

ENSINAR FRACÇÕES NO 1.º CICLO – FACILIDADES E CONSTRANGIMENTOS

Ema Mamede
CIEC, Universidade do Minho
emamede@ie.uminho.pt

Paula Cardoso
CIEC, Universidade do Minho
p.cardoso.sousa@netcabo.pt

Resumo: Face ao novo Programa de Matemática que prolonga o contacto com as fracções no 1.º ciclo, importa perceber que conhecimentos têm os professores sobre o conceito de fracção e os significados de fracção. Para tal entrevistaram-se oito professores do 1.º ciclo. Esta investigação procura responder às questões: 1) Que conhecimentos têm os professores sobre o conceito de fracção? 2) Que conhecimentos têm sobre os significados de fracção? Os dados sugerem que a concepção de fracção dos professores é deficiente. O conhecimento do Programa é limitado, sendo o significado quociente desconhecido pela maioria dos professores.

Palavra-chave: conhecimento do professor, conceito de fracção, significados de fracção

Abstract: The new Mathematic Programme extends the teaching of fractions in primary school. Therefore, it is important to analyse teacher's knowledge about the concept of fractions and the interpretations of fractions. Eight primary school teachers were interviewed. This research addresses: 1) What concept of fraction do teachers possess? 2) What types of interpretations do teachers possess? Results suggest that teachers possess a limited concept of fraction. Their knowledge about the Programme of Mathematic is also limited. Most of the teachers do not recognise the quotient interpretation of fraction.

Keywords: teacher knowledge, concept of fraction, interpretations of fraction

O ensino de fracções no 1.º ciclo do ensino básico

O conceito de fracção constitui-se como um aspecto fundamental para o sucesso da aprendizagem matemática futura das crianças. Porém, este é um conceito reconhecidamente complexo (ver Behr *et al.*, 1983; Kerslake, 1986; Kieren, 1993; Nunes *et al.*, 2004) e, conseqüentemente, considerado difícil por parte dos alunos.

O primeiro contacto formal com o conceito de número racional acontece no 1.º ciclo do ensino básico. Assim sendo, importa perceber qual o conceito de fracção que os professores deste ciclo possuem e como o abordam nas aulas. Neste artigo o número racional é entendido como todo o número $\frac{a}{b}$ em que a e b são números inteiros, sendo $b \neq 0$, dado que as orientações curriculares para o 1.º ciclo contemplam somente os números racionais não negativos. Contudo, a abordagem destes números deve contemplar as representações decimal e fraccionária. A análise conduzida centra-se apenas na representação fraccionária.

Conhecimento matemático e didáctico do professor

Para proporcionar uma aprendizagem matemática significativa, os professores necessitam possuir não só um sólido conhecimento matemático (Connell, 2009), mas também conhecimento didáctico, isto é, conhecimento que permita utilizar com sucesso o conhecimento matemático no processo de ensino (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). De acordo com Ball, Hill e Bass (2005), o professor necessita dominar o conhecimento matemático numa perspectiva de ensino (*mathematical knowledge for teaching*).

Sobre o conhecimento que o professor deve possuir, Shulman (1986) distingue três dimensões: conhecimento dos conteúdos, dos conteúdos pedagógicos e do currículo. De acordo com Shulman (1986), estas dimensões afectam a qualidade das práticas de ensino.

Estudos centrados no conhecimento dos professores sobre os números racionais sugerem que estes têm pouco sucesso e são menos confiantes no domínio dos números racionais do que no domínio dos números naturais (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). Ball, Lubienski e Mewborn (2001) destacam a dificuldade dos professores em apresentar explicações pedagógicas adequadas para cálculos por eles efectuados. Em Portugal, Alves e Gomes (2009) entrevistaram quatro professores do 1.º ciclo do ensino básico com o objectivo de

perceber que consciência têm os professores da propriedade de densidade do conjunto dos números decimais. Estas investigadoras identificaram dificuldades dos professores em reconhecer o conjunto dos números decimais como um conjunto denso. Contudo, pouco se sabe ainda sobre as concepções dos professores do 1.º ciclo sobre o conceito de fracção.

As fracções no novo Programa de Matemática

A nova abordagem dos números racionais prevista no novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (DGIDC, 2007) exige do professor conhecimentos matemáticos e didácticos que podem ser considerados inovadores, se comparados com os conhecimentos necessários para implementar o programa oficial até então em vigor. Desejavelmente o professor do 1.º ciclo deve dominar aspectos essenciais como ordenação, equivalência e representação de fracções, bem como os diferentes significados de fracção. Vários autores sustentam esta ideia quando sublinham a importância de representar e operar com fracções em todas os significados, com vista a desenvolver um completo conceito de número racional (Behr *et al.*, 1983; Kieren, 1993; Nunes *et al.*, 2004; Streefland, 1991).

De acordo com o novo Programa de Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico (DGIDC, 2007), os significados quociente, parte-todo e operador deverão ser abordados na sala de aula. Contudo, este documento não apresenta orientações sobre a sequência a adoptar aquando da sua implementação, apesar de apresentar exemplos de concretização em cada uma das interpretações, ainda que de forma parca. Neste contexto, o professor facilmente fica com informação insuficiente sobre como explorar a diversidade de significados.

Assim, torna-se fundamental poder conhecer mais sobre as concepções dos professores do 1.º ciclo em relação ao conceito de fracção e seu ensino. Neste sentido, tendo em conta as novas orientações curriculares, importa perceber: 1) Que conhecimentos têm os professores sobre o conceito fracção? 2) Que conhecimentos têm sobre os significados de fracção?


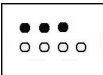
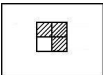
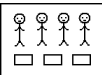
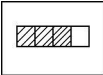
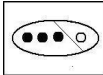
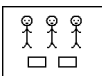
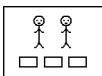
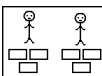
Método

Foram conduzidas entrevistas semi-estruturadas e individuais com a duração aproximada de 35 minutos a oito professores do 1.º ciclo, do distrito de Braga, em que o novo Programa de Matemática está em funcionamento experimental. Para garantir alguma diversidade da

amostra, seleccionaram-se professores com diferente tempo de serviço, diversidade na frequência de formação contínua, e diversidade nos anos de escolaridade que leccionam.

O guião das entrevistas era constituído por 13 questões agrupadas em duas categorias: conceito de fracção e significados de fracção. Da primeira categoria fazia parte a questão “Como definiria o conceito de fracção?” e ainda duas questões sobre propriedades das fracções. Na segunda categoria, exploraram-se, maioritariamente, os significados quociente, parte-todo e operador, utilizando diferentes modos de representação. A Tabela 1 apresenta exemplos de questões da entrevista por categoria.

Tabela 1 – Exemplos de questões das entrevistas sobre o conceito de fracção e significados de fracção.

Categorias	Exemplo de questão
Conceito de fracção	Como definiria o conceito de fracção?
	Quantas fracções existem entre 0 e 1?
	Verdadeiro ou Falso? (Justifique as afirmações falsas) a) Numa fracção o numerador é sempre 1. b) Entre 0 e 1 existem 8 fracções unitárias. c) Uma fracção é um número. d) Todo o número decimal pode ser escrito como uma fracção. e) Numa fracção o numerador é sempre menor do que o denominador.
Significados de fracção	Que figura(s) representa(m) a fracção $\frac{3}{4}$?
	a)  b)  c)  d)  e)  f) 
	Que significados de fracção conhece?
Que figura(s) pode(m) representar a fracção $\frac{2}{3}$?	a)  b)  c)  d) Outra: _____

Foi feita uma gravação digital em formato áudio e a entrevistadora preencheu grelhas de notas individuais. Cada entrevistado tinha uma folha de papel para utilizar se necessário.

Resultados

Conceito de fracção

Na primeira questão foi solicitado aos professores que definissem o conceito de fracção. Apenas um apresentou uma resposta correcta. Contudo, há a salientar três definições incompletas: “uma fracção representa uma divisão”. Esta resposta é entendida como incompleta uma vez que a fracção pode traduzir uma relação entre quantidades, como acontece nos casos de razão. Foram registadas três respostas que evidenciam confusão de conceitos, como é o caso de “uma fracção é parte de um todo”. Um destes professores acrescentou exemplos referindo-se à décima, centésima e milésima. Outro professor afirmou apenas que recorreria à divisão de um bolo para introduzir o conceito de fracção.

Apenas dois professores responderam correctamente à questão “Quantas fracções existem entre 0 e 1?”. Dois disseram não existir nenhuma: “Zero não é divisível. Só a unidade é divisível. Mas se dividir a unidade tenho um número maior que um”. Dois afirmaram existirem dez: “A unidade é composta por dez décimas”. Outro professor afirmou também existirem dez fracções: “0/1, 0/2 ... 0/10”. Os professores parecem possuir um deficiente conceito de fracção confundindo, por vezes, este conceito com o de número decimal. Mais ainda não reconhecem o conjunto dos números racionais como um conjunto denso.

Cinco afirmações sobre propriedades do conceito de fracção foram apresentadas para ser ajuizada a sua veracidade. A **Tabela 2** apresenta a frequência de respostas correctas.

Tabela 2 – Frequência de respostas correctas a questões sobre o conceito de fracção (N=8).

Questão: Verdadeiro ou Falso? (Justifique as afirmações falsas)	Frequência respostas correctas
Numa fracção o numerador é sempre 1.	8
Entre 0 e 1 existem 8 fracções unitárias.	2
Uma fracção é um número.	6
Todo o número decimal pode ser escrito como uma fracção.	5
Numa fracção o numerador é sempre menor do que o denominador.	6

Apenas dois professores justificaram correctamente que a afirmação “Entre 0 e 1 existem 8 fracções unitárias” é falsa. Todos os professores revelaram dúvidas sobre o conceito de fracção unitária. Um professor afirmou que a fracção não é um número: “a fracção 1/3







representa um terço de alguma coisa” concluindo que “não, a fracção não é um número”. Um outro professor afirmou não saber se uma fracção era um número. Três afirmaram que nem todo o número decimal podia ser escrito como uma fracção. Dois deles apresentaram exemplos de números decimais (0.35 e 0.54) que na sua opinião não poderiam ser escritos como fracções, e o terceiro disse não saber explicar porque considerava a afirmação falsa.

Significados de fracção

À questão “Que significados de fracção conhece?”, quatro professores responderam que uma fracção é uma divisão. Dois definiram fracção como sendo parte de um todo. Um professor associou os significados de fracção ao conceito de número decimal afirmando, de seguida, que os significados de fracção não fazem parte do programa do 1.º ciclo. Um outro professor referiu que introduziria o conceito de fracção recorrendo a um bolo, por exemplo, e dividindo-o em partes. Os resultados sugerem que os professores têm um fraco domínio dos significados de fracção, apesar de estes integrarem o novo Programa de Matemática.

A Tabela 2 apresenta a percentagem de respostas correctas a uma questão que envolvia a a representação pictórica com diferentes significados da fracção $\frac{3}{4}$.

Tabela 2 – Percentagem de respostas correctas a uma questão envolvendo a representação pictórica com diferentes significados da fracção $\frac{3}{4}$ (N=8).

Respostas						
Percentagem de respostas correctas	87.5%	25%	100%	0%	100%	50%

Na Tabela 2 está bem patente o desconhecimento dos professores do significado quociente de fracção. Nenhum dos professores seleccionou a representação pictórica da fracção $\frac{3}{4}$ com significado quociente em que se consideram três itens a serem repartidos entre quatro crianças. Contrastando com este resultado, é possível observar os elevados níveis de sucesso quando está envolvido o significado parte-todo. O significado operador é também desconhecido de alguns dos entrevistados. Segundo os professores, a sua escolha recaía maioritariamente na representação parte-todo por esta ser a mais utilizada na sala de aula e

aquela que consta do Programa de Matemática. Mais uma vez estes resultados sustentam a ideia de que estes professores apresentam falhas no âmbito do conhecimento do currículo.

A Tabela 3 apresenta a percentagem de respostas correctas por tipo de significado (significado quociente analisaram-se 24 respostas; significado parte-todo analisaram-se 16 respostas; significado operador analisaram-se 24 respostas):

Tabela 3 – Percentagem de respostas correctas em questões sobre o conhecimento dos significados quociente , parte-todo e operador.

Significado	Percentagem de respostas correctas
Quociente	37.5%
Parte-todo	62.5%
Operador	29%

A percentagem de respostas correctas é superior no significado parte-todo, o que não surpreende já que os professores dizem ser o mais explorado. A maioria parte desconhece o significado quociente. A percentagem mais baixa ocorreu no significado operador.

Relativamente ao significado parte-todo, um professor seleccionou, para além da resposta correcta, um rectângulo dividido em cinco partes iguais das quais duas estavam sombreadas como representação pictórica de $\frac{2}{3}$. Este professor parecia não compreender o significado do denominador (número de partes iguais em que o todo é dividido) e do numerador (número de partes retiradas) quando a fracção tem um significado parte-todo.

Nas questões envolvendo o significado quociente foi comum observar a estranheza dos professores em considerar duas variáveis de natureza diferente, argumentando que nas aulas utilizavam sempre variáveis da mesma natureza. Por exemplo, um professor afirmou: “O problema destas figuras é que o numerador são bonecos e o denominador são rectângulos. Quando se retira parte de um bolo, as fatias também são bolo”. Não está claro para o professor que no significado quociente, o denominador da fracção representa o número de recipientes e o numerador representa o número de itens a dividir pelos recipientes. Neste tipo de significado a fracção representa ainda a parte de item que cada recipiente recebe.

Outro resultado surpreendente ocorreu na resposta a uma questão com significado operador. Dada uma representação pictórica com doze contas e quatro taças pretendia-se saber que parte das contas teria cada taça. A grande maioria respondeu que cada taça teria três contas, ignorando a que parte do conjunto inicial correspondem as três contas obtidas.

Discussão e conclusões

Os professores têm dificuldade em apresentar uma definição correcta do conceito de fracção. Os resultados sugerem assim que a concepção de fracção que os professores possuem é deficiente. Alguns dos entrevistados têm dificuldades em separar o conceito de fracção do conceito de número decimal. Mais ainda os professores parecem ter sérias dificuldades em reconhecer o conjunto dos números racionais como um conjunto denso. Esta última dificuldade é também reportada por Alves e Gomes (2009) que entrevistaram quatro professores do 1.º ciclo com o objectivo de saber se reconheciam a propriedade de densidade dos números decimais. Os resultados de Alves e Gomes (2009) sugerem que as limitações dos professores em dominar a propriedade da densidade do conjunto dos números decimais, pode limitar o desenvolvimento deste conceito por parte dos alunos.

A análise do conhecimento dos professores sobre significados de fracção sugere que estes têm dificuldade em indicar diferentes significados de fracção. Mais ainda, se confrontados com os significados quociente, parte-todo e operador, mostram-se mais familiarizados com os dois últimos. Não obstante, revelaram algumas dificuldades com o significado operador. Ora, o novo Programa apresenta diferentes significados de fracção a explorar na aula e que o professor deveria dominar. Este cenário deixa antever a possibilidade de a aprendizagem dos alunos estar comprometida já que, de acordo com Ball, Hill e Bass (2005) e Connell (2009), para que assim não seja, o professor necessita possuir um sólido conhecimento matemático. Acresce a este facto, a reconhecida importância de representar e operar com fracções em todos os significados, com vista a um completo desenvolvimento do conceito de número racional (Behr *et al.*, 1983; Kieren, 1993; Nunes *et al.*, 2004; Streefland, 1991).

Estes resultados perspectivam um cenário de desconhecimento das orientações curriculares do novo Programa. Shulman (1986) salienta a importância do conhecimento dos conteúdos pedagógicos, o que inclui o conhecimento de conteúdos numa perspectiva de ensino, isto é,

inclui formas de abordar os conteúdos e a consciência daquilo que poderá provocar dificuldades na sua aprendizagem. Ora, o não domínio desta dimensão do conhecimento afecta a qualidade das práticas de ensino (Ball, Hill & Bass, 2005; Shulman, 1986).

Mais trabalhos de investigação serão necessários para podermos caracterizar as práticas de ensino do conceito de fracção no 1.º ciclo. Poderemos desde já procurar perceber como ultrapassar dificuldades conceptuais e pedagógicas no ensino das fracções.

Referências bibliográficas

Alves, B. & Gomes, A. (2009). O conhecimento de professores do 1º ciclo do Ensino Básico sobre a densidade do conjunto dos números decimais. In Gomes, A. (Ed.), *Elementary Mathematics Education. Proceedings of the 3rd International Meeting* (pp. 73-85). Braga: AEME-Universidade do Minho.

Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (Fall 2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14-46.

Ball, D., Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*, 4th ed., (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 92-127). New York: Academic Press.

Connell, M. (2009). Teaching Mathematics. In L. J. Saha & A. G. Dworkin (Eds), *International Handbook of Research on Teachers and Teaching* (pp. 967-974). New York: Springer Science + Business Media LLC.

DGIDC - Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC. Acedido em 4 de Janeiro, 2008, de <http://sitio.dgicd.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx>

Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors – A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Berkshire: NFER-NELSON.

Kieren, T. (1993). Fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 49-84). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J. & Bell, D. (2004). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences, Paper presented in Paris : 28-31, January.

Shulman, L. S. (1986) Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), pp. 4-14.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.