

# Lajes Mistas de Madeira-Betão

Jorge M. Branco<sup>1, †</sup>, Paulo J. Cruz<sup>2</sup>

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil  
Azurém, P – 4800-058 Guimarães, Portugal*

## RESUMO

Em trabalhos de reabilitação de edifícios antigos é prática comum a substituição dos pavimentos de madeira por lajes de betão. Esta solução produz um aumento de massa que pode conduzir a uma significativa diminuição da segurança estrutural. Estudos recentes mostram que a utilização de pisos mistos de madeira-betão, reutilizando ou não as traves existentes, conduz a soluções mais leves e melhor enquadradas na arquitectura. O comportamento deste tipo de lajes é fortemente condicionado pela ligação madeira-betão.

Neste trabalho, analisam-se as tipologias mais correntes, os sistemas de ligação disponíveis e a metodologia de cálculo preconizada pelo Eurocódigo 5 para o dimensionamento de lajes mistas de madeira-betão, apresentando-se a resolução de um exemplo numérico. São ainda descritas novas tipologias estruturais, em particular, aquelas orientadas para a pré-fabricação.

## 1. INTRODUÇÃO

A prática, muito popular entre nós, de substituir as antigas estruturas de madeira por outras de betão tem inconvenientes óbvios. O aumento de peso ao substituir-se, por betão armado, uma cobertura ou um piso de madeira pode, facilmente, revelar-se penalizador para a segurança global do edifício. Além do agravamento das cargas verticais nas paredes, este aumento de massa origina um aumento proporcional das forças sísmicas. Este tipo de intervenção conduz, igualmente, à descaracterização das construções antigas, o que pode representar uma perda irreversível do seu valor patrimonial e arquitectónico.

Uma solução que cada vez ganha mais adeptos é a da conversão dos soalhos em sistemas mistos de madeira-betão, resultando em elementos com excelentes características tanto estruturais como estéticas. O recurso a esta técnica permite rentabilizar todo o material já existente, uma vez que as vigas continuam a ter uma importante função estrutural, enquanto que as tábuas de soalho são utilizadas como cofragem natural para a lajeta de betão.

A ligação entre os dois materiais pode ser realizada de distintas formas, contudo a mais simples recorre ao uso de ligadores metálicos fáceis de aplicar (pregos, parafusos, anéis de aço, varões, etc.).

---

<sup>1</sup> Assistente Estagiário

<sup>†</sup> Autor para quem a correspondência deverá ser enviada (jbranco@civil.uminho.pt)

<sup>2</sup> Professor Associado

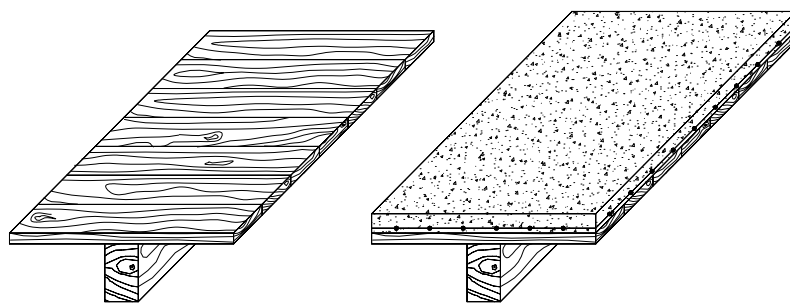


Figura 1 - Transformação de um soalho tradicional numa laje mista madeira-betão

A transformação em sistemas mistos permite tirar partido das melhores propriedades destes dois materiais, ao combinar a resistência, a rigidez e a protecção ao fogo proporcionada pelo betão, com um material ecológico e leve como é a madeira. O betão é utilizado em compressão, onde desempenha totalmente as funções de resistência e rigidez, e a madeira em tracção, eliminando assim a utilização do betão apenas como carga passiva, Ceccotti (1995). O resultado é uma solução estruturalmente eficiente, rígida e leve ao mesmo tempo.

A capacidade resistente original poderá ser duplicada, a sua rigidez à flexão aumentada três a quatro vezes e a rigidez no seu plano pode agora ser considerada como infinita. Para além do aumento de resistência, a transformação dos soalhos em lajes mistas tem outras vantagens: diminuição das vibrações (os ruídos incomodativos dos soalhos tradicionais são eliminados); bom isolamento acústico (60 dB); protecção ao fogo (F30, F60 e F90) e protecção da madeira, à acção da água, conferida pelo betão, Natterer (1998). Estas alterações permitem a utilização de edifícios antigos respeitando os níveis de exigência actuais com vantagens económicas muito importantes relativamente às soluções alternativas.

O campo de aplicação das lajes mistas de madeira-betão não se restringe à reabilitação. Esta solução tem enormes potencialidades, nomeadamente, na pré-fabricação de novos edifícios. A combinação de características como a baixa relação peso/resistência, as reduzidas vibrações e os excelentes isolamentos térmico e acústico, com um processo industrializado, conduz a uma solução construtiva competitiva.

## 2. EVOLUÇÃO DAS TIPOLOGIAS

Até ao aparecimento do betão, as lajes dos edifícios habitacionais eram predominantemente executadas em madeira. Do ponto de vista estrutural, o sistema construtivo utilizado era constituído por uma estrutura reticulada horizontal composta por dois ou três níveis. A organização estrutural dos distintos elementos em níveis dependia da geometria da laje, Redondo (2001). No caso de pequenos vãos, 3 a 4 metros, as vigas eram directamente apoiadas nas paredes e sobre estas eram pregadas as tábuas de soalho. Para vãos superiores, 5 a 7 metros, era necessária a colocação de vigas secundárias. As vigas principais, perpendiculares às paredes de apoio, suportavam as vigas secundárias, paralelas às paredes, e estas, as tábuas de soalho.

Na reabilitação destas tipologias, no caso de optarmos por soluções mistas, a laje de betão é betonada directamente sobre a madeira. Após a aplicação de um tratamento, dependente do estado de conservação da madeira, procede-se à colocação dos pregos com um espaçamento de 40 a 45 cm, sobre as vigas principais. Depois da colocação da malhasol, para ter em conta os efeitos de retracção do betão, procede-se à betonagem até se obter uma espessura de 4 a 5 cm. Na figura seguinte apresentam-se as duas tipologias discutidas e o resultado da transformação em soluções mistas.

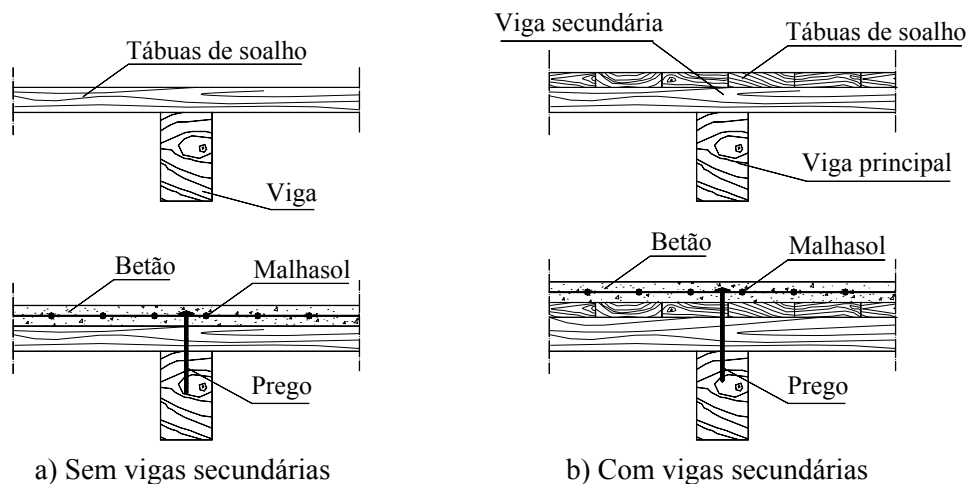


Figura 2 – Tipologias mais frequentes e respectivas soluções de reabilitação

Nos últimos anos, foram propostas diversas soluções para a ligação entre os dois materiais. Estas distinguem-se pelo tipo de ligador utilizado, ou simplesmente, pelo ângulo formado por este com as vigas de madeira. Vários autores apresentaram e estudaram distintos tipos de ligadores os quais, no entanto, nem sempre resultavam numa fácil aplicação prática.

As tipologias que mais se distinguem referem-se às estruturas novas. Na Figura 3, apresenta-se uma solução que, obedecendo aos princípios das tipologias tradicionais, prevê a utilização de um ligador metálico em forma de perno, desenvolvido pela Tecnaria, ligado à madeira através de dois parafusos (Figura 4). Face ao desenvolvimento actual do sector dos derivados de madeira, esta solução prevê a utilização de placas de aglomerado em substituição das tradicionais tábuas de soalho. É uma solução que se distingue pelo ligador utilizado e destina-se a aplicações de reabilitação e a construções novas.

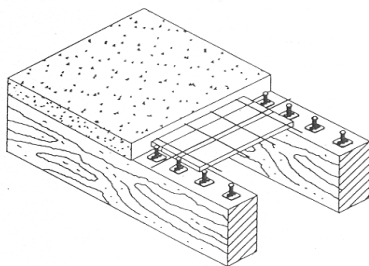


Figura 3 – Organização dos elementos, Tecnaria (1995)

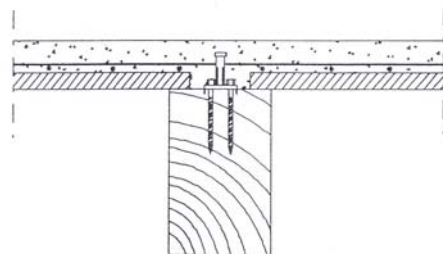
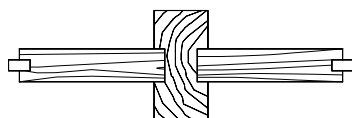
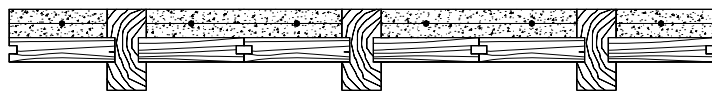


Figura 4 – Fixação do ligador às vigas, Tecnaria (1995)

Recentemente, foi apresentada uma solução que sendo destinada a construções novas, contraria os fundamentos das soluções anteriores, tanto na organização dos diversos elementos como no próprio sistema estrutural empregue, Figura 5.



a) – Módulo individual



b) – Secção transversal da laje mista

Figura 5 – Esquema da solução proposta, Szucs (2000)

Este é um processo semi-industrializado, onde as peças de madeira são pré-fabricadas permitindo uma fácil montagem em obra e funcionando como cofragem, que se espera que venha a ser comprovado com algumas realizações, Szucs (2000).

Nos anos oitenta, na Europa Central, construíram-se diversas lajes em madeira, constituídas por tábuas orientadas na vertical, pregadas entre si (Figura 6). Para vãos elevados, por exemplo 12 metros, e para cargas correntes ( $5 \text{ kN/m}^2$ ) a largura exigida para as tábuas atingia os 280 mm, Sandoz (2000). A indústria da madeira não estava, nem está, preparada para fornecer madeira com estas características a preços competitivos. A solução, especialmente para vãos acima dos 10 metros, passa pela utilização de um sistema misto de madeira-betão, como é exemplo o sistema estrutural empregue nas lajes duma escola de Triensenberg, Finlândia (Figura 7). A ligação eficiente da secção transversal mista pode ser materializada por vários tipos de ligadores: pregos, parafusos, pernos, etc.

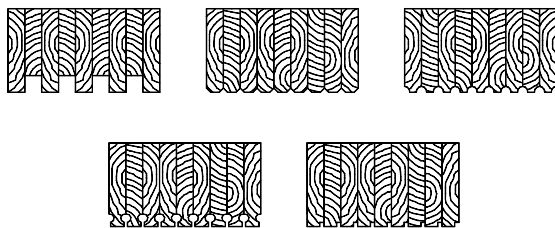


Figura 6 – Secções transversais de lajes de madeira, Sandoz (2000)

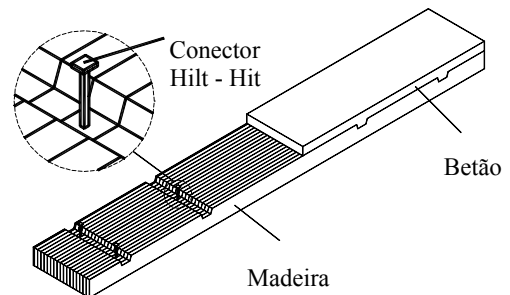


Figura 7 – Esquema da solução mista, Sandoz (2000)

### 3. SISTEMAS DE LIGAÇÃO

O comportamento da secção mista é assegurado pelo sistema de ligação, cuja função é garantir que os dois materiais trabalhem conjuntamente, bem como impedir a ocorrência de deslocamentos verticais entre os dois materiais.

É a eficácia desta ligação que caracteriza o comportamento global destas lajes. Esta pode ser rígida, Figura 8, impedindo qualquer deslizamento entre os dois materiais, conservando as secções planas na deformação. No entanto, esta solução exige um número elevado de ligadores, o que a torna uma opção antieconómica.

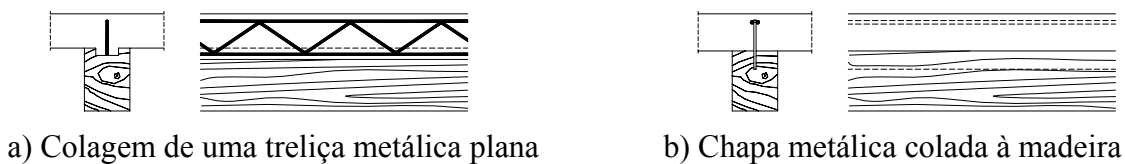


Figura 8 - Ligações rígidas

Reduzindo o número de ligadores ou a sua rigidez, a rigidez da ligação vem diminuída, caso das Figuras 9, 10 e 11, permitindo pequenos deslizamentos horizontais entre a madeira e o betão.

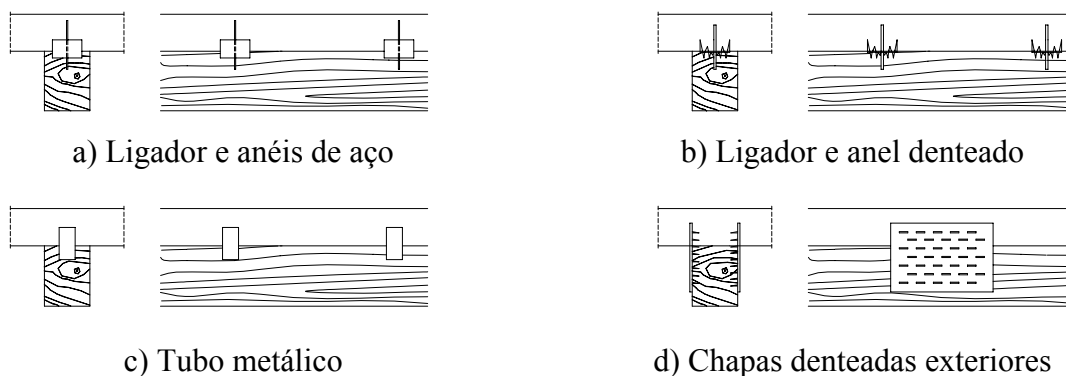




c) Parafusos verticais

d) Parafusos inclinados

Figura 9 - Ligações com pregos, parafusos ou varões



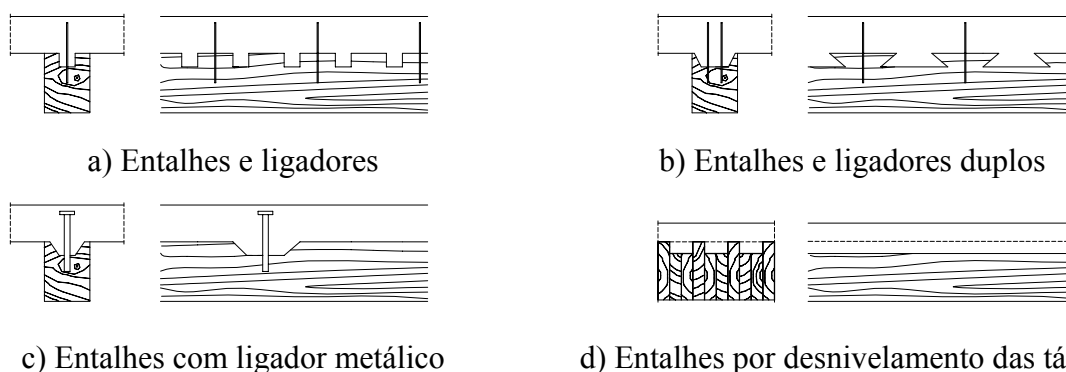
a) Ligador e anéis de aço

b) Ligador e anel denteado

c) Tubo metálico

d) Chapas denteadas exteriores

Figura 10 - Ligações com anéis de aço, tubos metálicos ou chapas denteadas



a) Entalhes e ligadores

b) Entalhes e ligadores duplos

c) Entalhes com ligador metálico

d) Entalhes por desnivelamento das tábuas

Figura 11 - Ligações com entalhes e/ou ligadores

Por exemplo, aquando da utilização de pregos, parafusos ou varões, Figura 9, a rigidez é inferior comparativamente aos sistemas de ligação utilizando também chapas ou anéis, Figura 10, e ainda menos rígida que as soluções que prevêm cavidades na madeira, Figura 11. Pode-se afirmar que a rigidez efectiva à flexão ( $EI$ )<sub>ef</sub> pode variar entre os 50%, para os casos da Figura 9, até aos 100%, para as soluções da Figura 8, dos valores da rigidez à flexão da correspondente secção mista com funcionamento conjunto perfeito.

#### 4. CLASSES DE QUALIDADE DA MADEIRA

A utilização da madeira como material estrutural, pressupõe a sua classificação de forma a prever o seu comportamento mecânico. Esta operação baseia-se em normas de classificação visual (avaliação a olho nu dos defeitos da madeira) ou mecânica (determinação do módulo de elasticidade), adaptadas às espécies da madeira e à sua proveniência (país de origem), que estabelecem diversas Classes de Qualidade, LNEC – M2 (1997).

Cada classe de qualidade prevista pelas normas, foi estabelecida com base nos valores característicos da massa volúmica, do módulo de elasticidade em flexão longitudinal e da resistência à flexão longitudinal da espécie em causa. Ao conjunto de classes de qualidade que exibem as mesmas propriedades físicas e mecânicas denomina-se Classe de Resistência (designadas por letras seguidas por um número). A letra *C* corresponde às madeiras maciças Resinosas, a letra *D* às Folhosas e as letras *GL* aos lamelados colados. O número definido pelos algarismos corresponde ao valor característico da resistência à flexão longitudinal, expressa em  $N/mm^2$ . Como curiosidade, é de referir que para madeira maciça obtida de Resinosas são consideradas classes desde C14 a C40 (ver EN 338).

No caso específico do Pinho bravo, é o Documento Nacional de Aplicação para Portugal que define os valores característicos de resistência correspondentes às Classes de Qualidade, E (Estruturas) e EE (Especial Estruturas), estabelecidas na Norma Portuguesa NP 4305.

## 5. CÁLCULO PELO EUROCÓDIGO 5

Os pavimentos mistos de madeira-betão são, tradicionalmente, dimensionados com equações simplificadas e aplicando coeficientes de segurança muito elevados, relativamente aos usados para outras estruturas, Cruz (2000). Frequentemente o dimensionamento do pavimento é realizado desprezando a contribuição da estrutura de madeira.

Os métodos normalmente aplicados distinguem-se de acordo com a rigidez da ligação entre os dois materiais. Se a ligação for rígida a hipótese de Bernoulli pode ser aceite, tornando o cálculo extremamente simples. Basta homogeneizar a secção num só material, madeira ou betão, para obtermos os esforços e as deformações da secção, sendo suficiente a aplicação de equações básicas da resistência dos materiais. Quando a ligação deixa de ser rígida, passando a ter comportamento semi-rígido, a secção deixa de ser plana. O aparecimento de pequenos deslizamentos horizontais entre os dois materiais torna necessária a quantificação do escorregamento relativo entre os dois materiais. A relação entre o escorregamento e a força que o origina é traduzida pelo coeficiente de escorregamento.

A entrada em vigor do Eurocódigo 5 (EC5), veio facilitar o dimensionamento das secções mistas madeira-betão ao sugerir a utilização de equações simplificadas baseadas no cálculo da rigidez efectiva à flexão e na distribuição de tensões apresentada na Figura 12, obtida em função da rigidez da ligação entre os dois materiais.

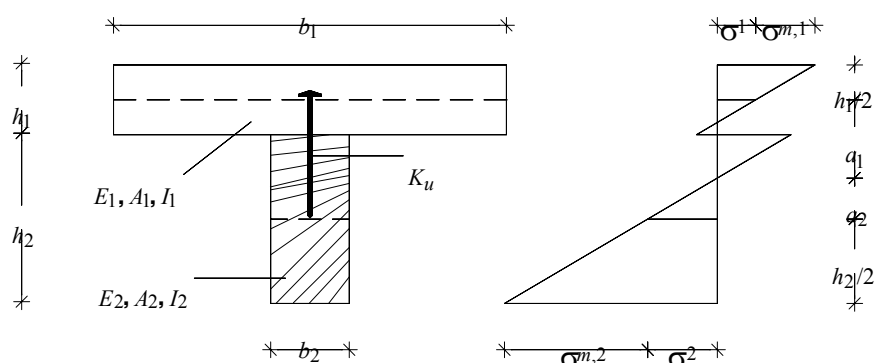


Figura 12 – Esquema da secção mista madeira-betão

De seguida, apresentam-se os passos fundamentais da metodologia de dimensionamento de lajes mistas de madeira-betão, preconizada pelo EC5. Esta metodologia foi implementada num programa de cálculo, desenvolvido pelos autores no âmbito da disciplina “Estruturas Metálicas e Mistas”, do curso de Mestrado em Engenharia Civil da

Universidade do Minho, (ano lectivo 2000/01), denominado Bewood 1.0, do qual se apresenta no ponto seguinte, o quadro de resultados para o problema proposto como exemplo de aplicação.

### 5.1. Rigidez Efectiva à Flexão

As equações de equilíbrio resultantes da distribuição das tensões de flexão, apresentada na Figura 12, permitem a definição da rigidez efectiva à flexão,  $(EI)_{ef}$ , dada pela equação (1).

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^2 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (1)$$

sendo  $A_i$  a área do material  $i$  dada por:

$$A_i = b_i h_i \quad (2)$$

e  $I_i$ , a inércia desse material em relação ao seu eixo neutro:

$$I_i = b_i h_i^3 / 12 \quad (3)$$

Considerando que o  $\gamma_2$  assume um valor unitário resulta para  $\gamma_1$  o valor de:

$$\gamma_1 = [1 + \pi^2 E_1 A_1 s / (k_u l^2)]^{-1} \quad (4)$$

em que  $s$  é o valor do espaçamento entre ligadores,  $l$  o vão da viga,  $k_u$  o módulo de deslizamento instantâneo, obtido por ensaios conforme a EN 26891, e  $E_1 A_1$  o factor de rigidez axial do betão.

O termo numérico  $a_1$  é dado por:

$$a_1 = \left( \frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 \quad (5)$$

em que  $h_1$  é a espessura da lajeta de betão,  $h_2$  a altura da viga de madeira e  $a_2$  representa a relação entre a rigidez garantida apenas pelo betão e a rigidez conferida pelos dois materiais:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (a_1 + a_2)}{\sum_{i=1}^2 \gamma_i E_i A_i} \quad (6)$$

É de referir que a equação (6) introduz uma sugestão apresentada por Ceccotti (1995), ao substituir o termo  $(h_1+h_2)/2$  por  $(a_1+a_2)$ , por forma a ser possível a aplicação desta metodologia a secções mistas que prevejam a colocação de tábuas de soalho, painéis de aglomerados ou de contraplacado entre o betão e as vigas de madeira.

O valor do espaçamento entre ligadores,  $s$ , a considerar deverá corresponder ao valor sugerido pelo EC5 para o espaçamento constante,  $s_{eq}$ :

$$s_{eq} = 0.75 \cdot s_{min} + 0.25 \cdot s_{max} \quad (7)$$

em que os valores para os espaçamentos máximo,  $s_{max}$ , e mínimo,  $s_{min}$ , correspondentes ao meio vão central e aos quartos de vão externos, respectivamente. Estes valores podem ser fixados com base na sensibilidade do projectista, auxiliando-se de expressões empíricas, (8) e (9), devendo, no entanto, cumprir a desigualdade da equação (10), imposta pelo EC5.

$$s_{min} = (h_2 - 10)/2 \quad (8)$$

$$s_{max} = \frac{h_2}{l} \times 5000 - 10 \quad (9)$$

$$s_{max} \leq 4 \cdot s_{min} \quad (10)$$

## 5.2. Distribuição de Tensões Normais

Calculada a rigidez efectiva à flexão  $(EI)_{ef}$ , é possível a definição da distribuição das tensões normais, devidas à flexão, na secção composta (Figura 12). Ficam assim definidos os valores extremos das tensões actuantes nos dois materiais, quer axiais (11) quer de flexão (12).

$$\sigma_i = \gamma_i \cdot E_i \cdot a_i \cdot M / (EI)_{ef} \quad (11)$$

$$\sigma_{m,i} = 0,5 \cdot E_i \cdot h_i \cdot M / (EI)_{ef} \quad (12)$$

onde  $M$  é o valor de cálculo do momento flector.

### 5.2.1. Verificação da Secção de Betão

A verificação da tensão na secção de topo de betão é dada por:

$$\sigma_{c,topo} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} < f_{cd} \quad (13)$$

sendo  $\sigma_{c,topo}$  a tensão actuante de cálculo na fibra de topo,  $\sigma_1$  a tensão normal devida ao esforço axial,  $\sigma_{m,1}$  a tensão normal devida à flexão e  $f_{cd}$  o valor de cálculo da resistência à compressão.

A tensão na base da secção de betão é obtida por:

$$\sigma_{c,base} = \sigma_1 - \sigma_{m,1} < f_{ctmd} \quad (14)$$

em que  $\sigma_{c,base}$  é a tensão actuante de cálculo na fibra da base e  $f_{ctmd}$  o valor de cálculo da resistência à tracção.

### 5.2.2. Verificação da Secção de Madeira

A verificação da secção de madeira é dada pela seguinte inequação:

$$\frac{\sigma_2}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m2}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (15)$$

onde  $f_{t,0,d}$  é o valor de cálculo da resistência à tracção na direcção das fibras e  $f_{m,d}$  é o valor de cálculo da resistência à flexão.

## 5.3. Comportamento Diferido

Os eurocódigos em vigor, relativos aos dois materiais, madeira (EC5) e betão, Eurocódigo 2, (EC2), apresentam coeficientes que atendem a efeitos como fluência, duração de carregamento e idade dos materiais. Estes condicionam o comportamento a longo prazo dos dois materiais e, conseqüentemente, da estrutura mista resultante da sua associação. As verificações exigidas são iguais às contempladas numa análise do comportamento a curto prazo considerando o módulo de elasticidade corrigido apresentado em (16) e (17).



$$E_{1fin} = E_1 \times \left[ c_1 / (1 + \phi_{\infty,t_0}) + c_2 / (1 + \phi_{t,t_0}) \right] \quad (16)$$

onde  $E_{1fin}$  é o módulo de elasticidade a longo prazo do betão,  $E_1$  é o módulo de elasticidade a curto prazo do betão,  $c_1$  é a relação entre as cargas permanentes e a carga total,  $c_2$  é a relação entre as cargas variáveis e a carga total,  $\phi_{\infty,t_0}$  é o coeficiente da fluência para cargas permanentes,  $\phi_{t,t_0}$  é o coeficiente de fluência para cargas quase permanentes.

$$E_{2fin} = E_2 \times \left[ c_1 / (1 + k_{def,g}) + c_2 / (1 + k_{def,q}) \right] \quad (17)$$

em que  $E_{2fin}$  é o módulo de elasticidade a longo prazo da madeira,  $E_2$  é o módulo de elasticidade a curto prazo da madeira,  $k_{def,g}$  é o factor de cálculo das deformações finais para cargas permanentes e  $k_{def,q}$  é o factor de cálculo das deformações finais para cargas variáveis.

#### 5.4. Verificação ao Corte

Para além das tensões normais, também são controlados os valores das tensões tangenciais (18), admitindo-se para isso, a hipótese de que apenas a madeira resiste ao esforço transversal (Dias,1999). A tensão tangencial é, assim, dada por:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{max}}{A_2} \quad (18)$$

em que  $V_{max}$  é o valor de cálculo para o esforço transversal máximo,  $\tau_{max}$  é o valor de cálculo para a tensão tangencial actuante máxima e  $A_2$  é a área da secção transversal correspondente à madeira, devendo verificar-se:

$$\tau_{max} \leq f_{v,d} \quad (19)$$

sendo  $f_{v,d}$  o valor de cálculo da resistência de corte da madeira.

#### 5.5. Verificação da Ligação

Verificadas as tensões aplicadas na madeira e no betão, também é necessária a verificação da segurança do elemento de ligação entre os dois materiais. O valor de cálculo da força aplicada num ligador ( $F_d$ ) pode ser obtido por:

$$F_d = \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s \cdot V_{sd} / (EI)_{ef} \quad (20)$$

em que  $V_{sd}$  é o valor de cálculo do esforço transversal para a secção analisada e tendo as restantes variáveis o significado já descrito.

A tensão resistente a considerar deverá ser igual ao mínimo valor resultante da análise da compressão localizada tanto no betão (21.a), como na madeira (21.c) e do estudo da rotura do ligador por corte (21.b).

$$R_d = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.23 \cdot d^2 \sqrt{f_{ck} \frac{E_1}{\gamma_M}} \quad (21.a) \\ 0.8 \cdot f_{uk} \cdot \frac{\pi d^2}{4\gamma_M} \quad (21.b) \\ 1.5 \sqrt{2 \cdot M \cdot f_{h,2,d} \cdot d} \quad (21.c) \end{array} \right.$$

em que  $d$  é o diâmetro do ligador,  $f_{ck}$  é o valor característico para a resistência à compressão

do betão,  $E_1$  é o módulo de elasticidade do betão,  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança relativo à resistência do ligador,  $f_{uk}$  é o valor característico da resistência à tracção do aço do ligador e  $f_{h,2,d}$  é o valor de cálculo da resistência ao esmagamento da madeira.

## 5.6. Verificação dos Estados Limites de Utilização

O desempenho de uma estrutura não deve ser apenas avaliado em termos da sua capacidade resistente. É necessário aferir a capacidade do sistema estrutural e dos seus elementos de assegurar satisfatoriamente o seu uso. No caso de elementos horizontais de madeira, os Estados Limites de Utilização contemplam a verificação da deformação e o controlo da vibração que, em muitos casos, condicionam o seu dimensionamento.

Na filosofia de cálculo definida no EC5, a quantificação das deformações sofridas pelos vários elementos compreende contribuições instantâneas e diferidas e, dentro destas, subdivide-se nas provocadas pelas acções permanentes e nas resultantes das acções variáveis. A deformação instantânea ( $u_{inst}$ ) causada por determinada acção é quantificada com base nas equações da resistência dos materiais (22), utilizando o módulo de deslizamento instantâneo para o Estado Limite de Utilização ( $k_{ser}$ ), no cálculo da correspondente rigidez à flexão. A flecha a meio vão é, assim, para um carregamento uniformemente distribuído, dada por:

$$u_{inst} = \frac{5 \cdot Q \cdot l^4}{384 \cdot (EI)_{serv}} \quad (22)$$

em que  $Q$  é o valor da acção,  $l$  é o valor do vão,  $(EI)_{serv}$  é a rigidez à flexão da secção mista para estado limite de utilização e  $(k_{ser})$  o módulo de deslizamento instantâneo para Estados Limites de Utilização, obtido por ensaios (EN26891), ou pelas expressões empíricas, (23.a) no caso de varões de aço ou parafusos e (23.b) quando se utilizam pregos como ligador.

$$k_{ser} = 0.125 \cdot E_{0,mean} \cdot d \quad (23.a)$$

$$k_{ser} = 0.08 \cdot E_{0,mean} \cdot d \quad (23.b)$$

em que  $E_{0,mean}$  é o valor médio do módulo de elasticidade instantâneo da madeira e  $d$  o diâmetro.

A determinação da deformação a longo prazo é em tudo idêntica ao cálculo da flecha inicial, sendo apenas necessário a actualização dos valores dos módulos de elasticidade dos materiais e do módulo de deslizamento:

$$k_{ser,\infty} = k_{ser} / (1 + k_{def}) \quad (24)$$

onde  $k_{def}$  é um factor que tem em conta o aumento da deformação ao longo do tempo em consequência do efeito combinado da fluência e do teor em água, que depende da natureza da acção (permanente ou variável) e da classe de serviço.

Os valores máximos aconselhados pelo EC5 para vigas simplesmente apoiadas, são expressas pelas seguintes equações:

$$u_{2,inst} < l/300 \quad (25)$$

$$u_{2,fin} < l/200 \quad (26)$$

$$u_{net,fin} < l/200 \quad (27)$$

em que  $u_{2,inst}$  é o valor da deformação instantânea devida às cargas variáveis,  $u_{2,fin}$  é a defor-

mação final devida às cargas variáveis e  $u_{net,fin}$  é o valor da deformação final aparente, medida em relação à linha definida pelos apoios da viga, dada por:

$$u_{net,fin} = u_{1,fin} + u_{2,fin} - u_0 \quad (28)$$

em que  $u_{1,fin}$  é a deformação final devida às cargas permanentes,  $u_0$  é o valor da contraflecha, caso exista.

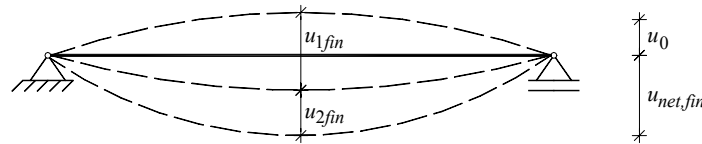


Figura 13 – Componentes da deformação a longo prazo

Para pavimentos de habitações, segundo a metodologia apresentada no EC5, deve garantir-se que as acções susceptíveis de ocorrer frequentemente não causam vibrações que possam pôr em causa o funcionamento da estrutura nem provocam desconforto aos seus utilizadores. Contudo, esta metodologia é apenas aplicável, a pavimentos com frequências fundamentais superiores a 8 Hz, sendo para os restantes casos necessário efectuar uma análise específica. No caso de lajes mistas de madeira-betão, em resultado da maior rigidez proporcionada pela inclusão da lajeta de betão, normalmente, a frequência é superior a 8 Hz. A frequência fundamental  $f_1$  pode ser calculada de forma aproximada por:

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_{long}}{m}} \quad (29)$$

em que  $m$  é o valor da massa por unidade de área ( $\text{kg/m}^2$ ),  $l$  é o vão do pavimento (m) e  $(EI)_{long}$  é o factor de rigidez à flexão da placa equivalente ao pavimento segundo um eixo perpendicular à direcção das vigas ( $\text{Nm}^2/\text{m}$ ).

O Eurocódigo propõe duas verificações: na primeira, verifica-se a flecha máxima provocada por uma força concentrada (30) e na segunda, limita-se o valor inicial máximo da velocidade de vibração vertical do pavimento (31).

$$u/F \leq 1.5 \quad (30)$$

onde  $u$  (mm) é o valor da flecha máxima provocada por uma força estática concentrada ( $F$ ).

$$v \leq 100(f_1 \cdot \xi^{-1}) \quad (31)$$

sendo  $\xi$  o coeficiente de amortecimento e  $v$  o valor inicial máximo da velocidade de vibração vertical do pavimento (m/s) calculado de forma aproximada por:

$$v = 4 \times (0.4 + 0.6n_{40}) / (m \cdot b \cdot l + 200) \quad (32)$$

em que  $b$  é a largura do pavimento em metros e  $n_{40}$  é o número de modos de vibração de 1ª ordem com frequências próprias inferiores a 40 Hz, dado por:

$$n_{40} = \left[ \left[ \left( \frac{40}{f_1} \right)^2 - 1 \right] \times \left( \frac{b}{l} \right)^4 \times \frac{(EI)_{long}}{(EI)_b} \right]^{0.25} \quad (33)$$

onde  $(EI)_b$  é o factor de rigidez à flexão da placa equivalente ao pavimento segundo um eixo paralelo às vigas.

## 6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para exemplo de aplicação, considerou-se uma laje mista madeira-betão com a seguinte secção transversal:

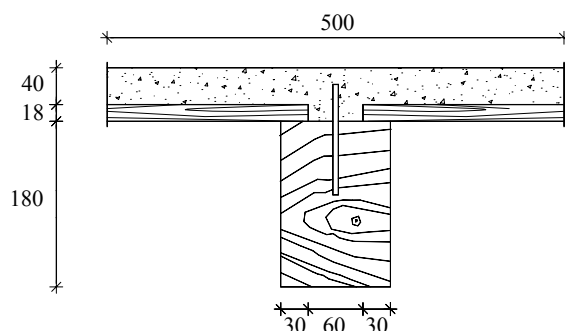


Figura 14 – Secção transversal (milímetros)

A secção transversal apresentada corresponde a uma laje simplesmente apoiada com um vão de 4.5 metros. O espaçamento entre as vigas é de 50 cm e a ligação entre os dois materiais é efectuada por varões de aço com diâmetro de 6 mm, destinando-se a uma utilização de carácter colectivo de média concentração. Os materiais empregues são um betão da classe C25/30, (ENV 1992-1-1), e madeira da classe de resistência C18, (EN 338), na classe de serviço 1 (ENV 1995-1-1). Para o peso próprio da laje foi considerado o valor característico de 0.7 kN/m, e para as acções variáveis o valor de 2 kN/m, referentes a um módulo de 50 cm de largura. Para a verificação da segurança estrutural da secção transversal escolhida, utilizou-se o programa Bewood 1.0, do qual se extraiu a Tabela 1, onde se transcrevem os valores dos vários passos que compõem a metodologia do EC5, e que foram apresentados no ponto anterior.

Tabela 1 – Tabela de resultados do programa Bewood 1.0

<b>Ligação</b>			
Espaçamento mínimo: $s_{min} = (h_2 - 10)/2 = 85 \text{ mm}$			
Espaçamento máximo: $s_{max} = h_2/l \times 5000 - 10 = 190 \text{ mm}$			
Espaçamento constante: $s_{ef} = 0.75 \cdot s_{min} + 0.25 \cdot s_{max} = 111.25 \text{ mm}$			
$k_{ser} = 0.125 \cdot d \cdot E_{0,mean} = 3411.36 \text{ N/mm}$		$k_u = 2 \cdot k_{ser}/3 = 5117.04 \text{ N/mm}$	
<b>Estado Limite Último</b>			
<i>Para t = 0</i>		<i>Para t = ∞</i>	
<b>Propriedades da secção</b>			
$A_1 = 20000 \text{ mm}^2$		$A_2 = 21600 \text{ mm}^2$	
$I_1 = 2.67e6 \text{ mm}^4$		$I_2 = 58.36e6 \text{ mm}^4$	
$\gamma_1 = 0.120$	$\gamma_2 = 1.0$	$\gamma_1 = 0.194$	$\gamma_2 = 1.0$
$a_1 = 79.97 \text{ mm}$	$a_2 = 30.05 \text{ mm}$	$a_1 = 78.79 \text{ mm}$	$a_2 = 31.23 \text{ mm}$
$(EI)_{ef} = 1.25e12 \text{ Nmm}^2$		$(EI)_{ef} = 0.89e12 \text{ Nmm}^2$	
<b>Tensões actuates</b>			
<i>No betão</i>	<i>Na madeira</i>	<i>No betão</i>	<i>Na madeira</i>
$\sigma_{c,d} = 7.21 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{2,d} = 2.16 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{c,d} = 5.18 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{2,d} = 2.39 \text{ N/mm}^2$
<b>Força nos Ligadores : <math>F_d = 3529.1 \text{ N}</math></b>		<b>Força nos Ligadores : <math>F_d = 3383.3 \text{ N}</math></b>	
<b>Estado Limite de Deformação</b>			
<i>Para t = 0</i>			
$\gamma_1 = 0.155$	$\gamma_2 = 1.0$	$A_1 = 74.06 \text{ mm}$	$a_2 = 35.95 \text{ mm}$
$(EI)_{ef} = 1.38e12 \text{ Nmm}^2$		<b>Flecha instantânea (<math>u_{inst}</math>) = 7.77 mm</b>	

Para $t = \infty$			
Acções permanentes		Acções variáveis	
$E_1 = 5625 \text{ N/mm}^2$	$E_1 = 9384.6 \text{ N/mm}^2$	$E_1 = 7200 \text{ N/mm}^2$	$E_2 = 12978 \text{ N/mm}^2$
$k_{ser} / (1+k_{def,g}) = 3198.14 \text{ N/mm}$		$k_{ser} / (1+k_{def,q}) = 4093.6 \text{ N/mm}$	
$\gamma_1 = 0.29$	$\gamma_2 = 1.0$	$\gamma_1 = 0.286$	$\gamma_2 = 1.0$
$a_1 = 75.86 \text{ mm}$	$a_2 = 34.15 \text{ mm}$	$a_1 = 75.34 \text{ mm}$	$a_2 = 34.67 \text{ mm}$
$(EI)_{ef} = 0.81e12 \text{ Nmm}^2$		$(EI)_{ef} = 1.05e12 \text{ Nmm}^2$	
$u_{fin} = 6.23 \text{ mm}$		$u_{fin} = 15.3 \text{ mm}$	
<b>Flecha final (<math>u_{fin}</math>) = 21.53 mm</b>			

Os valores da Tabela 1 permitem concluir que a secção considerada cumpre o definido no Eurocódigo 5.

## 6.1. Análise de Resultados

Na Figura 15 apresenta-se, a traço cheio, a variação da rigidez efectiva à flexão com o módulo de deslizamento instantâneo, dado em função do diâmetro do varão (valores entre parêntesis no eixo das abcissas).

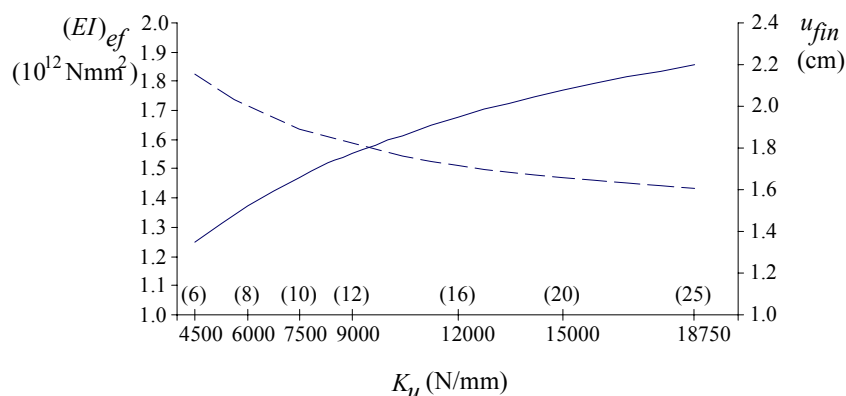


Figura 15 – Relações da rigidez da ligação com os valores da rigidez efectiva à flexão e com a deformação final

Conclui-se que, o aumento do diâmetro do varão, que corresponde a um incremento do módulo de deslizamento instantâneo e, conseqüentemente, a uma ligação mais rígida, se traduz numa subida do valor da rigidez efectiva à flexão da laje.

Para o exemplo considerado, obteve-se um aumento da rigidez à flexão da ordem dos 49%, ao substituir unicamente o varão de 6 mm por um de 25 mm. Na mesma figura, a traço interrompido, apresenta-se a redução da deformação final, da ordem dos 25%, em consequência desse aumento da rigidez da ligação. A diferença entre os valores verificados para o aumento da rigidez e para a redução da deformação final, é justificável pela perda de rigidez efectiva à flexão, cerca de 30%, sofrida pela laje ao longo do tempo.

A variação da rigidez efectiva à flexão da laje mista, proporcionada pela substituição do varão de 6 mm por um de 25 mm, traduz-se numa redistribuição das suas tensões como se pode observar na Figura 16, (valores diferidos entre parêntesis em correspondência com o traçado descontínuo). As tensões instantâneas de compressão, nos dois materiais, diminuem ligeiramente, 12% no betão, e 16.8% na madeira, com o aumento da rigidez. Já as tensões de tracção, para a mesma variação de rigidez, sofrem uma diminuição significativa, 91 % para o betão e 64% para a madeira. Esta diminuição é tão significativa que permite a quase eliminação das tensões de tracção na lajeta de betão.

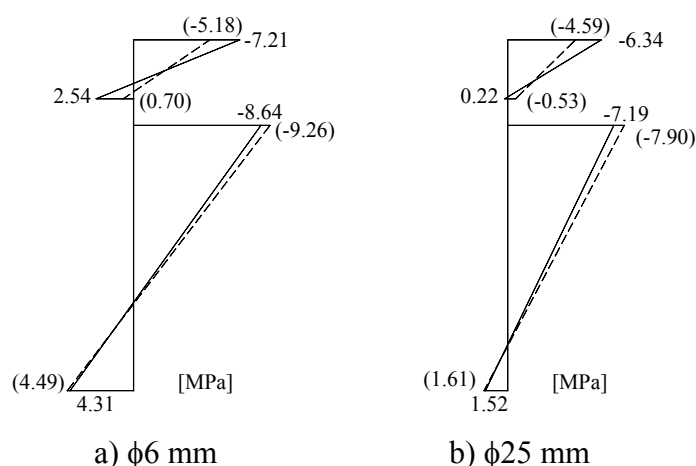


Figura 16 – Redistribuição das tensões na secção mista com o aumento da sua rigidez efectiva

## 7. CONCLUSÕES

A transformação dos pavimentos de madeira em lajes mistas de madeira-betão permite a utilização de edifícios antigos respeitando os níveis de exigência actuais com vantagens económicas muito importantes relativamente às soluções alternativas. Nos últimos anos, apresentaram-se diversas soluções para a ligação entre os dois materiais, contudo, as soluções mais frequentes utilizam pregos ou parafusos, distinguindo-se apenas pelo ângulo da cravação. A existência de métodos de cálculo elásticos e lineares, de simples aplicação, e que têm em linha de conta os efeitos diferidos, facilitam o dimensionamento de lajes mistas de madeira-betão. Por todas estas razões espera-se um maior investimento nacional nesta técnica construtiva, não somente em acções de reabilitação mas também na pré-fabricação de edifícios novos.

## REFERÊNCIAS

- Ceccotti, A.: Timber-concrete composite structures. In Blass, H. J., Aune, P., Choo, B. S. et al. - Timber Engineering –Step 2, Almere Centrum Hout, Lecture E13, (1995).
- Cruz, H. M.: Pavimentos Mistos Madeira-Betão, Projecto de Investigação Científica e de Desenvolvimento Tecnológico. ECM/36039/99-00, FCT, (2000).
- Dias, A. M. P. G. – Estruturas Mistas Madeira-Betão. Coimbra : Depart. de Eng.<sup>a</sup> Civil Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Tese de Mestrado, (1999).
- EN 338 – Structural timber-strength classes, CEN (1995).
- ENV 1992-1-1 – Eurocódigo 2 - Projecto de Estruturas de Betão, Parte 1-1, (1995).
- ENV 1995-1-1 – Eurocódigo 5 - Projecto de Estruturas de Madeira, Parte 1-1, (1998).
- LNEC-M2: Especificação de madeiras para estruturas. LNEC, Lisboa, Janeiro, (1997).
- Natterer, J. et al.: Construire en Bois 2, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2<sup>a</sup> edição, (1998).
- Redondo, G., Aroca, R.: Study of the building systems used in domestic architecture of 17th – 19th centuries in Madrid. Historical Constructions 2001, p. 789-798, (2001).
- Sandoz, J. L., Duro, S.: Offshore Timber Slab by Using Screwed Timber Planks. WCTE 2000, July 27 – Aug 3, Canada, (2000).
- Szucs, C. A., Da Silva, R. H.: Lajes compostas por madeira e concreto armado. VII EBRAMEM (Madeiras e Estruturas de Madeira), S. Carlos, Brasil, (2000).
- Tecnaria: Stud connector with crampons for timber structures, Tecnaria, Itália, (1995).