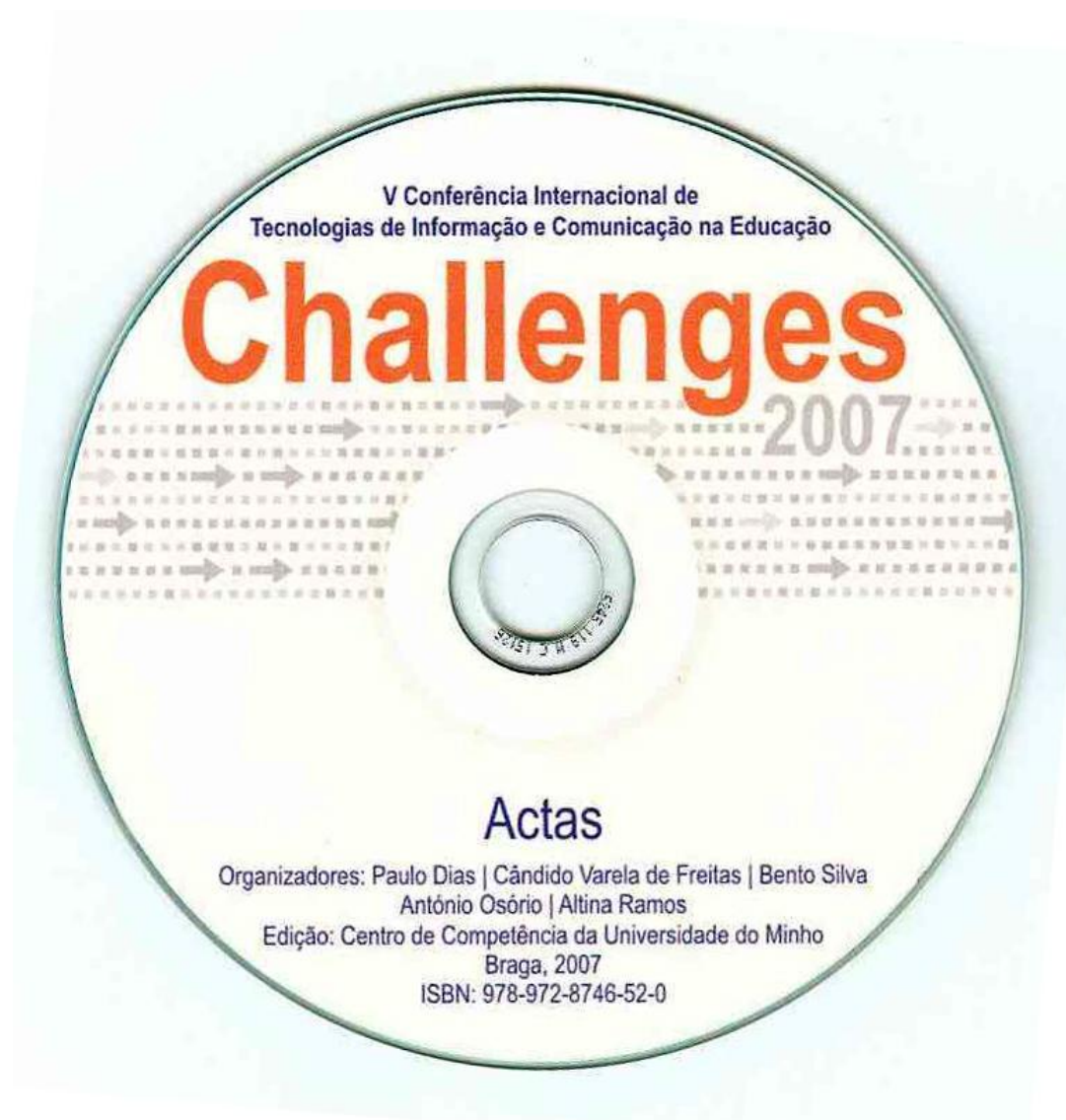


Machado, José, SILVA, Bento & Almeida, Leandro (2007). Software educativo como facilitador da aprendizagem: estudo tomando a função exponencial e a derivada. In Paulo Dias, Cândido Varela de Freitas et. al. (orgs.). *Actas da V Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação, Challenges 2007*. Braga: Centro de Competência da Universidade do Minho, Braga, p.326-336. (ISBN 978-972-8746-52-0).



SOFTWARE EDUCATIVO COMO FACILITADOR DA APRENDIZAGEM: ESTUDO TOMANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL E A DERIVADA

José Machado

Instituto Politécnico Leiria
j.eduardo.machado@gmail.com

Bento Silva

Universidade Minho
bento@iep.uminho.pt

Leandro Almeida

Universidade Minho
leandro@reitoria.uminho.pt

Resumo

A digitalização da informação permite com relativa facilidade a sua apresentação recorrendo ao texto, ao som, à imagem e à combinação de todos estes elementos. Decorrente dela o aspecto visual e gráfico, tal como noutras áreas, pode e deve ser explorado no processo de ensino-aprendizagem.

Visou-se neste estudo aferir qual o impacto que o *software* educativo escolhido teve no processo de ensino-aprendizagem do conceito de função exponencial e derivada. Estes conceitos foram leccionados, recorrendo às potencialidades gráficas do computador, a alunos do décimo segundo ano, que frequentaram as aulas da disciplina de Matemática. Esse impacto seria traduzido numa melhor compreensão dos conceitos matemáticos e da relação entre a escrita algébrica e a gráfica, pelos alunos envolvidos na experiência educativa. Na investigação sobre a diferenciação de rendimento dos alunos, tivemos ainda em consideração a variável sexo, dada a possível relevância desta variável.

Por outro lado pretendemos aferir quais as frequências e modos de utilização que os alunos faziam dos computadores e se o facto de terem contactado com uma metodologia de ensino que envolvia o recurso a computadores teria repercussões nesses valores e usos.

O estudo permitiu constatar que os alunos envolvidos na experiência educativa, tiveram um aproveitamento diferenciado do dos seus colegas, a quem os mesmos conceitos foram leccionados de forma convencional, sem recurso a computadores.

Abstract

Digital information enables its presentation in a relatively simple way by means of a text, a sound, an image and the combination of all these elements. Due to its visual and graphic aspect, it can and should be explored in the teaching-learning process, just as in other areas.

It was sought in this study to check which impact the chosen educational software had in the process of teaching-learning applied to the concept of exponential function and derived function. These concepts were taught, to students attending the subject of Mathematics, 12th form, and were supported by the graphic potentialities of computers. For the students involved in the educational experience that impact would be translated in a better understanding of the mathematical concepts and of the relationship between the algebraic writing and the graphic visualisation. The investigation about the differentiation of the students' success had also into consideration the variable gender, because of the possible relevance of this variable.

On the other hand we intended to check how often and what for do students use the computers and if by having experienced this teaching methodology supported by the use of computers, there were some repercussions in those values and uses.

This study allowed us to verify, that the students involved in the educational experience had a differentiated success of other students to whom, the same concepts were taught in a conventional way, without computers.

Introdução

A par da digitalização da informação que permite apresentá-la sob diversas formas a tecnologia disponível permite hoje em dia transferi-la entre locais remotos. A nossa realidade assenta num acesso à informação caracterizado pela possibilidade de aceder a “qualquer hora” e “em qualquer local” (Dagger et al., 2003). Esta nova forma de aceder à informação aliada ao facto dos computadores permitirem um ambiente interactivo com o utilizador facultam novos ambientes de aprendizagem e a disponibilização de novos serviços educativos.

As novas formas de que se reveste o ensino deslocalizado, *d-learning*, *b-learning*, *e-learning* e *m-learning*, (Desmond, 2002; Viteli, 2000), as comunidades virtuais (Silva, 2002) e as comunidades personalizadas (Castells, 2002, 2004) são exemplos do que os alunos e professores podem beneficiar em termos de ambientes de aprendizagem verdadeiramente inovadores (Coutinho, 2005).

Os computadores permitem ainda apresentar a informação baseada nas propriedades visuais e com uma excelente qualidade. Mas oferecem ainda níveis de simulação, teste e experimentação que permitem aos alunos tecer conjecturas, discutir os resultados e reflectir sobre os mesmos (Canavarro, 1994).

Estas potencialidades podem ser aplicadas e aproveitadas no ensino da matemática valorizando a parte gráfica que no ensino tradicional é pouco utilizada pelas dificuldades que apresenta. Nesta sequência a matemática pode passar a ser apresentada de uma forma mais baseada no visual e nos

gráficos (Dreyfus, 1991; Eisenberg & Dreyfus, 1989; Swan, Bana & Hopkins, 2003). Temos que considerar também a rapidez e precisão com que se elaboram gráficos no computador o que pode contribuir para que os alunos adquiram com mais facilidade conceitos matemáticos (Dagher, 1993; Gravina & Santarosa, 1998). As simulações que se podem efectuar sobre os mesmos, permitem tecer conjecturas e levam a que os alunos reflectam sobre os resultados o que de certo modo permite também ajudar os alunos na aprendizagem da Matemática (Pimenta & Filho, 2000; Wenzelburger, 1989, 1990).

O “conceito de função” faz parte das áreas em que os alunos apresentam lacunas no que concerne ao desenvolvimento de conceitos algébricos (Brown et al., 1988; Kieran, 1992). Até à segunda metade do século XIX, as funções foram consideradas como uma expressão analítica, representadas por um algoritmo. O conceito de função pode ser visto pelos alunos de duas formas: como um processo ou como uma estrutura (Dubinsky & Harel, 1992; Moschkovich, Schoenfeld & Arcavi, 1993; Sfard, 1992). Em termos de aprendizagem o conceito de função pode ser transmitido aos alunos baseado no funcionamento de uma “máquina”, estabelecendo-se uma analogia com uma caixa em que existe uma entrada e uma saída, como também pode ser assente em aspectos gráficos e tabelas de valores (Goldenberg, 1988; Kaput, 1989; Tall, DeMarois & McGowen, 2000; Thompson, 1994).

Também a variável sexo foi alvo do nosso interesse. Existem estudos que abordam esta problemática, sobre os mais aptos nas competências matemáticas, se os rapazes ou as raparigas. De acordo com Zambo e Follman (1993) ou Fan (1995), embora possam não existir diferenças estatisticamente significativas entre os dois sexos, na Matemática em geral, as raparigas tendem a ser melhores que os rapazes em tarefas que envolvam algoritmos, incluindo a computação. Por sua vez, os rapazes tenderão a superar as raparigas na resolução de problemas e na análise matemática (Zambo & Follman, 1993). Sobre o papel que os computadores podem desempenhar no processo de ensino aprendizagem da Matemática, Forgasz (2004, 2005) aponta uma diferença estatisticamente significativa entre rapazes e raparigas.

Com estas características a utilização do computador pode dinamizar o processo de ensino-aprendizagem, no nosso caso o da matemática, conduzindo eventualmente a uma alteração dos hábitos de trabalho, da frequência, dos locais e das formas de abordar a utilização dos computadores por parte dos alunos.

Objectivos

Tendo em atenção os objectivos da nossa pesquisa, concluímos que o estudo da função exponencial e das derivadas, do programa da disciplina de Matemática do 12º ano, eram os conteúdos curriculares que mais se adequavam, porque para a sua abordagem se pode recorrer à visualização gráfica das funções, permitindo tecer conclusões sobre o teste de eficácia do *software* utilizado, o *Graphmat*, e da metodologia que utilizámos. Usufruindo das potencialidades gráficas dos computadores perspectivámos que os alunos podiam com mais facilidade adquirir concepções matemáticas decorrentes do conceito de função.

A visualização dos gráficos das funções durante a experiência educativa deveria ainda reforçar a relação entre a escrita algébrica e a gráfica.

Neste estudo quisemos aferir se os alunos que contactaram com a intervenção dos computadores no processo de ensino-aprendizagem da matemática modificaram a sua perspectiva de utilização dos computadores, a sua frequência, o seu local de acesso.

Instrumentos

Elaborámos um questionário que nos permitisse aferir a frequência com que os alunos utilizam o computador, o local onde o fazem e se o utilizam como ferramenta auxiliar nas suas tarefas de aprendizagem. Neste questionário, tendo em consideração as atitudes dos alunos, centrámos os itens em torno de três factores principais: (I) importância do computador na aprendizagem matemática, (II) motivação na utilização dos computadores e (III) importância do computador na aprendizagem. Quanto ao formato, optámos por itens com um formato *likert* de 5 pontos desde “concordo totalmente” até “discordo totalmente”.

Os instrumentos utilizados no processo ensino-aprendizagem da matemática basearam-se em fichas de trabalho e testes de avaliação. As fichas de trabalho foram o suporte da metodologia utilizada e que incluiu o recurso aos computadores. Na primeira ficha de trabalho, foram facultados aos alunos, exemplos de funções exponenciais, através das suas expressões algébricas. Estas expressões algébricas reflectiam alterações nas variáveis dependente e independente, de modo a que os alunos ao visualizarem os respectivos gráficos no computador, comessem a associar cada gráfico, com a simulação e as consequências que advinham para cada um, dos conceitos em estudo. Além de familiarizar os alunos com as transformações de funções, também se pretendeu ter como objectivo que os alunos pudessem relacionar a escrita algébrica com a visualização dos gráficos e as simulações propostas (Dagher, 1993; Duval, 1988; Zbiek, 1995).

A segunda ficha de trabalho, incidiu sobre o estudo das derivadas, sendo nosso objectivo, que o aluno conseguisse estabelecer a correspondência entre a escrita algébrica e a visualização do gráfico (Dagher, 1993; Duval, 1988; Zbiek, 1995). Através da visualização dos gráficos das funções propostas o aluno tinha hipótese de estabelecer e compreender as relações entre as propriedades da função inicial e da primeira derivada (zeros da primeira derivada são possíveis máximos ou mínimos da função; intervalos em que a primeira derivada é positiva correspondem a intervalos de crescimento da função; intervalos em que a primeira derivada é negativa correspondem a intervalos de decrescimento da função), as relações entre a função e a segunda derivada (zeros da segunda derivada são possíveis pontos de inflexão da função; intervalos em que a segunda derivada é positiva correspondem a intervalos com a concavidade virada para cima da função e intervalos em que a segunda derivada é negativa correspondem a intervalos com a concavidade virada para baixo da função).

Os testes de avaliação foram três. O primeiro, realizado antes do início da experiência educativa, funcionou como pré-teste e permitiu aferir quais os conhecimentos que os alunos de ambos os grupos detinham sobre o conceito de função e das propriedades que lhes estão associadas. Depois do módulo de ensino sobre a função exponencial realizou-se uma prova de conhecimentos com uma estrutura de perguntas similar ao pré-teste e testando os mesmos conceitos agora tendo em consideração a função exponencial. Neste teste ao contrário do pré-teste optámos por não inserir o gráfico das funções, atendendo ao facto de ser previsível e esperado que os alunos depois de terem contactado com o *software* facilmente esboçassem o gráfico das funções em estudo. Na segunda prova de conhecimentos, referente às derivadas, optámos por indicar a expressão da função da primeira derivada para que os alunos pudessem retirar conclusões, a montante sobre a função inicial e a jusante, calculando a função da segunda derivada e as respectivas correspondências entre elas.

Sujeitos

Este estudo envolveu todos os alunos do 12.º ano de duas escolas secundárias, uma do distrito de Santarém e outra do de Leiria. Os critérios de escolha destas duas escolas assentou na disponibilidade dos docentes que leccionavam as aulas da disciplina de Matemática a estes alunos em colaborar neste estudo, nos conhecimentos informáticos dos referidos docentes e ao parque informático disponível nas escolas. Os alunos foram divididos em dois grupos, um experimental e outro de controlo procurando a homogeneidade dos dois grupos em termos de género e de idade (médias de 17,4 e 17,8 respectivamente para o grupo experimental e de controlo). Algumas condicionantes levaram-nos a considerar o grupo experimental e o grupo de controlo tomando cada uma das escolas. Por este facto, este segundo grupo de alunos passa a designar-se “grupo de comparação”.

Procedimentos

As matérias constantes da experiência educativa foram leccionadas aos dois grupos e o número de aulas foi o normalmente previsto na planificação seguida pelos professores da disciplina para as mesmas e igual para os dois grupos. No grupo de comparação, as matérias foram leccionadas de forma convencional, que seria idêntica nas duas escolas caso não decorresse a experiência educativa em curso. Aos alunos do grupo experimental as matérias foram leccionadas com base na abordagem gráfica e de simulação proporcionadas pelo computador e tendo como elemento fundamental as fichas de trabalho já mencionadas anteriormente. Os exercícios propostos nestas fichas tinham como objectivo conduzir o aluno na sua aprendizagem, permitindo que ele fosse o protagonista do processo, nas actividades de descoberta das relações, conclusões e consequentemente construindo o seu conhecimento, seguindo um modelo de descoberta guiada (Ausubel, et al., 1978; Bigge, 1977). O número de gráficos visualizados, a qualidade e precisão dos mesmos e as simulações que os alunos puderam efectuar contribuíram para o reforço de aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos e para que os alunos conseguissem relacionar a escrita algébrica e a gráfica. No caso da função exponencial os alunos tiveram hipótese de visualizar as consequências que as alterações introduzidas nas variáveis dependente e independente provocaram e daí concluir sobre as relações implícitas. Para as derivadas, foram propostas aos alunos determinadas funções e solicitado que indicassem valores relativos a cada uma das funções (inicial, primeira e segunda derivadas), esperando que os alunos posteriormente os relacionassem entre si.

Estas aulas não seguiram um modelo tutorial e o papel do professor centrou-se mais na facilitação da aprendizagem, limitando-se a tirar algumas dúvidas pontuais. Pelas características da experiência educativa tivemos em consideração a transposição didáctica (Mello, 2004, 2005; Balacheff, 1991; Chevillard, 1991). Em todos os casos e particularmente no caso da Matemática, torna-se necessário que os professores tenham consciência de que uma coisa é ensinar matemática outra é ensinar matemática com recurso a *software* educativo (Zbiek, 1995).

A apreciação do impacto do método de ensino-aprendizagem seguido na experiência educativa, foi realizada considerando três momentos de avaliação: um momento inicial, anterior ao início do ensino do tema

(pré-teste), e dois momentos no final de cada um dos módulos de ensino-aprendizagem, a função exponencial e as derivadas, respectivamente.

No tratamento dos dados utilizámos o programa SPSS (versão 14.0 para Windows). Atendendo à continuidade temporal das avaliações não considerámos os “*dropouts*”, analisando-se apenas os alunos que, cumulativamente participaram nas três avaliações. Os testes estatísticos efectuados envolveram a análise factorial, estatística multivariada de medidas repetidas e qui-quadrado recorrendo ao Crosstabs, consoante os casos em apreço.

Apresentação de resultados

Os testes passados neste estudo permitiram fazer uma caracterização dos alunos face à utilização dos computadores, às suas atitudes e objectivos de utilização dos computadores e apreciar o seu rendimento escolar relativo aos testes de Matemática.

Análise dos resultados nos questionários

Passamos a apresentar as principais conclusões que ressaltam da análise dos resultados dos questionários passados antes e depois da experiência educativa. O grupo experimental, na utilização do computador em actividades de estudo, no momento inicial registava um valor de 77,4% e no momento final passou a registar 95,2%. O grupo de comparação no mesmo item obteve 86,8% e 85,5% respectivamente no momento inicial e final. Este aumento do número de alunos do grupo experimental que encara o computador como uma ferramenta que os pode ajudar nas tarefas de estudo, enquanto que no grupo de comparação esse valor não sofre alterações significativas, permite-nos afirmar, com grande precisão, que a experiência educativa a que os alunos foram sujeitos, foi a variável que fez subir e diferenciar o grupo experimental do de comparação.

Da análise factorial a que procedemos foram identificados três factores explicativos da variância dos itens do questionário: I - “Os Computadores e a Matemática”, II - “Motivação no uso dos Computadores” e III - “Uso do computador num contexto de aprendizagem”. No quadro I podemos visualizar as médias e desvio padrão dos três factores, nos dois grupos de alunos e nos dois momentos. As discrepâncias de valores entre os dois grupos relativas aos três factores e aos dois momentos foram analisadas estatisticamente. Dessa análise e relativamente ao factor I, resultante da diferença de média entre os dois grupos em que o grupo experimental aumenta a sua média do primeiro para o segundo momento ao contrário do grupo de comparação que a diminui, encontramos um valor estatisticamente significativo ($F(1,126)=11,83$ e $p<0,01$). Relativamente ao factor II depois da análise estatística efectuada somos levados a concluir que não existem diferenças estatisticamente significativas pelo que não há uma diferenciação entre os dois grupos de alunos. Finalmente em relação ao factor III foram encontrados valores estatisticamente significativos ($F(1,109)=4,32$ e $p=0,04$), existindo uma diferenciação entre os dois grupos que podemos concluir resultante da experiência educativa.

Quadro I – Valores relativos aos três factores, nos dois grupos de alunos e nos dois momentos

| Atitudes | Momentos | Grupo Experimental | | | Grupo Comparação | | |
|------------|-----------|--------------------|-------|------|------------------|-------|------|
| | | N | Média | D.P. | N | Média | D.P. |
| Factor I | Pré teste | 58 | 22,5 | 4,83 | 72 | 20,4 | 4,85 |
| | Pos teste | 61 | 22,8 | 5,17 | 75 | 19,7 | 4,82 |
| Factor II | Pré teste | 62 | 26,9 | 4,49 | 75 | 26,5 | 4,23 |
| | Pos teste | 62 | 26,5 | 5,03 | 75 | 25,9 | 4,52 |
| Factor III | Pré teste | 61 | 15,2 | 2,97 | 50 | 13,5 | 2,65 |
| | Pos teste | 62 | 14,5 | 3,51 | 76 | 13,7 | 2,68 |

Análise dos resultados nos testes de Matemática

Considerámos os valores dos testes do grupo experimental e do grupo de comparação, nos três momentos. O primeiro momento, antes do início da experiência educativa e os outros dois decorrendo da mesma. Para cada sujeito temos pontuações nos três momentos, pelo que funciona como um factor intra grupo, e a experiência educativa como um factor inter grupos.

Análise global do rendimento nas provas

Os resultados, em termos de média geral, para estes três momentos em termos de média global podem ser observados no quadro II. Analisando este quadro podemos constatar diferenças nos valores

obtidos, quer entre os dois grupos de alunos, quer tomando cada grupo separadamente, ao longo dos três momentos de avaliação. Podemos constatar que se no 1º momento a média dos dois grupos de alunos se aproxima, já nos 2º e 3º momentos existe uma diferença claramente favorável ao grupo experimental.

Quadro II – Resultados dos dois grupos de alunos ao longo do estudo

| Grupos | N | 1º Momento | | 2º Momento | | 3º Momento | |
|------------|----|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
| | | Média | D.P. | Média | D.P. | Média | D.P. |
| Experiment | 62 | 37,0 | 19,95 | 70,9 | 17,56 | 67,8 | 23,59 |
| Comparaçã | 76 | 41,2 | 16,29 | 44,0 | 21,49 | 30,2 | 17,42 |

Pelos resultados obtidos através da análise estatística, tendo em consideração “Momentos x Grupos” ($F(2,272)=59,77$; $p<0,01$), podemos inferir que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação, não são independentes, ou seja, estão relacionadas com o facto dos alunos pertencerem aos grupos experimental e ao de comparação. Depreende-se, então, o efeito da aprendizagem da Matemática com recurso a suportes informáticos. De facto o grupo experimental melhora o seu desempenho nos testes da disciplina de Matemática, quando passamos do primeiro para os segundo e terceiros momentos, enquanto que nos colegas do grupo de comparação, se verifica uma maior estabilidade das respectivas médias ao longo dos três momentos da avaliação.

Procedemos posteriormente à análise de contraste entre os três momentos do estudo. Tendo em consideração o grupo experimental, podemos constatar, pela análise de resultados estatísticos, que existe, entre o primeiro momento e os segundo e terceiro, uma diferença de médias de 33,9 e 30,9 respectivamente, reflectindo uma melhoria nas notas dos testes de Matemática, que podemos considerar resultante do método seguido durante a experiência educativa a que os sujeitos do grupo experimental foram submetidos. Esta diferença de médias nos dois casos é estatisticamente significativa com um valor de $p<0,01$. Todavia, entre os dois momentos que ocorreram durante a experiência educativa (segundo e terceiro), a diferença de médias não é estatisticamente significativa, $p=0,76$. Este facto leva-nos a concluir que a experiência funcionou como um todo. O método utilizado foi eficaz nos dois momentos e nas matérias em apreço, sem que tivesse ocorrido qualquer diferença entre estes dois momentos, o que a não se verificar, levantaria hipóteses de o método ser mais eficaz sob determinadas condições. Neste caso, mesmo incidindo sobre matérias programáticas diferentes, mas adequadas ao método de ensino aprendizagem em apreço, verificámos que teve um efeito similar. Relativamente aos resultados dos alunos do grupo de comparação podemos constatar que, entre os dois primeiros momentos, não houve praticamente qualquer alteração. Por outro lado, temos uma alteração expressiva e com significado estatístico, quando comparamos o terceiro momento com os outros. Nesses casos, os alunos do grupo de comparação registam uma diferença de médias inferior em 11,0 e 13,8, relativamente ao primeiro e segundo momento respectivamente.

Análise item a item

Pretendemos apreciar o impacto do programa educativo nas diferentes áreas da Matemática que componham os testes somativos. Tendo esse objectivo em consideração fomos examinar os itens em separado.

Os alunos do grupo experimental demonstraram uma melhoria no reconhecimento do domínio de uma função. Para as duas funções em estudo $f(x)$ e $g(x)$, os resultados foram respectivamente de $X^2(1)=8,35$ com $p=0,02$ e $X^2(1)=4,23$ com um $p=0,04$. Relativamente a este item o grupo de comparação, só relativamente à função $g(x)$, apresenta um valor estatisticamente significativo, $X^2(1)=4,34$ com $p=0,04$, mas temos que ter em consideração a instabilidade de realização verificada por este grupo, atendendo a que dos alunos que falharam no primeiro momento, 12 passaram a acertar e dos que acertaram no primeiro momento 17 passaram a falhar. Resumindo o número de alunos que falharam foi superior ao dos que acertaram.

Os itens relativos ao conceito de contra domínio, apesar de registarem discrepâncias sem significado estatístico, demonstram um aumento muito significativo do número de alunos do grupo experimental que erraram no primeiro momento (pré-teste) e passaram a acertar no segundo, 22 em relação a $f(x)$ e 35 em relação a $g(x)$.

Relativamente ao cálculo de extremos de uma função, não se apresentam discrepâncias estatisticamente significativas e a diferenciar os dois grupos de alunos, temos aqueles que passam de uma situação de acerto para errado, com 6 (relativos a $f(x)$) e 3 alunos (relativos a $g(x)$) do grupo

experimental, enquanto que no grupo de comparação foram 22 e 12 alunos, relativos respectivamente a $f(x)$ e $g(x)$. Os alunos do grupo de comparação umas vezes acertam e mais tarde falham, e vice-versa.

Nos itens que abordam o conceito de assíntota, apesar de, para os alunos do grupo experimental, apenas se registar uma discrepância estatisticamente significativa no item relativo à assíntota horizontal de $g(x)$, com um valor de $X^2(1)=6,67$ e $p=0,01$, estes alunos demonstram na generalidade dos itens um desempenho superior aos do grupo de comparação. Dos alunos do grupo experimental salientamos o facto de que 20 passaram de uma situação de errado, no primeiro momento, para uma situação de certo, no segundo.

No cálculo do limite de $f(x)$ quando x tende para $-\infty$, e do limite de $g(x)$ quando x tende para $+\infty$, obtivemos para os alunos do grupo experimental uma discrepância de valores considerados estatisticamente significativos, $X^2(1)=5,92$ com $p=0,02$ e $X^2(1)=8,99$ com $p<0,01$, respectivamente. Nos outros itens os resultados não se mostraram estatisticamente significativos mas no item relativo ao cálculo do limite de $f(x)$ quando $x \rightarrow +\infty$, podemos constatar que um número significativo de alunos (33), passam de uma situação de errado, no primeiro momento, para certo. De igual modo são 23 alunos os que passam de errado para certo no item relativo ao cálculo do limite de $g(x)$ quando x tende para $-\infty$.

Para o conceito de injectividade, na generalidade os alunos do grupo experimental mostraram ter um melhor desempenho que os seus colegas do grupo de comparação. Os resultados no grupo experimental relativamente à função $f(x)$ revestem-se de significado estatístico com um valor $X^2(1)=4,93$ e $p=0,03$.

Não se registaram valores estatisticamente significativos, nos itens que abordavam o conceito de continuidade, mas podemos registar relativamente à função $g(x)$, 52 alunos do grupo experimental passam de uma situação de erro para acerto, e ainda, que todos os alunos que acertaram no primeiro momento também acertaram no segundo.

Os alunos do grupo experimental, registaram relativamente ao conceito de paridade da função $g(x)$, uma claríssima inversão do comportamento de realização, denotando uma melhoria acentuada. No primeiro momento, erraram 49 alunos e acertaram 13, tendo que no segundo momento, erraram 19 e acertaram 43. O número de alunos que acertaram passou a ser superior ao dos que erraram, levando a podermos concluir o efeito positivo que a experiência educativa produziu, apesar destes resultados não se revestirem de significância estatística. No grupo de comparação obtivemos um resultado estatisticamente significativo em relação à função $g(x)$, com $X^2(1)=13,67$ e $p<0,01$. No primeiro momento 66 alunos erraram e 10 acertaram e, no segundo momento, os números foram de 58 e 18, respectivamente.

Nos itens que abordam o conceito de monotonia das funções e ao sinal da derivada de uma função num ponto podemos verificar que apesar de não se registarem valores estatisticamente significativos, os alunos do grupo experimental apresentam, para as duas funções, melhores resultados que os alunos do grupo de comparação.

O mesmo se passou nos itens relativos ao cálculo do limite de uma função quando $x \rightarrow 0^+$, em que não se apresentam diferenças em termos de significância estatística, quer quanto aos dois grupos, quer quanto às duas funções. No entanto e para exemplificar os melhores resultados dos alunos do grupo experimental referimos que, passam de uma situação de errado no primeiro momento, para uma situação de acerto no segundo momento, 32 e 26 respectivamente para a função t e h . No grupo de comparação, o número de alunos nas mesmas condições foi de 9 e 20, respectivamente. Por outro lado, os alunos que passam de uma situação de acerto para uma de erro, foram de 18 (função t), e 9 (função h) no grupo de comparação, enquanto que no grupo experimental podemos observar apenas 4 e 1 alunos, respectivamente, demonstrando este grupo além dos melhores resultados uma maior estabilidade na realização.

Analisámos também, item a item, os resultados obtidos no último teste somativo da disciplina de Matemática. Esta observação baseou-se na comparação entre os dois grupos, em cada item.

A identificação dos intervalos das funções, crescentes ou decrescentes, apresenta resultados indicativos de que os alunos do grupo experimental detêm um desempenho superior aos dos seus colegas do grupo de comparação, apesar de em nenhum dos grupos se verificarem valores com relevância estatística.

Na possível relação entre os intervalos, em que a primeira derivada é positiva ou negativa e a função inicial é respectivamente crescente ou decrescente, no grupo experimental, existem mais alunos a saber relacionar os resultados entre a primeira derivada e a função inicial do que no grupo de comparação.

Os resultados relativos à identificação de máximos e mínimos das funções em estudo, indicam que os alunos do grupo experimental obtiveram melhores resultados do que os seus colegas do grupo de comparação, apresentando-se essas diferenças estatisticamente significativas, sendo para os máximos, $X^2(1)=5,91$ com $p=0,02$ e $X^2(1)=108,1$ com $p<0,01$, para a primeira e segunda função, respectivamente. Para os mínimos os valores foram $X^2(1)=5,91$ com $p=0,02$ e $X^2(1)=59,64$ com $p<0,01$, para a primeira e segunda função, respectivamente. Tendo em consideração os zeros da primeira derivada o valor

encontrado com significância estatística foi o relativo ao da segunda função, $X^2(1)=5,4$ com $p=0,02$. Estes resultados, levam-nos a que se possa considerar atingido objectivo a que nos propusemos de que os alunos aprendessem a saber relacionar os zeros da função derivada, com os possíveis máximos ou mínimos da função inicial.

Os resultados obtidos pelo grupo experimental levam a que possamos considerar como atingido o objectivo que tinha como base saber relacionar e encontrar as concavidades das funções iniciais (concavidade para cima: 1ª função, $X^2(1)=28,73$ e $p<0,01$, 2ª função, $X^2(1)=37,66$ e $p<0,01$; concavidade para baixo: 1ª função, $X^2(1)=30,52$ e $p<0,01$, 2ª função, $X^2(1)=35,8$ e $p<0,01$) e intervalos de monotonia da segunda derivada (positiva: 1ª função, $X^2(1)=29,04$ e $p<0,01$, 2ª função, $X^2(1)=38,69$ e $p<0,01$; negativa: 1ª função, $X^2(1)=29,04$ e $p<0,01$, 2ª função, $X^2(1)=45,47$ e $p<0,01$).

A confirmar que os objectivos da experiência educativa foram conseguidos temos os resultados dos alunos do grupo experimental que sabem relacionar os zeros da segunda derivada com os pontos de inflexão da função, em que se registaram para todos os casos diferenças com significado estatístico. Relativamente à primeira função, o número de alunos do grupo experimental, que acertou nos zeros da segunda derivada, foi o mesmo que acertou nos pontos de inflexão. No grupo de comparação, o número de acertos baixou em nove alunos. Tendo em consideração a segunda função, o grupo experimental apresentou valores superiores nos acertos dos dois itens, com 30 (acertam no ponto inflexão) e 48 alunos (acertam nos zeros da 2ª derivada). No grupo de comparação o número de alunos nestas condições foi de 2 e 20, respectivamente.

Análise da relação com o uso dos computadores

Pela análise dos resultados do questionário que os alunos preencheram durante a experiência educativa, e como já foi referido, podemos concluir que houve uma modificação nas atitudes dos alunos do grupo experimental relativamente à utilização educativa dos computadores. Uma percentagem de 17,8 desses alunos passou a ver, nos computadores, um meio que pode ser usado na área educativa. Destes alunos oito são raparigas e três são rapazes e no quadro III podemos constatar o seu comportamento nos três momentos de avaliação na disciplina de Matemática.

Quadro III – Valores dos alunos do grupo experimental, com uma modificação de atitudes relativa à utilização educativa dos computadores, nos testes de matemática.

| Momentos | Média | DP |
|------------|-------|-------|
| 1º Momento | 32,3 | 12,21 |
| 2º Momento | 68,2 | 13,86 |
| 3º Momento | 77,0 | 17,45 |

Comparando as suas médias com as do grupo em que estavam inseridos podemos constatar que, relativamente ao primeiro e segundo momentos, eles estiveram abaixo da média dos seus colegas, já que o grupo experimental obteve médias respectivamente de 37,0 e de 70,9. No que concerne ao terceiro momento, estes alunos registam uma média de 77,0 superior ao grupo experimental, que obteve uma média de 67,8. Estes resultados são meramente indicativos e não nos permitem retirar conclusões firmes, pelo escasso número de alunos.

Análise da relação com o sexo dos alunos

No nosso estudo procurámos verificar em que medida a metodologia utilizada provocou diferenças de aproveitamento nas matérias em apreço, considerando os dois géneros. No quadro IV podemos analisar o comportamento dos rapazes e das raparigas do grupo experimental. Pela simples análise dos dados podemos constatar que as raparigas apresentam um melhor desempenho que os rapazes. As raparigas, ao longo dos três momentos, sobem do primeiro para o segundo momento e depois praticamente mantêm esse valor de desempenho no terceiro momento. Os rapazes, também têm um comportamento idêntico ao das raparigas do primeiro para o segundo momento mas, no terceiro momento, já não mantêm a mesma média, baixando-a. Nas análises estatísticas encontramos um valor de $W(2)=0,90$ com $p=0,048$, o que é indicio de problemas de esfericidade. Apesar do valor da probabilidade do coeficiente ser praticamente de 0,05, tivemos em consideração a violação da esfericidade, e procedemos aos ajustamentos correspondentes para prosseguirmos a análise.

Analisando os valores obtidos para a variável em estudo obtivemos um valor para $F(2,120)=94,21$ com um $p<0,01$, pelo que podemos inferir que a experiência educativa teve um efeito estatisticamente significativo nos sujeitos. Por outro lado, considerando a interacção “Momentos x Grupos”, registámos

valores de $F(2,120)=3,31$ e $p=0,045$, pelo que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação não são independentes, estando relacionadas com o sexo dos alunos.

A diferenciação entre as raparigas e os rapazes do grupo experimental foi estudada e apresentou-se estatisticamente significativa com $F(1,60)=4,96$ e $p=0,03$.

Quadro IV - Valores estatísticos dos rapazes e raparigas do grupo experimental, nos três momentos da experiência.

| Matemática G. Experimental | | 1º Momento | | 2º Momento | | 3º Momento | |
|-------------------------------|----|------------|------|------------|------|------------|------|
| Grupos | N | Média | D.P. | Média | D.P. | Média | D.P. |
| Masculino | 26 | 34,5 | 19,5 | 67,3 | 18,0 | 57,9 | 21,5 |
| Feminino | 36 | 38,7 | 20,4 | 73,4 | 17,0 | 75,0 | 22,7 |

A diferença de médias entre os dois grupos de alunos, foi estudada, e obtivemos uma diferença nas médias de 9,1 a favor das raparigas ($p=0,03$).

A análise de contraste entre os três momentos do estudo, indicou que a diferença de médias, observadas no grupo experimental, tendo em consideração o sexo dos alunos, teve resultados estatisticamente significativos do primeiro para o segundo e terceiro momentos. Entre o segundo e o terceiro momentos, a diferença de médias já não regista um coeficiente estatisticamente significativo. Atendendo a que o primeiro momento se refere a um teste anterior à intervenção educativa junto dos alunos, podemos concluir que a experiência educativa teve um efeito positivo nestes, e que durante a experiência não houve alterações significativas. Esta conclusão é válida tanto para os resultados na sua globalidade, como para o grupo das raparigas, apresentando resultados para as variações, do primeiro para o segundo momento de 34,7, com $p<0,01$ do primeiro para o terceiro momento de 36,3, com $p<0,01$ e entre o segundo e terceiro momentos de 1,6, com $p=1,0$. Os rapazes registam sempre, valores estatisticamente significativos relativamente aos contrastes entre todos os momentos. No entanto, importa lembrar que a média dos rapazes aumenta do primeiro para o segundo momento, descendo depois do segundo para o terceiro. Temos que concluir que raparigas e rapazes diferem e que a experiência parece ter tido mais sucesso junto das raparigas.

Fomos analisar também o comportamento dos rapazes e das raparigas do grupo de comparação. No quadro V podemos constatar as médias e desvio padrão obtidos.

Quadro V - Valores estatísticos dos rapazes e raparigas do grupo comparação, nos três momentos da experiência

| Matemática G. Comparação | | 1º Momento | | 2º Momento | | 3º Momento | |
|-----------------------------|----|------------|------|------------|------|------------|------|
| Grupos | N | Média | D.P. | Média | D.P. | Média | D.P. |
| Masculino | 32 | 41,5 | 16,6 | 39,4 | 21,1 | 27,1 | 14,0 |
| Feminino | 44 | 41,0 | 16,3 | 47,4 | 21,4 | 32,5 | 19,4 |

Tal como tinha acontecido no grupo experimental, também agora, com o grupo de comparação, tivemos problemas de esfericidade, $W(2)=0,90$ e $p=0,03$, pelo que tivemos em consideração os devidos ajustamentos nas análises subsequentes. Analisando a interação “Momentos x Grupos” registámos valores de $F(2,148)=1,15$ e $p=0,32$, pelo que somos levados a inferir, que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação não estão relacionadas com o sexo dos alunos. Estudámos também a diferenciação entre as raparigas e os rapazes e não encontramos valores estatisticamente significativos com $F(1,74)=2,48$ e $p=0,12$. Finalmente considerámos a análise de contraste, entre os três momentos do estudo, e constatámos que, globalmente, as diferenças de médias observadas no grupo de comparação e tendo em consideração o sexo dos alunos, mostram resultados estatisticamente significativos, do primeiro para o terceiro, (diferença médias 11,4 e $p<0,01$), e do segundo para o terceiro momento, (diferença médias 13,6 e $p<0,01$). As raparigas deste grupo apresentam resultados estatisticamente significativos, do primeiro para o terceiro momento, (diferença médias 8,5 e $p=0,047$), e os do segundo para o terceiro momento, (diferença médias 14,9 e $p<0,01$). Os rapazes deste grupo apenas apresentam resultados estatisticamente significativos do primeiro para o terceiro momentos (diferença médias 14,3 e $p<0,01$).

Conclusão

Pelos resultados obtidos podemos considerar que a experiência educativa produziu efeitos positivos em termos de aprendizagem nos alunos do grupo experimental. Estes efeitos positivos ficam expressos nos resultados globais das provas de conhecimento e nas análises item a item a que procedemos.

O ensino das matérias em apreço recorrendo à visualização dos gráficos e a uma metodologia assente na mesma, ajudou os alunos do grupo experimental a dominar melhor os conceitos que estavam subjacentes (Eisenberg & Dreyfus, 1989; Duval, 1999; Dreyfus, 1991; Galminas & Autrey, 2000; Swan, Bana & Hopkins, 2003). Pela análise que fizemos dos resultados item a item ressalta que os alunos do grupo experimental podem ter optado por resolver as questões com base no raciocínio visual, ao invés dos cálculos e procedimentos complicados que o processo algébrico envolve (Borba & Confrey, 1996; Romberg, Carpenter & Fennema, 1993; Tall, 1995). Esta análise permitiu ainda verificar que os alunos estabeleceram uma relação entre a escrita algébrica e o correspondente gráfico (Dagher, 1993; Duval, 1988; Zbiek, 1995). Finalmente os resultados obtidos durante esta experiência educativa parece demonstrar que o raciocínio visual vem ajudar os alunos a construir as suas conjecturas e construções de conhecimento (Borba & Confrey, 1996; Tall, 1995) e a que eles desenvolvam um conhecimento estrutural da álgebra (Romberg, Carpenter & Fennema, 1993).

A “escola” tem que entender que com os avanços tecnológicos não pode continuar a utilizar as mesmas metodologias no processo de ensino-aprendizagem, que já duram há largos anos, e que particularmente no caso da matemática, parecem não levar a índices de sucesso desejáveis. E se algumas das novas metodologias podem ser de difícil implementação nomeadamente por falta de meios, outras como a que propusemos nesta experiência são exequíveis.

A digitalização da informação vem permitir que a mesma seja apresentada de diferentes modos e cabe aos responsáveis educativos aferir qual a que se torna mais motivadora e melhores índices de sucesso garanta.

A par destas considerações temos que ter presente que a maioria dos alunos já vive hoje em dia mergulhada em tecnologia (computadores pessoais, portáteis, PDA's) e estamos convictos que os outros muito em breve também terão acesso a ela e conviverão com ela. Consideramos que sempre que as matérias permitam uma abordagem gráfica os docentes optem pela mesma passando a um ensino da matemática mais baseado no grafismo que nos processos muitas vezes complicados que a abordagem algébrica envolve.

Referências Bibliográficas

- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A Cognitive View (2nd Ed.)*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Balacheff, N. (1991). Contribution de la Didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO. In : *Actes des XIII^e Journées Francophones de l'Informatique*. IMAG-CNRS. Grenoble : Editora C. Bellissant.
- Bigge, M. L. (1977). *Teorias da Aprendizagem para Professores*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária.
- Borba, M. C. & Confrey, J. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.31, pp. 319-337.
- Brown, C., Carpenter, T., Kouba, V., Lindquist, M. & Reys, R. (1988). Secondary School Results for the fourth NAEP Mathematics Assessment: Algebra, Geometry, Mathematical Methods, and Attitudes. *Mathematics Teacher*, 81, 337-347.
- Canavarro, A P. (1994). *Concepções e Práticas de Professores de Matemática. Três Estudos de Caso*. Lisboa: U. Lisboa, Associação dos Professores de Matemática.
- Castells, M. (2002). *A Sociedade em rede*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Castells, M. (2004). *A Galáxia Internet*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabido al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Coutinho, Clara (2005). *Percursos da investigação em Tecnologia Educativa em Portugal. Uma abordagem temática e metodológica a publicações científicas (1985-2000)*. Braga: Centro de Investigação em Educação, Universidade do Minho.
- Dagger, D., Wade, V., & Conlan, O. (2003). Towards “anytime, anywhere” learning: The role and realization of dynamic terminal personalization in adaptive eLearning. *Ed-Media 2003, World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications*, Hawaii.
- Dagher A., (1993). *A environnement informatique et apprentissage de l'articulation entre registres, graphique et algébrique de représentation des fonctions*. Thèse de doctorat. Université Paris VII. France.

- Desmond, K. (2002). *The Future of Learning: From a eLearning to mLearning*. Documento disponibilizado pelos serviços ERIC ED nº 472 435.
- Dreyfus, T. (1991). On the Status of Visual Reasoning in Mathematics and Mathematics Education. *Proceedings of PME 15*, Itália.
- Dubinsky, E. & Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function. In: G. Harel & E. Dubinsky (Eds.) *The concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Duval, R. (1988). Graphiques et Equations: L'Articulation de deux registres. In : *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg.
- Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1989). Spatial Visualization in the Mathematics Curriculum. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, Vol 11, nº1.
- Forgasz, H. (2004). *Equity and computers for mathematics learning: access and attitudes*. http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content_storage_01/0000000b/80/31/40/0e.pdf (Consultado na Internet em Dezembro 2005).
- Forgasz, H. (2005). *Teachers' and pre-service teachers' Gendered Beliefs: Students and Computers*. http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content_storage_01/0000000b/80/2e/96/5c.pdf (Consultado na Internet em Dezembro 2005).
- Galminas, L. R. & Autrey, K. (2000). Online Conversion of a Technology Based "College Algebra" Course. In: *Society for Information Technology & Teacher Education International Conference: Proceedings of SITE 2000* (11th, San Diego, California, February 8-12, 2000). Collected Papers on Mathematics: Connell, Michael (Ed.).
- Goldenberg, P. (1988). Mathematics, Metaphors, and Human Factors: Mathematical, Technical, and Pedagogical Challenges in the Educational Use of Graphical Representations of Functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 7(2), 135-173.
- Gravina, M. A. & Santarosa, L. M. (1998). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. Apresentado no *IV Congresso RIBIE*, Brasília 1998. <http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm>. (Consultado na Internet em Janeiro 2004).
- Kaput, J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In: C. Kieran, and S. Wagner (Eds.). *Research Agenda for Mathematics Education: Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Publishers. (pp. 167-194).
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School algebra. In: D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan Publishing Co. (pp. 390-419).
- Moschkovich, J., Schoenfeld, A., & Arcavi, A. (1993). Aspects of understanding: On multiple perspectives and representations of linear relations and connections among them. In: T. A. Romberg, T. P. Carpenter, & E. Fennema (Eds.) *Integrating Research on the Graphical Representation of Functions*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, (pp. 69-100).
- Pimenta, A. & Filho, O. (2000). Função do 1º grau: Proposta de um novo padrão com vistas a exploração dos conteúdos mediante a utilização de softwares como ferramenta de ensino na matemática. Poster apresentado no *V Congresso Iberoamericano de Informática Educativa, Ribie 2000*. <http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/posters/290/> (consultado na Internet em Dezembro de 2004).
- Romberg, T., Carpenter, T., & Fennema, E. (Eds.) (1993). *Integrating research on the graphical representation of functions*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification – The case of function. In: G. Harel & E. Dubinsky (Eds.) *The concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Silva, B. (2002). A Glocalização da Educação: da escrita às comunidades de aprendizagem. In O particular e o global no virar do milênio, Cruzar Saberes em Educação. *Actas do 5º Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, (pp. 779-788).
- Swan, P., Bana, J. & Hopkins, S. (2003). Working mathematically chance & data. *MASTEC—Mathematics, Science & Technology Education Centre* Edith Cowan University Perth, Western Australia.
- Tall, D. (1995). Cognitive development, representations and proof. Paper presented at the conference on *Justifying and Proving in School Mathematics* Institute of Education, London, December 1995, 27-38.
- Tall, D., DeMarois, P. & McGowen, M. (2000). Using the function machine as a cognitive root. Paper presented at the *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (22nd, Tucson, AZ, October 7-10, 2000).
- Thompson, P. (1994). Students, Functions, and the Undergraduate Curriculum. In: Dubinsky, E., Schoenfeld, A. e Kaput, J. (Eds.). *Research in Collegiate Mathematics Education, I. CBMS Issues in Mathematics Education*, Vol. 4, (pp. 21-44).

- Viteli, J. (2000). *Finnish future: From eLearning to mLearning?*. <http://citeseer.ist.psu.edu/viteli00finnish.html> (consultado na Internet em Janeiro 2005).
- Wenzelburger, E. (1989). Cápsulas gráficas para microcomputadoras en matemáticas. *Memória de la 3ª Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa*, Costa Rica.
- Wenzelburger, E. (1990). Computers graphics for the acquisition of function concepts. *Proceedings of PME 14*, Mexico.
- Zambo, R., Follman, J. (1993). Gender-related differences in problem solving at the 6th and 8th grade levels. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Educational Research Association* (Atlanta, GA, April 12-16, 1993). Documento disponibilizado pelos serviços ERIC ED 359236.
- Zbiek, R. M. (1995). Her Math, Their Math: An In-Service Teacher's Growing Understanding of Mathematics and Technology and Her Secondary Students' Algebra Experience. Paper presented at the *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (17th, Columbus, OH, October 21-24, 1995).