

# **MÉTODO DAS LINHAS DE ROTURA VERSUS MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR MATERIAL NA DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE DE CARGA DE LAJES APOIADAS EM SOLO**

## **A. GOUVEIA**

Eq. Prof. Adjunto - ESTV-IPV - Viseu - ventura@dcivil.estv.ipv.pt

## **J. BARROS**

Professor Auxiliar - Universidade do Minho - Guimarães - barros@civil.uminho.pt

## **J. ANTUNES**

Engenheiro Civil - Civitest - Braga - jantunes@civitest.pt

## **A. AZEVEDO**

Professor Auxiliar - Universidade do Porto - Porto - alvaro@fe.up.pt

## **J. CRUZ**

Assistente - Universidade do Minho - Guimarães - jsena@civil.uminho.pt

## **SUMÁRIO**

Com base nos parâmetros de fractura do betão reforçado com fibras de aço (BRFA) desenvolvido para pavimentos de edifícios industriais determinou-se o momento resistente, com o qual foi determinada a força máxima aplicável num canto de pavimento de BRFA, segundo o método das linhas de rotura. Os valores obtidos segundo este método foram comparados com os determinados com o método dos elementos finitos.

## **1. INTRODUÇÃO**

Na determinação da capacidade de carga de pavimentos de edifícios industriais (PEI) em betão armado ou reforçado com fibras de aço apoiadas em solo tem sido corrente a utilização do método das linhas de rotura, MLR [1]. No entanto, este método não permite determinar a deformabilidade da estrutura laminar ao longo do seu carregamento. Além disso, a actuação de carregamentos, que pela sua disposição espacial originam interacções entre as eventuais linhas de rotura, tornam complexa a determinação da carga de colapso deste tipo de estruturas.

O método dos elementos finitos, MEF, permite contornar as dificuldades enumeradas, dado ser possível traçar a resposta deformacional da estrutura até à sua rotura. No entanto, para que a simulação tenha a qualidade desejada é necessário que as leis constitutivas que modelam o comportamento dos materiais intervenientes reproduzam com suficiente rigor o comportamento registado em ensaios experimentais. Além disto, nos PEI é importante simular devidamente a interacção solo-estrutura, em particular o efeito da perda de contacto entre a estrutura laminar e o solo de fundação. O modelo desenvolvido no âmbito do presente trabalho satisfaz os requisitos enunciados, dado que a estrutura laminar é decomposta em camadas, por forma a simular o comportamento não linear, quer por deformação plástica do betão em

compressão, quer por fendilhação do betão. A unilateralidade das suas condições de apoio também é simulada. O modelo foi implementado no código computacional FEMIX, escrito em linguagem C, e concebido de forma a ser simples e eficiente a implementação de novos modelos constitutivos, tanto associados à estrutura laminar de betão como ao solo [2].

No âmbito de um programa de investigação financiado pela FCT foi desenvolvido um betão de custo competitivo reforçado com fibras de aço (BCCRFA) para pavimentos de edifícios industriais (PEI). Com base nos resultados obtidos em ensaios experimentais [3] e efectuando análise inversa com um modelo de fendilhação distribuída [4] foram obtidos os parâmetros fractura que caracterizam o comportamento pós-fendilhado desse BCCRFA. Por sua vez, a investigação experimental no âmbito da influência da abertura de fenda na corrosão das fibras de aço, e sua consequência nas propriedades do BRFA revelou que, para condições de baixa agressividade as propriedades do BRFA não são significativamente afectadas se a abertura de fenda for inferior a 0.3 mm [5, 6]. Assim, com base num modelo de secção (MS) que simula a propagação da fendilhação por intermédio de uma lei tensão-abertura de fenda,  $\sigma-w$ , foi determinado o valor máximo do momento registado até uma abertura de fenda de 0.3 mm ( $M_R$ ), para os BCCRFA. À abertura de fissura correspondente a  $M_R$  atribui-se a designação de  $w_R$ .

De forma a localizar a fendilhação inerente à retracção do betão, é corrente executarem-se entalhes nas lajes dos pavimentos de edifícios industriais, os quais são correntemente designados por juntas de controlo de fendilhação ou juntas serradas [7]. O pavimento é assim decomposto num conjunto de painéis adjacentes. O máximo momento em valor absoluto ocorre quando a carga actua num dos cantos do painel sendo este, em geral, o carregamento que condiciona o dimensionamento de um PEI. Assim, no presente trabalho a carga correspondente à abertura de fenda  $w_R$ ,  $F_{MLR}$ , foi obtida com base no momento  $M_R$  e recorrendo à expressão proposta pelo MLR para este tipo de carregamento. Os valores de  $F_{MLR}$  obtidos pelo MLR foram comparados com os determinados segundo análise não linear material baseada no MEF. Na simulação pelo MEF, a lei do modo I de fractura da fenda foi definida pelos parâmetros utilizados no MS.

No estudo efectuado no presente trabalho consideraram-se pavimentos com espessura,  $h$ , de 120, 160, 200 e 240 mm e solos com módulo de reacção,  $K_s$ , de 0.01, 0.04 e 0.08 N/mm<sup>3</sup>. Estes valores abrangem a maior parte das condições encontradas nos PEI. Dos BCCRFA desenvolvidos seleccionou-se o reforçado com fibras Dramix RC-65/60-BN [3] que têm 60 mm de comprimento ( $l_f$ ), 0.92 mm de diâmetro ( $d_f$ ), 65 de esbelteza ( $l_f/d_f$ ) e tensão de cedência da ordem dos 1100 MPa.

## 2. BETÃO DE CUSTO COMPETITIVO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

Na Tabela 1 incluem-se as composições do BCCRFA adoptado no presente estudo. Nesta tabela também se incluem as médias dos valores de resistência à compressão registados em cubos de 150 mm de aresta. Maior desenvolvimento sobre este assunto pode ser encontrado em [3].

Tabela 1 - Composições dos BCCRFA produzidos e correspondentes valores médios de resistência à compressão.

Componente	Quantidade [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_{cm}$ [MPa]
Cimento I 42.5R	300	
Areia Fina	173.5	
Areia britada	871.0	
Brita 5/15	315.7	
Brita 15/25	468.2	
Água	163.8	
Rheobuild® 1000	7.5	
	0 (0.00%)	30.4
	15 (0.19%)	36.4
Fibras Dramix® RC-65/60(% em volume)	25 (0.32%)	39.1
	35 (0.45%)	34.1
	45 (0.57%)	41.1

### 3. PARÂMETROS DE FRACTURA DO BCCRFA E MOMENTO RESISTENTE

Para determinar os parâmetros de fractura dos BCCRFA concebidos, as respostas força-flecha registadas em ensaios de flexão [3] foram simuladas por intermédio de análise inversa com um modelo baseado na análise não linear material segundo as técnicas do MEF. A estratégia desenvolvida encontra-se descrita em outro trabalho [4]. Nesta análise o modo I de fractura da fenda foi simulado por intermédio do diagrama trilinear,  $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$ , representado na Figura 1.

Os valores de  $\varepsilon_{ni}^{cr}$ ,  $\sigma_{ni}^{cr}$  e de energia de fractura do material,  $G_f$ , que garantiram as melhores simulações por análise inversa são os indicados na Tabela 2.

Para se determinar os valores de  $M_R$  foi utilizado um MS descrito em outro trabalho [8]. Este modelo permite traçar a relação entre o momento e a curvatura, bem como a relação entre o momento e a abertura de fissura na face mais traccionada. Para tal, o comportamento pós-fendilhação do BCCRFA foi simulado por um diagrama trilinear tensão-abertura de fenda,  $\sigma-w$ , (Figura 2), obtido a partir do diagrama  $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$  determinado por análise inversa. Na transformação de  $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$  em  $\sigma-w$  admitiu-se que  $\sigma = \sigma_n^{cr}$  e  $w = \varepsilon_n^{cr} l_b$ , sendo  $l_b$  a largura da banda de fendilhação, considerada igual a 100 mm.  $l_b$  é um dos parâmetros do modelo de fendilhação distribuída utilizado na simulação da resposta deformacional de lajes apoiadas em solo, efectuada na secção 5, tendo por função assegurar resultados independentes do grau de refinamento da malha de elementos finitos. No presente trabalho  $l_b$  foi considerada igual à raiz quadrada da área do ponto de integração do elemento finito, tendo-se constatado que no ponto de integração onde primeiro ocorreu o valor de  $w_R$ ,  $l_b$  era igual a 100 mm. Na Tabela 2 são indicados os valores de  $w_i$  que definem o diagrama  $\sigma-w$  utilizado na determinação de  $M_R$  dos distintos pavimentos de BCCRFA analisados. Os valores dos restantes parâmetros materiais requeridos pelo MS são iguais aos considerados na análise pelo MEF.

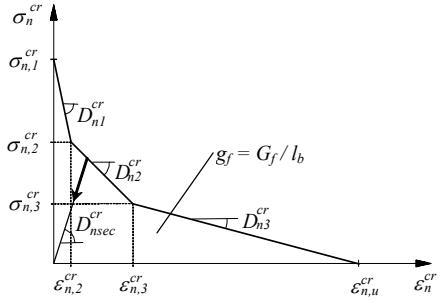


Figura 1 – Lei de amolecimento utilizada no modelo de fendilhação distribuída.

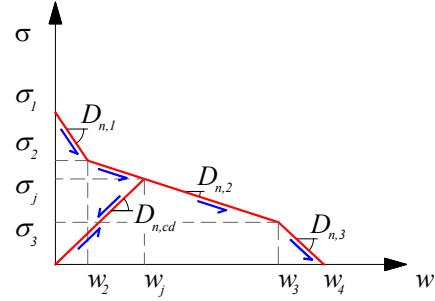


Figura 2 – Lei de amolecimento utilizada no modelo de secção.

Tabela 2 - Parâmetros de fractura do BCCRFA

$Q_f$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma_{n,1}^{cr}$ (MPa)	$\frac{\sigma_{n,2}^{cr}}{\sigma_{n,1}^{cr}}$	$\frac{\sigma_{n,3}^{cr}}{\sigma_{n,1}^{cr}}$	$\frac{\epsilon_{n,2}^{cr}}{\epsilon_{nu}^{cr}}$	$\frac{\epsilon_{n,3}^{cr}}{\epsilon_{nu}^{cr}}$	$w_2$ (mm)	$w_3$ (mm)	$w_4$ (mm)	$G_f$ (N/mm)
15	2.40	0.35	0.11	2.55	0.10	0.101	3.969	3.975	2.30
25	2.60	0.51	0.31	1.28	0.79	0.053	3.279	4.164	3.90
35	1.95	0.70	0.22	2.97	0.63	0.160	3.389	5.398	3.60
45	3.42	0.60	0.60	0.05	0.14	0.003	0.812	5.614	6.60

Na Tabela 3 apresentam-se os momentos correspondentes à abertura de fenda de  $w_R$ ,  $M_R$ . Note-se que para  $Q_f < 45 \text{ kg/m}^3$  o momento máximo ocorreu para abertura de fenda inferior a 0.3 mm. Nestes casos o valor de abertura de fenda indicado na tabela corresponde ao valor para esse momento. Para  $Q_f = 45 \text{ kg/m}^3$  o momento máximo é superior ao momento correspondente à abertura de fenda de 0.3 mm, pelo que nestes casos  $M_R$  é o momento para  $w = 0.3 \text{ mm}$ . Verifica-se que a influência das fibras em termos de aumento de  $M_R$  só é significativa para  $Q_f = 45 \text{ kg/m}^3$ .

Tabela 3 – Valor máximo do momento registrado até abertura de fissura de 0.3 mm.

$h$ [mm]	$Q_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$M_R$ [kN.m/m]	$w_R$ [mm]
120	15	10.55	0.034
	25	10.70	0.022
	35	10.11	0.092
	45	12.80	0.300
160	15	18.74	0.032
	25	19.07	0.024
	35	17.94	0.100
	45	22.78	0.30

$h$ [mm]	$Q_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$M_R$ [kN.m/m]	$w_R$ [mm]
200	15	29.25	0.031
	25	29.82	0.025
	35	28.11	0.072
	45	35.70	0.300
240	15	42.16	0.039
	25	42.97	0.026
	35	40.53	0.079
	45	51.56	0.300

#### 4. CAPACIDADE DE CARGA SEGUNDO O MÉTODO DAS LINHAS DE ROTURA

Segundo o MLR, quando uma carga  $F$ , distribuída numa área correspondente a um quarto de círculo de raio  $2a$ , é aplicada no canto de uma laje apoiada em meio elástico (ver Figura 3), o valor máximo dessa força pode ser obtido por intermédio da seguinte expressão [1]:

$$F = \frac{2M}{1 - \sqrt{a/L}/1.8} \left[ 1 + \frac{11\gamma(a/L)^2}{1 - \sqrt{a/L}/1.8} \right], \quad L = \sqrt[4]{E_c h^3 / (12(1 - \nu_c^2))} / K_s, \quad \gamma = 0.259 - 0.0899\sqrt{a/L} \quad (1)$$

em que  $M$  é o momento resistente negativo da secção da laje, por unidade de comprimento,  $K_s$  o módulo de reacção do solo,  $E_c$  e  $\nu_c$  são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do betão, e  $h$  é a espessura da laje. Substituindo em (1)  $M$  por  $M_R$  obtém-se a carga correspondente ao momento resistente, designada por  $F_{MLR}$ . Na Tabela 4 apresentam-se os valores de  $F_{MLR}$  obtidos para as distintas soluções estudadas. Como a influência das fibras só se faz sentir no  $M_R$ , a variação de  $F_{MLR}$  depende directamente da variação ocorrida no  $M_R$ . A análise dos valores desta tabela revelam que, aumentando o valor de  $K_s$  e mantendo os valores das restantes variáveis, o aumento de  $F_{MLR}$  é marginal. Tal deve-se ao facto de  $F/M$  ser praticamente constante para os valores de  $a/L$  considerados no âmbito do presente trabalho, conforme se pode constatar na Figura 4. A relação  $F/M$  só aumenta significativamente para valores de  $a/L$  acima de 0.2, que corresponde a condições de espessura de laje, módulo de reacção do solo e área de carga de valores não correntes em aplicações práticas. A título de exemplo, na Figura 4 incluem-se os valores obtidos na série  $h=160$  mm e  $Q_f=25$  kg/m<sup>3</sup>, de onde se constata que, como  $a/L$  é inferior a 0.1,  $(F/M) - (a/L)$  apenas variou entre 2.32 e 2.47. Da análise dos valores de  $F_{MLR}$  da Tabela 4 constata-se ainda que para uma dada espessura de pavimento  $F_{MLR}$  não varia significativamente com o aumento de fibras até  $Q_f=35$  kg/m<sup>3</sup>. Tal deve-se ao facto de  $M_R$  ser praticamente igual nas composições com 15, 25 e 35 kg/m<sup>3</sup>, ocorrendo para  $w_f$  de valor muito reduzido, para o qual os mecanismos das fibras não estão mobilizados na sua plenitude. Tal facto indica que para percentagens de fibras utilizadas correntemente em PEI (< 45 kg/m<sup>3</sup>), a influência das fibras na carga de colapso da estrutura determinada quer pelo MLR quer pelo MEF só é devidamente simulada se para momento resistente da secção for considerado um momento para uma abertura de fissura que permita mobilizar os mecanismos de reforço das fibras e consequente capacidade de redistribuição de esforços. Se para esse momento for considerado o momento correspondente a abertura de fenda de 0.3 mm,  $M_{w=0.3}$ , obtém-se os valores indicados na Tabela 5. De facto, neste caso os valores de  $M_{w=0.3}$  aumentam com  $Q_f$ , pelo que  $F_{MLR}$  também aumenta com  $Q_f$ .

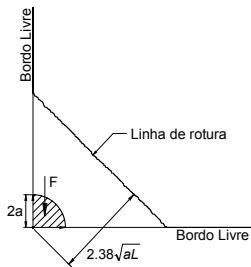


Figura 3 – Linha de rotura em painel solicitado num dos seus cantos.

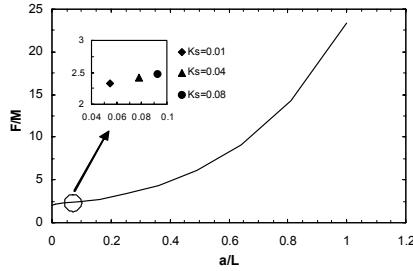


Figura 4 – Relação entre  $F/M$  e  $a/L$ .

## 5. CAPACIDADE DE CARGA SEGUNDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A análise não linear material das distintas configurações de laje apoiadas em meio elástico foi efectuada por intermédio de um modelo elasto-plástico de fendilhação distribuída implementado no código computacional FEMIX versão 4.0 [2, 10]. O desempenho deste modelo constitutivo já foi devidamente avaliado em outros trabalhos [11]. Para simular os fenómenos de não linearidade derivados da propagação da fendilhação e da deformação plástica do betão em compressão, a espessura da laje foi discretizada por dez camadas de igual espessura. O solo é simulado como um meio elástico oferecendo rigidez ortogonal ao folheto médio da laje de valor igual ao obtido em ensaios de placa (módulo de reacção do solo,  $K_s$ ). No presente modelo admite-se que o solo não resiste a tensões de tracção, sendo a perda de contacto entre o solo e a estrutura laminar simulada de forma automática. Os parâmetros de fractura indicados na Tabela 2 foram os utilizados para definir a lei  $\sigma_n^{cr} - \varepsilon_n^{cr}$  que governa o modo I de fractura das fendas. Para resistência à compressão do BCCRFA foi utilizado o valor médio obtido no programa experimental, dado que a variabilidade de  $f_c$  entre composições de distinto  $Q_f$  não afecta significativamente os valores em interesse nas simulações efectuadas. Os valores do módulo de elasticidade foram determinados com base no  $f_{cm}$  de cada composição e procedendo de acordo com as recomendações do CEB-FIP 2003 [12]. Na Figura 5 representa-se a malha de elementos finitos adoptada. Trata-se de um painel de  $5 \times 5 \text{ m}^2$ , representativo dos que geralmente se executam nos PEI. Para acelerar o cálculo, sem prejuízo da qualidade da simulação, admitiu-se a ocorrência de fenómenos de não linearidade material apenas em elementos onde a tensão máxima de tracção pode ultrapassar a resistência à tracção do betão, tendo os restantes sido considerados em regime linear e elástico, pelo que foram discretizados por uma única camada (ver Figura 5). A força aplicada no canto da laje encontrava-se distribuída numa área de  $100 \times 100 \text{ mm}^2$ . Cada simulação foi interrompida quando num ponto de integração da camada mais traccionada ocorreu uma abertura de fissura igual a  $w_R$  ( $w_R = \varepsilon_{n,R}^{cr} l_b$ ). Os valores da carga aplicada correspondentes a  $w_R$  encontram-se na Tabela 4, nas colunas correspondentes a  $F_{FEM}$ . Na última coluna desta tabela procede-se à comparação dos valores da força obtidos segundo o MLR e o MEF ( $F_{FEM} / F_{MLR}$ ). Como o  $F_{FEM}$  corresponde à ocorrência do valor de  $w_R$  num determinado ponto de integração da malha de elementos finitos, e como os valores de  $w_R$  são muito baixos para as composições com  $Q_f < 45 \text{ kg/m}^3$ , as simulações com o MEF foram interrompidas muito antes de ter ocorrido a redistribuição de esforços que a ductilidade introduzida pelas fibras permite. Este facto conduziu a valores de  $F_{FEM}$  muito semelhantes para aquelas composições, tal como sucedeu na análise com o MLR. O factor  $F_{FEM} / F_{MLR}$  variou entre 1.01 e 1.64, verificando-se uma tendência de aumentar com  $Q_f$ , sendo esse aumento apenas significativo entre  $Q_f = 35$  e  $45 \text{ kg/m}^3$ . Se para momento resistente for adoptada o momento correspondente a abertura de fenda de 0.3 mm,  $M_{w=0.3}$ , obtém-se os valores de  $F_{FEM}$  e de  $F_{FEM} / F_{MLR}$  indicados na Tabela 5. Neste caso, como a análise segundo o MEF é interrompida após ter ocorrido uma redistribuição de esforços significativa, não simulável segundo o MLR, os valores do factor  $F_{FEM} / F_{MLR}$  são bastante superiores aos obtidos com  $M_R$  (Tabela 4).

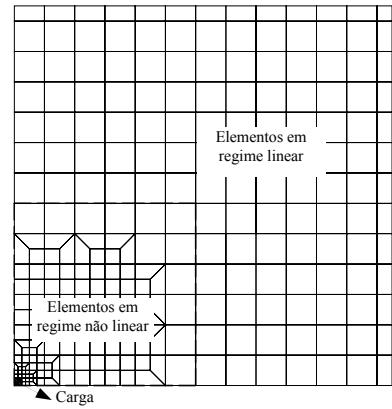


Figura 5 – Malha de elementos finitos.

Tabela 4 – Capacidade de carga estimada pelo MLR e MEF com base em  $M_R$ .

h (mm)	Q_f (kg/m <sup>3</sup> )	M <sub>R</sub> (kN.m/m)	F <sub>MLR</sub> (kN)			F <sub>FEM</sub> (kN)			F <sub>FEM</sub> /F <sub>MLR</sub>		
			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )		
			0.01	0.04	0.08	0.01	0.04	0.08	0.01	0.04	0.08
120	15	10.55	25.02	26.22	27.04	28.11	31.92	33.78	1.12	1.22	1.25
	25	10.7	25.38	26.59	27.43	27.59	31.69	33.50	1.09	1.19	1.22
	35	10.11	23.98	25.13	25.91	29.22	33.06	35.90	1.22	1.32	1.39
	45	12.8	30.36	31.81	32.81	41.01	48.17	53.86	1.35	1.51	1.64
160	15	18.74	43.48	45.16	46.27	46.55	51.89	55.66	1.07	1.15	1.20
	25	19.07	44.24	45.95	47.08	46.92	51.59	56.14	1.06	1.12	1.19
	35	17.94	41.62	43.23	44.29	48.16	55.52	58.52	1.16	1.28	1.32
	45	22.78	52.85	54.89	56.24	66.36	77.40	83.14	1.26	1.41	1.48
200	15	29.25	66.88	69.10	70.54	70.44	75.94	80.44	1.05	1.10	1.14
	25	29.82	68.19	70.45	71.91	70.44	75.85	79.84	1.03	1.08	1.11
	35	28.11	64.28	66.41	67.79	70.66	77.68	83.31	1.10	1.17	1.23
	45	35.7	81.63	84.34	86.09	97.87	113.55	121.63	1.20	1.35	1.41
240	15	42.16	95.40	98.21	100.00	98.99	106.37	112.65	1.04	1.08	1.13
	25	42.97	97.23	100.10	101.92	98.64	105.72	111.16	1.01	1.06	1.09
	35	40.53	91.71	94.41	96.14	99.22	107.20	113.77	1.08	1.14	1.18
	45	51.56	116.67	120.11	122.30	136.61	152.66	167.28	1.17	1.27	1.37

Tabela 5 – Capacidade de carga estimada pelo MLR e MEF com base em  $M_{w=0.3}$ .

h (mm)	Q_f (kg/m <sup>3</sup> )	M <sub>w=0.3</sub> (kN.m/m)	F <sub>MLR</sub> (kN)			F <sub>FEM</sub> (kN)			F <sub>FEM</sub> /F <sub>MLR</sub>		
			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )			K <sub>s</sub> (N/mm <sup>3</sup> )		
			0.01	0.04	0.08	0.01	0.04	0.08	0.01	0.04	0.08
120	15	5.89	13.97	14.64	15.09	24.59	28.57	32.42	1.76	1.95	2.15
	25	8.45	20.05	21.01	21.66	29.15	32.85	37.11	1.45	1.56	1.71
	35	8.98	21.29	22.31	23.00	32.98	42.62	43.54	1.55	1.91	1.89
	45	12.80	30.37	31.82	32.82	41.01	48.17	53.86	1.35	1.51	1.64
160	15	10.63	24.67	25.62	26.26	40.17	47.12	49.22	1.63	1.84	1.87
	25	15.21	35.29	36.65	37.56	46.99	55.36	57.39	1.33	1.51	1.53
	35	16.13	37.43	38.88	39.83	52.16	64.57	77.48	1.39	1.66	1.95
	45	22.78	52.84	54.88	56.23	66.36	77.40	83.14	1.26	1.41	1.48
200	15	16.59	37.93	39.18	40.00	57.08	64.87	73.08	1.50	1.66	1.83
	25	23.85	54.54	56.35	57.52	69.16	77.33	86.48	1.27	1.37	1.50
	35	25.30	57.86	59.77	61.02	76.38	88.29	100.94	1.32	1.48	1.65
	45	35.70	81.64	84.34	86.09	97.87	113.55	121.63	1.20	1.35	1.41
240	15	24.04	54.40	56.01	57.03	77.87	90.88	94.80	1.43	1.62	1.66
	25	34.28	77.57	79.85	81.31	94.37	108.30	112.71	1.22	1.36	1.39
	35	36.41	82.39	84.82	86.37	105.25	118.61	128.53	1.28	1.40	1.49
	45	51.56	116.67	120.11	122.30	136.61	152.66	167.28	1.17	1.27	1.37

## 6. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi avaliado o desempenho do método das linhas de rotura, MLR, na simulação da carga de rotura de pavimentos de edifícios industriais (PEI) construídos em betão de custo competitivo reforçado com fibras de aço (BCCRFA). Essa avaliação foi efectuada por comparação com resultados obtidos por intermédio de um modelo de análise não linear material implementado no código computacional FEMIX, baseado no método dos elementos finitos (MEF). Para carregamento considerou-se uma carga distribuída num dos cantos do pavimento, que é geralmente o que condiciona o dimensionamento deste tipo de estruturas. Dos resultados obtidos constatou-se que para quantidades de fibras utilizadas nas aplicações correntes de PEI ( $< 45 \text{ kg/m}^3$ ), se a carga de rotura, determinada segundo o MLR, for obtida a partir do momento máximo ocorrido até abertura de fissura de 0.3 mm,  $M_R$ , o seu valor será praticamente insensível à presença das fibras. Por seu lado, o MEF estima valores de capacidade de carga similares para esses betões, dado que o valor de abertura de fissura correspondente a  $M_R$ ,  $w_R$ , é demasiado pequeno, sendo a simulação interrompida antes dos mecanismos de reforço proporcionados pelas fibras serem mobilizados eficazmente de forma a ocorrer alguma capacidade de distribuição de esforços. Se em vez do  $M_R$  for utilizado o momento correspondente a abertura de fenda de 0.3 mm,  $M_{w=0.3}$ , o efeito do aumento da quantidade de fibras,  $Q_f$ , faz-se sentir no  $M_{w=0.3}$  e nas forças determinadas segundo o MLR e segundo o MEF. Por isto, é necessário estabelecer a figura de momento equivalente ou de momento residual, por forma a permitir simular os efeitos relevantes advindos da adição de fibras a materiais de matriz cimentícia, quer no momento resistente quer na carga de colapso determinada segundo o MLR e MEF.

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] Baumann, R.A. and Weisgerber, F.E., Yield line analysis of slabs-on-grade. *Jour. Struct. Engrg.* ASCE, 1983, 109(7), 1553-1568.
- [2] Azevedo *et al.* – “Software no ensino e no projecto de estruturas.” em *III Congresso de Luso-Moçambicano de Engenharia*, Eds. J.S. Gomes, C.F. Afonso, C.C. António e A.S. Matos, Maputo, Moçambique, 2003, p. 81-92.
- [3] Antunes, J.A.B; Barros, J.A.O., “Influência da quantidade de fibras, percentagem de cinzas volantes e idade no comportamento à flexão do betão reforçado com fibras de aço Dramix RC-65/60-BN”, Relatório 02-DEC/E-17, Dep. de Eng<sup>a</sup> Civil, Universidade do Minho, 79 pp., Dezembro 2002.
- [4] Cunha, V.M.C.F., “Análise experimental e numérica do comportamento à tracção de betão reforçado com fibras”, Tese de Mestrado, Dep. Eng<sup>a</sup> Civil da UM, Setembro de 2004.
- [5] Schupack, M. (1986), “Durability of SFRC exposed to severe environments”, Steel Fiber Concrete, Elsevier, pp. 479-496.
- [6] Mangat, P.S.; Molloy, B.T.; Gurusamy, K. (1989), “Marine durability of steel fiber reinforced concrete of high water-cement ratio”, Fiber Reinforced Cements and Concretes-Recent.
- [7] Barros, Joaquim – “Pavimentos Industriais: materiais, dimensionamento e processos construtivos”. Relatório 00-DEC/E-5, Universidade do Minho. 118p., Junho de 2000.
- [8] Ribeiro, A.F., “Modelos de fenda discreta na simulação do comportamento em flexão de betão reforçado com fibras de aço”, Tese de Mestrado, Dep. Eng<sup>a</sup> Civil da UM, Setembro de 2004.
- [10] Sena-Cruz *et al.* – “Elasto-plastic multi-fixed smeared crack model for concrete.” Relatório técnico N° 04-DEC/E-05, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, 2004, 80 p.
- [11] Barros, J.A.O.; Figueiras, J.A. “Nonlinear analysis of steel fibre reinforced concrete slabs on grade”, Computers & Structures Journal, Vol.79, No.1, pp. 97-106, January 2001.
- [12] CEB-FIP, *CEB-FIP Model Code 1990, Design Code*, Bulletin d'Information CEB Lausanne, 1993.