

# MODELO DE ANÁLISE DE RESERVATÓRIOS CILÍNDRICOS DE BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

Cruz, J. M. S.\* e Cruz, P. J. S.\*\*

\* Assistente Estagiário da Escola de Engenharia da Universidade do Minho

\*\* Professor Auxiliar da Escola de Engenharia da Universidade do Minho

## SUMÁRIO

No presente trabalho apresenta-se um método analítico para o cálculo dos esforços principais da parede de depósitos cilíndricos de betão pré-esforçado, com o bordo superior livre, que considera a rigidez da ligação entre a parede e a laje de fundo, e a deformabilidade do terreno de fundação.

Pelas suas características, este método resulta especialmente útil para efectuar estudos paramétricos que possam conduzir a distribuições e sequências ideais do pré-esforço circunferencial.

São apresentados resultados de exemplos de aplicação, comparando a resposta obtida com os resultados dum programa de elementos finitos.

## ABSTRACT

This paper presents an analytical method for the calculation of the principal stresses of prestressed concrete cylindrical tanks with a free top edge, which takes into consideration the deformation of the foundation and the stiffness of the connection between the bottom plate and the wall.

For its characteristics, this method results especially useful to carry out parametrical studies which lead to optimal sequences and distributions of circumferential prestress.

Examples of application are also presented and are compared with the results of a finite element program.

## 1. INTRODUÇÃO

A escassez de critérios práticos e fiáveis para o projecto de reservatórios cilíndricos em betão pré-esforçado conduz frequentemente a concepções estruturais menos adequadas. Efectivamente, são poucos os modelos que na sua formulação incluam o efeito da rigidez da ligação entre a parede e a laje de fundo e que reproduzam a interacção desta última com o solo. Em muitos casos, estes fenómenos podem ser condicionantes no funcionamento da parede e da distribuição do pré-esforço.

É neste âmbito que se insere o presente trabalho, em que se apresenta um modelo para análise numérica de depósitos cilíndricos sujeitos à acção conjunta dum fluido e do pré-esforço. Este reproduz a interacção com o solo e consegue simular a rigidez da ligação entre a parede e a laje de fundação.

As potencialidades do modelo proposto são evidenciadas com os resultados de dois exemplos de aplicação prática. É assim feita a comparação dos resultados obtidos com os de um programa de elementos finitos.

## 2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Estudos recentemente realizados por Villardel [8] permitiram demonstrar que o comportamento estrutural da parede dum depósito de betão armado pré-esforçado, está fortemente dependente do tipo de ligação entre a parede e a laje de fundo.

Normalmente são considerados três tipos de ligações entre a parede e a laje de fundo, em função da rigidez:

1. união monolítica ou contínua - caracteriza-se por apresentar deslocamentos radiais e rotações meridionais iguais para a parede e para a laje de fundação;
2. rótula fixa - caracteriza-se pela descontinuidade em termos de rotações meridionais e continuidade nos deslocamentos radiais;
3. união deslizante - caracteriza-se por apresentar descontinuidade em termos quer de deslocamentos radiais quer de rotações meridionais, na união parede/laje de fundação.

A caracterização da rigidez da união monolítica não é imediata e depende entre outros parâmetros das espessuras da laje e da parede bem como do coeficiente de Winkler do solo.

No caso das uniões articuladas (união deslizante ou rótula fixa), esta dependência não é tão acentuada, sendo por isso, desprezável.

Os critérios adoptados pressupõem algumas limitações entre as quais se destacam:

- a espessura da parede e da laje deverão ser constantes;
- a ausência de pré-esforço vertical na parede;
- o bordo superior da parede é livre (sem continuidade com a cobertura);
- admite-se o comportamento elástico e linear dos materiais;

Neste trabalho apenas se apresentam as leis de comportamento da parede do depósito. Contudo, é perfeitamente compatível com esta formulação a inclusão das leis de comportamento da laje de fundo.

Na escolha do tipo de união, um dos factores mais importante é o método construtivo. Assim, normalmente utilizam-se:

- *depósitos em betão projectado* com armaduras pós-tensionadas, para pequenas capacidades (volumes inferiores a 10 000 m<sup>3</sup>). São normalmente encastrados na base por motivos relacionados com o processo de colocação do betão;
- *depósitos pré-fabricados*, sendo conveniente o impedimento do deslocamento radial na base após a aplicação do pré-esforço;
- *depósitos construídos com betão convencional*, quando existe o risco de explosões ou se pretende armazenar líquidos perigosos. A união articulada é utilizada nos casos em que se prevê o armazenamento de líquidos, a baixa ou elevada temperatura, e quando as deformações diferidas são importantes (retracção, fluência e relaxação).

### 3. MODELO PARA A DEFINIÇÃO DO COMPORTAMENTO DA PAREDE

O presente modelo baseia-se numa formulação analítica derivada da teoria geral de cascas cilíndricas de revolução [7]. As convenções e critérios de simbologia estão expostos na Figura 1. As equações que definem o comportamento estrutural da parede estão resumidas no Esquema 1.

No caso de depósitos com união monolítica o modelo está estruturado em quatro etapas de cálculo:

1. obtenção dos esforços de flexão na base da parede ( $M_b$  e  $Q_b$ ), através de métodos simplificados;
2. obtenção de esforços adimensionais que relacionam a flexão na base da parede, propostos por Villardel [8], a partir de estudos paramétricos realizados com um modelo de análise de interacção solo/estrutura;
3. obtenção dos esforços de flexão na base da parede considerando a interacção solo/estrutura, resultantes da multiplicação dos esforços obtidos na 1ª etapa pelos obtidos na 2ª etapa;
4. determinação do comportamento estrutural da parede do depósito uma vez conhecida a lei de cargas actuante sobre a parede e os esforços de flexão na base da parede obtidos na etapa anterior.

Segundo estudos levados a cabo por Villardel [8], os depósitos de união monolítica, deverão apresentar dimensões referidas no Quadro 1. O diagrama de pré-esforço na união monolítica deverá ter a forma trapezoidal, podendo, contudo, ser truncado na base. A distribuição de pré-esforço é simultaneamente regida por dois critérios:

1. **função hidrostática de pré-esforço (F.H.P.)** - contraria a pressão hidrostática, de modo a que durante a vida útil da estrutura, na hipótese de depósito cheio, não existam tracções circunferenciais em nenhum ponto da parede; com este critério pretende-se evitar a fendilhação vertical;
2. **função uniforme de pré-esforço (F.U.P.)** - garante uma tensão de compressão anelar residual,  $\sigma_{res}$ , na hipótese de depósito cheio. Esta distribuição é imprescindível nos casos em que a F.H.P. seja insuficiente para evitar a fendilhação vertical da parede devida a acções tais como: a fluência, a retracção e a variação de temperatura.

Quadro 1 - Intervalo de validade de modelo proposto no caso da união monolítica.

Volume [m <sup>3</sup> ]	Esbelteza [D/h <sub>w</sub> ]	Espessura da Parede [m]	Espessura da Laje [m]
de 5000 a 40 000	de 4 a 6	de 0.20 a 0.40	de 0.15 a 0.40

No caso de depósitos com união deslizante ou com rótula fixa, o método proposto baseia-se na teoria geral das cascas cilíndricas com simetria de revolução.

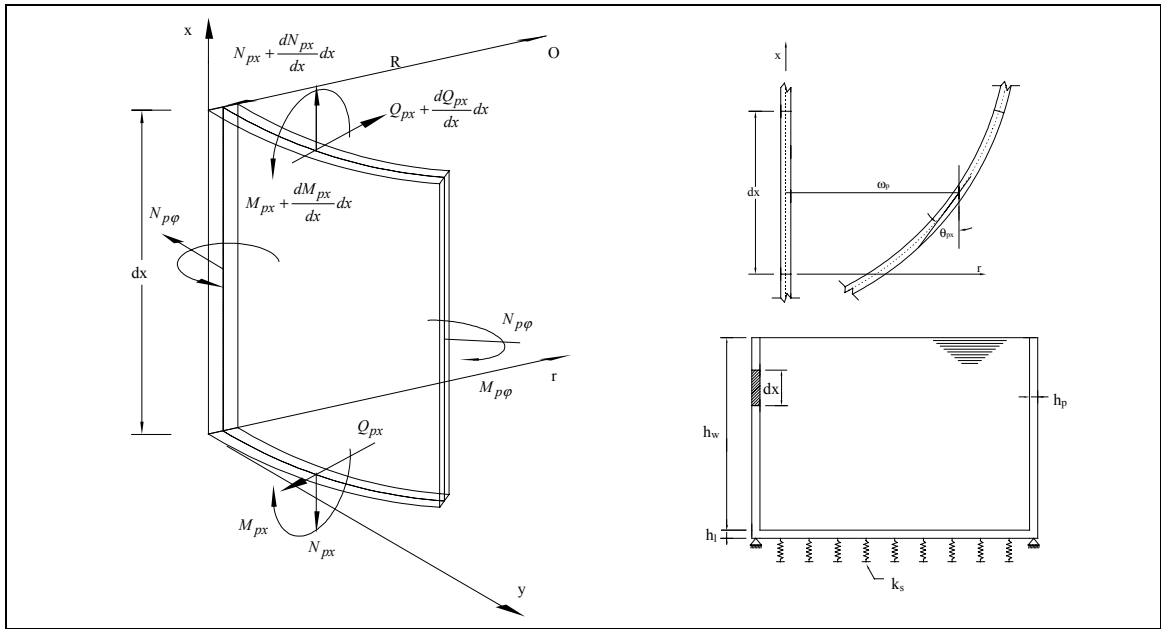


Figura 1 - Critérios de simbologia adoptados.

### 3.1. União monolítica ou contínua

#### 3.1.1. Cálculo simplificado dos esforços de flexão

Nesta fase os esforços de flexão são calculados através dum método simplificado, quer para o impulso hidrostático, quer para o pré-esforço, que resulta de se admitir na base da parede um encastramento perfeito.

Assim, para o impulso hidrostático, os esforços de flexão serão dados pelas expressões:

$$M_{b,e}^h = \frac{\gamma_w \cdot h_w}{2 \cdot \lambda^2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda \cdot h_w} \right) \quad \text{e} \quad Q_{b,e}^h = -\frac{\gamma_w \cdot h_w}{2 \cdot \lambda^2} \left( 2 \cdot \lambda - \frac{1}{h_w} \right) \quad (1)$$

No que respeita à acção do pré-esforço, a sua descontinuidade faz com que se determinem os esforços de flexão na base da parede como soma da acção de cada cabo. Para a análise de cada um dos cabos, a parede do depósito é decomposta em dois anéis sobre os quais actuam esforços de bordo e condições de contorno. Assim, para cada cabo será necessário resolver um sistema de 8 equações a 8 incógnitas. As equações que permitem definir o comportamento da parede encontram-se resumidas no Esquema 2.

#### 3.1.2. Cálculo dos esforços dimensionais

Este cálculo pode ser feito com recurso às expressões indicadas no Quadro 2. As expressões do referido quadro são função da espessura da parede,  $h_p$ , expressa em metros, da espessura da laje,  $h_l$ , expressa em centímetros, e do coeficiente de Winkler,  $k_s$ , expresso em MPa/m.

Esquema 1 - Leis definidoras do comportamento estrutural da parede.

<b>Equação diferencial que rege o fenómeno:</b>	
$\frac{d^4 \omega_p(x)}{dx^4} + 4 \cdot \lambda^4 \cdot \omega_p(x) = \frac{z(x)}{d_p} \quad (2)$	
<b>Lei dos deslocamentos radiais:</b>	
$\omega(x) = e^{\lambda \cdot x} (c_1 \cos \lambda x + c_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda \cdot x} (c_3 \cos \lambda x + c_4 \sin \lambda x) + f(x) \quad (3)$	
<b>Lei das rotações:</b>	
$\theta_{px}(x) = \frac{d\omega_p(x)}{dx}, \text{ em que} \quad (4)$	
$\frac{d\omega_p(x)}{dx} = c_1 e^{\lambda \cdot x} \lambda (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + c_2 e^{\lambda \cdot x} \lambda (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - c_3 e^{-\lambda \cdot x} \lambda (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - c_4 e^{-\lambda \cdot x} \lambda (-\cos \lambda x + \sin \lambda x) \quad (5)$	
<b>Leis dos esforços:</b>	
$N_{p\phi}(x) = -\frac{E_c h_p \omega_p(x)}{r} \quad (6)$	
$M_{px}(x) = -d_p \frac{d^2 \omega_p(x)}{dx^2}, \text{ em que} \quad (7)$	
$\frac{d^2 \omega(x)}{dx^2} = -c_1 e^{\lambda \cdot x} 2\lambda^2 \sin \lambda x + c_2 e^{\lambda \cdot x} 2\lambda^2 \cos \lambda x + c_3 e^{-\lambda \cdot x} 2\lambda^2 \sin \lambda x - c_4 e^{-\lambda \cdot x} 2\lambda^2 \cos \lambda x \quad (8)$	
$M_{p\phi}(x) = \nu_c \cdot M_{px}(x) \quad (9)$	
$Q_{px}(x) = -d_p \frac{d^3 \omega_p(x)}{dx^3}, \text{ em que} \quad (10)$	
$\frac{d^3 \omega(x)}{dx^3} = c_1 e^{\lambda \cdot x} 2\lambda^3 (-\cos \lambda x - \sin \lambda x) + c_2 e^{\lambda \cdot x} 2\lambda^3 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + c_3 e^{-\lambda \cdot x} 2\lambda^3 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + c_4 e^{-\lambda \cdot x} 2\lambda^3 (\cos \lambda x + \sin \lambda x) \quad (11)$	
<b>Constantes características:</b>	
$\lambda^4 = \frac{3 \cdot (1 - \nu_c^2)}{r^2 h_p^2}$	$d_p = \frac{E_c h_p^3}{12(1 - \nu_c^2)} \quad (12)$
<b>Solução particular da lei de deslocamentos radiais:</b>	
$f(x) = \begin{cases} \frac{z(x) \cdot r^2}{E_c \cdot h_p} & \rightarrow \text{lei de cargas triangular ou rectangular} \\ 0 & \rightarrow \text{acção pontual} \end{cases} \quad (13)$	

### 3.1.3. Cálculo dos esforços de flexão

Para a obtenção dos esforços de flexão bastará multiplicar os esforços obtidos nas duas anteriores etapas. Assim:

$$\begin{cases} M_b^i(h_s, k_s) = \bar{M}_{b,e}^i \cdot M_{b,e}^i \\ Q_b^i(h_s, k_s) = \bar{Q}_{b,e}^i \cdot Q_{b,e}^i \end{cases} \quad \text{em que} \quad i = \begin{cases} h \rightarrow \text{impulso hidrostático} \\ p \rightarrow \text{pré-esforço} \end{cases} \quad (14)$$

### 3.1.4. Comportamento estrutural da parede

Conhecidos os esforços de flexão na base será fácil definir o comportamento estrutural da parede do depósito. Assim, para o caso do impulso hidrostático, será necessário resolver

um sistema que permitirá encontrar as 4 constantes de integração ( $c_1, c_2, c_3, c_4$ ) que definem as leis de comportamento da parede (Quadro 3).

No caso do pré-esforço a solução não é imediata devido à descontinuidade das cargas aplicadas (pontuais). A maneira mais simples será definir o comportamento através da sobreposição dos seguintes estados:

1. parede solicitada pelo pré-esforço supondo que esta se encontra encastrada na base (situação já estudada em 3.1.1.);
2. parede com ambos os bordos livres em que se considera os seguintes esforços de flexão:

$$\Delta M_b^p = M_b^p(h_s, k_s) - M_{b,e}^p \quad \text{e} \quad \Delta Q_b^p = Q_b^p(h_s, k_s) - Q_{b,e}^p \quad (15)$$

sendo necessário resolver um sistema de equações idêntico ao sistema (34). Os novos valores de  $b_3$  e  $b_4$  serão:

$$b_3 = \frac{\Delta M_b^p}{2 \cdot \lambda^2 \cdot d_p} \quad \text{e} \quad b_4 = -\frac{\Delta Q_b^p}{2 \cdot \lambda^3 \cdot d_p} \quad (16)$$

Esquema 2 - Definição do comportamento da parede sujeita à acção do pré-esforço.

<p>Distribuição contínua do diagrama de pré-esforço</p>	<p>Distribuição discreta com n cordões</p>	<p>Estudo do cordão i</p>
<p>Anel 1</p>	<p>Anel 2</p>	<p>Ponto de aplicação do pré-esforço</p>
<p><b>Lei dos deslocamentos radiais</b></p>		
<p>Anel 1 <math>(0 \leq x \leq x_1)</math>:</p>	$\omega_{p,1}(x) = e^{\lambda \cdot x} \cdot (c_1 \cdot \cos \lambda x + c_2 \cdot \sin \lambda x) + e^{-\lambda \cdot x} \cdot (c_3 \cdot \cos \lambda x + c_4 \cdot \sin \lambda x) \quad (17)$	
<p>Anel 2 <math>(x_1 \leq x \leq H_w)</math>:</p>	$\omega_{p,2}(x) = e^{\lambda \cdot x} \cdot (c_5 \cdot \cos \lambda x + c_6 \cdot \sin \lambda x) + e^{-\lambda \cdot x} \cdot (c_7 \cdot \cos \lambda x + c_8 \cdot \sin \lambda x) \quad (18)$	
<p><b>Condições de contorno</b></p>		
<p>Anel 1: <math>\left. \begin{array}{l} \omega_{p1}(x=0) = 0 \\ \theta_{p1}(x=0) = 0 \end{array} \right\} \text{e} \left\{ \begin{array}{l} M_P(x=x_i) = M_1 \\ Q_P(x=x_i) = Q_1 \end{array} \right.</math></p>	<p>Anel 2: <math>\left\{ \begin{array}{l} M_P(x=x_i) = M_2 \\ Q_P(x=x_i) = Q_2 \end{array} \right\} \text{e} \left\{ \begin{array}{l} M_P(x=H_w) = 0 \\ Q_P(x=H_w) = 0 \end{array} \right.</math></p>	$(19)$
<p><b>Equações de compatibilidade dos dois anéis</b></p>		
$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = M_2 \\ Q_2 = Q_1 + P_{\phi,i} \end{array} \right. \quad \text{e}$	$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{p1}(x=x_i) = \omega_{p2}(x=x_i) \\ \theta_{p1}(x=x_i) = \theta_{p2}(x=x_i) \end{array} \right. \quad (20)$	

Quadro 2 - Esforços adimensionais de flexão.

Acção	Esforço	Parâmetro
Impulso hidrostático	Momento adimensional $\bar{M}_{b,e}^h$	$A_m^h = \frac{1 + 2.27 \times e^{-0.4139 \times k_s^{0.48}}}{0.97 - 3.3043 \times h_p^{1.99}}$ (21)
		$B_m^h = -(3.55 \times 10^{-2} + 4.38 \times 10^{-2} \times h_p)^{-1}$ (22)
		$C_m^h = -3.08 + 3.1590 \times h_p^{0.34}$ (23)
	Esforço transverso adimensional $\bar{Q}_{b,e}^h$	$A_q^h = \frac{1 + 12.58 \times e^{-2.3492 \times k_s^{0.21}}}{0.52 + 0.4798 \times h_p^{0.19}}$ (24)
		$B_q^h = -(0.15 + 4.51 \times 10^{-2} \times h_p)^{-1}$ (25)
		$C_q^h = -2.33 + 1.7411 \times h_p^{0.18}$ (26)
Pré-esforço	Momento adimensional $\bar{M}_{b,e}^p$	$A_m^p = \frac{3.78 \times e^{-2.8979 \times k_s^{-0.0966}}}{0.63 - 2.5767 \times h_p^{2.91}}$ (27)
		$B_m^p = -(1.09 \times 10^{-2} + 8.62 \times 10^{-2} \times h_p)^{-1}$ (28)
		$C_m^p = -3.57 + 3.5830 \times h_p^{0.30}$ (29)
	Esforço transverso adimensional $\bar{Q}_{b,e}^p$	$A_q^p = \frac{4.05 \times e^{-2.1543 \times k_s^{-0.0638}}}{0.52 - 1.1279 \times h_p^{1.88}}$ (30)
		$B_q^p = -(0.36 + 0.129 \times h_p)^{-1}$ (31)
		$C_m^p = -1.05 + 0.6537 \times h_p^{0.054}$ (32)

$$\text{sendo: } \begin{cases} \bar{M}_{b,e}^i = \frac{M_b^i(h_s, k_s)}{M_{b,e}^i} = A_m^i \exp\left(B_m^i(h_l)^{C_m^i}\right) \\ \bar{Q}_{b,e}^i = \frac{Q_b^i(h_s, k_s)}{Q_{b,e}^i} = A_q^i \exp\left(B_q^i(h_l)^{C_q^i}\right) \end{cases} \quad i = \begin{cases} h \rightarrow \text{impulso hidrostático} \\ p \rightarrow \text{pré - esforço} \end{cases} \quad (33)$$

Quadro 3 - Sistema que permite definir o comportamento da parede devido ao impulso hidrostático.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{b} \quad (34)$$

em que:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda' e^{\lambda'} & \cos \lambda' e^{\lambda'} & \sin \lambda' e^{-\lambda'} & -\cos \lambda' e^{-\lambda'} \\ -(\cos \lambda' + \sin \lambda') e^{\lambda'} & (\cos \lambda' - \sin \lambda') e^{\lambda'} & (\cos \lambda' - \sin \lambda') e^{-\lambda'} & (\cos \lambda' + \sin \lambda') e^{-\lambda'} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\mathbf{c} = \{c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4\}^T \quad \mathbf{b} = \{0 \ 0 \ b_3 \ b_4\}^T \quad b_3 = \frac{M_b(k_s)}{2\lambda'^2 d_p} \quad b_4 = -\frac{Q_b(k_s)}{2\lambda'^3 d_p} \quad \lambda' = \lambda \cdot h_w \quad (36)$$

### 3.2. Rótula fixa

Neste tipo de união as características da laje de fundo e do terreno não influenciam o comportamento estrutural da parede de modo a que estas sejam tidas em conta [8]. Assim, o

estudo a realizar simplifica-se significativamente. Recorrer-se-á, pois, à teoria geral das cascas cilíndricas com simetria de revolução.

A determinação do comportamento estrutural da parede será o resultado da sobreposição do comportamento devido ao impulso hidrostático e à acção do pré-esforço.

### 3.2.1. Comportamento estrutural da parede devido ao impulso hidrostático

Para o cálculo dos esforços devido ao impulso hidrostático, pode recorrer-se a tabelas [3]. Assim, o esforço de corte na base da parede é dado por:

$$Q_b = -\frac{\gamma_w \cdot h_w}{2 \cdot \lambda} \quad (37)$$

Para a definição da lei dos deslocamentos radiais que permitem descrever o comportamento estrutural será necessário determinar as constantes de integração  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  e  $c_4$ , através da resolução do sistema de equações (34) em que:

$$b_3 = 0 \quad \text{e} \quad b_4 = -\frac{\gamma_w \cdot h_w}{4 \cdot \lambda^4 \cdot d_p} \quad (38)$$

### 3.2.2. Comportamento estrutural devido ao pré-esforço

Será necessário recorrer à sobreposição do resultado de cada um dos cabos. Para o efeito utiliza-se um método análogo ao referido em 3.1.4. (Esquema 2). Neste caso obtém-se um sistema de 8 equações a 8 incógnitas:

Esquema 3 - Condições de contorno para a a definição do pré-esforço no caso da rótula fixa.

<b>Condições de contorno</b>	
Anel 1: $\left. \begin{array}{l} \omega_{p1}(x=0) = 0 \\ M_{p1}(x=0) = 0 \end{array} \right\} \text{ e } \left. \begin{array}{l} M_P(x=x_i) = M_1 \\ Q_P(x=x_i) = Q_1 \end{array} \right\}$	Anel 2: $\left. \begin{array}{l} M_P(x=x_i) = M_2 \\ Q_P(x=x_i) = Q_2 \end{array} \right\} \text{ e } \left. \begin{array}{l} M_P(x=H_w) = 0 \\ Q_P(x=H_w) = 0 \end{array} \right\} \quad (39)$
<b>Equações de compatibilidade dos dois anéis</b>	
$\left. \begin{array}{l} M_1 = M_2 \\ Q_2 = Q_1 + P_{\phi,i} \end{array} \right\} \text{ e } \left. \begin{array}{l} \omega_{p1}(x=x_i) = \omega_{p2}(x=x_i) \\ \theta_{p1}(x=x_i) = \theta_{p2}(x=x_i) \end{array} \right\} \quad (40)$	

## 4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Apresentam-se dois exemplos de aplicação prática nos quais se pretende comparar a eficácia do modelo proposto com o método dos elementos finitos (MEF). O 1º exemplo refere-se à união articulada, enquanto que o 2º exemplo diz respeito à união monolítica. Trata-se de um depósito com 21.9 m de raio, 8.0 m de altura, 0.25 m de espessura da parede e 0.18 m para a espessura da laje de fundo, no caso da união monolítica.



Para a distribuição de pré-esforço (figura 2 e quadro 3) adotaram-se cordões de 0.5 polegadas, que após perdas totais transmitem uma força máxima de 458 kN. Considerou-se um betão B30.

Para a modelação dos depósitos com elementos finitos utilizou-se o programa Femix 4.0 com recurso aos elementos de casca (formulação Ahmad) de 8 nós com integração reduzida.

No caso da união monolítica, considerou-se para o coeficiente de Winkler o valor de 80 MPa/m.

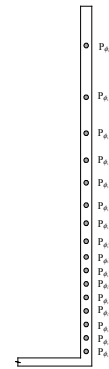


Figura 2 - Distribuição dos cabos de pré-esforço.

Quadro 3 - Cotas dos cordões.

Cordão	Cota (m)	Cordão	Cota (m)	Cordão	Cota (m)	Cordão	Cota (m)
P <sub>φ,1</sub>	0.15	P <sub>φ,9</sub>	2.60	P <sub>φ,5</sub>	1.35	P <sub>φ,13</sub>	4.40
P <sub>φ,2</sub>	0.45	P <sub>φ,10</sub>	3.00	P <sub>φ,6</sub>	1.65	P <sub>φ,14</sub>	5.00
P <sub>φ,3</sub>	0.75	P <sub>φ,11</sub>	3.40	P <sub>φ,7</sub>	1.95	P <sub>φ,15</sub>	5.80
P <sub>φ,4</sub>	1.05	P <sub>φ,12</sub>	3.90	P <sub>φ,8</sub>	2.25	P <sub>φ,16</sub>	6.95

#### 4.1. Depósito com união articulada

A malha é constituída por 320 elementos de casca e por 1285 nós (MEF). Utilizaram-se elementos de casca face à necessidade destes no segundo exemplo. Nas figuras 3 e 4 apresentam-se as deformadas devidas ao pré-esforço e ao impulso hidrostático (MEF). As figuras 5 a 10 pretendem ilustrar a comparação de resultados obtidos pelo MEF e pelo modelo proposto. Designou-se este último, abreviadamente, por DEP.

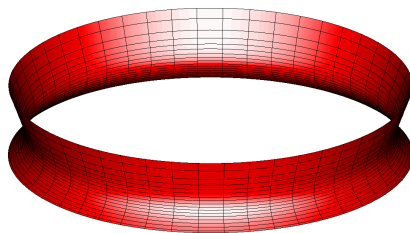


Figura 3 - Deformada devida ao pré-esforço.

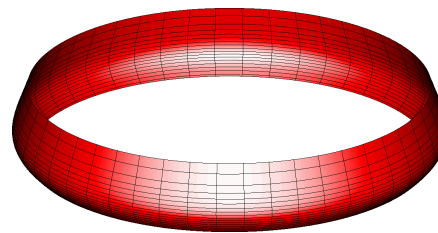


Figura 4 - Deformada devida ao impulso hidrostático.

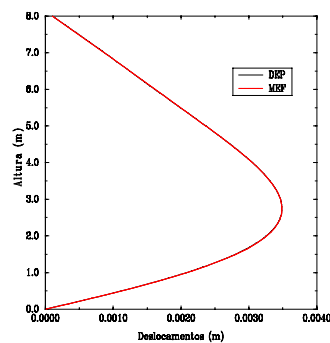


Figura 5 - Deslocamentos radiais devidos ao pré-esforço.

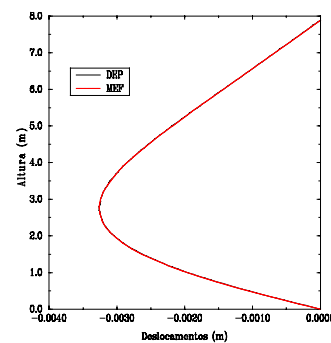


Figura 6 - Deslocamentos radiais devidos ao impulso hidrostático.

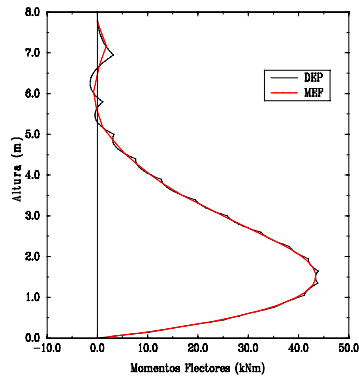


Figura 7 - Diagrama de momentos flectores devidos ao pré-esforço.

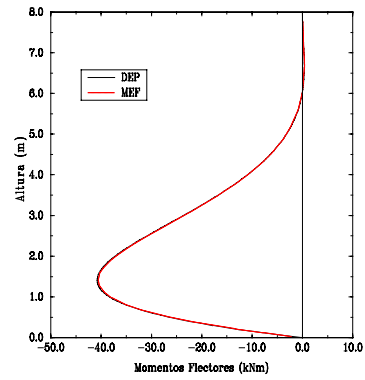


Figura 8 - Diagrama de momentos flectores devido ao impulso hidrostático.

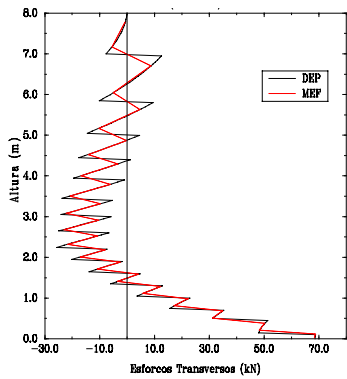


Figura 9 - Diagrama esforços transversos devidos ao pré-esforço.

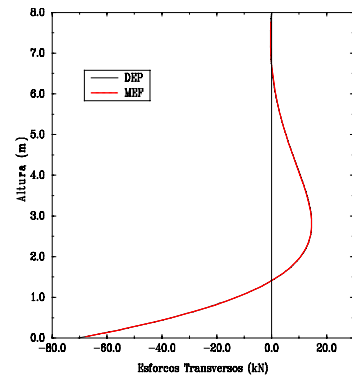


Figura 10 - Diagrama esforços transversos devido ao impulso hidrostático.

Como é possível verificar, os resultados obtidos são praticamente coincidentes, pois, o modelo proposto conduz à solução dada pela teoria da elasticidade, enquanto que a solução obtida pelo MEF é uma aproximação da primeira.

#### 4.2. Depósito com união monolítica

A malha é constituída por 1248 elementos e por 3889 nós (MEF). Nesta modelação utilizou-se um modelo de simulação do comportamento de estruturas laminares (casca) apoiadas em meio elástico com rigidez ortogonal ao seu folheto médio.

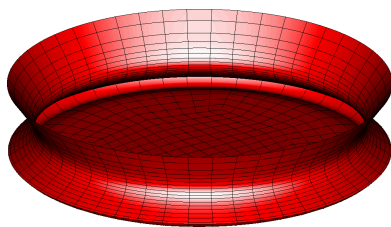


Figura 11 - Deformada devida ao pré-esforço.

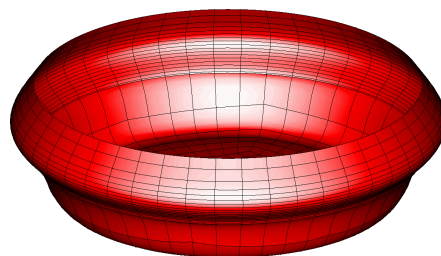


Figura 12 - Deformada devida ao impulso hidrostático.

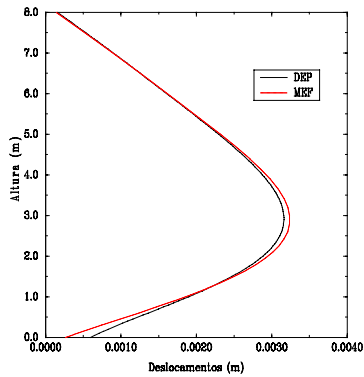


Figura 13 - Deslocamentos Radiais devido ao pré-esforço.

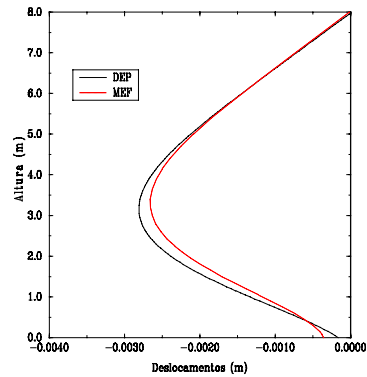


Figura 14 - Deslocamentos Radiais devido ao impulso hidrostático.

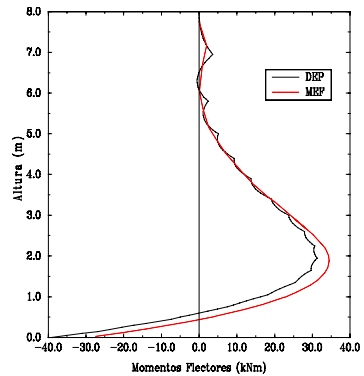


Figura 15 - Diagrama de momentos flectores devido ao pré-esforço.

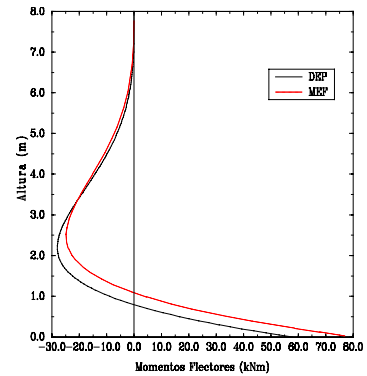


Figura 16 - Diagrama de momentos flectores devido ao impulso hidrostático.

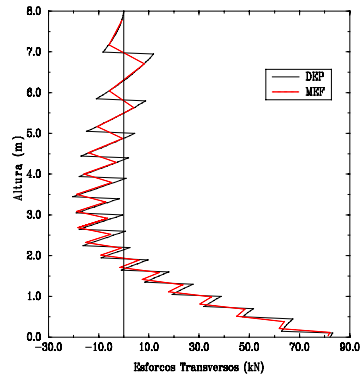


Figura 17 - Diagrama de esforços transversos devido ao pré-esforço.

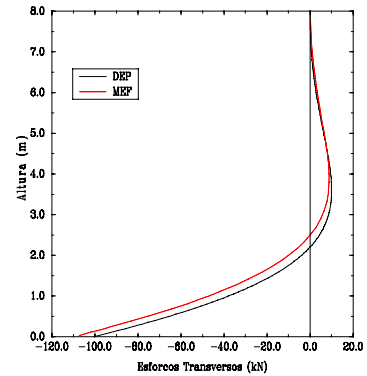


Figura 18 - Diagrama de esforços transversos devido ao impulso hidrostático.

Neste exemplo, verificam-se pequenos erros de aproximação. Estes perdem a sua importância à medida que a influência da união é menor, isto é, com o afastamento da zona de ligação. É possível verificar que nas zonas críticas (de maiores esforços), o modelo conduz a soluções muito próximas das reais. Por vezes, na zona da união, é-se conduzido a soluções que estão ligeiramente afastadas das reais (somente em termos de momentos flectores).

## 5. CONCLUSÕES

- O método apresentado revela-se como sendo uma ferramenta de cálculo robusta, com grandes potencialidades (ver quadro 4) para o dimensionamento de depósitos com as características referidas anteriormente.
- As diferenças apontadas no 2º exemplo serão extraordinariamente atenuadas se em lugar de se recorrer a procedimentos referidos em 3, se estudar o comportamento conjunto da laje e parede. Este tema será oportunamente apresentado pelos autores deste trabalho.

Quadro 4 - Comparação das performances de cada um dos métodos (dados referentes ao exemplo de 4.2.).

Programa	Tempo necessário para a criação do ficheiro de dados (estimativa em minutos)	Número de linhas do ficheiro de dados	Tempo de CPU (segundos)
DEP	5	29	1
MEF	480	23 385	900

## 6. AGRADECIMENTOS

Os autores deste artigo expressam o profundo agradecimento ao Prof. Álvaro Azevedo (FEUP), pelo apoio dispensado durante a fase de programação em linguagem C, e ainda ao Prof. Joaquim Barros (U.M.) pela colaboração prestada na utilização do programa Femix no cálculo do exemplo 2.

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] Buyer, K., 1957, Zur Berechnung der Vorspannung Geschlossener Kreis Zylinderschalen im Stahlbeton-Behälterbau, Beton und Stahlbetonbau.
- [2] Cruz, P. J. S., 1995, Depósitos Cilíndricos de Betão Pré-Esforçado, DECivil., Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Guimarães.
- [3] Ghali, A., 1979, Circular Storage Tanks and Silos, E. & F. N. Spon Ltd., London.
- [4] Haas, A. M., 1971, Láminas de Hormigón, Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid.
- [5] Jiménez-Montoya, P., Garía-Meseguer, A. Y Morán, F., 1987, Hormigón Armado, Tomo I, Editorial Gustavo Gil, 12ª Edición, Barcelona.
- [6] Manual de Utilização do Programa Femix, 1992, Versão 2.1.
- [7] Timoshenko, S. P. And Krieger, W., 1959, Theory of Plates and Shells, Mc. Graw Hill Book Co., Singapore.
- [8] Vilardell, J. M., 1994, Análisis Estructural y Criterios de Diseño de Depósitos Cilíndricos de Hormigón Pretensado, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.