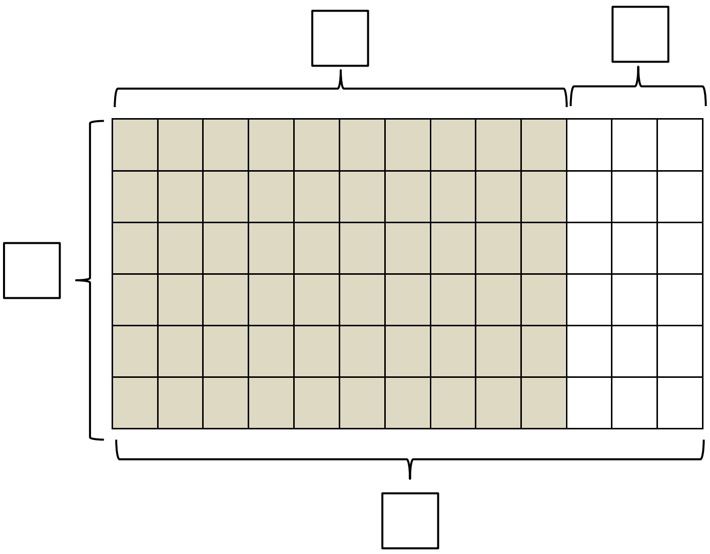
   O meu algarismo das unidades de milhar é o dobro do das centenas.

   O meu algarismo das unidades é menor que 1.

   A soma total dos meus algarismos é 23.

   Quem sou eu? ________________________________

2. **Com a ajuda do retângulo, calcula o produto:**



6 x 13 = ____ x (____ + ____) =

= (____ x ____) + (____ x ____) =

= ____ + ____ = ____

3. O António e o Tiago foram ajudar os avós a apanhar maçãs e peras.

Verificaram que uma caixa de maçãs leva 38 maçãs e uma caixa de peras leva 29 peras. No final do dia, o António encheu 4 caixas de maçãs e 6 de peras. O Tiago conseguiu encher 7 caixas de maçãs e 5 de peras.

a) Que quantidade de fruta, maçãs e peras, conseguiu apanhar o António?

R.:____

b) Indica a que corresponde a expressão apresentada e calcula o seu resultado.

$$(4 \times 38) + (7 \times 38)$$

R.:____

____

4. A entrada para um oceanário custa 11€ para as crianças e 14€ para os adultos.

a) Quanto terá que pagar a professora pela entrada dos seus 23 alunos?

R.:____

b) Sabendo que a turma foi acompanhada por duas professoras e uma funcionária, qual foi a despesa total?

R.:____

5. Inventa um enunciado de um problema que se resolva com a seguinte operação:

$$21 \times 19$$

<u>Enunciado:</u>

____

____

a) Calcula a resposta do problema.

R.:____

Ficha B

1- Para calcular 81 x 7 devo ________________ o fator maior.

2- Para realizar as operações de multiplicação devo saber bem a ________________ .

3- Para se multiplicar um __________ por 10, acrescenta-se um zero à direita.

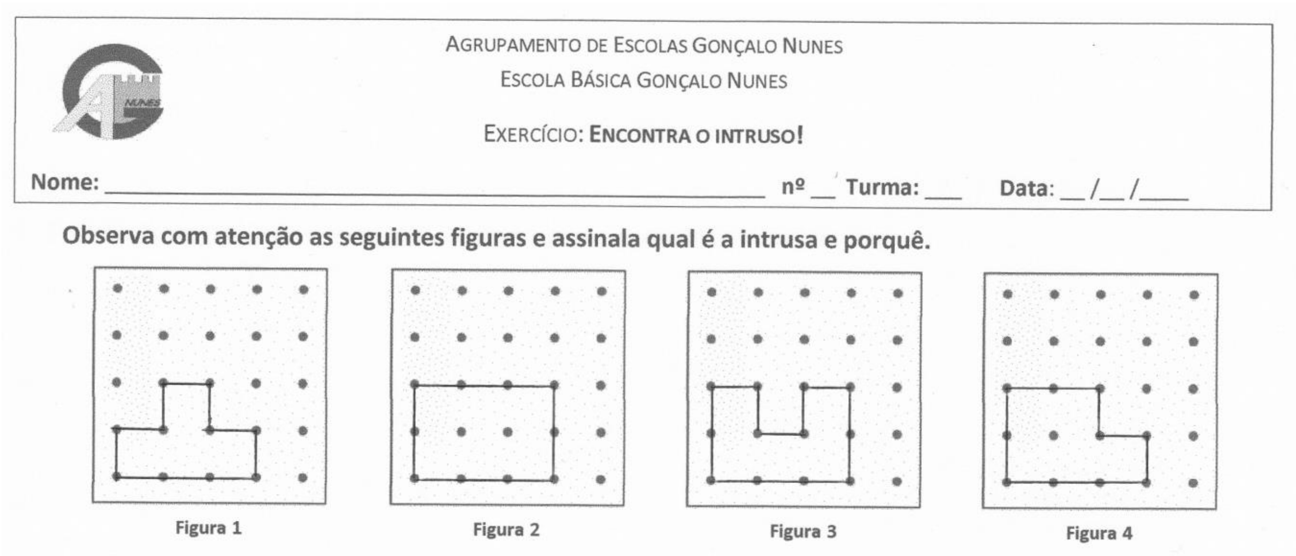
4- Para resolver uma multiplicação posso recorrer às ________________ de cálculo da multiplicação.

5- Uma das formas de efetuar o cálculo de uma multiplicação é através do ________________ da multiplicação.

6- 25 x 12 é uma multiplicação com dois ____________.

7- O resultado de uma multiplicação chama-se ____________.

Anexo 5: Desafio sobre o perímetro – 2.º Ciclo do Ensino Básico



AGRUPAMENTO DE ESCOLAS GONÇALO NUNES
ESCOLA BÁSICA GONÇALO NUNES

EXERCÍCIO: **ENCONTRA O INTRUSO!**

Nome: ______________________________ **nº** __ **Turma:** ___ **Data:** __/__/____

Observa com atenção as seguintes figuras e assinala qual é a intrusa e porquê.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Anexo 6: Ficha de trabalho n.º 1 – 2.º Ciclo do Ensino Básico

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS GONÇALO NUNES

ESCOLA BÁSICA GONÇALO NUNES

Ficha de Trabalho nº 1 - Perímetro

NOME: ______________________________ nº __ TURMA: ___ DATA: __/__/____

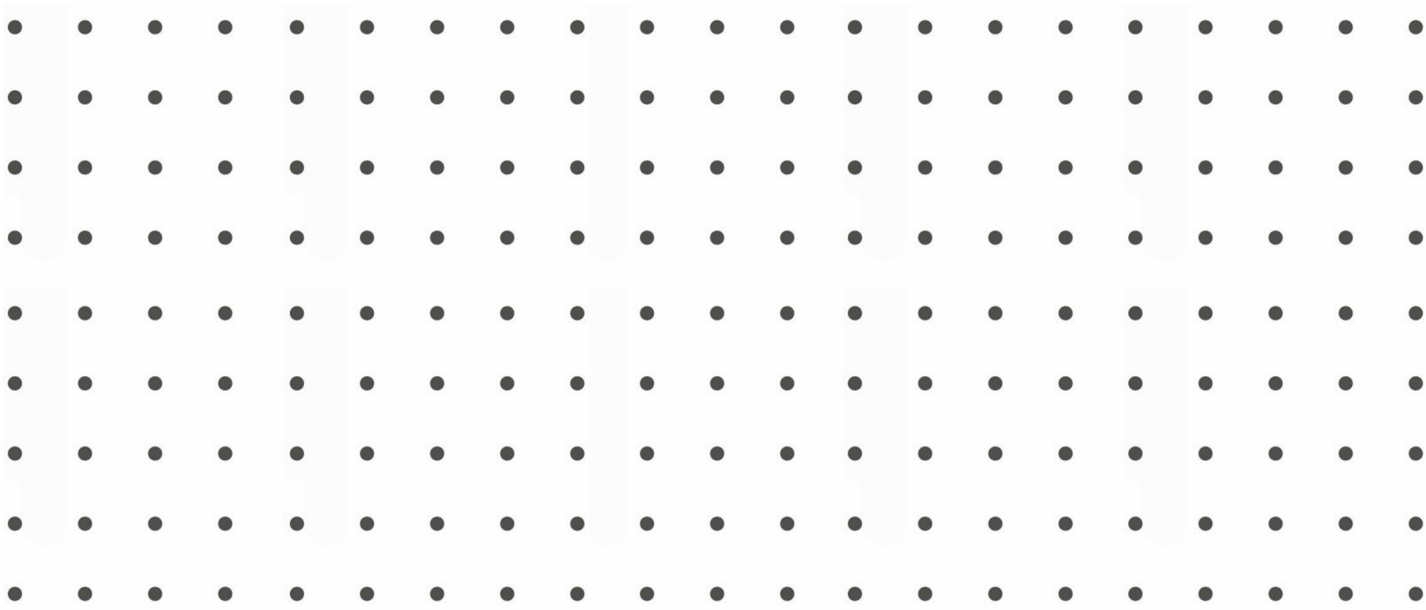
1. **Dá um exemplo, e outro, e outro...**
   Constrói as figuras indicadas, considerando como unidade de medida de comprimento.

   a) Dá um exemplo de um polígono cujo perímetro esteja compreendido entre 6 unidades de comprimento e 10 unidades de comprimento, inclusive; e outro; e outro.

   b) Dá um exemplo de um polígono cujo perímetro seja 12 unidades de comprimento; e outro; e outro.

   c) Dá um exemplo de um polígono cujo perímetro seja 16 unidades de comprimento; e outro; e outro.

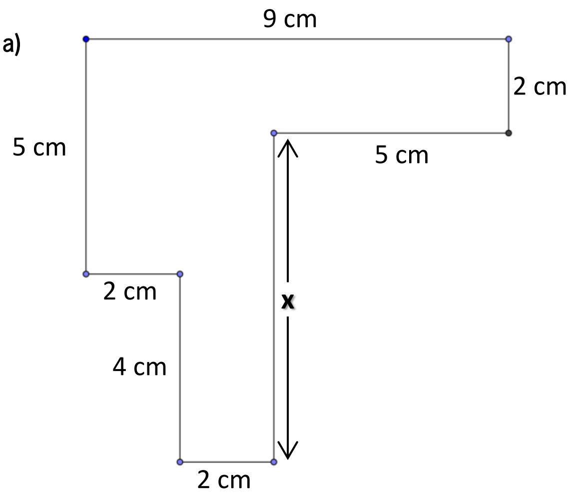
d) Dá um exemplo de um par de polígonos em que um dos polígonos tenha mais duas unidades de comprimento que o outro; e outro; e outro.



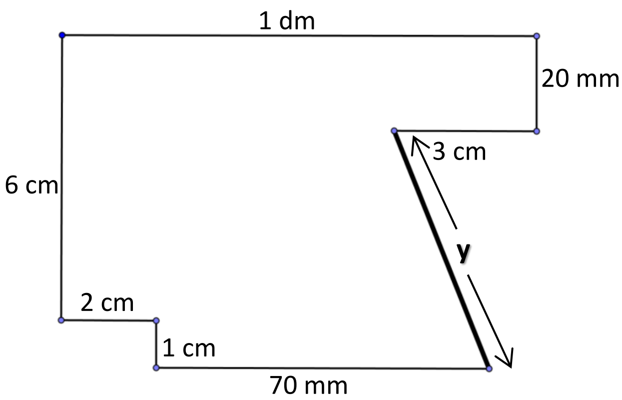
2. Descobre o que falta!

Sabendo que o perímetro das figuras é 36 cm, descobre a(s) medida(s) desconhecida(s). Apresenta o resultado em centímetros.

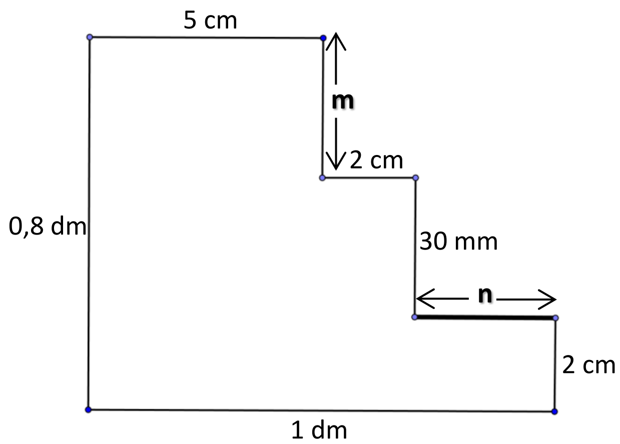
a)



b)

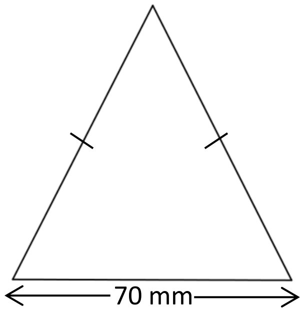


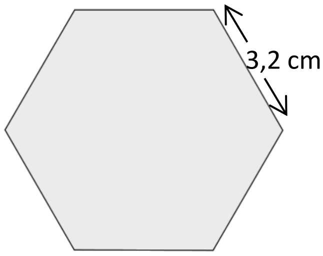
c)



3. **Descobre a medida!**

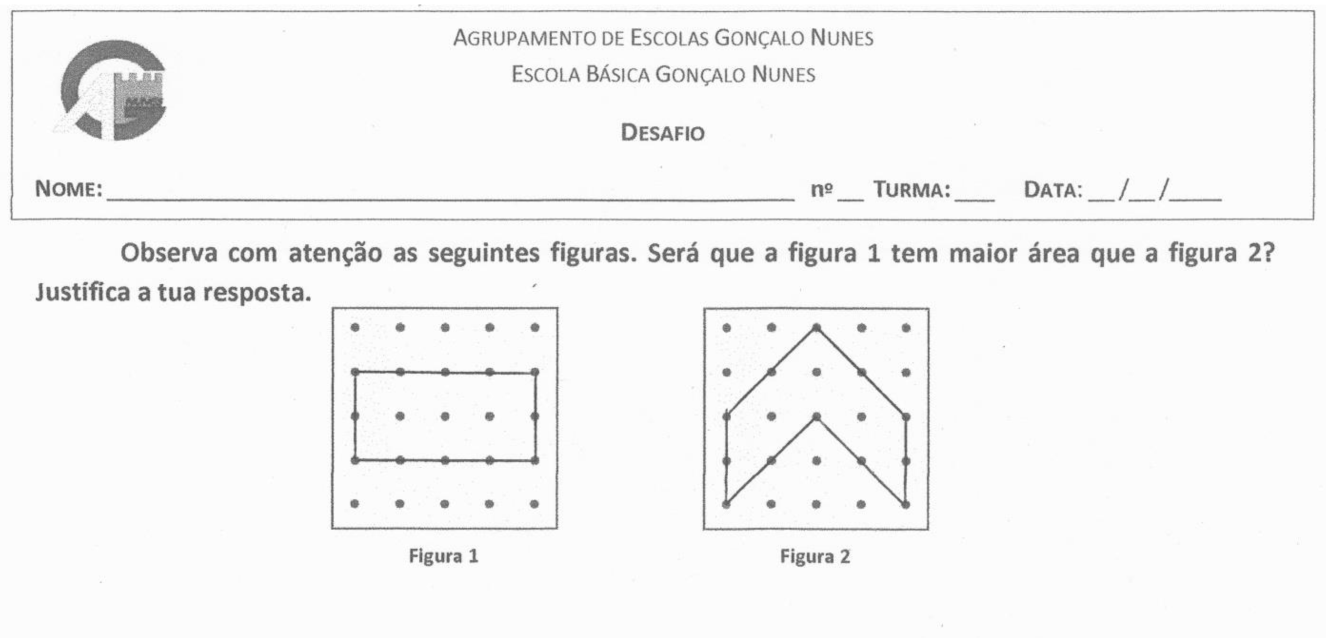
Nas seguintes figuras estão representados um triângulo isósceles e um hexágono regular.





Sabendo que o triângulo e o hexágono têm o mesmo perímetro, calcula a medida dos lados desconhecidos do triângulo. Apresenta o resultado em centímetros

Anexo 7: Desafio sobre figuras equivalentes – 2.º Ciclo do Ensino Básico



AGRUPAMENTO DE ESCOLAS GONÇALO NUNES

ESCOLA BÁSICA GONÇALO NUNES

DESAFIO

NOME: ______________________________ nº__ TURMA:___ DATA: __/__/____

Observa com atenção as seguintes figuras. Será que a figura 1 tem maior área que a figura 2? Justifica a tua resposta.

Figura 1 Figura 2

Anexo 8: Fotografia do Tangram fornecido aos alunos para a exploração de figuras equivalentes – segunda sessão de intervenção no 2.º Ciclo do Ensino Básico

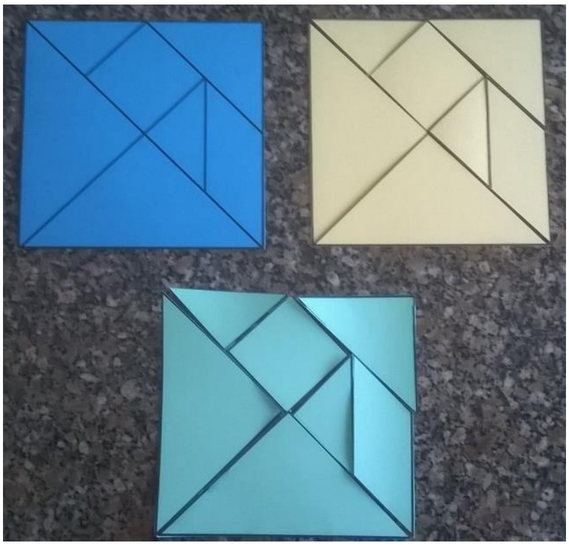
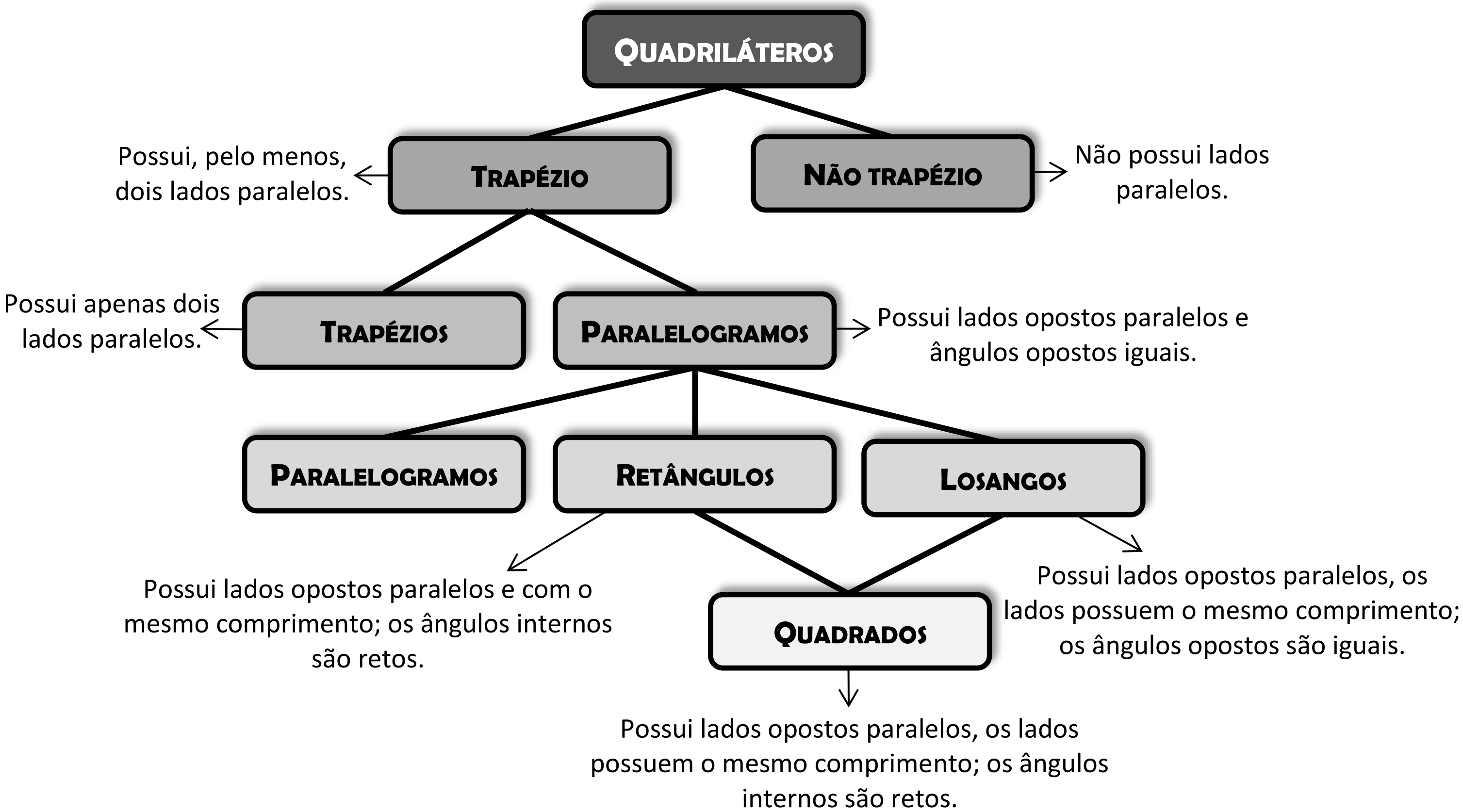


Figura 35: Fotografia do Tangram entregues aos alunos para a exploração de figuras equivalentes

Anexo 9: Esquema entregue aos alunos relativo à classificação de quadriláteros na terceira sessão de intervenção no 2.º Ciclo do Ensino Básico



Anexo 10: Ficha de trabalho n.º 2 – 2.º Ciclo do Ensino Básico

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS GONÇALO NUNES

ESCOLA BÁSICA GONÇALO NUNES

Ficha de Trabalho nº 2 - Área do paralelogramo

NOME: ____ nº __ TURMA: ___ DATA: __/__/____

1. Observa o processo de transformação da figura 1 na figura 2.

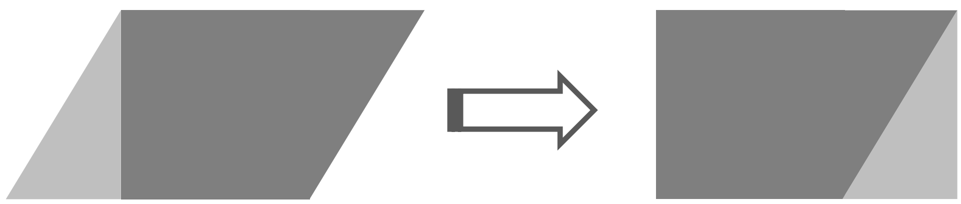


Figura 1 **Figura 2**

Tendo em conta o processo acima representado, o que podes concluir sobre a área das figuras? Justifica a tua resposta.

____

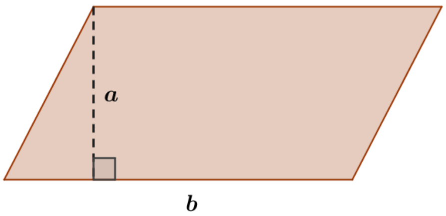
____

____

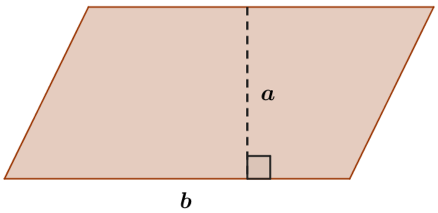
2. **Observa as seguintes figuras.**

Três alunos verificaram que assinalaram de diferentes formas a altura no paralelogramo que a professora lhes tinha dado. A Joana afirma que apenas ela assinalou de forma correta a altura do paralelogramo; o Tiago pensa que a dele também está correta; a Maria refere que em todas as figuras a altura do paralelogramo está bem assinalada.

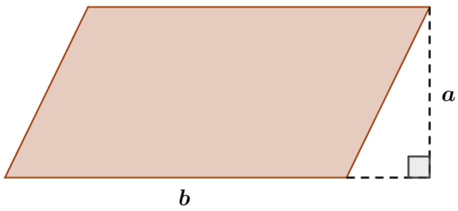
Indica qual dos alunos tem razão, justificando a tua resposta.



Altura desenhada pela Joana



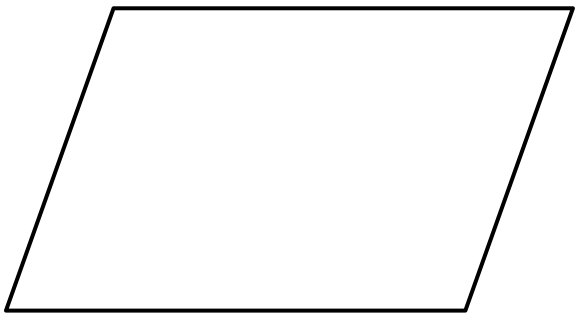
Altura desenhada pelo Tiago



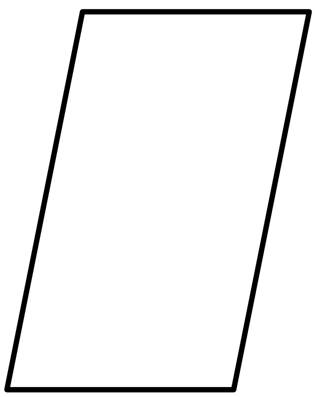
Altura desenhada pela Maria

3. **Calcula a área dos paralelogramos, utilizando a régua para realizares as medições que consideres necessárias. Assinala nas figuras a base e a altura de cada paralelogramo.**

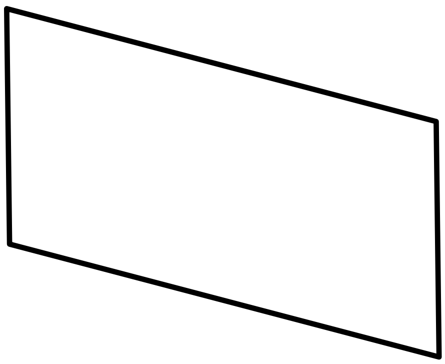
3.1.



3.2.



3.3.



Anexo 11: Ficha de trabalho n.º 3 – 2.º Ciclo do Ensino Básico

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS GONÇALO NUNES

ESCOLA BÁSICA GONÇALO NUNES

Ficha de Trabalho nº 3 - Perímetro e Área de polígonos

NOME: ______________________________ nº __ TURMA: ___ DATA: __/__/____

1. **Segue as indicações**

   Ouve com atenção as indicações da professora e desenha o que te é pedido em cada alínea.

   a) Dá um exemplo de:

a$_1$)

a$_2$)

a$_3$)

b) Dá um exemplo de:

b$_1$)

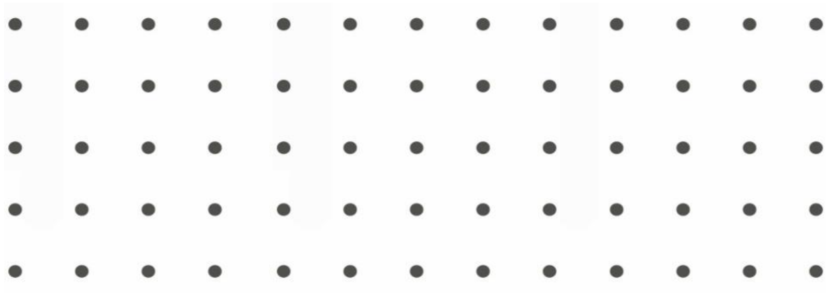
b$_2$)

b$_3$)

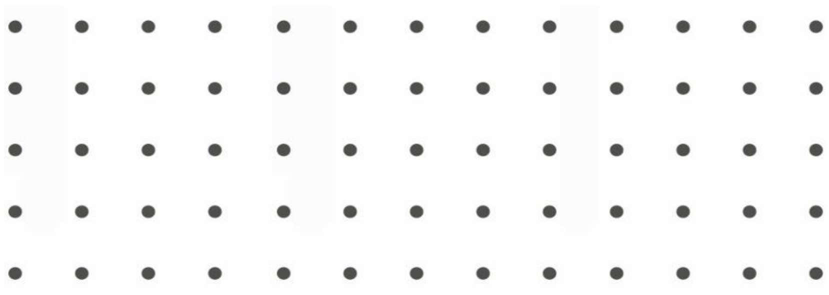
c) Dá um exemplo de:

c$_1$)

c$_2$)



c$_3$)



d) Dá um exemplo de:

d$_1$)

d$_2$)

d$_3$)

2. **Sempre, às vezes, nunca**

Classifica as afirmações seguintes com “sempre” se a afirmação for sempre verdadeira; “às vezes” se a afirmação é verdadeira em apenas alguns casos; e “nunca” se a afirmação for falsa. Justifica a tua resposta, recorrendo a desenhos, esquemas ou palavras.

2.1. Figuras com a mesma área têm o mesmo perímetro.

2.2. Um quadrilátero com quatro lados iguais é um losango.

2.3. Se um triângulo e um paralelogramo têm a mesma base e a mesma altura, então, a área do paralelogramo é metade da área do triângulo.

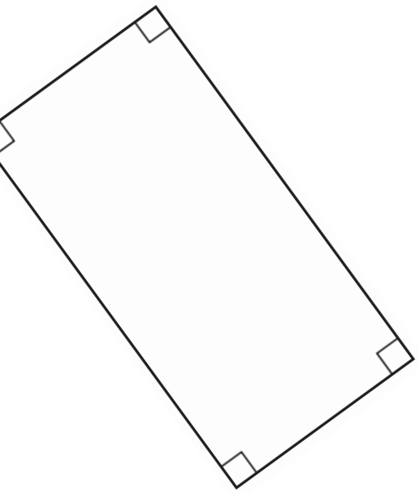
2.4. Quanto maior for a altura de um triângulo, maior é a sua área.

2.5. Num triângulo obtusângulo, uma das alturas coincide com um dos lados do triângulo.

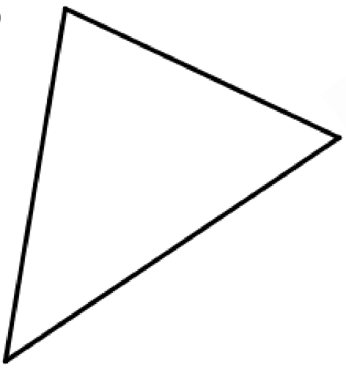
3. **Alturas de polígonos**

Desenha uma possível altura em cada um dos polígonos. Assinala em cada figura que lado do polígono consideraste como base.

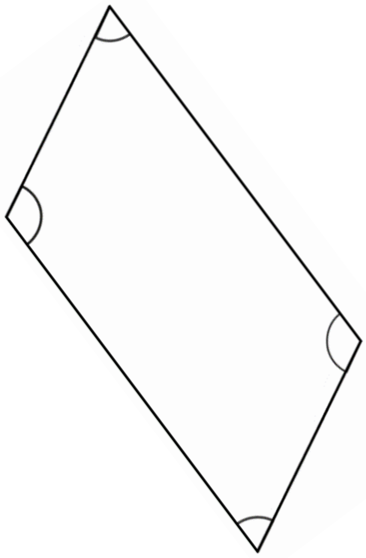
a)



b)



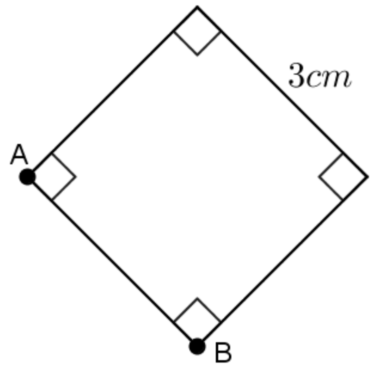
c)



4. **Descobre a falsa**

Considera o polígono representado na figura ao lado.

Os lados do polígono medem todos 3 cm.



Qual das afirmações é falsa? Justifica a tua resposta.

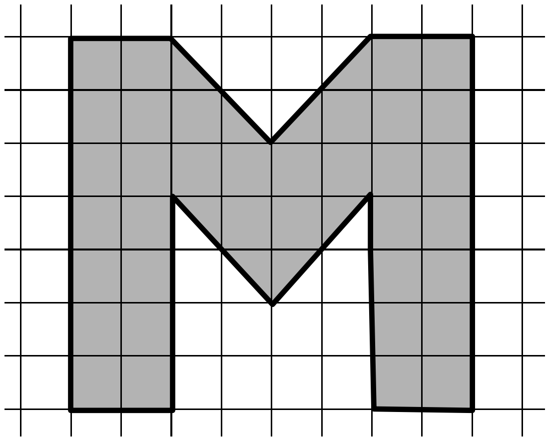
(a) O perímetro do polígono é 1,2 dm.
(b) A área do polígono é 90 mm^2.
(c) O lado AB do polígono coincide com uma das alturas do polígono.
(d) O polígono é um losango.

5. **Calcula a área**

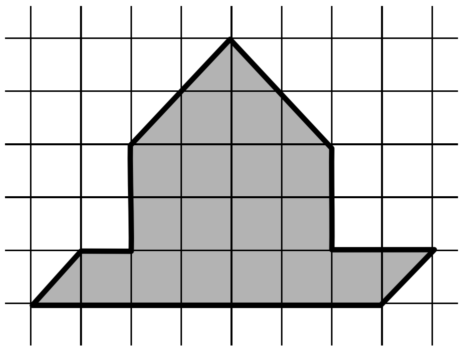
Calcula a área das seguintes figuras de duas formas diferentes.

Considera $\square$ como unidade de área.

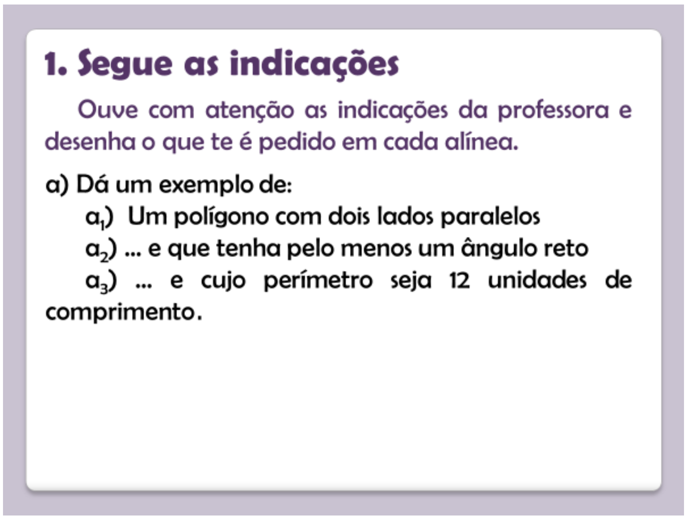
5.1.



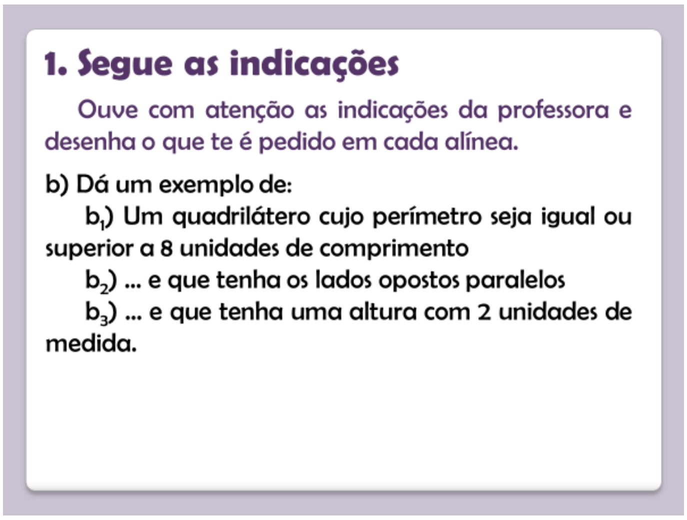
5.2.



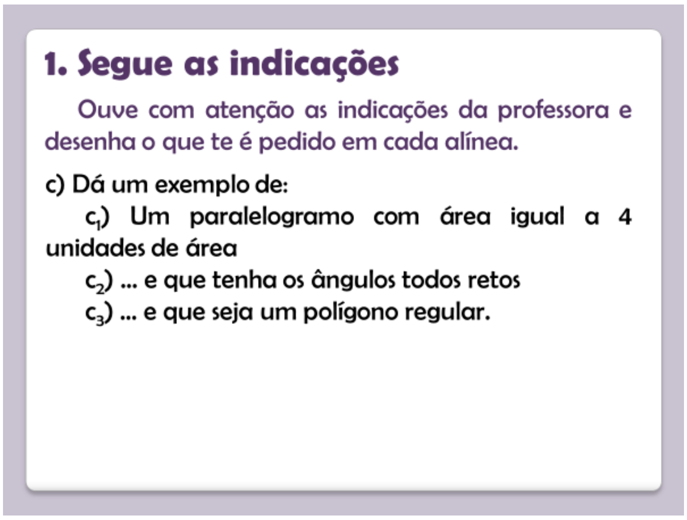
Anexo 12: Diapositivos com as indicações para a tarefa 1 da ficha de trabalho da quinta sessão de intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico



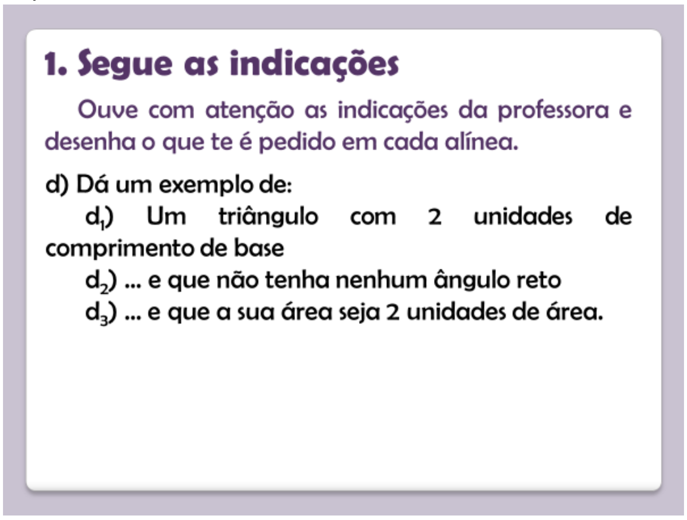
Diapositivo 1



Diapositivo 2



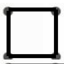
Diapositivo 3

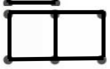


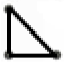
Diapositivo 4

Anexo 13: Indicações presentes nas cartas do jogo modificado "GeoMutante"

NÍVEL 1 – CARTAS VERDES

I. Um polígono com 2 unidades de área (considerando  como unidade de área).

II. Um polígono com 2 unidades de área (considerando  como unidade de área).

III. Um polígono com 5 unidades de área (considerando  como unidade de área).

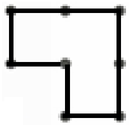
IV. Um polígono cujo perímetro seja 12 unidades de comprimento (considerando  como unidade de medida).

V. Um polígono que tenha, pelo menos, um par de lados paralelos.

VI. Um polígono que tenha dois pares de lados paralelos.

VII. Um polígono que não tenha lados paralelos.

VIII. Considera o polígono abaixo.



Modifica-o de forma a obter outro polígono com o mesmo perímetro mas área diferente (considerando como unidade de medida e como unidade de área).

IX. Um polígono com exatamente dois ângulos retos.

X. Um polígono com dois lados.

XI. Um quadrado com 9 unidades de área (considerando como unidade de área).

XII. Um quadrado com 8 unidades de área (considerando como unidade de área).

XIII. Um quadrado cujo perímetro é 4 unidades de comprimento (considerando como unidade de medida).

XIV. Um triângulo com 1 unidade de área (considerando como unidade de área).

XV. Um paralelogramo com 3 unidades de área (considerando como unidade de área).

Nível 2 – Cartas Amarelas

I. Um pentágono com 7 unidades de área (considerando como unidade de área).

II. Um retângulo cujo perímetro é 2 unidades de comprimento (considerando como unidade de medida).

III. Um quadrilátero com 7 unidades de área (considerando como unidade de área).

IV. Um polígono cujo perímetro é 5 unidades de comprimento (considerando como unidade de medida).

V. Um pentágono com 7 unidades de área (considerando como unidade de área).

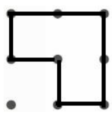
VI. Um hexágono com 16 unidades de área (considerando como unidade de área).

VII. Um hexágono cujo perímetro é 8 unidades de comprimento (considerando como unidade de medida).

VIII. Um polígono com 4,5 unidades de área (considerando como unidade de área).

IX. Um polígono com, pelo menos, um par de lados paralelos, exatamente dois ângulos retos e com 5 unidades de área (considerando como unidade de área).

X. Considera o polígono abaixo.



Modifica-o de forma a obter outro polígono com a mesma área mas perímetro diferente (considerando como unidade de medida e como unidade de área).

XI. Um triângulo com 2 unidades de área (considerando como unidade de área).

XII. Um octógono com 6 unidades de área (considerando como unidade de área).
XIII. Um heptágono com 8 unidades de área (considerando como unidade de área).
XIV. Um polígono regular com 2 unidades de área (considerando como unidade de área).
XV. Um quadrilátero cujo perímetro seja múltiplo de 6 (considerando como unidade de medida).

NÍVEL 3 – SUPER CARTAS - CARTAS AZUIS

I. Um hexágono com 6 unidades de área (considerando como unidade de área).
II. Um losango com 4 unidades de área (considerando como unidade de área).
III. Um octógono com 16 unidades de área (considerando como unidade de área).
IV. Um quadrado com 8 unidades de área (considerando como unidade de área).
V. Um hexágono em que o valor da área seja divisor do valor do perímetro (considerando como unidade de medida e como unidade de área).
VI. Um quadrado com 10 unidades de área (considerando como unidade de área).
VII. Um triângulo com 1,5 unidades de área (considerando como unidade de área).
VIII. Um retângulo com 4 unidades de área e em que um dos lados seja o dobro do outro (considerando como unidade de medida e como unidade de área).
IX. Um quadrado com 2 unidades de área (considerando como unidade de área).
X. Um heptágono com 2,5 unidades de área (considerando como unidade de área).

Anexo 14: Fotografias de algumas das cartas do jogo modificado "GeoMutante"

Figura 36: Fotografia das cartas do jogo modificado "Geomutante"

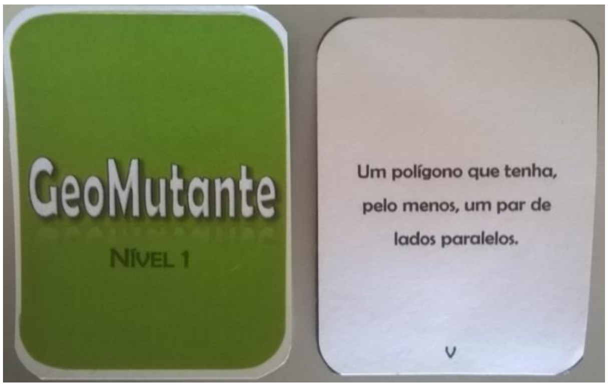
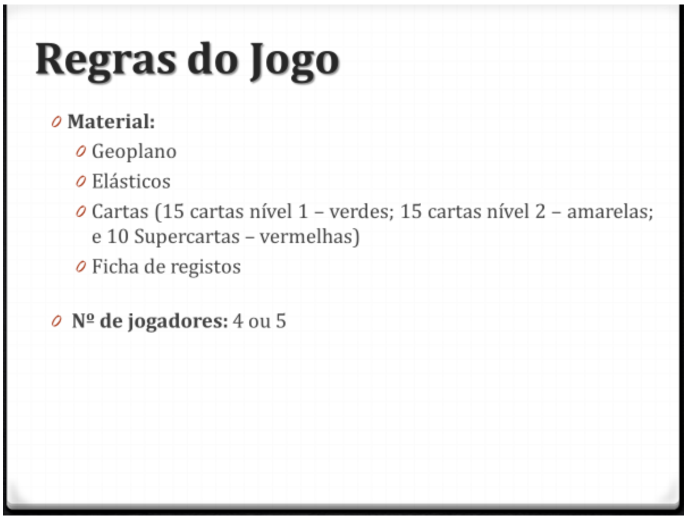


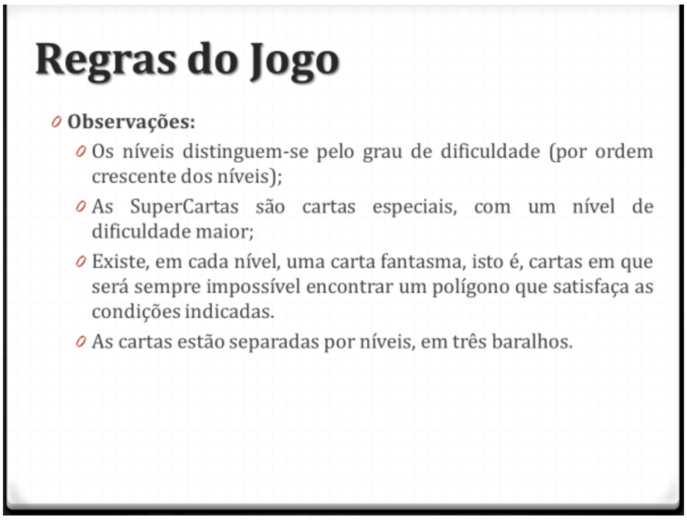
Figura 37: Fotografia das cartas do jogo modificado "Geomutante"

Anexo 15: Diapositivos com as regras e a pontuação referente ao jogo modificado "GeoMutante" da sexta sessão de intervenção no 2.º Ciclo do Ensino Básico

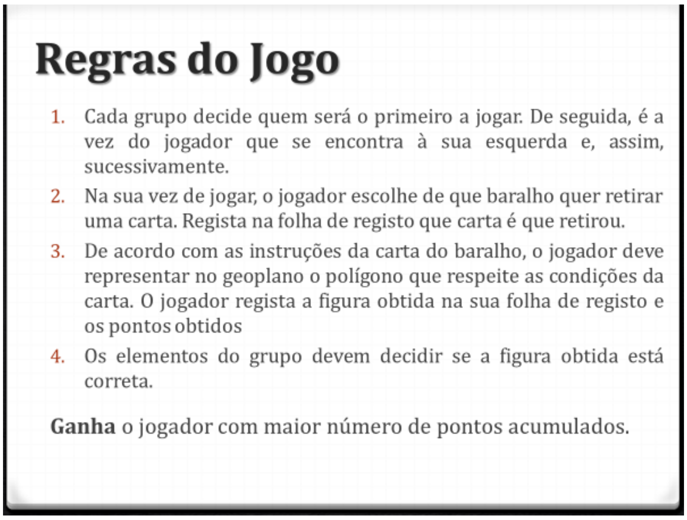
Diapositivo 1



Diapositivo 2



Diapositivo 3



Diapositivo 4