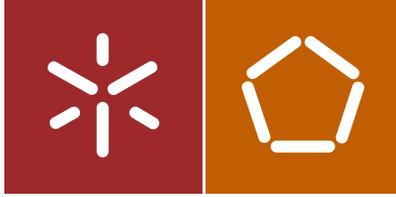




Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Susana da Rocha Piairo

Um modelo de programação inteira para a
otimização da distribuição do serviço docente



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Susana da Rocha Piai

Um modelo de programação inteira para a
otimização da distribuição do serviço docente

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Engenharia Industrial

Trabalho efectuado sob a orientação do
Professor Doutor Filipe Pereira Pinto Cunha Alvelos
Engenheiro Acácio Rui Santos Costa

DECLARAÇÃO

Nome: Susana da Rocha Piairo

Endereço eletrónico: susana20piairo@gmail.com

Telemóvel:965314491

Bilhete de Identidade/Cartão do Cidadão: 14143564

Título da dissertação: Um modelo de programação inteira para a otimização da distribuição do serviço docente

Orientador:

Professor Doutor Filipe Pereira Pinto Cunha Alvelos

Engenheiro Acácio Rui Santos Costa

Ano de conclusão: 2015

Mestrado em Engenharia Industrial, ramo Gestão Industrial

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA DISSERTAÇÃO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.

Universidade do Minho, ____/____/_____

Assinatura:

Agradecimentos

Os meus agradecimentos são dirigidos a todos aqueles que me ajudaram na realização deste trabalho, nomeadamente:

- a todos os professores e colaboradores do departamento de Produção e Sistemas que me acompanharam, em particular, ao Professor Doutor Filipe Alvelos e Engenheiro Acácio Costa por todo o apoio e atenção;
- aos meus familiares por todo o esforço prestado no sentido de me ajudarem à realização da dissertação, agradecendo de forma particular, aos meus pais, irmã e namorado;
- a todos os meus amigos e colegas, de entre os quais, os de licenciatura e mestrado por todo o apoio prestado.

Resumo

Esta dissertação trata do problema da definição do serviço docente num departamento de uma instituição do ensino superior português. Este problema consiste na atribuição de unidades curriculares a docentes, respeitando um conjunto de regras explícitas e implícitas e tendo em conta a existência de um número de horas conhecido atribuíveis a docentes convidados.

No problema do serviço docente tratado pretende-se maximizar a qualificação dos docentes em relação às aulas a eles atribuídas e a sua satisfação. Além disto, a limitação do número de unidades curriculares atribuídas a cada docente, a garantia de que uma parte teórica de uma unidade curricular é lecionada por um docente de carreira e a garantia de que cada docente leciona um determinado número de horas são aspetos considerados no problema abordado.

É proposto, também, o conceito de memória que é usado no cálculo do número de horas que cada docente deve lecionar em cada ano letivo, de forma a garantir a médio-longo prazo a existência de um equilíbrio das horas totais já lecionadas pelos docentes em anos letivos anteriores.

De forma a cumprir o objetivo central desta dissertação, responder a este serviço docente, é proposto um modelo de programação inteira e a respetiva implementação no *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio* com ligação ao Microsoft Excel. Desta forma é possível manter a interface (em Excel) do procedimento manual seguido atualmente na definição do serviço docente.

O modelo proposto foi testado em duas instâncias do departamento, fazendo-se uma comparação entre a solução obtida pelo modelo e a solução que o departamento elaborou manualmente.

As soluções obtidas são de melhor qualidade quando comparadas com as do departamento, utilizando como medida de qualidade as qualificações dos docentes para as unidades curriculares que lhes foram atribuídas. Com a aplicação da memória mostra-se que a médio-longo prazo se cria uma justiça entre docentes quando comparado as horas lecionadas por cada um deles. Demonstrando-se assim que é viável uma aplicação do modelo de programação inteira e respetiva implementação na definição de serviços docentes futuros.

Palavras-Chave: Problema da definição de horários, Problema do serviço docente, Programação inteira.

Abstract

This dissertation refers to the teacher assignment problem in a department of a Portuguese institution of higher education. This problem consists in assigning courses to teachers, respecting a set of explicit and implicit rules and taking into account the existence of a known number of hours can be assigned to visiting scholars.

It is intended to maximize the skills of professors in relation to the classes assigned to them and to their satisfaction. In addition, limiting the number of courses assigned to each professor, ensuring that the theoretical part of a course is taught by a professor with career and ensuring that each professor teaches a certain number of hours are also addressed issues.

The concept of memory is proposed to calculate the number of hours that each professor must teach in each school year in order to ensure the medium to long term of a balance existence of total hours already taught by professors in previous school years.

In order to fulfill the main objective of this work, solve the professor assignment problem, an integer programming model is proposed and its implementation in the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio linked to Microsoft Excel was conducted. In this way the interface (in Excel) of the manual procedure currently followed is kept in defining the teaching service.

The suggested model was tested in two instances of the department and a comparison between the solution obtained by the model and the solution that the department has prepared manually was made.

These solutions are of better quality comparing to the department solutions, using as a quality measure the qualifications of professors for the courses assigned to them. With the application of memory it is shown that in the medium to long term more fairness among professors is obtained using the total hours taught by each of them as measure. Therefore, it can be concluded that the application of the integer programming model and its implementation is feasible for the future teacher assignment problems.

Keywords: Timetabling problem, Teacher assignment problem, Integer programming.

Índice

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
1. Introdução	1
2. Revisão da literatura.....	5
3. Definição do problema e conceitos nucleares	9
3.1 Visão global.....	9
3.2 Conceitos nucleares	11
3.2.1 Blocos	11
3.2.2 Blocos fictícios.....	12
3.2.3 Adequabilidades	13
3.2.4 Preferências	14
3.2.5 Carga alvo	16
3.2.6 Memória.....	16
4. Modelo de programação inteira	19
4.1 Modelo geral	19
4.2 Exemplo.....	21
5. Implementação e resultados	25
5.1 Implementação	25
5.2 Casos de estudo.....	28
5.2.1 Serviço docente 2014/2015.....	29
5.2.2 Serviço docente 2015/2016.....	31
5.3 Memória	34
6. Conclusão.....	37
Bibliografia	39
Anexo I – Modelação do modelo de programação inteira no software.....	41

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Implementação do modelo de programação inteira - docentes, blocos e variável de decisão x	25
Figura 2: Implementação do modelo de programação inteira - unidades curriculares, número de blocos que a compõem e variável de decisão w	26
Figura 3: Implementação do modelo de programação inteira – adequabilidades.....	26
Figura 4: Implementação do modelo de programação inteira - horas totais estimadas; número de docentes e de unidades curriculares máximas a lecionar; cargas mínimas, alvo e máximas a lecionar por docente; variáveis de decisão t e s	27
Figura 5: Implementação do modelo de programação inteira - matriz 1 e matriz 2.....	27
Figura 6: Implementação do modelo de programação inteira - formatação do departamento....	28
Figura 7: Horas lecionadas por docentes em 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016 no serviço docente realizado pelo departamento.....	34
Figura 8: Histórico por docente das horas lecionadas em três anos letivos.....	34
Figura 9: Horas lecionadas pelos docentes nos anos letivos 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016 para o serviço docente aplicando o modelo proposto.....	35
Figura 10: Histórico das horas lecionadas em três anos letivos, aplicando o modelo proposto..	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Restrições de "International Timetabling Competition".	5
Tabela 2: Exemplo - escolaridades, módulos e/ou turnos das unidades curriculares; duração de cada unidade curricular.	10
Tabela 3: Exemplo – uma possível solução do serviço docente.	11
Tabela 4: Exemplo - refinamento das unidades curriculares.	12
Tabela 5: Definição da escala relativa às adequabilidades.	13
Tabela 6: Exemplo - matriz das adequabilidades.....	14
Tabela 7: Definição da escala relativa às preferências.	15
Tabela 8: Exemplo - matriz das preferências.....	15
Tabela 9: Exemplo – memória	17
Tabela 10: Exemplo - resultados do modelo de otimização.	23
Tabela 11: Serviço docente 2014/2015 – memória.....	30
Tabela 12: Serviço docente 2014/2015 - adequabilidades atribuídas pelo modelo proposto. ...	31
Tabela 13: Serviço docente 2014/2015 - adequabilidades atribuídas pela solução do departamento.....	31
Tabela 14: Serviço docente 2015/2016 – memória.....	32
Tabela 15: Serviço docente 2015/2016 – memória (continuação).	33
Tabela 16: Serviço docente 2015/2016 - adequabilidades atribuídas.....	33
Tabela 17: Serviço docente 2015/2016 - adequabilidades atribuídas pela solução do departamento.....	34

1. INTRODUÇÃO

Os problemas de definição de horários são comuns a várias áreas de atividade, nomeadamente, à saúde, aos transportes e à educação, tendo vindo a ser estudado desde há largas décadas.

Nestes problemas existem um conjunto de entidades, um conjunto de tarefas, períodos de tempo e locais. Pretende-se atribuir tarefas a entidades, atribuindo, simultaneamente, períodos de tempo e os locais para a realização das tarefas. Esta atribuição, para além de otimizar os objetivos desejáveis, tem, também, de respeitar certas restrições, como por exemplo, respeitar a aptidão de uma entidade realizar uma tarefa (Wren, 1996).

Um exemplo de típico de um problema da definição de horários no contexto da saúde é o do escalonamento dos enfermeiros de um hospital, de forma a garantir que os enfermeiros são suficientes para cada período de tempo, considerando as preferências dos enfermeiros (Caron, Hansen, & Jaumard, 1999) (Aickelin & Dowsland, 2004).

Outro exemplo de um problema da definição de horários, este no contexto dos transportes, é a elaboração de um horário periódico para comboios, onde não sejam violadas as capacidades das linhas, satisfazendo certos aspetos, como, considerar o número de pessoas que usa determinado troço da linha (Caprara, Fischetti, & Toth, 2002) (Lee & Chen, 2009) (Burdett & Kozan, 2010)

São várias as propostas que têm surgido da literatura no sentido de dar resposta a casos concretos do problema da definição de horários no contexto da educação. A prova da grande importância deste tipo de problemas no contexto da educação são as competições que têm vindo a ser realizadas, "*International Timetabling Competition*", que têm como propósito geral alcançar uma melhor compreensão entre investigadores e profissionais, permitindo o desenvolvimento de técnicas que permitam a sua resolução.

São muitas as abordagens que tem vindo a ser utilizadas no sentido de desenvolver um modelo que permita a sua resolução, de entre os quais, as de programação inteira e as heurísticas.

Apesar da construção de um horário que satisfaça todas as normas e necessidades da instituição académica ser uma tarefa importante no sentido de responder a cada ano letivo, é extremamente difícil para quem o faz. Na maioria das instituições, em geral, replicam-se os horários de uns anos para os outros, fazendo pequenas alterações para dar resposta a novas

necessidades. No entanto, nos últimos anos, as mudanças ocorrem com mais frequência e o que tem vindo a ser feito nem sempre é a melhor política (Daskalaki, Birbas, & Housos, 2004).

Dada a sua complexidade o problema da definição de horários, tipicamente, é dividido em subproblemas: definição do serviço docente, agendamento de unidades curriculares, horários para os docentes, horários para os alunos e atribuição de salas às unidades curriculares.

Nesta dissertação aborda-se um problema essencial que é o da definição do serviço docente, incidindo-se num problema real de um departamento de uma instituição de ensino Portuguesa. Este (sub)problema caracteriza-se pela procura de uma correspondência entre as unidades curriculares e docentes, tendo em conta que existe uma série de restrições que têm de ser respeitadas.

Neste serviço docente existem uma série de aspetos que são considerados fundamentais para a sua elaboração, por exemplo, a atribuição de unidades curriculares a docentes deve ter em conta as áreas de conhecimento de um docente, no sentido de lhe serem atribuídas unidades curriculares com áreas de estudo semelhantes às do mesmo. Além disto, o serviço docente deve ter uma distribuição das unidades curriculares justa entre docentes, não sendo uns mais sobrecarregados que outros e que uma unidade curricular seja lecionada pelo número mínimo de docentes possíveis.

Mais ainda, na proposta de resolução do problema da distribuição do serviço docente desta dissertação pretende-se garantir que a médio-longo prazo seja criado um equilíbrio das horas lecionadas pelos docentes no sentido de os compensar em anos futuros no caso de, por algum motivo, terem lecionado horas a mais do que era suposto ou, pelo contrário, serem os docentes a compensarem o departamento por ter lecionado menos horas do que era esperado.

O objetivo central destes trabalhos passa pela obtenção de resposta para o serviço docente automatizando e otimizando a solução do mesmo. Neste sentido, nesta dissertação é construído um modelo de programação inteira, que é resolvido com recurso a um software adequado para o efeito. Pretende-se, também, que a implementação em software do modelo de programação inteira possa ser reutilizada para a obtenção de serviços docentes futuros. Com isto, pretende-se combater as dificuldades inerentes a uma resolução manual deste tipo de problemas como, por exemplo, a utilização ineficaz dos recursos e uma atribuição de docentes a unidades curriculares de forma tendenciosa (Al-Yakoob & Sherali, 2006).

A dissertação está estruturada da seguinte forma: no capítulo 2 encontra-se a revisão da literatura, apresentando-se alguns trabalhos que resolvem problemas relacionados com o que

está a ser tratado nesta dissertação. A definição do serviço docente, os conceitos nucleares e um pequeno exemplo são apresentados no capítulo 3, ao passo que no capítulo 4 encontra-se a formulação do modelo de programação inteira, bem como a solução do exemplo enunciado no capítulo anterior. No capítulo 5 apresenta-se a implementação do modelo e os serviços docentes a testar pelo algoritmo, acompanhado pela discussão dos resultados. Por último, no capítulo 6 são feitas as considerações finais da dissertação e algumas sugestões de trabalhos futuros.

2. REVISÃO DA LITERATURA

No contexto da educação, o problema da definição de horários, é um problema de grande importância no seio da comunidade científica. As competições que têm vindo a ser realizadas tem como objetivo estimularem o debate da comunidade científica sobre o tema tratado (McCollum et al., 2010) (Post, Di Gaspero, Kingston, McCollum, & Schaerf, 2013). Já foram realizadas várias edições da competição, sendo a primeira em 2002. Para o decorrer da competição, foi publicado um conjunto de instâncias de teste e cada concorrente tinha de projetar algoritmos e respetivas implementações com o objetivo de produzirem soluções para o conjunto de instâncias de teste. No final da competição, cada concorrente teria de apresentar a melhor solução para cada instância de teste. Para além disto, existiam, ainda, outras instâncias de teste não divulgadas, no sentido de testarem os algoritmos e implementações apresentadas. O vencedor seria aquele que tivesse soluções com melhor qualidade.

Chiarandini et al. (Chiarandini, Birattari, Socha, & Rossi-Doria, 2006) são dos autores que propuseram um modelo para o problema, combinando diferentes heurísticas, seguindo as restrições mencionados na primeira edição da competição "*International Timetabling Competition*". Tais restrições, que podem ser consultadas na tabela 1, dividiam-se em dois grupos: as rígidas, H_1 , H_2 e H_3 ; e as suaves, S_1 , S_2 e S_3 . As restrições rígidas têm de, impreterivelmente, ser cumpridas para dar uma resposta ao problema, caso contrário, não se tem uma solução para o problema em questão. Contrariamente, as restrições suaves apenas implicam, no caso de não serem cumpridas, que a solução gerada não é a ideal quando comparada com uma solução que as cumpra. Mas, neste caso, a solução é tão viável cumprindo ou não as restrições suaves.

Tabela 1: Restrições de "International Timetabling Competition".

<p>H_1: A cada sala apenas pode ser atribuída uma aula, qualquer que seja o intervalo de tempo considerado;</p> <p>H_2: A sala tem de ser suficiente para receber todos os alunos que a frequentam e tem de satisfazer todas as características exigidas pela aula em questão;</p> <p>H_3: Nenhum estudante pode ter mais do que uma aula ao mesmo tempo;</p> <p>S_1: Um estudante não deve ter uma aula no último tempo do dia;</p> <p>S_2: Um estudante não deve ter mais do que duas aulas seguidas;</p> <p>S_3: Um estudante não deve ter apenas uma aula por dia.</p>
--

São várias as propostas que têm surgido no sentido de dar resposta a casos concretos do problema da definição de horários, utilizando vários métodos distintos, como os que são mencionados em (de Werra, 1985), (I & Laporte, 1998), (Wang, 2002), (Al-Yakoob & Sherali, 2006), (Schaerf, 2010). Por exemplo, a programação inteira é um dos métodos que tem sido aplicado por ser um método exato, permitindo a obtenção de soluções ótimas. Exemplos de modelos que usam a programação inteira podem ser consultados em (Daskalaki et al., 2004), (Al-Yakoob & Sherali, 2006). A desvantagem deste método é a sua ineficiência quando deparado com problemas de grandes dimensões. Também, métodos baseados em heurísticas têm vindo a ser utilizadas, de entre as quais algoritmos genéticos (Wang, 2002). Tais métodos lidam bem com as dimensões do problema, no entanto, não garantem a qualidade das soluções obtidas. (Arntzen & Løkketangen, 2003), (Al-Yakoob & Sherali, 2006), (Lewis & Thompson, 2015) são alguns dos trabalhos em que são usadas heurísticas.

Em geral, os problemas de definição de horários são problemas NP-difíceis (Asratian & De Werra, 2002), não existindo algoritmos eficientes para a sua resolução. A dificuldade de resolução prática destes problemas deve-se a serem usualmente problemas de grandes dimensões (Deris, Omatu, & Ohta, 2000). E, portanto, alguns investigadores consideram o problema da definição de horários como sendo o conjunto de vários problemas.

Segundo De Werra (De Werra, 1985) o problema da definição de horários, aplicado à educação, pode dividir-se em três aspetos principais: calendário escolar, agendamento de unidades curriculares e agendamento de exames. Já Carter e Laporte (Carter & Laporte, 1998) consideram a divisão em cinco problemas: atribuição de docentes a unidades curriculares (serviço docente), agendamento de unidades curriculares, horários para os docentes, horários para os alunos e, por último, atribuição de salas às unidades curriculares.

O serviço docente é o problema a tratar nesta dissertação baseado num problema real de um departamento de uma instituição de ensino superior Portuguesa.

Na sua versão mais básica pode ser visto como o problema de afetação que surgiu pela primeira vez descrito por Votaw e Orden (Votaw & Orden, 1952) como refere (Pentico, 2007). A versão original deste problema é definida como sendo a procura por uma correspondência “*um para um*” entre n tarefas e m entidades, com o objectivo de minimizar o custo total das atribuições das tarefas às entidades (Pentico, 2007). O método húngaro é um método, particularmente, eficiente para este problema.

No entanto, esta atribuição tem de respeitar uma série de aspetos de forma a garantir o sucesso do período letivo a programar. Por exemplo, tem de se ter em conta as qualificações dos docentes às unidades curriculares, isto é, atribuir aos docentes as unidades curriculares cujas áreas vão de encontro com a formação do mesmo, a satisfação dos docentes, o número limite de unidades curriculares a atribuir a um docente, etc.

Os aspetos a considerar no serviço docente para um determinado período letivo (tipicamente um semestre ou um ano) variam consoante a escola e/ou universidade que se está a considerar (Chiarandini et al., 2006). Todavia, existem alguns pontos que são comuns à maioria dos problemas, tais como:

- Cada docente deve lecionar um número de horas, respeitando um intervalo possível de horas a lecionar, todavia este intervalo pode ser diferente para cada docente;
- Cada unidade curricular pode ser lecionada por um ou mais docentes;
- Todas as unidades curriculares têm de ser lecionadas.

Para além dos aspetos a respeitar aquando do planeamento do serviço docente, este pode ser modelado utilizando os mais diversos objetivos: minimização do número unidades curriculares a docentes, balanceamento das horas lecionadas pelos docentes, maximização da satisfação de docentes, etc.

No estudo realizado por Hulterberg e Cardoso (Hultberg & Cardoso, 1997) é feita uma comparação entre duas propostas distintas para a resolução do serviço docente, cujo objetivo central é a minimização das unidades curriculares lecionadas por docentes. Estes autores, além de apresentarem um modelo de programação inteira mista, descrevem um algoritmo combinatório específico para o problema. Além disto, estes autores ainda descrevem um método exato para a resolução do serviço docente, que tem por base a formulação alternativa proposta pelos mesmos. As propostas são testadas por instâncias de teste concretas de uma universidade e, no final destes trabalhos, os autores concluíram que o seu método alternativo específico para o serviço docente em questão é mais eficiente.

Apesar de não estar relacionado com a área da educação, mostra-se importante para este trabalho um estudo do algoritmo proposto por Caron et al. (Caron, Hansen & Jaumard, 1999), uma vez que, para a proposta desenvolvida neste artigo, a qualificação das entidades é um ponto essencial.

Em 2002, Wang (Wang, 2002) propõe um algoritmo no sentido de dar resposta ao serviço docente por considerar que este é um problema ideal para ser discutido nas universidades.

Nesta proposta, foram utilizados algoritmos genéticos para lidar com as várias restrições do problema em questão. O autor considera que a flexibilidade permitida pelo método é uma vantagem para a resolução deste tipo de problemas. Para além de restrições relativas às qualificações e satisfação dos docentes, nesta proposta existem restrições relativas ao número de horas lecionadas por docente, em particular, o limite máximo de horas extras lecionadas por docentes e a existência de uma distribuição justa das mesmas pelos membros do corpo docente é um fator tido em conta na proposta deste autor.

A satisfação do corpo docente é o objetivo essencial do modelo proposto por Al-Yakoob e Sherali (Al-Yakoob & Sherali, 2006). O algoritmo que estes autores propuseram baseia-se em programação inteira mista e, além da minimização da insatisfação dos membros do corpo docente, este problema de serviço docente dá resposta a aspetos como o ensino de diferentes unidades curriculares e a aulas lecionadas consecutivamente. Incluem ainda, restrições que garantem que cada unidade curricular é lecionada por um docente adequado e que o total de horas atribuídas aos docentes não excede a sua capacidade máxima para o efeito. Além disto, é ainda descrito, neste estudo, uma modificação do modelo que visa melhorar a qualidade das soluções geradas pelo mesmo. Estes modelos foram também testados por serviços docentes concretos de universidades.

São inúmeras as estratégias que têm sido abordadas na literatura, no sentido de dar resposta ao problema do serviço docente. No entanto, dada a complexidade do problema de planear um serviço docente, a maior parte dos estudos encontrados na literatura resolve o problema do serviço docente utilizando métodos heurísticos. Contudo, nesta dissertação pretende-se usar programação inteira para dar resposta ao problema tratado.

O serviço docente abordado nesta dissertação, para além de ter em conta os aspetos relacionados com as qualificações dos docentes às unidades curriculares, com a satisfação dos docentes, com o número de unidades curriculares afetadas a cada docente e com as horas lecionadas pelos docentes que já têm vindo a ser desenvolvidos na literatura, trata outros aspetos que se consideram relevantes para o modelo a desenvolver. Por exemplo, no modelo é proposta a memória para o cálculo das horas a lecionar por cada docente, considerando as horas já lecionadas, em anos letivos anteriores, pelo mesmo. No fundo a memória fará com que a médio-longo prazo exista um equilíbrio entre as horas lecionadas por cada docente.

3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E CONCEITOS NUCLEARES

3.1 Visão global

Como já referido, esta dissertação recai sobre um problema de serviço docente, tendo por base um departamento de uma instituição de ensino Portuguesa.

No sentido de dar resposta a cada ano letivo, o departamento é composto por um conjunto de docentes de carreira cuja categoria pode diferir entre catedrático, associado ou auxiliar. O departamento dispõe, ainda, de uma dotação de docentes convidados, que lecionam um número de horas previamente conhecido.

Em cada período letivo é oferecido um conjunto de unidades curriculares aos alunos, que se dividem por quatro tipos de escolaridades distintas: teórica (T), teórico-prática (TP), prática laboratorial (PL) e orientação tutória (OT). Estas unidades curriculares podem ainda ser lecionadas por módulos (parte de uma unidade curricular que agrega todo o tipo de escolaridades que lhe estejam associadas) e, dependendo do número de alunos inscritos, as escolaridades teórico-prática, prático-laboratorial e/ou orientação tutória podem ser lecionadas em mais do que um turno. Neste caso concreto, é possível que escolaridade, módulos e/ou turnos diferentes sejam lecionados por diferentes docentes de carreira ou convidados. No entanto, pelo menos uma parte teórica de uma unidade curricular tem de ser lecionada por um docente de carreira. Além disto, existe uma duração associada a cada unidade curricular, podendo ser diferente para cada uma delas.

O problema do serviço docente define-se pela atribuição das unidades curriculares aos docentes, atendendo que este planeamento tem de respeitar certas condições e é realizado anualmente.

Tal como na maior parte das propostas de resolução do problema abordado, este serviço docente considera que uma adequada qualificação do docente que leciona uma unidade curricular é um ponto fulcral a ter em conta no momento em que o serviço docente é elaborado. Além disto, a satisfação dos membros do corpo docente é, também, um aspeto relevante, no sentido de prestar um melhor serviço aos alunos durante o ano letivo. Descritos os aspetos que compõem o objetivo central do serviço docente, é de notar que a importância que cada um deles exerce sobre o serviço docente difere de ano para ano letivo.

Existem, ainda, outros aspetos que este problema concreto trata, de entre os quais, a existência da garantia de que os docentes lecionam um determinado número de horas, que pode diferir de

docente para docente. Aquando do planeamento do serviço docente é importante haver um equilíbrio no número de horas lecionadas por docentes e equilibrar a médio-longo prazo as horas lecionadas por docente, algo que não é tratado até então.

Por último, mas não menos importante, a limitação do número de unidades curriculares distintas a lecionar por docente é um fator a considerar no serviço docente.

Além de tudo isto, o departamento pode ainda ter docentes com redução de horário por, ocuparem algum cargo específico (por exemplo, Director) ou por se encontrarem de licença sabática (semestral ou anual), por exemplo. Os docentes que se encontrem de licença sabática não devem lecionar unidades curriculares que sejam lecionadas no semestre relativo ao semestre da sabática.

De forma a ilustrar os conceitos agora introduzidos, considera-se um pequeno exemplo com cinco docentes, sendo que dois deles têm redução de horário, um dos docentes ocupa um cargo e outro encontra-se em licença sabática semestral). A carga docente provém de seis unidades curriculares assumindo a caracterização descrita na tabela 2.

Neste exemplo considera-se que o número máximo de unidades curriculares que cada docente pode lecionar são seis.

Tabela 2: Exemplo - escolaridades, módulos e/ou turnos das unidades curriculares; duração de cada unidade curricular.

Unidade Curricular	Duração (horas)	Escolaridades	Módulos	Número de Turnos
Unidade curricular 1	30	15T + 15TP	-	1
Unidade curricular 2	45	15T+30PL	M1: 7,5T + 15PL M2: 7,5T + 15TP	1
Unidade curricular 3	45	45TP	-	2
Unidade curricular 4	30	30T	-	1
Unidade curricular 5	60	30T + 60TP	-	2
Unidade curricular 6	30	30T	M1: 10T M2: 20T	1

Neste exemplo, assume-se cada docente deve lecionar 45 horas, aproximadamente. Note-se que o cargo de direção e sabática implicam uma redução de horário de 12 horas e 30 minutos e, portanto, os docentes nestes casos deve lecionar 32 horas e 30 minutos, aproximadamente.

Além disto, considera-se que os docentes convidados lecionam um total de 30 horas.

Uma possível solução, que respeite todas as condições consideradas pelo departamento, enunciadas nesta secção, para este serviço docente encontra-se na tabela 3.

Tabela 3: Exemplo – uma possível solução do serviço docente.

Uc´s	Docentes										
	Docente 1		Docente 2		Docente 3		Docente 4		Docente 5		Docente Convidado
	T	TP	T	TP	T	PL	T	PL	T	TP	TP
Uc1			15								15
Uc2			7,5		7,5	15		15			
Uc3		22,5		22,5							
Uc4					30						
Uc5									30	15	15
Uc6	10						20				

3.2 Conceitos nucleares

No sentido de clarificar e concretizar os aspetos que se consideram importantes aquando do planeamento do serviço docente, definem-se de seguida alguns conceitos nucleares.

3.2.1 Blocos

De forma a facilitar a modelação do problema do serviço docente, nesta dissertação propõe-se o refinamento das unidades curriculares por escolaridades, módulos e/ou turnos distintos que a compõem, dando origem aos blocos, de modo a que cada unidade letiva (bloco) esteja associada a um e só um docente de carreira ou convidado. É necessário garantir que pelo menos um dos blocos cuja escolaridade é teórica da uma unidade curricular é lecionado por um docente de carreira.

A duração de cada unidade curricular é dividida pelos blocos mas esta divisão não tem de ser, necessariamente, equitativa entre blocos.

No exemplo enunciado anteriormente, este refinamento dá origem a um conjunto de catorze blocos. A tabela 4 exemplifica a passagem de unidades curriculares a blocos para as unidades curriculares que compõem o exemplo, indicando a duração de cada bloco.

Tabela 4: Exemplo - refinamento das unidades curriculares.

Unidades curriculares	Blocos	Duração do bloco (horas)
Unidade curricular 1	Bloco 1 – uc1_T	15
	Bloco 2 – uc1_TP	15
Unidade curricular 2	Bloco 3 – uc2_M1_T	7,5
	Bloco 4 – uc2_M2_T	7,5
	Bloco 5 – uc2_M1_PL	15
	Bloco 6 – uc2_M2_PL	15
Unidade curricular 3	Bloco 7 – uc3_TP1	22,5
	Bloco 8 – uc3_TP2	22,5
Unidade curricular 4	Bloco 9 – uc4_T	30
Unidade curricular 5	Bloco 10 – uc5_T	30
	Bloco 11 – uc5_TP1	15
	Bloco 12 – uc5_TP2	15
Unidade curricular 6	Bloco 13 – uc6_M1_T	10
	Bloco 14 – uc6_M2_T	20

3.2.2 Blocos fictícios

Existem docentes com redução de horário por diversos motivos, de entre os quais, pelo facto de ocuparem um cargo (por exemplo, Diretor do Departamento) ou por estarem de licença sabática. Neste caso, as sabáticas anuais são tratadas como duas sabáticas semestrais.

Ter um menor número de horas efetivamente lecionado por docentes devido a reduções de horário, não os deve penalizar na atribuição do serviço docente dos anos seguintes (aspeto a aprofundar na secção 3.2.6). Utiliza-se assim o conceito de bloco fictício.

As reduções de horário podem ser vistas como blocos, adicionando blocos para cada redução de horário existente, cuja duração é igual às horas que serão reduzidas ao docente em causa. Estes blocos são designados por blocos fictícios uma vez que apenas existem para controlar tal situação. Consequentemente, são criadas duas unidades curriculares fictícias, uma que é composta pelos blocos que justificam as reduções de horários por cargos do departamento e a outra composta pelos blocos fictícios relativos às sabáticas semestrais.

No exemplo considerado, como existem dois docentes com redução de horário, então existem dois blocos fictícios a considerar (cargo e sabática) e, consequentemente, duas unidades curriculares compostas cada uma por um do bloco. Assim, o serviço docente passa a contabilizar oito unidades curriculares e dezasseis blocos. Como neste caso, cargos e sabáticas semestrais implicam uma redução de horário em 12 horas e 30 minutos, a duração de cada bloco é de 12,5 horas.

3.2.3 Adequabilidades

Uma adequada qualificação do docente que leciona um bloco é um ponto-chave de qualquer serviço docente.

No sentido de responder a este aspeto no modelo do serviço docente, denotou-se por adequabilidade ao grau de qualificação de um docente a um bloco. Definiu-se uma escala que contempla seis escalões distintos (tabela 5), para que de forma clara, seja feita a atribuição das adequabilidades.

Tabela 5: Definição da escala relativa às adequabilidades.

-1	Docente sem aptidão para lecionar o bloco.
0	Docente com mínimo de aptidão para o lecionar, mas que nunca o lecionou.
1	Docente com o mínimo de aptidão para lecionar o bloco, mas que raramente o leciona.
10	Docente com alguma adequabilidade para lecionar o bloco.
100	Docente com aptidão máxima para lecionar o bloco, mas nem sempre o leciona.
1000	Docente com aptidão máxima para lecionar o bloco e que o leciona sempre.

Ao par (docente, bloco), onde o docente esteja com redução de horário e o bloco corresponda ao bloco fictício que representa a causa da redução de horário, é atribuída adequabilidade 1000.

Na tabela 6 apresenta-se a matriz das adequabilidades dos docentes relativamente aos blocos do exemplo que tem vindo a ser descrito. Note-se que quando um docente está em sabática semestral, então o docente não leciona nenhum bloco nesse semestre. Assim sendo, neste exemplo, para o docente de sabática atribuiu-se adequabilidade mínima aos blocos que compõem o semestre da sabática.

Tabela 6: Exemplo - matriz das adequabilidades.

Blocos		Semestre	Docentes				
			Docente_1	Docente_2	Docente_3	Docente_4	Docente_5
1	uc1_T	1	-1		1	-1	10
2	uc1_TP	1		1		-1	
3	uc2_M1_T	1			1	-1	1
4	uc2_M2_T	1	1	-1		-1	10
5	uc2_M1_PL	1		-1	1	-1	1
6	uc2_M2_PL	1	1	-1		-1	1
7	uc3_TP1	1	1	100	1	-1	10
8	uc3_TP2	1	1		1	-1	
9	uc4_T	2		100		10	1
10	uc5__T	2	100	1	-1	10	1
11	uc5_TP1	2	1	1		1	1
12	uc5_TP2	2	1	1		1	1
13	uc6_M1_T	2	1	1	10	-1	-1
14	uc6_M2_T	2		10	1	1	-1
15	Cargo		1000				
16	Sabática	1	1000				

3.2.4 Preferências

Para dar resposta ao serviço docente, é necessário atender à satisfação dos membros do corpo docente. Neste sentido, cada docente terá de indicar qual o seu grau de satisfação ao lecionar um bloco (excluindo os blocos fictícios), designado por preferência, tendo em conta a escala apresentada na tabela 7.

Note-se que as adequabilidades e as preferências estão relacionadas, uma vez que é perceptível que os docentes preferam lecionar blocos a que estejam mais qualificados para o fazerem.

No entanto, existem situações em que estes dois parâmetros podem diferir. Por exemplo, no caso de uma unidade curricular com escolaridade teórica e teórico-prática e a adequabilidade do docente ser igual para ambos os casos, poderá acontecer de o docente ficar muito satisfeito em

lecionar a escolaridade teórica da unidade curricular e, no entanto, não tão satisfeito por lecionar a teórico-prática.

Tabela 7: Definição da escala relativa às preferências.

-1	Totalmente insatisfeito por lecionar o bloco.
0	Muito pouco satisfeito por lecionar o bloco.
1	Pouco satisfeito por lecionar o bloco.
10	Razoavelmente satisfeito por lecionar o bloco.
100	Muito satisfeito por lecionar o bloco.
1000	Totalmente satisfeito por lecionar o bloco.

Para os blocos fictícios a atribuição da preferência é imediata, atribuindo 1000 aos docentes que estejam com redução de horário justificada pelo bloco fictício e 0 caso contrário.

Na tabela 8 são apresentadas as preferências dos docentes relativamente aos blocos, referente à instância de teste anteriormente enunciada.

Tabela 8: Exemplo - matriz das preferências.

Blocos		Docentes				
		Docente_1	Docente_2	Docente_3	Docente_4	Docente_5
1	uc1_T	-1		1	10	10
2	uc1_TP		1			
3	uc2_M1_T1			1	1000	1
4	uc2_M2_T	1	-1		-1	10
5	uc2_M1_PL		-1	1	10	1
6	uc2_M2_PL	1	-1		-1	1
7	uc3_TP1	1	100	1		10
8	uc3_TP2	1		1		
9	uc4_T		100		10	1
10	uc5_T	100	1	-1	10	1
11	uc5_TP1	1		-1	1	1
12	uc5_TP2	1			1	1
13	uc6_M1_T	1	1	10	-1	-1
14	uc6_M2_T		10	1	1	-1
15	Cargo Direção	1000				
16	Sabática				1000	

3.2.5 Carga alvo

De forma a ser possível dar resposta a um problema do serviço docente é necessário que cada docente leccione um determinado número de horas. Define-se por carga alvo ao número de horas que cada docente deve leccionar.

Além disto, no sentido de permitir alguma flexibilidade considera-se um intervalo de cargas possíveis para o docente a leccionar. Sendo β a variabilidade permitida, a carga mínima e máxima possibilitada obtêm-se fazendo $c_d^{min} = (1 - \beta)c_d$ e $c_d^{max} = (1 + \beta)c_d$, com $d \in D$, respetivamente, onde c_d^{min} , c_d , c_d^{max} representam a carga mínima, alvo e máxima de cada docente e D representa o conjunto dos docentes de carreira.

No exemplo considerado, a carga alvo de cada docente é igual a 45 horas, exceto dos docentes com redução de horário que é 32,5 horas. Assumindo uma variabilidade $\beta = 20\%$ então os docentes 2, 3 e 5 terão de leccionar um número de horas entre 36 horas e 54 horas e os docentes com redução de horário (docente 1 e docente 4) entre 26 horas e 39 horas.

3.2.6 Memória

Considerando-se que é importante existir um equilíbrio a médio-longo prazo das horas lecionadas por cada docente, criou-se o conceito de memória com o objetivo da carga alvo de cada docente refletir as atribuições do serviço docente em anos anteriores (mantendo o conceito apresentado na subsecção anterior).

O conceito memória surgiu por se pretender que a carga alvo a leccionar por docente tenha em conta todo o histórico existente das horas lecionadas pelos docentes de carreira.

Neste sentido, para a aplicação da memória é necessário em todos os anos ir atualizando o histórico de cada docente, adicionando as horas que leccionou no último ano letivo ao histórico já existente. A primeira parte deste cálculo, relativo à carga alvo, passa por calcular a média das horas que cada docente deveria ter leccionado no final do ano letivo a planear. As horas a leccionar por docente, no ano letivo a planear, corresponde à diferença entre a média de horas lecionadas com o histórico existente de cada docente.

Desta forma, a carga alvo de cada docente obtêm-se da seguinte forma:

$$c_d = \frac{H_T + H_E}{|D|} - h_d, d \in D,$$

onde D representa o conjunto dos docentes de carreira, h_d representa o histórico de horas lecionadas do docente $d \in D$ e H_T e H_E representam o total das horas lecionadas pelos

docentes em anos anteriores e as horas totais estimadas a lecionar no ano letivo a planear, respetivamente.

De forma a garantir que as reduções de horário não têm influência na memória, a duração dos blocos fictícios são contabilizadas nas horas já lecionadas pelo docente, bem como o total das horas lecionadas por todos os docentes.

No caso particular de um docente estar de sabática anual, sabe-se que o mesmo não lecionará nesse ano letivo. E, portanto, aplicar-se-á a memória não contabilizando esse docente, atribuindo-lhe como carga alvo as horas correspondentes à redução de horário de uma sabática anual.

No exemplo que tem vindo a ser enunciado, assume-se que já foram lecionadas 518 horas totais e no ano letivo a planear existem 210 horas a serem lecionadas pelos docentes de carreira. Na tabela 8, encontram-se descritos os restantes dados necessários para a realização da memória, bem como a carga mínima, alvo e máxima. Além disto, apresenta-se também o histórico após o ano letivo a planear, no caso de os docentes lecionarem um número de horas igual à carga alvo. Assumiu-se uma variabilidade de 20% relativamente à carga alvo de cada docente.

Tabela 9: Exemplo – memória

Docente	Docente 1	Docente 2	Docente 3	Docente 4	Docente 5
Histórico do docente (horas)	96	112	100	120	90
Carga mínima do docente (horas)	39,68	26,88	36,48	20,48	44,48
Carga alvo do docente (horas)	49,6	33,6	45,6	25,6	55,6
Carga máxima do docente (horas)	59,52	40,32	54,72	30,72	66,72

Histórico do docente após o ano letivo (horas lecionadas = carga alvo)	145,6	145,6	145,6	145,6	145,6
--	-------	-------	-------	-------	-------

4. MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA

4.1 Modelo geral

No sentido de dar uma resposta ao problema central da dissertação é apresentado o modelo de programação inteira.

Considere-se os conjuntos dos docentes de carreira, unidades curriculares e blocos denotados por D, UC e B , respetivamente, e os conjuntos B^{uc} e T^{uc} que representam o conjunto de todos os blocos $b(uc) \in B$ da unidade curricular $uc \in UC$ e o conjunto de todos os blocos $b(uc) \in B$, cuja escolaridade associada é teórica, da unidade curricular $uc \in UC$.

Represente-se por a_{db} e p_{db} as adequabilidades e preferências, respetivamente, de cada docente $d \in D$ relativamente a cada bloco $b \in B$.

Seja, ainda, d_b a duração de cada bloco $b \in B$, H_E as horas totais estimadas a lecionar pelos docentes de carreira e c_d a carga alvo de cada docente $d \in D$ para o período letivo a planear. Defina-se, também, para cada docente $d \in D$, c_d^{min} e c_d^{max} como a carga mínima e máxima, respetivamente, para o mesmo período letivo.

Denote-se o parâmetro m como sendo o número máximo de unidades curriculares a lecionar por docente.

Considere-se, ainda, A_{db}^{min} e A_{db}^{max} como sendo o conjunto dos pares (docentes, $d \in D$; bloco, $b \in B$) cuja adequabilidade é mínima (-1) e máxima (1000), respetivamente.

Por último, seja α o fator de importância das adequabilidades no modelo, com $0 < \alpha < 1$, sendo $(1 - \alpha)$ o fator de importância das preferências.

As variáveis de decisão definidas são as seguintes:

- $x_{db} = \begin{cases} 1 & \text{se o docente } d \text{ leciona o bloco } b, d \in D, b \in B; \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $w_{duc} = \begin{cases} 1 & \text{se docente } d \text{ leciona algum bloco da UC } uc, d \in D, uc \in UC; \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- t_d representa o número de horas que o docente d leciona a menos que a carga alvo, $d \in D$;
- s_d representa o número de horas que o docente d leciona a mais que a carga alvo, $d \in D$.

Neste problema, a função objetivo (1) definida abaixo reflete uma função de preferências e adequabilidades que precisa de ser maximizada, onde a importância relativa das preferências e das adequabilidades é dada por α ($0 \leq \alpha \leq 1$).

$$Max \sum_{d \in D} \sum_{b \in B} ((1 - \alpha)p_{db} + \alpha a_{db})x_{db} \quad (1)$$

Existem uma série de restrições derivadas da definição do problema apresentadas no capítulo anterior que tem de ser respeitadas pelo modelo de programação inteira. Cada uma das restrições é modelada da seguinte forma:

$$\sum_{d \in D} x_{db} \leq 1, b \in B \quad (2)$$

$$\sum_{b \in B^{uc}} x_{db} \leq |B^{uc}|w_{duc}, d \in D, uc \in UC \quad (3)$$

$$\sum_{b \in B^{uc}} x_{db} \geq w_{duc}, d \in D, uc \in UC \quad (4)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{b \in T^{uc}} x_{db} \geq 1 \quad (5)$$

$$\sum_{uc \in UC} w_{duc} \leq m, d \in D \quad (6)$$

$$0 \leq t_d \leq c_d - c_d^{min}, d \in D \quad (7)$$

$$0 \leq s_d \leq c_d^{max} - c_d, d \in D \quad (8)$$

$$\sum_{b \in B} d_b x_{db} + t_d - s_d = c_d, d \in D \quad (9)$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{d \in D} d_b x_{db} = H_E \quad (10)$$

$$x_{db} = 0, (d, b) \in A_{db}^{min}, d \in D, b \in B \quad (11)$$

$$x_{db} = 1, (d, b) \in A_{db}^{max}, d \in D, b \in B \quad (12)$$

$$x_{db}, w_{bd} \in \{0,1\}, d \in D, b \in B$$

Com a restrição (2) garante-se a singularidade de cada bloco, isto é, garante-se que cada bloco é lecionado no máximo por um docente de carreira. Note-se que um bloco pode não ser lecionado por um docente de carreira se o for por um docente convidado.

As restrições (3) e (4) relacionam as variáveis de decisão x e w , sendo que a restrição (3) atribui valor diferente de zero a w se o docente lecionar algum bloco da unidade curricular (note-se que $|B^{uc}|$ define o número de blocos $b(uc) \in B$ que compõe a unidade curricular $uc \in UC$) e a restrição (4) garante que esse valor atribuído é 1. O facto de pelo menos uma aula teórica de cada unidade curricular ter de ser lecionada por um docente de carreira é garantido pela restrição (5) e a restrição (6) garante que o número de unidades curriculares lecionadas por cada docente é limitado. As restrições (7) e (8), (9) e (10) estão relacionadas com as horas a lecionar, onde as restrições (7) e (8) permitem a existência de alguma flexibilidade nas horas atribuídas a cada docente, a restrição (9) garante que as horas lecionadas por docente, incluindo as folgas, respeita a carga alvo do docente calculadas pela memória e a restrição (10) garante que as horas lecionadas pelos docentes de carreira é igual às horas totais estimadas a lecionar pelos docentes de carreira. Por último, as restrições (11) e (12) garantem que os escalões mínimos e máximos da adequabilidade são satisfeitos.

4.2 Exemplo

Tendo em conta o modelo de programação inteira proposto, é possível obter uma solução do exemplo que tem vindo a ser enunciado no capítulo anterior. O modelo de programação para o exemplo é descrito de seguida, assumindo que o fator de importância atribuído às adequabilidades é 1 ($\alpha=1$).

$$\text{Max } Z = -x_{11} + x_{12} + \dots - x_{513} - x_{514}$$

Sujeito a:

$$x_{11} + x_{21} + \dots + x_{51} \leq 1$$

⋮

$$x_{116} + x_{216} + \dots + x_{516} \leq 1$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 2 w_{11}$$

$$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} \leq 4 w_{12}$$

⋮

$$x_{515} \leq w_{57}$$

$$x_{516} \leq w_{516}$$

$$x_{11} + x_{12} \geq w_{11}$$

⋮

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} &\leq 2w_{11} \\
x_{11} + x_{21} + \dots + x_{51} &\geq 1 \\
&\vdots \\
x_{113} + x_{213} + \dots + x_{414} + x_{514} &\geq 1 \\
w_{11} + w_{12} + \dots + w_{18} &\leq 6 \\
&\vdots \\
w_{51} + w_{52} + \dots + w_{58} &\leq 6 \\
0 \leq t_1 &\leq 49,6 - 39,68 \\
&\vdots \\
0 \leq t_5 &\leq 55,6 - 44,48 \\
0 \leq s_1 &\leq 59,52 - 49,6 \\
&\vdots \\
0 \leq s_5 &\leq 66,72 - 55,6 \\
15x_{11} + 15x_{12} + \dots + 12,5x_{116} + t_1 - s_1 &= 49,6 \\
&\vdots \\
15x_{51} + 15x_{52} + \dots + 12,5x_{516} + t_5 - s_5 &= 55,6 \\
15x_{11} + 15x_{12} + \dots + 12,5x_{515} + 12,5x_{516} &= 210 \\
x_{11} &= 0 \\
&\vdots \\
x_{514} &= 0 \\
x_{115} &= 1 \\
x_{416} &= 1 \\
x_{ab} &\in \{0,1\}; d \in D, b \in B \\
w_{duc} &\in \{0,1\}; d \in D, uc \in UC
\end{aligned}$$

As cargas mínimas, alvo e máximas dos docentes consideradas para a obtenção da solução foram as obtidas através da aplicação da memória (secção 3.2.6). Na tabela 10, encontra-se a solução gerada pelo modelo de programação inteira.

Tendo em conta os resultados obtidos, pode verificar-se que o modelo de otimização obtém uma solução admissível. O cargo e a sabática são atribuídos de forma correta. Quando o docente em causa se encontra em sabática não leciona nenhum bloco que corresponda ao semestre do mesmo.

Tabela 10: Exemplo - resultados do modelo de otimização.

Blocos		Docentes				
		Docente_1	Docente_2	Docente_3	Docente_4	Docente_5
1	uc1_T	0	0	0	0	1
2	uc1_TP	0	1	0	0	0
3	uc2_M1_T	0	0	0	0	1
4	uc2_M2_T	0	0	0	0	1
5	uc2_M1_PL	0	0	0	0	0
6	uc2_M2_PL	1	0	0	0	0
7	uc3_TP1	0	0	1	0	1
8	uc3_TP2	0	0	0	0	0
9	uc4_T	0	1	0	0	0
10	uc5__T	1	0	0	0	0
11	uc5_TP1	0	0	0	1	0
12	uc5_TP2	0	0	0	0	0
13	uc6_M1_T	0	0	1	0	0
14	uc6_M2_T	0	0	1	0	0
15	Cargo Direção	1	0	0	0	0
16	Sabática	0	0	0	1	0

Horas lecionadas	45,0 (+12,5)	45,0	52,5	15,0 (+12,5)	52,5
-------------------------	--------------	------	------	--------------	------

Constata-se que não é atribuído nenhum bloco a um docente para os dois escalões mínimos da adequabilidade.

Neste exemplo de serviço docente, verifica-se que é necessário convidar docentes para lecionar dois blocos. No entanto, nenhum deles é teórico, o que significa que é respeitada a condição de que pelo menos um dos blocos teóricos de uma unidade curricular tem de ser lecionado.

Por último, observa-se que as horas a lecionar por docente estão de acordo com o intervalo possível para o efeito.

5. IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS

5.1 Implementação

O modelo de programação inteira, construído no sentido de responder a um problema concreto do serviço docente, está implementado no software *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio* (ver Anexo I). No entanto, este software recorre a uma folha de cálculo do Microsoft Excel onde se encontram os dados para o problema e onde escreve a solução obtida.

O primeiro passo para a utilização desta implementação, passa por indicar os blocos e docentes que fazem parte do serviço docente a planear, como mostra a figura 1. Também é necessário ter uma célula na folha de cálculo que indique quantos blocos fazem parte do serviço docente (célula A2 da folha de cálculo representada pela figura 1) e a duração de cada bloco (Coluna C da folha de cálculo representada pela figura 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Variáveis	Horas	Docentes				
2	16			docente1	docente2	docente3	docente4	docente5
3	Blocos	uc1_T	15					
4		uc1_TP	15					
5		uc2_M1_T	7,5					
6		uc2_M2_T	7,5					
7		uc2_M1_PL	15					
8		uc2_M2_PL	15					
9		uc3_TP1	22,5					
10		uc3_TP2	22,5					
11		uc4_T	30					
12		uc5_T	30					
13		uc5_TP1	15					
14		uc5_TP2	15					
15		uc6_M1_T	10					
16		uc6_M2_T	20					
17		cargo_direção_1	12,5					
18	eng_sabática_1	12,5						

Figura 1: Implementação do modelo de programação inteira - docentes, blocos e variável de decisão x.

Além dos docentes e blocos, também é necessário apresentar a lista das unidades curriculares que são oferecidas aos alunos no período letivo a planear, indicando qual o número de blocos que compõem cada unidade curricular. Além disto, tal como nos blocos, é necessário indicar o

número de unidades curriculares que compõem o serviço docente. A figura 2 ilustra a disposição desta informação na folha de cálculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H
19	8	UC'S	B^uc	docente1	docente2	docente3	docente4	docente5
20		uc1	2					
21		uc2	4					
22		uc3	2					
23		uc4	1					
24		uc5	3					
25		uc6	2					
26		cargo direção	1					
27		sabática	1					

Figura 2: Implementação do modelo de programação inteira - unidades curriculares, número de blocos que a compõem e variável de decisão w.

As adequabilidades dos docentes relativamente aos blocos, também, têm de ser representadas na folha de cálculo, descritas numa matriz (figura 3). Além disto, é importante indicar o semestre de cada bloco, no sentido de facilitar o preenchimento da matriz das adequabilidades (figura 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H
40				Docentes				
41		Blocos	Semestre	docente1	docente2	docente3	docente4	docente5
42		uc1_T	1					
43		uc1_TP	1					
44		uc2_M1_T	1					
45		uc2_M2_T	1					
46		uc2_M1_PL	1					
47		uc2_M2_PL	1					
48		uc3_TP1	1					
49		uc3_TP2	1					
50		uc4_T	2					
51		uc5_T	2					
52		uc5_TP1	2					
53		uc5_TP2	2					
54		uc6_M1_T	2					
55		uc6_M2_T	2					
56		Cargo Direção	-					
57		Sabática	1					

Figura 3: Implementação do modelo de programação inteira – adequabilidades.

As preferências dos docentes relativamente aos blocos inserem-se na folha de cálculo do Excel da mesma forma que as adequabilidades.

Os dados do modelo relativos às cargas alvo dos docentes, mínimas e máximas, horas a lecionar pelos docentes, número máximo de unidades curriculares a lecionar por docentes também é necessário introduzir na folha de cálculo. A figura 4 mostra como isso é representado na folha de cálculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H
31	H_E			D			m	
32	c_min							
33	cd							
34	c_max							
35	s							
36	t							

Figura 4: Implementação do modelo de programação inteira - horas totais estimadas; número de docentes e de unidades curriculares máximas a lecionar; cargas mínimas, alvo e máximas a lecionar por docente; variáveis de decisão t e s.

Para além de todos os dados relativos ao serviço docente, é necessário, também, inserir na folha de cálculo mais duas matrizes, onde as linhas das matrizes representam os blocos e as colunas representam as unidades curriculares. A diferença entre as matrizes é que numa das matrizes atribui-se 1 aos blocos que compõem cada uma das unidades curriculares (primeira matriz da figura 5) e na segunda matriz atribui-se 1 apenas aos blocos teóricos de cada unidade curricular (segunda matriz da figura 5). Por fim, na folha de cálculo é preciso indicar o número de blocos teóricos que compõe cada unidade curricular (figura 5).

	uc1	uc2	uc3	uc4	uc5	uc6	uc7	uc8
uc1_T	1							
uc1_TP	1							
uc2_M1_T		1						
uc2_M2_T		1						
uc2_M1_PL		1						
uc2_M2_PL		1						
uc3_TP1			1					
uc3_TP2			1					
uc4_T				1				
uc5_T					1			
uc5_TP1					1			
uc5_TP2					1			
uc6_M1_T						1		
uc6_M2_T						1		
Cargo Direção							1	
Sabática								1

	uc1	uc2	uc3	uc4	uc5	uc6	uc7	uc8
uc1_T	1							
uc1_TP								
uc2_M1_T		1						
uc2_M2_T		1						
uc2_M1_PL								
uc2_M2_PL								
uc3_TP1								
uc3_TP2								
uc4_T				1				
uc5_T					1			
uc5_TP1								
uc5_TP2								
uc6_M1_T						1		
uc6_M2_T						1		
Cargo Direção							1	
Sabática								1

Figura 5: Implementação do modelo de programação inteira - matriz 1 e matriz 2

O software retorna as soluções do modelo na folha de cálculo, onde as variáveis de decisão x , w são indicadas nas matrizes representadas na figura 1 e 2. A figura 4, além dos dados relativos a

horas, também mostra a forma como as variáveis de decisão t e s são apresentadas na folha de cálculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1				Docente 1				Docente 2				Docente 3				Docente 4				Docente 5			
2	Nº	Curso	UC	T	TP	PL	OT																
3	1		uc1																				
4	2		uc2																				
5	3		uc3																				
6	4		uc4																				
7	5		uc5																				
8	6		uc6																				
9	7		cargo direção																				
10	8		sabática																				

Figura 6: Implementação do modelo de programação inteira - formatação do departamento

Através de programação VBA do Microsoft Excel é possível apresentar a solução gerada pelo software no formato utilizado pelo departamento (figura 6).

Para uma reutilização da implementação do modelo de programação inteira é necessário uma atualização dos dados do serviço docente. Em primeiro, é necessário atualizar a lista dos docentes, das unidades curriculares e, conseqüentemente, dos blocos de forma a representar na folha de cálculo todas as ofertas que o departamento dispõe aos alunos a cada ano letivo. De seguida, é necessário proceder a uma atualização da matriz das adequabilidades e das preferências (no caso de serem considerados ambos os aspetos no modelo). Em particular, para a matriz das adequabilidades é necessário atualizar para os docentes que estiveram e que estarão de sabática.

Além de tudo isto e no caso de se pretender aplicar a memória, é fulcral a atualização das horas já lecionadas pelos docentes no sentido de uma correta aplicação do mesmo.

5.2 Casos de estudo

Nesta secção serão apresentadas duas instâncias de teste reais relativas a dois anos de escolaridade diferentes (2014/2015 e 2015/2016).

A primeira etapa para que seja possível colocar em prática o modelo de otimização que permite planear o serviço docente é o refinamento das unidades curriculares. A divisão das unidades curriculares em blocos teve em conta o número de módulos, tipos de escolaridade diferentes e turnos.

Para ambas as instâncias de teste, foi decidido que apenas as adequabilidades seriam contempladas e, assim sendo, $\alpha = 1$. Portanto, é apenas necessário preencher a matriz onde é

indicada as adequabilidades de cada docente a cada bloco, tendo por base uma escala enunciada na seção 3.2.3.

Em ambos os casos foram considerados duas possibilidades para a variabilidade das cargas alvo, para concluir qual o efeito que trará para a solução.

Por último, em ambos os casos de estudo considera-se que o número máximo de unidades curriculares a serem lecionadas por docente é dez.

Em todos os casos o tempo de computação foi inferior a trinta segundos.

5.2.1 Serviço docente 2014/2015

Para o serviço docente de 2014/2015, existem 22 docentes no departamento de diferentes áreas, sendo que três docentes ocupam cargos específicos no departamento e três docentes encontram-se de sabática (duas semestrais e uma anual – total de quatro sabáticas semestrais). Para além disto, neste período letivo é oferecido aos alunos 116 unidades curriculares distintas. E, de forma a conseguir aplicar o modelo, procedeu-se ao refinamento das mesmas, dando origem a 381 blocos. No entanto, para uma correta utilização do modelo de programação inteira, esta instância de teste passa a contabilizar com 118 unidades curriculares e 388 blocos (unidade curricular - Cargo que se divide em três blocos e unidade curricular - Sabática que se divide em quatro blocos). Para além disto, pela existência de uma sabática anual, o número de docentes diminui para 21, uma vez que um docente que se encontre de sabática anual não leciona qualquer bloco durante o ano letivo da mesma.

Para utilizar o modelo de otimização falta apenas aplicar a memória no sentido de saber a carga alvo de cada docente. Para este cálculo, utilizou-se o histórico de apenas um ano letivo 2013/2014. Neste ano letivo existe 5732,4 horas totais estimadas a serem lecionadas pelos docentes de carreira e um histórico total de 5614,7 horas já lecionadas pelos docentes de carreira (excluindo o docente de sabática anual).

Neste serviço docente foram geradas duas soluções considerando-se uma flexibilidade relativamente à carga alvo de cada docente de 1% e 5%.

Na tabela 11 são indicadas as cargas alvo atribuídas a cada docente aplicando a memória e, também, a diferença entre as horas atribuídas e a carga alvo para os dois casos referidos.

Tabela 11: Serviço docente 2014/2015 – memória.

Docente	Horas já lecionadas	Carga alvo (horas)	$\beta = 1\%$	$\beta = 5\%$
1	299,5	240,8	0,09	3,83
2	284,5	255,8	1,89	10,46
3	281,0	259,3	2,39	1,54
4	288,5	251,8	1,61	6,96
5	292,5	247,8	1,41	7,16
6	240,0	300,3	2,29	7,84
7	240,0	300,3	1,41	4,66
8	270,0	270,3	1,41	7,84
9	270,0	270,3	1,41	0,34
10	271,5	268,8	2,09	13,16
11	266,3	274,0	1,61	8,16
12	264,8	275,5	1,61	10,04
13	291,1	240,2	0,49	1,56
14	244,5	295,8	1,79	10,14
5	266,5	273,8	2,41	11,34
16	224,0	316,3	0,91	14,34
17	262,5	277,8	1,09	9,66
18	264,5	275,8	0,91	10,16
19	273,8	240,0	0,00	0,00
20	260,0	280,3	1,39	4,66
21	269,0	271,3	2,09	3,16
22	264,0	276,3	0,91	9,54

A soma das variações permitidas para uma flexibilidade de 1% e 5% é de 31,25 e 156,55 (tabela 11). E, portanto, a variabilidade das horas lecionadas pelos docentes relativamente à carga alvo é tanto maior quanto maior a flexibilidade permitida. No entanto, é necessário perceber se este facto traduz um aumento das adequabilidades dos blocos atribuídos a cada docente.

Após uma análise das adequabilidades correspondentes às atribuições feitas em cada um dos casos (tabela 12), atesta-se que, neste caso concreto, o aumento da flexibilidade relativamente

às horas alvo não é tão vantajoso quanto o esperado, uma vez que as alterações que ocorrem não são em grande número. No entanto, para ambas as soluções, mais de 95% das atribuições geradas são com adequabilidades máximas (10, 100, 1000). Pode constatar-se, também, que todas as adequabilidades 1000 foram atribuídas e que nenhuma adequabilidade mínima foi atribuída.

Tabela 12: Serviço docente 2014/2015 - adequabilidades atribuídas pelo modelo proposto.

Adequabilidade	-1	0	1	10	100	1000
% adequabilidades atribuídas, $\beta=1\%$	0,00%	2,54%	0,85%	7,08%	79,89%	9,63%
(n° de adequabilidades atribuídas em 353)	0	9	3	25	282	34
% adequabilidades atribuídas, $\beta=5\%$	0,00%	1,42%	1,42%	6,53%	82,25%	9,66%
(n° de adequabilidades atribuídas em 352)	0	5	5	23	286	34

Fazendo uma comparação com o serviço docente 2014/2015 realizado pelo departamento percebe-se que a solução obtida pelo modelo proposto é melhor que a solução proposta que o departamento, uma vez que gera atribuições com maiores adequabilidades. Na solução gerada pelo departamento pouco mais de 90% das atribuições têm adequabilidades máximas (10, 100 e 1000). Note-se, também, que a percentagem de adequabilidades dos dois escalões máximos é inferior à solução gerada pelo modelo (tabela 13).

Tabela 13: Serviço docente 2014/2015 - adequabilidades atribuídas pela solução do departamento.

Adequabilidade	-1	0	1	10	100	1000
% adeq. atribuídas	0,00%	1,76%	3,82%	22,94%	63,24%	8,24%
(n° de atribuídas em 340)	0	6	13	78	215	28

5.2.2 Serviço docente 2015/2016

Tal como no serviço docente anterior, o serviço docente relativo ao ano letivo de 2015/2016, é composto por 22 docentes de carreira. No entanto, neste caso, são dois os cargos específicos a

serem ocupados por docentes e seis docentes que se encontram de sabática. É de notar que duas das sabáticas são anuais e, por isso, este serviço docente conta com um total de 8 sabáticas semestrais. Devido a este último facto, o número de docentes a utilizar na memória são 20.

Neste período letivo são oferecidas aos alunos 112 unidades curriculares distintas, que se dividem em 379 blocos distintos. Desta forma, para dar resposta a este caso concreto, contabilizam-se 114 unidades curriculares e 389 blocos.

Para a aplicação da memória considera-se o histórico dos anos letivos 2013/2014 e 2014/2015. Neste ano letivo existem 5567,9 horas totais estimadas a serem lecionadas pelos docentes de carreira e um histórico total de 11013 horas já lecionadas pelos docentes de carreira (excluindo os docentes de sabática anual).

Neste serviço docente foram, de forma semelhante ao caso anterior, geradas duas soluções considerando uma flexibilidade relativamente à carga alvo de cada docente de 1% e 5%.

Na tabela 14 e 15 são indicadas as cargas alvo atribuídas a cada docente aplicando a memória e, também, a diferença entre as horas atribuídas e a carga alvo para os dois casos testados.

Tabela 14: Serviço docente 2015/2016 – memória.

Docente	Horas já lecionadas	Carga alvo	$\Delta \rightarrow \beta = 1\%$	$\Delta \rightarrow \beta = 5\%$
1	600,3	240,0	0,00	0,00
2	587,0	242,0	1,51	8,76
3	587,3	241,7	2,06	4,06
4	558,5	270,5	1,25	10,76
5	592,5	236,5	0,30	10,96
6	480,0	240,0	0,00	0,00
7	510,0	319,0	0,96	4,05
8	540,0	289,0	1,05	14,05
9	510,0	319,0	1,05	9,05
10	568,5	260,5	0,46	0,46
11	565,1	263,9	2,56	9,06
12	528,6	300,4	0,75	4,26
13	594,6	234,4	1,36	9,65

Tabela 15: Serviço docente 2015/2016 – memória (continuação).

Docente	Horas já lecionadas	Carga alvo	$\Delta \rightarrow \beta = 1\%$	$\Delta \rightarrow \beta = 5\%$
14	489,0	340,0	2,35	16,05
15	541,3	287,7	1,76	2,76
16	538,0	291,0	0,96	7,05
17	532,5	296,5	1,05	14,78
18	572,5	256,5	1,05	1,55
19	513,8	315,2	0,25	3,01
20	567,0	262,0	1,75	6,96
21	555,0	274,0	1,05	12,96
22	561,8	2267,2	0,26	2,26

Constata-se, uma vez mais, que apesar da influência que a flexibilidade tem sobre a atribuição de adequabilidades ser positiva, a diferença encontrada entre as duas soluções não é muito significativa.

No entanto, ambas as soluções podem ser consideradas boas, isto porque, em ambos os casos mais de 90% das adequabilidades pertencem aos escalões maiores (10, 100 e 1000) (tabela 16).

Tabela 16: Serviço docente 2015/2016 - adequabilidades atribuídas.

Adequabilidade	-1	0	1	10	100	1000
% adequabilidades atribuídas, $\beta=1\%$	0,00%	4,30%	2,29%	16,62%	69,05%	7,74%
(nº de adequabilidades atribuídas em 349)	0	15	8	58	241	27
% adequabilidades atribuídas, $\beta=5\%$	0,00%	2,31%	2,31%	17,34%	70,23%	7,80%
(nº de adequabilidades atribuídas em 346)	0	8	8	60	243	27

Além disto, fazendo uma comparação com a solução que o departamento considerou para este serviço docente, verifica-se que as adequabilidades atribuídas (tabela 17) são inferiores às que

são atribuídas pela solução gerada pelo modelo proposto nesta dissertação. Neste sentido, pode-se afirmar que a solução que o modelo proposto gera é melhor que a do departamento.

Tabela 17: Serviço docente 2015/2016 - adequabilidades atribuídas pela solução do departamento.

Adequabilidade	-1	0	1	10	100	1000
% adeq. atribuídas	1,18%	7,08%	5,01%	30,38%	50,15%	6,19%
(n° de adequabilidades atribuídas em 339)	4	24	17	103	170	21

5.3 Memória

Para a resolução do problema do serviço docente, foi enunciado o conceito de memória, que tem como objetivo calcular as horas que cada docente deve lecionar em cada ano letivo a planear, garantindo que a longo prazo exista um equilíbrio do número de horas já lecionadas por cada docente (histórico por docente).

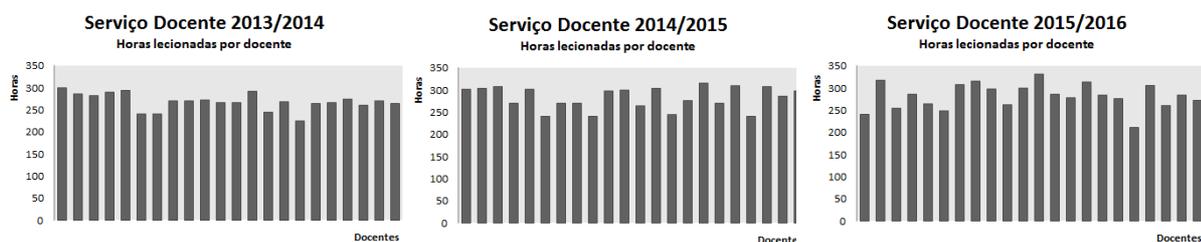


Figura 7: Horas lecionadas por docentes em 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016 no serviço docente realizado pelo departamento.

Na figura 7 encontram-se representados os gráficos que mostram as horas lecionadas por cada docente em cada serviço docente (2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016, respetivamente) elaborado pelo departamento e o gráfico da figura 8 representa o histórico do número de horas lecionadas por docente tendo em conta os três anos letivos já mencionados.

Histórico das horas lecionadas por docente (3 anos letivos)

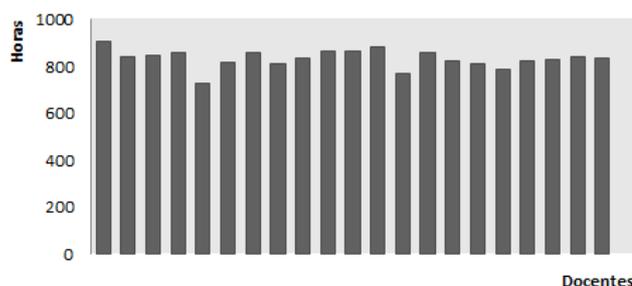


Figura 8: Histórico por docente das horas lecionadas em três anos letivos

Desta forma, conclui-se que a variabilidade das horas lecionadas pelos docentes é elevada em todos os anos. Tal facto acontece também no histórico de cada docente, criando um desequilíbrio entre docentes. Neste exemplo, a maior diferença de horas lecionadas entre docentes alcança quase as 180 horas.

Com o sistema de memória pretende-se diminuir a diferença das horas lecionadas pelos docentes e, em modo de comparação, aplicou-se o modelo proposto nesta dissertação para encontrar possíveis soluções para os serviços docentes relativos aos anos 2014/2015 e 2015/2016. Para o ano letivo 2014/2015 utilizou-se o histórico dos resultados do departamento do ano letivo 2013/2014 e para o ano letivo 2015/2016 juntou-se ao histórico já utilizado os resultados do ano letivo 2014/2015 obtidos pelo modelo.

Ambos os casos foram testados permitindo uma variabilidade de 5%.

Analisando as horas lecionadas pelos docentes nos anos letivos 2014/2015 e 2015/2016 (figura 9) verifica-se que a variabilidade relativa às horas lecionadas pelos docentes continua a existir. No entanto algumas situações ocorrem no sentido de compensar situações que tenham ocorrido no passado.

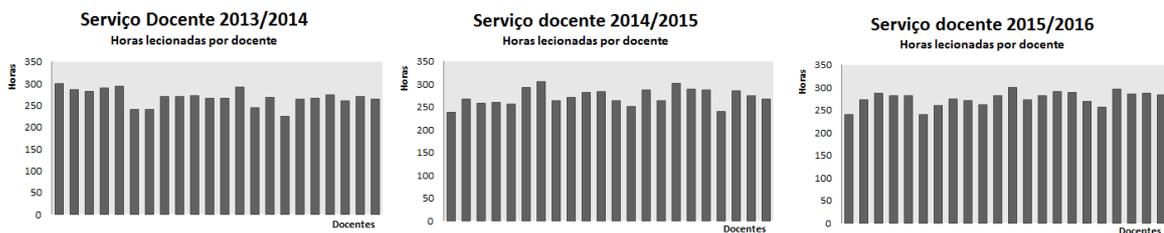


Figura 9: Horas lecionadas pelos docentes nos anos letivos 2013/2014, 2014/2015, 2015/2016 para o serviço docente aplicando o modelo proposto.

Analisando-se o histórico destes três anos letivos, tendo em conta as soluções geradas pelo modelo proposto (figura 10) constata-se que a variabilidade existente no histórico de cada docente é inferior ao histórico gerado pelos serviços docentes do departamento.

Histórico das horas lecionadas por docente (3 ano letivos)

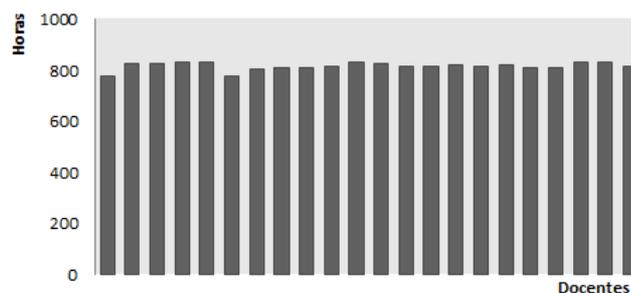


Figura 10: Histórico das horas lecionadas em três anos letivos, aplicando o modelo proposto.

Além disto, com a aplicação da memória em apenas dois anos consecutivos, aquando da elaboração do serviço docente, gera uma diferença de 60 horas lecionadas por docente, reduzindo assim o desequilíbrio existente para menos de metade.

6. CONCLUSÃO

Nesta dissertação propôs-se uma abordagem baseada em programação inteira para um problema real da distribuição do serviço docente de um departamento de uma instituição de ensino portuguesa, contemplando os todos os aspetos considerados como fundamentais para a elaboração de um serviço docente otimizado.

A proposta apresentada, além de contemplar as qualificações e satisfação dos docentes, garante que os docentes não lecionam mais do que um determinado número de unidades curriculares e que pelo menos uma parte teórica de uma unidade curricular é lecionada por um docente de carreira. É, ainda, definido o conceito de memória, que permite obter as horas que cada docente deve lecionar em cada ano letivo tendo em conta o histórico, criando a médio-longo prazo um equilíbrio das horas lecionadas por docente.

O modelo de programação inteira foi implementado no software *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*, que recorre a uma folha de cálculo do Microsoft Excel para ler os dados e escrever a solução

O modelo apresentado foi testado em duas instâncias relativas a dois anos letivos, tendo-se soluções que, em ambos os casos, são de melhor qualidade que as soluções geradas manualmente pelo departamento, considerando como medida de qualidade as adequabilidades. Em ambas as instâncias de teste, o tempo de computação é inferior a um minuto.

Com a reutilização do modelo proposto, e da respetiva implementação, o departamento além de obter uma solução para o serviço docente mais rapidamente, obtém uma resposta para o serviço docente otimizada. É de referir que o modelo proposto identifica as áreas menos cobertas pelos docentes de carreira, facilitando assim a identificação de docentes convidados adequados às necessidades do departamento.

Para trabalhos futuros seria uma mais-valia para a implementação computacional do modelo de programação inteira tornar a introdução dos dados na folha de cálculo do Excel de forma automática. Para tal, poderia ser usada programação VBA com o intuito de gerar automaticamente a lista dos blocos, indicando apenas as unidades curriculares e as informações necessárias para a sua divisão em blocos. Além disto, no sentido de facilitar o preenchimento da matriz das adequabilidades seria interessante que fosse atribuída adequabilidade (-1) ao par (docente, bloco), cujo docente se encontrasse de licença sabática num dos semestres e os

blocos fossem lecionados no semestre correspondente, de forma automática. Para tal, poderia mais uma vez ser utilizada programação VBA.

BIBLIOGRAFIA

- Aickelin, U., & Dowsland, K. A. (2004). An indirect genetic algorithm for a nurse-scheduling problem. *Computers and Operations Research*, *31*, 761–778. doi:10.1016/S0305-0548(03)00034-0
- Al-Yakoob, S. M., & Sherali, H. D. (2006). Mathematical programming models and algorithms for a class–faculty assignment problem. *European Journal of Operational Research*, *173*(2), 488–507. doi:10.1016/j.ejor.2005.01.052
- Arntzen, H., & Løkketangen, A. (2003). A tabu search heuristic for a university timetabling problem. In *Proceedings of the Fifth Metaheuristics International Conference* (pp. 65–85).
- Asratian, A. S., & De Werra, D. (2002). A generalized class-teacher model for some timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, *143*, 531–542. doi:10.1016/S0377-2217(01)00342-3
- Burdett, R. L., & Kozan, E. (2010). A disjunctive graph model and framework for constructing new train schedules. *European Journal of Operational Research*, *200*(1), 85–98. doi:10.1016/j.ejor.2008.12.005
- Caprara, A., Fischetti, M., & Toth, P. (2002). Modeling and Solving the Train Timetabling Problem. *Operations Research*, *50*(5), 851–861. doi:10.1287/opre.50.5.851.362
- Caron, G., Hansen, P., & Jaumard, B. (1999). The Assignment Problem with Seniority and Job Priority Constraints. *Operations Research*, *47*(3), 449–453. doi:10.1287/opre.47.3.449
- Carter, M. W., & Laporte, G. (1998). Recent Developments in Practical Course Timetabling. *Practice and Theory of Automated Timetabling II*, *1408*, 3–19.
- Chiarandini, M., Birattari, M., Socha, K., & Rossi-Doria, O. (2006). An effective hybrid algorithm for university course timetabling. *Journal of Scheduling*, *9*(5), 403–432. doi:10.1007/s10951-006-8495-8
- Daskalaki, S., Birbas, T., & Housos, E. (2004). An integer programming formulation for a case study in university timetabling. *European Journal of Operational Research*, *153*(1), 117–135. doi:10.1016/S0377-2217(03)00103-6
- De Werra, D. (1985). An introduction to timetabling. *European Journal of Operational Research*, *19*(2), 151–162. doi:10.1016/0377-2217(85)90167-5
- Deris, S., Omatu, S., & Ohta, H. (2000). Timetable planning using the constraint-based reasoning. *Computers and Operations Research*, *27*, 819–840. doi:10.1016/S0305-0548(99)00051-9
- Dowsland, K. A. (1998). Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation. *European Journal of Operational Research*, *106*, 393–407. doi:10.1016/S0377-2217(97)00281-6

- Hultberg, T. H., & Cardoso, D. M. (1997). The teacher assignment problem: A special case of the fixed charge transportation problem. *European Journal of Operational Research*, 101(3), 463–473. doi:10.1016/S0377-2217(96)00082-3
- Lee, Y., & Chen, C. Y. (2009). A heuristic for the train pathing and timetabling problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43, 837–851. doi:10.1016/j.trb.2009.01.009
- Lewis, R., & Thompson, J. (2015). Analysing the effects of solution space connectivity with an effective metaheuristic for the course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 637–648. doi:10.1016/j.ejor.2014.07.041
- McCollum, B., Schaerf, A., Paechter, B., McMullan, P., Lewis, R., Parkes, A. J., Gaspero, L. D., Qu, R., Burke, E. K. (2010). Setting the research agenda in automated timetabling: The second international timetabling competition. *INFORMS Journal on Computing*, 22(1), 120–130. doi:10.1287/ijoc.1090.0320
- Pentico, D. W. (2007). Assignment problems: A golden anniversary survey. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 774–793. doi:10.1016/j.ejor.2005.09.014
- Post, G., Di Gaspero, L., Kingston, J. H., McCollum, B., & Schaerf, A. (2013). The Third International Timetabling Competition. *Annals of Operations Research*, 1–7. doi:10.1007/s10479-013-1340-5
- Schaerf, A. (2010). A Survey of Automated Deduction, (Gotlieb 1963), 87–127. Retrieved from <http://hdl.handle.net/1842/3392>
- Wang, Y. (2002). An application of genetic algorithm methods for teacher assignment problems. *Expert Systems with Applications*, 22(4), 295–302. doi:10.1016/S0957-4174(02)00017-9
- Wren, A. (1996). Scheduling, timetabling and rostering—a special relationship? *Practice and Theory of Automated Timetabling*. Retrieved from http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-61794-9_51

ANEXO I – MODELAÇÃO DO MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA NO SOFTWARE

```
SheetConnection sheet("Servico_docente_15-16_vr2.xlsx");

numdocentes from SheetRead(sheet,"Blocos!docentes");
numblocos from SheetRead(sheet,"Blocos!numblocos");
numuc from SheetRead(sheet,"Blocos!numuc");

m from SheetRead(sheet, "Blocos!m");
duracao from SheetRead(sheet,"Blocos!duracao");
adequabilidade from SheetRead(sheet, "blocos!adequabilidade");
uc_bloco from SheetRead(sheet, "blocos!uc_bloco");
blocos_uc from SheetRead(sheet, "blocos!blocos_uc");
aulas_teoricas from SheetRead(sheet, "blocos!aulas_teoricas");
num_aulas_teoricas from SheetRead(sheet, "blocos!num_aulas_teoricas");
Cd from SheetRead(sheet, "blocos!Cd");
Cd_min from SheetRead(sheet, "blocos!Cd_min");
Cd_max from SheetRead(sheet, "blocos!Cd_max");
N from SheetRead(sheet, "blocos!b");

s to SheetWrite (sheet, "blocos!s");
t to SheetWrite (sheet, "blocos!t");
w to SheetWrite(sheet, "blocos!w");
x to SheetWrite(sheet,"blocos!x");

int numblocos=...;
int numdocentes=...;

range blocos=1..numblocos;
range docentes=1..numdocentes;

int numuc=...;

range ucs=1..numuc;

int m=...;

int N=...;

float duracao[blocos]=...;
float blocos_uc[ucs]=...;
float uc_bloco[blocos][ucs]=...;
float aulas_teoricas[blocos][ucs]=...;
float num_aulas_teoricas[ucs]=...;
float adequabilidade[blocos][docentes]=...;
float Cd[docentes]=...;
float Cd_min[docentes]=...;
float Cd_max[docentes]=...;

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////INTEGER//PROBLEM////////////////////////////////////

dvar boolean x[blocos][docentes];
dvar boolean w[ucs][docentes];
```

```

dvar float+ s[docentes];
dvar float+ t[docentes];

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////

maximize sum (b in blocos, d in docentes)
adequabilidade[b][d]*x[b][d];

subject to {
forall (d in docentes) 0<=s[d]<=Cd[d]-Cd_min[d];
forall (d in docentes) 0<=t[d]<=Cd_max[d]-Cd[d];
forall (d in docentes) sum (b in blocos) duracao[b]*x[b][d]
s[d]+t[d]==Cd[d];
forall (b in blocos) sum (d in docentes) x[b][d]<=1;
forall (d in docentes) sum (uc in ucs) w[uc][d]<=m;
sum(b in blocos) duracao[b] - sum(b in blocos, d in
docentes)duracao[b]*x[b][d]==N;
forall (d in docentes)
  forall (uc in ucs)
    sum (b in blocos) uc_bloco[b][uc]*x[b][d]<=blocos_uc[uc]*w[uc][d];
forall (j in docentes)
  forall (k in ucs)
    sum (i in blocos) uc_bloco[i][k]*x[i][j]>=w[k][j];
forall (l in blocos, j in docentes: adequabilidade[l][j]==-1)
x[l][j]==0;
forall (l in blocos, j in docentes: adequabilidade[l][j]==1000)
x[l][j]==1;
forall (uc in ucs: num_aulas_teoricas[uc]>=1)
  sum (b in blocos, d in docentes)
aulas_teoricas[b][uc]*x[b][d]>=1;
}

```