

Varição em contexto de probabilidades na perspectiva de professores de matemática *

JOSÉ ANTÓNIO FERNANDES
Universidade do Minho
jfernandes@iep.uminho.pt

PAULO FERREIRA CORREIA
Escola Secundária/3 de Barcelos

Resumo

No presente texto apresentam-se ideias de professores de Matemática acerca da noção de variação no contexto de Probabilidades, extraíndo-se consequências para a aprendizagem dos alunos.

Participaram no estudo 17 professores de Matemática do 2.º e do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário, com diferente experiência de ensino, que frequentavam uma acção de formação contínua no âmbito do ensino da Estatística.

Os resultados do estudo mostram que os professores revelam ideias muito limitadas acerca da variação, designadamente prevendo resultados com excessiva ou insuficiente variação, com centros inadequados e justificações não apropriadas. Donde se salienta a necessidade de os professores aprofundarem a sua formação neste tópico de modo a poderem avaliar o nível de compreensão dos alunos e para os melhor orientar na sua aprendizagem.

Palavras-chave: Variação no contexto de Probabilidades; Professores de Matemática; Estudo exploratório.

1. INTRODUÇÃO

O reconhecimento pelos estatísticos da omnipresença de variação (Moore, 1991) realça a necessidade de enfatizar a apreciação do papel da variação e da incerteza. Também na opinião de Canada (2004), dentro da estocástica, a variação é a característica dominante do pensamento estatístico, a que Silva (2007) acrescenta tratar-se de um conceito que está directamente envolvido no pensamento estatístico, no raciocínio estatístico e na literacia estatística. Considerar a variação como um tópico isolado é uma tarefa difícil, ou talvez impossível, já que ocorre num determinado contexto e usualmente é associada a um conjunto de dados de uma investigação estatística e, na maioria dos casos, a uma expectativa (Watson & Kelly, 2007).

* Texto produzido no âmbito do Centro de Investigação em Educação.

Enquanto a investigação em Educação em Probabilidade e Estatística tem produzido descobertas em várias áreas, a investigação específica em variação só recentemente emergiu e tem incidido, predominantemente, em alunos pré-universitários (Canada, 2004).

Para Canada (2006), os três aspectos da compreensão de variação que têm dominado a globalidade das investigações referem-se a como os alunos prevêm, representam e interpretam a variação. Das discussões de situações de probabilidade e estatística, as interpretações dos alunos sobre variação surgem à medida que especulam sobre causas e efeitos da mesma e sobre formas de influenciar a variação e as expectativas. Segundo o autor, intuitivamente, as causas físicas são frequentemente as mais fáceis para os alunos imaginarem, mas a compreensão de aleatoriedade, como causa inerente da variação, poderá ser um conceito mais ténue.

Na opinião de Shaughnessy, Watson, Moritz e Reading (1999), geralmente, é dada uma ênfase excessiva ao ensino, à avaliação e à investigação relativamente às concepções dos alunos acerca de centro e um correspondente abandono do ensino, da avaliação e da investigação relativamente às concepções dos alunos sobre dispersão e variabilidade. No estudo exploratório que efectuaram, com o intuito de compreender as concepções intuitivas dos alunos sobre variação, ao longo de diferentes níveis de ensino (do 4.º ao 6.º ano e no 9.º e 12.º anos), os autores concluíram que a maioria das vezes o raciocínio dos alunos tendia a ser fortemente baseado em números e muito influenciado pelo resultado mais provável de uma amostra e por uma concepção do que deveria ser o “centro”, mais do que a consideração da dispersão.

Segundo Watson e Kelly (2004), os professores têm de estar conscientes, por exemplo, da não familiaridade inicial com a ideia de “acaso” dos alunos mais novos e dos diferentes graus de reconhecimento do maior e do menor valor num gráfico; do não reconhecimento espontâneo da variação sem que haja estimulação; e da aparente grande dificuldade em reconhecer uma variação excessiva como inadequada, comparada com uma variação insuficiente. Do estudo que realizaram com alunos do 3.º ao 9.º ano, os autores concluíram que a melhoria do desempenho após a instrução mostra que a ênfase na variação, no tema Probabilidades e Estatística, pode melhorar a compreensão dos alunos de variação em relação ao acaso.

Canada (2004) interessou-se por conhecer as concepções sobre variação de professores em formação inicial, bem como comparar as suas concepções antes e depois de uma intervenção de ensino centrada na variação, nos contextos de amostragem, dados e gráficos e probabilidades. No estudo que realizou, Canada (2004) concluiu que o raciocínio proporcional constituiu um elemento útil para ajudar a centrar apropriadamente expectativas. Uma confiança excessiva no raciocínio proporcional pode levar a uma expectativa limitada de variação e pouca confiança no raciocínio proporcional também poderá conduzir a expectativas pobres. O autor concluiu também que, nas produções gráficas, os sujeitos

consideraram centros razoavelmente colocados, uma dispersão muito grande ou muito pequena e formas, muitas vezes, artificialmente simétricas. Muitos dos participantes apontaram a aleatoriedade como causa da ocorrência de variação nas situações de amostragem e probabilidade.

Relativamente aos *efeitos da variação nas percepções* dos participantes, alguns distinguiram entre previsões teóricas e resultados da vida real e muitos também afirmaram que “qualquer coisa pode acontecer” em situações que envolvem variação. No que diz respeito aos *efeitos da variação nas decisões* dos participantes, alguns expressaram falta de confiança na tomada de decisões e “Eu não sei” foi uma resposta frequente que revela isso mesmo. No entanto, na realização de inferências, os dois efeitos da variação referidos estiveram ligados.

Os dois aspectos que influenciaram *as expectativas e a variação* foram a quantidade na amostragem e o número de amostras extraídas. Muitos dos sujeitos focaram-se simplesmente no número de rebuçados contidos no recipiente e em alguns casos parece que a probabilidade de obter diferentes resultados estaria relacionada com as quantidades. Particularmente para os sujeitos que não tinham um forte raciocínio proporcional, poderia haver uma tendência para ver a quantidade e não a proporção como o factor que exerce influência sobre a amostra. Por exemplo, se obter 9 rebuçados vermelhos do recipiente pequeno (60 vermelhos num total de 100) é pouco provável, então o sujeito poderá pensar que obter 90 vermelhos do recipiente maior (600 vermelhos em 1000) é muito mais provável, uma vez que o recipiente tem “muitos mais rebuçados” (Canada, 2004, p. 288). Relativamente ao número de amostras, a maioria dos sujeitos referiu que mais amostras aumentaria a amplitude total, enquanto outros referiram que quantas mais amostras fossem consideradas mais hipóteses havia de obter o valor esperado.

2. METODOLOGIA

O presente estudo, de carácter exploratório, teve por objectivo identificar ideias de professores de Matemática acerca do conceito de variação no contexto de Probabilidades.

No estudo participaram 17 professores de Matemática que se encontravam a frequentar uma acção de formação contínua no âmbito do ensino da Estatística, que decorreu no ano 2008. Estes professores constituíam um grupo de sujeitos consideravelmente heterogéneo em relação à idade, às habilitações académicas, à experiência de ensino e ao nível de ensino em que leccionavam. Neste último caso, cerca de metade dos professores leccionavam no 2.º ou 3.º ciclos do ensino básico e os restantes leccionavam no ensino secundário.

Os dados foram obtidos a partir das respostas dadas pelos professores a três tarefas envolvendo o conceito de variação no contexto de Probabilidades. Estas tarefas são traduções das tarefas usadas por Watson e Kelly (2007) no estudo da noção de variação em alunos do 3.º ano, 5.º ano, 7.º ano e 9.º ano de escolaridade. Em todas as tarefas era requerida a previsão de uma lista de resultados.

Na quarta sessão da acção de formação, imediatamente antes de ser abordada a problemática da variação, os professores responderam individualmente a cada uma das três tarefas referidas.

Na análise de dados recorreu-se, fundamentalmente, às categorias usadas por Watson e Kelly (2007) de modo a facilitar a comparação dos resultados obtidos no presente estudo com os que foram obtidos naquele. Embora as categorias sejam explicitadas na secção “Resolução das tarefas”, podemos desde já dizer que as respostas foram classificadas tendo em conta a sua maior ou menor adequação e não tanto em correctas e erradas. Para avaliar tal adequação foi considerada a variação, o centro e a justificação, esta última quando era pedida.

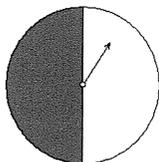
No caso da variação, adoptámos o critério de Watson, Kelly, Callingham e Shaughnessy (2003) para avaliar a adequação da variabilidade das respostas nas tarefas 1 e 2. Este critério, baseado na simulação de 1000 resultados da resposta na folha de cálculo EXCEL, estabelece que uma resposta com variação apropriada deve ter um desvio padrão pertencente ao intervalo 1,3 – 5,0 no caso da tarefa 1, e um desvio padrão pertencente ao intervalo 1,2 – 4,7, no caso da tarefa 2. Em todos os outros casos a variação é considerada excessiva ou insuficiente. No caso da tarefa 3 adoptámos o critério de Shaughnessy *et al.* (1999), que estabelece que uma amplitude total dos valores da resposta pertencente ao intervalo 2 – 6 corresponde a uma variação apropriada, enquanto nos outros casos teremos uma variação excessiva (amplitude > 6) ou insuficiente (amplitude < 2). Por outro lado, considera-se um centro como sendo razoável quando o valor da média é superior a 4 e inferior a 6, enquanto nos outros casos o centro é elevado (centro ≥ 6) ou baixo (centro ≤ 4).

3. RESOLUÇÃO DAS TAREFAS

Apresentam-se, de seguida, as respostas apresentadas pelos professores a cada uma das três tarefas propostas.

TAREFA 1

Usando a seguinte roleta,



suponha que vai repetir seis vezes a experiência de rodar a roleta 50 vezes. Escreva uma lista que descreva o que pode acontecer para o número de vezes que o ponteiro da roleta pára na parte preta.

Depois de codificadas as respostas dos professores em quatro níveis por ordem crescente de adequação, de 0 (zero) a 3, obtiveram-se os resultados que constam da tabela 1.

TABELA 1: Respostas dos professores à tarefa 1

Nível	Descrição	Exemplo	N.R.
3	Variação apropriada ($1,3 < s < 5,0$)	20, 31, 24, 22, 26, 25	1
2	Conflito entre probabilidade e variação	25, 25, 25, 25, 25, 25 – o número de experiências é pequeno 26, 20, 30, 18, 32, 24 – o número de experiências é pequeno	2
1	Variação excessiva ou insuficiente ($s < 1,3$ ou $s < 5,0$) OU Sem variação (proporção estrita)	5, 7, 40, 29, 25, 12 – tudo pode acontecer 25, 25, 25, 25, 25, 25	10
0	Reposta inapropriada	50, 50, 50, 50, 50, 50 P, P, B, P, B, B	4

Nota: N.R. é o número de respostas por nível.

No nível 0 as respostas não incluem qualquer aspecto relevante face à situação apresentada. Já no nível 1 as respostas apresentam uma variação excessiva/insuficiente ou não apresentam qualquer variação. Neste último caso, quase metade dos professores (8) responderam à tarefa de uma perspectiva estritamente probabilística, enquanto no caso da variação excessiva/insuficiente, o professor P₁₂ afirma:

[Não apresenta lista de resultados] Se rodarmos 50 vezes o ponteiro de uma roleta, podem acontecer as seguintes situações: o ponteiro pode nunca parar na parte preta, pode parar uma vez, duas vezes, três vezes, ...

No nível 2 as respostas reflectem algum conflito entre uma perspectiva estrita de probabilidade e de variação devido ao pequeno número de experiências realizadas, como afirma o professor P₃:

[26, 20, 30, 18, 32, 24] No total existem 300 paragens ($50 \times 6 = 300$), como a área da parte preta é igual à área da parte branca, então metade das vezes pára no preto e outra metade pára no branco, apesar do n.º de vezes que se realiza a experiência ser muito pequeno para se aproximar da probabilidade.

Finalmente, apenas uma resposta se situa no nível 3, apresentando uma variação adequada e centrada no valor 25.

TAREFA 2

Imagine que lançou 60 vezes um dado. Preencha o quadro com o número de vezes que cada número sai.

Número do dado	N.º de vezes que o número sai
1	
2	
3	
4	
5	
6	
TOTAL	60

Porque são razoáveis os números?

Uma vez codificadas as respostas dos professores em três níveis por ordem crescente de adequação, de 1 a 3, obtiveram-se os resultados que constam da tabela 2.

TABELA 2: Respostas dos professores à tarefa 2

Nível	Descrição	Exemplo	N.R.
3	Variação e explicação apropriadas	10, 9, 11, 8, 10, 12 – todos têm a mesma chance de sair, mas o número de experiências é pequeno	5
2	Conflito entre probabilidade e variação OU Variação apropriada com explicação não adequada	10, 10, 10, 10, 10, 10 – o número de experiências é pequeno ou é pouco provável 9, 10, 11, 8, 12, 10 – temos muitas hipóteses	4
1	Previsão estritamente probabilística e explicação	10, 10, 10, 10, 10, 10 – todos têm a mesma chance de sair	8

Nota: N.R. é o número de respostas por nível.

Tal como na tarefa 1, cerca de metade das respostas (8) situam-se no nível 1, significando que se basearam num pensamento estritamente probabilístico. Neste caso, o professor P_{16} apresenta a seguinte justificação:

[10, 10, 10, 10, 10, 10] Em cada lançamento a probabilidade de cada n.º sair é $1/6$, em 60 lançamentos o número de vezes que se espera que cada número do dado saia é 10.

No nível 2 observa-se em três respostas um conflito entre as ideias de variação e de probabilidade e numa resposta uma variação apropriada com uma

justificação não apropriada, conforme se pode constatar pelas respostas dos professores P_1 e P_{15} :

Atendendo ao tipo de experiência, a minha resposta seria [10, 10, 10, 10, 10, 10], embora o número de repetições não seja suficiente para que os valores se aproximassem do esperado. (P_1)
[9, 10, 11, 8, 12, 10 ou 10, 10, 10, 10, 10, 10 ou 8, 12, 10, 11, 9, 10 ou ...] Como o total tem que dar 60, temos muitas hipóteses de completar o quadro. (P_{15})

Finalmente, no nível 3, as respostas apresentam uma variação e uma justificação adequadas. Neste caso, o professor P_3 apresenta a seguinte justificação:

[10, 9, 11, 8, 10, 12] Se o dado for equilibrado, então a probabilidade de sair cada um dos números é a mesma. No entanto, como apenas se realiza 60 vezes a experiência não podemos garantir que a frequência relativa de cada número seja igual à da probabilidade (quantas mais vezes se realiza a experiência mais a frequência relativa se aproxima da probabilidade).

Além disso, quatro dos cinco professores que apresentaram este tipo de resposta adoptaram uma estratégia de compensação no estabelecimento da variação (é o caso de P_3). Assim, incluíram na lista um ou mais dos seguintes pares de valores: 9 e 11, 8 e 12, 7 e 13, 6 e 14 ou 5 e 15.

TAREFA 3

Suponhamos que temos um recipiente com 100 caramelos, sendo 50 vermelhos, 20 amarelos e 30 verdes.

- a) Os caramelos estão todos misturados no recipiente. Retiram-se 10 caramelos. Quantos vermelhos é de esperar obter?
b) Suponhamos que seis estudantes realizam esta experiência. O que pensa ser provável ocorrer para o número de caramelos vermelhos?

Porque pensa isso? _____

- c) Suponha que 40 estudantes extraem 10 caramelos do recipiente, registando o número de caramelos vermelhos obtidos, voltando a colocá-los no recipiente e misturando-os novamente. Como será o número de caramelos vermelhos neste caso? Use um gráfico para mostrar como será o número de caramelos vermelhos para os 40 estudantes.

Na questão 3a), à excepção de um professor, que afirmou obterem-se 2 caramelos vermelhos, todos os outros afirmaram que seria de esperar sair 5 caramelos vermelhos. Destes professores, nove referiram-se no cálculo do valor pedido à esperança matemática.

Na questão 3b), à exceção de um professor, que não respondeu, todos os outros apresentaram respostas que depois de codificadas se distribuem pelos níveis de 1 a 3, conforme se pode observar na tabela 3.

TABELA 3: Respostas dos professores à tarefa 3b)

Nível	Descrição	Exemplo	N.R.
3	Compreensão desenvolvida da variação razoável com reconhecimento explícito da proporção e variação adequadas	6, 5, 4, 7, 5, 3 – é provável tirar um n.º de caramelos vermelhos perto de 5 porque 50% dos caramelos são vermelhos (5 como centro, variação razoável)	3
2	Demonstração de variação razoável em torno do centro sem explicação apropriada	5, 4, 3, 5, 6, 5 – o número de experiências não é muito elevado (5 como centro, dispersão razoável)	4
1	Compreensão transicional da variação e probabilidade com uma dispersão variável (insuficiente ou excessiva) e centros inconsistentes (baixos ou elevados) nos resultados sugeridos OU Reconhecimento da proporção sem variação	9, 5, 0, 1, 6, 4 – podem sair de 0 a 10 caramelos vermelhos (centro razoável, dispersão elevada) 5, 5, 5, 5, 5 – metade dos caramelos são vermelhos, chance de 50/50 (5 como centro, probabilidade estrita).	9

Nota: N.R. é o número de respostas por nível.

No nível 1, das nove respostas, uma apresenta uma variação excessiva e 8 traduzem apenas a proporção estrita de caramelos vermelhos existentes no saco. No primeiro caso, o professor P₁₁ e, no segundo caso, o professor P₅ afirmam:

[9, 5, 0, 1, 6, 4] Se o número esperado de caramelos vermelhos é de 5, na realidade não quer dizer que isso aconteça. Isto é, podem sair 5 caramelos vermelhos como pode sair só 1, nenhum ou mais de 5. (P₁₁)
[5, 5, 5, 5, 5, 5] É de esperar que cada estudante tire 5 caramelos vermelhos porque o n.º de caramelos vermelhos está numa proporção 1/2 em relação ao número total de caramelos. (P₅)

No nível 2 as respostas apresentam uma variação razoável e o centro em 5, mas a explicação não é apropriada. Por exemplo, o professor P₁₃, apresentando a lista 5, 6, 5, 3, 4, 5, justifica assim a sua resposta: “Fui pelas probabilidades, mas também poderão sair mais ou menos caramelos vermelhos.”

Finalmente, no nível 3 as respostas, além de contemplarem uma variação razoável, são justificadas apropriadamente, como se exemplifica com a justificação do professor P₄.

[3, 6, 5, 4, 6, 5] Sabemos que 1/2 dos caramelos são vermelhos. No entanto, como cada estudante só retira 10 caramelos, o número de caramelos vermelhos que cada um tira dificilmente será igual a 5 (para

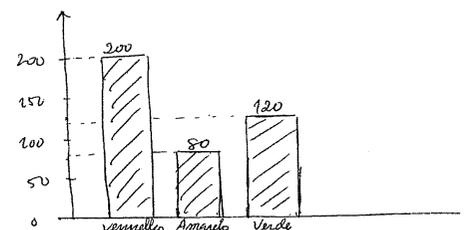
todos). No entanto, no total dos 6 estudantes estamos a retirar 60 caramelos de um total de 600. Neste caso, o número total de caramelos vermelhos retirados pelos estudantes aproximar-se-á de $6 \times 5 = 30$ caramelos vermelhos.

Verifica-se ainda que, das sete respostas que apresentam uma variação razoável, três apresentam um total de 30 caramelos vermelhos, o que pode significar a influência da ideia de probabilidade estrita não em relação a cada experiência mas em relação ao total das experiências.

Por último, na questão 3c), à qual responderam 15 professores, era pedida uma representação gráfica para o número de caramelos vermelhos extraídos por 40 estudantes. Seguidamente, as repostas apresentadas foram codificadas por níveis de ordem crescente de adequação, de 0 (zero) a 3.

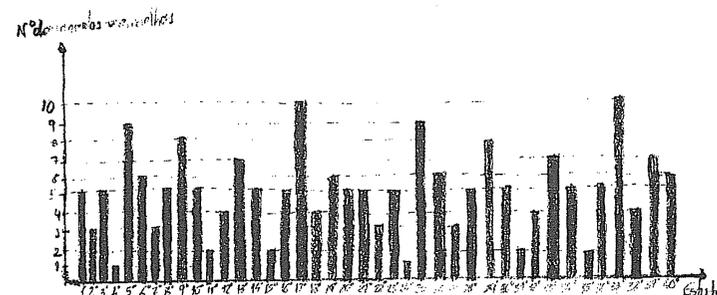
No nível 0, as duas respostas apresentadas não traduzem qualquer aspecto relevante da situação, desenquadrando-se daquilo que se pedia (ver figura 1).

FIGURA 1: Gráfico apresentado pelo professor P₁₂



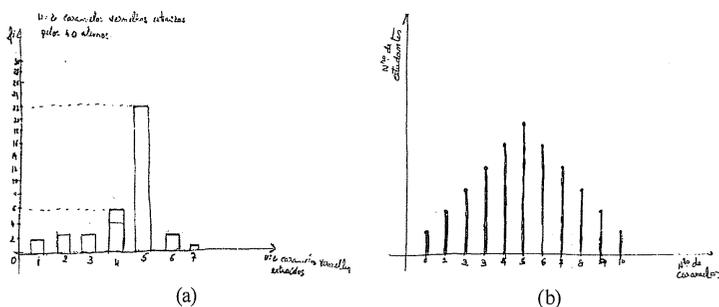
No nível 1, as quatro respostas apresentadas contemplam gráficos em que é representado o número de caramelos vermelhos previstos para cada um dos 40 estudantes, sem qualquer redução dos resultados (ver figura 2). Destes gráficos, uns não apresentam qualquer variação, enquanto outros apresentam variação.

FIGURA 2: Gráfico apresentado pelo professor P₂



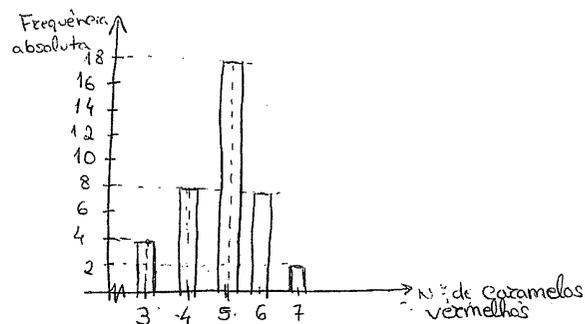
No nível 2 incluíram-se seis respostas, em que numa o gráfico representava uma distribuição quase uniforme, outra uma distribuição desviada para a esquerda, outra uma distribuição desviada para a esquerda e com um pico excessivo no valor 5 (ver gráfico (a) da figura 3) e três uma distribuição rigorosamente simétrica e com um pico no valor 5 (ver gráfico (b) da figura 3).

Figura 3: Gráficos (a) e (b) apresentados, respectivamente, pelos professores P₉ e P₁₅



Finalmente, no nível 3, as três respostas apresentadas contemplam gráficos cuja distribuição é aproximadamente simétrica, com maior concentração em torno do valor 5 e em que a forma se assemelha à de uma distribuição normal (ver figura 4).

FIGURA 4: Gráfico apresentado pelo professor P₈



4. CONCLUSÃO

Apesar de, em alguns casos, as respostas dos professores envolverem cálculos relativamente mais sofisticados, podemos identificar nas suas repostas muitos aspectos semelhantes aos que encontramos nas respostas dos alunos

que participaram no estudo de Watson e Kelly (2007). De entre esses aspectos, salientaram-se respostas:

- inapropriadas face ao pedido que era formulado na tarefa, isto é, respostas que envolviam aspectos incompatíveis ou que não respondiam ao que era pedido (tarefa 1);
- com uma variação excessiva ou insuficiente (tarefas 1 e 3b) e centros não apropriados, elevados ou baixos (tarefa 3b);
- com justificações não apropriadas (tarefas 2 e 3b);
- em elevado número (cerca de metade), sem qualquer variação (tarefas 1, 2, 3a) e 3b) e baseadas numa visão estrita de probabilidade;
- em que é patente algum conflito entre as ideias de variação e de probabilidade estrita (tarefas 1 e 2);
- em que se observa uma compreensão razoável da variação em torno do centro (tarefas 1, 2 e 3b);
- em que a representação gráfica traduz cada um dos aspectos referidos (tarefa 3c).

A grande influência da perspectiva estritamente probabilística na previsão dos resultados, verificada em todas as tarefas, pode dever-se a uma confiança excessiva no raciocínio proporcional, que segundo Canada (2004) pode conduzir a expectativas adequadamente centradas, mas limitadas na sua variação.

No caso dos gráficos, tal como os futuros professores no estudo de Canada (2004), também os professores no presente estudo apresentaram gráficos com excessiva ou insuficiente variação e com forma artificialmente simétrica.

As semelhanças entre as respostas dos alunos do ensino básico, que participaram no estudo de Watson e Kelly (2007), e dos professores do presente estudo constituem, naturalmente, um resultado preocupante para o ensino da noção de variação. Tais dificuldades na compreensão da ideia de variação podem ser explicadas pela limitada formação que os professores receberam no domínio das Probabilidades e da Estatística, quer ao nível da formação inicial quer contínua (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004), e pelo facto da variação constituir um conceito muito complexo, envolvendo e relacionando muitos conceitos e usualmente associado à recolha de dados numa investigação estatística (Watson & Kelly, 2007). Assim, mais do que em qualquer outro tópico estocástico, torna-se premente que os professores desenvolvam uma compreensão suficientemente profunda que lhes permita avaliar o progresso da compreensão da ideia de variação nos seus alunos, a qual deverá assumir um carácter mais qualitativo e aproximativo do que numérico e definitivamente correcto ou errado.

Referências bibliográficas

- CANADA, D. (2004). *Elementary preservice teacher' conceptions of variation*. Tese de doutoramento não publicada, Portland State University.
- CANADA, D. (2006). "Enhancing elementary preservice teacher' conceptions of variation in a probability context". In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *The Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brazil: International Association for Statistical Education. CD-ROM.
- FERNANDES, J. A.; SOUSA, M. V. & RIBEIRO, S. A. (2004). "O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório". In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- MOORE, D. (1991). "Statistics for All: Why, What, and How?" In D. Vere-Jones (Ed.), *The Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 423-428). Vooburg: International Statistical Institute.
- SHAUGHNESSY, J. M.; WATSON, J. M.; MORITZ, J. & READING, C. (1999, April). «School mathematics students' acknowledgment of statistical variation". In C. Maher (Chair), *There's More to Life Than Centers*. Pre-session Research Symposium conducted at the 77th Annual National Council of Teachers of Mathematics Conference, San Francisco, CA.
- SILVA, C. (2007). *Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: em estudo com professores de Matemática*. Tese de doutoramento não publicada, Pontifícia Universidade Católica São Paulo.
- WATSON J. M. & KELLY, B. A. (2007). "Assessment of students' understanding of variation". *Teaching Statistics*, 29(3): 80-88.
- WATSON, J. & KELLY, B. A. (2004). "Statistical variation in a chance setting: A two-year study". *Educational Studies in Mathematics*, 57: 121-144.
- WATSON, J. M.; KELLY, B. A.; CALLINGHAM, R. A. & SHAUGHNESSY, J. M. (2003). "The measurement of school students' understanding of statistical variation". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(1): 1-29.

Fernandes, José A; Correia, Paulo F. 2008. "Variação em contexto de probabilidades na perspectiva de professores de Matemática", Trabalho apresentado em EME 2008, In EME 2008 – Elementary Mathematics Education, Braga.